

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Scuola di Scienze
Dipartimento di Fisica e Astronomia
Corso di Laurea in Fisica

FENOMENOLOGIA DELLA GRANDINE ALLE MEDIE LATITUDINI

Relatore:
Prof. Federico Porcù

Presentata da:
Francesco Pasquini

Anno Accademico 2021/2022

Sommario

Nell'ultimo decennio, la grandine è diventata oggetto di numerosi articoli e approfondimenti. Moderne ricerche climatologiche mostrano che tale fenomeno è in aumento in alcune aree geografiche, ma ne rimane ignota l'esatta ragione. La grandine è un evento atmosferico che può essere disastroso in molti ambiti della vita umana, essendo capace di provocare danni economici di grande portata. Sfortunatamente, la capacità previsionale risulta ancora inefficace in questo campo, anche se recentemente sono stati compiuti numerosi progressi grazie all'utilizzo di nuovi strumenti osservativi da satelliti e all'ausilio di simulazioni sempre più efficienti. Questo lavoro vuole sintetizzare le principali conoscenze teoriche e fenomenologiche della grandine, partendo dalla presentazione della struttura dei sistemi temporaleschi e poi approfondendo la teoria microfisica che sta alla base della sua crescita. L'obiettivo è quello di fornire gli strumenti necessari ad una conoscenza approfondita del fenomeno e di dare un'idea di come esso può essere studiato e capito. Infatti, concluderemo l'elaborato spiegando delle reali simulazioni che sono state compiute in questo campo; una di natura meteorologica, che ha l'obiettivo di illustrare l'importanza delle simulazioni nell'analisi previsionale degli eventi atmosferici, ed una riguardante un modello microfisico, che è stato capace di ottenere risultati innovativi sul fenomeno dell'accrescimento.

Indice

1	Introduzione	3
2	Dinamica dei temporali violenti e delle grandinate	5
2.1	L'origine di una nube convettiva	5
2.1.1	Criteri di stabilità dell'aria	5
2.1.2	L'instabilità come principio di una nube convettiva	7
2.1.3	Grado di instabilità di una nube convettiva	9
2.2	Il modello dinamico di una cella temporalesca e di una grandinata	13
2.2.1	Ciclo di vita di una cella temporalesca	14
2.2.2	La dinamica della grandine	17
2.2.3	I temporali supercella	18
3	Teoria microfisica delle nubi e della crescita della grandine	21
3.1	Formazione e ingrandimento di una goccia in atmosfera	21
3.1.1	La nucleazione	21
3.1.2	Crescita per condensazione	24
3.1.3	Crescita per collezione	26
3.2	Meccanismi di crescita di una particella di ghiaccio	31
3.2.1	Il brinamento sui cristalli di ghiaccio e la loro forma	31
3.2.2	La collezione e l'aggregazione nelle particelle ghiacciate	34
3.2.3	Crescita della grandine in regime secco	38
4	Termodinamica, struttura e cenni all'analisi sperimentale	41
4.1	Studio termodinamico della grandine	41
4.1.1	Crescita della grandine in regime bagnato	41
4.1.2	Distinzione tra regime secco e bagnato	44
4.1.3	Tempo di fusione della grandine	46
4.2	Struttura interna della grandine	48
4.3	Analisi sperimentale tramite simulazioni	50
4.3.1	Simulazione di una supercella nel NE dell'Italia	51
4.3.2	Simulazione di un modello stocastico 2-D di accrezione	56

A	Appendice	62
A.1	Divergenza orizzontale e moti verticali	62
A.2	Temperatura potenziale	64
A.3	Numero di Reynolds	64
A.4	Numero di Stokes	65
A.5	Velocità terminale di una goccia nell'aria	65

Capitolo 1

Introduzione

Una recente ricerca del Cnr-Isac (Centro nazionale ricerche - Istituto di scienze dell'atmosfera e del clima), pubblicata dalla rivista *Remote Sensing*, ha utilizzato i dati satellitari per studiare la climatologia delle precipitazioni di grandine degli ultimi 22 anni nell'area del Mediterraneo. Questo studio ha rilevato che nell'ultimo decennio tutti gli eventi grandinigeni sono stati caratterizzati da un trend in crescita di circa il 30% ([10]). Sebbene la ricerca sia stata condotta solo sul bacino del Mediterraneo, particolarmente soggetto ad episodi di grandine essendo una zona di *hotspot* planetario, non è escluso che l'aumento dell'occorrenza delle grandinate sia un problema di scala globale. Una delle cause di questa crescita potrebbe essere il cambiamento climatico, nonostante la connessione tra i due fenomeni rimanga una questione ancora aperta. Per questi motivi, negli ultimi decenni, lo studio della grandine e, in generale, dei violenti fenomeni temporaleschi, ha assunto una notevole importanza, al punto che la letteratura sull'argomento si è arricchita di molteplici approfondimenti.

Bisogna dire, però, che fino alla prima metà del secolo scorso la fenomenologia della grandine e i meccanismi che portano alla sua formazione erano praticamente sconosciuti. I primi rilevanti progressi sono dovuti a Schumann (1938), che ha proposto un'originale teoria quantitativa di crescita di un granello di grandine. Molto importanti sono stati anche i lavori di Ludlam (1950), List (1960) e Macklin (1963), i quali sono riusciti a risolvere i problemi legati al modello iniziale e a formulare un'esauriente teoria termodinamica sul fenomeno ([12], cap. 6, pag. 351). Le prime conoscenze sono derivate dallo studio della struttura interna della grandine, di più facile analisi sperimentale. Successivamente, nel tentativo di fare luce sui fattori di sviluppo di questa complessa struttura, sono iniziati i lavori sulla grandine artificiale nei *wind tunnels*, strumenti in grado di ricreare e registrare la collisione tra i granelli e le innumerevoli goccioline d'acqua sospese in un canale di aria in movimento.

Dai primi anni '70 fino al 2000, gli studi nei *wind tunnels* sono stati ripetuti e affiancati all'analisi tramite simulazioni, permettendoci di acquisire una buona conoscenza sui meccanismi alla base dell'accrescimento della grandine. Attualmente, invece, i grandi

progressi riguardano il campo della meteorologia e dell'analisi previsionale dei temporali, grazie soprattutto alle nuove immagini da satellite. In particolare, le osservazioni dei radiometri a microonde a bordo dei satelliti della *Global Precipitation Measurement Constellation* (GPM-C), integrati con gli strumenti di misura di precedente generazione, hanno portato a grandi avanzamenti nel monitoraggio, nella comprensione e nella descrizione delle grandinate. A tal proposito, ricordiamo l'articolo pubblicato nel 2017 da *Atmospheric Research*, che ha definitivamente consolidato l'ipotesi che il GPM-C sia fondamentale per riuscire a caratterizzare la struttura dei violenti sistemi temporaleschi ([1],[10]).

Le grandinate occorrono frequentemente nelle aree continentali alle medie latitudini, mentre diminuiscono verso i poli, l'equatore e sopra le zone marittime. Infatti, se il clima è molto freddo, le nubi non sono né vigorose a sufficienza né in grado di contenere un livello di concentrazione d'acqua liquida abbastanza elevato per produrre grandine di modeste dimensioni. Inoltre, sopra gli oceani, data l'assenza di intensa produzione di calore in superficie, difficilmente si instaurano le condizioni dinamiche adeguate per la formazione dei cumulinembi, nubi temporalesche associate alle grandinate. Nei tropici, infine, i forti gradienti orizzontali della temperatura e gli elevati *wind shear* verticali, portano a strutture temporalesche *a supercella* (vedere *sezione 2.2.3*), che non si estendono fino alla tropopausa ma rimangono confinate alle basse quote, favorendo così intensi acquazzoni rispetto ai fenomeni grandinigeni ([12], cap. 6, pag. 332).

Il manifestarsi della grandinate ha un grande impatto sulla vita degli esseri umani, perché è spesso associato a gravi danni a colture, veicoli e edifici. I danneggiamenti ai mezzi sono generalmente dovuti a granelli di grande dimensione, mentre quelli all'agricoltura sono causati anche da grandine più piccola. In quest'ultimo settore, gli effetti sono particolarmente devastanti, a causa dell'irreversibilità dei danni che possono essere provocati ai raccolti, in particolare se esso avviene in concomitanza di altri pericolosi eventi climatici. La Federazione Regionale Coldiretti del Veneto stima che, nel primo semestre 2022 e nella sola regione Veneto, le perdite dovute alle violente grandinate (su un'area già segnata da un estremo periodo di siccità), raggiungono circa gli 800 mln, relate ad una produzione vegetale che vale 3,2 miliardi di euro ([8]).

