

Dipartimento di Fisica e Astronomia  
Corso di Laurea in Astronomia

# Dinamica delle Galassie a Spirale e delle Galassie Ellittiche

Tesi di laurea

Presentata da:  
Antonella Cigliano

Relatore:  
Chiar.ma Prof. Marcella Brusa

# Indice

<b>1</b>	<b>Morfologia delle galassie</b>	<b>3</b>
1.1	Sequenza di Hubble . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Dinamica stellare</b>	<b>5</b>
2.1	Il problema degli N corpi . . . . .	5
2.2	Il tempo di rilassamento a due corpi ( $t_{2b}$ ) . . . . .	6
2.3	Le galassie sono sistemi non collisionali . . . . .	7
2.4	Equazione non collisionale di Boltzmann (CBE) . . . . .	8
2.5	Equazioni di Jeans . . . . .	9
2.6	Teorema del Viriale . . . . .	10
<b>3</b>	<b>Dinamica delle galassie ellittiche</b>	<b>11</b>
3.1	Profili di brillantezza . . . . .	11
3.2	Leggi empiriche e Piano Fondamentale (FP) . . . . .	12
<b>4</b>	<b>Dinamica delle galassie a spirale</b>	<b>14</b>
4.1	Curva di rotazione . . . . .	14
4.2	Legge di Tully-Fischer . . . . .	15
4.3	Dinamica dei bracci a spirale . . . . .	16

## Introduzione

La comprensione della dinamica delle galassie è di cruciale importanza per approfondire la conoscenza dell'universo e la sua evoluzione.

L'obiettivo di questo elaborato è di esaminare in dettaglio la dinamica delle galassie a spirale e delle galassie ellittiche, concentrandosi sull'analisi della dinamica stellare al fine di acquisire una migliore comprensione della loro struttura, dei processi fisici che le coinvolgono e delle relazioni che le regolano.

Il primo capitolo fornisce una panoramica riguardo la morfologia delle galassie, introducendo la *sequenza di Hubble*. Il secondo capitolo si focalizza sulla dinamica stellare, partendo dall'analisi del *problema degli  $N$  corpi*. Dopo aver introdotto il *tempo di rilassamento*, si procede con lo studio delle galassie come *sistemi non collisionali*, accompagnato da una serie di equazioni che descrivono tale natura. Nel terzo capitolo si approfondisce la dinamica delle galassie ellittiche, concentrandosi sui *profili di brillantezza*, le leggi empiriche e il concetto di *piano fondamentale*. In conclusione, nell'ultimo capitolo, si esamina la dinamica delle galassie a spirale, con particolare attenzione alle *curve di rotazione*, alla *legge di Tully-Fisher* e infine alla dinamica dei *bracci a spirale*.

# Capitolo 1

## 1 Morfologia delle galassie

Le galassie sono sistemi autogravitanti composti da stelle, gas interstellare, polveri e materia oscura. Si tratta di strutture molto complesse, che si differenziano da altre tipologie di sistemi celesti sulla base di alcune caratteristiche:

- Massa della galassia:  $10^7 < \frac{M_*}{M_\odot} < 10^{12}$
- Dimensione della galassia:  $100pc < R_e < 50Kpc$
- Dispersione di velocità:  $30\frac{km}{s} < \sigma < 400\frac{km}{s}$

Tali caratteristiche riguardano tutte le galassie. Il numero di questi oggetti è elevatissimo e risulta interessante come la maggior parte di essi rientri in delle tipologie ben precise. Una loro classificazione è stata definita da Edwin Hubble nel suo libro *The realm of the Nebulae* (1926).

### 1.1 Sequenza di Hubble

La *sequenza di Hubble* è una tassonomia che suddivide le galassie in diverse categorie in base alla loro morfologia visibile. Questo schema di suddivisione è ampiamente utilizzato ancora oggi per descrivere e categorizzare le galassie. La classificazione prevede due macrocategorie dette *early-type* e *late-type*. La prima è suddivisa a sua volta in *galassie ellittiche* e *galassie lenticolari*, mentre la seconda in *galassie a spirale* e *galassie irregolari*.

I nomi delle due macrocategorie sono dovuti in origine ad una teoria, ormai scartata, la quale ipotizza che le galassie 'nascessero' come *early-type* e in seguito, evolvendosi, diventassero *late-type*. Per questo, in un primo momento, la *sequenza di Hubble* rappresentava un vero e proprio schema evolutivo.

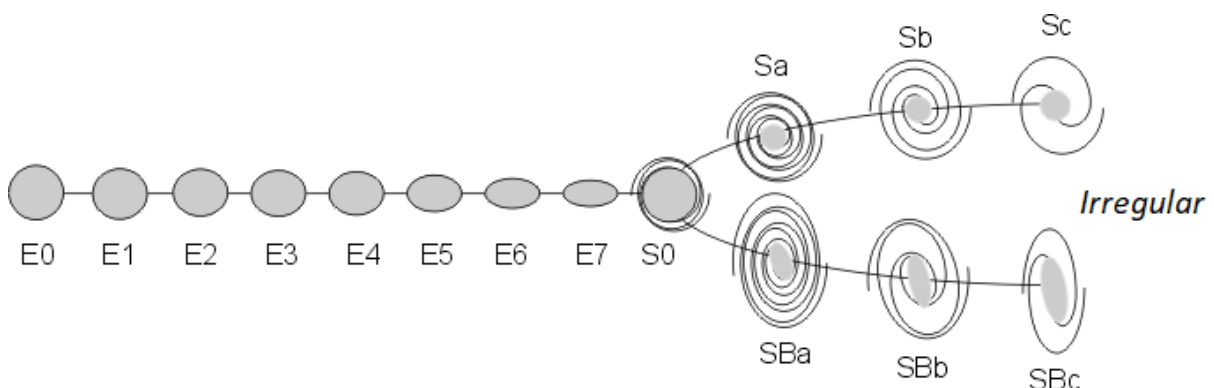


Figura 1.1: Sequenza di Hubble: a sinistra sono situate le galassie *early-type* e a destra sono situate le galassie *late-type*. Fonte: Wikipedia

