

Alma Mater Studiorum - Università di Bologna

Dipartimento di Fisica e Astronomia
Corso di Laurea in Astronomia

Campi Magnetici in Astrofisica

Tesi di Laurea

Presentata da:
Giulia Gorrieri

Relatrice:
Chiar.ma Prof.ssa
Marcella Brusa

Anno Accademico 2021-2022

“We live in an incredibly dynamical universe”

Indice

1	Magnetofluidodinamica e campi magnetici	1
2	Le equazioni della magnetofluidodinamica	1
2.1	Equazioni della fluidodinamica	1
2.1.1	Conservazione della massa	2
2.1.2	Conservazione dell'impulso	2
2.1.3	Conservazione dell'energia	2
2.2	Legge dei gas perfetti	3
2.3	Legge di Ohm	3
2.4	Equazioni di Maxwell	4
3	Magnetofluidodinamica ideale	5
4	Limiti della magnetofluidodinamica ideale	6
4.1	Riconnessione magnetica	6
4.1.1	Introduzione	7
4.1.2	Meccanismo di Sweet-Parker	9
4.2	Galleggiamento magnetico	11
4.2.1	Descrizione qualitativa del processo fisico	11
4.2.2	Galleggiamento magnetico e instabilità	12
4.2.3	Simulazioni numeriche del galleggiamento magnetico	14
A	Appendice	16
A.1	Cenni di riconnessione magnetica in ambiente turbolento	16

Sommario

L'universo è il più affascinante laboratorio di fluidodinamica che si possa immaginare: moti supersonici, flussi magnetofluidodinamici, moti turbolenti e instabilità arricchiscono il cosmo.

In questo panorama, dove il 90% della materia è presente allo stato di plasma, una comprensione della magnetofluidodinamica si rivela essenziale per chiunque desideri comprendere un grande *range* di processi astrofisici che si verificano nelle atmosfere e negli interni stellari, nei dischi di accrescimento, nel mezzo interstellare e interplanetario.

In particolare, nel limite di magnetofluidodinamica non ideale, grande rilevanza è ricoperta da due meccanismi di dissipazione del campo magnetico: la **riconnesione magnetica** e il **galleggiamento magnetico**, processi chiave per la spiegazione di un grande *range* di fenomeni energetici quali flares solari, tempeste magnetiche, espulsioni di massa coronale e macchie solari.

Nella seguente tesi, dopo una prima importante introduzione sull'equazioni cardine della magnetofluidodinamica, si sposterà l'intera trattazione sui due processi di dissipazione del campo magnetico poc'anzi presentati.

1 Magnetofluidodinamica e campi magnetici

Nell'Astrofisica delle Alte Energie le temperature a cui sono sottoposti i fluidi sono molto elevate, e in tali condizioni la maggior parte degli atomi sono completamente ionizzati; questo è vero in special modo per l'idrogeno e l'elio che compongono buona parte della materia cosmica, in quanto i loro potenziali di ionizzazione sono piuttosto bassi. Ne segue che, per la maggior parte, i fluidi astrofisici sono ionizzati. In tale situazione, i campi elettrici sono irrilevanti, sia per la neutralità di carica della materia, che per l'abbondanza di cariche libere che assicura che qualunque campo elettrico sia cortocircuitato. Ciononostante, è importante notare che se il fluido è immerso in un campo magnetico \bar{B} , il suo moto rispetto a \bar{B} genera un campo elettrico, e questo crea correnti. Tali correnti subiscono forze da parte dei campi magnetici, e generano nuovi campi magnetici, ne risulta quindi una situazione fisica complessa e articolata.

Tuttavia, a causa della loro bassa densità, i fluidi astrofisici presentano bassa resistività, consentendo così l'approssimazione di magnetofluidodinamica ideale. A conclusione delle trattazioni, analizzerò due importanti fenomeni astrofisici per i quali fallisce l'approssimazione di magnetofluidodinamica ideale: il *galleggiamento magnetico* e la *riconnesione magnetica*.

2 Le equazioni della magnetofluidodinamica

Nella magnetofluidodinamica, il comportamento di un fluido almeno in parte ionizzato, in presenza di campi elettromagnetici, è governato da una semplice forma delle equazioni di Maxwell, dalla legge di Ohm, da una legge dei gas, e dalle equazioni di conservazione della massa, dell'impulso e dell'energia.

2.1 Equazioni della fluidodinamica

Le equazioni di conservazione della massa, dell'impulso e dell'energia, sono basate sul concetto di *elemento di fluido*, i.e. una regione di spazio (l_{region}) nella quale è possibile definire variabili locali (q) quali densità e temperatura. Per ogni sistema descrivibile come un fluido, valgono i seguenti due criteri:

1. definita $l_{scale} \sim \frac{q}{|\nabla q|}$, si ha quanto segue:

$$l_{region} \ll l_{scale} \tag{1}$$

2. definito n la densità, per unità di volume, delle particelle costituenti l'elemento di fluido, vale la seguente disuguaglianza:

$$nl_{region}^3 \gg 1 \tag{2}$$

3. definita λ come il cammino libero medio delle particelle costituenti l'elemento di fluido, deve valere la seguente relazione:

$$l_{region} \gg \lambda \quad (3)$$

In aggiunta a tali tre criteri, per l'applicabilità della magnetofluidodinamica è necessario che il seguente requisito sia soddisfatto:

4. definito R_{larmor} il raggio di girazione delle particelle nel campo magnetico in cui sono immerse, deve valere la seguente relazione:

$$R_{larmor} \ll \lambda \quad (4)$$

2.1.1 Conservazione della massa

L'equazione di conservazione della massa può essere scritta nella seguente forma

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \bar{v} = 0 \quad (5)$$

in maniera equivalente si può scrivere

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{v}) = 0 \quad (6)$$

dove ρ indica la densità di massa, $\frac{D}{Dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \bar{v} \cdot \nabla$ è chiamata derivata convettiva.