Uno strumento utilizzato per valutare la potenza distruttiva delle grandinate è il grelimetro. Esso è costituito da un pannello di polistirolo ricoperto da un sottile foglio di alluminio dello spessore di $170\ \mu\text{m}$ e disposto su un supporto, generalmente rialzato, che espone un piano orizzontale alla collisione dei granelli. In questo modo, il grelimetro ottiene delle impronte microcrateriali, mediante le quali è possibile studiare analiticamente la grandine precipitata, risalendo alla velocità ed alla dannosità del suo impatto con i materiali al suolo. Al termine di ogni grandinata il pannello va chiaramente sostituito, al fine di ottenere delle misurazioni relative a singoli episodi temporaleschi ed evitare di compromettere le osservazioni ([16]).

Capitolo 2

Dinamica dei temporali violenti e delle grandinate

2.1 L'origine di una nube convettiva

Il fenomeno della grandine si genera come conseguenza di particolari processi all'interno di una nube convettiva. Quest'ultima si origina solo in presenza di una forte instabilità dell'aria, che porta all'espansione in altezza delle nubi ed, eventualmente, alla produzione di piogge intense, fulmini e grandine. Quindi, è risultato di fondamentale importanza decidere dei criteri di valutazione della stabilità dell'aria. La *sezione 2.1.1* intende illustrare il percorso che porta alla definizione di questi criteri e nella *sezione 2.1.2* presenta come una situazione di instabilità dell'aria può dare inizio ad una nube convettiva. Infine, in *sezione 2.1.3*, verrà mostrato come valutare il grado di instabilità di una nube, attraverso l'introduzione di apposite grandezze fisiche.

2.1.1 Criteri di stabilità dell'aria

Siano ρ' e T' la densità e la temperatura di una particella d'aria e siano ρ e T quelle dell'ambiente circostante, la forza di galleggiamento (*buoyancy force*) per unità di massa è data dall'espressione

$$f_b = \frac{\rho - \rho'}{\rho'} g \quad (2.1)$$

dove g è l'accelerazione gravitazionale. Mettiamo a sistema tale espressione con l'equazione dei gas perfetti applicata all'aria interna al volumetto ($p' = \rho' RT'$) e all'aria esterna ($p = \rho RT$); se consideriamo una situazione di equilibrio di pressione $p = p'$, possiamo riscrivere la forza nel seguente modo

$$f_b = \frac{T' - T}{T} g \quad (2.2)$$

Le due precedenti equazioni evidenziano che la forza di galleggiamento è positiva quando la densità della particella d'aria è inferiore a quella dell'ambiente oppure quando la temperatura è più grande delle masse d'aria circostanti.

Supponiamo ora che la particella d'aria compia un movimento descritto da una curva adiabatica secca, partendo da uno stato (p_0, T_0) fino al raggiungimento di una pressione p . Consideriamo poi il moto nello stesso intervallo ma descritto dalla curva termodinamica dell'ambiente circostante. Riscriviamo le temperature finali, in corrispondenza del nuovo stato di pressione p , rispettivamente come

$$T' = T_0 - \Gamma_d dz \quad (2.3)$$

$$T = T_0 - \Gamma dz \quad (2.4)$$

Inserendo queste espressioni nella (2.2) e ricordando che la forza di galleggiamento implica un'accelerazione in direzione z normale alla superficie terrestre, ricaveremo l'equazione del moto verticale della particella d'aria

$$\frac{d^2 z'}{dt^2} = -\frac{\Gamma_d - \Gamma}{T} g z' \quad (2.5)$$

in cui abbiamo compiuto il cambio di variabile $dz = z'$. Abbiamo ottenuto un'equazione differenziale al secondo ordine, con la quale possiamo valutare la stabilità dell'aria.

Si usa scrivere l'equazione in funzione di un parametro N , che prende il nome di *frequenza di galleggiamento* o *Brunt-Väisälä frequency*

$$N = \sqrt{\frac{\Gamma_d - \Gamma}{T} g} \quad (2.6)$$

$$\frac{d^2 z'}{dt^2} + N^2 z' = 0 \quad (2.7)$$

La (2.7) coincide con l'equazione del moto armonico e, quindi, potremo distinguere tre diverse situazioni di stabilità dell'aria a seconda dei valori di N^2 . Considerando uno spostamento verticale infinitesimo della particella d'aria da una posizione di equilibrio

- per $N^2 > 0$ abbiamo la *condizione di stabilità* (la particella, dopo un piccolo spostamento dalla posizione di equilibrio, tende ad essere richiamata indietro, generando un moto di oscillazione armonica);
- per $N^2 = 0$ abbiamo la *condizione di neutralità* (la particella, dopo un piccolo spostamento dall'equilibrio, non viene né forzata a tornare né spinta via dalla posizione da cui è partita);
- per $N^2 < 0$ abbiamo la *condizione di instabilità* (la particella, dopo un piccolo spostamento dalla posizione di equilibrio, è forzata ad allontanarsi)

Le condizioni appena presentate rappresentano i *criteri di stabilità* che volevamo ottenere. Ragionando sulla definizione (2.6) della frequenza di Brunt-Väisälä, si capisce che il segno della grandezza N^2 è conseguenza della relazione tra l'intensità del gradiente adiabatico secco e del gradiente adiabatico ambientale. Per questo motivo, spesso si indaga lo stato di stabilità dell'aria confrontando direttamente l'intensità dei due gradienti. Nella Fig. 2.1 sono rappresentate le due situazioni di interesse.

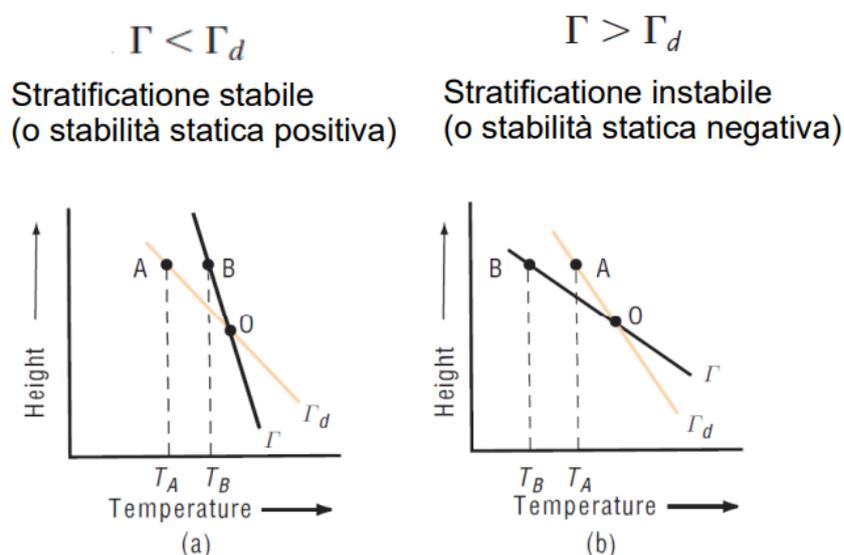


Figura 2.1: Rappresentazione dei percorsi che compie idealmente la particella d'aria partendo da uno stesso stato O nel piano temperatura-quota. Nel caso a sinistra, la particella d'aria, una volta giunta a quota A , si trova in una condizione di stabilità. Sulla destra, invece, il raggiungimento dello stato A comporta uno stato di instabilità.

2.1.2 L'instabilità come principio di una nube convettiva

I fenomeni atmosferici sono fortemente condizionati dalla situazione di stabilità dell'aria; ad esempio, un temporale può avere origine solo in una zona dell'atmosfera dove l'aria è fortemente instabile. In questa sezione dimostreremo che tale circostanza, però, è condizione necessaria ma non sufficiente alla sua generazione.

Analizziamo il percorso di risalita di una particella d'aria lungo una curva adiabatica secca: in un ambiente in cui vi è un gradiente di temperatura maggiore in modulo a quello che caratterizza questa curva, come abbiamo chiarito in *sezione 2.1.1*, la particella d'aria si trova in stato instabile e sarà accelerata verso quote maggiori dalla forza di galleggiamento. Il motivo di spinta instabile sulla particella è dovuto alla sua temperatura più alta e alla sua minore densità dell'ambiente esterno; infatti, salendo in quota, la particella d'aria è aumentata di volume specifico maggiormente rispetto a quanto ab-

biano fatto (idealmente) le particelle d'aria circostanti. L'effetto immediato osservabile in atmosfera è la generazione di una corrente ascensionale o *updraft*, la quale, è tanto più intensa quanto più differiscono tra loro i gradienti termici Γ e Γ_d (definiti in (2.3) e (2.4)).

Questa corrente ascensionale non può da sola generare un temporale: il secondo elemento da considerare per una situazione propizia alla sua formazione è il livello di saturazione dell'aria. Infatti, se le correnti ascensionali non mettessero in movimento ingenti quantità di vapore acqueo, non potrebbero esistere le nubi convettive, e si limiterebbero a spostare aria secca. Perciò, consideriamo ora la risalita di una particella d'aria che contiene una certa quantità di vapore acqueo o, in altre parole, è caratterizzata da un *mixing ratio* w ¹ non nullo. L'innalzamento e il conseguente raffreddamento della particella d'aria, dovuto alla sua espansione adiabatica, porta ad una diminuzione del *mixing ratio di saturazione* w_s ². Se la particella d'aria in risalita raggiunge una quota sufficiente affinché w_s diminuisca fino a coincidere con il valore di w , la particella d'aria entrerà in condizione di *saturazione*. Questa quota è chiamata *Lifting Condensation Level*, o LCL.