Quindi risulta fondamentale conoscere le caratteristiche principali delle quattro tipologie di galassie:

- **Galassie ellittiche:** sono caratterizzate da una forma ellissoidale con mancanza di bracci a spirale. Esse sono formate da stelle vecchie (*pop II*) con distribuzione piuttosto uniforme e presenza ridotta, o quasi assente, di gas e polveri. Sono numerate da E0 (sferiche) a E7 (altamente ellittiche) in base alla loro ellitticità:

$$\epsilon = 1 - \frac{b}{a} \quad (1)$$

dove  $a$  e  $b$  rappresentano rispettivamente semiasse maggiore e semiasse minore apparente dell'ellisse che rappresenta la galassia proiettata sul piano del cielo. Pertanto ogni galassia ellittica viene identificata da una classe  $E_n$  con  $n = 10\epsilon$ .

- **Galassie lenticolari:** rappresentano una tipologia intermedia tra galassie ellittiche e a spirale nella sequenza di Hubble. Esse sono formate da un disco (come le galassie a spirale) privo di formazione stellare (come le galassie ellittiche) e perciò sono costituite principalmente da stelle vecchie. Si distinguono due tipologie di galassie lenticolari: S0 e SB0. La prima è suddivisa in varie sottoclassi in base alla quantità di polveri presenti nel bulge, la seconda è caratterizzata dalla presenza di una barra, formata da stelle e gas, che attraversa diametralmente il bulge. All'interno di questo gruppo esistono dei sottotipi che si differenziano per la prominente della barra.
- **Galassie a spirale:** possiedono un rigonfiamento centrale detto *bulge*, un disco in cui sono presenti dei *bracci a spirale* e un alone con bassa densità di stelle che circonda l'intera galassia. Il bulge e l'alone sono costituiti da stelle di *popolazione II*, mentre il disco è ricco di stelle di *popolazione I* (stelle giovani) per merito dei bracci a spirale che permettono la formazione stellare. Si possono distinguere principalmente due tipologie di galassie a spirale: S e SB. Esse differiscono principalmente per la forma del bulge, infatti la prima ne possiede uno di forma leggermente oblata e la seconda uno allungato che ricorda una barra. A loro volta le due tipologie si suddividono in sottocategorie indicizzate da  $a$ ,  $b$  e  $c$  in base alla presenza di bracci molto avvolti e poco risolti ( $a$ ) o bracci poco avvolti e molto risolti ( $c$ ).
- **Galassie irregolari:** si tratta di galassie che non possiedono alcuna struttura regolare, per questa ragione sono classificate a parte nella sequenza di Hubble. Possono essere principalmente di due tipi: Irr I, in cui sono presenti delle strutture ma non abbastanza costanti per classificarle, e Irr II, che non presentano alcuna struttura riconoscibile.

# Capitolo 2

## 2 Dinamica stellare

La dinamica stellare è una disciplina che si occupa dell'analisi e dello studio del comportamento di sistemi gravitazionali composti da un elevato numero di stelle, noti come "sistemi a  $N$  corpi" con  $N > 10$ . Il suo obiettivo principale è quello di comprendere in modo qualitativo la struttura e l'evoluzione dei sistemi stellari, nonché sviluppare metodi matematici, sia analitici che numerici, in grado di fornire previsioni quantitative. Perciò l'applicazione della dinamica stellare non si limita solo alle stelle singole, ma si estende a sistemi più complessi come le galassie, che sono composte da miliardi di stelle. Attraverso lo studio della dinamica stellare, è possibile quindi ottenere informazioni preziose sull'evoluzione delle galassie, sulla formazione di strutture a grande scala e sulla distribuzione delle stelle all'interno di esse.

A tal proposito si considera una *galassia ideale* formata da un insieme di  $N_*$  stelle con raggio caratteristico pari al raggio solare  $R_\odot$ , distribuite in maniera omogenea in una sfera di raggio  $r$ . La *sezione d'urto geometrica* per l'impatto tra due stelle è data da:

$$\sigma_* = 4\pi R_\odot^2 \quad (2)$$

Considerando che ad ogni stella è associato un volume efficace pari a  $\lambda_g \sigma_*$ , si ottiene:

$$N_* \lambda_g \sigma_* = \frac{4\pi}{3} r^3 \quad (3)$$

Il termine  $\lambda_g$ , detto *libero cammino medio delle stelle*, rappresenta una stima della distanza media percorsa da una stella tra due urti successivi. Il calcolo di questo parametro porta a risultati sorprendenti: nelle galassie *le collisioni geometriche tra stelle possono essere escluse*, anche su scale temporali più lunghe dell'età stessa dell'universo. Pertanto, nella trattazione della dinamica stellare, possiamo considerare che gli urti tra stelle siano trascurabili e approssimare ciascuna stella come un punto materiale. Questo ci permette di formulare equazioni differenziali come punto di partenza della dinamica stellare e affrontare il celebre *problema degli  $N$  corpi*, che rappresenta uno dei problemi più famosi della fisica matematica.