2.1.2 Conservazione dell'impulso

Sotto la condizione di densità di carica nulla (condizione propria dei tipici fluidi astrofisici), la forza netta esercitata dai campi elettrici è trascurabile. Pertanto l'equazione di conservazione dell'impulso può essere scritta nella seguente forma

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{v} \cdot \nabla \bar{v} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \frac{\bar{j} \times \bar{B}}{\rho c} \quad (7)$$

Dove $\frac{\bar{j} \times \bar{B}}{\rho c}$ rappresenta la forza per unità di volume generata da una corrente immersa in un campo magnetico.

2.1.3 Conservazione dell'energia

La presenza di correnti nel fluido in analisi, implicano una resistenza, e la resistenza implica una dissipazione, e dunque riscaldamento. Dall'essere il tasso di riscaldamento (i.e. il calore rilasciato per unità di tempo), da una

corrente che scorre in un mezzo di conduttività σ , pari a $\frac{j^2}{\sigma}$, segue che l'equazione di conservazione dell'energia, in presenza di dissipazione resistiva, è data da:

$$\rho T \frac{Ds}{Dt} = \frac{j^2}{\sigma} \quad (8)$$

Detta s l'entropia specifica, i.e. entropia per unità di massa.

2.2 Legge dei gas perfetti

La pressione di un gas è determinata da un'equazione di stato che, in contesto astrofisico, è assunta essere la legge dei gas perfetti

$$p = \frac{k_B}{m} \rho T \quad (9)$$

dove k_B rappresenta la costante di Boltzmann ($k_B = 1.381 \times 10^{-23} \text{ J deg}^{-1}$), mentre m indica la massa media delle particelle.

Tale approssimazione è giustificata nella maggior parte dei fenomeni astrofisici. Tuttavia, esistono delle eccezioni: ne sono esempio l'interno dei pianeti giganti, delle nane bianche e delle stelle di neutroni (dove l'alta temperatura e l'alta densità causano una deviazione significativa dal comportamento dei gas perfetti).

2.3 Legge di Ohm

Un fluido che si muove in un campo magnetico, a velocità non relativistiche \bar{v} , percepisce, nel suo sistema di riferimento, un campo elettrico \bar{E}' pari a

$$\bar{E}' = \bar{E} + \frac{\bar{v} \times \bar{B}}{c} \quad (10)$$

Fatta tale considerazione, è possibile scrivere la legge di Ohm nella seguente forma: ¹

$$\bar{j} = \sigma \left(\bar{E} + \frac{\bar{v} \times \bar{B}}{c} \right) \quad (11)$$

In linea di principio, la conduttività σ è un tensore, ed è facile intuire che, in presenza di forti campi magnetici, la conduttività è diversa a seconda che si consideri la direzione parallela oppure quella perpendicolare al campo magnetico. Tuttavia, i coefficienti di conduzione lungo queste due direzioni differiscono soltanto per un fattore $\frac{3\pi}{32} = 0,295$, e quindi si omette di fare distinzione fra le due direzioni, trattando σ come uno scalare.

¹ $\bar{j}' = \gamma \bar{j} \approx \bar{j}$

2.4 Equazioni di Maxwell

Discutiamo ora la forma delle equazioni di Maxwell. Per il campo elettrico si legge:

$$\nabla \cdot \bar{E} = 0 \quad (12)$$

$$\nabla \times \bar{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \quad (13)$$

Nell'equazione della divergenza, il membro di destra è stato assunto nullo perché si è fatta l'assunzione che il fluido sia elettricamente neutro: quindi la densità di carica locale è nulla. È interessante notare che in tali condizioni l'unico motivo per cui può esistere un campo elettrico, in magnetofluidodinamica, è per induzione.

Infine le equazioni per \bar{B} sono:

$$\nabla \cdot \bar{B} = 0 \quad (14)$$

$$\nabla \times \bar{B} = \frac{4\pi}{c} \bar{j} \quad (15)$$

Nell'equazione (15) è stata trascurata la corrente di spostamento, $\frac{1}{c} \frac{\partial \bar{E}}{\partial t}$. Il motivo è il seguente. In magnetofluidodinamica, poiché il campo elettrico è dovuto esclusivamente all'induzione, dall'equazione (13) si trova che $E \approx \frac{LB}{cT}$, ove L e T sono rispettivamente lunghezze e tempi scala tipici sui quali varia il campo elettromagnetico, segue che $\frac{L}{T}$ è una velocità tipica. Ne discende che la corrente di spostamento vale, come ordine di grandezza, $\approx \frac{LB}{c^2 T^2}$. Tale stima va confrontata con il rotore di B, che, in ordine di grandezza, vale $\approx \frac{B}{L}$. Il rapporto fra tali due termini da $\frac{L^2}{c^2 T^2} \approx \frac{v^2}{c^2}$, che, sotto l'assunzione di fluido newtoniano, vale $\ll 1$. Ne discende che la corrente di spostamento può essere trascurata.