Superato il LCL, inizia il processo di condensazione e la massa d'aria restituisce l'energia che era stata utilizzata per l'evaporazione, cioè il calore latente di condensazione. Questo calore riscalda la particella d'aria e attenua il modulo del gradiente termico che caratterizzava la risalita della particella d'aria prima del conseguimento della saturazione. Dunque, a seguito dell'arrivo al livello di LCL, vi è un repentino cambiamento di pendenza della curva che segue la particella d'aria, come viene mostrato nel diagramma skew-T ln p di Fig 2.2, e quest'ultima intraprende il percorso di risalita lungo una curva detta satura.

Oltre al riscaldamento della particella d'aria, vi è un'altra conseguenza causata dal raggiungimento di questa quota: la massa del vapore acqueo presente in essa inizierà a diminuire, e così anche il mixing ratio w . A questo punto, si possono instaurare due situazioni: la massa di vapore acqueo e il modulo del gradiente adiabatico ambientale sono sufficientemente grandi da portare all'intersezione della curva satura con la curva termodinamica ambientale, oppure, viceversa, non lo sono. Tale punto di intersezione è nominato *Level of Free Convection*, o LFC, e segnala la presenza di una nube convettiva. Infatti, ad una quota maggiore del LFC, la massa d'aria satura in fase di condensazione sarà spinta verso l'alto, per via della condizione di instabilità, ed una grande massa di vapore acqueo e di acqua condensata in goccioline salirà di quota.

¹Il mixing ratio è il rapporto tra la massa di vapore acqueo e la massa d'aria secca contenute in un certo volume.

$$w = \frac{m_v}{m_d} \quad (2.8)$$

dove m_v rappresenta la massa di vapore e m_d la massa d'aria secca. Solitamente è espresso in gkg^{-1}

²coincide con il valore del *mixing ratio* dell'aria in condizione di saturazione

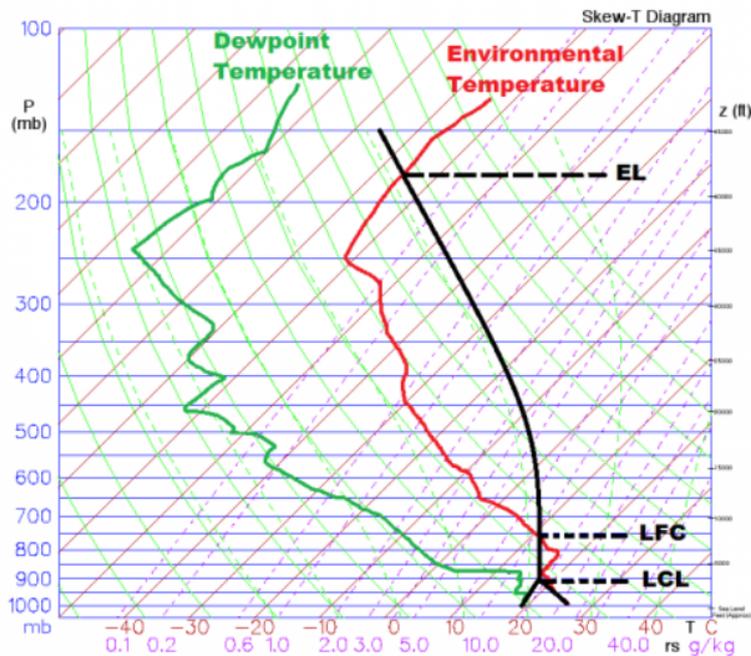


Figura 2.2: Un diagramma skew-T ln p. La curva di una particella d'aria umida in risalita è rappresentata in nero. In rosso, ritroviamo la curva che caratterizza una particella d'aria ambientale. Infine, in verde, è disegnata la curva che segue una particella d'aria alla temperatura di rugiada (dew point temperature).

Visivamente, in atmosfera, quando si instaura un moto convettivo tale da innalzare una particella di aria umida e farle raggiungere il LCL, compare una nube. In particolare, il tipo di nubi da cui può evolvere un temporale convettivo sono i cumuli. Il loro sviluppo verticale è proporzionale al grado di instabilità dell'aria: nel caso in cui questo sia elevato, può comparire un *cumulus congestus*, che è il segnale promotore della formazione di *cumulonembo*. Quest'ultimo è la struttura nuvolosa in cui può aver sede il fenomeno della grandine e verrà descritto dettagliatamente in seguito; è necessario chiarire fin da subito, però, che l'evoluzione da cumulo a cumulonembo è proprio conseguenza del superamento del LFC da parte di una particella umida in risalita, entrata in fase di condensazione.

2.1.3 Grado di instabilità di una nube convettiva

La grandezza fisica essenziale per valutare la potenziale instabilità di una nube convettiva è la *Convective Available Potential Energy*, anche indicata come CAPE. Questa grandezza rappresenta l'energia disponibile per l'accelerazione verso l'alto di una particella d'aria in convezione (espressa in Jkg^{-1}). Essa è definita formalmente come il lavoro che

compie la forza di galleggiamento su una data massa d'aria dal Level of Free Convection fino ad una generica quota z . Se il CAPE ha valore positivo il lavoro tenderà a spingere la particella d'aria verso l'alto, da un CAPE negativo conseguirà un richiamo verso il basso. La sua espressione è

$$CAPE(z) = \int_{LFC}^z f_b dz = \int_{LFC}^z \frac{\rho - \rho'}{\rho'} g dz \quad (2.9)$$

dove la densità della particella d'aria umida ρ' è inferiore alla densità dell'ambiente ρ .

L'integrale (2.9) viene spesso calcolato dal LFC fino alla quota di *Level of Neutral Buoyancy* (LNB). Il LNB rappresenta la quota di intersezione fra curva ambientale e curva adiabatica umida seguita dalla particella d'aria in libera convezione. Infatti, questo è un livello in cui il gradiente ambientale tornerà ad essere più moderato del gradiente della particella d'aria in risalita. Ciò comporta che quest'ultima, tende a voler ritornare alla quota LNB, poichè verrà frenata nell'ulteriore avanzamento in quota da una forza di galleggiamento negativa e di richiamo. Il CAPE, qualora venga calcolato nella quota LNB, rappresenta la massima energia che la particella d'aria in moto verticale potrà guadagnare dal lavoro compiuto dalla forza di galleggiamento.

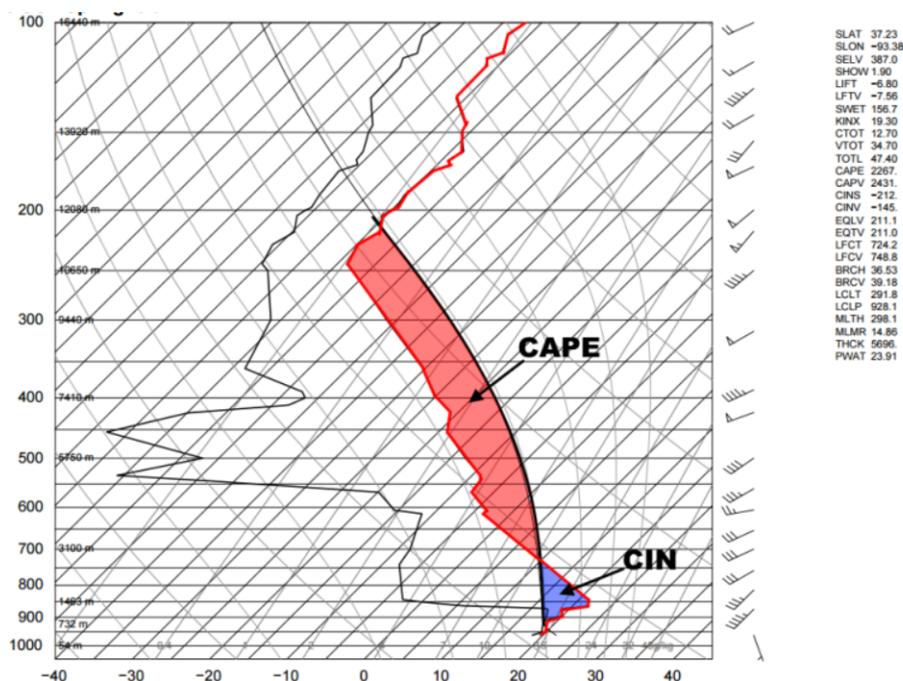


Figura 2.3: In rosso, l'area di CAPE e, in blu, l'area di CIN. Le aree sono generate dalle tre intersezioni tra la curva termodinamica che segue una particella d'aria umida in risalita (di colore nero) e la curva termodinamica ambientale (di colore rosso) (Tratta da [13]).

