

ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Scuola di Scienze
Dipartimento di Fisica e Astronomia
Corso di Laurea in Astronomia

Effetti relativistici in Astrofisica

Tesi di Laurea

Presentata da:

Giovanni Amendolagine

Relatrice:

**Chiar.ma Prof.ssa
Marcella Brusa**

Anno accademico 2021-2022

”Ed ora basta. Newton, perdonami; tu hai trovato l’unico modo che, nella tua epoca, era possibile trovare per un uomo del più profondo ingegno e della maggiore potenza creativa. I concetti che tu hai creato guidano ancora oggi il nostro modo di pensare in fisica, sebbene ora noi sappiamo che essi dovranno essere sostituiti da altri più lontani dalla sfera dell’esperienza immediata se vogliamo aspirare ad una più profonda comprensione delle leggi della fisica”

- Albert Einstein

Abstract

Numerosi sono gli effetti astrofisici determinati dal moto relativo tra sorgente e osservatore, i quali permettono non solo di inferire proprietà cinematiche degli oggetti studiati, ma addirittura caratterizzanti della loro struttura e fenomenologia. Nonostante gran parte dei fenomeni in Astrofisica appartengano al regime newtoniano, esistono situazioni in cui si rende necessario l'intervento della relatività di Einstein al fine di comprenderle nella maniera più completa. La branca dell'Astrofisica che si occupa dello studio di questi oggetti tanto peculiari è detta Astrofisica delle alte energie. In seguito verranno presentati i principali strumenti offerti dalla relatività, sia nel caso speciale che in quello più generale, per trattare effetti quali il beaming, l'effetto doppler, il redshift gravitazionale e il lensing. Per quanto riguarda il beaming e l'effetto doppler, verrà affrontata con particolare riguardo la radiazione di sincrotrone e la sua polarizzazione, come questi influenzano la struttura delle righe del ferro nei dischi di accrescimento in AGN e i moti superluminali. In conclusione si tratterà il fenomeno delle lenti gravitazionali.

Indice

1	Elementi di relatività	1
1.1	Relatività speciale	1
1.2	Relatività generale	4
2	Radiazione di sincrotrone	6
3	Aberrazione relativistica nella riga del ferro $K\alpha$ in AGN	9
4	Moti superluminali	11
5	Lensing gravitazionale	14

1 Elementi di relatività

1.1 Relatività speciale

I concetti di spazio e tempo sono fondanti dell'esperienza e dell'approccio con cui si indagano i fenomeni fisici, in quanto questi ultimi richiedono di essere collocati appunto in un riferimento spaziotemporale costituito di eventi. Nella meccanica classica vengono definiti particolari sistemi di riferimento in cui le leggi della fisica assumono la loro forma più semplice: questi sono i sistemi di riferimento inerziali¹. In questi sistemi vige il principio di relatività, ovvero le leggi della fisica sono covarianti per cambi di coordinate da un sistema ad un altro, per cui non è possibile determinare un moto assoluto per tali riferimenti. Le trasformazioni per le coordinate in sistemi di riferimento inerziali sono le trasformazioni di Galileo:

$$\begin{cases} x' = x - v_x t \\ y' = y - v_y t \\ z' = z - v_z t \\ t' = t \end{cases} \quad (1.1)$$

Queste trasformazioni fanno però uso di due assunti fondamentali:

1. Il tempo è una quantità assoluta indipendente dal sistema di riferimento considerato, così come lo sono le lunghezze.
2. Tempo e spazio sono due enti indipendenti uno dall'altro.

Questo approccio ai concetti di spazio e tempo venne messo in crisi secoli dopo a causa della scoperta delle equazioni di Maxwell. Queste ultime infatti prevedono che la luce si propaghi nel vuoto con velocità pari a c e non sono affatto invarianti per le trasformazioni di Galileo, si suppose quindi l'esistenza di un sistema di riferimento privilegiato, il sistema dell'etere. Questa ipotesi venne però successivamente smentita dall'esperimento di Michelson e Morley (1887), così come altre teorie alternative quali quelle del trascinamento dell'etere e le teorie emissive². Einstein sulla base di questi risultati, ma anche per la necessità di preservare una certa consistenza logica per i fenomeni fisici, riformulò la relatività secondo i seguenti principi:

1. Le leggi della fisica sono invarianti per trasformazioni in sistemi di riferimento inerziali.
2. La velocità della luce nel vuoto è costante in sistemi di riferimento inerziali ed è pari a c ³.

Da questi due principi emerge un risultato sconvolgente, il concetto di simultaneità, quindi di tempo⁴, diventa relativo per un dato sistema di riferimento, visto che la

¹Questi riferimenti sono detti tali perchè è valido il principio di inerzia, ovvero considerato un sistema di n corpi sufficientemente lontani tra loro in modo da non poter interagire, il moto di questi sarà rettilineo uniforme. Il sistema di riferimento inerziale per eccellenza è il sistema delle stelle fisse

²queste ultime due sono state confutate dagli esperimenti di Fizeu e De Sitter

³ $c=99792458$ m/s

⁴infatti il tempo può essere misurato solo come coincidenza di due eventi, ad esempio la posizione delle lancette dell'orologio si trovano su determinate tacche del quadrante. Affinchè per un dato sistema di riferimento si abbia una misura del tempo indipendente dalla posizione, occorre effettuare una calibrazione mediante segnali luminosi

velocità della luce è finita. Non si parla più di spazio e tempo come di due concetti separati, ma occorre invece introdurre il concetto di spaziotempo. Per ricavare le trasformazioni che soddisfano a questi principi, bisogna anche considerare che i sistemi in esame sono costruiti tramite coordinate cartesiane, per cui si considera uno spazio-tempo omogeneo e isotropo⁵, quindi queste trasformazioni devono essere lineari. Le trasformazioni che rispettano questi requisiti sono le trasformazioni di Lorentz-Fitzgerald

$$\begin{cases} x' = \frac{x-vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \frac{t-\frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \end{cases} \quad (1.2)$$

Si è assunto che uno dei sistemi di riferimento è in moto rettilineo uniforme rispetto all'altro lungo l'asse delle x per via dell'isotropia dello spazio. Fondamentale è anche la proprietà di queste equazioni di ridursi alle equazioni di Galileo per velocità molto inferiori a quella della luce, questo costituisce un ulteriore punto a favore di questa teoria. Inoltre a partire da queste trasformazioni è possibile arrivare a diversi importanti risultati:

