

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Scuola di Scienze
Dipartimento di Fisica e Astronomia
Corso di Laurea in Fisica

**STUDIO DI ALGORITMI DI
TRACCIAMENTO E RICOSTRUZIONE
DI VERTICI DI INTERAZIONE
NELL'ESPERIMENTO FOOT**

Relatore:
Prof. Matteo Franchini

Presentata da:
Emilio Apicella

Correlatore:
Dott. Giacomo Ubaldi

Anno Accademico 2022/2023

Non andartene docile in quella buona notte, i vecchi dovrebbero bruciare e delirare al serrarsi del giorno; infuria, infuria, contro il morire della luce ...

D. Thomas

Ai miei Genitori e ai miei Nonni.

Abstract

L'adroterapia è un trattamento terapeutico per la cura dei tumori che prevede l'irradiazione della massa tumorale con fasci di particelle cariche adroniche con un'energia compresa tra 200-400 MeV/u. Questo trattamento consente una maggiore precisione e intensità rispetto alla convenzionale radioterapia, ma la possibilità di interazioni nucleari resta una fonte non trascurabile di incertezza del trattamento in quanto mancano dati riguardo le sezioni d'urto a questa scala di energia. L'esperimento FOOT (FragmentatiOn Of Target) si propone di colmare questa lacuna.

Viene presentato un lavoro di studio di ottimizzazione dell'algoritmo di tracciamento del rivelatore di vertice svolto su un campione di dati simulati di un fascio di Ossigeno su un bersaglio di Carbonio. L'algoritmo base ha mostrato un'efficienza del 94.52%.

Tramite due tagli sul χ^2 (> 500 e > 50) del fit di traccia si è migliorata la purezza dell'algoritmo: nel primo caso si è ottenuta una purezza del 96.00% senza alterarne l'efficienza; nel secondo caso si è ottenuta una purezza del 99.02% perdendo molto poco sull'efficienza (94.49%).

In seguito, è stato applicato un taglio che ha consentito la selezione esclusiva delle tracce relative ai frammenti primari. Tale approccio ha prodotto un'efficienza del 94.74% e una purezza del 94.82% nella ricostruzione delle tracce dei soli frammenti primari.

A partire dalle tracce ottenute vengono ricostruiti i punti di vertice; questi risultano essere centrati intorno all'origine con una σ di $\sim 3\text{ mm}$. È generato in media un solo vertice per evento.

I risultati ottenuti hanno evidenziato le prestazioni dell'algoritmo sviluppato, anche in confronto all'algoritmo implementato in SHOE. L'algoritmo discusso nella presente tesi ha preliminarmente dimostrato una valida alternativa nella ricostruzione delle tracce, risultando più efficiente a simile purezza. A ulteriore conferma, i due algoritmi hanno mostrato distribuzioni compatibili per le variabili selezionate.

Indice

Introduzione	i
1 Radiazioni e Applicazioni alle Terapie Oncologiche	1
1.1 Sezione d'urto	1
1.2 Interazione fotoni - materia	1
1.2.1 Effetto fotoelettrico	2
1.2.2 Effetto Compton	3
1.2.3 Produzione di coppie e^\pm	3
1.3 Interazione particelle cariche - materia	4
1.3.1 Interazioni particelle cariche pesanti - materia	5
1.3.2 Interazioni elettrone - materia	7
1.4 Interazione e Frammentazione Nucleare	9
1.5 Radiobiologia e Parametri Biologici	10
1.6 Applicazioni	12
1.6.1 Radioterapia	13
1.6.2 Adroterapia	14
2 Esperimento FOOT	16
2.1 Metodo della cinematica inversa	17
2.2 Apparato per Frammenti Pesanti	17
2.2.1 Regione Pre Target	18
2.2.2 Regione di Tracciamento	20
2.2.3 Regione di Identificazione frammenti	23
2.3 Apparato per Frammenti Leggeri	24
3 Metodi di Tracking e Vertexing	27
3.1 Simulazione - FLUKA	27
3.2 Tracking	28
3.2.1 Kalman Filter	28
3.2.2 Trasformata di Hough	29
3.2.3 Tracciamento in FOOT	30

3.3	Vertexing	32
3.3.1	Metodo Billoir	33
3.3.2	L'algoritmo VQE	33
4	Ricostruzione di Tracce e Vertici di Interazione	35
4.1	Dati utilizzati	35
4.2	Implementazione dell'algoritmo	37
4.2.1	Tracciamento	37
4.2.2	Studi di Ottimizzazione	38
4.2.3	Vertexing	58
4.3	Risultati Algoritmo implementato in SHOE	60
	Conclusioni	64

Introduzione

Tra le malattie che hanno maggiormente colpito la popolazione mondiale nell'ultimo secolo ci sono le neoplasie, più comunemente denominate tumori. Questi indicano la presenza di mutazioni che portano alla proliferazione cellulare anche dopo la cessazione degli stimoli che hanno indotto il processo.

Sono diversi i metodi utilizzati nella cura dei tumori: chirurgia, chemioterapia, immunoterapia, radioterapia e adroterapia. Queste ultime due sono basate rispettivamente sull'irraggiamento della zona tumorale da parte di fotoni (*radioterapia*) e protoni o ioni pesanti (*adroterapia*). Nonostante la radioterapia sia la più convenzionale delle due, ci sono casi in cui questa non può essere applicata (e.g. tumore situato troppo in profondità, tumore vicino a un organo vitale). Con l'adroterapia questi problemi non si presentano a causa del diverso modo di interagire delle particelle cariche rispetto ai fotoni e al diverso profilo di rilascio di energia: essa permette dunque di avere trattamenti più precisi e intensi.

Una caratteristica di questa tecnica è che una volta all'interno del corpo umano gli ioni, a differenza dei fotoni, possono subire interazioni nucleari con i nuclei del corpo e produrre frammenti con profilo di rilascio di dose differente e non previsto che potrebbe dunque danneggiare le zone limitrofe al tumore se non simulate adeguatamente. Alle energie utilizzate in adroterapia, attualmente non ci sono dati in letteratura che descrivano i processi nucleari appena citati.

L'esperimento FOOT (FragmentatiOn Of Target), approvato dall'INFN nel 2017, nasce con l'obiettivo di colmare queste lacune misurando le sezioni d'urto di produzione dei frammenti nucleari. Dato l'ambito di utilizzo dei risultati di FOOT, le sezioni d'urto devono essere misurate con estrema precisione. Risulta quindi di fondamentale importanza l'algoritmo di tracciamento che è il primo passo da svolgere per identificare i frammenti prodotti e le loro caratteristiche.

Tale aspetto costituisce il fulcro di questa tesi: ho implementato e testato un algoritmo di tracciamento e vertexing su un campione di dati simulato relativi ad un fascio di nuclei di Ossigeno da 400 MeV/u su un bersaglio di Carbonio. L'algoritmo in questione si prefigge di ricostruire le tracce e i vertici di interazione dei frammenti rivelati dai quattro piani del rivelatore di pixel al silicio tramite un fit lineare combinatoriale di tutti i cluster accessi nei piani del rivelatore. Successivamente ho comparato l'efficienza e la purezza

dell'algoritmo, insieme alle distribuzioni di diverse variabili, con quelle dell'algoritmo di tracciamento utilizzato in FOOT.

La tesi è suddivisa in quattro capitoli. Nel primo capitolo ho discusso le principali interazioni tra radiazioni e materia e le applicazioni di queste in medicina (radioterapia e adroterapia) e radioprotezione spaziale.

Nel secondo capitolo è descritto l'esperimento FOOT, i suoi obiettivi e il suo apparato sperimentale.

Nel terzo capitolo, essendo una tesi incentrata sugli algoritmi di tracciamento e vertexing, ho preso in analisi diversi metodi di ricostruzione di tracce e vertici di interazione in Fisica delle particelle.

Nel quarto e ultimo capitolo è stato esposto il principio di funzionamento sottostante all'algoritmo, le distribuzioni caratteristiche delle tracce e dei vertici di interazione ricostruiti, le efficienze e le purezze, basate sull'analisi degli eventi Monte Carlo che sono stati oggetto di studio. Inoltre, è stato condotto un confronto con l'algoritmo di tracciamento e vertexing impiegato in FOOT.

Capitolo 1

Radiazioni e Applicazioni alle Terapie Oncologiche

Le terapie oncologiche che coinvolgono l'utilizzo di radiazione, quali l'adroterapia e la radioterapia, sono possibili grazie a uno studio approfondito dei processi che caratterizzano l'interazione di questa con i costituenti del corpo umano. La materia biologica può reagire diversamente in base al tipo di radiazione usato. La prima parte di questo capitolo ha lo scopo di descrivere i processi che caratterizzano le interazioni dei diversi tipi di radiazione con il corpo umano e la probabilità con la quale essi avvengono [1].

1.1 Sezione d'urto

La sezione d'urto è una grandezza di notevole importanza in fisica nucleare e subnucleare in quanto rappresenta l'effettiva area di interazione tra due particelle che collidono, viene infatti misurata in unità di superficie.

In fisica delle particelle la sezione d'urto è utilizzata come misura della probabilità che avvenga un certo processo.

Il suo valore dipende dalle interazioni presenti nel processo e dalle proprietà delle particelle coinvolte nell'interazione quale ad esempio la loro energia.

1.2 Interazione fotoni - materia

Un fotone, interagendo con la materia, trasferisce energia alle particelle cariche (generalmente elettroni legati) e queste la rilasciano tramite interazioni secondarie.

L'intensità di un fascio di fotoni che attraversa un tratto di materiale ha un andamento descritto dalla seguente equazione:

$$I(x) = I(0) e^{-\mu x} \quad (1.1)$$

dove $I(x)$ rappresenta l'intensità del fascio dopo aver percorso una distanza x , $I(0)$ l'intensità del fascio prima di interagire con il mezzo e μ è il coefficiente di assorbimento dei fotoni, la cui espressione è:

$$\mu = N\sigma = \frac{\sigma N_a \rho}{A} \quad (1.2)$$

dove N è la densità volumetrica di particelle del fascio, σ è la sezione d'urto del processo in esame, N_a è il numero di Avogadro, ρ è la densità del mezzo e A è il suo numero di massa.

L'interazione dei fotoni con la materia è di carattere probabilistico. La probabilità di interazione dipende dall'energia del fotone e dalle caratteristiche del materiale con cui potrebbe interagire, quali numero atomico e densità elettronica. I tre principali tipi di possibili interazioni dei fotoni sono l'effetto fotoelettrico, l'effetto Compton e la produzione di coppie.

1.2.1 Effetto fotoelettrico

L'effetto fotoelettrico [2], rappresentato in Fig. 1.1, consiste nell'emissione di elettroni o altre particelle cariche da parte di un materiale a seguito dell'assorbimento di un fascio di luce. Gli elettroni emessi vengono chiamati fotoelettroni; questi acquistano tutta l'energia del fotone assorbito meno l'energia di legame dell'elettrone con l'atomo.

Gli elettroni della shell K sono i più legati e sono quelli che forniscono un contributo maggiore alla sezione d'urto di questo processo. Se l'energia di un fotone è minore di quella di un elettrone appartenente a una data shell, questo non potrà essere emesso. L'andamento della sezione d'urto dell'effetto fotoelettrico è il seguente:

$$\sigma_{pe} \sim \begin{cases} Z^4/(h\nu)^3 & \text{basse energie} \\ Z^5/(h\nu) & \text{alte energie} \end{cases} \quad (1.3)$$

dove Z è il numero atomico del mezzo irradiato, h la costante di Planck e ν la frequenza del fotone.

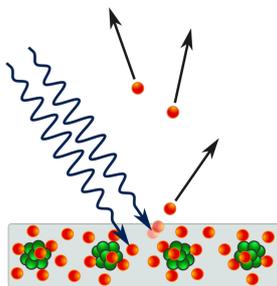


Figura 1.1: Rappresentazione dell'effetto fotoelettrico.

1.2.2 Effetto Compton

Questo processo [2] avviene quando un fotone trasferisce parte della sua energia a un elettrone delle shell meno legate di un atomo. Il fotone perde energia e cambia direzione: è quindi un fenomeno di diffusione inelastica.

La lunghezza d'onda del fotone diffuso a seguito dell'urto è:

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\phi) \quad (1.4)$$

Dove λ è la lunghezza d'onda del fotone incidente, h è la costante di Planck, c è la velocità della luce nel vuoto, ϕ è l'angolo tra la direzione del fotone diffuso e la direzione iniziale ed m_e è la massa dell'elettrone.

La sezione d'urto differenziale è descritta dalla formula di Klein-Nishina:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = \frac{r_0^2}{2} \left(\frac{k}{k_0} \right)^2 \left(\frac{k}{k_0} + \frac{k_0}{k} - \sin^2(\theta) \right) \quad (1.5)$$

con $k_0 = \frac{h\nu_0}{m_e c^2}$, $k = \frac{h\nu}{m_e c^2}$ e $r_0 = \frac{\alpha_{EM} \hbar c}{m_e c^2}$ dove h è la costante di Planck, \hbar è la costante di Planck ridotta, α_{EM} è la costante di struttura fine, ν_0 la frequenza del fotone prima dell'urto, ν la frequenza del fotone dopo l'urto, m_e la massa dell'elettrone e c la velocità della luce.

Integrando l'Eq. 1.5 si ottiene che la sezione d'urto totale è proporzionale a Z/E

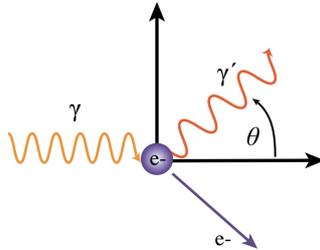


Figura 1.2: Rappresentazione dell'effetto Compton.

1.2.3 Produzione di coppie e^\pm

Questo processo avviene in presenza di un campo Coulombiano generato da un nucleo atomico. Il fotone viene assorbito, causando l'emissione di una coppia elettrone-positrone. Per la conservazione dell'energia, il fotone deve avere un'energia minima pari a quella delle due particelle a riposo, ovvero $2 m_e = 1.022 MeV$. Il processo è riportato

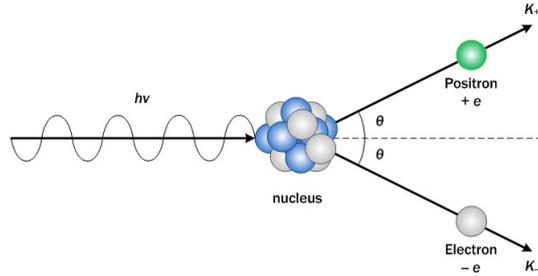


Figura 1.3: Rappresentazione della produzione di una coppia elettrone-positrone.

in Fig. 1.3. La sezione d'urto totale di questo processo è descritta dalla seguente formula [3]:

$$\sigma \propto Z^2 \alpha_{EM} r_e^2 \left\{ \frac{7}{9} [\log(183Z^{1/3} - f(Z)) - \frac{1}{54}] \right\} \quad (1.6)$$

dove Z il numero atomico del nucleo, α_{EM} è la costante di struttura fine, r_e è il raggio dell'elettrone ed $f(Z)$ è una funzione di correzione, .

1.3 Interazione particelle cariche - materia

Le interazioni delle particelle cariche con la materia riguardano il trasferimento di energia da queste al mezzo che attraversano. Le particelle cariche vengono suddivise in elettroni e particelle cariche pesanti (con massa maggiore di quella dell'elettrone) [4].

A causa della carica, queste interagiscono con la materia molto diversamente rispetto a quanto fanno i fotoni. Le particelle cariche, attraversando la materia, interagiscono continuamente con gli elettroni e i nuclei degli atomi circostanti: esse rallentano progressivamente man mano che avanzano nel materiale.

Ci sono cinque possibili tipi di interazioni:

1. Ionizzazione: espulsione di un elettrone a seguito del trasferimento di energia dalla particella alla nube elettronica degli atomi del mezzo;
2. Eccitazione: passaggio dell'elettrone a un livello energetico superiore a seguito del rilascio di energia dalla particella agli atomi del mezzo;
3. Bremsstrahlung: radiazione emessa a causa dell'accelerazione di una particella carica che attraversa il campo elettromagnetico atomico;
4. Radiazione Cerenkov: onda emessa quando la particella ha velocità maggiore della luce nel mezzo attraversato;
5. Interazione Nucleare Forte: vedi Sez. 1.4.

Alle energie considerate in questa tesi, e in adroterapia, il meccanismo primario di perdita di energia è la ionizzazione

1.3.1 Interazioni particelle cariche pesanti - materia

La sezione d'urto dell'interazione delle particelle cariche con gli elettroni ha un ordine di grandezza di circa 10^6 barns, notevolmente maggiore della sezione d'urto delle loro interazioni con il nucleo che è dell'ordine di grandezza dei 10 – 100 mbarns. Ciò rende l'interazione con gli elettroni molto più probabile di quella con i nuclei. In realtà a causa dell'elevata sezione d'urto non ha senso parlare di sezione d'urto di singola interazione con gli elettroni, ma dell'energia media totale scambiata su molti processi.

Equazione di Bethe-Bloch e Stopping Power

La perdita di energia dovuta all'interazione delle particelle cariche con gli elettroni atomici del materiale attraversato è ben descritta dalla formula di Bethe-Bloch (Eq. 1.7); che è una correzione relativistica della formula classica di Bohr. Il suo andamento è rappresentato in Fig. 1.4.

La parte più interessante per le energie utilizzate in adroterapia è il primo tratto della curva che va come $1/\beta^2$ fino ad arrivare al minimo della curva. Dato che la perdita di energia è un processo casuale dovuto agli urti elementari tra le particelle cariche e gli elettroni del mezzo, la formula di Bethe-Bloch è soggetta a fluttuazioni. Per grandi spessori del materiale attraversato queste fluttuazioni possono essere descritte da una Gaussiana, mentre per piccoli spessori è descritto dalla funzione di Landau.

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{\rho Z}{A} \frac{4\pi N_A m_e c^2}{M_U} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2} \right)^2 \frac{z^2}{\beta^2} \left[\ln \left(\frac{2m_e c^2 \beta^2}{I(1-\beta^2)} \right) - \beta^2 - \frac{\delta}{2} - \frac{C}{Z} \right] \quad (1.7)$$

Il significato di ogni termine è riportato in Tab. 1.1

La prima frazione descrive le proprietà del mezzo, le due frazioni successive sono una costante e l'ultimo termine descrive le caratteristiche del fascio incidente.

L'Eq. 1.7 definisce una nuova grandezza quale lo *Stopping Power* S che corrisponde all'energia media dE ceduta dalla particella carica per unità di percorso dx .

Range e Picco di Bragg

Il *Range* di una particella carica è la lunghezza media che essa percorre prima di perdere tutta la sua energia cinetica. Esso si può ottenere dallo stopping power integrando nello spettro energetico:

$$R(E_{IN}) = \int_{m_0 c^2}^{E_{IN}} \frac{dE}{dE/dx} \quad (1.8)$$

ρ	Densità del materiale
Z	Numero atomico del mezzo
A	Massa atomica del mezzo
N_A	Numero di Avogadro
m_e	Massa dell'elettrone a riposo
c	Velocità della luce
M_U	Massa particella carica incidente
e	Carica elettrica dell'elettrone
ϵ_0	Costante dielettrica del vuoto
z	Carica elettrica della particella incidente
β	v/c
I	Potenziale medio di ionizzazione del mezzo
δ	Correzione di densità, importante ad alte energie
C	Correzione di shell, importante a basse energie

Tabella 1.1: Termini dell'Eq. 1.7.

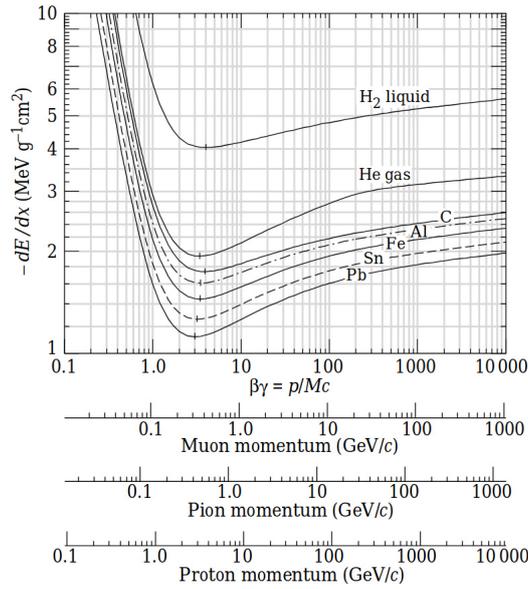


Figura 1.4: Stopping Power in funzione di $\beta\gamma$ per diversi mezzi.

Così come l'energia, anche il range sarà quindi soggetto a fluttuazioni statistiche. Ciò è dovuto al cosiddetto *range straggling*: nonostante l'energia iniziale di due particelle di egual carica sia la stessa, esse non si fermeranno mai alla stessa profondità.

Come si può vedere in Fig. 1.5, c'è una profondità in cui il rilascio di energia da parte della particella è massimo. Questo tratto viene chiamato *Picco di Bragg* e corrisponde

al punto in cui la particella tende a rallentare notevolmente la sua velocità aumentando così la probabilità di interagire con il materiale circostante.

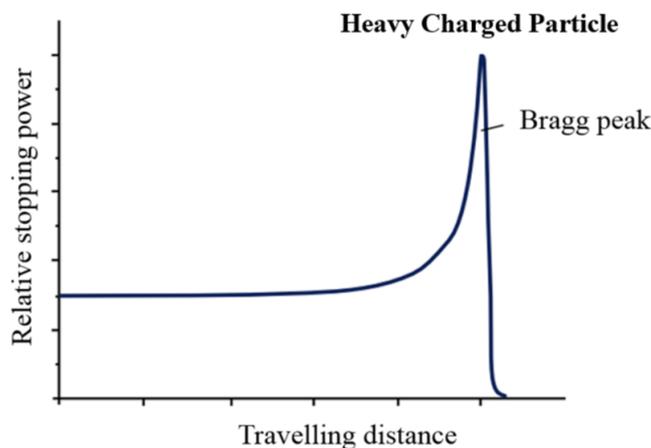


Figura 1.5: Rappresentazione Stopping Power e Picco di Bragg.

Diffusione elastica con i nuclei

Finora è stata trascurata l'interazione della particella con i nuclei del mezzo. Questa avviene sotto forma di diffusione elastica lungo il piano normale a quello di volo della particella.

La sezione d'urto differenziale di questo processo è descritta dalla formula di Rutherford:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 4E} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} \quad (1.9)$$

dove Z_1 è il numero atomico della particella, Z_2 è quello del nucleo, θ è l'angolo di deflessione ed E è l'energia della particella. Si tratta di un processo comunque non predominante nel caso di interesse di questa tesi.