La seconda grandezza molto importante per valutare la dinamica convettiva di una nube e la sua potenziale instabilità è la *Convection INhibition*, o CIN. Essa rappresenta la quantità di energia che impedirà a una particella d'aria di salire da una quota z al livello di convezione libera LFC. Essa è sempre definita come il lavoro compiuto dalla forza di galleggiamento ma questa volta il segno è negativo, infatti, qui, la forza di galleggiamento richiama la particella d'aria verso il basso. In questo caso, la quota z è quindi minore del LFC ed il CIN calcolato in $z = 0$ (superficie terrestre) rappresenta l'energia totale necessaria alla particella per entrare in stato di instabilità.

$$CIN = \int_z^{LFC} f_b dz = \int_z^{LFC} \frac{\rho - \rho'}{\rho'} g dz \quad (2.10)$$

dove la densità della particella d'aria umida ρ' è maggiore della densità dell'ambiente ρ e quindi f_b è negativa in segno.

In un diagramma termodinamico, l'energia di CAPE è l'area racchiusa fra la curva adiabatica umida e la curva termica ambientale, tra il livello LFC e il livello LNB. E, invece, l'energia di CIN rappresenta l'area racchiusa tra le stesse due curve ma tra due quote differenti, il LCL e il LFC (vedi Fig. 2.3). La potenziale instabilità di una nube convettiva è una delle fondamentali conoscenze che possono portare a capire la violenza e l'intensità con cui si può manifestare un temporale. Infatti vige una relazione tra l'energia di CAPE e la massima velocità delle correnti ascendenti. Se il lavoro della forza di galleggiamento è speso interamente a favore dell'energia cinetica della particella, potremo impostare la seguente uguaglianza

$$CAPE = \frac{1}{2} v_{max}^2 \quad (2.11)$$

dalla quale si può ricavare facilmente la velocità massima della corrente ascensionale in funzione della energia di CAPE

$$v_{max} = \sqrt{2CAPE} \quad (2.12)$$

Nelle osservazioni meteorologiche si vuole spesso ricostruire l'andamento nel tempo dell'instabilità che ha caratterizzato un temporale. Per fare questo è importante conoscere gli indici di potenziale instabilità in funzione del tempo (*Convective Available Potential Energy* - CAPE - *Convective INhibition* - CIN - e il *Level of Free Convection* - LFC). A titolo d'esempio, in Fig 2.4 viene mostrato l'andamento nel tempo di questi indici, calcolati da un software di *SoundAnalys.PY* in un sistema temporalesco molto violento che ha colpito il Friuli Venezia Giulia e la parte Est del Veneto nella giornata del 12 Settembre 2012.

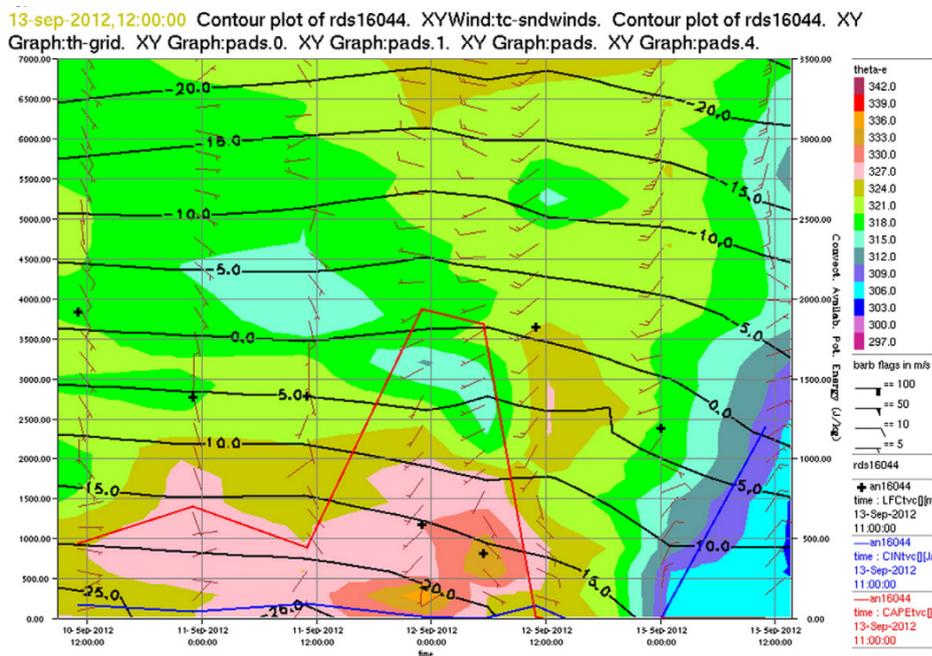


Figura 2.4: La linea rossa rappresenta la funzione di CAPE nel tempo, quella BLU la funzione di CIN nel tempo. Con il simbolo + (in nero) sono segnalati i livelli del LFC. La legenda a colori aiuta a capire la temperatura potenziale equivalente in funzione di quota e tempo che ha caratterizzato il sistema temporalesco (Tratta da [11], pag. 102, Fig. 3a).

Per conoscere il fattore instabilità che ha caratterizzato un temporale, si usa affiancare al precedente diagramma la relativa carta dei venti: un grafico che permette di capire non solo l'intensità ma anche la direzione del vento in funzione di quota e tempo. Il diagramma degli indici di instabilità di un certo evento temporalesco è fortemente legato all'andamento dei venti che si sono manifestati, perciò, in Fig. 2.6, viene mostrata la carta dei venti dello stesso evento atmosferico sopra citato e nello stesso intervallo temporale. Dal confronto del primo e del secondo diagramma, risulta evidente che la direzione del vento si è modificata in corrispondenza della forte instabilità verticale. Quando il CAPE ha assunto il massimo valore, la direzione e il verso del vento hanno coinciso con una violenta corrente ascensionale. L'evoluzione del fenomeno temporalesco procede con la diminuzione di questo *updraft* ed il progressivo aumento delle correnti discensionali (*downdraft*).

L'andamento è coerente con la dinamica di una cella convettiva, che verrà approfondita nella prossima sezione. Per il momento, si sottolinea che, per comprendere fino in fondo il grado di instabilità di un certo evento atmosferico, non ci si può limitare a conoscere gli indici di potenziale instabilità che abbiamo sopra presentato; tali indici devono essere confrontati con l'andamento nel tempo del vento ed uno studio più esauriente sulle

modalità con cui i flussi di vento si sono generati. Spesso, non è solo la differenza fra il gradiente termico e il gradiente ambientale il motivo della generazione di una corrente ascensionale (che può espandere una nube convettiva in altezza); l'updraft può nascere anche dallo scontro di un fronte caldo ed un fronte freddo, il quale, a causa della differenza di densità dei fronti, favorisce un forte aumento del flusso di vento caldo in salita ed un aumento di una corrente fredda in discesa.

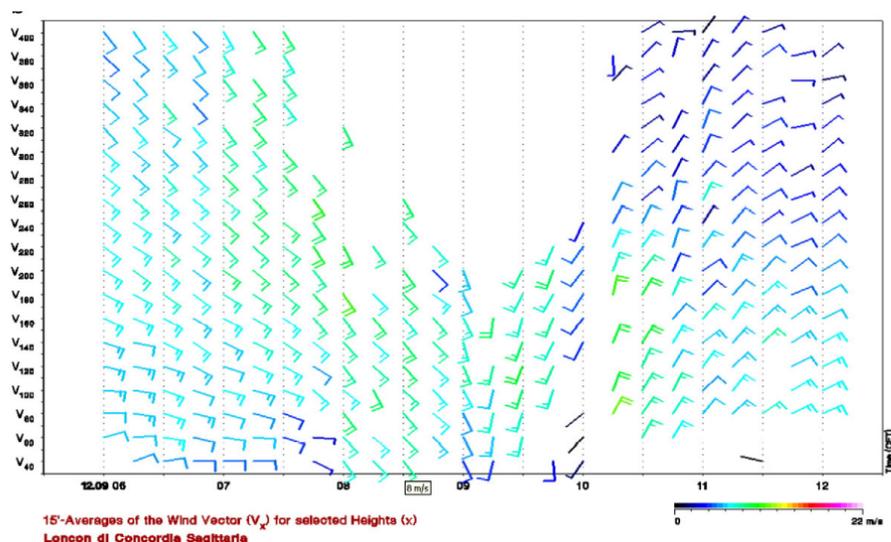


Figura 2.5: Direzione e intensità del vento, secondo la classica simbologia meteorologica. Si osserva che, in concomitanza dello stato di forte instabilità verticale del temporale, si è manifestata una forte variazione del vento sia in direzione sia in intensità (Tratta da [11], pag. 102, Fig. 3b).