1. Contrazione delle lunghezze

$$l' = \frac{l_0}{\gamma} \quad (1.3)$$

2. Dilatazione dei tempi

$$\Delta t' = \gamma \Delta t_0 \quad (1.4)$$

Dove l_0 è la lunghezza di un oggetto in un sistema di riferimento in cui esso è a riposo, Δt_0 è un intervallo temporale che intercorre tra due eventi che si verificano in una stessa posizione spaziale e γ è il fattore di Lorentz. Poichè in seguito verranno trattati fenomeni elettromagnetici è utile derivare come un'onda luminosa viene osservata in due sistemi di riferimento inerziali in moto reciproco. Si consideri l'equazione di un'onda piana la cui direzione di propagazione giace sul piano $x'y'$ e la cui sorgente è in moto con velocità v

$$\cos 2\pi \left[\frac{x' \cos \theta' + y' \sin \theta'}{\lambda'} - v't' \right] \quad (1.5)$$

Per il principio di relatività l'onda è piana in qualsiasi altro sistema di riferimento inerziale, applicando poi le equazioni di trasformazione di Lorentz si hanno le seguenti due relazioni

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{\cos \theta' + \frac{v}{c}} \quad (1.6)$$

$$\nu = \frac{\nu'(1 + \frac{v}{c} \cos \theta')}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (1.7)$$

dove la prima equazione rappresenta l'aberrazione relativistica, mentre la seconda predice l'effetto doppler relativistico, che al contrario di quello classico è presente anche per moti trasversali. Questi due effetti sono poi responsabili per il beaming e giocano

⁵per omogeneo e isotropo si intende che gli intervalli di tempo e di lunghezza sono quantità invarianti e non dipendono dalla posizione e dall'orientamento. I sistemi di coordinate considerati sono definiti attraverso corpi rigidi

un ruolo fondamentale nella trattazione del sincrotrone. Si termina questa discussione sulla relatività ristretta parlando del formalismo matematico di Minkowski per la trattazione della metrica dello spaziotempo della relatività speciale e di alcune importanti proprietà che da questa possono essere ricavate.

Innanzitutto si introduce la coordinata immaginaria temporale $x_4 = ict$ e si fa presente che per la costanza della velocità della luce la legge di propagazione della luce nel vuoto

$$\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 + \Delta x_3^2 + \Delta x_4^2 = 0 \quad (1.8)$$

è una invariante relativistica. Questo però è vero se, più in generale, anche la seguente quantità è invariante⁶

$$\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 + \Delta x_3^2 + \Delta x_4^2 = s^2 \quad (1.9)$$

Anche l'opposto di questa quantità è un'invariante relativistica, in particolare questo si definisce come il tempo proprio $d\tau$ ⁷. I vettori definiti in sistemi caratterizzati da questo tipo di metrica sono detti quadrivettori⁸. Oltre al quadrivettore che individua la collocazione di un evento nello spaziotempo, esistono altri quadrivettori fondamentali. Si definisce il quadrivettore velocità come

$$u_\nu = \frac{dx_\nu}{d\tau} \quad (1.10)$$

Con $\nu = 1...4$. A partire da questo quadrivettore e moltiplicando per la massa della particella considerata in quiete rispetto ad un certo sistema di riferimento, è possibile definire il quadrivettore energia impulso attraverso le sue componenti come

$$\begin{cases} I_x = \frac{m_0 v_x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ I_y = \frac{m_0 v_y}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ I_z = \frac{m_0 v_z}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{cases} \quad (1.11)$$

Una prova che questa è la giusta rappresentazione di energia e impulso è il fatto che per basse velocità l'impulso e l'energia si riducono alle loro espressioni classiche. Infine è importante notare come in questa formulazione relativistica, l'energia e la massa sono concetti equivalenti. In particolare alla massa a riposo si può attribuire il significato di energia interna di un corpo. In ultima analisi, risulta essenziale specificare la forma relativisticamente invariante delle leggi di conservazione di energia e impulso introducendo il tensore⁹ energia impulso

⁶Questo è necessario affinché le leggi della fisica siano covarianti, e questo è possibile solo se le equazioni di trasformazione sono lineari per sistemi di coordinate cartesiane si traduce appunto nell'invarianza di s^2

⁷si definisce tempo proprio perchè ponendosi in un sistema di riferimento coincidente nello spazio con un certo orologio, $d\tau$ è appunto l'intervallo temporale misurato dall'orologio

⁸Un vettore è definito tale quando gli oggetti di cui è composto si comportano come le componenti di intervalli, ovvero la somma dei loro quadrati è un invariante

⁹Un tensore, in coordinate cartesiane, è un oggetto tale per cui un qualsiasi cambio di coordinate, le sue componenti soddisfano la relazione $A'_{\mu'\nu'\rho'...} = b_{\mu'\mu} b_{\nu'\nu} b_{\rho'\rho} ... A_{\mu\nu\rho...}$ con la notazione di Einstein per la somma

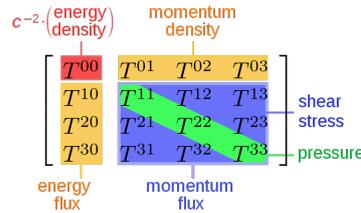


Figura 1: *Tensore Energia-Impulso è significato fisico delle sue componenti. Da notare gli indici collocati in apice invece che a pedice, questo perchè le componenti sono contravarianti*

La conservazione del quadrivettore energia-impulso è garantita dall'equazione di continuità

$$\frac{\delta T_{\mu\nu}}{\delta x_\nu} = 0 \quad (1.12)$$

È evidente da questa equazione, che se l'energia si conserva, questo deve essere vero anche per l'impulso. Infine nel caso in cui sia presente un campo di forze è possibile ottenere l'equazione dinamica di una particella

$$K_\mu = m_0 \frac{du_{\mu\nu}}{dl} = \frac{\delta T_{\mu\nu}}{\delta x_\nu} \quad (1.13)$$

Adesso che sono stati presentati i principali strumenti della relatività è possibile introdurre la teoria della relatività generale.

1.2 Relatività generale

Per quanto la relatività speciale sia riuscita a ridurre notevolmente il numero di ipotesi necessarie a trattare la fisica dei sistemi preservando una certa consistenza logica, soprattutto per quanto riguarda l'invarianza delle leggi dell'elettrodinamica, rimane il problema di determinare le ragioni che rendono i sistemi di riferimento inerziali i sistemi privilegiati per lo studio della fisica. In questo la relatività speciale non si discosta dalla relatività newtoniana, entrambe le teorie infatti attribuiscono allo spaziotempo proprietà assolute, che determinano poi l'inerzia di un corpo; quindi il principio di inerzia è determinabile assolutamente in riferimento allo spaziotempo che possiede intrinsecamente tale caratteristica. Einstein, riprendendo la visione di Mach, non trovava questa una giustificazione soddisfacente per l'origine dell'inerzia di un corpo, così riformulò queste considerazioni nel principio di Mach, affermando che non è possibile per un sistema fisico influenzare le proprietà di un altro oggetto, senza che quest'ultimo influenzi a sua volta il primo. Quindi l'inerzia di un corpo è una proprietà originata dalla presenza di tutti gli oggetti esistenti e non da caratteristiche assolute dello spaziotempo. Un altro risultato fondamentale per la formulazione della teoria della relatività generale è l'equivalenza tra massa gravitazionale e massa inerziale. Questa evidenza costituisce la base del principio di equivalenza di Einstein, secondo il quale considerati due sistemi di riferimento di cui uno è inerziale e l'altro in moto uniformemente accelerato rispetto al primo, quest'ultimo è equivalente ad un sistema di riferimento in quiete dove esiste un campo gravitazionale. Da questo principio ne consegue che cercando di passare da un sistema di riferimento inerziale privo di campo gravitazionale a uno accelerato, si rende immediatamente evidente che nel sistema non inerziale la metrica non è più euclidea. Occorre quindi trovare una forma per le leggi della fisica che sia invariante per trasformazioni di coordinate qualsiasi e non solo cartesiane. A tal fine bisogna introdurre le coordinate curvilinee, scoperte da Gauss nel suo studio sulle superfici, e il formalismo tensoriale di Ricci- Levi Civita, che in