1.3.2 Interazioni elettrone - materia

La perdita di energia dell'elettrone risulta significativamente differente rispetto a quella delle altre particelle cariche per le sue peculiari caratteristiche. Come si può vedere dalla Fig. 1.6, per un elettrone, la perdita di energia per ionizzazione domina a basse energie, il cui andamento è il seguente:

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{ioniz} = \frac{2\pi e^4}{m_e} \frac{1}{v^2} \rho Z \left[\ln\left(\frac{2m_e^2 v^2 E}{2I^2(1-\frac{v^2}{c^2})}\right) - \ln\left(2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} - 1 - \frac{v^2}{c^2}\right) + \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) + \frac{1}{8}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right)^2 \right] \quad (1.10)$$

dove v è la velocità dell'elettrone incidente, N e Z sono la densità e il numero atomico degli atomi del mezzo e I indica un parametro sperimentale legato all'eccitazione media e al potenziale di ionizzazione. Ad alte energie domina il contributo radiativo, quale l'emissione per Bremsstrahlung. La perdita di energia per unità di percorso dovuta a questo fenomeno è data dalla seguente formula:

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{rad} \approx \frac{4N_a Z^2 \alpha^3 (\hbar c)^2}{m_e^2 c^4} E \ln\left(\frac{183}{Z^{1/3}}\right) \quad (1.11)$$

dove N_a è il numero di atomi per unità di volume, Z è il numero atomico del mezzo, α è la costante di struttura fine, \hbar è la costante di Planck ridotta e m_e è la massa dell'elettrone.

Il valore di energia in cui la perdita di energia per ionizzazione eguaglia quella per bremsstrahlung è chiamato *energia critica*.

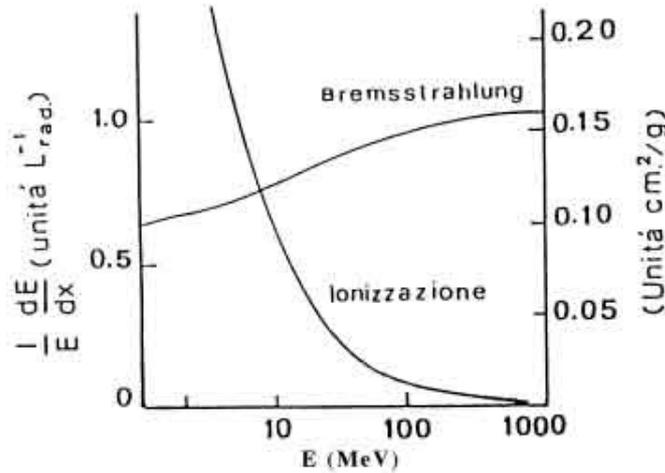


Figura 1.6: Perdita di energia per bremsstrahlung e per ionizzazione.

1.4 Interazione e Frammentazione Nucleare

Le reazioni nucleari che possono avvenire quando il fascio di particelle interagisce con la materia dipendono molto dalla sua energia. Quando infatti l'energia del fascio è inferiore alla barriera elettrostatica, domina l'interazione Coulombiana e le interazioni forti sono poco probabili. Esse in questo caso sono possibili solo tramite un effetto quantistico denominato *Effetto Tunnel* secondo il quale, grazie al principio di indeterminazione di Heisenberg, la particella può passare attraverso la barriera Coulombiana senza avere sufficiente energia.

Quando l'energia del fascio supera però quella della barriera Coulombiana, l'interazione nucleare diventa possibile. Questo è il caso dei protoni e dei nuclei usati in adroterapia; vengono infatti usate energie di circa $\sim 200 - 400 \text{ MeV}/u$, superiori alla barriera elettrostatica che è di circa 0.9 MeV tra due protoni, 2.1 MeV tra un protone e un nucleo di Carbonio e 8.9 MeV tra due nuclei di Carbonio.

I fasci adroterapeutici possono quindi interagire fortemente con i nuclei del bersaglio causando la frammentazione di entrambe. Il contributo energetico dei frammenti che si vanno a creare è importante ed è da tenerne conto per una più precisa pianificazione del trattamento.

In base all' *impact parameter* (distanza perpendicolare tra la traiettoria della particella e il centro del campo generato dal nucleo a cui essa si sta avvicinando), si può avere una frammentazione centrale o periferica. Una frammentazione centrale è un processo dissipativo che causa la disintegrazione di entrambi i nuclei interagenti con creazione di frammenti secondari; una frammentazione periferica è invece un processo quasi elastico che coinvolge solo alcuni nucleoni [5]. Questo è diviso in due fasi rappresentate in Fig. 1.7:

1. abrasione: avviene in $10^{-23} - 10^{-22}$ secondi, i nucleoni nella regione di sovrapposizione dei due nuclei raggiungono lo stato di *fireball*.
2. ablazione: avviene in $10^{-18} - 10^{-16}$ secondi; qui avviene il rilascio di energia da parte del proiettile, del bersaglio e della *fireball* tramite l'emissione di frammenti secondari (*evaporazione*: nucleoni o ioni emessi con velocità inferiori a quella del proiettile iniziale e con maggiore apertura angolare rispetto alla direzione di incidenza del fascio).

La frammentazione nucleare provoca quindi una modifica del profilo spaziale dell'energia rilasciata sia dal punto di vista longitudinale per l'energia dei frammenti secondari e sia dal punto di vista laterale a causa della loro distribuzione angolare. Tutto ciò è importante in adroterapia in quanto causa il rilascio di energia nel volume circostante alla zona di trattamento.

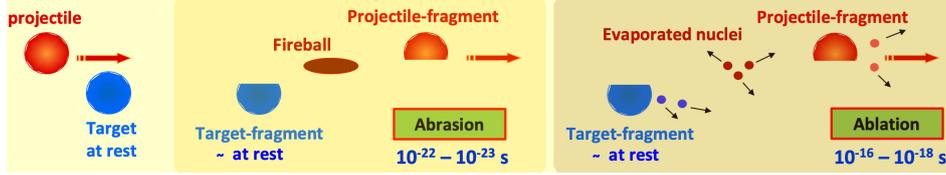


Figura 1.7: Rappresentazione frammentazione nucleare.

Esiste una stima della sezione d'urto dei processi di frammentazione nucleare data dalla formula di Bradt-Peters:

$$\sigma = \pi r_0^2 c_1 (A_p^{1/3} + A_t^{1/3} - b_0)^2 \quad (1.12)$$

dove r_0 è il raggio di un nucleone, c_1 e b_0 sono dei parametri sperimentali, A_p e A_t sono rispettivamente il numero di massa della particella incidente (proiettile) e del bersaglio.

Questa formula è valida per protoni con energia $E \geq 15 MeV$ e per nuclei con energia $E \geq 100 MeV/u$.

Per protoni ad alta energia invece una stima della sezione d'urto è data da:

$$\sigma \approx 53 A_t^{2/3} [mb] \quad (1.13)$$

Facendo considerazioni sulla massa del proiettile e del bersaglio si possono fare stime qualitative di quella che sarà la frammentazione:

- Se uno ione pesante colpisce un nucleo leggero (come quello di idrogeno) a riposo, la maggior parte dei frammenti sarà generata dal fascio (energia simile);
- Se un protone (o un nucleo leggero) colpisce un nucleo pesante a riposo, sarà quest'ultimo a dare il maggior contributo ai frammenti che avranno un'energia cinetica molto bassa e un range estremamente piccolo: nei casi di interesse adroterapico si parla di qualche centinaia di micron.

Esiste una carenza di dati precisi (entro il 5% di incertezza) riguardante la sezione d'urto nucleare nell'intervallo di energie relative all'adroterapia (100 - 400 MeV): lo scopo dell'esperimento FOOT è quindi proprio quello di colmare questa mancanza.

1.5 Radiobiologia e Parametri Biologici

Al fine di studiare e analizzare gli effetti delle radiazioni sul corpo umano bisogna introdurre alcune grandezze [6]:

1. Fluence $\phi = \frac{dN}{dA}$ [protoni $\times cm^{-2}$] rappresenta il numero di particelle del fascio che attraversano una superficie infinitesima dA

2. Fluence rate $\dot{\phi} = \frac{d\phi}{dt}$ [protoni x cm^{-2} x s^{-1}]
3. Dose $D = \frac{dE}{dm}$ rappresenta l'energia assorbita dE fornita dalla radiazione per unità di massa dm . Si misura in *Gray*: $1Gy = 1J kg^{-1}$

La dose rilasciata è collegata al numero di particelle dalla seguente relazione:

$$D = \frac{dE}{dm} = \frac{(dE/dx)\Delta x N}{\rho\Delta x A} = \phi \frac{(dE/dx)}{\rho} \quad (1.14)$$

dove ρ è la densità del tessuto irradiato e dE/dx è l'energia media persa dal fascio per unità di percorso.

4. *L.E.T* (Linear Energy Transfer):

$$L.E.T = \frac{dE}{dx} - T_{\Delta} \quad (1.15)$$

rappresenta l'energia trasferita per unità di distanza nel materiale dalle particelle ionizzanti. T_{Δ} è l'energia cinetica posseduta dagli elettroni emessi dal mezzo aventi energia maggiore di un valore di soglia Δ . Per quanto simili, il L.E.T e il potere frenante sono differenti: solo nel caso in cui $\Delta \rightarrow +\infty$ essi assumono lo stesso valore.

Il potere frenante si focalizza più sulla particella, mentre il L.E.T si focalizza più sul materiale che la circonda, quindi sull'energia trasferita nell'intorno della traiettoria della particella. È per questo motivo che nell' Eq. 1.15 viene esclusa l'energia dovuta agli elettroni secondari emessi, noti come raggi δ .

5. Dose equivalente:

$$D_{eq} = \sum_R w_R D \quad (1.16)$$

dove w_R tiene conto della diversa natura delle radiazioni e prende il nome di *fattore di qualità*; esso è calcolato come il rapporto tra il danno biologico causato da $1Gy$ della radiazione in questione e quello causato dalla stessa dose di fotoni. La somma viene effettuata su tutti i tipi di radiazioni. La dose equivalente si misura in *Sievert*: $1Sv = 1Gy$. Anche se numericamente uguali, le due unità di misura hanno diverso significato fisico. In Tab. 1.2 sono riportati i fattori di qualità per diverse radiazioni.

6. Dose effettiva:

$$D_{eff} = \sum_T w_T D_{eq} \quad (1.17)$$

tiene conto del tipo di tessuto attraversato; w_T è denominato *peso del tessuto* ed è assegnato in base alla sua risposta al danno. In Tab. 1.3 sono riportati i valori di

w_T per diversi organi. Quelli con i w_T più alti sono più sensibili; qui la radiazione distrugge il tumore più facilmente, sono tipicamente gli organi con riproduzione cellulare più alta.

Radiazione	w_R
fotoni	1
elettroni	1
protoni	2
frammenti di fissione	20
ioni pesanti	20
neutroni	f(E): 1MeV \rightarrow 20; 10MeV \rightarrow 10; 100MeV \rightarrow 5

Tabella 1.2: Fattori di qualità per diversi tipi di radiazione.

Organo	w_T
colon, polmoni, stomaco, midollo osseo	0.12
seno, gonadi, cuore, pancreas	0.08
fegato, esofago, tiroide	0.04
pelle, osso cerebrale	0.01

Tabella 1.3: w_T per diversi organi.

Il numero di cellule che sopravvivono dopo la somministrazione di una determinata dose può essere descritto dal modello “LQ” (Linear Quadratic) [7]:

$$S = e^{-\alpha D - \beta D^2} \quad (1.18)$$

dove α e β sono parametri che dipendono dal tessuto. La prima parte dell’esponente è relativo alle cellule che non si riparano e la seconda parte a quelle che vengono riparate. Il valore α/β è la dose per cui le due componenti danno lo stesso effetto.

1.6 Applicazioni

Grazie allo studio sulle interazioni dei diversi tipi di radiazione con la materia, è possibile trovare applicazioni per la cura e prevenzione dei tumori.

La radioterapia e l’adroterapia si basano infatti sul trattamento della zona tumorale tramite l’uso rispettivamente di fotoni e di protoni o nuclei atomici. Per l’adroterapia è necessario analizzare le interazioni che ci sono tra fasci di particelle cariche con il corpo umano, e quindi con carbonio, idrogeno e ossigeno che ne sono i principali componenti.

Studiando le interazioni con altri tipi di materiali, si possono invece creare mezzi schermanti al fine di prevenire l'insorgenza di tumori nelle persone esposte a lungo alle eventuali radiazioni durante i viaggi spaziali.

1.6.1 Radioterapia

La radioterapia è una delle tecniche più usate per la cura dei tumori; essa consiste nel colpire la zona tumorale con radiazioni (tipicamente raggi X o γ) con il fine di uccidere le cellule tumorali o di inibirne la riproduzione.

I danni generati possono essere di due tipi:

1. Diretti: durante l'attraversamento del DNA, la radiazione ne ionizza alcuni legami, rimuovendo una o più basi azotate. Nella Fig. 1.8 sono rappresentati due tipi di danni diretti che possono essere causati al DNA. Nel caso in cui venga rimossa una sola base azotata (*Single Strand Break* o *SSB*) si riescono facilmente a recuperare le informazioni danneggiate grazie al filamento complementare in circa il 99% dei casi. Nel caso in cui si riescano a rimuovere coppie di basi azotate complementari (*Double Strand Break* o *DSB*) il danno risulta più difficile da riparare (ciò avviene nell'88% dei casi). Purtroppo a causa delle piccole lunghezze d'onda delle radiazioni utilizzate, i danni che avvengono nella maggior parte dei casi sono quelli di tipo *SSB*. I danni più consistenti che vengono prodotti con la radioterapia sono invece quelli di tipo indiretto.
2. Indiretti: La radiazione ionizza positivamente una molecola d'acqua all'interno della cellula. L'elettrone libero ionizza negativamente un'altra molecola d'acqua. I due ioni H_2O^+ e H_2O^- per radiolisi possono produrre i radicali liberi H° e OH^- o H^+ e OH° . Queste possiedono un elettrone spaiato nella shell più esterna e sono quindi molto reattive. Esse, reagendo tra di loro o con altre molecole d'acqua o di DNA, possono produrre H_2O_2 che è una molecola tossica per la cellula e porta quindi alla sua morte.

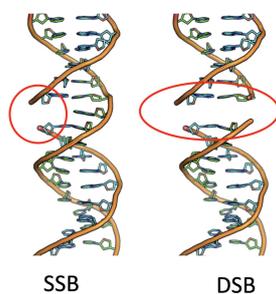


Figura 1.8: Rappresentazione dei danni SSB e DSB.

1.6.2 Adroterapia

L'adroterapia ha alla base gli stessi meccanismi di danno cellulare descritti per la radioterapia. La differenza è che mentre quest'ultima utilizza fotoni, l'adroterapia utilizza particelle cariche pesanti (aventi cioè una massa tra 1 e 8 *u.m.a.*) o nuclei atomici.

I vantaggi rispetto alla radioterapia possono essere colti immediatamente dalle Fig. 1.9 e Fig. 1.10. Si evince subito che la quantità di energia rilasciata in adroterapia è maggiormente concentrata nella zona tumorale di interesse, quando, invece, tramite la radioterapia si ha un considerevole rilascio di dose anche nella regione precedente e successiva. Grazie al picco di Bragg presente per le particelle cariche, l'adroterapia ha quindi la possibilità di effettuare danni molto localizzati.

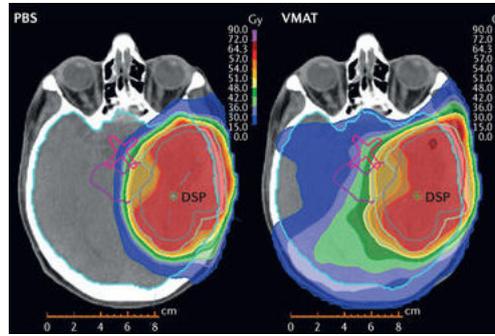


Figura 1.9: Confronto di piani di trattamento: a sinistra con un fascio di protoni (adroterapia), a destra con un fascio di fotoni (radioterapia).

Il vantaggio non è solo nella precisione del danno, ma anche nella sua entità: la frequenza di ionizzazione degli adroni nel picco di Bragg è molto più alta di quella dei fotoni, pertanto si riescono a effettuare danni maggiori ai filamenti di DNA (DSB).

Si può ottenere una stima quantitativa della maggior efficienza di un tipo di radiazione rispetto a un'altra introducendo l'indice R.B.E. (Relative Biological Effectiveness):

$$R.B.E. = \frac{D_X}{D_H} \quad (1.19)$$

dove D_X è la dose fornita dai raggi X e D_H è la dose fornita dalla radiazione che si vuole analizzare per ottenere lo stesso danno biologico causato dai raggi X.

Se $R.B.E. > 1$ la radiazione in questione è più efficace di quella utilizzata in radioterapia. Per i protoni si ha un $R.B.E. \sim 1.1$, per i nuclei di Carbonio invece si ha un $R.B.E. \sim 3-4$. Seppur il Carbonio possa quindi apparire più efficace rispetto ai protoni, c'è da tener conto che a causa dei frammenti generati dal fascio in questione, la dose rilasciata sia diversa da zero anche nella zona retrostante al tumore, come è possibile vedere in Fig. 1.11.

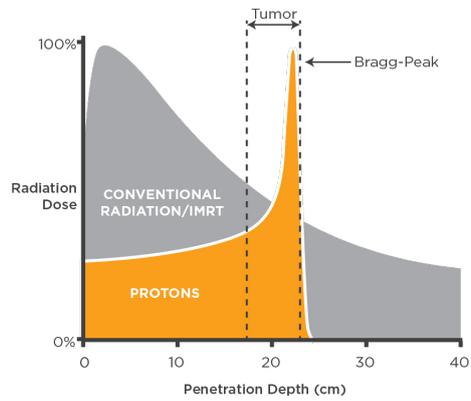


Figura 1.10: Dose rilasciata da una radiazione di fotoni e da una di protoni.

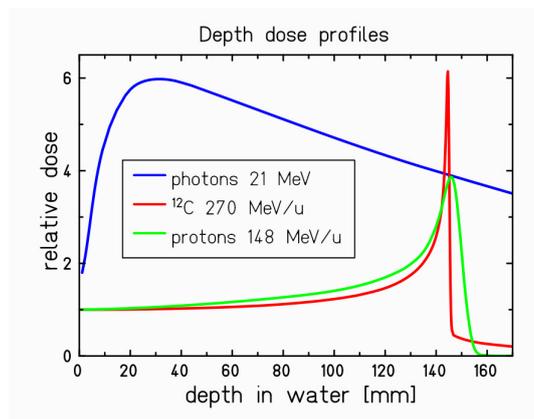


Figura 1.11: Dose rilasciata da un fascio di fotoni, di protoni e di nuclei di Carbonio in acqua.

Capitolo 2

Esperimento FOOT

L'esperimento FOOT (*FragmentatiOn Of Target*) [8], [9] nasce con lo scopo di misurare la sezione d'urto dei frammenti nucleari nati dall'interazione di protoni - nuclei pesanti con i maggiori costituenti del corpo umano per colmare la mancanza di dati sperimentali nell'intervallo di energie d'interesse per l'adroterapia (tra 50 e 250MeV per i protoni e tra 200 e $400\text{MeV}/u$ per ioni Carbonio).

Questi dati sono importanti per poter migliorare il sistema di pianificazione del trattamento (TPS), un software che, in base alla tipologia del tumore e alla sua localizzazione, determina la dose ottimale e il tipo di fascio da usare.

I risultati di FOOT saranno poi applicabili anche per implementare sistemi di protezione utili allo schermaggio durante i lunghi viaggi spaziali come quello su Marte, in cui non ci sarà il campo magnetico terrestre a fare da schermante naturale: la navicella viaggerà nello spazio vuoto subendo qualsiasi tipo di radiazione esso offra; sarà dunque il materiale utilizzato nella navicella l'unico scudo per gli astronauti.

L'apparato FOOT è di tipo "forward detector" dove un fascio di particelle urta contro un bersaglio fisso (o a riposo) e la cascata di particelle prodotta investe la parte sensibile del rivelatore. Questo è stato realizzato con lo scopo di soddisfare caratteristiche non solo di tipo fisico, ma anche pratico: il set-up sperimentale è infatti di piccole dimensioni in quanto deve consentire il trasporto nei diversi centri di ricerca e trattamento. Le richieste fisiche riguardano invece la precisione dei risultati. Al fine di avere il livello di precisione richiesto bisogna avere i seguenti vincoli:

- incertezza della sezione d'urto dei frammenti nucleari: $< 5\%$;
- risoluzione dell'energia per il calcolo della sezione d'urto differenziale: $\sim 1\text{MeV}/u$;
- precisione sulla misura della carica del frammento: $2 - 3\%$;
- precisione sul numero di massa del frammento: $< 5\%$.

2.1 Metodo della cinematica inversa

Nel caso di frammentazione dei nuclei del bersaglio, i frammenti hanno generalmente un range dell'ordine dei μm : essi non escono dal bersaglio in cui nascono e sono dunque difficili da rivelare.

Per far fronte a questo problema si utilizza il metodo della cinematica inversa: dato che la sezione d'urto è una invariante relativistica, invece di studiarla nel sistema di riferimento in cui il fascio di protoni è sparato su un bersaglio di nuclei pesanti quali ^{16}O e ^{12}C , la si può studiare nel sistema di riferimento in cui si bombarda un bersaglio di idrogeno H con un fascio di ^{12}C o ^{16}O .

Successivamente viene effettuata una trasformazione di Lorentz inversa tornando così al sistema di riferimento di cui si vogliono effettivamente studiare le proprietà.

Procedendo in questo modo si presenta però un nuovo problema: un bersaglio costituito interamente da idrogeno ha una probabilità di interazione molto bassa in quanto l'idrogeno si trova in natura allo stato gassoso. Si utilizzano quindi due bersagli, uno di carbonio C e uno di polietilene C_2H_4 in modo da ottenere la sezione d'urto dell'idrogeno per sottrazione nel seguente modo:

$$\sigma_H = \frac{\sigma_{C_2H_4} - 2\sigma_C}{4} \quad (2.1)$$

A seguito di diverse simulazioni (Fig. 2.1) si vede che, mentre i frammenti pesanti ($Z > 2$) hanno un apertura angolare massima di 10° , i frammenti leggeri vengono emessi anche con angoli maggiori.

Per ovviare a ciò, si è deciso di realizzare un apparato con semi-apertura di 10° per rilevare i frammenti pesanti e uno con semi-apertura di $\sim 70^\circ$ per rilevare i frammenti più leggeri, entrambi di dimensioni ridotte. Questi verranno descritti nei prossimi paragrafi [10].

2.2 Apparato per Frammenti Pesanti

Per ridurre al minimo i fenomeni di frammentazione multipla nel bersaglio (che andrebbero a compromettere i risultati) si utilizza un bersaglio con spessore di 2 mm , nel quale la probabilità di interazione è circa del 5%.