2.2 Il modello dinamico di una cella temporalesca e di una grandinata

I temporali sono fenomeni atmosferici particolarmente complessi e manca tutt'ora un modello analitico accurato della loro dinamica. Nonostante la difficoltà, il progresso tecnologico e l'evoluzione delle conoscenze meteorologiche hanno permesso di individuare la struttura in cui solitamente si manifestano. La *sezione 2.2.1* introduce il ciclo di vita di una cella temporalesca, seguendo il modello proposto da Byers e Braham. La *sezione 2.2.2* intende, invece, delineare sinteticamente quale sia il processo dinamico che porta alla crescita della grandine. Gli argomenti di quest'ultima sezione saranno ulteriormente approfonditi nel Capitolo 3, dove si introdurrà la teoria microfisica che sta alla base di questo peculiare evento atmosferico. Infine, in *sezione 2.2.3*, viene presentata una particolare struttura temporalesca: la supercella. L'obiettivo non è descrivere in

modo esauriente un temporale supercella, ma è di chiarire perchè esso può essere sede di grandinate molto violente.

2.2.1 Ciclo di vita di una cella temporalesca

Nel 1949, Byers e Braham hanno proposto un modello esemplificativo della struttura dei temporali, basato sulla loro suddivisione in unità convettive più piccole. Queste unità assumono il nome di celle e possono essere caratterizzate sia da correnti ascensionali che da correnti discensionali, le quali, in particolari stadi di sviluppo della cella, possono coesistere. Secondo questo modello, sulla base della direzione predominante del moto dell'aria e della sua intensità, la vita di una cella temporalesca si divide in tre stadi consecutivi:

1. *Stadio cumulo* (dominano le forti correnti di updraft)
2. *Stadio maturo* (sono presenti sia correnti di updraft che correnti di downdraft)
3. *Stadio dissipativo* (dominano le correnti di downdraft che progressivamente si indeboliscono)

Stadio cumulo

Lo *stadio di cumulo* ha una durata di circa 10-15 minuti e coincide con la situazione descritta in *sezione 2.1.2*: le intense correnti di updraft, generate dalla forte instabilità dell'aria, espandono la nube in altezza. L'aria umida, che sopra la quota di LCL ha raggiunto la saturazione, è spinta verso l'alto. La salita ne aumenta il volume specifico, diminuendone la temperatura, cosicché il tasso di condensazione della particella d'aria umida aumenta e può avvenire l'inizio della precipitazione al suolo. In realtà, come verrà spiegato nel Capitolo 3, la condensazione del vapore acqueo non può produrre da sola la precipitazione, poiché non può né generare goccioline d'acqua stabili né farle crescere fino al punto di precipitare in un lasso di tempo così breve.

Stadio maturo

Il tempo medio di vita dello *stadio maturo* è di 15-30 minuti; qui, i venti si intensificano e vi è coesistenza di correnti di updraft e di downdraft. Questo stadio si innesca quando la nube convettiva raggiunge la sua massima espansione verticale ed assume la tipica forma ad incudine che contraddistingue un cumulonembo. Quest'ultimo è la principale struttura nuvolosa in cui si manifesta un temporale ed è contraddistinto da un appiattimento alla sua sommità (circa alla quota della tropopausa), sopra il quale si può osservare una cupola, chiamata *overshooting top*.



Figura 2.6: *Un cumulonembo nella forma tipica ad incudine. Si può anche vedere, in cima, la cupola di overshooting (Tratta da [3]).*

Per capire la forma di un temporale nello stadio maturo, è utile, innanzitutto, osservare che il lavoro della forza di galleggiamento attribuirebbe ad una particella d'aria umida in risalita un'energia sempre più grande (idealmente infinita) se la curva adiabatca satura non incontrasse mai la curva ambientale. Infatti, vale il seguente limite:

$$\lim_{z \rightarrow +\infty} CAPE(z) = \lim_{z \rightarrow +\infty} \int_{LFC}^z \frac{\rho - \rho'}{\rho'} g dz = \infty \quad (2.13)$$

Tuttavia, una situazione di illimitata instabilità non avviene mai in atmosfera, a causa dell'inversione della curva termodinamica ambientale all'altezza della tropopausa e della relativa intersezione tra curva adiabatca satura e curva ambientale. Infatti, in prossimità dei 12 km di quota³, il gradiente termico ambientale si attenua fino ad invertire il proprio segno e in stratosfera si osserva un lieve aumento di temperatura.

La quota di intersezione (LNB) segnerà l'inizio di un lavoro negativo, compiuto dalla forza di galleggiamento sulla particella d'aria. Qualora la nube convettiva sia riuscita ad accumulare sufficiente energia di CAPE e, quindi, velocità, l'aria umida sarà capace di oltrepassare la barriera di LNB e penetrare anche per alcuni km in stratosfera. Tuttavia, ad una certa quota, l'espansione dovrà fermarsi e la spinta delle ulteriori correnti di updraft sottostanti causeranno l'espansione della nube sullo spessore orizzontale sottostante alla tropopausa. L'espansione orizzontale discende formalmente dall'equazione seguente, la quale, si può derivare mettendo a sistema la condizione di incompressibilità

³è un valore medio, l'altezza della tropopausa varia da 10 a 15 km, dipendendo dalla latitudine e dalle condizioni meteorologiche (PAC, 1990, 62, 2167. (Glossary of atmospheric chemistry terms (Recommendations 1990)) on page 2218)

dell'aria e l'equazione di continuità (vedere (A.8)).

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = -\frac{1}{h} \frac{dh}{dt} \quad (2.14)$$

La forma ad incudine che assume un cumulonembo è l'esito della situazione fisica appena descritta. L'appiattimento alla sua sommità è dovuto all'espansione orizzontale sotto la tropopausa e la cupola deriva dall'avanzamento in stratosfera delle veloci correnti di updraft.

Il modello di Bryan e Braham, inoltre, spiega perchè nello stadio maturo di una cella temporalesca si instaurano correnti di downdraft dopo la violenta espansione della nube convettiva. In questo, la precipitazione (che può iniziare già nello stadio cumolo) ha un ruolo fondamentale, perchè le goccioline precipitanti, tramite lo sforzo viscoso che applicano sull'aria circostante, possono instaurare correnti di downdraft. Tali correnti sono alimentate da un ulteriore meccanismo, che vede protagonista l'estremo superiore della nube. Quando l'aria umida in fase di condensazione riesce a penetrare dentro la stratosfera è circondata da aria decisamente più calda e secca; perciò, si crea un flusso di calore dall'aria a temperatura maggiore a quella con temperatura minore, che favorisce l'evaporazione della massa d'acqua liquida nell'aria umida.

Il fenomeno descritto prende il nome di raffreddamento evaporativo (o *evaporative cooling*). La temperatura dell'aria secca può essere notevolmente ridotta, a causa del calore richiesto per la transizione di fase nelle masse d'aria umida adiacenti. La conseguenza di questo raffreddamento è la compressione delle particelle d'aria secche, che raggiungono una densità maggiore dell'aria circostante e sprofondano, creando una corrente di downdraft. Queste trasporteranno aria fredda nel cuore dell'area piovosa sottostante alla nube temporalesca e all'arrivo al suolo si distendono sulla superficie terrestre, con conseguenze sull'assetto dei venti.

Stadio dissipativo

Lo *stadio dissipativo* ha una durata di circa 30 minuti. In questo stadio le correnti di downdraft interferiscono con le correnti di updraft nella loro regione di origine, ovvero, nei più bassi strati della nube. Eventualmente, le correnti discensionali possono annichilire la correnti ascensionali, a causa della loro velocità opposta e del trasporto di aria fredda verso il suolo. Le correnti ascensionali della nube convettiva, infatti, nascono solo se nei più bassi strati vi sono temperature più alte dell'aria che la circonda, altrimenti non vi sarebbe instabilità. Annichilendosi le correnti di updraft, si entra nello stadio dissipativo, poichè le correnti di downdraft, come abbiamo spiegato nello stadio maturo, sono conseguenza dello spostamento di aria umida e calda in cima alla nube e possono esistere solo finchè le correnti di updraft sono presenti.

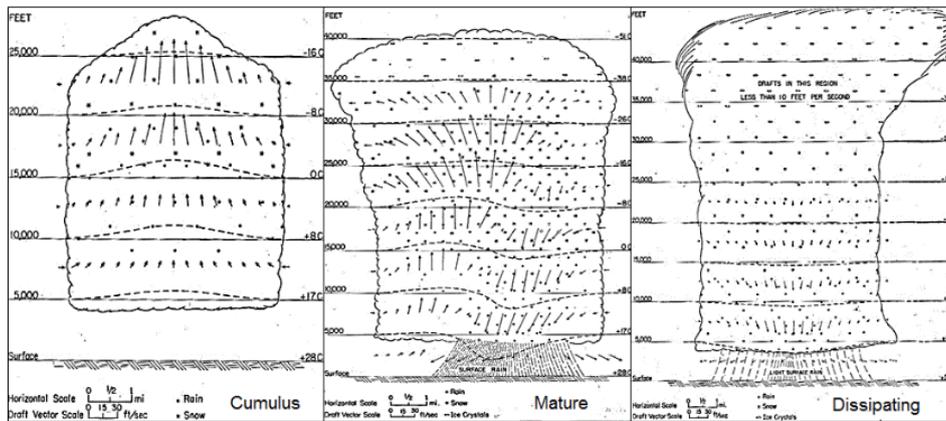


Figura 2.7: Modello di Bryan e Braham di una cella temporalesca. Dalla sinistra: stadio cumulo (a), stadio maturo (b) e stadio dissipativo (c) di una cella temporalesca (Tratta da [17], pag. 223, Fig. 13.1)

2.2.2 La dinamica della grandine

Lo stadio maturo di un cumulonembo è l'ambiente in cui si può formare la grandine, che è una particolare forma di precipitazione dell'acqua presente in atmosfera. La struttura microfisica della grandine e la sua crescita verranno approfonditi nel Capitolo 3. Questa sezione, invece, intende chiarire quale sia la situazione dinamica che può portare alle grandinate, a partire dalla struttura dei temporali fornita da Bryan e Braham spiegata in *sezione 2.2.1*. Per il momento, anticipiamo che in una nube sono presenti particelle in grado di nucleare cristalli di ghiaccio e i granelli di grandine, generalmente di forma sferica o sferoidale, si possono formare per via del ghiacciamento delle goccioline d'acqua sopraffuse collidenti su questi cristalli.