È possibile ora riscrivere l'equazione (11) come segue:

$$\frac{\bar{j}}{\sigma} - \frac{\bar{v} \times \bar{B}}{c} = \bar{E} \quad (16)$$

Sostituendo nell'equazione (16) $\bar{j} = \frac{c}{4\pi\nabla} \times \bar{B}$, e calcolandone il rotore si ottiene l'equazione dell'induzione:

$$\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} = \nabla \times (\bar{v} \times \bar{B}) + \frac{c^2}{4\pi\sigma} \nabla^2 \bar{B} \quad (17)$$

3 Magnetofluidodinamica ideale

Di particolare interesse astrofisico è il limite di magnetofluidodinamica ideale, che si verifica quando $\sigma \rightarrow \infty$. In questo caso, le equazioni precedentemente ottenute si semplificano ulteriormente: l'equazione di conservazione dell'energia torna alla seguente forma:

$$\frac{Ds}{Dt} = 0 \quad (18)$$

mentre l'equazione di conservazione dell'impulso e della massa, mantengono la loro forma, rispettivamente si ha:

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{v} \cdot \nabla \bar{v} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \frac{(\nabla \times \bar{B}) \times \bar{B}}{4\pi\rho} \quad (19)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{v}) = 0 \quad (20)$$

L'equazione dell'induzione, nel limite di magnetofluidodinamica ideale, si semplifica in

$$\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} = \nabla \times (\bar{v} \times \bar{B}) \quad (21)$$

Le equazioni (18), (19), (20), (21) sono le equazioni cardine della magnetofluidodinamica ideale.

Per stimare la bontà delle approssimazioni fatte, si procede calcolando il tempo di dissipazione del campo magnetico (T_d), per due situazioni astrofisiche concrete: ²

- 1° caso: interno stellare.

Per tale situazione astrofisica si assume $T \approx 10^7$ K e $L \approx 10^{11}$ cm, ottenendo così $T_d \approx 3 \times 10^{11}$ yr, più grande dell'età dell'Universo ($T_H \approx 10^{10}$ yr)

- 2° caso: regioni interne dei dischi di accrescimento intorno a buchi neri.

Anche in tali situazioni astrofisica, approssimando le dimensioni delle regioni più interne a 100 raggi di Schwarzschild (corrispondenti a $\approx 10^{15}$ cm), si ottengono valori di $T_d \gg T_H$: $T_d \approx 10^{20}$ yr.

²Si assume per σ la conduttività di un gas di idrogeno puro totalmente ionizzato

$$\sigma = 6,98 \times 10^7 \frac{T^{\frac{3}{2}}}{\ln \lambda} s^{-1} \quad (22)$$

Dove T indica la temperatura del gas in gradi Kelvin, e $\ln \lambda \approx 30$ (*logaritmo di Coulomb*)

Dall'essere il tempo di dissipazione del campo magnetico quasi sempre più lungo dell'età dell'universo, ne discende che, nella maggior parte delle situazioni astrofisiche, il campo magnetico non viene quasi mai dissipato. È pertanto possibile, in tali situazioni, porsi nel limite di magnetofluidodinamica ideale.³

4 Limiti della magnetofluidodinamica ideale

Come è stato mostrato, nel panorama astrofisico l'approssimazione di magnetofluidodinamica ideale è spesso eccellente. Tuttavia, esistono due importanti fenomeni per cui tale approssimazione risulta non essere più corretta: si tratta della *riconnesione magnetica* e del *galleggiamento magnetico*, due importanti meccanismi astrofisici di dissipazione del campo magnetico.

4.1 Riconnesione magnetica

La riconnesione magnetica deve la sua importanza alla sua capacità di unire un grande range di fenomeni astrofisici sotto un singolo principio universale. Come si discuterà, per riconnesione magnetica si intende essenzialmente una ricostruzione topologica del campo magnetico, causata da un cambiamento nella connessione delle linee di campo. Tale cambiamento nella connessione delle linee di campo, permette il rilascio di una grande quantità di energia magnetica che, in molte situazioni astrofisiche, rappresenta la sorgente principale di energia libera nel plasma.⁴

Ricca è la varietà degli ambienti astrofisici in cui si verifica o si pensa che avvenga la riconnesione magnetica. Ne sono esempi le aurore terrestri⁵ e le

³Un ulteriore modo per verificare la correttezza dell'approssimazione di magnetofluidodinamica ideale, consiste nel confrontare i due termini del RHS dell'eq.(17): il rapporto fra quello che contiene il rotore, e quello che contiene il laplaciano, è:

$$R_m = \frac{4\pi\sigma vL}{c^2}$$

Quando $R_m \gg 1$ si è nel limite di magnetofluidodinamica ideale. È facile verificare che, in tutti i casi menzionati, si ha $R_m \gg 1$.

⁴A temperature prossime o superiori alle energie di ionizzazione atomica, gli atomi si decompongono nelle loro particelle costituenti. Tali particelle (cariche) non sono affatto libere: sono fortemente influenzate dai rispettivi campi elettromagnetici. Tuttavia, poiché le cariche non sono più legate l'una all'altra, il loro concatenamento diventa capace di moti collettivi di grande complessità. Tale sistema particellare prende il nome di **plasma**.

⁵È opinione di molti ricercatori credere che esse siano nient'altro che il risultato, diretto o indiretto, di riconnesioni magnetiche che avvengono nella magnetosfera terrestre.