### 2.1 Il problema degli $N$ corpi

Si considerino  $N$  particelle nel sistema di riferimento inerziale  $S_0$ . Le equazioni del moto per ciascuna di esse sono le seguenti:

$$\begin{cases} \dot{x} = v_i \\ \dot{v}_i = -\frac{1}{m_i} \frac{\partial U}{\partial x_i} \\ U = -\frac{G}{2} \sum_{i,j=1; j \neq i}^N \frac{m_i m_j}{|x_i - x_j|} \end{cases} \quad (4)$$

dove  $m_i$ ,  $x_i$  e  $v_i$  rappresentano rispettivamente la massa, la posizione e la velocità della  $i$ -esima particella.  $U$  è l'energia potenziale e  $\frac{\partial U}{\partial x_i}$  rappresenta la variazione di  $U$  rispetto alla posizione della particella  $i$ -esima. La norma euclidea  $\|x_i - x_j\|$  rappresenta una misura delle distanze nel sistema di coordinate.  $G$  è la costante di gravitazione universale.

Pertanto la formulazione del sistema è completa quando vengono specificate le condizioni iniziali per le posizioni e le velocità delle particelle:

$$\begin{cases} x_i(0) = x_i^0 \\ v_i(0) = v_i^0 \end{cases} \quad (5)$$

Dove  $x_i(0)$  è la posizione iniziale della particella  $i$ -esima e  $v_i(0)$  rappresenta la sua velocità iniziale. Sfruttando analiticamente entrambe le equazioni si ottiene uno dei risultati più semplici a livello di derivazione ma anche ampiamente utilizzato in dinamica stellare: *l'identità di Lagrange-Jacobi*.

$$\ddot{I} = 2(2T + U) = 2(T + E) = 2(2E - U) \quad (6)$$

La prima identità si ottiene derivando due volte rispetto al tempo la *funzione del momento polare di inerzia* del sistema. La seconda e la terza identità si ottengono dalla *legge di conservazione dell'energia*:  $E = T + U$ , con  $T$  energia cinetica totale del sistema,  $U$  energia potenziale ed  $E$  energia totale. Si tratta di un'equazione di fondamentale importanza poiché collega informazioni riguardanti l'evoluzione della struttura del sistema ( $I$ ) a grandezze dinamiche come l'energia cinetica, l'energia potenziale e l'energia totale.

Tuttavia i risultati ottenuti dal *problema degli  $N$  corpi* sono pressoché generali per poter ottenere un'analisi dettagliata dei sistemi stellari reali. Un intero ramo della dinamica stellare si occupa di questo problema, ed uno degli approcci più produttivi è stato sostituire il '*discreto*' degli  $N$  corpi con diverse forme di '*continuo*'. In questa nuova prospettiva, le equazioni differenziali che descrivono il sistema non sono più equazioni differenziali ordinarie, ma equazioni differenziali alle derivate parziali.

Uno dei principi fondamentali su cui si basa questa transizione di approccio è *il tempo di rilassamento a due corpi*.

## 2.2 Il tempo di rilassamento a due corpi ( $t_{2b}$ )

*Il tempo di rilassamento a due corpi* ( $t_{2b}$ ) gioca un ruolo essenziale nel determinare l'evoluzione e la struttura dei sistemi stellari, nonostante la sua natura apparentemente tecnica.

Tale concetto è introdotto al fine di capire in quali condizioni sia possibile sostituire lo studio del moto di  $N$  corpi nel potenziale da loro generato, con lo studio del moto di una particella di 'test' nel potenziale generato da un 'fluido' materiale, che rappresenta un'approssimazione continua del sistema di  $N$  corpi stesso. In altre parole ci si chiede per quali condizioni sia possibile sostituire lo spazio delle fasi  $\Gamma$  del sistema a  $N$  corpi ( $R^{6N}$ ) con lo spazio delle fasi  $\gamma$  ( $R^6$ ).

Il punto di partenza per la riduzione di dimensionalità è la sostituzione del sistema discreto di  $N$  corpi con una *distribuzione continua di densità*  $\rho = \rho(x; t)$ . In un primo momento tale sostituzione potrebbe sembrare inadeguata per descrivere sistemi come le galassie, tuttavia dall'analisi condotta emerge che le galassie possono essere trattate in modo ottimale come un 'continuo'.

Alla densità  $\rho(x; t)$  è associato un *potenziale gravitazionale 'continuo'*  $\phi = \phi(x; t)$  il quale permette di determinare l'equazione del moto di ogni particella:

$$\ddot{x} = -\frac{\partial\phi}{\partial x} \quad (7)$$

In questo modo sarà possibile operare la riduzione di dimensionalità nello spazio delle fasi, da  $6N$  a  $6$ .

Il problema principale dovuto alla sostituzione è che, per un sistema reale composto da  $N$  corpi, ogni particella si muove sotto l'azione di un potenziale effettivo  $\phi_N$ . Di conseguenza, considerando  $\phi_N = \phi + (\phi_N - \phi)$ , è possibile riformulare il problema chiedendosi quale sia il lasso di tempo necessario affinché il termine di 'granularità'  $(\phi_N - \phi)$  produca un cambiamento significativo nell'orbita di una particella generica. Per rispondere alla domanda appena formulata si stima il *tempo di rilassamento a due corpi*, nonché scala temporale caratteristica oltre la quale l'approssimazione 'continua' perde la sua veridicità.

Per calcolarlo si considerano diverse assunzioni:

- Tutti gli incontri tra particelle sono trattati come incontri indipendenti. Perciò il problema degli  $N$ -corpi si riduce ad  $N$  problemi a 2-corpi.
- Tutti gli incontri tra le stelle sono trattati come *problemi a due corpi iperbolici*, in cui si considera una *stella di test* che 'collide' con una *stella di campo*.
- L'intero sistema è *virializzato*.
- Vengono trascurate eventuali forze mareali dovute a collisioni vicine.