A causa delle forti correnti di updraft che caratterizzano lo stadio cumulo e quello maturo di una nube temporalesca, i cristalli di ghiaccio vengono trasportati verso l'alto. In questa regione avremo coesistenza tra le goccioline d'acqua sopraffuse e i cristalli di ghiaccio. A causa del moto caotico nella nube, già qui, parte delle goccioline sopraffuse urtano sui cristalli e, ghiacciando sulla loro superficie, ne favoriscono l'ingrandimento. Le correnti di downdraft che si instaurano nello stadio maturo del cumulonembo, trasportano il cristallo verso il basso più velocemente delle goccioline sopraffuse, data la sua maggiore dimensione, e conseguentemente aumenta la sua velocità di crescita, perchè le ghioccioline sono collezionate sempre più rapidamente. Il cristallo, a questo punto, varia di volume e di forma e quando raggiunge un certo raggio di soglia (convenzionalmente 0,6 cm) può essere chiamato grandine.

Il punto di massima espansione è raggiunto nel cuore della nube temporalesca, dove i fattori di riflettività possono eccedere i 50 dBz, a causa proprio della grande presenza di gocce d'acqua al suo interno ([17], pag. 226). Le intensissime correnti di updraft che

caratterizzano il centro di un cumulonembo sono in grado, a volte, di frenare la discesa della grandine in via di accrescimento, fino ad invertire il suo percorso e riportarla a quote più alte. In fase di risalita, essa potrà urtare con ulteriori gocce liquide sopraffuse e continuare l'espansione. Se le correnti ascensionali sono sufficientemente intense, nella nube temporalesca si crea un ciclo convettivo, che porta i cristalli di ghiaccio ad eseguire ripetute discese e salite. E' proprio questa l'origine dinamica della grandine, l'instaurarsi di un ciclo convettivo che fa crescere fino a notevoli dimensioni i cristalli di ghiaccio.

Naturalmente, le salite e le discese della grandine non possono progredire all'infinito, poichè l'ingrandimento dei granelli implica l'aumento della loro massa e raggiunto il punto in cui la forza di gravità supera la spinta delle correnti ascensionali, è inevitabile la precipitazione al suolo. Capiamo, dunque, che tanto più intense sono le correnti di updraft di una nube temporalesca e la sua instabilità, tanto più grandi saranno le dimensioni della grandine che può produrre. Fino all'anno 2005, il più grande granello che si era mai osservato aveva un diametro di 13.8 cm e un peso di circa 0.7 kg, precipitato in Nebraska (USA) ([9], cap. 6, pag. 242). Il record mondiale per il peso di un chicco di grandine, invece, lo detiene quello precipitato nel distretto di Gopalganj (Bangladesh) il 14 aprile 1986, con un peso di 1,02 kg ([2], pag. 41).

2.2.3 I temporali supercella

In condizioni atmosferiche particolari, possono manifestarsi fenomeni temporaleschi di maggiore violenza rispetto a quelli descritti in *sezione 2.2.1*. In presenza di variazione della velocità del vento con la quota oppure di uno scontro tra un fronte freddo ed uno caldo, infatti, può instaurarsi un ciclo convettivo ad asse obliquo. In questo caso, diversamente da quanto è stato descritto nello stadio maturo di una cella temporalesca, updraft e downdraft non sono in direzione ortogonale alla superficie ma presentano un certo angolo di inclinazione. L'asse obliquo è una delle caratteristiche fondamentali dei temporali che vengono chiamati *a supercella*.

I primi che studiarono questa forma di circolazione convettiva e ne proposero un modello furono Browning e Ludlam. Si tratta di un fenomeno molto complesso che, a causa della sua grande potenza distruttiva, è stato studiato a lungo. Basti pensare che sono le supercelle a dar origine alla manifestazione temporalesca più violenta in assoluto: il tornado. Quanto segue non vuole spiegare in modo esauriente il fenomeno dei temporali supercella, ma vuole presentare delle considerazioni sul suo usuale legame a grandinate molto violente. La chiave per capirne la dinamica di una supercella, secondo Browning e Ludlam, è proprio il *wind shear*, ovvero la variazione del vento con la quota. Infatti, il *wind shear* è la causa sia dell'inclinazione dell'asse delle correnti ascensionali che della marcata vorticità in questo tipo di temporali.

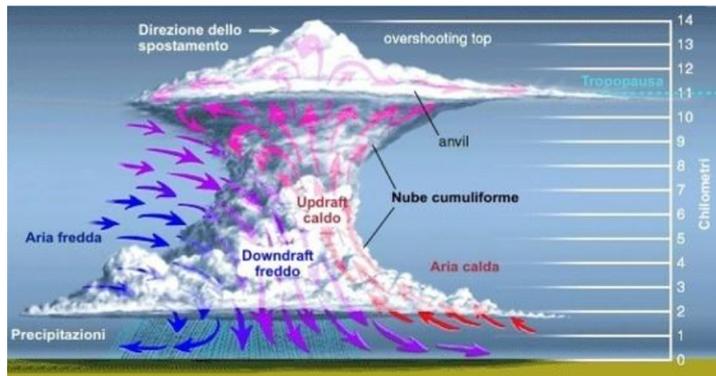


Figura 2.8: Schema di un fenomeno temporalesco ad asse obliquo generato dallo scontro di un fronte caldo con un fronte freddo. Nello schema si osserva che la precipitazione è lontana dalla sorgente della corrente di updraft (Tratta da [15]).

In una situazione ad updraft obliquo, la gran parte delle goccioline di pioggia e dei granelli di grandine acquistano una componente orizzontale di velocità non nulla, la quale, li porta a precipitare lontani dalla corrente ascensionale e da dove essa sorge. Le correnti di downdraft, originate dallo sforzo viscoso della precipitazione sull'aria circostante e dal fenomeno di raffreddamento evaporativo in cima alla nube, in questo caso, non riescono ad annichilire le correnti di updraft. La precipitazione e l'aria fredda, infatti, non transitano nella regione in cui esse hanno origine. Quindi, il ciclo convettivo che si instaura in un temporale a supercella è duraturo e stabile, data la minore interferenza tra correnti ascensionali e discensionali rispetto ad un temporale ad asse verticale.

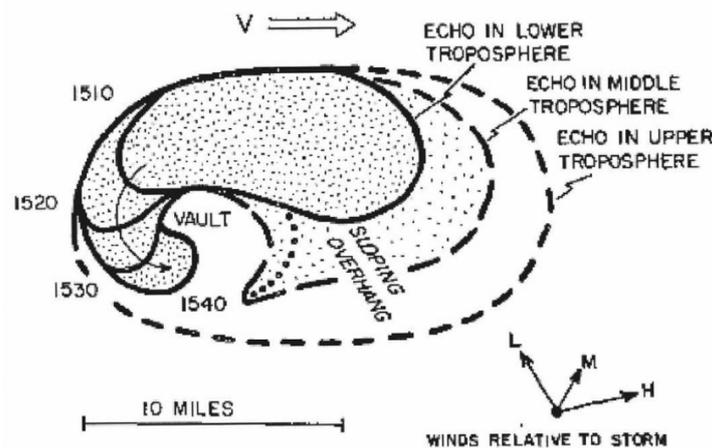


Figura 2.9: Diagramma di una supercella secondo Browning (1964), sezionata a tre diverse quote. In basso a destra L, M e H rappresentano la direzione del vento rispettivamente in bassa, media e alta troposfera (Tratta da [4])

In un temporale di questo tipo, venti vigorosi e freddi colpiscono il suolo e si distendono trasversalmente. Assieme al vento, si misura a terra pesante precipitazione, spesso di natura grandinigena. Il motivo è proprio la grande intensità e stabilità del ciclo convettivo, che incrementa il numero di salite e discese dei granelli di grandine. All'interno della supercella c'è una regione che Browning ha chiamato *vault*. Qui, la vorticità e l'intensità delle correnti ascensionali sono molto intense, e non è permesso alle goccioline di grandine e di pioggia di restarvi. Per questo motivo, dalle misure che si possono compiere via radar su una supercella, risulta che al suo interno vi è un cuore di bassissima riflettività, che contribuisce a contraddistinguerla dalle celle temporalesche classiche viste nella *sezione 2.2.1* ([17], pag. 228,229).