questo elaborato non verranno trattate essendo oltre i suoi scopi. In linea di massima la teoria di Gauss afferma che è possibile costruire una geometria su una superficie curva se una sua porzione infinitesima può essere considerata piana. In questo caso è possibile trovare delle coordinate cartesiane, che hanno quindi significato fisico potendo essere misurate per mezzo di corpi rigidi e che sono esprimibili come funzioni lineari delle coordinate generiche definite dalle geodetiche. Dato che un corpo in caduta libera in un campo gravitazionale è, almeno nelle sue vicinanze, equivalente ad un sistema di riferimento cartesiano, è sempre possibile definire per due eventi molto vicini nello spaziotempo delle coordinate cartesiane dX_1, dX_2, dX_3, dX_4 tali che esiste un'invariante $ds^2 = dX_1^2 + dX_2^2 + dX_3^2 + dX_4^2$. Questa invariante può essere riscritta in funzione delle coordinate generiche dx_1, dx_2, dx_3, dx_4 , usando la notazione di Einstein sugli indici ripetuti, come

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu \quad (1.14)$$

In questa equazione $g_{\mu\nu}$ è il tensore metrico che descrive localmente la struttura dello spazio tempo e si può identificare con l'azione del campo gravitazionale. Partendo dall'equazione di Poisson¹⁰, è possibile ricavare l'equivalente della relatività generale tenendo presente che il primo membro deve trasformarsi in un'equazione tensoriale e il secondo deve contenere il tensore energia impulso. In questo modo si ottengono le equazioni di campo di Einstein

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \kappa T_{\mu\nu} \quad (1.15)$$

dove $R_{\mu\nu}$ è il tensore di Ricci e R la curvatura scalare, entrambi parametri che descrivono quanto e come la geometria del sistema di coordinate si discosta da quella euclidea, mentre κ è la costante gravitazionale di Einstein¹¹. Da questa equazione è possibile derivare effetti notevoli, che sono di particolare interesse per l'astrofisica. Nelle regioni astrofisiche è comune la situazione in cui gli oggetti studiati hanno basse velocità e il campo gravitazionale non è particolarmente intenso. In questi casi si pongono le componenti del potenziale gravitazionale come

$$g_{\mu\nu} = \delta_{\mu\nu} + \gamma_{\mu\nu} \quad (1.16)$$

Sostituendo nell'equazione di campo risultano le seguenti relazioni tra le coordinate di un sistema cartesiano e quelle del sistema considerato

$$\sqrt{dX_1^2 + dX_2^2 + dX_3^2} = \left(1 + \frac{\kappa}{4\pi} \int \frac{\sigma dV_0}{r}\right) \sqrt{dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2}, \quad (1.17)$$

$$dT = \left(1 - \frac{\kappa}{4\pi} \int \frac{\sigma dV_0}{r}\right) dl \quad (1.18)$$

Dove σ è la densità di energia e dV_0 l'elemento di volume nel sistema cartesiano equivalente. È interessante notare come il ritmo del tempo diventi sempre più lento nelle regioni dove il potenziale aumenta ed è proprio questo effetto a determinare il redshift gravitazionale. Si consideri adesso la legge di propagazione della luce per un tratto infinitesimo di spazio, sostituendo le equazioni 1.17,1.18 si ottiene

$$\frac{\sqrt{dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2}}{dl} = 1 - \frac{\kappa}{4\pi} \int \frac{\sigma dV_0}{r} \quad (1.19)$$

¹⁰Questa equazione descrive la distribuzione della densità di massa nello spazio e si scrive come $\Delta\Phi = 4\pi G\rho$

¹¹Questa costante si lega a quella della gravità classica di Newton attraverso la relazione $\kappa = \frac{8\pi G}{c^2}$

Si mostra così che la luce non si propaga più lungo un percorso rettilineo, bensì viene deviata e in particolare, se passa ad una distanza Δ da un oggetto di massa M , la sua curvatura è data da

$$\alpha = \frac{\kappa M}{2\pi\delta} \quad (1.20)$$

Questi concetti sono sufficienti per affrontare in maniera adeguata i fenomeni astrofisici che verranno presentati nelle prossime sezioni.

2 Radiazione di sincrotrone

Il sincrotrone costituisce il principale meccanismo di radiazione responsabile per l'emissione in banda radio nei lobi di getti relativistici prodotti in radio loud AGN, nei resti di supernova e nelle pulsar. Questa radiazione permette di studiare l'intensità e la struttura dei campi magnetici localizzati nei siti di accelerazione delle particelle che irradiano, consentendo in questo modo di avanzare ipotesi riguardo l'origine dei primi, elemento cruciale per una comprensione completa dei processi fisici che caratterizzano l'astrofisica delle alte energie.

Innanzitutto occorre specificare che il sincrotrone necessita di due ingredienti fondamentali: particelle ultra relativistiche e campi magnetici. Si consideri il quadrimpulso dato da 1.11 e 1.12, le equazioni del moto di una particella soggetta alla forza di Lorentz¹² in presenza di campo magnetico diventano così

$$\frac{d\vec{I}}{dt} = \frac{q}{c}\vec{v} \times \vec{B} \quad (2.1)$$

$$\frac{d\gamma m_0 c^2}{dt} = q\vec{v} \cdot \vec{E} = 0 \quad (2.2)$$

Ne segue che γ è costante e quindi lo è anche il modulo della velocità, questo implica che la proiezione del moto della particella sul piano normale al campo magnetico è un moto circolare uniforme. Si prende ora in considerazione l'equazione di Larmor¹³ nella sua forma relativisticamente covariante in funzione del trivettore accelerazione

$$-\frac{dE}{dt} = \frac{2q^2}{3c^3}\gamma^4(\gamma^2 a_{//}^2 + a_{\perp}^2) \quad (2.3)$$