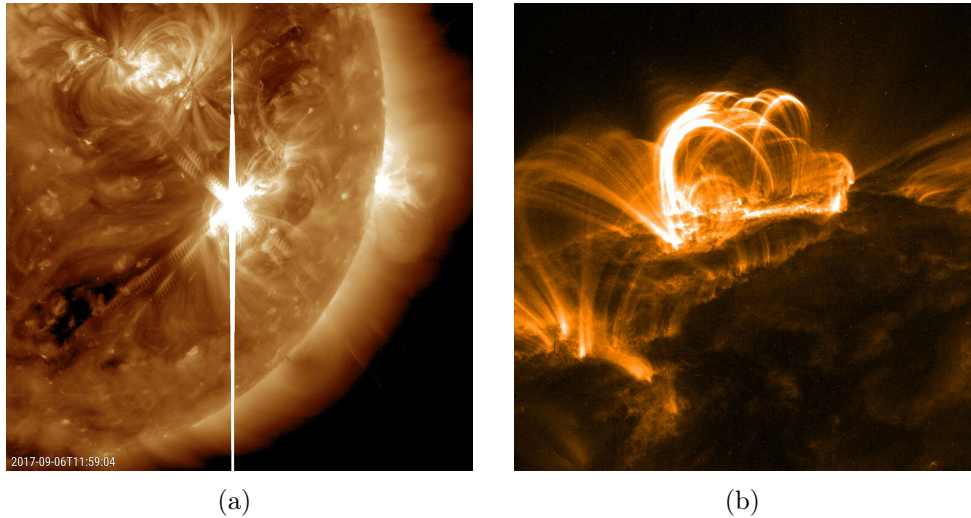


Figura 1: Il Sole. (a) Flare solare, classe X 9.3. Nota: la linea verticale luminosa in figura è un'aberrazione causata dal lampo luminoso del flare. Crediti: NASA/GSFC/Solar Dynamics Observatory. (b) Flare solare. Immagine ottenuta con il telescopio spaziale TRACE (Transition Region and Coronal Explorer). Crediti: NASA/LMSAL

macchine a fusione, come il tokamak. In tale ultimo caso, le evidenze di riconnessione sono così forti che non vi è più alcuna controversia sul verificarsi della riconnessione, le uniche controversie riguardano il modo in cui avviene. Altri esempi di riconnessione possono essere trovati nel Sole: in tale contesto, la riconnessione magnetica permette una descrizione elegante dei flare loops, spiega l'enorme rilascio di energia durante i flares solari, così come i meccanismi di espulsione del flusso magnetico durante le espulsioni di massa coronale (CME). La riconnessione magnetica costituisce una parte essenziale nella spiegazione fisica di tutti quei fenomeni magnetici che si verificano nel Sole (Fig.1).

4.1.1 Introduzione

Nella maggior parte dell'universo osservabile si è detto che il numero di Reynolds magnetico R_m è molto più grande dell'unità (i.e. vale il limite di magnetofluidodinamica ideale), e quindi il flusso del campo magnetico si muove assieme alle particelle del fluido.⁶ Tuttavia, in regioni in cui i gradienti magnetici sono tipicamente un milione di volte più forti dei valori normali, può

⁶Tale proprietà è chiamata *congelamento del flusso magnetico*.

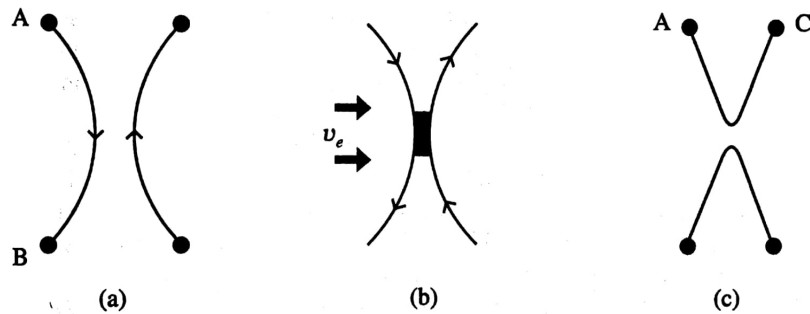


Figura 2: Rottura e riconnessione delle linee di campo magnetico: (a) prima della riconnessione il punto A è collegato con il punto B; (b) durante la riconnessione si crea una regione ristretta di diffusione. Nota: v_e indica la velocità di avvicinamento delle linee di campo; (c) ad avvenuta riconnessione il punto A è collegato con il punto C

avvenire il fenomeno di riconnessione magnetica:⁷un processo non ideale con carattere locale. A titolo di esempio: si considerino due linee di campo, una che unisce gli elementi A e B di un plasma e una seconda che collega gli elementi C e D del medesimo plasma. Assumendo che la linea congiungente gli elementi A e B sia soggetta ad una forza che la avvicina alla seconda linea, nello spazio presente fra tali due linee si viene a creare gradiente magnetico che, in determinate condizioni, può rompere e riconnettere tali righe (Fig.2).

È interessante notare che, come prodotto della riconnessione magnetica

- la topologia e la connessione delle linee di campo magnetico, cambia;
- l'energia magnetica è convertita in energia cinetica e in calore;
- sono creati correnti elettriche e campi magnetici, così come shock waves.⁸

Grande parte della ricerca fatta sulla riconnessione magnetica è stata focalizzata su processi in condizioni stazionarie, in parte perché fu più semplice da analizzare matematicamente rispetto a processi di riconnessione t-dipendenti, ed in parte perché, dagli studi fatti, fu osservato che la fase principale di rilascio di energia nei flare solari, è analizzabile come un processo stazionario. Di seguito quindi presento il modello stazionario di Sweet-Parker che,

⁷Con tale processo fisico, Axford nel 1984 giustificò la violazione del congelamento del flusso magnetico.

⁸Quando una perturbazione si muove in un mezzo a velocità maggiore della velocità del suono, si forma una discontinuità, detta *shock wave*.