I rivelatori che costituiscono l'apparato trasformano la ionizzazione e/o l'eccitazione del materiale che lo compongono in segnali elettronici che permetteranno di ricavare grandezze quali la posizione, l'energia cinetica del frammento, il ToF (*Time of Flight*) e lo stopping power da cui poi si riescono a ricavare informazioni quali la traccia, la carica e la massa del frammento che ne definiranno univocamente le caratteristiche.

L'apparato per frammenti pesanti è suddiviso in tre regioni (Fig. 2.2): zona pre-target, regione di tracciamento e la regione finale composta di scintillatori e calorimetri.

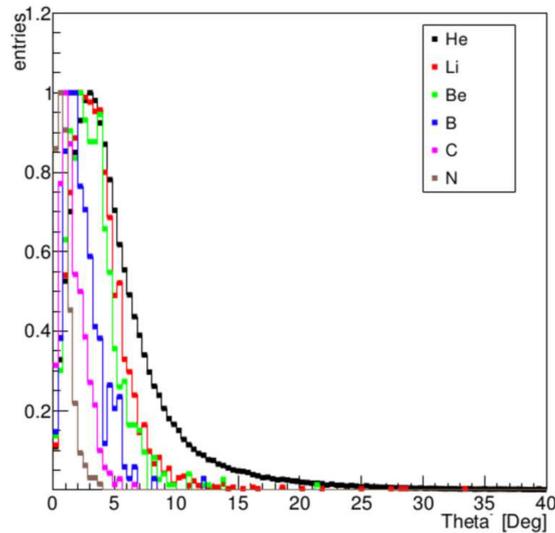


Figura 2.1: Simulazione Monte Carlo per la distribuzione angolare dei frammenti prodotti da un fascio di ^{16}O a 200 MeV/u su un bersaglio di C_2H_4 .

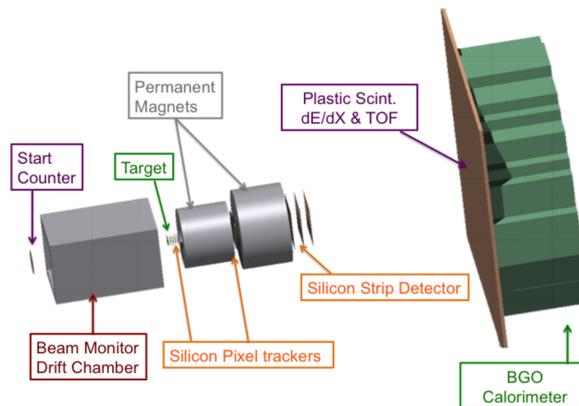


Figura 2.2: Apparato FOOT per frammenti pesanti.

2.2.1 Regione Pre Target

Start Counter

Posizionato 30 *cm* prima del bersaglio, è presente lo *Start Counter* (SC) rappresentato in Fig. 2.3. È costituito da un foglio scintillatore plastico EJ-204 che emette luce quando è attraversato dal fascio. I fotoni prodotti sono trasportati da 160 canali di fibra ottica distribuiti in quattro fasci verso fotomoltiplicatori e successivamente convertiti in fotoelettroni da parte di un fotocatodo.

Il compito dello start counter è quello di monitorare il passaggio delle particelle primarie del fascio di particelle, fornendo il segnale di trigger per l'acquisizione e così anche il tempo iniziale dell'evento. Questo sarà utile perché, insieme al segnale dello scintillatore, permetterà di fornire il ToF.

Quest'ultimo è fondamentale ai fini del calcolo di grandezze importanti quali l'impulso e la massa del frammento. Lo start counter deve quindi avere una risoluzione temporale di circa 30-40 ps.

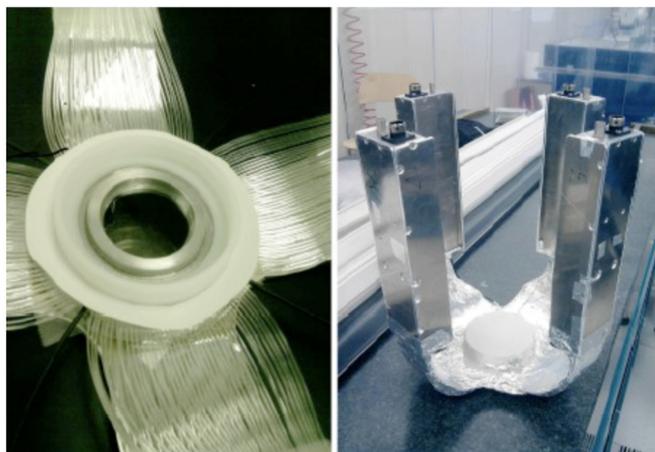


Figura 2.3: SC: foglio scintillatore e 160 fibre ottiche raggruppate in 4 fasci.

Beam Monitor

Il Beam Monitor (BM), rappresentato in Fig. 2.4, è una camera ionizzante a deriva composta da 12 piani di fili anodici disposti alternatamente in modo orizzontale e verticale e riempita con gas all'80% Ar e 20% CO_2 . Ciascuno di questi piani è composto da tre celle a deriva di dimensioni rettangolari di $16\text{ mm} \times 10\text{ mm}$, formate da una griglia di nove fili disposti in una matrice 3×3 il cui filo centrale è il filo per la raccolta centrale e gli altri sono per generare il campo elettrico.

Il passaggio delle particelle attraverso il BM genera nel gas ioni positivi ed elettroni che si avvicinano al filo anodico più vicino. Attraverso la ricostruzione dei segnali si ottiene la direzione del fascio.

Il beam monitor ha infatti il compito di misurare la direzione e il punto di impatto del fascio sul bersaglio; ciò è importante al fine di non avere ambiguità per la ricostruzione delle tracce nel rivelatore di vertice.

Grazie alla bassa densità del gas, è minimizzato lo scattering multiplo Coulombiano e la produzione di frammenti al suo interno ancor prima che il fascio incontri il bersaglio.

La risoluzione spaziale con cui il BM ricostruisce la posizione è di $140 \mu m$ e la risoluzione temporale è dell'ordine del μs ; ciò assicura che tracce appartenenti a eventi diversi non vengano mischiate.

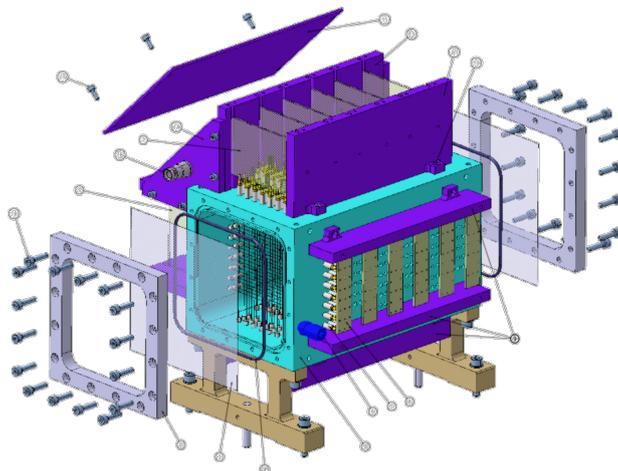


Figura 2.4: Disegno tecnico del BM.

2.2.2 Regione di Tracciamento

La regione di tracciamento è formata da uno spettrometro magnetico consistente in due magneti permanenti e tre rivelatori al silicio: *Vertex Tracker*, *Inner Tracker* e *Micro Strip Detector*

Magneti Permanenti

Sono previsti magneti permanenti, rappresentati in Fig. 2.5 e Fig. 2.6 composti da 12 pezzi ciascuno con una geometria cilindrica di tipo Halbach. Il materiale scelto per i magneti è il SmCo (Samario-Cobalto) in quanto resistente e poco sensibile alla radiazioni. Le caratteristiche strutturali permettono di ottenere un campo magnetico perpendicolare all'asse del magnete pari a $0.9 T$.

Lo spettrometro magnetico sfrutta il campo magnetico per curvare le traiettorie delle particelle cariche e misurarne le proprietà con i rivelatori posti agli estremi e fra i due magneti.

Uguagliando la forza di Lorentz (l'unica forza presente all'interno del magnete) alla forza centripeta si ottiene il raggio di curvatura della traiettoria:

$$q\mathbf{v} \times \mathbf{B} = \frac{mv^2}{r}\hat{\mathbf{r}} \quad (2.2)$$

$$r = \frac{m|\mathbf{v}|}{q|\mathbf{B}|} \quad (2.3)$$

dove q e \mathbf{v} sono la carica e la velocità della particella, r è il raggio di curvatura della traiettoria e \mathbf{B} è il campo magnetico.

Essendo m , q e \mathbf{B} fissati, $|\mathbf{v}|$ costante, il raggio di curvatura sarà anch'esso costante. Dall'Eq. 2.3 è successivamente possibile ottenere il modulo dell'impulso:

$$|\mathbf{p}| = m|\mathbf{v}| = qr|\mathbf{B}| \quad (2.4)$$

e dell'angolo di deflessione della particella (nell'ipotesi che la lunghezza dei segmenti $L \ll r$):

$$\theta = \frac{L}{r} = L \frac{q|\mathbf{B}|}{m|\mathbf{v}|} \quad (2.5)$$

Dall'Eq. 2.5 si ottiene la risoluzione:

$$\frac{\sigma_p}{p} = \frac{\sigma_\theta}{\theta} \quad (2.6)$$

Per determinare θ bisogna conoscere almeno quattro punti, di cui due prima e due dopo i magneti.

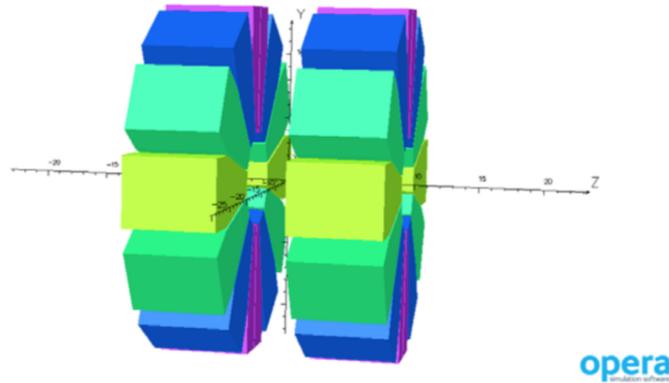


Figura 2.5: Magneti in geometria Halbach.

Vertex

Il vertex è il rivelatore di vertice di interazione. La sua struttura si basa su quella utilizzata nel precedente esperimento FIRST (Fig. 2.7). Esso si trova prima dei due magneti permanenti, circa 5 mm dopo il bersaglio ed è costituito da una sequenza di quattro chip al silicio MIMOSA28 (M28) riportati in Fig. 2.8 appartenenti alla famiglia

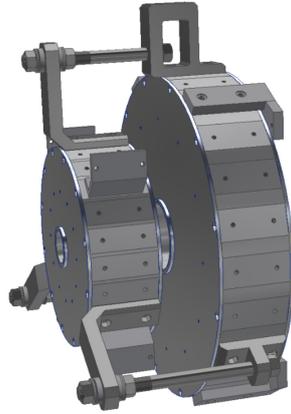


Figura 2.6: Magneti utilizzati nell'apparato FOOT.

dei sensori a pixel monolitici attivi CMOS di dimensioni $20.22 \text{ mm} \times 22.71 \text{ mm}$. Ogni sensore è costituito da una matrice di 928×960 pixel di spessore $20.7 \mu\text{m}$, così sottili in modo da minimizzare lo scattering multiplo. Il rivelatore di vertice garantisce una copertura angolare di circa 40° .



Figura 2.7: VTX dell'esperimento FIRST.

Inner Tracker

L'inner tracker, schematizzato in Fig. 2.9, è situato tra i due magneti. È costituito da due piani di sensori di pixel a silicio M28 coprenti una superficie di $2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$ ciascuno. I due piani sono sfalsati in modo da limitare la presenza di zone morte.

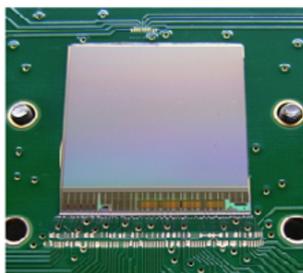


Figura 2.8: MIMOSA 28.

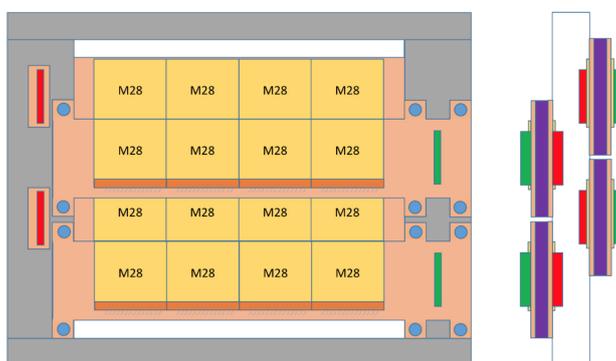


Figura 2.9: Schematizzazione dell'Inner Tracker.

Microstrip Silicon Detector

L'ultimo rivelatore nella regione di tracciamento è il Microstrip Silicon Detector. Questo è costituito da tre piani di micro-strip di silicio, ogni piano formato da due strati di strip ortogonali tra loro. È posizionato immediatamente dopo i magneti a una distanza di 35 cm dal bersaglio e ha un'estensione di $9\text{ cm} \times 9\text{ cm}$.

Il suo scopo è quello di fornire dati sulla posizione e sull'energia dei frammenti.

2.2.3 Regione di Identificazione frammenti

La regione finale è costituita da uno scintillatore plastico seguito da un calorimetro. Questa zona ha l'obiettivo di misurare il ToF, lo Stopping Power dei frammenti e l'energia cinetica.

ToF Wall

Questo rivelatore a scintillazione consiste in due strati di 20 barre di scintillatore plastico EJ200 ciascuno. Ognuna di queste è lunga 40 cm , larga 2 cm e spessa 3 mm (in Fig. 2.10

ne è riportato un prototipo). Ogni barra è accoppiata alle estremità con un massimo di quattro fotomoltiplicatori al silicio (SiPM) tramite una colla ottica.

Lo scopo di questo rivelatore è quello di misurare la perdita di energia e il tempo di passaggio del frammento così da ottenere il ToF unendo le informazioni fornite dallo Start Counter.

Quando le particelle cariche passano attraverso lo scintillatore eccitano i suoi atomi, successivamente esso si diseccita rilasciando energia sotto forma di luce che viene poi rivelata.

La risoluzione energetica di questo rivelatore va dal 6 al 13%, mentre la precisione temporale è di circa 30-40 *ps* per i nuclei di Carbonio e superiore ai 100 *ps* per i protoni.

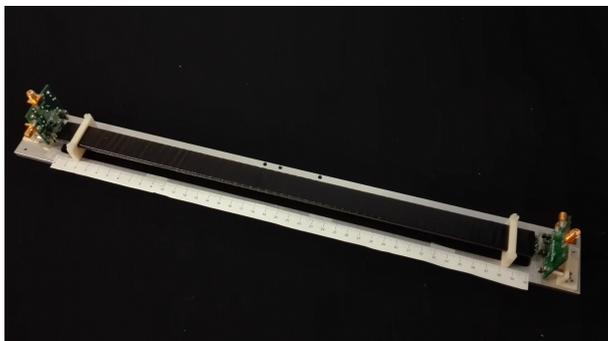


Figura 2.10: Prototipo di barra di materiale scintillatore.

Calorimetro

Il calorimetro, rappresentato in Fig. 2.11, è l'ultimo rivelatore dell'apparato, è composto da 288 cristalli di bismuto di germanato (BGO) di area 2 *cm* x 2 *cm* e lunghezza 24 *cm* accoppiati a dei SiPM. Tale struttura permette di avere una apertura di 10° a una distanza di circa 1 *m* dal bersaglio.

Quando i frammenti passano attraverso il calorimetro, si arrestano rilasciando tutta la loro energia che viene assorbita da esso e successivamente rilasciata sotto forma di segnale elettrico. La risoluzione energetica è compresa tra l'1 e il 3%.

Purtroppo i neutroni possono sfuggire al calorimetro senza interagirvi causando così una sottostima dell'energia totale.

2.3 Apparato per Frammenti Leggeri

Come anticipato, per i frammenti con $Z < 3$, a causa di una maggior apertura angolare, bisogna usare un altro apparato sperimentale, in questo caso basato su film di emulsioni.

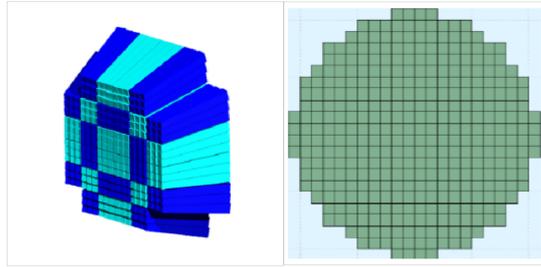


Figura 2.11: Rappresentazione del calorimetro e sezione frontale.

Rispetto all'apparato per frammenti pesanti condivide la regione pre-target e quindi lo Start Counter e il Beam Monitor. Il bersaglio, la regione di tracciamento, lo scintillatore e il calorimetro sono invece sostituiti da uno spettrometro ad emulsioni capace di rilevare i frammenti con apertura angolare fino a 70° . Tale spettrometro è suddiviso in tre sezioni: il rivelatore di vertice e tracciatore, la misura della carica e la misura dell'energia e della massa.

L'apparato in questione è riportato in Fig. 2.12 e schematizzato in Fig. 2.13.

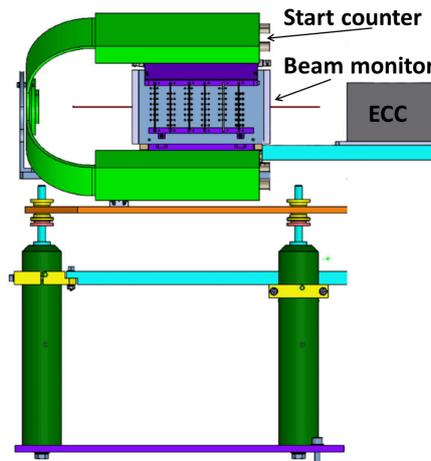


Figura 2.12: Schema dell'apparato per frammenti leggeri.

Rivelatore di vertice e tracciatore

È formato da celle elementari consistenti in film di emulsione alternati a strati di Carbonio o Etilene spessi 1 mm . Tali strati fungono da bersagli mentre le emulsioni ricostruiscono la posizione del vertice di interazione con una risoluzione dell'ordine del μm .

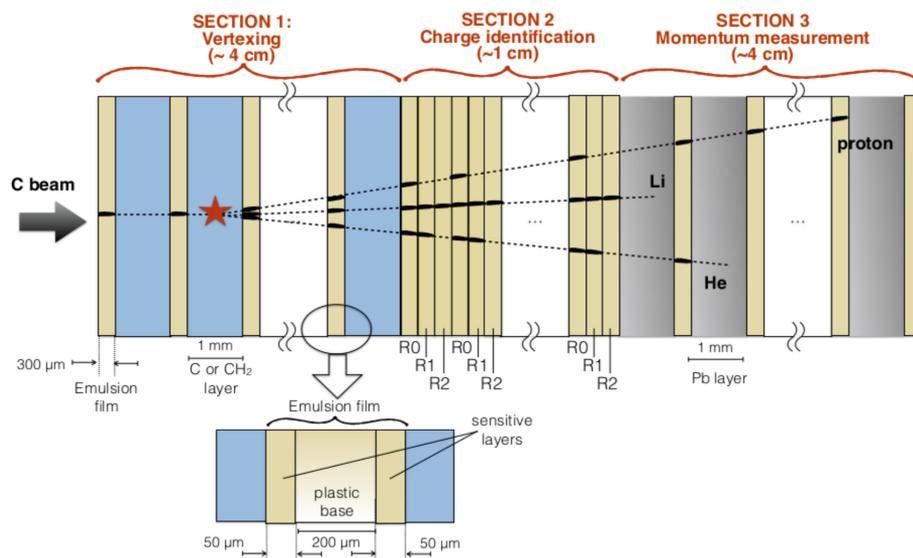


Figura 2.13: Schematizzazione spettrometro ad emulsione.

Misura della carica

Questa regione è composta unicamente da film di emulsioni e ha l'obiettivo di ricostruire la carica dei frammenti.

La cella elementare consiste in tre film di emulsioni trattati da una procedura di refreshing diversa per ognuno di essi, che gli consente di mantenere le emulsioni per tempi appropriati a temperatura e umidità elevate in modo da cancellare le tracce e aumentare il range dinamico del rivelatore identificando particelle con diversa perdita di energia.

Misura dell'energia e della massa

In quest'ultima regione i film di emulsioni sono intervallati con strati di materiale ad alto Z (Piombo) in modo da arrestare le particelle. Così come nel calorimetro, l'ultima zona ha lo scopo di determinare l'energia e la quantità di moto dei frammenti e di misurarne quindi la massa.

Capitolo 3

Metodi di Tracking e Vertexing

Nel seguente capitolo sarà presentato il framework che costituisce la base per la simulazione e ricostruzione degli eventi analizzati. Successivamente, saranno esposti diversi algoritmi specificamente dedicati alla ricostruzione delle tracce e dei vertici di interazione.

3.1 Simulazione - FLUKA

La ricostruzione delle tracce nell'esperimento FOOT è stata effettuata tramite FLUKA. Dal Tedesco *FLUktuierende KAskade*, letteralmente “cascata di particelle fluttuanti”, è un framework di simulazione Monte Carlo per la Fisica delle particelle sviluppato originariamente presso il CERN e attualmente supportato dall'INFN [11].

FLUKA è ampiamente utilizzato nella ricerca scientifica per la simulazione di interazioni tra particelle a diversi range di energia; esso si basa infatti su un'ampia gamma di modelli fisici riguardanti interazioni e decadimenti di particelle, interazioni nucleari, processi che coinvolgono radiazione elettromagnetica, e altre caratteristiche importanti da tenere in considerazione in un esperimento quale l'interazione con i rivelatori.

Al fine di utilizzare FLUKA per testare gli algoritmi di tracciamento sui dati di un preciso esperimento bisogna fornirgli informazioni sulla configurazione sperimentale quali:

- geometria dell'apparato e proprietà dell'apparato che lo compongono;
- posizione del fascio, tipi di particelle utilizzate e distribuzione di energia e impulso;
- eventuale campo magnetico utilizzato.

Tutti questi dati vengono organizzati in file codificati secondo una specifica struttura leggibile da FLUKA, il quale li utilizza per simulare la propagazione delle particelle nei mezzi e i possibili processi che le interessano, quali frammenti nucleari e decadimenti, avvalendosi delle sezioni d'urto sperimentali disponibili o dei modelli teorici.

L'output di FLUKA consiste in un file ASCII convertito in un file ROOT che tramite diversi *Tree Branches* raggruppa i dati simulati in due categorie:

1. *true-data*: dati riguardanti gli oggetti fisici generati nella simulazione;
2. *data-like*: dati che simulano la risposta dei rivelatori a seguito dell'interazione con gli oggetti fisici simulati.