Capitolo 3

Teoria microfisica delle nubi e della crescita della grandine

La grandine è un fenomeno straordinario: si tratta, insieme alla pioggia, dell'unico elemento prodotto dalle nubi che può essere osservato senza ausilio di strumenti specifici. Il processo necessario perchè una gocciolina d'acqua o una particella di ghiaccio passino da una frazione di micrometro a dimensioni fino a un milione di volte superiore è complesso ed eterogeneo. Nella *sezione 3.1* viene spiegata sinteticamente la parte di teoria microfisica delle nubi necessaria alla comprensione del procedimento con cui si forma la grandine. Dopodichè, in *sezione 3.2*, saranno presentati i meccanismi di crescita di una particella di ghiaccio, per giungere, infine, alla descrizione di come un granello di grandine si ingrandisce in regime secco.

3.1 Formazione e ingrandimento di una goccia in atmosfera

Per capire come si formano le gocce liquide e i cristalli di ghiaccio è importante presentare il fenomeno della nucleazione: meccanismo necessario per il raggiungimento di una struttura stabile e punto partenza della loro crescita. Il secondo scopo è quello di introdurre, in modo generale, due meccanismi di crescita delle gocce liquide, che poi, nella sezione successiva, verranno estesi ai sistemi ghiacciati.

3.1.1 La nucleazione

Nel Capitolo 2, abbiamo visto che, quando una particella d'aria umida in risalita oltrepassa il LCL ed entra nella fase di supersaturazione, il vapore acqueo, condensando, forma le nubi: costituite, in generale, da un insieme di goccioline d'acqua e particelle di ghiaccio. Ma questa è solo una grande semplificazione della realtà: la supersaturazione

dell'aria e la condensazione non sono condizioni sufficienti perchè il vapore acqueo generi le particelle che costituiscono una nube, dato che, questi presupposti, da soli, non permettono alle goccioline d'acqua di acquisire un raggio sufficientemente grande tale da renderle stabili.

La nucleazione eterogenea permette invece il raggiungimento della stabilità e, quindi, risolve il problema della formazione delle gocce in atmosfera. Per descrivere tale fenomeno è importante capire che alcune particelle di aerosol solubili in acqua possono costituire il nucleo di una gocciolina. Quando il vapore acqueo condensa sulla superficie di una di queste particelle, l'aggregazione di molecole che la forma si disgrega e si miscela con le molecole d'acqua condensate, a formare una soluzione. Grazie alla nucleazione eterogenea, il livello di supersaturazione dell'aria tale per cui una gocciolina è stabile, a parità del raggio, si abbassa rispetto alla nucleazione omogenea (ovvero di goccioline d'acqua pura). La supersaturazione in funzione del raggio, in caso di nucleazione omogenea, si può rappresentare con una curva detta *di Kelvin*; la curva *di Köhler*, invece, rappresenta la stessa funzione ma nel caso della nucleazione eterogenea. Nella Fig. 3.1 viene rappresentata sia la curva di Kelvin che una serie di curve di Köhler, ognuna delle quali corrisponde ad un diverso nucleo dissolto nella soluzione della gocciolina.

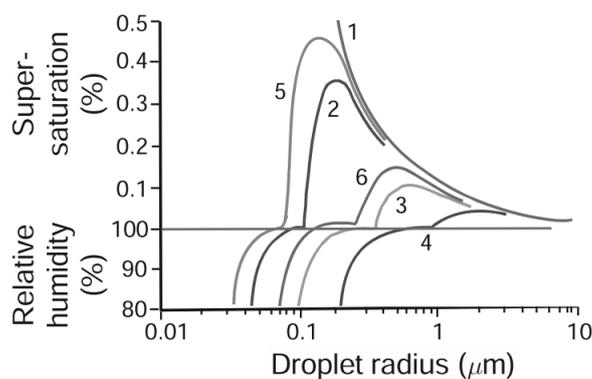


Figura 3.1: Curve di Köhler per sei diversi nuclei: [1] H_2O (coincide con la curva di Kelvin), [2] 10^{-19} kg NaCl , [3] 10^{-18} kg NaCl , [4] 10^{-17} kg NaCl , [5] $10^{-19} \text{ kg } (NH_4)_2SO_4$, [6] $10^{-18} \text{ kg } (NH_4)_2SO_4$ (Tratta da [7], pag. 16, Fig.5).

Siccome la curva di Kelvin sottende qualsiasi curva di Köhler, nonostante la supersaturazione della nostra atmosfera sia troppo bassa per far rimanere intatte le goccioline d'acqua pura, essa è sufficiente a rendere stabili quelle eterogenee. In virtù della presenza di un punto di massimo nella curva di Köhler, possiamo distinguere due situazioni fisiche in chi si può trovare l'ambiente:

- *Stato attivo*: la supersaturazione dell'ambiente è superiore al massimo della curva

- *Stato non attivo*: la supersaturazione dell'ambiente è inferiore al massimo della curva

Quando l'ambiente è in uno stato attivo, raggiunto il raggio corrispondente al massimo della curva, la gocciolina crescerà spontaneamente grazie alla condensazione del vapore acqueo sulla sua superficie. Al contrario, se il massimo non viene raggiunto, sarà favorita energeticamente la sua disgregazione. La situazione cambia quando ci troviamo nello stato non attivo. In questo caso, il livello di saturazione dell'ambiente non è sufficiente per far avvenire la crescita spontanea per condensazione. Infatti, se il raggio della gocciolina superasse il valore che nella curva di Köhler corrisponde alla supersaturazione dell'ambiente (punto A in Fig. 3.2), essa sarebbe favorita energeticamente a ridurre la sua dimensione. Quindi, nello stato non attivo, le gocce sono vincolate a non superare un certo raggio di soglia.

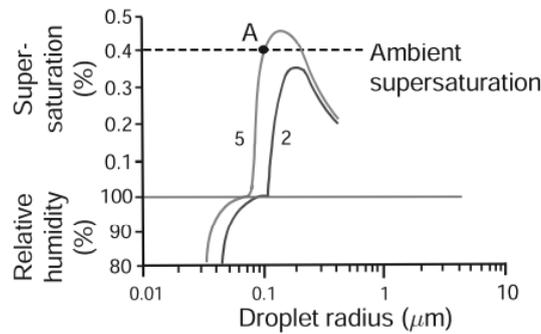


Figura 3.2: La curva (2) rappresenta uno stato attivo e la curva (5) rappresenta uno stato non attivo. I numeri (2) e (5) si riferiscono alla Fig. 3.1 (Tratta da [9], cap. 6, pag. 213, Fig. 6.4).

Analogamente a quanto visto con la curva di Köhler per una gocciolina d'acqua, anche una particella di ghiaccio deve raggiungere una certa grandezza di soglia affinché ne sia favorita la crescita. Tuttavia, in questo caso, le particelle di aerosol responsabili della nucleazione di particelle di ghiaccio sono chiamate nuclei di ghiacciamento e la caratteristica che le contraddistingue è quella di possedere un geometria simile a quella dell'acqua allo stato solido. Il vapore acqueo e le gocce sopraffuse in una nube possono congelare quando impattano su un nucleo di ghiacciamento oppure dopo che il questo è stato inglobato in uno spessore liquido; nella prima situazione, le goccioline e il vapore acqueo congelano quasi istantaneamente nel momento dell'impatto e si parla di nucleazione per contatto. Le analisi sperimentali hanno rilevato che il brinamento del vapore acqueo sulla superficie del nucleo di ghiacciamento avviene a temperature maggiori rispetto a quando il congelamento succede la nucleazione, quindi, tra i due processi di nucleazione di una particella di ghiaccio, esso è il favorito.

In cima ad un cumulonembo, dove le temperature sono decisamente inferiori di -13°C , la nucleazione di particelle di ghiaccio prevale sulla nucleazione di gocce liquide. Per questo motivo, una corrente di downdraft che si origina sulla sommità di un cumulonembo, trasporterà con se una grande quantità di cristalli d'acqua solidificati e, se si instaurano le condizioni dinamiche descritte in *sezione 2.2.2*, essi potrebbero ingrandirsi e diventare granelli di grandine. Per quantificare la temperatura in cima ad un cumulonembo, bisogna considerare che la sua struttura si estende (circa) fino alla quota della tropopausa. Quindi, la temperatura è approssimativamente quella dello strato più basso della stratosfera. Alle medie latitudini, la tropopausa ha un valore di circa 215K e la temperatura in cima ad un cumulonembo si può approssimare a 210K; ovvero, 5K inferiori alla temperatura della tropopausa ([1], pag. 75).