Da quanto risulta in 2.2, è evidente che $a_{//}$ sia pari a zero. Per cui tenendo presente di 2.1, si può scrivere la potenza emessa da una particella accelerata in un campo magnetico come

$$-\frac{dE}{dt} = \frac{2q^2}{3c^3}\gamma^4 a^2 = \frac{2q^2}{3c^3}\gamma^4 \frac{q^2}{c^2\gamma^2 m_e^2} v^2 B^2 \sin^2 \alpha = \frac{2}{3} r_0^2 c \beta^2 \gamma^2 B^2 \sin^2 \alpha \quad (2.4)$$

Dove r_0 è il raggio classico dell'elettrone¹⁴ e α è l'angolo di pitch che il vettore velocità forma con la direzione del campo magnetico. Questa analisi evidenzia risultati che sono indifferenti sia per l'osservatore che per il sistema di riferimento dell'elettrone; infatti la potenza emessa è un'invariante relativistica. Per poter trattare gli effetti della relatività sulle proprietà della radiazione di sincrotrone è necessario prendere in considerazione lo spettro che viene osservato. La radiazione ricevuta si differenzia da quella emessa

¹² $\vec{F} = q(\vec{E} + \frac{1}{c}\vec{v} \times \vec{B})$

¹³nel caso classico l'equazione di Larmor è definita come $\frac{dE}{dt} = \frac{2q^2}{3c^3}|a|^2$

¹⁴ $r_0 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2}$

a causa del beaming relativistico. In particolare nel caso classico l'intensità della radiazione è proporzionale a $\sin^2\Theta$, Θ è l'angolo tra la direzione dell'accelerazione e la linea di vista, mentre in questo caso bisogna considerare 1.6 per la distribuzione angolare della radiazione. Nel caso del sincrotrone in cui gli elettroni hanno velocità ultrarelativistiche la formula dell'aberrazione diventa

$$\sin\Theta \approx \Theta \approx \frac{1}{\gamma} \quad (2.5)$$

Per cui la radiazione viene emessa principalmente in un cono di semiapertura $\frac{1}{\gamma}$



Figura 2: A destra la distribuzione angolare dell'intensità di radiazione nel caso del ciclotrone ($\gamma \approx 1$) mentre a sinistra è illustrato il caso del sincrotrone in cui il beaming è molto pronunciato

Questo risultato ha conseguenze notevoli sullo spettro, se nel caso del ciclotrone la radiazione viene emessa principalmente alla frequenza di girazione ω_b ¹⁵ (si tratta dunque di un'emissione discreta), a velocità ultrarelativistiche la distribuzione spettrale diventa continua. Infatti, la radiazione può essere decomposta tramite l'analisi di Fourier in una somma di dipoli oscillanti, ciascuno dei quali emette ad una frequenza

$$\nu_l = \frac{l\nu_r}{(1 - \frac{v}{c} \sin\Theta)} \quad (2.6)$$

Dove l è un intero positivo e $\nu_r = \frac{\nu_g}{\gamma}$ è la frequenza di girazione relativistica. Come si vede le armoniche a valori di l elevati diventano rilevanti per velocità ultra relativistiche, mentre per regimi di bassa energia si ha appunto che gran parte della radiazione viene emessa alla frequenza ν_g . L'emissione corrispondente a queste armoniche si disperde poi attorno ai relativi ν_l a causa dell'aberrazione relativistica proprio per quanto detto in precedenza; dato che la radiazione viene emessa principalmente in un cono piuttosto ristretto, la durata dell'impulso non corrisponde più al periodo di girazione, bensì ad un valore notevolmente più piccolo. Questo è dovuto al fatto che l'impulso viene osservato solo quando il vettore velocità dell'elettrone forma un angolo di $\pm \frac{1}{\gamma}$.

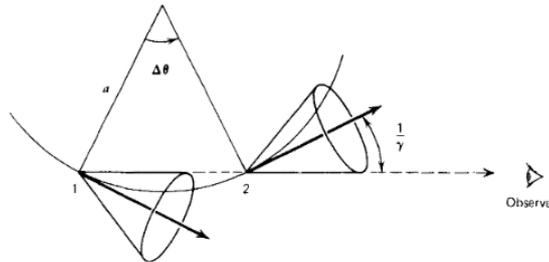


Figura 3: In questo schema viene data una rappresentazione di come l'impulso della radiazione viene deformato a causa del beaming nel sistema di riferimento del laboratorio

Più nel dettaglio lo spettro di una radiazione è la trasformata di Fourier¹⁶ dell'intensità

¹⁵A partire da 2.1 si ottiene $\omega_b = \frac{qB}{\gamma m_e c}$

¹⁶ $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega t} \tilde{f}(\omega) d\omega$ dove $\tilde{f}(\omega)$ è la trasformata di Fourier

ad un dato istante, ed inoltre fra un intervallo di tempo e uno di frequenza esiste la relazione $\Delta t \Delta \omega < 1$, quindi tanto è più breve l'impulso misurato, tanto maggiore è la dispersione attorno alla frequenza caratteristica dell'emissione. Nel caso specifico del sincrotrone, prendendo in considerazione 3 si ottiene che l'intervallo di tempo che intercorre tra l'inizio e la fine dell'impulso è pari a

$$\Delta t = \frac{2}{\gamma \omega_b \sin \alpha} \left(1 - \frac{v}{c}\right) \approx \frac{1}{\gamma^3 \omega_b \sin \alpha} \quad (2.7)$$

Per cui si ha un picco di emissione ad una frequenza $\sim \Delta t^{-1}$ proporzionale alla frequenza di girazione per un fattore γ^3 ed esiste inoltre una dipendenza dall'angolo di pitch. Un'altra stima per indicare la frequenza di picco è data dalla frequenza critica

$$\omega_c = \frac{3}{4\pi} \gamma^3 \omega_b \sin \alpha \quad (2.8)$$

La trattazione del ruolo che la relatività ha per la radiazione di sincrotrone si può concludere discutendo della sua polarizzazione. Nel caso classico del ciclotrone si distinguono tre modalità di polarizzazione della radiazione

1. Se la linea di vista è perpendicolare alla direzione del campo magnetico, allora il moto dell'elettrone equivale a quello di un dipolo oscillante e la radiazione è polarizzata linearmente
2. Se la linea di vista è parallela alla direzione del campo magnetico, il moto della particella appare circolare uniforme e la radiazione è totalmente polarizzata circolarmente
3. Per un angolo qualsiasi della linea di vista la radiazione è polarizzata ellitticamente

Nel caso del sincrotrone è invece utile considerare lo schema di sotto.