3.2 Tracking

All'interno di questa sezione, sono state oggetto di analisi due dei principali algoritmi di tracciamento: il filtro di Kalman e la trasformata di Hough. Successivamente, viene presentato il metodo di tracciamento attualmente adottato nell'ambito dell'esperimento FOOT.

3.2.1 Kalman Filter

Il Kalman Filter [12] è un potente strumento matematico impiegato ampiamente per il tracciamento nella Fisica delle particelle e non solo. Esso si basa su un algoritmo di filtraggio ricorsivo in grado di stimare la dinamica di un sistema in presenza di misure affette da rumore.

I Kalman Filters hanno avuto notevole importanza per l'implementazione di sistemi di navigazione dei sottomarini nucleari a propulsione nucleare dell'*U.S.Navy* e nei sistemi di guida e navigazione dei missili da crociera. Essi sono inoltre utilizzati nei sistemi di guida e navigazione dei veicoli di lancio riutilizzabili e nei sistemi di controllo dell'assetto e navigazione dei veicoli spaziali che si attraccano alla Stazione Spaziale Internazionale.

Tale algoritmo si basa nell'unire le previsioni che si hanno sul modello in propagazione con i dati raccolti dai rivelatori, permettendo un continuo aggiornamento delle informazioni sullo stato del sistema.

Matematicamente parlando, il Kalman Filter fornisce lo stesso risultato del Metodo del minimo Chi Quadrato, ma più evoluto nel trattamento dell'evoluzione della traccia nello spazio. Nel campo del tracciamento delle particelle inoltre, evita il calcolo di inversione di matrici di grandi dimensioni e fornisce un'ottima stima dei parametri di una traccia in qualsiasi posizione, permettendo anche misure periferiche, estrapolazione e interpolazione in altri sotto-rivelatori.

Analizzando brevemente il suo principio di funzionamento definiamo vettore di stato x il vettore dei parametri che si vogliono ottenere e *sito di misura* ogni piano di rivelazione che fornisce un vettore di misure. Per prima cosa si introduce la funzione deterministica $\mathbf{f}_k(\mathbf{x})$ che collega il vettore di stato nel sito k \mathbf{x}_k al vettore nel sito precedente nel seguente modo:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{f}_k(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{w}_k \quad (3.1)$$

dove \mathbf{w}_k è un vettore che rappresenta la fluttuazione dei parametri lungo il percorso dal sito 0 al sito k .

Ora possiamo descrivere i passaggi principali dell'algoritmo:

- **Prediction:** si stima il vettore di stato nel sito $k + 1$ usando tutte le misure che si hanno fino al sito k incluso.
- **Filtering:** si stima il vettore di stato presente basandosi sulle misure presenti e passate. Per il "Forward filtering" questo consiste nello stimare i parametri al sito k usando le misure dal primo sito al sito k incluso. Per il "Backward filtering" questo vuol dire invece usare le misure dall'ultimo sito fino al sito k .
- **Filter:** è l'algoritmo vero e proprio in cui viene applicato il filtering in modo incrementale: si filtra da 1 a $k - 1$ e poi si propaga la traccia da $k - 1$ a k . Questo metodo può procedere in avanti (aumentando k) o all'indietro (diminuendo k).
- **Smoothing:** si ottiene una stima del vettore di stato al sito k calcolando la media pesata di due risultati di filtering: il primo ottenuto usando le misure da 1 a k (forward) e il secondo usando le misure dall'ultimo sito al $k + 1$ (backward).

Una rappresentazione del funzionamento del Kalman Filter è riportato in Fig. 3.1

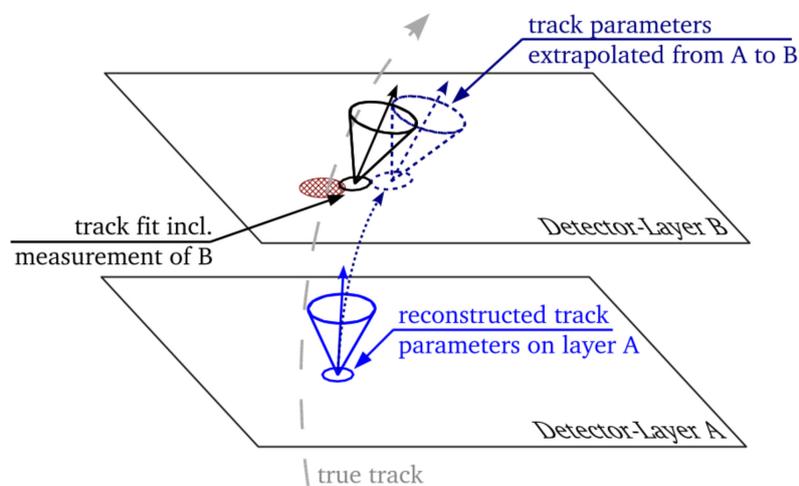


Figura 3.1: Schema rappresentativo del funzionamento del Kalman Filter.

3.2.2 Trasformata di Hough

La trasformata di Hough [13] è stata introdotta nel 1962; essa può essere usata per ricostruire linee, cerchi e altre curve parametriche. È un metodo di tracciamento globale

in quanto tutti gli hit dei rivelatori vengono inseriti nell’algoritmo nello stesso istante e nello stesso modo. Tra i vantaggi ha quello di essere “noise resistant”: è in grado di funzionare correttamente anche quando gli hit sono affetti da molto rumore. Questo metodo può essere visto come una trasformata dallo “spazio delle immagini” allo “spazio dei parametri” (Fig. 3.2).

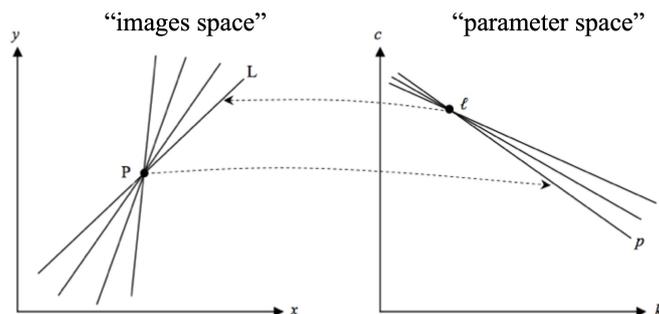


Figura 3.2: Un punto P nello spazio delle immagini definisce una linea (p) nello spazio dei parametri. Ogni punto nello spazio dei parametri può essere definito dal fascio di linee che lo attraversano. Ogni punto (l) sulla linea p definisce una linea L nello spazio delle immagini appartenente al fascio di linee che passano per il punto P .

Se gli hit si trovano su una linea retta, le linee nello spazio dei parametri si intersecano in un solo punto e l’intersezione fornisce i parametri della linea su cui si trovano gli hit.

Per evitare problemi di singolarità nel caso di linee verticali è introdotta la seguente alternativa:

$$\rho = x\cos(\theta) + y\sin(\theta) \quad (3.2)$$

Ogni punto x-y nel piano delle immagini corrisponde a una sinusoide nel cosiddetto “spazio H” costituito dalle variabili ρ e θ .

Se la curva nello spazio delle immagini presenta una forma particolare, i punti corrispondenti dello spazio dei parametri si accumuleranno intorno ai valori dei parametri che corrispondono a quella forma. Un esempio è riportato in Fig. 3.3.

3.2.3 Tracciamento in FOOT

La ricostruzione delle tracce in FOOT avviene tramite l’utilizzo di SHOE, un software scritto in C++ sviluppato in ROOT. Il codice è organizzato e diviso in livelli in modo da ottimizzare il tempo di esecuzione:

- *Level 0*: è il livello più basso; qui il software si occupa di interpretare i dati (Monte Carlo o reali) dei singoli rivelatori al fine di calibrarli e successivamente di organizzare i dati di output in *Hits*, *Clusters* e *Tracks*. Gli hit rappresentano l’interazione di un frammento con un rivelatore, i cluster rappresentano il segnale del rivelatore

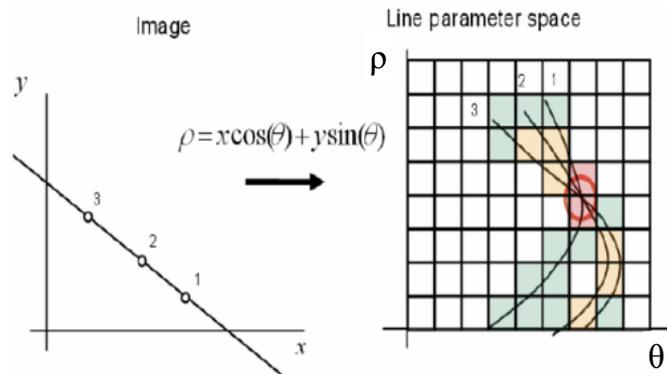


Figura 3.3: Rappresentazione Trasformata di Hough: stima dei parametri della traccia.

a cui corrispondono solitamente più hit (per esempio si possono accendere più pixel di Silicio intorno alla posizione effettiva dell'hit a causa della deriva di carica e ciò provoca appunto l'accensione di un cluster di pixel). Le tracks infine sono una collezione di cluster accesi da uno stesso frammento sui diversi piani di rivelazione e formano la traiettoria delle particelle in un singolo rivelatore.

- *High Level*: si occupa della ricostruzione globale dell'evento, dell'identificazione dei frammenti e della misura delle diverse grandezze fisiche per arrivare alla misura della sezione d'urto. Inoltre si occupa della ricostruzione della traccia globale delle particelle mettendo insieme le informazioni di tutti i rivelatori.

Una schematizzazione della struttura del codice di SHOE è riportata in Fig. 3.4.

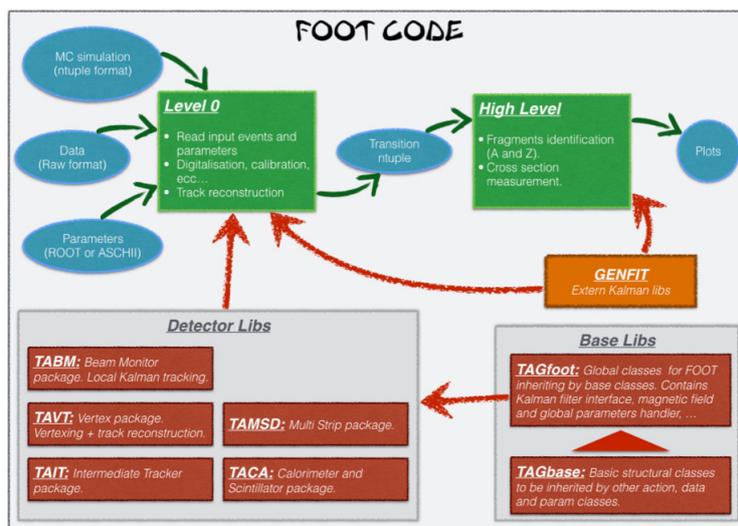


Figura 3.4: Struttura del codice di SHOE.

Per la ricostruzione delle tracce nella zona di vertex è utilizzato un algoritmo di fit lineare in quanto i piani di rivelazione sono molto vicini tra loro ($\sim 6\text{ mm}$) e questa zona si trova prima dei magneti ed è quindi soggetta a un bassissimo campo magnetico. In particolare si procede cercando separatamente le tracce lungo l'asse del fascio (orizzontali) corrispondenti agli ioni primari che non frammentano nel bersaglio e le tracce inclinate corrispondenti ai frammenti nucleari.

L'algoritmo implementato in SHOE funziona nel seguente modo:

1. Vengono prima selezionate le tracce orizzontali, parallele alla direzione del fascio (pendenza della retta di fit = 0):
 - (a) si effettua un loop su tutti i cluster del quarto e ultimo piano prolungandoli con rette orizzontali al terzo piano;
 - (b) si accettano solo i cluster del terzo piano che si trovano a meno di $30\ \mu\text{m}$ da esse e si effettua un fit lineare che collega i due punti;
 - (c) si prolungano le rette orizzontali ottenute dal fit al secondo piano e si accettano solo i cluster distanti meno di $30\ \mu\text{m}$;
 - (d) si effettua un fit lineare orizzontale sui tre punti dei tre piani e si prolunga la retta ottenuta al primo piano;
 - (e) si accettano solo i cluster del primo piano che distano meno di $30\ \mu\text{m}$ e si effettua un fit lineare orizzontale sui quattro punti risultanti.
2. Successivamente vengono ricostruite le tracce inclinate usando solo i cluster non utilizzati per quelle orizzontali:
 - (a) si effettua un loop su tutti i cluster dell'ultimo piano e viene eseguito un fit lineare combinatoriale con tutti i cluster del terzo piano;
 - (b) le rette ottenute nel punto precedente vengono prolungate al secondo piano e vengono accettati solo i cluster che distano meno di $30\ \mu\text{m}$;
 - (c) si effettua un fit con i punti accettati e si prolungano le rette al primo piano;
 - (d) si accettano solo i punti che distano meno di $30\ \mu\text{m}$ dalla retta e viene eseguito un fit lineare sui quattro punti.

3.3 Vertexing

Il procedimento di vertexing è un problema comune negli esperimenti di fisica delle particelle in cui avvengono molte interazioni ravvicinate con conseguente produzione di vari vertici di interazione. Molti di questi vertici sono di minor interesse in quanto corrispondono a tracce spurie che rendono più difficile lo studio delle tracce a cui siamo

interessati. Al fine di eliminare questi vertici spuri dai dati, le tracce ricostruite vengono raggruppate mediante un processo noto come ricostruzione di vertice o vertexing.

In questa sezione sono approfonditi due algoritmi di ricostruzione di vertice: il metodo “Billoir” e l’algoritmo “VQE”.

3.3.1 Metodo Billoir

Il Metodo Billoir [14] per la procedura di vertexing utilizza l’approccio del minimo quadrato per stimare la posizione del vertice $\mathbf{r} = (x_v, y_v, z_v)$, la sua incertezza e l’impulso \mathbf{p}_i di ogni traccia $i = 1, \dots, N_{trk}$ nella posizione di vertice. L’input è un insieme delle misure delle N_{trk} $\mathbf{q}_{mis,i} = \{\mathbf{r}, p_1, \dots, p_{N_{trk}}\}$ e le loro matrici di covarianza C_i espresse in un sistema di riferimento fisso. La dimensione dei vettori dei parametri misurati $\mathbf{q}_{mis,i}$ dipende dalla parametrizzazione scelta per le tracce.

L’ansatz di minimo quadrato può essere scritto come

$$\chi^2 = \chi^2(\mathbf{r}, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_{N_{trk}}) = \sum_{i=1}^{N_{trk}} (\mathbf{q}_{mis,i} - \mathbf{q}_{pred,i}(\mathbf{r}, \mathbf{p}_i))^T C_i^{-1} (\mathbf{q}_{mis,i} - \mathbf{q}_{pred,i}(\mathbf{r}, \mathbf{p}_i)) \quad (3.3)$$

dove le funzioni $\mathbf{q}_{pred,i}(\mathbf{r}, \mathbf{p}_i)$ denotano i parametri che avrebbe la traccia i se passasse esattamente attraverso il vertex di coordinate \mathbf{r} con impulso \mathbf{p}_i .

Per trovare un insieme ottimale di $(\mathbf{r}, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_{N_{trk}})$ bisogna risolvere le seguenti equazioni di minimizzazione del chi quadro:

$$\nabla_{\mathbf{r}} \chi^2 = 0 \qquad \nabla_{\mathbf{p}_i} \chi^2 = 0 \quad (3.4)$$

Successivamente, si effettua un’espansione di Taylor, solitamente al primo ordine, intorno a dei vettori iniziali \mathbf{r}_0 e $\mathbf{p}_{0,i}$ in modo da avere una soluzione analitica:

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_i(\mathbf{r}_0 + \delta\mathbf{r}, \mathbf{p}_{0,i} + \delta\mathbf{p}_i) &= \mathbf{q}_i(\mathbf{r}_0, \mathbf{p}_{0,i}) + \nabla_{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{q}_i(\mathbf{r}, \mathbf{p}_i) \delta\mathbf{r} + \nabla_{\mathbf{p}_i} \cdot \mathbf{q}_i(\mathbf{r}, \mathbf{p}_i) \delta\mathbf{p}_i = \\ &= \mathbf{q}_{0,i} + D_i \delta\mathbf{r} + E_i \delta\mathbf{p}_i \end{aligned} \quad (3.5)$$

dove $\delta\mathbf{r}$ e $\delta\mathbf{p}_i$ denotano piccole variazioni attorno \mathbf{r}_0 e $\mathbf{p}_{0,i}$ e D_i e E_i sono gli Jacobiani per le trasformazioni rispettivamente dallo spazio delle configurazioni \mathbf{r} e dallo spazio degli impulsi \mathbf{p} allo spazio dei parametri \mathbf{q} .

Queste equazioni si risolvono in maniera iterativa: il vertice precedentemente fittato è usato come punto iniziale per l’iterazione successiva assumendo che l’approssimazione dei parametri della traccia diventi sempre più accurata avvicinandosi così al vero punto di vertice.

3.3.2 L’algoritmo VQE

Il *Variational Quantum Eigensolver (VQE)* [15] è un algoritmo quantistico utilizzato per risolvere diversi problemi di ottimizzazione. Esso appartiene alla classe degli “algoritmi

ibridi quantistici” in quanto utilizza computer quantistici per codificare il problema in una funzione d’onda Ψ (dipendente dal numero dei parametri) che è successivamente utilizzata per valutare un Hamiltoniana; è “ibrido” in quanto utilizza un minimizzatore classico per trovare l’insieme dei parametri che minimizzano il valore di $\langle \Psi | \hat{H} | \Psi \rangle$. Il minimo del valore di aspettazione dell’Hamiltoniana si ottiene quando la funzione d’onda Ψ corrisponde all’autostato con minor energia (autovalore più piccolo). Attraverso questo approccio, l’algoritmo VQE è in grado di individuare l’autostato pertinente, dal quale si ottiene il valore dei parametri desiderati e, di conseguenza, le informazioni relative ai vertici di interazione. Il principio di funzionamento di questo algoritmo è rappresentato in Fig. 3.5.

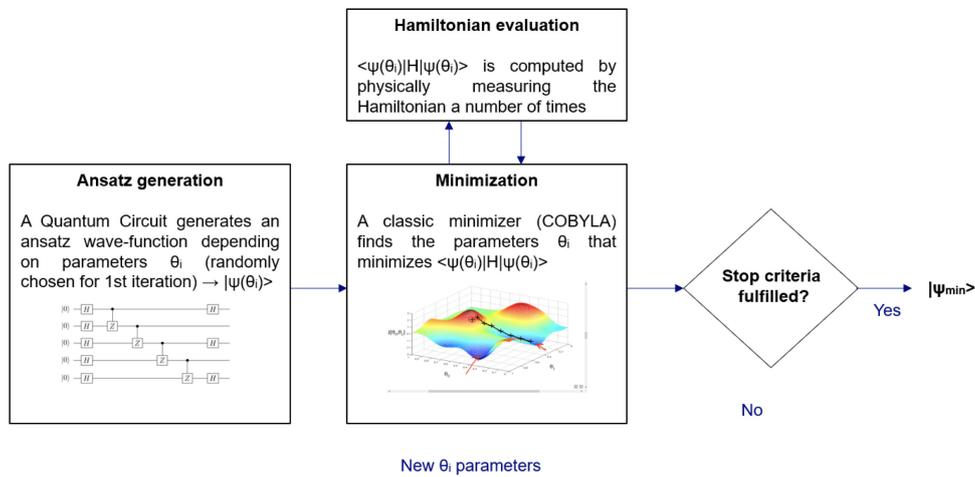


Figura 3.5: Rappresentazione algoritmo VQE.

Capitolo 4

Ricostruzione di Tracce e Vertici di Interazione

L'algoritmo implementato ha lo scopo di ricostruire le tracce dei proiettili e dei frammenti generati nel rivelatore di vertice. Al fine dell'esperimento solo le tracce dei frammenti primari sono importanti dal punto di vista fisico, in quanto si vogliono calcolare le sezioni d'urto di produzione dei frammenti in seguito all'impatto tra il fascio e il bersaglio. Tuttavia, per testare la funzionalità è stata condotta un'analisi preliminare sulla ricostruzione delle tracce, includendo anche quelle non rilevanti dal punto di vista fisico, come i proiettili di Ossigeno non interagenti, i frammenti secondari e i fenomeni di back-scattering con lo strato finale dell'apparato sperimentale di FOOT. Successivamente, a partire dalle tracce ottenute, ho ricostruito i vertici di interazione; questo costituisce l'ultimo passaggio che in genere si effettua nell'ambito della ricostruzione delle tracce.

4.1 Dati utilizzati

I dati utilizzati per ricostruire le tracce sono simulazioni Monte Carlo di 10^6 eventi di collisione di un fascio di nuclei di Ossigeno su un bersaglio di Carbonio relativi al setup usato durante la presa dati eseguita ai laboratori GSI nel 2020.

Questi dati sono stati simulati da FLUKA, ricostruiti da SHOE e organizzati nel file "shoe_GSI2021_MC16_O_C_400_e6_ntu.root".

Prima di procedere alla descrizione dell'algoritmo, bisogna innanzitutto descrivere il formato in cui sono organizzati i dati all'interno del file SHOE.

Di seguito sono riportati solo alcuni degli output del file, in particolare quelli relativi al rivelatore di vertice necessari per l'implementazione e per il test dell'algoritmo.

```

vector<float>    *vt_clus_x;
vector<float>    *vt_clus_y;
vector<float>    *vt_clus_z;
vector<int>      *vtx_clus_MCId;
vector<int>      *MC_MotherID;
vector<double>   *MC_Mass;
vector<int>      *MC_Charge;
vector<float>    *MC_InitPos_x;
vector<float>    *MC_InitPos_y;
vector<float>    *MC_InitPos_z;
vector<float>    *MC_FinalPos_x;
vector<float>    *MC_FinalPos_y;
vector<float>    *MC_FinalPos_z;

```

Le variabili precedute dal prefisso “vt_” sono le informazioni relative al rivelatore di vertice.

I dati utilizzati per ricostruire le tracce sono i *vector < float > *vt_clus_x*, **vt_clus_y* e **vt_clus_z* e rappresentano le coordinate cartesiane del centro dei cluster ricostruiti.

Le variabili contraddistinte dal prefisso “MC” sono le informazioni riguardanti le particelle generate nella simulazione:

- ID: ogni particella ha un proprio ID che la definisce univocamente e corrisponde alla sua posizione nei vettori delle varie variabili.
- Mother ID: -1 indica che la particella in questione è appartenente al fascio proiettile, 0 indica che la particella è un frammento primario, 1 indica che la particella è un frammento secondario e così via.
- Charge e Mass: indicano rispettivamente la carica e la massa della particella generata.
- InitPos_x, InitPos_y e InitPos_z: indicano la posizione in cui è stata generata la particella;
- FinalPos_x, FinalPos_y, FinalPos_z: indicano la posizione in cui è decaduta la particella.