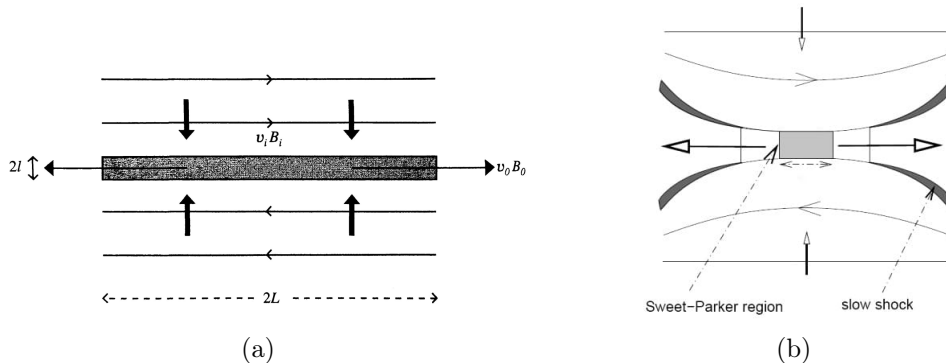


Figura 3: (a) Modello di riconnessione 2D di Sweet-Parker. La regione di diffusione è rappresentata dal rettangolo grigio in figura. La velocità di diffusione del plasma è indicata da frecce dalla punta spessa, mentre le linee di campo magnetico da frecce dalla punta sottile. (b) Modello 2D di riconnessione magnetica di Petschek.

nonostante non sia in grado di spiegare con buona precisione i tempi scala di rilascio di energia nei flare solari, costituì il punto di partenza per il modello di Petschek: meccanismo con cui si ottenne un *rate* di riconnessione magnetica che meglio si avvicinava ai valori osservati.

4.1.2 Meccanismo di Sweet-Parker

Il meccanismo di Sweet-Parker è un modello 2D che cerca di stimare il *rate* con cui avviene la riconnessione magnetica all'interno di una zona di diffusione. A tal fine, si assuma, come zona di diffusione, uno strato di lunghezza $2L$ e di spessore $2l$, situato tra campi magnetici diretti in verso opposto (Fig.3a). In condizioni di stazionarietà, la velocità v_i , detta velocità di *inflow*, con cui le linee di campo magnetico entrano nella zona di diffusione è pari a:

$$v_i = \frac{\eta}{l} \quad (23)$$

⁹ Inoltre, discende direttamente dall'espressione di conservazione della massa (eq. (6)), quanto segue:

$$Lv_i = lv_0 \quad (24)$$

dove v_0 rappresenta la velocità di *outflow*. È possibile ora eliminare, dall'equazione (24) e (23), la dipendenza da l , ottenendo così la velocità di *inflow*

⁹Definito $\eta = \frac{1}{\mu\sigma}$ la diffusività magnetica, l'espressione (23) discende direttamente dall'eq.(16).

in funzione della velocità di *outflow*:

$$v_i^2 = \frac{\eta v_0}{L} \quad (25)$$

In variabili adimensionali l'eq. (25) può essere riscritta nel seguente modo:

$$M_i = \frac{\sqrt{\frac{v_0}{v_{Ai}}}}{\sqrt{R_{mi}}} \quad (26)$$

dove

$$M_i = \frac{v_i}{v_{Ai}} \quad (27)$$

è detto *rate* di *riconessione magnetica*, e

$$R_{mi} = \frac{L v_{Ai}}{\eta}$$

è il numero magnetico di Reynolds basato sulla velocità (di *inflow*) di Alfvén. È interessante notare che il *rate* di riconessione magnetica, per il modello di Sweet-Parker, è equivalente a

$$M_i \sim \frac{1}{S^{\frac{1}{2}}} \quad (28)$$

Dove S rappresenta il numero di Lundquist¹⁰. Una volta ottenuti, tramite l'eq. (25), v_0 e v_i per un determinato L , è possibile risalire alla larghezza l della zona diffusiva tramite l'eq.(24):

$$l = L \frac{v_i}{v_0} \quad (29)$$

In conclusione, è possibile ottenere tramite ragionamenti basati sull'eq. (7), la velocità v_0 di *outflow*:

$$v_0 = \frac{B_i}{\sqrt{\mu\rho}} \equiv v_{Ai} \quad (30)$$

Nonostante il meccanismo di Sweet-Parker fornisca un modello che tentasse di spiegare il rilascio di energia nei flare solari, i risultati ottenuti per il *rate* di riconessione magnetica (M_i) erano troppo bassi per spiegare il rilascio di energia nei brillamenti solari (per tale meccanismo si parla di *slow reconnection*). Difatti, con il metodo di Sweet-Parker si stimò che fenomeni a carattere esplosivo, come i flare solari, si sviluppavano su scale di tempo pari

¹⁰In contesto astrofisico, i tipici valori che può assumere il numero di Lundquist sono compresi fra 10^9 e 10^{20}

a $\tau_{SP} \approx 10^6 s - 10^7 s$, mentre i tipici valori su cui si sviluppano i flare solari sono approssimabili a $\tau_F \approx 10^3 s - 10^4 s$. L'idea chiave per uscire da questo *impasse* fu proposta da Petschek nel 1964 suggerendo che ondemagnetosoni che lente diminuissero la dimensione della zona diffusiva, aumentando così il *rate* di riconnessione magnetica (fig.3b). Il *rate* di riconnessione ottenuto da Petschek

$$M_i \propto \frac{1}{\ln S} \quad (31)$$

risultò essere maggiore del *rate* di riconnessione ottenuto con il meccanismo Sweet-Parker e consistente con le osservazioni.¹¹

4.2 Galleggiamento magnetico

Molti fenomeni astrofisici sono intrinsecamente turbolenti; esempi classici sono le zone di trasporto convettivo del calore nelle stelle, e i dischi di accrescimento. In queste condizioni l'elemento di fluido medio è in equilibrio dinamico con il gradiente di pressione che bilancia la forza di gravità, tuttavia, occasionalmente si formano elementi di fluido con un forte contenuto di campo magnetico. Fra questi due tipi di elemento di fluido c'è un'importante differenza dinamica: gli elementi che presentano contenuto magnetico sono più leggeri dell'elemento di fluido medio; di conseguenza, tendono a venire a galla, e ad essere espulsi. Nel contesto solare, l'emergere del flusso magnetico fu proposto da Parker come il processo chiave responsabile di un importante fenomeno fisico nel Sole: la presenza di macchie solari (fig. 6b). Per l'importanza rivestita in contesto astrofisico presenterò tale fenomeno che tutt'oggi si ritiene giustificare un grande *range* di fenomeni fisici.