Soddisfatte le assunzioni e definita la *funzione di distribuzione* per  $N$  corpi  $f = f(x, v; t)$ , un metodo valido per quantificare il *tempo di rilassamento* è calcolare per ogni incontro la variazione di energia della *stella di test*. Quando la somma delle variazioni di energia raggiunge il valore dell'energia iniziale della particella, si dice che per il sistema è passato un *tempo di rilassamento a due corpi*.

Il  $t_{2b}$  potrà essere definito come:

$$t_{2b} = n_{2b} \times t_{dyn} \quad (8)$$

dove  $t_{dyn}$  è il tempo impiegato dall'oggetto per attraversare il sistema e  $n_{2b}$  rappresenta il *numero di attraversamenti* necessari per il rilassamento ( $n_{2b} = \frac{E_0}{\sum |\Delta E|}$ ).

È possibile anche definire una stima asintotica del *tempo di rilassamento* (per  $N_* \rightarrow \infty$ ), ottenendo che:

$$t_{2b} \sim \frac{0,1 N_* t_{dyn}}{\ln N_*} \quad (9)$$

### 2.3 Le galassie sono sistemi non collisionali

Il  $t_{2b}$  permette di determinare se un sistema può essere classificato come '*collisionale*' oppure '*non collisionale*', infatti:

- *Sistema collisionale:*  $t_{dyn} \geq t_{2b}$
- *Sistema non collisionale:*  $t_{dyn} < t_{2b}$

Dalla (9) si osserva che il valore del  $t_{2b}$  è proporzionale a  $N_*$  e ciò può risultare controintuitivo: infatti solitamente all'aumentare del numero di particelle l'effetto delle collisioni dovrebbe diventare più significativo, non meno.

Nel caso delle galassie si considerino i seguenti valori:

$$\begin{cases} N_* \approx 10^{11} \\ t_{dyn} \approx 250 Myr \end{cases} \quad (10)$$



Ottenendo:

$$\frac{t_{2b}}{t_{dyn}} \approx 10^9 \quad (11)$$

Perciò nelle galassie il *tempo di rilassamento* è molto maggiore dell'età dell'universo. Affinché il trasferimento di energia dovuto alle interazioni gravitazionali tra le stelle possa influenzare significativamente le loro orbite, una stella dovrebbe attraversare la galassia almeno un miliardo di volte. Di conseguenza, le galassie possono essere considerate *sistemi non collisionali*.

## 2.4 Equazione non collisionale di Boltzmann (CBE)

La funzione di distribuzione citata precedentemente  $f = f(x, v; t)$  contiene informazioni complete riguardo velocità e posizioni di tutte le particelle del sistema ad ogni tempo. Pertanto un'equazione differenziale alle derivate parziali di essa risulta essere uno degli strumenti migliori per descrivere l'evoluzione di sistemi non collisionali. Tale equazione è conosciuta come *equazione non collisionale di Boltzmann*.

Prima di definirla si assume che, oltre alla presenza del potenziale associato alla densità continua  $\phi(x; t)$ , ci sia un potenziale esterno  $\phi_{ext}(x; t)$  dovuto a una distribuzione di densità esterna al sistema considerato.

Dunque l'equazione risulta essere:

$$\frac{Df}{Dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \langle v, \frac{\partial f}{\partial x} \rangle - \langle \frac{\partial \phi_T}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial v} \rangle = 0 \quad (12)$$

dove

$$\nabla^2 \phi(x; t) = 4\pi G \int_{\mathbb{R}} f d^3v \quad (13)$$

con

$$\begin{aligned} \phi_T &= \phi + \phi_{ext} \\ \phi_{ext} &= \phi_{ext}(x; t) \\ f(x, v; 0) &= f_0(x, v) \end{aligned} \quad (14)$$

La soluzione può essere ricavata tramite il *metodo delle caratteristiche*, dove le caratteristiche associate all'equazione (12) sono note solo se vengono risolte le seguenti equazioni differenziali ordinarie:

$$\begin{cases} \dot{x} = v \\ \dot{v} = -\frac{\partial \phi_T}{\partial x} \end{cases} \quad (15)$$

con condizioni iniziali  $x(0) = x^0$  e  $v(0) = v^0$ .

Tuttavia, la risoluzione dell'equazione è un problema ancora irrisolto e di conseguenza l'ipotesi di non collisionalità non è analiticamente supportata al fine di costruire un modello di galassia nel caso generale.

A tal proposito l'alternativa consiste nell'estrarre informazioni dall'equazione (12) applicando il cosiddetto *metodo dei momenti*, che comporta la costruzione equazioni differenziali più semplici. Tali equazioni sono dette *equazioni di Jeans*.