Questi ultimi due punti saranno di fondamentale importanza per analizzare l’efficienza dell’algoritmo in quanto da questi dati sarà possibile avere il numero preciso di particelle nate dalla frammentazione del fascio con il bersaglio e avere quindi un diretto paragone con il numero di tracce dei frammenti ricostruite dall’algoritmo.

4.2 Implementazione dell'algoritmo

4.2.1 Tracciamento

Per prima cosa ho separato i cluster accesi sui piani del rivelatore in quattro vettori: uno per ogni piano. A ogni punto del vettore del piano i -esimo è associata la posizione x-y-z del cluster (con errore di $6 \mu m$) e le informazioni MC sulla particella che l'ha generato (ID, charge e Mother ID).

Come descritto nella Sez. 2.2.2, il rivelatore di vertice è costituito da quattro piani di chip al Silicio. Inoltre, essendo situati prima dei due magneti, le particelle avranno una traiettoria lineare, pertanto è possibile procedere cercando solo tracce lineari.

L'algoritmo consiste in un combinatoriale tra tutti i cluster accesi sui quattro piani. Non c'è un ordine specifico con cui bisogna analizzare i piani, per cui ho testato le varie possibili configurazioni per le quali verranno mostrati i risultati successivamente.

In Fig. 4.1 è riportato per semplicità l'algoritmo che procede dal primo all'ultimo piano in modo progressivo.

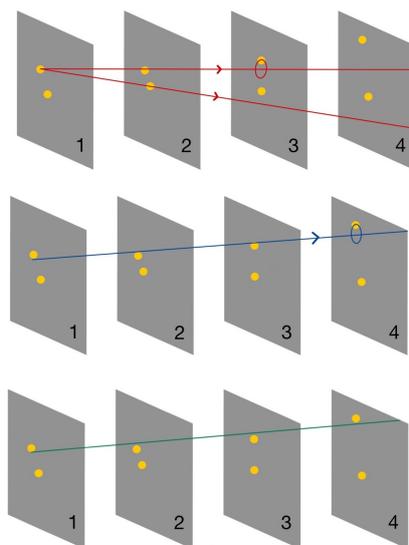


Figura 4.1: Rappresentazione schematica del funzionamento dell'algoritmo di tracciamento.

L'algoritmo consiste nei seguenti step:

1. si collegano tutti i cluster del primo piano ai cluster del piano successivo (in questo caso il secondo) ottenendo delle rette;
2. si prolungano le rette ottenute alla posizione del terzo piano e si calcolano le distanze delle rette dai cluster accesi nel piano in questione. Qui si accettano solo i punti che hanno una distanza minore di $200 \mu m$;

3. prese le rette e i punti del terzo piano che soddisfano questi requisiti di distanza, si effettua un fit lineare tra i cluster dei primi due piani che costituivano la retta e il cluster del terzo piano;
4. si prolunga al quarto e ultimo piano la retta ottenuta dal fit e si accettano solo i cluster che distano meno di $200 \mu m$ da essa.
5. si effettua un fit lineare con i quattro punti risultanti;
6. ottenute tutte le rette possibili che meglio collegano i cluster dei quattro piani, viene controllato se sono presenti tra i punti rimanenti non ancora utilizzati dei cluster che possono formare delle rette non più tra i quattro piani ma tra solo tre di essi, in modo da ridurre al minimo il numero di cluster a disposizione non utilizzati.

Il procedimento appena descritto viene effettuato in parallelo sia sul piano $x - z$ che sul piano $y - z$ in modo da rendere più veloce il programma di calcolo eliminando alla base eventi in cui si riesce a costruire la traccia su uno solo dei due piani e avendo come risultato finale solo tracce che collegano i cluster simultaneamente sul piano $x - z$ e $y - z$.

Una volta completati questi passaggi, si hanno a disposizione tutte le rette che meglio congiungono i cluster accesi sui quattro piani. A partire da queste rette, grazie ai dati MC, bisogna successivamente verificare quali siano le tracce consistenti dal punto di vista fisico: se i quattro cluster che compongono la retta hanno lo stesso ID , la traccia viene definita **vera**; essa cioè descrive la traiettoria di un'unica particella che ha interagito con i quattro piani del rivelatore. Se i quattro cluster che compongono la retta hanno ID diverso, la traccia viene definita **falsa**; essa cioè collega particelle diverse che casualmente hanno interagito con il rivelatore in punti disposti lungo una linea retta.

4.2.2 Studi di Ottimizzazione

Una volta ottenute le tracce vere e le tracce false, il passaggio successivo è quello di ottimizzare l'algoritmo rappresentando le distribuzioni di diverse variabili per le tracce vere e per le tracce false in modo da capire quali tagli effettuare per eliminare il maggior numero possibile di fondo (tracce false). Questo è essenziale in quanto con l'esperimento vero e proprio non si avranno a disposizione le informazioni MC e non avendo gli ID delle particelle, non saremo in grado di dire quale traccia sia effettivamente vera e quale falsa. Dovremo quindi avere un algoritmo che sia in grado di dare in output il maggior numero di tracce vere e il minor numero di tracce false.

A tal fine si definiscono quelle che sono l'efficienza e la purezza di un algoritmo:

$$efficienza = \frac{\#tracce\ vere}{\#tracce\ generate} \quad (4.1)$$

$$purezza = 1 - \frac{\#tracce\ false}{\#tracce\ vere + \#tracce\ false}$$

Per calcolare quindi l'efficienza dell'algoritmo bisogna innanzitutto trovare il numero effettivo di tracce generate dalla simulazione che possano essere rivelate dall'apparato sperimentale. Per questo si esegue una selezione sulle particelle generate richiedendo:

- che la particella generata abbia carica compresa tra 1 e 8;
- che la particella sia generata prima del secondo piano del rivelatore e decaduta dopo l'ultimo piano: questo è fatto in modo da avere la possibilità che la particella abbia causato almeno 3 hit;
- in aggiunta, considerando il back scattering, bisogna tener conto anche delle particelle nate dopo il terzo piano del rivelatore e decadute prima del primo piano.

Uno schema rappresentativo di quanto appena descritto è riportato in Fig. 4.2. Ovviamente il tipo di traccia descritto nell'ultimo punto non è rilevante al fine dello scopo dell'esperimento FOOT. Tuttavia in ambito di testing di un algoritmo di ricostruzione tracce nessuna possibile traiettoria deve essere esclusa in quanto si provvederà successivamente, tramite dei tagli, ad escludere le tracce non rilevanti.

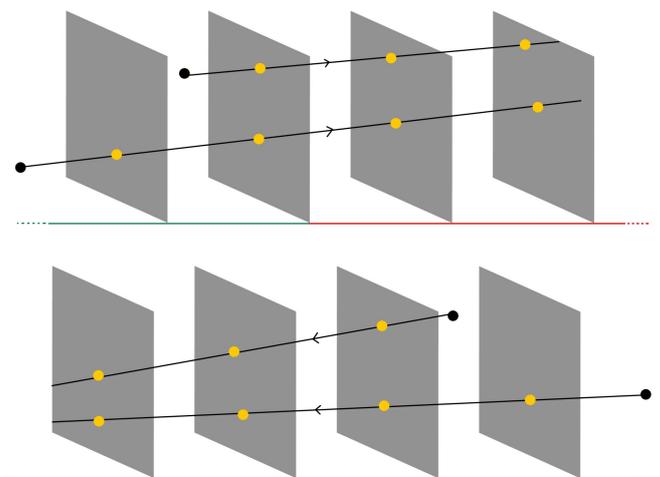


Figura 4.2: Range spaziale che devono avere le particelle generate durante la simulazione affinché esse possano essere tracciate dall'apparato sperimentale di FOOT in combinazione con la tipologia di algoritmo implementato.

Nel modo di procedere appena descritto si ottiene il numero di tracce realmente generate dalla simulazione MC e che possano essere rivelate dal set-up sperimentale di FOOT:

$$\#tracce\ generate = 1283993$$

Trovare dei tagli da effettuare sulle variabili non è l'unico modo per migliorare efficienza e purezza: si può usare un ordine diverso di ricostruzione per i quattro piani. Avendo a disposizione 4 piani, sono 24 i modi in cui possiamo procedere con questa tipologia di algoritmo.

L'efficienza e purezza delle 24 possibili combinazioni sono riportate in Tab. 4.1. Questi risultati sono stati ottenuti senza applicare tagli e non riutilizzando i punti per più tracce vere.

Ordine	Efficienza	Purezza
1234	92.20%	38.47%
1243	92.49%	35.26%
1324	92.21%	35.85%
1342	93.99%	30.26%
1423	92.50%	34.05%
1432	93.99%	30.73%
2134	92.20%	41.00%
2143	92.49%	38.57%
2314	92.21%	37.13%
2341	94.52%	31.90%
2413	92.49%	34.53%
2431	94.52%	31.15%
3124	92.21%	35.96%
3142	93.99%	30.90%
3214	92.21%	35.83%
3241	94.52%	31.93%
3412	93.98%	29.57%
3421	94.51%	30.86%
4123	92.49%	32.64%
4132	93.99%	29.54%
4213	92.49%	29.54%
4231	94.52%	29.42%
4312	93.98%	26.57%
4321	94.51%	27.48%

Tabella 4.1: Efficienza e Purezza dell'algoritmo implementato nei 24 modi possibili di ordinamento dei piani.

Come si può vedere dalla Tab. 4.1 l'algoritmo che risulta avere miglior efficienza è quello che procede nell'ordine $4 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$, una cui rappresentazione è riportata in Fig. 4.3.

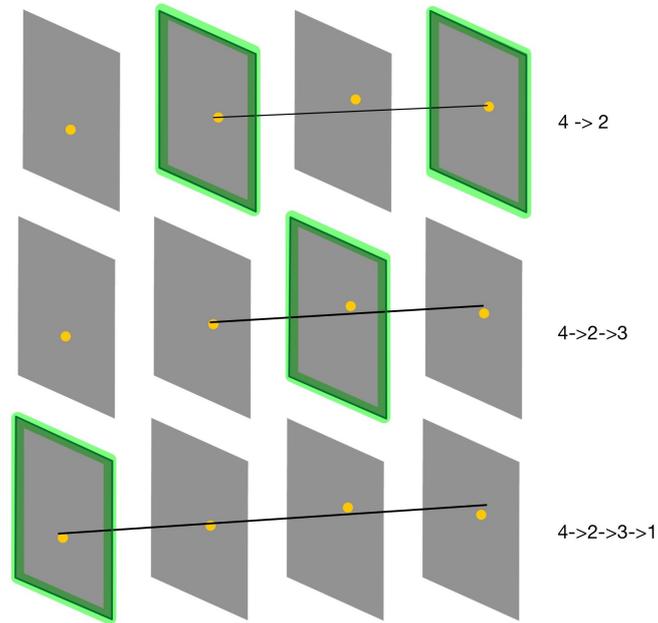


Figura 4.3: Rappresentazione combinazione più efficiente.

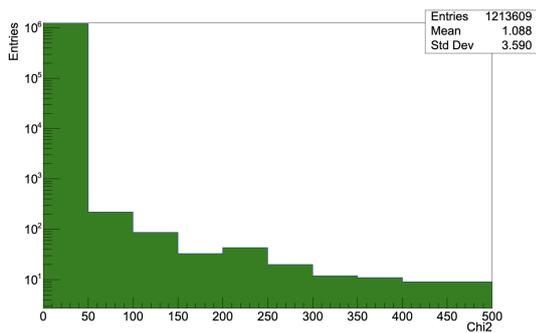
Quattro algoritmi risultano essere migliori degli altri, ma quello selezionato ha efficienza migliore alla terza cifra decimale che non è riportata in tabella. I risultati sono perciò sostanzialmente equivalenti per tutti e quattro da questo punto di vista. La sua purezza risulta inoltre essere la migliore a parità di efficienza, ma ciò non è di fondamentale importanza perché una volta trovato l'algoritmo migliore dal punto di vista dell'efficienza si procederà, tramite dei tagli sulle variabili, ad aumentare la sua purezza.

Prima di fare ciò, bisogna decidere quali variabili rappresentare per le diverse tracce: queste saranno poi le variabili che daranno informazioni sui tagli da effettuare per escludere il maggior numero di tracce false possibile. Le variabili rappresentate sono le seguenti:

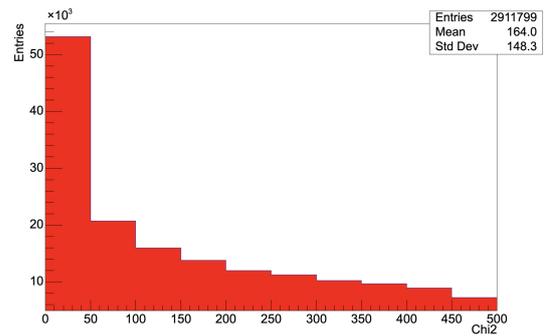
- χ^2 delle rette ottenute fittando i punti sul piano x-z;
- χ^2 delle rette ottenute fittando i punti sul piano y-z;
- numero di cluster che compongono la traccia: (3 o 4);
- θ : angolo della traccia rispetto l'asse z;
- ϕ : angolo della traccia sul piano x-y rispetto l'asse x;
- impact parameter: distanza perpendicolare della traccia dall'origine (0,0,0);

- intercetta (q_x) e pendenza (m_x) delle rette sul piano x-z;
- intercetta (q_y) e pendenza (m_y) delle rette sul piano y-z.

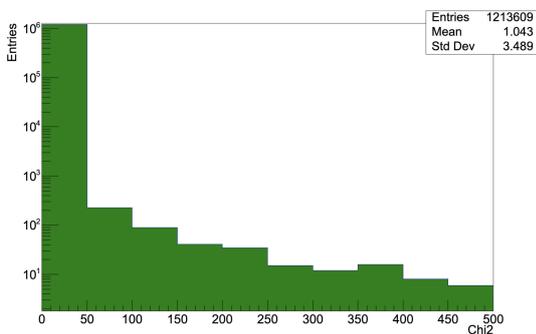
In Fig. 4.4 sono riportate le distribuzioni delle variabili appena elencate per l'algoritmo che procede nell'ordine 4231 senza aver effettuato tagli alle variabili e avendo utilizzato i cluster una sola volta.



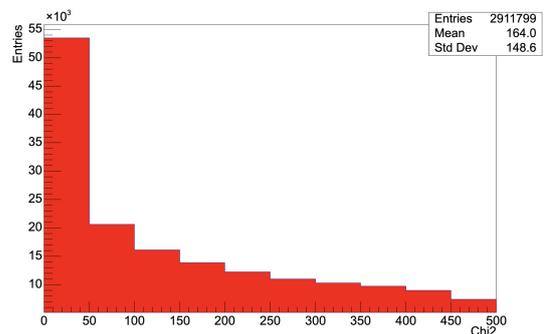
(a) Distribuzione del χ^2 delle tracce vere ricostruite nel piano x-z.



(b) Distribuzione del χ^2 delle tracce false ricostruite nel piano x-z.

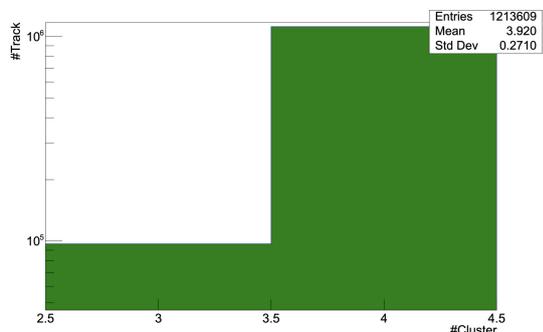


(c) Distribuzione del χ^2 delle tracce vere ricostruite nel piano y-z.

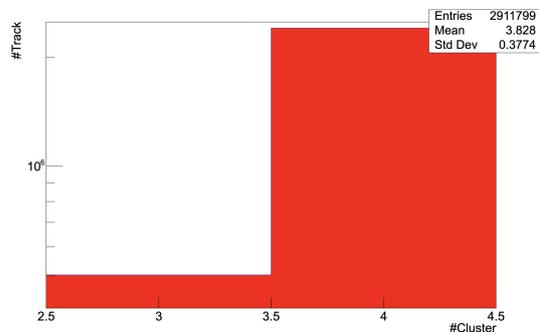


(d) Distribuzione del χ^2 delle tracce false ricostruite nel piano y-z.

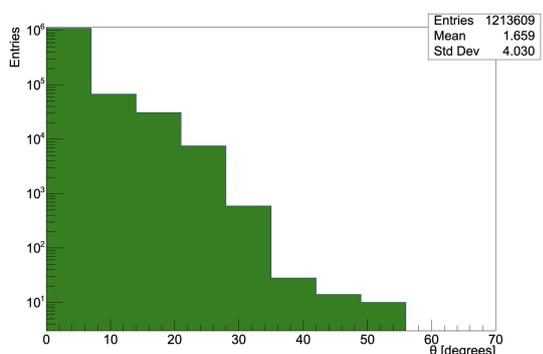
Figura 4.4: Distribuzioni delle variabili selezionate per le tracce vere e per le tracce false ricostruite dall'algoritmo che procede nell'ordine 4231.



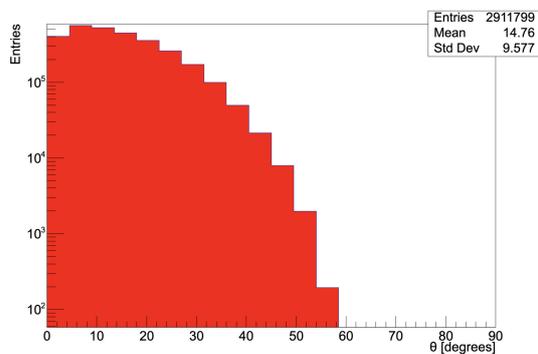
(e) Numero di cluster che compongono le tracce vere ricostruite.



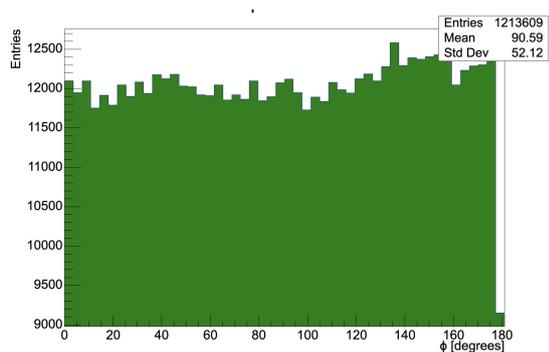
(f) Numero di cluster che compongono le tracce false ricostruite.



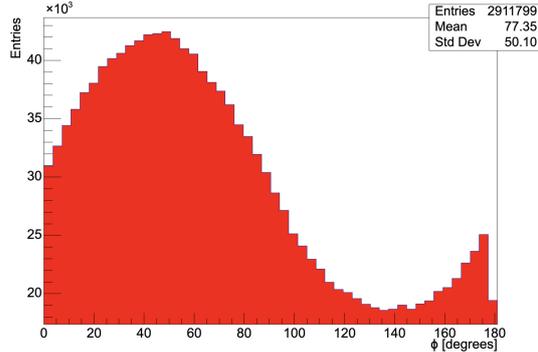
(g) Distribuzione dell'angolo θ per le tracce vere ricostruite.



(h) Distribuzione dell'angolo θ per le tracce false ricostruite.

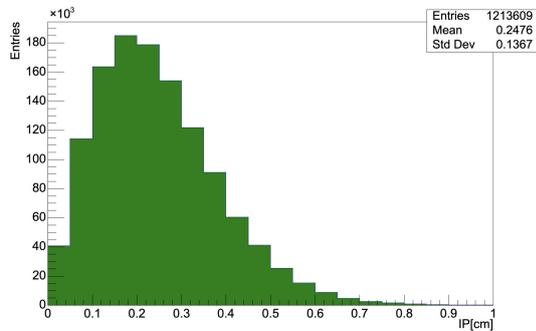


(i) Distribuzione dell'angolo ϕ per le tracce vere ricostruite.

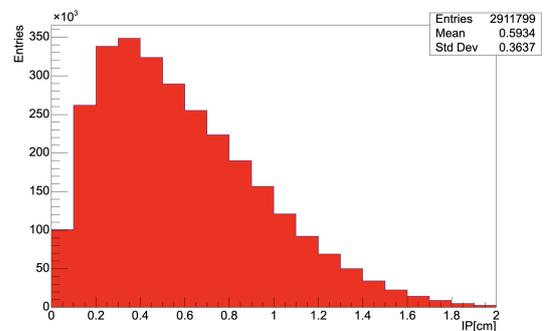


(j) Distribuzione dell'angolo ϕ per le tracce false ricostruite.

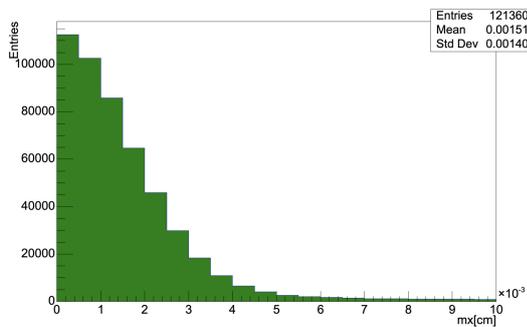
Figura 4.4: Distribuzioni delle variabili selezionate per le tracce vere e per le tracce false ricostruite dall' algoritmo che procede nell'ordine 4231.



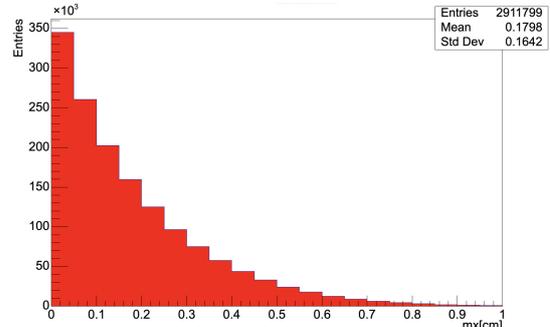
(k) Distribuzione dell'impact parameter per le tracce vere ricostruite.



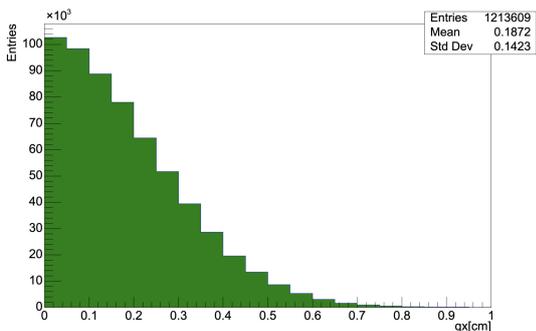
(l) Distribuzione dell'impact parameter per le tracce false ricostruite.