4.2.1 Descrizione qualitativa del processo fisico

Si consideri la pressione dell'elemento di fluido magnetizzato e l'intensità del campo magnetico, rispettivamente, P_i e B_i , e la pressione del mezzo esterno si assuma essere P_e . Sotto l'assunzione di equilibrio di pressione sia ha¹²

$$P_e = P_i + \frac{B_i^2}{2\mu} \quad (32)$$

Definite ρ_e e ρ_i rispettivamente le densità del mezzo esterno e dell'elemento di fluido magnetizzato, usando l'equazione di stato $P = RT\rho$, l'eq.(32) si può

¹¹Il modello di Petschek è chiamato, in letteratura, *fast reconnection model*.

¹² $\frac{B_i^2}{2\mu}$ rappresenta la pressione magnetica

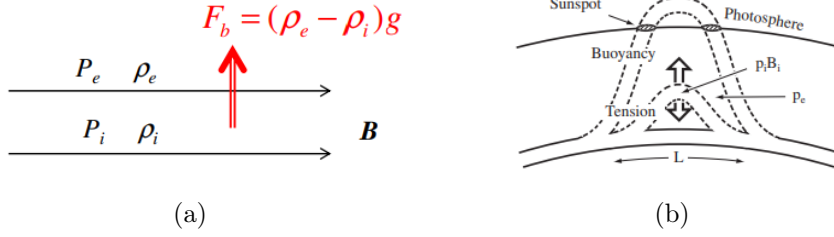


Figura 4: (a) Flusso orizzontale di campo magnetico soggetto alla *buoyancy force*, F_b . (P_e e P_i indicano, rispettivamente, la pressione dell'elemento di fluido senza contenuto magnetico e la pressione dell'elemento di fluido con contenuto magnetico.) (b) Visione schematica del processo di galleggiamento magnetico nel Sole.

riscrivere come segue:

$$RT(\rho_e - \rho_i) = \frac{B_i^2}{2\mu} \quad (33)$$

Pertanto, dall'eq.(33), segue che $\rho_i < \rho_e$ (i.e. la densità all'interno dell'elemento di fluido magnetizzato è inferiore alla densità del mezzo esterno). Il fluido magnetizzato risente pertanto di una forza per unità di volume chiamata *buoyancy force*

$$F_b = (\rho_e - \rho_i)g \quad (34)$$

che, nel caso solare, spingerà l'elemento di fluido magnetizzato verso la superficie del Sole: fintanto che la *buoyancy force* risulta essere maggiore della forza di tensione magnetica

$$(\rho_e - \rho_i)g > \frac{B_i^2}{L\mu}$$

l'elemento di fluido magnetizzato risale attraverso la zona convettiva e, irrompendo nella fotosfera, crea le macchie solari e disperde parte del materiale magnetizzato nel mezzo circostante. In tal modo la stella si libera di campo magnetico. (fig.4b)

4.2.2 Galleggiamento magnetico e instabilità

Il fenomeno fisico del galleggiamento magnetico è origine di instabilità di grande rilevanza in contesto astrofisico. Tali instabilità, dovute all'influenza della variazione della pressione magnetica sulla densità di un fluido immerso in un campo gravitazionale, risultano essere fondamentali per il ruolo ricoperto nella formazione di nubi molecolari (Parker 1966), per essere uno dei

principali meccanismi di rottura delle linee di campo magnetico nei dischi di accrescimento (Stella & Rosner 1984) e per il ruolo ricoperto nel processo di dissipazione di campo magnetico nelle stelle (Hughes 2007).

Come si è detto, dall'essere il galleggiamento magnetico un fenomeno di dissipazione del campo magnetico, anche lo studio di tali instabilità può essere interamente affrontato con le equazione della magnetofluidodinamica non ideale. Nella sua più semplice forma, le instabilità generate dal galleggiamento magnetico, possono essere analizzate seguendo un celebre argomento dovuto ad Acheson.

Si consideri uno strato di gas immerso in un campo magnetico $B(z)\hat{x}$ sottoposto all'azione della gravità $g = -|g|\hat{z}$. Si immagina un tubo di flusso magnetico con sezione pari a δ_A posto ad un'altezza z . A causa della *buoyancy force*, tale tubo di flusso magnetico, è portato ad una altezza $z + dz$.¹³ Per la conservazione della massa e del flusso magnetico, la quantità $\frac{B}{\rho}$ rimane costante nel tubo di flusso magnetico, pertanto segue

$$\frac{\delta B}{B} = \frac{\delta \rho}{\rho} \quad (35)$$

In assenza di meccanismi di dissipazione, l'entropia (per unità di massa) è conservata¹⁴

$$\frac{\delta p}{p} = \gamma \frac{\delta \rho}{\rho} \quad (36)$$

Assumendo che la velocità di spostamento del flusso magnetico sia abbastanza piccola, si assume equilibrio di pressione: la pressione esercitata dal tubo bilancia quella del mezzo circostante:¹⁵

$$\delta p + \frac{B\delta B}{\mu_0} = dp + \frac{BdB}{\mu_0} \quad (37)$$

Detta a la velocità del suono isoterma, si assume

$$p = a^2 \rho \quad (38)$$

Sostituendo l'eq.(38) e l'eq.(36) in (37) si ottiene

$$\left(\gamma a^2 + \frac{B^2}{\mu\rho}\right)\delta\rho = dp + B\frac{dB}{\mu} \quad (39)$$

¹³Si denotano le variazioni nelle quantità proprie del tubo di flusso magnetizzato con δ , e le variazioni nelle quantità del mezzo circostante con 'd'

¹⁴ γ rappresenta il calore specifico

¹⁵ μ_0 rappresenta la permeabilità magnetica.