## 2.5 Equazioni di Jeans

Si introducono quattro funzioni:

1. *Densità di stelle:*

$$\rho(x, t) = \int_{\mathbb{R}} f d^3v \quad (16)$$

2. *Velocità Media:*

$$\bar{v}_i(x, t) = \frac{1}{\rho} \int_{\mathbb{R}} f v_i d^3v \quad (17)$$

3. *Prodotto medio di velocità:*

$$\overline{v_i v_j}(x, t) = \frac{1}{\rho} \int_{\mathbb{R}} f v_i v_j d^3v \quad (18)$$

4. *Tensore di dispersione di velocità:*

$$\sigma_{ij}^2 = \overline{v_i v_j} - \bar{v}_i \bar{v}_j \quad (19)$$

Integrando la *CBE* rispetto alle velocità si ottiene la *prima equazione di Jeans* (momento di ordine 0), equivalente alla *legge di continuità per la massa*:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{v}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (20)$$

Calcolando l'integrale del prodotto tra  $v_i$  e la *CBE* si ottiene la *seconda equazione di Jeans* (momento di ordine 1), nonché *legge di conservazione dell'impulso*:

$$\frac{\partial \rho \bar{v}_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho \overline{v_i v_j}}{\partial x_j} + \rho \frac{\partial \phi_T}{\partial x_i} = 0 \quad (21)$$

Combinando la (20) e la (21) si ottiene la *terza equazione di Jeans*, analoga all'*equazione di Eulero* per un fluido incompressibile sotto l'azione di un potenziale  $\phi$  e di un tensore di stress  $\rho \sigma^2$ :

$$\rho \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \rho v_j \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} = -\rho \frac{\partial \Phi_T}{\partial x_i} - \frac{\partial \rho \sigma_{ij}^2}{\partial x_j} \quad (22)$$

Tuttavia studiando i momenti agli ordini successivi è possibile ottenere una *gerarchia infinita di equazioni* e, affinché tale sistema si 'chiuda', è necessario fare delle ipotesi riguardo la forma del *tensore di dispersione delle velocità*  $\sigma_{ij}^2$ . Esso è fondamentale poiché la presenza di un tensore di dispersione di velocità di natura ellissoidale determina un *sistema ansiotropo* (galassie), distinguendolo da un *sistema isotropo* (fluido ordinario). Conseguentemente la temperatura nelle galassie avrà un comportamento tensoriale e, a causa della diversa lunghezza degli assi dell'ellissoide, il gas stellare sarà più caldo in corrispondenza dell'asse maggiore e più freddo in corrispondenza dell'asse minore. Pertanto, affinché in una galassia avvenga l'isotropizzazione delle componenti quadratiche delle velocità stellari è necessario attendere tempi scala paragonabili al  $t_{2b}$ , maggiore dell'età dell'universo. Si può concludere che *l'ansiotropia è una stretta conseguenza dei sistemi non collisionali*.

## 2.6 Teorema del Viriale

Le *equazioni di Jeans* possono essere utilizzate come punto di partenza al fine di sviluppare un ulteriore insieme di equazioni dei momenti, definiti sullo *spazio delle configurazioni* (similmente al metodo utilizzato per definire le *equazioni di Jeans* sullo *spazio delle velocità*). Così facendo si ottiene la *gerarchia dei viriali in forma tensoriale* e, considerando la traccia dell'equazione viriale tensoriale del secondo ordine, si ottiene il *teorema del viriale in forma scalare*:

$$\frac{1}{2} \frac{d^2 I}{dt^2} = 2K + U + W \quad (23)$$

con I momento di inerzia, K energia cinetica, U energia potenziale e W energia di interazione.

Si tratta di un'equazione fondamentale per lo studio delle galassie: infatti, oltre a fornire varie proprietà cinematiche e morfologiche, grazie ad essa è possibile dimostrare che lo schiacciamento delle galassie ellittiche è dovuto all'anisotropia del tensore di dispersione di velocità e non alla rotazione.

Infine nel caso in cui  $W = 0$  e  $\ddot{I} = 0$  il sistema è detto *'virializzato'* e l'equazione si riduce a:

$$2K = -U \quad (24)$$

ovvero un'equazione che rappresenta la *condizione di equilibrio di un sistema autogravitante*.

# Capitolo 3

## 3 Dinamica delle galassie ellittiche

Le galassie ellittiche sono sistemi considerati in buona approssimazione *'trasparenti'*, infatti sono costituite principalmente da stelle vecchie e scarseggiano di gas e polveri interstellari. Di conseguenza la luce proveniente da stelle e altri oggetti all'interno della galassia non subisce forti attenuazioni a causa della bassa opacità del mezzo interstellare.

Quindi, considerando le galassie ellittiche come degli *elissoidi trasparenti*, la loro proiezione su un piano verticale dimostra che le 'linee' che uniscono tutti i punti di eguale luminosità superficiale, dette *isofote*, sono delle ellissi. Non tutte le isofote presentano la stessa ellitticità e, talvolta, anche l'angolo di posizione può variare: qualora si identifichi in una galassia la presenza di questo fenomeno si parla di *isophotal twisting*. Tramite lo studio delle isofote è possibile distinguere due tipologie di elissoidi (e quindi di galassie): elissoide biassiale ed elissoide triassiale. Quest'ultime sono le più comuni e sono caratterizzate da tre assi di simmetria l'uno diverso dall'altro. Pertanto se la galassia presenta *isophotal twisting*, allora si può affermare con certezza che si tratta di una galassia triassiale.

La triassialità delle galassie ellittiche è un risultato fondamentale poiché smentisce l'ipotesi sostenuta fino ad una decina di anni fa, secondo la quale tutte le galassie ellittiche fossero sferoidi oblati e che il loro appiattimento fosse dovuto alla loro velocità rotazionale. Ora, in seguito alle misurazioni delle velocità delle galassie ellittiche, è possibile dimostrare che in realtà l'appiattimento è dovuto all'anisotropia delle velocità (già citata precedentemente).