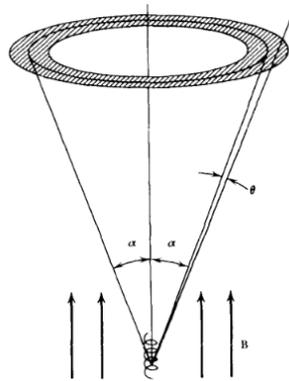


Figura 4: Emissione di una particella con angolo di pitch α

Come si può notare la radiazione è emessa entro un angolo solido di ampiezza $\Delta \theta$ dell'ordine di $\frac{1}{\gamma}$ all'interno di un cono di semiampiezza α . Nel sincrotrone si ha radiazione con polarizzazione lineare solo nel caso in cui l'asse del cono di emissione coincide con la linea di vista, in tal caso il vettore \vec{E} è perpendicolare al campo magnetico e questa radiazione si può associare un'intensità I_{\perp} . Nel caso in cui la radiazione non è osservata lungo la direzione della velocità dell'elettrone, questa ha polarizzazione ellittica, destrorsa o sinistrorsa a seconda che si osservi dentro o fuori il cono di massima intensità. Inoltre alla componente perpendicolare occorre aggiungere anche una componente parallela a cui è associata un'intensità $I_{//}$. Il fatto che la polarizzazione è

ellittica in questo secondo caso è dovuto al diverso andamento delle due componenti della radiazione. Tipicamente in presenza di una distribuzione di angoli di pitch le componenti ellittiche dell'emissione con elicità opposte si bilanciano e si cancellano per cui la radiazione è parzialmente polarizzata linearmente. La frazione di polarizzazione lineare è data da

$$\Pi = \frac{I_{\perp}(\omega) - I_{//}(\omega)}{I_{\perp}(\omega) + I_{//}(\omega)} \quad (2.9)$$

Nel caso si assuma una distribuzione energetica a legge di potenza per gli elettroni si può anche scrivere

$$\Pi = \frac{3\delta + 3}{3\delta + 7} \quad (2.10)$$

Se si considera adesso un indice spettrale tipico¹⁷ come quello misurato ad esempio nei raggi cosmici, ovvero $\delta \approx 2.7 \div 3$, si può raggiungere in linea teorica, se il campo magnetico è uniforme, un grado di polarizzazione che si aggira attorno al 70%. In casi astrofisici reali il campo magnetico presenta una forte componente disordinata che determina un'ulteriore cancellazione, cosicché la polarizzazione può scendere fino al 10%. Alla disomogeneità del campo magnetico si deve aggiungere anche il fatto che la componente di polarizzazione circolare non viene del tutto eliminata. Questo effetto diventa tanto più rilevante tanto più γ è piccolo, ma in ogni caso rimane un effetto piuttosto piccolo, nello specifico si parla di un fattore $\frac{1}{\gamma}$ rispetto alla polarizzazione lineare.

3 Aberrazione relativistica nella riga del ferro $K\alpha$ in AGN

L'importanza di questa particolare riga di emissione e gli effetti della relatività su questa, sono fondamentali per lo studio degli oggetti compatti e dell'accrescimento, infatti, non solo ha permesso di fare passi avanti sulla comprensione della geometria di un disco di accrescimento e la classificazione dei nuclei galattici attivi, ma costituisce anche un'evidenza della loro esistenza. La possibilità di ottenere risultati tanto notevoli dallo studio di questa riga derivano dal fatto che la sua larghezza intrinseca¹⁸ è abbastanza piccola (si parla di pochi eV mentre la riga è emessa ad un'energia di 6.4 KeV) e quindi l'allargamento prodotto dagli effetti relativistici è facile da osservare così da poter ricavare informazioni sulle dimensioni e l'inclinazione del disco.

Innanzitutto occorre fare una panoramica dei meccanismi che portano alla formazione di questa riga di emissione. Un disco di accrescimento produce uno spettro continuo nella banda ottica/UV rappresentato da un corpo nero modificato i cui fotoni vengono scatterati per Compton inverso da una corona di gas estremamente caldo, detta hot corona, che circonda il disco producendo un continuo in banda X che segue una legge di potenza. Circa metà dei fotoni scatterati dalla hot corona vengono poi riflessi sul disco, determinando una protuberanza nel continuo, oppure assorbiti. I fotoni assorbiti sono abbastanza energetici da espellere gli elettroni delle shell più interne, gli atomi così eccitati possono decadere per effetto Auger, emettendo uno o più elettroni oppure emettendo radiazione di fluorescenza attraverso una cascata di decadimenti. Le righe di fluorescenza si sovrappongono poi al continuo e la più intensa di queste è proprio la riga $K\alpha$ del ferro. In particolare questa riga viene generata quando un elettrone

¹⁷L'indice spettrale δ non è altro che l'esponente di una distribuzione a legge di potenza del tipo $N(E)dE \propto E^{-\delta}dE$

¹⁸ $\Gamma = \frac{h}{\Delta t}$, dove Δt è l'inverso della probabilità di transizione

della shell L ($n=2$) decade verso la shell K ($n=1$); bisogna precisare però che su tutti i decadimenti solo nel 33% dei casi il decadimento è di tipo radiativo.

L'intensità della riga dipende dalla geometria del disco, dall'abbondanza del ferro, dal tasso di ionizzazione¹⁹ e dall'inclinazione, in questo elaborato ci si sofferma sulla geometria e l'inclinazione in quanto sono i fattori in cui gli effetti relativistici sono più rilevanti. Gli effetti principali che modificano il profilo della riga sono l'effetto doppler trasversale, il beaming relativistico e il redshift gravitazionale. Se si osserva un disco non relativistico la linea presenterebbe una struttura a due picchi corrispondenti alle porzioni del disco che si muovono verso l'osservatore o si allontanano da esso, nelle regioni interne di un disco di accrescimento però il gas si muove a velocità relativistiche e sarà evidente solo il picco verso le frequenze più blu per via del beaming. Inoltre a queste velocità elevate e per via del potenziale gravitazionale, il redshift gravitazionale e l'effetto doppler trasversale producono una coda verso le frequenze rosse tanto più estesa quanto più il raggio interno del disco è piccolo.

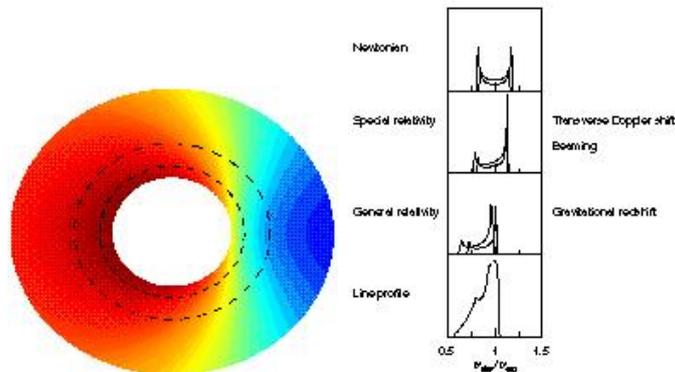


Figura 5: A destra è presente una mappa di come il redshift è distribuito su un disco di accrescimento, mentre a sinistra si mostrano quattro diversi profili: il primo associato ad un disco non relativistico, il secondo prende in considerazione il contributo solo della relatività speciale, il terzo considera il redshift gravitazionale e il quarto combina gli effetti di entrambi

Il picco nel blu dovuto al beaming relativistico non è sempre visibile, è necessario infatti che il disco sia inclinato rispetto alla linea di vista, per di più il profilo è tanto più esteso nel blu quanto più il disco è inclinato, questo comporta però che l'intensità della riga diminuisce. Questo è dovuto all'aumento della porzione di disco che si allontana da noi e di conseguenza per effetto del beaming viene ricevuta meno radiazione proprio da queste regioni. Poiché il beaming è quasi esclusivamente funzione dell'inclinazione costituisce un buon metodo per misurare quest'ultima.