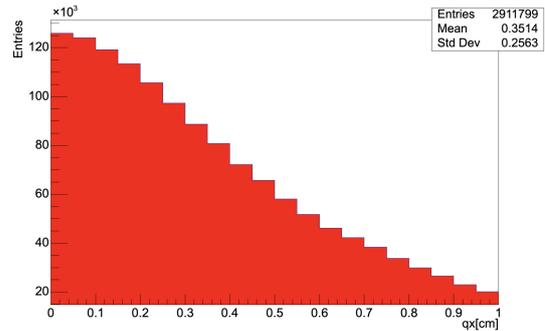
(m) Distribuzione della pendenza delle tracce vere ricostruite sul piano x-z.



(n) Distribuzione della pendenza delle tracce false ricostruite sul piano x-z.

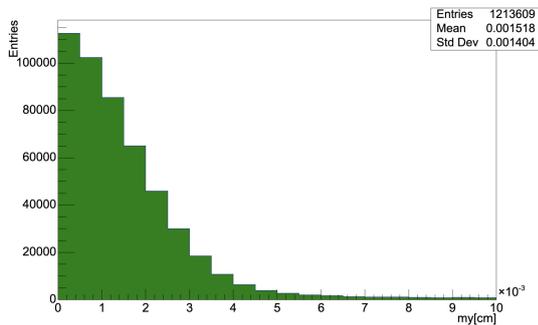


(o) Distribuzione dell'intercetta delle tracce vere ricostruite sul piano x-z.

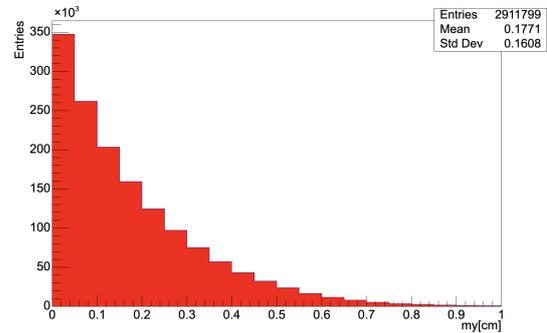


(p) Distribuzione dell'intercetta delle tracce false ricostruite sul piano x-z.

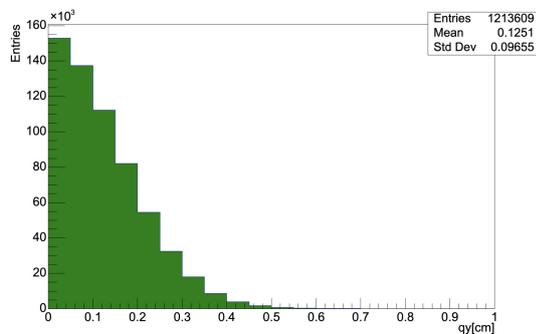
Figura 4.4: Distribuzioni delle variabili selezionate per le tracce vere e per le tracce false ricostruite dall'algoritmo che procede nell'ordine 4231.



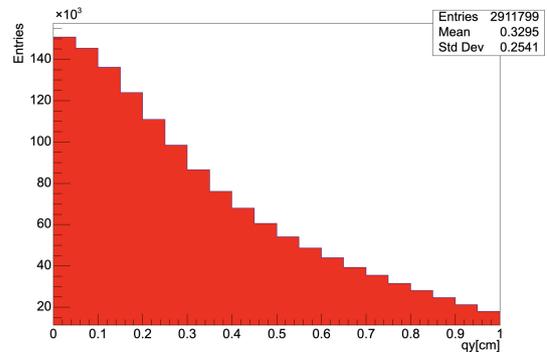
(q) Distribuzione della pendenza delle tracce vere ricostruite sul piano y-z.



(r) Distribuzione della pendenza delle tracce false ricostruite sul piano y-z.



(s) Distribuzione dell'intercetta delle tracce vere ricostruite sul piano y-z.



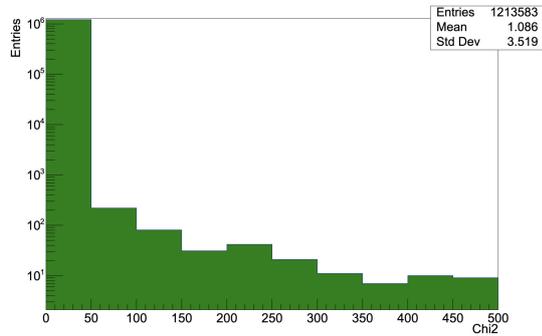
(t) Distribuzione dell'intercetta delle tracce false ricostruite sul piano y-z.

Figura 4.4: Distribuzioni delle variabili selezionate per le tracce vere e per le tracce false ricostruite dall'algoritmo che procede nell'ordine 4231.

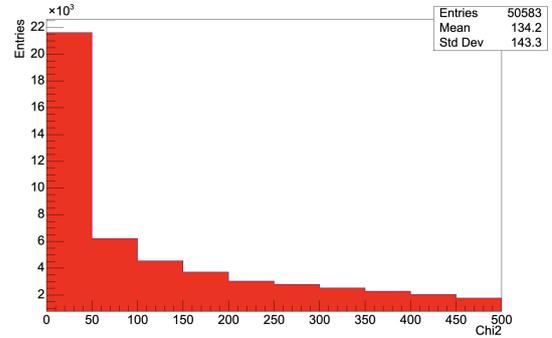
Selezione tracce vere

Dalle Fig. 4.4a, 4.4b, 4.4c e 4.4d emerge chiaramente che le tracce false presentano una distribuzione più ampia dei valori di χ^2 . Pertanto, il taglio più significativo da effettuare è quello basato su tale valore. Poiché vi sono poche tracce vere con un χ^2 superiore a 500, ho eliminato tutte le tracce ricostruite dall'algoritmo che presentavano un valore di χ^2 oltre tale soglia. In seguito al taglio, vedendo le distribuzioni aggiornate, sarà possibile controllare se possono essere applicati dei tagli ad altre variabili.

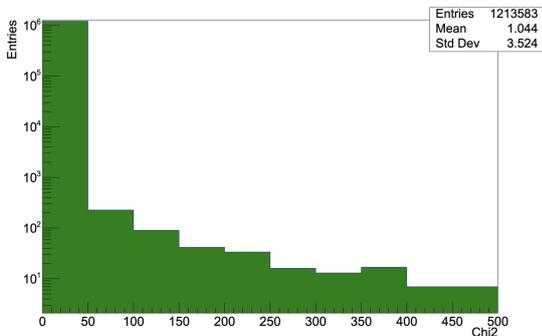
Le distribuzioni ottenute dopo l'applicazione del taglio al $\chi^2 > 500$ sono riportate in Fig. 4.5



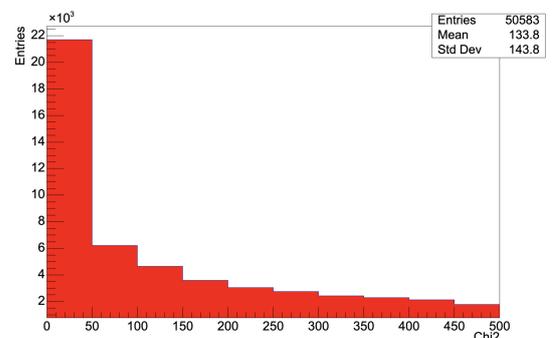
(a) Distribuzione del χ^2 delle tracce vere ricostruite nel piano x-z.



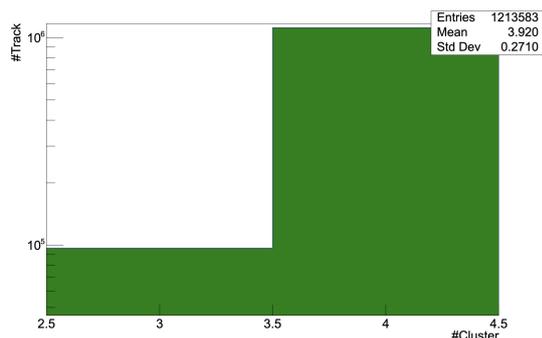
(b) Distribuzione del χ^2 delle tracce false ricostruite nel piano x-z.



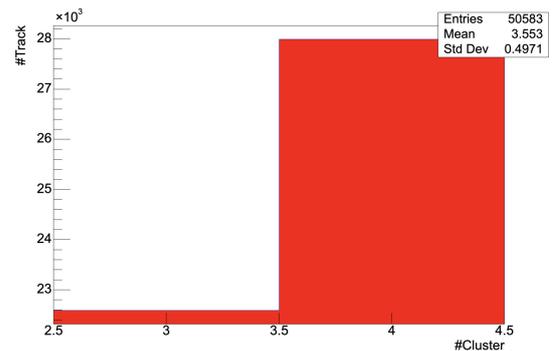
(c) Distribuzione del χ^2 delle tracce vere ricostruite nel piano y-z.



(d) Distribuzione del χ^2 delle tracce false ricostruite nel piano y-z.

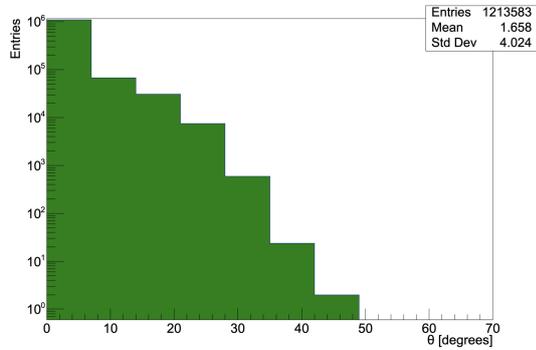


(e) Numero di cluster che compongono le tracce vere ricostruite.

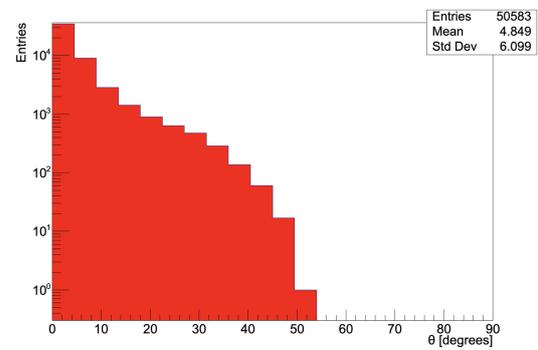


(f) Numero di cluster che compongono le tracce false ricostruite.

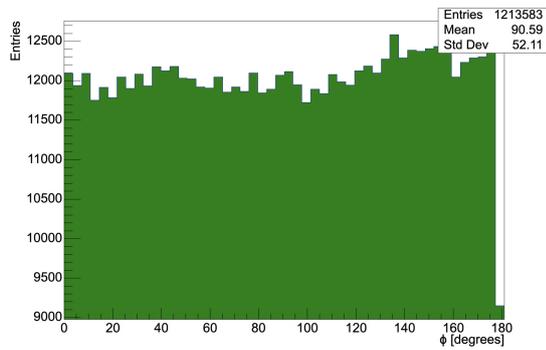
Figura 4.5: Distribuzioni delle variabili selezionate per le tracce vere e per le tracce false ricostruite dall' algoritmo che procede nell'ordine 4231 con taglio sul $\chi^2 > 500$.



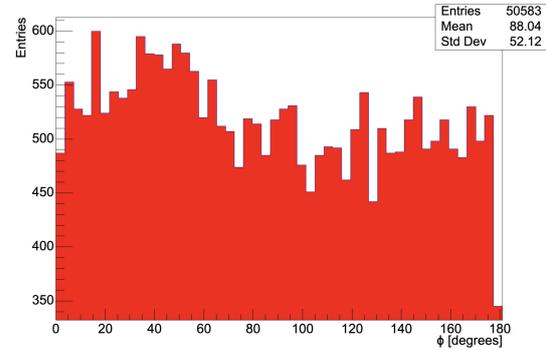
(g) Distribuzione dell'angolo θ per le tracce vere ricostruite.



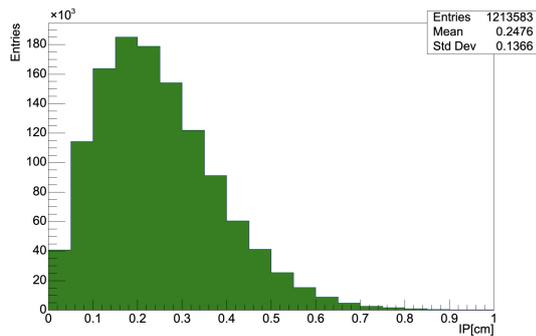
(h) Distribuzione dell'angolo θ per le tracce false ricostruite.



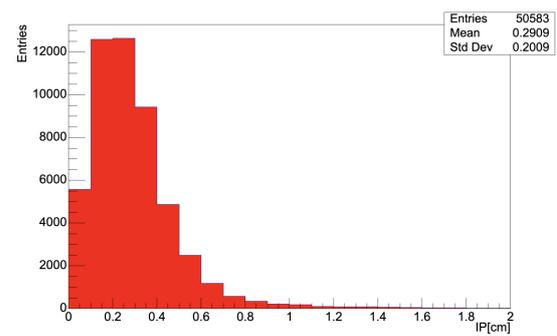
(i) Distribuzione dell'angolo ϕ per le tracce vere ricostruite.



(j) Distribuzione dell'angolo ϕ per le tracce false ricostruite.

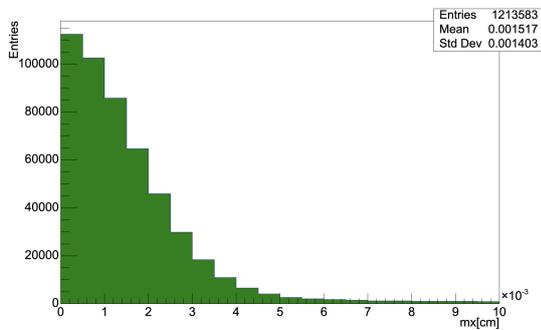


(k) Distribuzione dell'impact parameter per le tracce vere ricostruite.

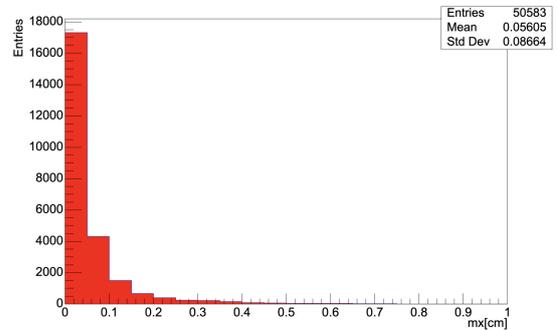


(l) Distribuzione dell'impact parameter per le tracce false ricostruite.

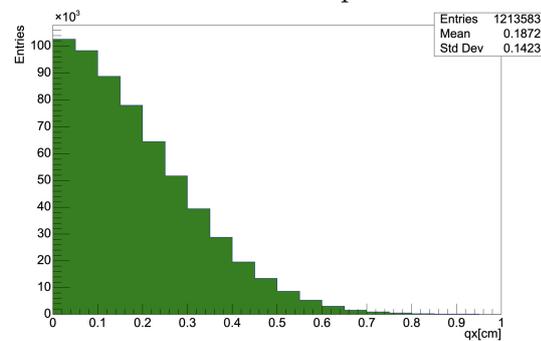
Figura 4.5: Distribuzioni delle variabili selezionate per le tracce vere e per le tracce false ricostruite dall'algoritmo che procede nell'ordine 4231 con taglio sul $\chi^2 > 500$.



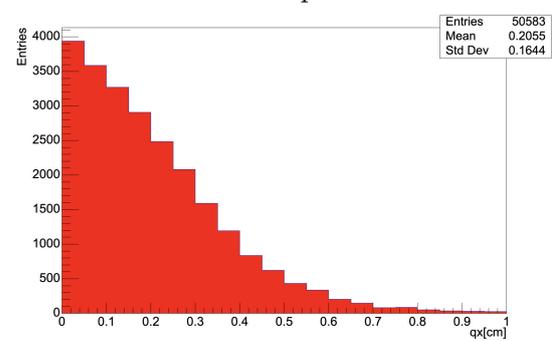
(m) Distribuzione della pendenza delle tracce vere ricostruite sul piano x-z.



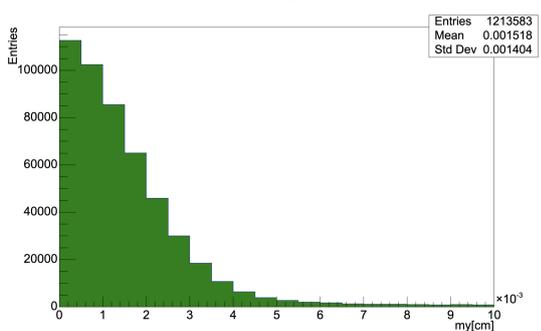
(n) Distribuzione della pendenza delle tracce false ricostruite sul piano x-z.



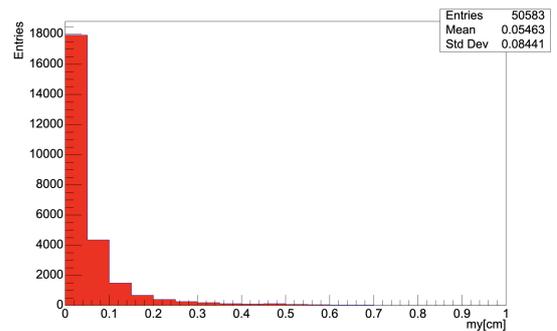
(o) Distribuzione dell'intercetta delle tracce vere ricostruite sul piano x-z.



(p) Distribuzione dell'intercetta delle tracce false ricostruite sul piano x-z.

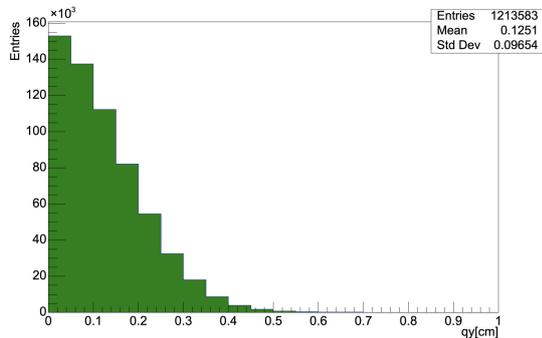


(q) Distribuzione della pendenza delle tracce vere ricostruite sul piano y-z.

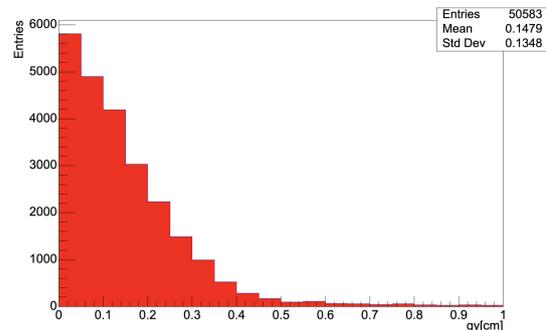


(r) Distribuzione della pendenza delle tracce false ricostruite sul piano y-z.

Figura 4.5: Distribuzioni delle variabili selezionate per le tracce vere e per le tracce false ricostruite dall'algoritmo che procede nell'ordine 4231 con taglio sul $\chi^2 > 500$.



(s) Distribuzione dell'intercetta delle tracce vere ricostruite sul piano y-z.



(t) Distribuzione dell'intercetta delle tracce false ricostruite sul piano y-z.

Figura 4.5: Distribuzioni delle variabili selezionate per le tracce vere e per le tracce false ricostruite dall' algoritmo che procede nell'ordine 4231 con taglio sul $\chi^2 > 500$.

Grazie a questo taglio, sono state eliminate ben 2861216 tracce false e solo 26 tracce vere: l'efficienza e la purezza che si ottengono in questo modo sono:

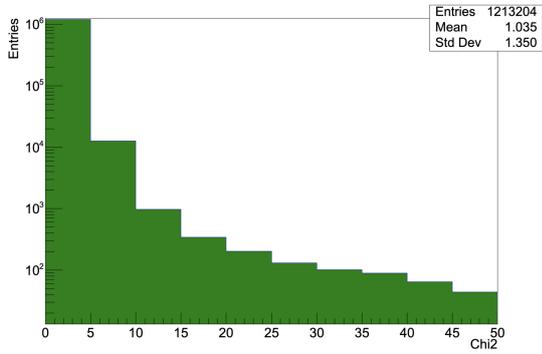
$$efficienza = 94.52\% \qquad purezza = 96.00\%$$

Questo è un ottimo risultato in quanto vuol dire che in un esperimento reale applicando questo taglio elimineremmo pochissime tracce vere ma moltissime tracce false che fungono da rumore.

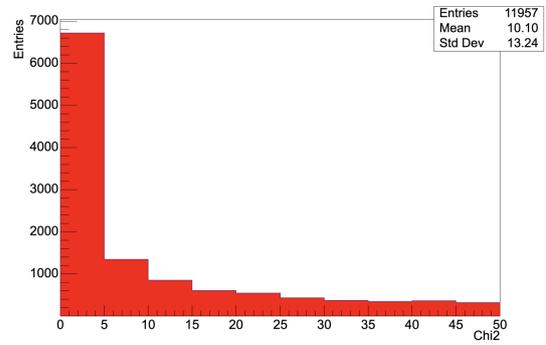
Inoltre, eliminando una grande quantità di tracce false, si può vedere in Fig. 4.5j che la distribuzione dell'angolo ϕ delle tracce false in precedenza non uniforme (Fig. 4.4j) ora si appiattisce con una media aspettata di $\sim 90^\circ$. Se prima di effettuare il taglio sul χ^2 , alcune distribuzioni (come quella dell'impact parameter e quelle relative ai parametri delle rette) suggerivano altri tagli, ora questi non sembrano essere più applicabili in quanto il taglio appena effettuato ha eliminato la quasi totalità delle tracce false.

Dato che il taglio sul $\chi^2 > 500$ non ha ridotto l'efficienza dell'algoritmo, ma ne ha notevolmente migliorato la purezza, si può provare ad applicare un taglio ancora maggiore sul χ^2 rischiando di perdere una piccola percentuale di efficienza ma migliorando ulteriormente la purezza.

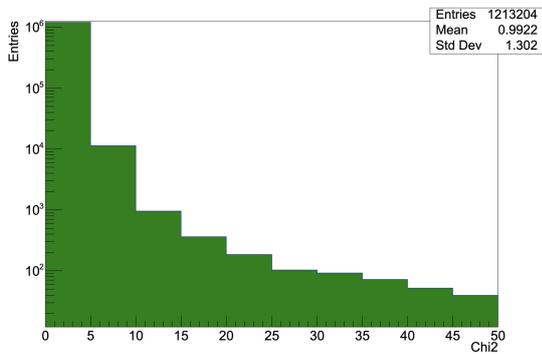
In Fig. 4.6 sono riportate le distribuzioni ottenute applicando un taglio sul $\chi^2 > 50$.



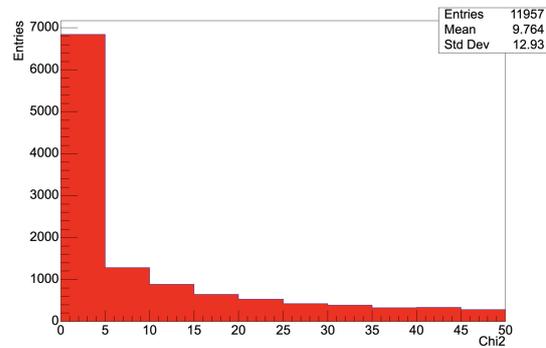
(a) Distribuzione del χ^2 delle tracce vere ricostruite nel piano x-z.