### 3.1 Profili di brillantezza

Il *profilo di brillantezza* è una rappresentazione grafica della brillantezza superficiale di una galassia in funzione della distanza dal suo centro. Nel caso delle galassie ellittiche i coniugi De Vaucouleurs nel 1948 hanno formulato una legge empirica, ottenuta osservando delle galassie ellittiche e sviluppando i loro profili di brillantezza. Essa permette di dimostrare che nelle galassie ellittiche la brillantezza superficiale ( $I$ ) tende a calare lentamente con il raggio ( $R$ ):

*Legge di De Vaucouleurs:*

$$\frac{I(R)}{I(0)} = e^{-7.67\left(\frac{R}{R_e}\right)^{\frac{1}{4}}} \quad (25)$$

Con  $R_e$  raggio effettivo, nonché raggio dell'isofota contenente metà della luminosità totale.

Si tratta di un'equazione all'ordine zero e risulta essere un caso particolare di una legge più generale:

*Legge di Sersic:*

$$I(R) = I(0)e^{-b(m)\left(\frac{R}{R_e}\right)^{\frac{1}{m}}} \quad (26)$$

Con  $m$  indice di Sersic che nel caso della *legge di De Vaucouleurs* corrisponde a 4.

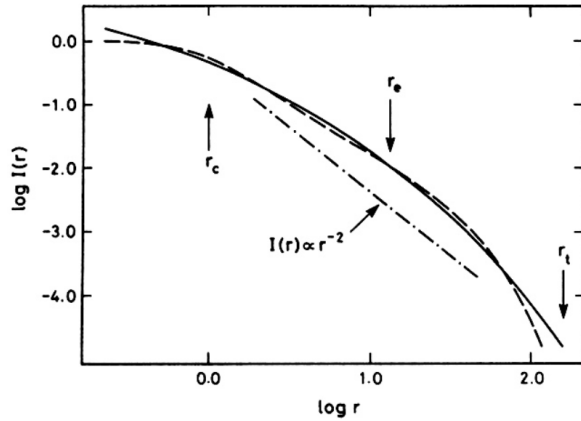


Figura 3.1: Profilo di De Vaucouleurs (linea continua) con indice di Sersic pari a 4.  
Fonte: <https://ned.ipac.caltech.edu/level5/March02/Efstathiou/Figures/figure2.1.jpg>

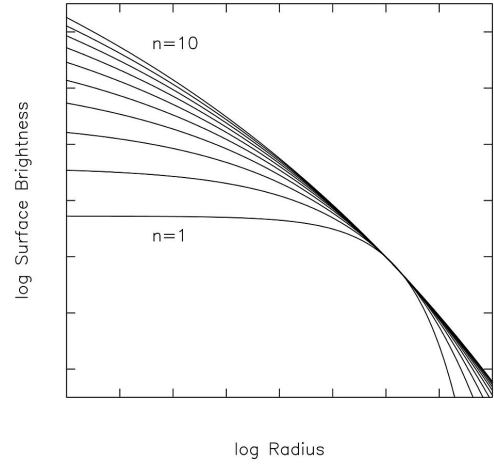


Figura 3.2: Profilo di Sersic che varia in base all'indice n. Fonte: Wikipedia

### 3.2 Leggi empiriche e Piano Fondamentale (FP)

Tra gli anni '60 e '80, l'osservazione delle galassie ellittiche ha portato all'individuazione di tre leggi fondamentali che consentono di stabilire una correlazione tra tre parametri osservabili: la *dispersione di velocità*, il *raggio effettivo* e la *luminosità*.

1. **Legge di Faber-Jackson**(1976): mette in relazione luminosità e dispersione di velocità

$$L \propto \sigma^4 \quad (27)$$

e la distribuzione delle galassie sul grafico  $\log L - \log \sigma$  avviene lungo una fascia con ampiezza  $\Delta L \approx 40\%$ .

2. **Legge di Kormendy**(1977): mostra una correlazione tra luminosità e raggio effettivo

$$L \propto R_e \quad (28)$$

con incertezza  $\Delta L \approx 40\%$ .

3. **Legge  $D_n - \sigma$** : lega il raggio effettivo alla dispersione di velocità

$$R_e \propto \sigma^4 \quad (29)$$

associando sempre un'incertezza dell'ordine del 40%.

Nel 1987 Djorgovski e Davis scoprirono una relazione speciale all'interno di uno spazio tridimensionale. Tale relazione si sviluppa su un piano, detto *piano fondamentale*, il quale stabilisce un legame tra le tre quantità osservabili precedentemente menzionate. Il piano è individuato dalla relazione:

$$\alpha \log L + \beta \log \sigma + \gamma \log R_e = \delta \quad (30)$$

Il risultato ottenuto è fondamentale per due ragioni:

- Sul FP l'errore del 40 % si riduce ad un'incertezza inferiore al 5 %, permettendo così di conoscere le distanze delle galassie con un'elevata precisione.
- Le galassie ellittiche seguono tutte lo stesso modello, ovvero sono sistemi *omologhi*.

Pertanto, sebbene il piano non sia parallelo a nessuno dei tre assi, attraverso le sue proiezioni lungo i vari piani definiti dagli assi, si possono ottenere le tre leggi empiriche citate precedentemente.