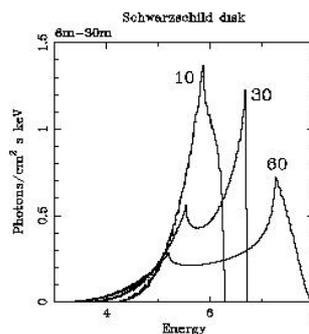


Figura 6: Beaming in funzione dell'angolo di inclinazione del disco

¹⁹Un indice del tasso di ionizzazione è dato dal parametro di ionizzazione $\xi(r) = 4\pi \frac{F_x(r)}{n(r)}$, dove $F_x(r)$ è il flusso di radiazione incidente sul disco e $n(r)$ è la densità di elettroni liberi

Infine ritornando sull'estensione della coda causata dal redshift gravitazionale e dal doppler trasversale è possibile fare alcune osservazioni interessanti. Questa coda è il risultato della somma di tutti gli elementi del disco ad un dato raggio e la sua estensione dipende quindi dal raggio interno di quest'ultimo. Il raggio interno viene tipicamente identificato con l'ISCO (innermost stable circular orbit) che nel caso di un buco nero di Schwarzschild (non rotante) equivale a circa $3r_s$ ²⁰, mentre per un buco nero rotante (soluzione di Kerr), nel limite di massima rotazione progradata il raggio interno può arrivare a $0.62r_s$. Diventa quindi possibile derivare lo spin di un buco nero dalle osservazioni con la linea del ferro.

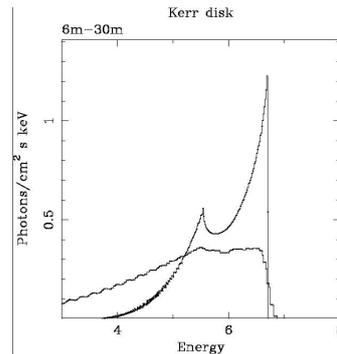


Figura 7: In questo grafico sono messi a confronto due modelli per il profilo della riga del ferro, uno per un buco nero statico e l'altro per un buco nero rotante

Occorre puntualizzare che l'interpretazione dell'allargamento verso il rosso della linea del ferro non è affatto banale. Infatti la struttura del disco e della hot corona sono variabili nel tempo, questo si traduce in una variazione del continuo di riflessione e quindi anche dell'allargamento della riga del ferro, così che il sistema si può ricondurre sia ad un buco nero di Schwarzschild che ad uno di Kerr. La prima sorgente individuata come buco nero rotante è stata MCG-6-30-15, quando è stata osservata durante un minimo della curva di luce che il profilo della linea del ferro si estendeva oltre $3r_s$ [7]. Questo tipo di ambiguità può essere affrontato tenendo conto anche delle caratteristiche del continuo a cui la riga si sovrappone. Infine un ulteriore grado di complicazione alla trattazione del profilo della riga del ferro è da attribuire anche alla degenerazione dei modelli dovuta all'inclinazione e all'emissività della riga come funzione del raggio.

4 Moti superluminali

I moti superluminali sono un effetto apparente legato alla proiezione del moto di una sorgente luminosa che appare spostarsi a velocità superiori a quella della luce. In astrofisica questo fenomeno è spesso associato a una particolare famiglia di sorgenti luminose chiamate blazar. Queste sorgenti sono state individuate osservando radiosorgenti caratterizzate da uno spettro piatto, dimensioni molto compatte, elevate temperature di brillantezza²¹ $T_b \geq 10^{10}K$, quest'ultimo fattore è indice che le particelle emettenti radiazione si muovono a velocità relativistiche. Una importante proprietà di questi oggetti è la variabilità della luminosità che si verifica su tempi scala che vanno da

²⁰ r_s è il raggio di Schwarzschild pari a $\frac{2GM}{c^2}$ e rappresenta il limite oltre il quale un fotone subisce un redshift tale da privarlo di tutta la sua energia

²¹La temperatura di brillantezza non è altro che un indice della brillantezza superficiale di un oggetto e rappresenta la temperatura necessaria ad un corpo nero per emettere radiazione ad un determinata frequenza con la stessa intensità della sorgente osservata. Questa equivale a $T_b = \frac{\lambda^2 I_\nu}{2k\theta^2}$ con k costante di Boltzmann

mesi a anni. Tra i blazar si possono distinguere due ulteriori categorie di oggetti: le sorgenti BL-Lac, che possiedono uno spettro piatto privo di righe in emissione, e gli OVV, che possiedono righe in emissione molto intense e larghe. Le componenti radio di queste sorgenti superluminali sembrano muoversi a velocità superiori a quelle della luce, questo come verrà mostrato in seguito, è possibile se la direzione del moto di tali sorgenti è a piccoli angoli dalla linea di vista e le velocità sono relativistiche. In realtà queste componenti che producono moti superluminali si possono ricondurre a jet radio che vengono emessi da un nucleo centrale a velocità tali da generare shock che sono poi la sede dell'emissione radio. Per queste ragioni BL-LAC e OVV si possono identificare con le due famiglie di radio loud AGN FRI e FR II²². Il jet viene spesso trattato attraverso un modello standard in cui questo si espande con un angolo θ rispetto alla linea di vista ad una velocità β_j e con una apertura ϕ .