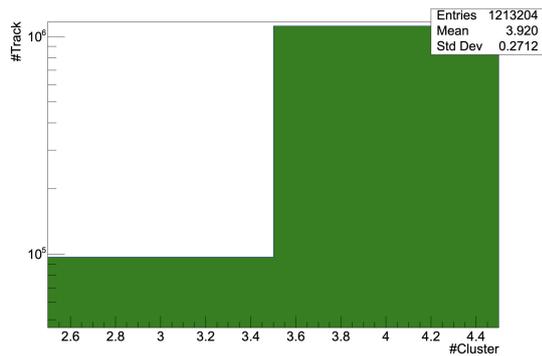
(b) Distribuzione del χ^2 delle tracce false ricostruite nel piano x-z.



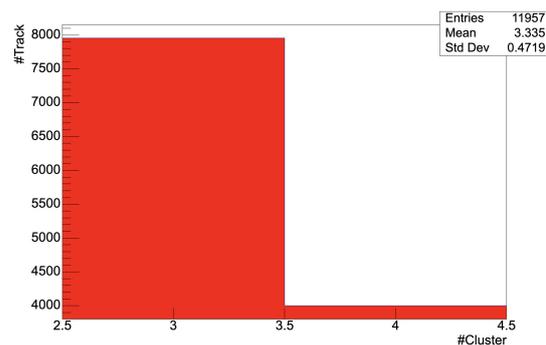
(c) Distribuzione del χ^2 delle tracce vere ricostruite nel piano y-z.



(d) Distribuzione del χ^2 delle tracce false ricostruite nel piano y-z.

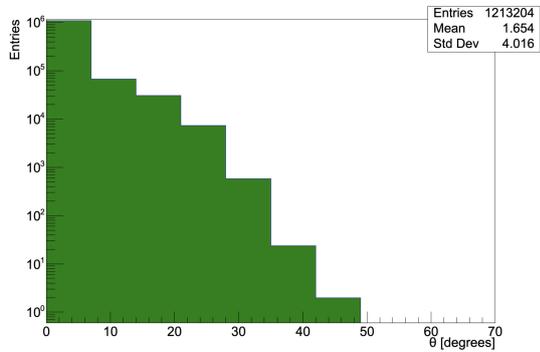


(e) Numero di cluster che compongono le tracce vere ricostruite.

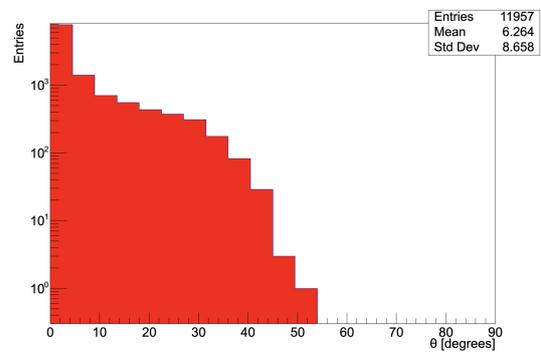


(f) Numero di cluster che compongono le tracce false ricostruite.

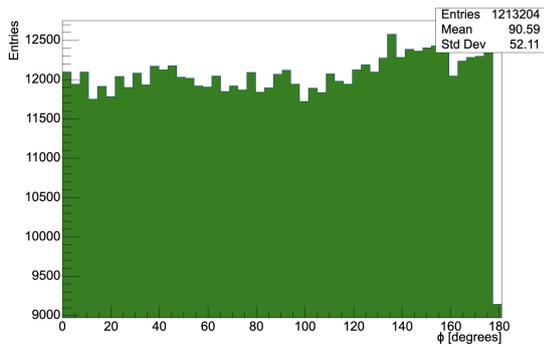
Figura 4.6: Distribuzioni delle variabili selezionate per le tracce vere e per le tracce false ricostruite dall'algoritmo che procede nell'ordine 4231 con taglio sul $\chi^2 > 50$.



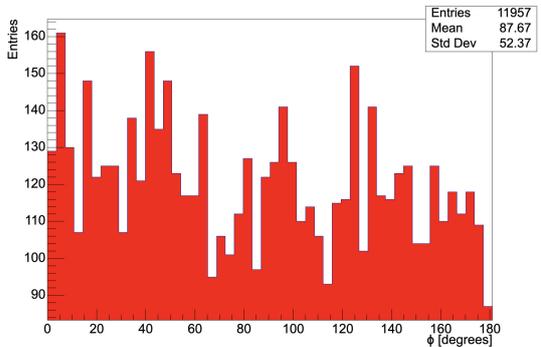
(g) Distribuzione dell'angolo θ per le tracce vere ricostruite.



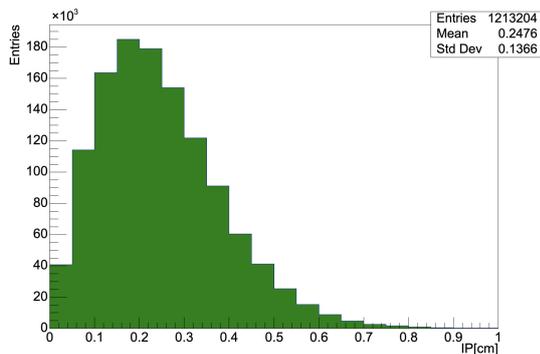
(h) Distribuzione dell'angolo θ per le tracce false ricostruite.



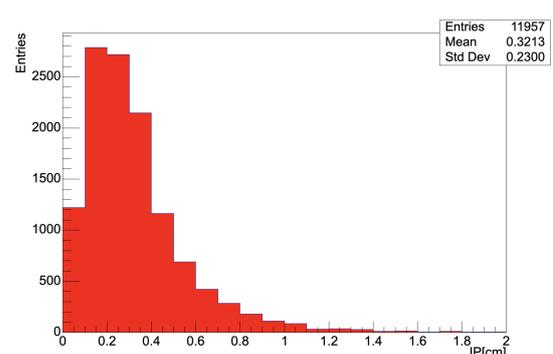
(i) Distribuzione dell'angolo ϕ per le tracce vere ricostruite.



(j) Distribuzione dell'angolo ϕ per le tracce false ricostruite.

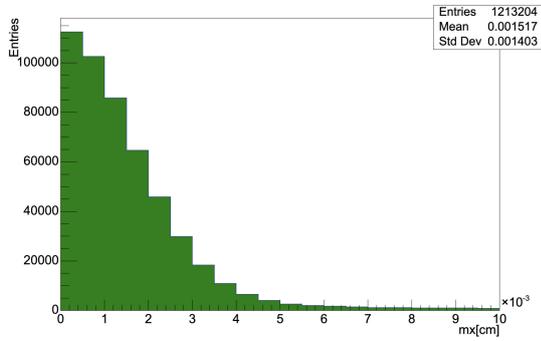


(k) Distribuzione dell'impact parameter per le tracce vere ricostruite.

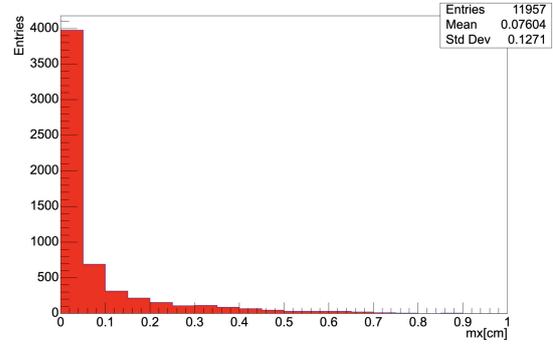


(l) Distribuzione dell'impact parameter per le tracce false ricostruite.

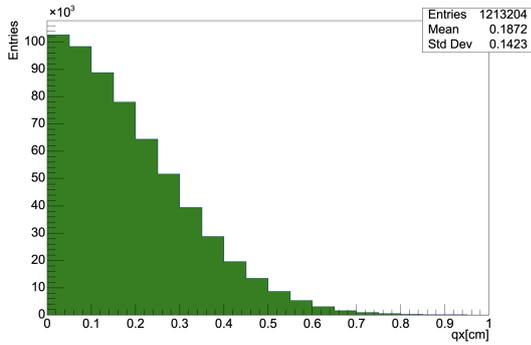
Figura 4.6: Distribuzioni delle variabili selezionate per le tracce vere e per le tracce false ricostruite dall'algorithm che procede nell'ordine 4231 con taglio sul $\chi^2 > 50$.



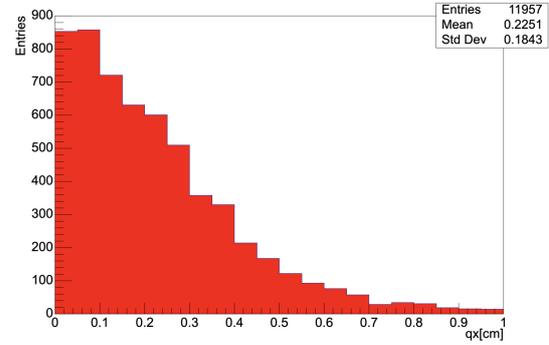
(m) Distribuzione della pendenza delle tracce vere ricostruite sul piano x-z.



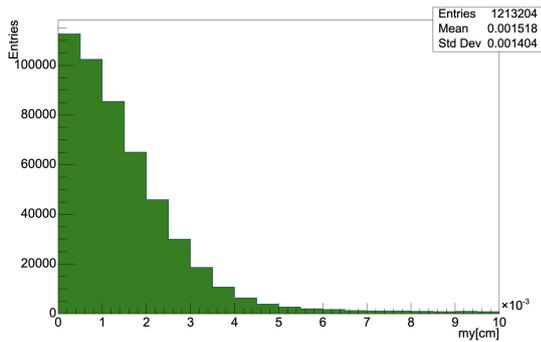
(n) Distribuzione della pendenza delle tracce false ricostruite sul piano x-z.



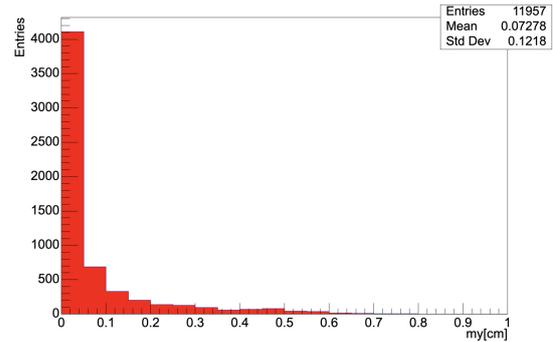
(o) Distribuzione dell'intercetta delle tracce vere ricostruite sul piano x-z.



(p) Distribuzione dell'intercetta delle tracce false ricostruite sul piano x-z.

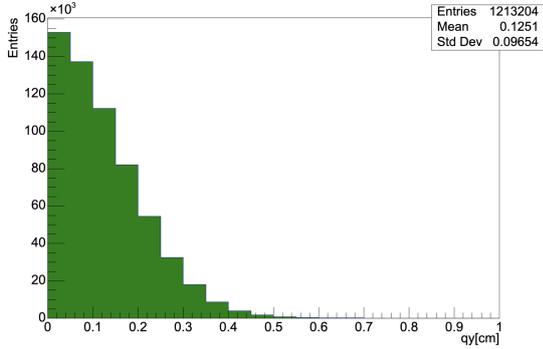


(q) Distribuzione della pendenza delle tracce vere ricostruite sul piano y-z.

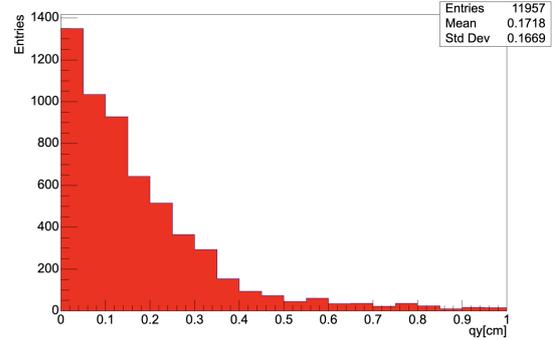


(r) Distribuzione della pendenza delle tracce false ricostruite sul piano y-z.

Figura 4.6: Distribuzioni delle variabili selezionate per le tracce vere e per le tracce false ricostruite dall'algoritmo che procede nell'ordine 4231 con taglio sul $\chi^2 > 50$.



(s) Distribuzione dell'intercetta delle tracce vere ricostruite sul piano y-z.



(t) Distribuzione dell'intercetta delle tracce false ricostruite sul piano y-z.

Figura 4.6: Distribuzioni delle variabili selezionate per le tracce vere e per le tracce false ricostruite dall'algoritmo che procede nell'ordine 4231 con taglio sul $\chi^2 > 50$.

Come si può vedere dalla Fig. 4.6, il taglio al $\chi^2 > 50$ esclude 2899842 tracce false e 405 tracce vere. L'efficienza e la purezza che si ottengono in questo modo sono:

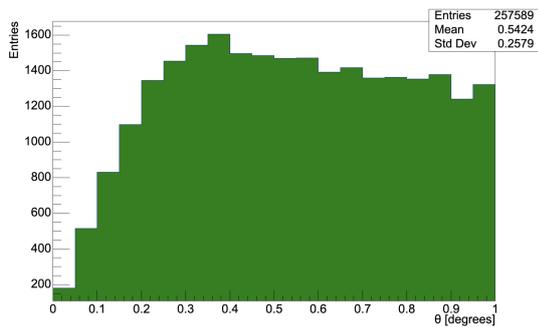
$$efficienza = 94.49\% \qquad purezza = 99.02\%$$

Inoltre, da Fig. 4.5f e Fig. 4.6f, è interessante vedere che con il taglio del $\chi^2 > 500$ le tracce false che sopravvivono in maggioranza sono costituite da quattro cluster mentre con il taglio del $\chi^2 > 50$ le tracce false che sopravvivono maggiormente sono costituite da tre cluster.

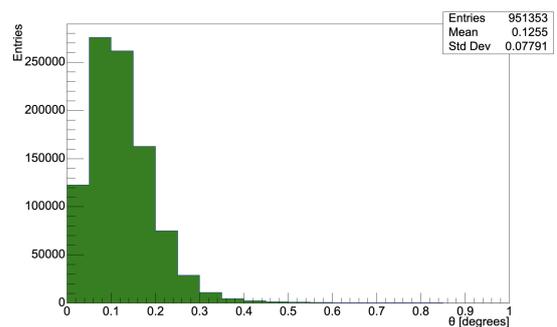
Selezione tracce frammenti primari

Avendo migliorato la purezza e l'efficienza, ora l'algoritmo è in grado di ricostruire tutte le tracce presenti all'interno del rivelatore di vertice. Per completare l'algoritmo di tracciamento però, esso deve essere in grado di ricostruire con alta precisione unicamente le tracce rilevanti dal punto di vista fisico: deve quindi saper distinguere le tracce relative ai frammenti primari rispetto alle tracce dei proiettili e dei frammenti successivi.

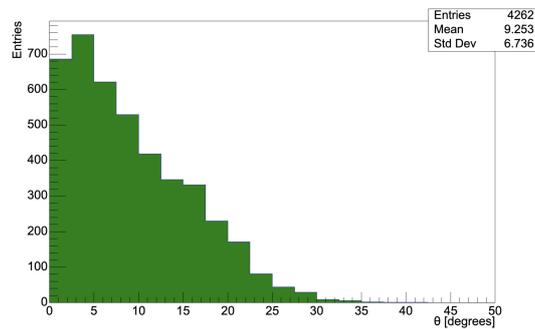
Per fare ciò ho riportato in Fig. 4.7 la distribuzione angolare di θ (con zoom vicino a piccoli angoli θ) delle tracce vere ricostruite con il taglio sul $\chi^2 > 50$ per le particelle con Mother ID = 0, con Mother ID = -1 e con Mother ID > 0 separatamente, in modo da vedere quale taglio possa essere effettuato sulla totalità delle tracce ricostruite e in modo da avere come risultato solo quelle dei frammenti primari.



(a) Zoom in piccoli angoli θ per le tracce relative ai frammenti primari.



(b) Zoom in piccoli angoli θ per le tracce relative ai proiettili.



(c) Zoom in piccoli angoli θ per le tracce relative ai frammenti successivi.

Figura 4.7: Zoom a piccoli angoli θ delle distribuzioni per le tracce relative ai frammenti primari, ai proiettili e ai frammenti successivi.

Inoltre, grazie ai dati Monte Carlo, è possibile vedere in Fig. 4.8 che le tracce con Mother ID > 0 non risultano essere un problema significativo in quanto già grazie al taglio effettuato sul χ^2 le tracce ricostruite risultano essere:

- $\sim 78\%$ tracce di proiettili di Ossigeno;
- $\sim 21\%$ tracce dei frammenti primari;
- $\sim 1\%$ tracce di frammentazioni successive.

Le tracce di Ossigeno non sono importanti dal punto di vista fisico in quanto si vogliono misurare le sezioni d'urto dei frammenti prodotti; esse sono però comunque utili perché, essendo nota la loro direzione, possono essere usate come dati per la calibrazione dell'apparato sperimentale.

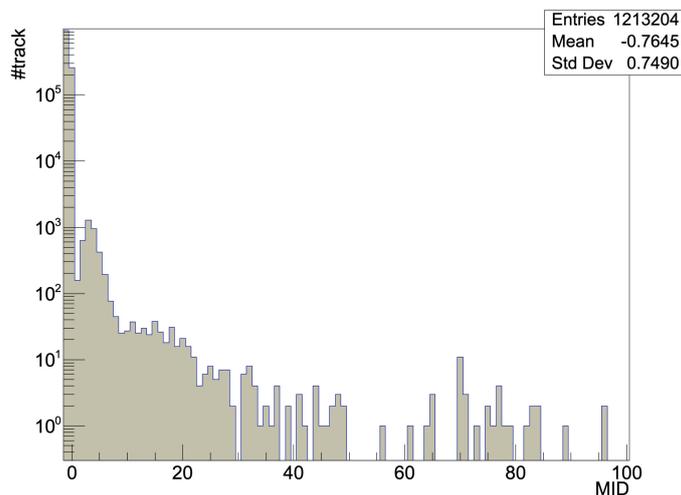
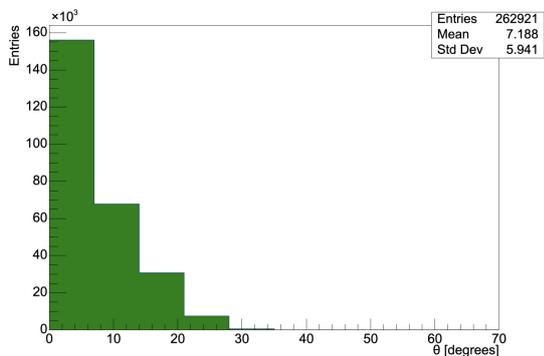


Figura 4.8: Mother Id delle particelle di cui sono state ricostruite le tracce vere dall'algoritmo 4231 in presenza di un taglio sul $\chi^2 > 50$.

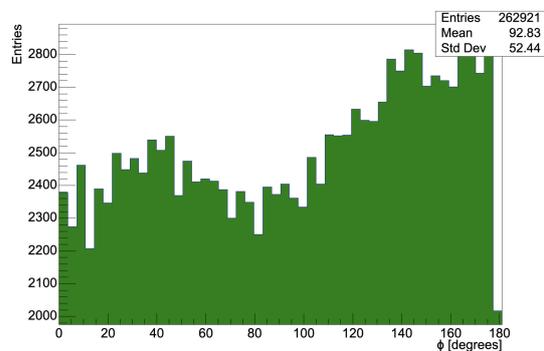
Come si può vedere dalla Fig. 4.7, può essere efficiente un taglio su $\theta < 0.4^\circ$ in quanto entro quest'angolo si trova la maggior parte degli Ossigeni e pochissimi frammenti primari.

In Fig.4.9 sono riportate le distribuzioni più rilevanti delle tracce vere ottenute dopo il taglio su $\theta < 0.4^\circ$.

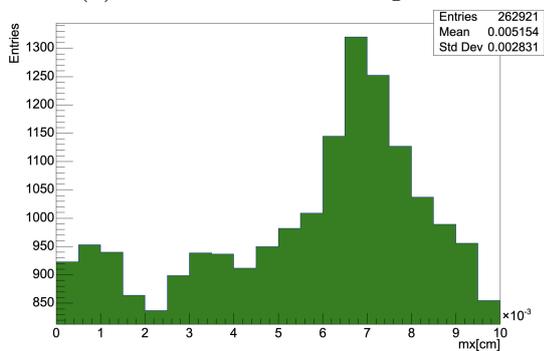
I tipi di particelle sopravvissute dopo il taglio su θ sono riportati in Fig. 4.10.



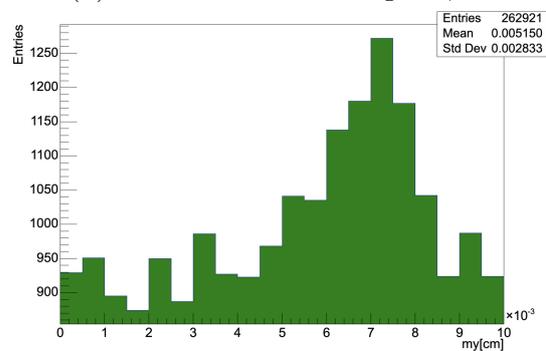
(a) Distribuzione dell'angolo θ .



(b) Distribuzione dell'angolo ϕ .



(c) Distribuzione della pendenza delle tracce ricostruite sul piano x-z.



(d) Distribuzione della pendenza delle tracce ricostruite sul piano y-z.

Figura 4.9: Distribuzioni delle variabili selezionate per le tracce vere ricostruite dall'algoritmo che procede nell'ordine 4231 con taglio sul $\chi^2 > 50$ e su $\theta < 0.4^\circ$.

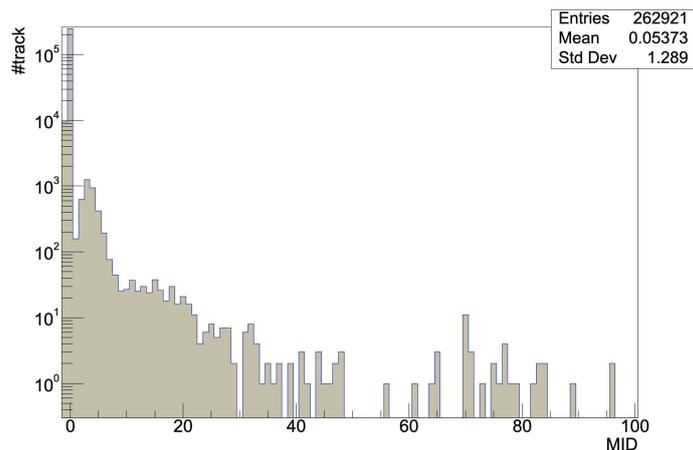


Figura 4.10: Mother Id delle particelle di cui sono state ricostruite le tracce vere dall'algoritmo 4231 in presenza di un taglio sul $\chi^2 > 50$ e su $\theta < 0.4^\circ$.