Per avere un'instabilità è necessario introdurre un'ulteriore condizione

$$\delta\rho < d\rho \quad (40)$$

La condizione(40) è equivalente a chiedere che la densità del tubo di flusso magnetico sia inferiore a quella del mezzo circostante. Introducendo (40) nella (39) si ottiene

$$dp + B\frac{dB}{\mu} < (\gamma a^2 + \frac{B^2}{\mu\rho})d\rho \quad (41)$$

Dividendo per dz , la disequazione (41) risulta essere equivalente a ¹⁶

$$\frac{g}{c_s^2} \frac{\rho}{B} \frac{d}{dz} \left(\frac{B}{\rho} \right) < -\frac{N^2}{V_a^2} \quad (42)$$

La disequazione (42) rappresenta la condizione di instabilità per il caso trattato: se l'intensità del campo magnetico decresce abbastanza velocemente con l'altezza genera un'instabilità nel mezzo in cui è immerso il campo. Particolare rilevanza nel contesto astrofisico è ricoperta dallo studio delle instabilità nella zona convettiva solare e della loro influenza sulla velocità con cui le bolle magnetiche (i.e. tubi di flusso con contenuto magnetico approssimati a sfere) raggiungono la superficie solare. Mostrerò il risultato ottenuto da Parker (1975, 1977). Facendo l'assunzione di processo adiabatico (i.e. $N^2 = 0$) e trascurati gli effetti di diffusione (i.e. $\eta \approx 0$)¹⁷ Parker calcolò il *rate* con cui un tubo di flusso magnetico di raggio d , presente nella zona convettiva solare, sale verso la superficie della stella. Assumendo il fluido circostante elettricamente neutro e non rotante, considerando i contributi dati dalla *magnetic buoyancy force*, che spinge il tubo verso la superficie, e da una forza di resistenza che si oppone al moto verso l'alto del tubo magnetizzato, Parker ottenne¹⁸:

$$W_t \sim V_a \left(\frac{d}{H} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (43)$$

4.2.3 Simulazioni numeriche del galleggiamento magnetico

Vista la grande importanza ricoperta dallo studio del galleggiamento magnetico all'interno della zona convettiva solare, sono state realizzate sofisticate

¹⁶ $N^2 = g \left[\frac{1}{\gamma p} \frac{dp}{dz} - \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dz} \right]$ (*frequenza di Brunt-Väisälä*); V_a rappresenta la velocità di Alfvén

¹⁷La trattazione matematica, per il calcolo del velocità con cui il tubo di flusso magnetico sale verso la superficie, richiederebbe l'inclusione anche degli effetti di diffusione. Tuttavia, essendo il problema di particolare complessità matematica, si riporta solo l'analisi di Parker in assenza di termini diffusivi.

¹⁸H rappresenta una *density scale height*: i valori numerici di H aumentano con la profondità

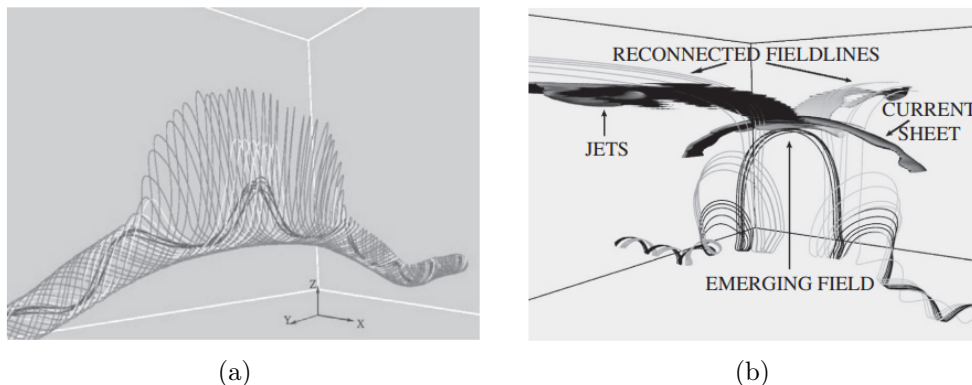


Figura 5: Simulazione numerica del galleggiamento magnetico. (a) Linee di campo soggette ad un'*outward expansion*. Il termine *current sheet*, presente in figura, rappresenta la zona di diffusione del campo magnetico (i.e. la zona di riconnessione magnetica) (b) Riconnessione magnetica fra linee di campo con conseguente produzione di *jets*.