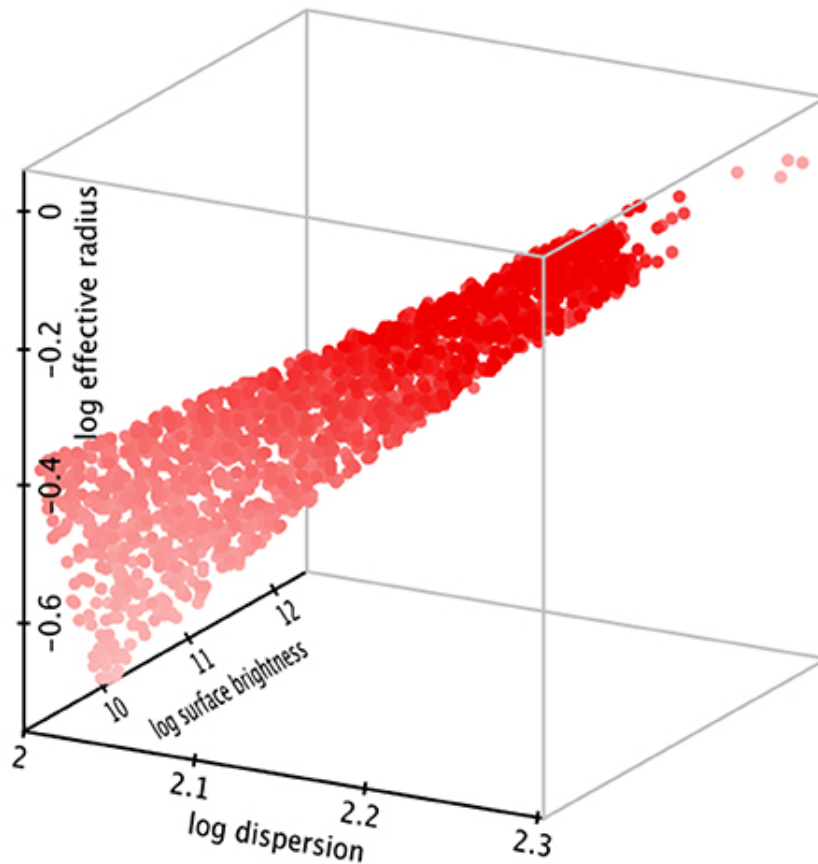


Figura 3.3: Piano fondamentale tridimensionale.

Fonte: [https://www.frontiersin.org/files/Articles/534883/fspas-07-00021-HTML/image\\_m/fspas-07-00021-g001.jpg](https://www.frontiersin.org/files/Articles/534883/fspas-07-00021-HTML/image_m/fspas-07-00021-g001.jpg)

# Capitolo 4

## 4 Dinamica delle galassie a spirale

Le galassie a spirale sono sistemi caratterizzati da diverse strutture interne. Dal punto di vista dinamico è fondamentale effettuare una distinzione tra *bulge* e *disco*:

- *Bulge*: mostra una struttura simile a quella delle galassie ellittiche. Infatti, tramite la combinazione di misure osservabili e fotometriche, si osserva che questa componente risiede sul medesimo piano fondamentale delle galassie ellittiche, presentando velocità di rotazione più elevate.
- *Disco*: è caratterizzato da stelle che ruotano attorno al centro galattico, assumendo moti circolari prevalentemente ordinati. Questi moti, noti come *moti di rotazione*, vengono studiati attraverso le *curve di rotazione*, che descrivono l'andamento circolare di stelle e gas in relazione alla loro distanza dal centro galattico.

### 4.1 Curva di rotazione

La *curva di rotazione* è una proprietà del campo gravitazionale che fornisce informazioni sul moto di un oggetto ad una certa distanza dal centro della galassia. Per costruirla è necessario conoscere le *velocità di rotazione*, che possono essere stimate ad esempio tramite lo studio dell'emissione radio dell'idrogeno neutro (HI) alla lunghezza d'onda di 21 cm.

Per analizzare la *curva di rotazione* è necessario introdurre tre tipologie di distribuzione di materia:

#### 1. Massa puntiforme

Se si considera un oggetto che ruota attorno ad una massa puntiforme, la curva di rotazione corrisponderà ad una *curva Kepleroiana*, in cui, con l'aumentare delle distanze, diminuisce la velocità. Eguagliando l'accelerazione centripeta  $\frac{v^2}{r}$  e l'accelerazione gravitazionale  $\frac{GM}{r^2}$ , si ottiene una proporzione importante che determina l'andamento decrescente della curva:

$$v \propto \sqrt{\frac{M}{r}} \quad (31)$$

chiamata anche *caduta kepleroiana*. Pertanto la curva soddisfa la *terza legge di Keplero*, secondo la quale oggetti lontani rimangono 'indietro' rispetto ad oggetti più vicini.

#### 2. Distribuzione a simmetria sferica

In questo caso vale il *teorema del guscio sferico*, formulato da *Newton* e dimostrato tramite il *teorema di Gauss*. Esso si compone di due affermazioni:

- la forza gravitazionale esercitata da un guscio sferico su una particella posta al suo interno è nulla;
- la forza gravitazionale esercitata su una particella esterna al guscio sferico è pari a quella di una particella puntiforme di massa  $M$  posta nel suo centro.

In questo caso la massa dipende da  $r$ , poichè c'è distribuzione di materia, infatti:

$$v \propto \sqrt{\frac{M(r)}{r}} \quad (32)$$

Quindi, inizialmente c'è una crescita di velocità all'aumentare della distanza dal centro, fino al raggiungimento del bordo, dove la curva decresce come la caduta kepleriana.

### 3. Distribuzione di materia a disco

Nel caso in questione, che rappresenta maggiormente il comportamento delle galassie a spirale, il *teorema del guscio sferico* non è più soddisfatto, infatti le particelle all'interno del disco sono soggette ad un campo di gravità che dipende dalla materia interna ed esterna rispetto ad un raggio scelto.

Tuttavia le osservazioni non rispecchiano l'andamento teorico della distribuzione a disco. Infatti la curva dovrebbe subire una crescita iniziale, poi, con la presenza di stelle, subire un appiattimento (che giustifica la presenza di una *rotazione differenziale*) e infine decrescere dopo aver superato la fine del disco. In realtà, studiando le nubi di idrogeno neutro (HI), si può notare che l'andamento continua ad essere abbastanza piatto e costante anche dopo la fine del disco.