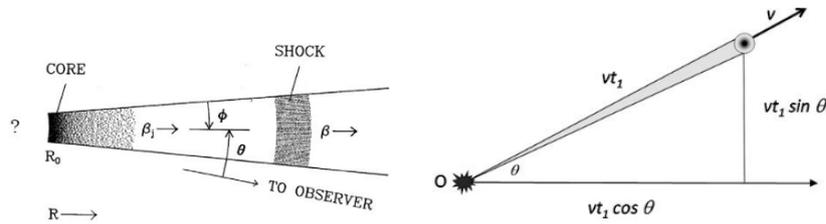


Figura 8: A destra una rappresentazione del modello standard dei jet, mentre a sinistra viene raffigurato con una vista dall'alto il moto superluminale della sorgente

Prendiamo in esame i modelli in 8 per il moto superluminale. L'osservatore è posto ad una distanza D dalla sorgente che si muove con un angolo θ rispetto alla linea di vista e riceve un fotone emesso all'origine dopo un tempo $t = \frac{D}{c}$. Successivamente a un tempo t_1 viene emesso un secondo fotone dalla sorgente che nel frattempo si è spostata di una distanza vt_1 , così che questo giunge all'osservatore a un tempo

$$t_2 = t_1 + \frac{d - vt_1 \cos \theta}{c} \quad (4.1)$$

Si trova così che l'intervallo di tempo osservato corrispondente al moto della sorgente tra i due punti è $\Delta t = t_1(1 - \beta \cos \theta)$. La velocità apparente della sorgente risulta così essere

$$v_{\perp} = \frac{v \sin \theta}{1 - \beta \cos \theta} \quad (4.2)$$

Questa velocità può facilmente risultare maggiore di c e il suo valore è massimo per $\cos \theta = \beta$ ed equivale a γv . In considerazione di questi risultati e di 1.2, è possibile definire un parametro di beaming κ che mette in relazione le quantità osservate nel sistema di riferimento dell'osservatore S' con quelle che si misurano nel sistema della sorgente S . Il parametro di beaming è dato dalla formula

$$\kappa = \frac{1}{\gamma(1 - \beta \cos \theta)} \quad (4.3)$$

Oltre al moto superluminale queste sorgenti sono anche soggette ad un forte beaming relativistico che ha un effetto notevole sull'intensità osservata. Si ricordano la 1.6 e

²²FRI e FR II si riferiscono alla classificazione degli AGN radio loud realizzata da Fanaroff e Riley. Essa si basa sulla struttura dei getti radio che nel caso delle FRI presentano una porzione molto luminosa nella zona centrale mentre le FR II possiedono due lobi molto estesi caratterizzati da hot spot nella direzione del moto

la 1.7, inoltre si precisa che l'intensità non è altro che un'energia per unità di tempo, di frequenza e di angolo solido. Sulla base di queste osservazioni è possibile stabilire attraverso il parametro di Beaming una relazione tra la densità di flusso osservata in S' e quella misurata in S con la formula

$$S(\nu_{obs}) = \frac{L(\nu_0)}{4\pi D^2} \kappa^{2+\alpha} \quad (4.4)$$

dove nell'esponente di κ compaiono un fattore 2 dovuto al beaming e un fattore α che deriva dalla legge di emissione caratteristica di questo tipo di sorgenti radio le quali emettono per sincrotrone, quindi con una legge del tipo $L(\nu_0) \propto \nu^{-\alpha}$. Se adesso si assume che oltre al getto che si espande verso di noi, ne è presente un altro che si muove in direzione opposta al primo, ma con le stesse caratteristiche di velocità, emissione e forma, allora si può scrivere il rapporto tra le loro densità di flusso come

$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{1 + \beta \cos\theta}{1 - \beta \cos\theta} \right)^{2+\alpha} \quad (4.5)$$

Nel caso limite in cui $\cos\theta = \beta$, questo rapporto invece è pari a $(2\gamma^2)^{2+\alpha}$. Come si può notare il getto che si muove all'indietro può essere diversi ordini di grandezza meno luminoso di quello che si muove in avanti, per questo motivo spesso si osserva solo quest'ultimo. Inoltre per via della relatività della simultaneità, poichè le due sorgenti si muovono in direzioni opposte, nonostante queste si evolvano allo stesso modo e con gli stessi tempi, un osservatore ad un dato istante non osserverà mai queste con la stessa luminosità intrinseca. Un'altra importante considerazione relativa alle sorgenti superluminali riguarda gli intervalli temporali osservati con cui la sorgente varia le sue caratteristiche. Secondo il Δt osservato la sorgente dovrebbe avere delle dimensioni di massimo $c\Delta t^{23}$, molto inferiori rispetto a quelle effettivamente osservate violando così il principio di coerenza; si può ovviare a questo problema considerato che nel riferimento della sorgente il tempo scala proprio in cui subisce variazioni è pari a $\Delta t' = \kappa\Delta t$, quindi le osservazioni non perdono di consistenza.

In conclusione si evidenzia che le sorgenti trattate fino a qui sono molto compatte, per cui oltre a emissione radio per sincrotrone è presente anche emissione in banda X generata dall'interazione degli elettroni relativistici dei jet con i fotoni del sincrotrone tramite inverse Compton. In questi casi è possibile derivare una fondamentale relazione tra la perdita di energia per sincrotrone e quella per inverse Compton, la quale è rappresentata dal seguente rapporto

$$\eta = \frac{\frac{dE_X}{dt}}{\frac{dE_{sync}}{dt}} = \frac{u_{phot}}{\frac{B^2}{2\mu_0}} = \left(\frac{81e^2\mu_0 k^5}{\pi^2 m_e^6 c^{11}} \right) \nu T_b^5 \quad (4.6)$$

Segue che se il rapporto è maggiore di uno, gli elettroni perdono energia molto rapidamente per inverse Compton e quindi la sorgente cessa di essere luminosa in breve tempo e questo si verifica quando la temperatura di brillantezza è maggiore di $T_b \approx 10^{12} K$. A questo fenomeno si dà il nome di catastrofe Compton. Come visto in precedenza, a causa del beaming l'intensità dell'emissione della sorgente viene amplificata, ma in questo modo viene amplificata anche la temperatura di brillantezza di circa un fattore κ . Si misurano in questo modo temperature di brillantezza che superano valori di $10^{12} K$, fattore che dovrebbe indicare la presenza di una catastrofe Compton, un fenomeno che però non viene osservato visto che le misure sono amplificate dal beaming e non corrispondono ai valori intrinseci della sorgente.

²³Questa è una lunghezza di scala che rispetta un principio di coerenza, infatti un segnale non può propagarsi più velocemente della luce, per cui una sorgente non può possedere dimensioni maggiori di quelle che la luce percorrerebbe in un tempo Δt

5 Lensing gravitazionale

Il lensing gravitazionale, come visto nella sezione sulla relatività generale 1.2, non costituisce una lente nel senso dell'ottica geometrica, bensì è un effetto di distorsione o di produzione di più immagini di una sorgente luminosa a causa della deflessione dei raggi luminosi per via di un potenziale gravitazionale. In astrofisica si possono distinguere tre diversi tipi di lensing:

- Il lensing forte che si verifica quando la sorgente di background è quasi coincidente con la lente gravitazionale e quest'ultima ha una massa considerevole. In questo caso la lente può formare un anello o più immagini della sorgente.
- Il lensing debole richiede sempre una lente massiccia, ma in questo caso la sorgente è distante dalla prima, per cui si produce solo un'immagine leggermente distorta che tende a formare un arco.
- Il microlensing è costituito di una lente con massa dell'ordine di quella di singole stelle, per cui non è possibile risolvere le immagini multiple della sorgente che vengono generate, tuttavia si ha un'amplificazione della luminosità.