simulazioni numeriche su domini 2D e 3D. Tali simulazioni hanno mostrato che, durante il galleggiamento magnetico, mentre le linee di campo più esterne acquisiscono una forma a ventaglio (si assiste cioè ad un'*outward expansion* del flusso), le linee più interne mantengono una forma ondolata (fig.5a). Inoltre, si è visto che l'inclusione, in tali simulazioni numeriche, di fenomeni fisici che si verificano nella zona convettiva (Amari et al. 2005; Cheung et al. 2007, 2010), è fondamentale per spiegare l'importante influenza del galleggiamento magnetico sul fenomeno di granulazione solare che si verifica nella fotosfera. Altri importanti progressi sono stati fatti includendo, sempre in tali simulazioni numeriche, i campi magnetici presenti nella corona solare, focalizzando lo studio sulla riconnessione magnetica fra le linee di campo soggette al galleggiamento magnetico e le linee di campo caratterizzanti la corona solare. In tale contesto, la riconnessione magnetica, analizzata al paragrafo (4.1), è responsabile dell'accelerazione di *X-ray jets* (fig.5b). In tale contesto, un importante modello numerico che fornì una spiegazione unificata per la struttura globale, e su scala fine, delle macchie solari, fu presentato da Rempel (Rempel, M., 2012). Sulla base delle equazioni della magnetofluidodinamica non ideale, costruì un codice numerico che simulasse la struttura delle macchie solari. Tale codice fornì risultati consistenti con le osservazioni: i valori ottenuti per l'intensità del campo magnetico, per la luminosità e per la struttura filamentare delle macchie rispecchiavano i dati osservativi. Per tale motivo, il modello di Rempel fu riconosciuto, in letteratura, come il *modello unificato*.

A Appendice

A.1 Cenni di riconnessione magnetica in ambiente turbolento

Un'interessante questione, inerente la riconnessione magnetica, che non è stata analizzata nella precedente trattazione teorica dei modelli di Sweet-Parker e Petschek, riguarda le condizioni fisiche iniziali necessarie per il verificarsi della riconnessione: in altre parole, perché due regioni di fluido con campi magnetici diretti in versi opposti dovrebbero avviare il processo di riconnessione? Come è stato mostrato da studi di ricerca (Yamada et al. 2010) nel modello di Sweet-Parker e di Petschek, la configurazione del campo magnetico risulta instabile a piccole perturbazioni: pertanto, se nel fluido sono presenti piccole deviazioni dalla configurazione di equilibrio magnetofluidodinamico, si creano instabilità che possono riconnettere il campo magnetico (Zweibel & Yamada 2009).

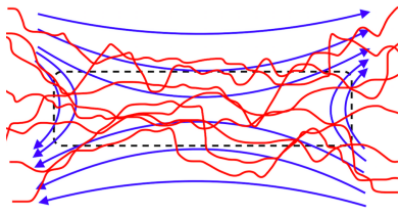


Figura 6: Visione schematica del differente comportamento delle linee di campo in assenza (blu) e in presenza (rosso) di moti turbolenti.

Tali instabilità, oltre a produrre un cambiamento nella topologia delle linee di campo, possono generare moti turbolenti che, a loro volta, influiscono sul processo fisico di riconnessione magnetica: ad esempio velocizzando il *rate* di riconnessione (in ambienti turbolenti dove la diffusività magnetica aumenta, il *rate* di riconnessione magnetica aumenta)(fig. 6).

Un fenomeno complesso quale quello della riconnessione magnetica in ambiente turbolento, è stato a lungo studiato con simulazioni numeriche per cercare di capirne il funzionamento. Un miglioramento nello studio di tale fenomeno fu fatto passando dall'utilizzo di simulazioni numeriche 2D, all'uso di simulazioni 3D. Difatti, una tale semplificazione (2D) per un fenomeno complesso quale è la riconnessione magnetica si rivelò essere ben presto non accurata (a titolo di esempio: le simulazioni 2D di Matthaeus & Lamkin (1985, 1986) non trovarono alcuna prova dell'influenza dei moti turbolenti sulla riconnessione delle linee di campo).

Con l'utilizzo di modelli 3D e l'introduzione di modelli stocastici per lo studio della riconnessione delle linee di campo¹⁹, si riuscì ad ottenere risultati che meglio si avvicinano ai dati reali.

¹⁹La scelta di tali modelli matematici è legata al comportamento stocastico mostrato dalle linee di campo in ambiente turbolento.

Riferimenti bibliografici

- [1] Priest, E., *Magnetohydrodynamics of the Sun*, Cambridge University Press, 2014
- [2] Priest, E., Forbes, T., *Magnetic Reconnection: MHD Theory and Applications*, Cambridge University Press, 2000
- [3] Vietri, M., *Foundations of High-Energy Astrophysics*, Chicago University Press, 2008
- [4] Clarke, C. J., Carwell, R. F., *Principles of Astrophysical Fluid Dynamics*, Cambridge University Press, 2007
- [5] Fitzpatrick, R., *Plasma Physics: An Introduction*, CRC Press, 2014
- [6] Longair, M. S., *High Energy Astrophysics*, Cambridge University Press, 2011
- [7] Al-Hachami, A., *Generalised Mathematical Models for 3D Magnetic Reconnection at Null Points*, 2015, DOI:10.13140/RG.2.1.4013.5842
- [8] Murphy, N., *Lecture Notes on Plasma Astrophysics*, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics, 2016
- [9] Ji, H., Yamada, M., Hsu, S., Kulsrud, R., Carter, T., Zaharia, S., *Magnetic reconnection with Sweet-Parker characteristics in two-dimensional laboratory plasmas*, Physics of Plasmas 6, 1743 (1999)
- [10] Jafari, A., Vishniac, E., *Introduction to Magnetic Reconnection*, arXiv:1805.01347, 2018
- [11] *Lecture notes on Solar Physics*, Stanford University, 2018
- [12] Acheson, D. J., *Instability by magnetic buoyancy*, Solar Physics, Volume 62, Issue 1, pp.23-50
- [13] Wilczyński, F., Hughes, D. W., Kersalé, E., *Magnetic buoyancy instability and the anelastic approximation: regime of validity and relationship with compressible and Boussinesq descriptions*, Journal of Fluid Mechanics, vol. 942, id. A46