Questo fenomeno è dovuto alla presenza di *materia oscura*, ovvero una tipologia di materia che non emette radiazione ed è rilevabile solamente tramite effetti gravitazionali, come in questo caso con le curve di rotazione.

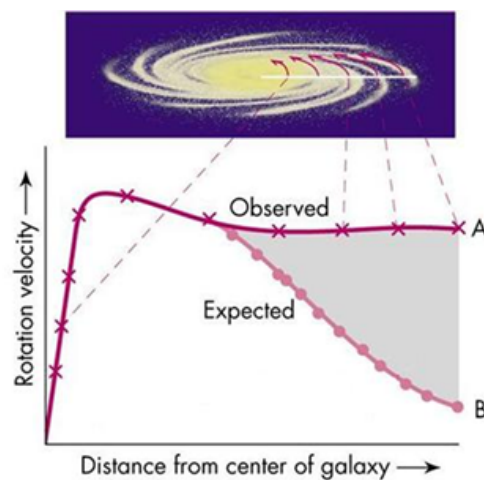


Figura 4.1: Curva di rotazione: è evidenziata la differenza tra curva prevista e osservata.

Fonte:

<https://astroschio.it/wp-content/uploads/2019/10/curva-di-rotazione.png>

## 4.2 Legge di Tully-Fischer

La *legge di Tully-Fischer* è una legge empirica valida per le galassie a spirale.

Essa esprime una relazione tra luminosità totale della galassia e velocità delle stelle nel disco:

$$L \propto v_{rot}^4 \quad (33)$$



La velocità può essere individuata o con la curva di rotazione, andando a identificare la velocità corrispondente alla zona piatta della curva, oppure tramite radio-telescopio per effetto doppler. Conseguentemente, ponendo la velocità nel grafico della legge Tully-Fisher, sarà possibile definire la luminosità assoluta, seppur con una dispersione del 40 %.

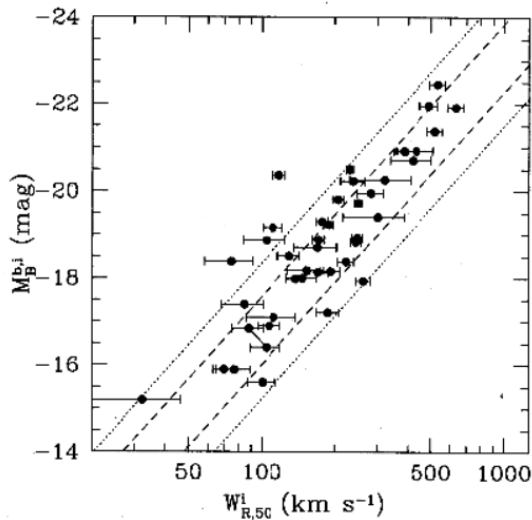


Figura 4.2: Relazione Tully-Fisher per un esempio di *galassia LSB* (Low Surface Brightness galaxy).

Fonte: <http://burro.cwru.edu/Academics/Astr328/Notes/DistScale/TF/LSBTF.gif>

### 4.3 Dinamica dei bracci a spirale

Il disco delle galassie a spirale mostra la presenza di bracci che si 'avvolgono' verso il centro galattico, i quali sono evidenziati otticamente dalla presenza di stelle O e B e dalle regioni di idrogeno ionizzato (HII). Le stelle di tipo O e B hanno vita breve e, dal momento che la struttura dei bracci a spirale persiste nel tempo, è evidente che la formazione stellare sia un processo continuo nel disco.

La struttura dei bracci non è dovuta alla *rotazione differenziale* e la materia costituente non è sempre la stessa. Si tratta di un'onda di densità 'mantenuta dall'autogravità', dovuta alla distribuzione della materia su larga scala nella galassia, la quale non è assisimmetrica e causa delle perturbazioni del potenziale gravitazionale. Sono proprio le perturbazioni che creano contrasti di densità (onde), i quali sono massimi in corrispondenza dei bracci a spirale.

In aggiunta, la presenza di una rotazione differenziale sul disco spiega il '*winding dilemma*', secondo il quale gli oggetti più esterni sono 'in ritardo' rispetto ad oggetti più interni, causando così un avvolgimento più stretto nella parte centrale che tende a scomparire nelle zone più esterne.

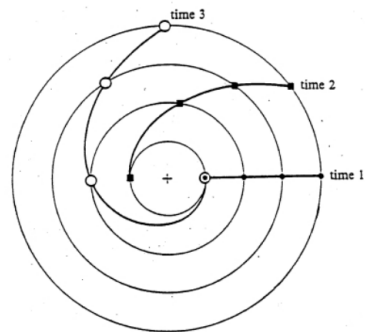


Figura 4.3: Il dilemma dell'avvitamento dei bracci a spirale. Fonte: F. Matteucci. Introduzione all'evoluzione di stelle e galassie - dispense. Trieste.

## Riferimenti bibliografici

- [1] 19 astronomi e docenti universitari. *Leggere il cielo*. Bologna, 1999-2000.
- [2] L. Ciotti. *Alcune questioni matematiche riguardanti la dinamica stellare*. A. Zanichelli Editore, 2002.
- [3] L. Ciotti. *Appunti di dinamica stellare*. Bertinoro, 2006.
- [4] L. Ciotti. *Introduction to Stellar Dynamics*. Cambridge University press, 2021.
- [5] L. Ciotti. *Appunti di Astrofisica Extragalattica*. Bologna, 2022.
- [6] F. Matteucci. *Introduzione all'evoluzione di stelle e galassie - dispense*. Trieste, 2021-2022.