Come si può vedere paragonando la Fig. 4.8 e la Fig. 4.10 il taglio ha permesso di eliminare 941994 tracce che non siano relative ai frammenti primari: vengono ricostruite 262921 tracce di cui:

- $\sim 95\%$ (249300) appartenente realmente ai frammenti primari;
- $\sim 4\%$ appartenente agli Ossigeni (notare la differenza rispetto a prima del taglio);
- $\sim 1\%$ appartenente a frammenti successivi.

Dalle informazioni Monte Carlo si può valutare il numero di frammenti primari realmente generato nella simulazione cercando le particelle con carica tra 1 e 8 che siano nate all'interno del bersaglio ($-0.5 \text{ cm} < z < 0.5 \text{ cm}$) e decadute dopo il terzo piano. Queste risultano essere:

$$\#tracce \text{ frammenti primari generate} = 263139$$

Ciò significa che l'algoritmo ha un'efficienza di ricostruzione delle tracce dei frammenti primari pari a:

$$efficienza = \frac{\#tracce \text{ frammenti primari ricostruite}}{\#tracce \text{ frammenti primari generate}} = 94.74\%$$

La purezza in questo caso viene calcolata diversamente da quanto definito in precedenza:

$$purezza = 1 - \frac{\#tracce \text{ non frammenti primari}}{\#tracce \text{ totali ricostruite}} = 94.82\%$$

Dalla Fig. 4.9a è possibile vedere come le tracce ora presentano una media più alta della distribuzione dell'angolo θ (7.2°) rispetto alla distribuzione che si ha prima del taglio su θ (1.7° , Fig. 4.6g). Questo accade in quanto sono state eliminate 941943 tracce relative ai fasci di Ossigeno che presentano un $\theta \sim 0^\circ$.

4.2.3 Vertexing

Ottenuto il numero di tracce e i parametri relativi a ogni retta tramite l'algoritmo con efficienza e purezza massime, la procedura di ricostruzione delle tracce termina con la ricostruzione dei punti di vertice. Questo avviene nel seguente modo:

1. si prolungano tutte le tracce alla coordinata zero dell'asse z ;
2. si calcola la distanza in $z = 0$ tra tutte le tracce;
3. se la distanza è minore di 1.5 mm (*distanza di soglia*) le due tracce sono etichettate come appartenenti allo stesso punto di vertice;
4. per trovare le coordinate dei punti di vertice si prendono le proiezioni in $z = 0$ di tutte le tracce accoppiate a un solo punto e si calcola la media delle rispettive posizioni in x e y .

Uno schema di funzionamento dell'algoritmo di vertexing è rappresentato in Fig. 4.11.

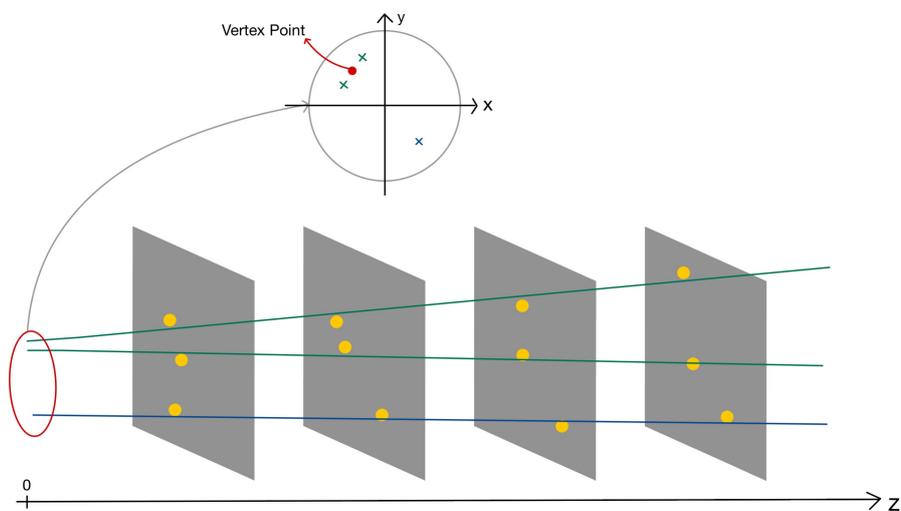
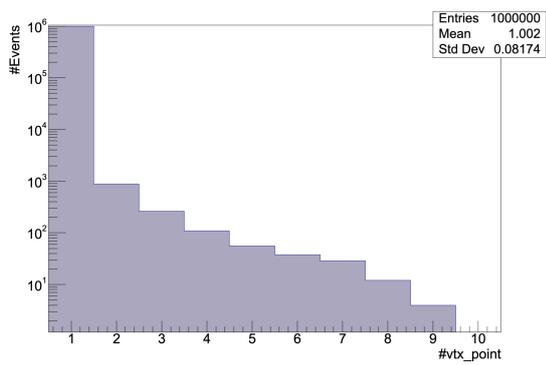
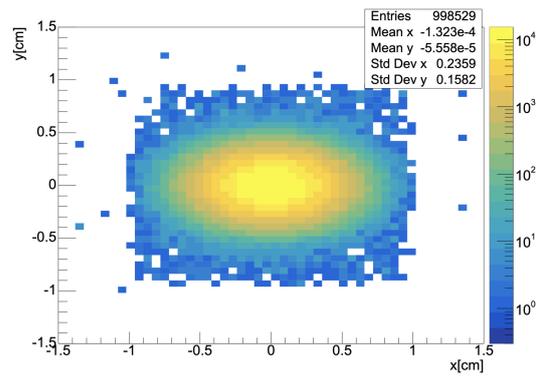


Figura 4.11: Rappresentazione schematica del funzionamento dell'algoritmo di Vertexing.

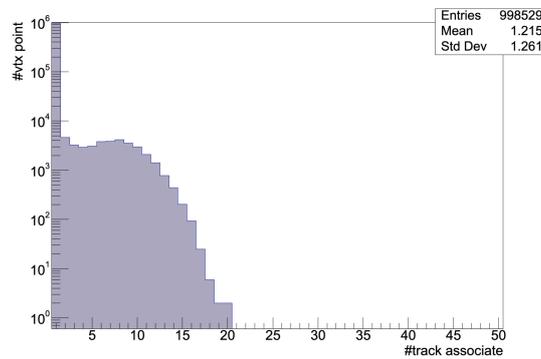
In Fig. 4.12 sono riportate le informazioni sui punti di vertice ricostruiti a partire da tutte le tracce ottenute con l'algoritmo che procede nell'ordine 4231 con il taglio effettuato sul $\chi^2 > 50$ (per escludere le tracce false).



(a) Numero di Punti di Vertice ricostruiti per evento.



(b) Distribuzione spaziale Punti di Vertice ricostruiti.



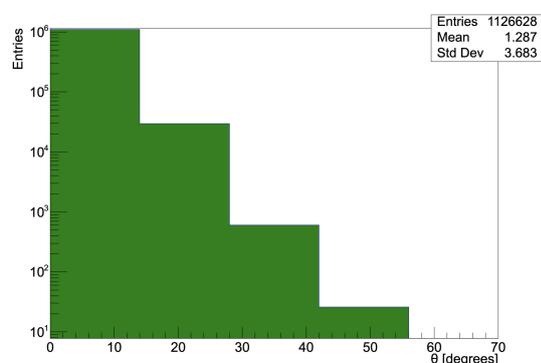
(c) Numero di tracce associate a ogni Punto di Vertice ricostruito.

Figura 4.12: Distribuzioni relative ai Punti di Vertice ricostruiti per tutte le tracce.

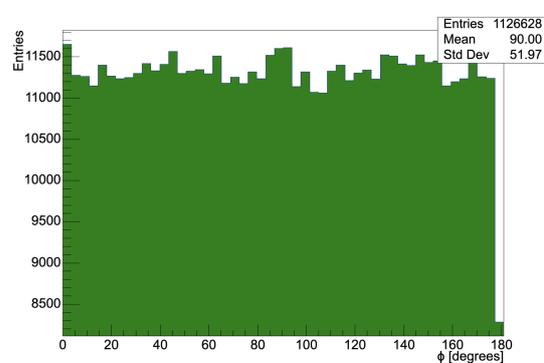
Come si può vedere in Fig. 4.12 viene generato in media un solo vertice di interazione per evento a cui è associata il 96.27% delle volte una sola traccia. I punti di vertice risultano inoltre essere centrati intorno all'origine con una deviazione standard $\sigma \sim 3 \text{ mm}$.

4.3 Risultati Algoritmo implementato in SHOE

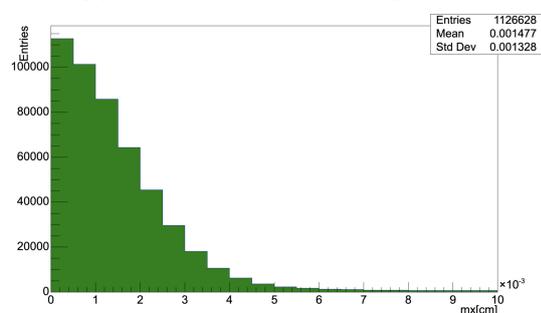
In Fig. 4.13 e 4.14 sono riportate le distribuzioni delle variabili prima elencate per le tracce e per i punti di vertice ricostruiti dall'algoritmo attualmente implementato in SHOE.



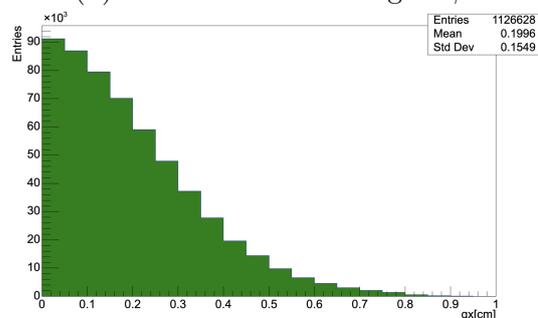
(a) Distribuzione dell'angolo θ .



(b) Distribuzione dell'angolo ϕ .

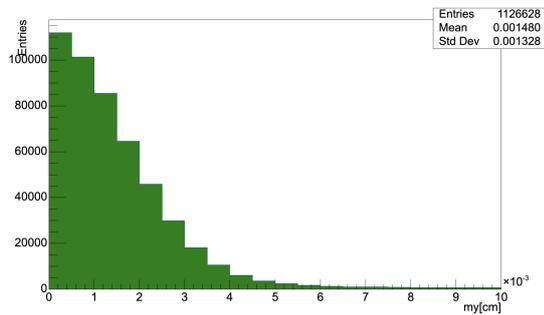


(c) Distribuzione della pendenza delle tracce ricostruite sul piano x-z.

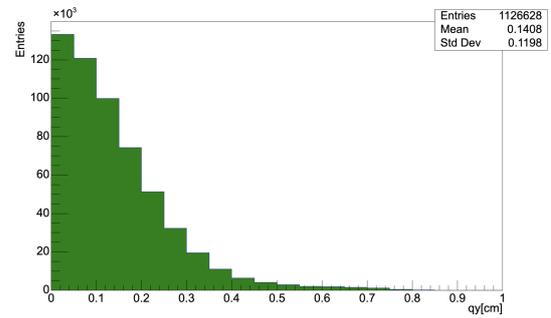


(d) Distribuzione dell'intercetta delle tracce ricostruite sul piano x-z.

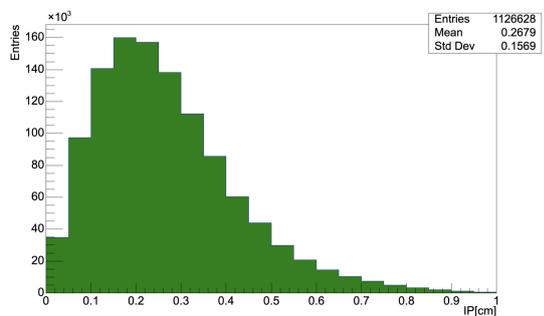
Figura 4.13: Distribuzioni delle tracce ricostruite dall'algoritmo attualmente implementato in SHOE.



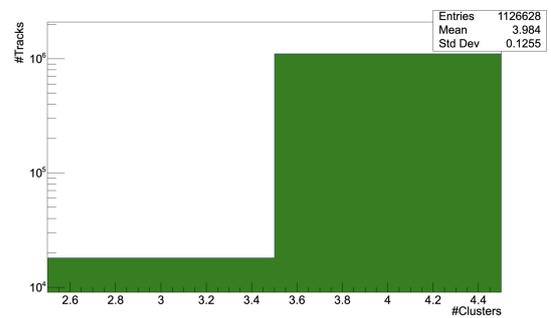
(e) Distribuzione della pendenza delle tracce ricostruite sul piano y-z.



(f) Distribuzione dell'intercetta delle tracce ricostruite sul piano y-z.

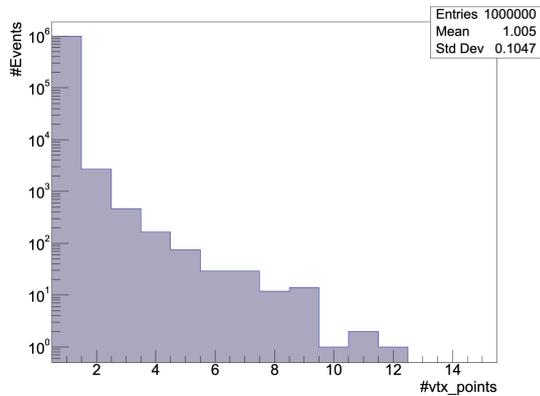


(g) Distribuzione dell'impact parameter.

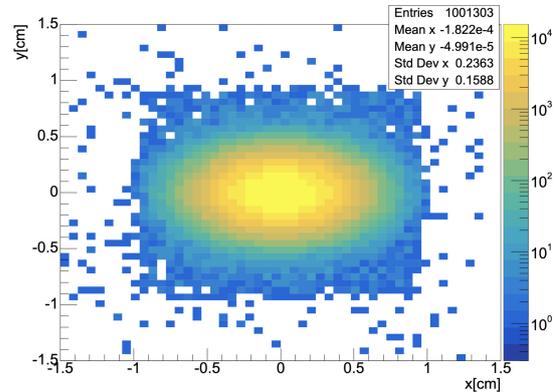


(h) Numero di cluster che compongono le tracce.

Figura 4.13: Distribuzioni delle tracce ricostruite dall'algoritmo attualmente implementato in SHOE.



(a) Numero di Punti di Vertice per evento.



(b) Distribuzione spaziale dei Punti di Vertice.

Figura 4.14: Distribuzioni relative ai Punti di Vertice ricostruiti dall'algoritmo attualmente implementato in SHOE.

Come si può vedere, l'algoritmo implementato in SHOE ricostruisce un totale di 1126628 tracce (ossigeni + frammenti primari + frammenti successivi), quindi con un'efficienza del 87.7%, inferiore all'efficienza dell'algoritmo implementato in questa tesi (94.52%). L'algoritmo implementato in SHOE presenta una purezza del 99.97%, superiore a quella del taglio sul $\chi^2 > 50$ (99.02%) presentato in precedenza. Comunque tralasciando il numero di tracce ricostruite, le distribuzioni dei due algoritmi hanno un andamento in perfetto accordo.

È interessante notare come in realtà il maggior numero di tracce ricostruite dal mio algoritmo corrisponda principalmente a tracce composte da tre cluster. Se infatti si confrontano la differenza tra il numero di tracce dei due algoritmi e la differenza di tracce formate da tre cluster trovate dai due algoritmi si vede che queste sono compatibili tra loro:

$$\Delta \text{tracce ricostruite} = 1213204 - 1126628 = 86576$$

$$\Delta \text{tracce tre cluster} = 96948 - 18036 = 78912$$

Questo permetterebbe di recuperare un sensibile numero di tracce senza perdere efficienza di ricostruzione.

In Fig. 4.14a e Fig. 4.14b è possibile vedere come nell'algoritmo implementato in SHOE vengano ricostruiti più punti di vertice per evento rispetto all'algoritmo implementato in questa tesi (Fig. 4.12a e Fig. 4.12b) con la presenza di punti più distanti dall'origine e al di fuori della proiezione del rivelatore di vertice. Questo è dovuto alla diversa definizione di distanza di soglia nei due algoritmi.

Questa interessante differenza potrà essere approfondita in futuri studi di ottimizzazione dell'algoritmo di vertexing.

Conclusioni

In questa tesi è stato implementato e testato un algoritmo per la ricostruzione di tracce e vertici di interazione nell'ambito dell'esperimento FOOT. L'obiettivo di questo esperimento è colmare le lacune esistenti nella misurazione della sezione d'urto di produzione di frammenti, che avviene in adroterapia a seguito dell'interazione nucleare tra il fascio terapeutico e la massa tumorale del paziente.

La ricostruzione delle tracce dei frammenti generati consente infatti di calcolare il numero totale di frammenti prodotti e conseguentemente le relative sezioni d'urto. L'ottimizzazione di tale processo è importante per migliorare le incertezze sulle misure finali delle sezioni d'urto riuscendo a raggiungere le precisioni volute.

L'algoritmo consiste in un fit lineare combinatoriale tra tutti i cluster accesi sui quattro piani di pixel del rivelatore di vertice. La combinazione che procede analizzando i quattro piani nell'ordine 4231 risulta essere la più efficiente (94.52%) tra le 24 possibili.

Applicando un taglio di selezione al χ^2 relativo al fit richiedendo un valore inferiore a 500 si riescono a escludere la maggioranza delle tracce false, portando così la purezza dal 29.42% al 96.00% senza abbassare l'efficienza.

Un ulteriore punto di lavoro studiato per ottimizzare la purezza è stato impostato richiedendo un taglio sul $\chi^2 > 50$. In questo modo infatti si ottiene un'efficienza del 94.49% e una purezza del 99.02%.

Per studiare la performance dell'algoritmo specificatamente sulle tracce dei frammenti nucleari, ho proceduto a isolarle utilizzando un taglio sull'angolo θ ricostruito $> 0.4^\circ$ ottenendo un'efficienza del 94.74% e una purezza del 94.82% calcolate considerando solamente i frammenti nucleari prodotti. Il taglio selezionato ha il vantaggio di essere indipendente dalle variabili di generazione e compatibile con i dati reali, rendendo questo studio più generale e successivamente verificabile su prese dati dell'esperimento.

Ho poi utilizzato tutte le tracce ottenute per ricostruire i vertici di interazione nel target attraverso la minimizzazione della distanza nell'origine delle varie tracce. I punti di vertice ricostruiti sono centrati intorno all'origine con una deviazione standard pari a $\sigma \sim 3 \text{ mm}$ compatibilmente con quanto atteso.

I risultati ottenuti hanno evidenziato le prestazioni dell'algoritmo sviluppato, il quale ha preliminarmente dimostrato un'ottima capacità nella ricostruzione delle tracce in confronto all'algoritmo implementato in SHOE.

Per il punto di lavoro scelto con $\chi^2 < 50$, l'algoritmo qui presentato ha un'efficienza più elevata (94.49% contro 87.7%) a scapito di una purezza leggermente inferiore (99.02% contro 99.97%).

Tale performance risulterà necessaria nell'ambito dell'esperimento FOOT dal momento che un algoritmo efficiente è alla base del calcolo delle sezioni d'urto di produzione dei diversi frammenti, partendo dalle tracce ricostruite nel vertice in combinazione ai dati ottenuti dagli altri sotto-rivelatori di FOOT.

A causa di una diversa definizione di distanza di soglia, l'algoritmo di vertexing implementato in SHOE ricostruisce un maggior numero di punti di vertice con la presenza di punti più distanti dall'origine e al di fuori della proiezione del rivelatore di vertice. Questa interessante differenza potrà essere approfondita in futuri studi di ottimizzazione dell'algoritmo di vertexing.

Questo studio risulta un importante punto di partenza per migliorare sensibilmente l'algoritmo di tracciamento e ricostruzione di vertice in FOOT. Sarà interessante, per i futuri miglioramenti, lo studio di variabili discriminanti dedicate a tracce con soli 3 hit su 4, in quanto queste costituiscono la maggiore differenza tra l'algoritmo qui presentato e quello attualmente implementato in SHOE. Un altro possibile sviluppo futuro a partire da questi risultati sarà rivolto ad aumentare la purezza del campione con informazioni provenienti da altri rivelatori.

Bibliografia

- [1] Sylvie Braibant, Giorgio Giacomelli, and Maurizio Spurio. *Particelle e interazioni fondamentali: Il mondo delle particelle*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [2] Hideo Hirayama. Lecture note on photon interactions and cross sections. *KEK, High Energy Accelerator Research Organization, Oho, Tsukuba, Ibaraki, Japan*, 2000.
- [3] Hans Bethe and Walter Heitler. On the stopping of fast particles and on the creation of positive electrons. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 146(856):83–112, 1934.
- [4] U.S.NRC. Interaction of charged particles with matter, 2011. <https://www.nrc.gov/docs/ML1122/ML11229A666.pdf>.
- [5] Robert Serber. Nuclear reactions at high energies. *Physical Review*, 72(11):1114, 1947.
- [6] Jack Valentin et al. *The 2007 recommendations of the international commission on radiological protection*, volume 37. Elsevier Oxford, 2007.
- [7] ICRP. *ICRP publication 60: 1990 recommendations of the international commission on radiological protection*. Elsevier Health Sciences, 1991.
- [8] Giuseppe Battistoni, Marco Toppi, and Vincenzo Patera. Measuring the impact of nuclear interaction in particle therapy and in radio protection in space: the foot experiment. *Frontiers in Physics*, 8:568242, 2021.
- [9] FOOT collaboration et al. Foot conceptual design report, 2017.
- [10] INFN. Set-up sperimentale foot, 2023. <https://web.infn.it/foot/rivelatore/>.
- [11] Fluka. <http://www.fluka.org/>.
- [12] Kalman filter track fits and track breakpoint analysis. <https://cds.cern.ch/record/412374/files/9912034.pdf>.

- [13] Hough transformation algorithm for the tracking in the cgem-it. https://agenda.infn.it/event/9782/contributions/81746/attachments/58985/69543/HOUGH_garzia.pdf.
- [14] Advanced algorithms and software for primary vertex reconstruction and search for flavor-violating supersymmetry with the atlas experiment. <https://cds.cern.ch/record/2839800/files/CERN-THESIS-2022-183.pdf#page76>.
- [15] Matorras Cuevas, Francisco and Martínez Ruiz del Árbol, Pablo. Vertex reconstruction in particle detectors using quantum computing algorithms. *EPJ Web Conf.*, 274:09002, 2022.