Questi fenomeni e le loro applicazioni verranno meglio illustrate in seguito.

Adesso occorre trattare più approfonditamente la geometria della curvatura della luce e dell'immagine prodotta per effetto della lente gravitazionale. Si considera una sorgente posta a distanza D_s dall'osservatore e ad una distanza D_{ls} da una lente con simmetria sferica che a sua volta dista D_l dall'osservatore. Il fascio di luce osservato viene deflesso secondo la 1.20, quando però la sorgente è allineata con l'asse della lente, si produce una figura particolare chiamata 'anello di Einstein'.

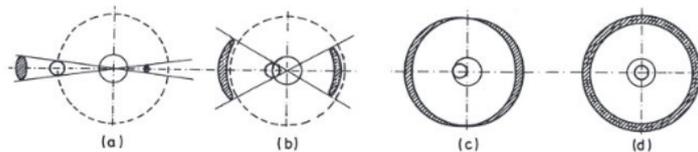


Figura 9: In figura viene mostrato come la sorgente viene distorta dalla lente gravitazionale mano a mano che si avvicina all'asse della seconda. Quando la sorgente è allineata all'asse della lente si genera un 'anello di Einstein'

L'anello così formato ha un'apertura angolare pari a $\theta_e = \alpha \left(\frac{D_{ls}}{D_s} \right)$ e se si considera che il parametro di impatto δ nella 1.20 è uguale a $\theta_e D_l$, l'apertura si può anche scrivere come

$$\theta_e = \left(\frac{\kappa M}{2\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{D_s D_l}{D_{ls}} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (5.1)$$

Da questa quantità dunque, conoscendo le distanze della lente e della sorgente, è quindi possibile avere una stima della massa della lente. Un caso interessante in Astrofisica è quello di una lente gravitazionale che possiede una distribuzione di massa a simmetria assiale. In questo caso la deflessione equivale a

$$\alpha = \frac{\kappa M(\delta)}{2\pi\delta} \quad (5.2)$$

dove $M(\delta)$ è la massa contenuta entro una distanza δ dall'asse della lente. Si considera adesso che la densità superficiale Σ della lente sia uniforme; si può dimostrare

in questo caso che la deflessione come misurata dalla posizione dell'osservatore equivale a

$$\alpha_{obs}(\theta) = \frac{D_{ls}}{D_s} \alpha = \frac{\Sigma}{\Sigma_{crit}} \theta \quad (5.3)$$

dove θ è l'angolo tra il centro della lente e la figura distorta e $\Sigma_{crit} = \frac{2}{\kappa M} \frac{D_s}{D_{ls} D_l}$ è una densità limite sotto la quale non si osservano effetti apprezzabili. Questo risultato è notevole in quanto permette, a partire dalla distorsione della sorgente, di derivare le strutture particolari dell'oggetto che fa la lente. Le tecniche sopra discusse sono appunto impiegate per lo studio di ammassi di galassie e galassie che generano lensing forte o debole. Come detto inizialmente questi due tipi di lente gravitazionale si distinguono per la geometria del sistema lente-sorgente, ma il fatto che nel lensing forte si produce un effetto più apprezzabile, non implica che sia anche più significativo dal punto di vista delle informazioni che se ne possono ricavare, infatti i due sono complementari. Il lensing gravitazionale permette di avere una stima della massa totale e delle proprietà delle regioni interne dell'ammasso o della galassia che fa da lente, mentre il lensing debole producendo distorsioni caratteristiche molto peculiari, diverse a seconda del parametro di impatto, permette di studiare il profilo di massa anche nelle zone esterne, potendo così risolvere in una certa misura le varie strutture che compongono la lente.

Si conclude adesso trattando brevemente il fenomeno del microlensing. Questo effetto pur non producendo una distorsione che può essere risolta dagli strumenti di osservazione produce un'amplificazione della luminosità dovuta al fatto che la brillantezza superficiale della sorgente rimane invariata e la superficie dell'immagine è maggiore. In particolare sia β l'angolo che separa la posizione reale della sorgente dalla lente rispetto all'osservatore piccolo, allora si può definire il parametro di amplificazione come

$$A(u) = \frac{u^2 + 2}{u\sqrt{u^2 + 4}} \quad (5.4)$$

dove u non è altro che l'angolo β in unità del raggio di Einstein. Trattandosi però di una variazione della luminosità della sorgente, questo effetto lo si potrebbe confondere con un semplice transiente ottico oppure una variazione della luminosità intrinseca della sorgente. In realtà il microlensing possiede delle caratteristiche peculiari che lo distinguono da altri possibili effetti:

- Sono fenomeni transienti che spesso si verificano solo una volta per una data sorgente e una data lente.
- Producono un effetto simmetrico sulla variazione della curva di luce della sorgente.
- L'effetto è acromatico, quindi la variazione osservata è la stessa indipendentemente dalla frequenza.
- Il picco prodotto nella curva di luce ha una forma caratteristica che può essere spiegata solo tramite il lensing.

Per questi motivi il microlensing è una tecnica principalmente impiegata per la rilevazione dei cosiddetti MACHOS, materia barionica non ancora osservata direttamente costituita di oggetti quali pianeti, nane brune oppure buchi neri di piccola massa.

Bibliografia

- [1] *Appunti personali del corso 'Active Galactic Nuclei and Supermassive Black Hole'*. il titolare del corso è il professor Cristian Vignali, AA 2022/2023.
- [2] cartwright. *Basics of Gravitational Lensing*. URL: http://www.hep.shef.ac.uk/cartwright/phy323/Grav_lens_basics.pdf.
- [3] Albert Einstein. *The meanin of Relativity, four lectures delivered at princetion university, May, 1921*. Princeton Univerity Press, 1922.
- [4] A. C. Fabian et al. "Broad Iron Lines in Active Galactic Nuclei". In: 112.775 (Sept. 2000), pp. 1145–1161. DOI: 10.1086/316610. arXiv: astro-ph/0004366 [astro-ph].
- [5] Carla Roberto Fanti. *Una finestra sull'Universo "Invisibile"*. 2012. URL: <http://www.ira.inaf.it/Library/e-books/Fanti&Fanti-Papers.pdf>.
- [6] Alan P. Lightman George B. Rybicki. *Radiative processes in Astrophysics*. WILEY-VCH Verlag GmbH Co.KGaA, 1979.
- [7] K. Iwasawa et al. "The broad iron K emission line in the Seyfert 2 galaxy IRAS 18325-5926". In: 279.3 (Apr. 1996), pp. 837–846. DOI: 10.1093/mnras/279.3.837.
- [8] Malcom S. Longair. *High Energy Astrophysics*. 3rd ed. Cambridge University Press, 2011.
- [9] Robert Resnick. *Introduzione alla relatività ristretta*. Casa Editrice Ambrosiana, 1979.