3.1.2 Crescita per condensazione

Supponiamo di avere una gocciolina sferica isolata di raggio r , situata in aria supersaturata, e ipotizziamo che la densità di vapore acqueo a grandi distanze dalla gocciolina e la densità nella regione immediatamente vicina siano, rispettivamente, $\rho_v(\infty)$ e $\rho_v(r)$. Definiamo l'equilibrio di questo sistema (goccia + ambiente) come uno stato nel quale non vi può essere accumulo di vapore acqueo nello spessore adiacente alla gocciolina. Quindi, se assumiamo il sistema in equilibrio, tutto il flusso di vapore acqueo diretto verso la calotta sferica che delimita il suo volume dovrà apportare un aumento del suo raggio. In queste condizioni avremo che la massa cresce con questa rapidità

$$\frac{dM}{dt} = 4\pi x^2 D \frac{d\rho_v}{dx} \quad (3.1)$$

dove x è la componente radiale (che rispetta la condizione $x > r$), $d\rho_v/dx$ è la componente lungo la coordinata x del gradiente della densità di vapore acqueo e D è il coefficiente di diffusione. Tale coefficiente è definito come il flusso di vapore acqueo (generato dalla presenza di un gradiente di densità) moltiplicato per l'unità di area.

Integrando su tutto lo spazio l'equazione differenziale (3.1), ricaveremo l'espressione della variazione di massa della gocciolina indipendente dalla coordinata spaziale x .

$$\frac{dM}{dt} \int_{x=r}^{x=\infty} \frac{1}{x^2} dx = 4\pi D \int_{x=\rho_v(r)}^{x=\rho_v(\infty)} d\rho_v$$

e, svolgendo i conti, si ottiene

$$\frac{dM}{dt} = 4\pi r D [\rho_v(\infty) - \rho_v(r)] \quad (3.2)$$

Avendo considerato una gocciolina sferica, avremo che $M = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_L$, dove ρ_L è la densità del liquido. Sostituito questo valore nella (3.2), si ricava un'espressione del tasso di

crescita del raggio

$$\frac{dr}{dt} = \frac{D}{r\rho_L}[\rho_v(\infty) - \rho_v(r)] \quad (3.3)$$

Di seguito riportiamo l'equazione dei gas perfetti nell'area adiacente alla gocciolina e quella in un ambiente in cui la abbiamo rimossa (o, in modo equivalente, infinitamente lontani da questa), rispettivamente

$$e(\infty) = \rho_v(\infty)RT \quad (3.4)$$

$$e(r) = \rho_v(r)RT \quad (3.5)$$

dalla (3.4) e dalla (3.5), ricaviamo

$$RT = \frac{e(\infty)}{\rho_v(\infty)} = \frac{e(r)}{\rho_v(r)}$$

da cui si ottiene

$$e(r) = \frac{e(\infty)}{\rho_v(\infty)}\rho_v(r) \quad (3.6)$$

Considerando la relazione (3.6), potremo riscrivere la (3.3) come segue

$$\frac{dr}{dt} = \frac{1}{r} \frac{D\rho_v(\infty)}{\rho_L} \frac{[e(\infty) - e(r)]}{e(\infty)} \quad (3.7)$$

Come si può capire implicitamente dall'equazione (3.5), $e(r)$ è uguale alla pressione di vapore della gocciolina. Dallo studio dell'andamento della curva di Köhler, si intuisce che, per raggi sufficientemente grandi (circa $1 \mu m$), il rapporto tra pressione $e(r)$ e la pressione di saturazione e_s è circa uguale a 1. Dunque, sotto questa ipotesi, potremo attuare l'approssimazione $e(r) \approx e_s$; inoltre, se la pressione di vapore a distanza infinita non è quantitativamente lontana dal valore di e_s , nel rapporto $[e(\infty) - e_s]/e(\infty)$ potremo sostituire il denominatore $e(\infty)$ con e_s . Poichè, infatti, abbiamo assunto che i valori delle due pressioni sono simili e, quindi, $[e(\infty) - e_s]$ è molto piccolo sia rispetto a $e(\infty)$ sia rispetto a e_s . Date le precedenti considerazioni, potremo scrivere

$$\frac{e(\infty) - e_s}{e(\infty)} \approx \frac{e(\infty) - e_s}{e_s} = S \quad (3.8)$$

in cui abbiamo posto il secondo rapporto uguale a S , per ricordare che esso coincide con la definizione della supersaturazione dell'ambiente.

Sostituendo la (3.8) nella (3.7), si ottiene il tasso di crescita del raggio della gocciolina come funzione del parametro di supersaturazione dell'aria

$$\frac{dr}{dt} = \frac{1}{r} \frac{D\rho_v(\infty)}{\rho_L} S \quad (3.9)$$

L'ultima equazione differenziale è a variabili separabili e si risolve facilmente con i seguenti passaggi

$$\int_{r=r_0}^{r=r(t)} r dr = \int_0^t \frac{D\rho_v(\infty)}{\rho_L} S dt$$

$$\frac{1}{2}(r(t) - r_0)^2 = \frac{D\rho_v(\infty)}{\rho_L} S t$$

dove r_0 rappresenta il raggio soglia (superato il quale l'espansione per condensazione è favorita energeticamente). Nell'ultima espressione possiamo operare ancora dei passaggi algebrici, arrivando all'espressione finale del raggio della gocciolina nel tempo

$$r(t) = r_0 + \sqrt{\frac{D\rho_v(\infty)}{\rho_L} S t} \quad (3.10)$$

Possiamo concludere che, una volta raggiunto r_0 , l'andamento temporale del raggio seguirà la curva descritta dalla relazione (3.10), che è $\propto\sqrt{t}$ e, dunque, la crescita sarà rapida in un primo momento e diminuirà con l'avanzare del tempo. Come effetto, le dimensioni delle gocce in una nube diventano progressivamente uniformi, poichè le goccioline più piccole si espandono per condensazione più velocemente di quanto fanno le gocce più grandi. Spesso si fa tendere $r_0 \rightarrow 0$, poichè il valore del raggio di soglia è molto inferiore ($\approx 10^{-1} \mu m$) a quelli che caratterizzano mediamente una gocciolina cresciuta per condensazione ($\approx 10 \mu m$).

E' stato sperimentato che l'intervallo di tempo in cui si origina una precipitazione piovosa è tipicamente molto breve (circa 20 min), troppo corto per permettere alle goccioline di crescere da pochi micrometri di diametro a gocce di dimensione millimetrica¹ tramite il solo processo di condensazione. Quindi, il semplice fenomeno di espansione per condensazione non può motivare la generazione di precipitazione (Reynolds, 1877). A conferma di questo, osserviamo, inoltre, che il tempo di formazione di una precipitazione è relazionata al tempo caratteristico di un elemento convettivo in una nube. I due tempi sono pressochè identici ed è lecito pensare che la formazione di precipitazione sia fortemente influenzata dallo sviluppo dei moti interni alla nube (Houghton, 1968).

3.1.3 Crescita per collezione

La crescita per collezione (o coalescenza) è un fenomeno che interessa prevalentemente le gocce più grandi di una nube, quando sono in movimento rispetto alle goccioline più piccole. Queste gocce saranno chiamate *collettrici*² (o *collector drops*), poichè espandono il proprio volume aggregando le goccioline con cui collidono. In questa sezione, la collezione sarà presentata come un processo di ingrandimento delle sole gocce liquide, ma,

¹il tipico ordine di grandezza delle gocce di pioggia è di pochi millimetri

²il nome vuole dare proprio l'idea dell'azione di "collezionamento"

come vedremo nella sezione successiva, tale fenomeno potrà essere esteso anche a sistemi ghiacciati. Per lo studio della grandine, il fenomeno di collezione è davvero importante; infatti, scopriremo che rappresenta il meccanismo essenziale con cui un granello può formarsi.

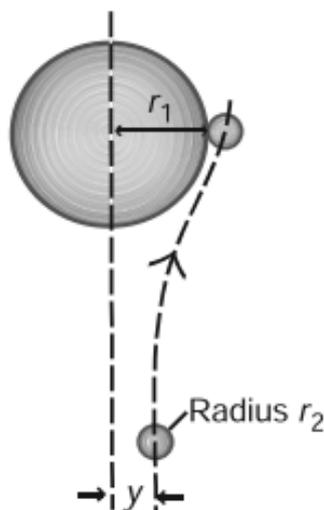


Figura 3.3: Schema del modello di collezione. In figura si vedono una goccia colletttrice di raggio r_1 ed una gocciolina di raggio r_2 . La gocciolina ha il suo centro ad una distanza y dall'asse di movimento della goccia colletttrice (Tratta da [9], cap. 6, pag. 225, Fig. 6.19).

Consideriamo una goccia colletttrice di forma sferica e raggio r_1 in caduta verticale, sottoposta, quindi, alla sola forza di gravità. Supponiamo che, precipitando, essa vada incontro ad una gocciolina sferica più piccola di raggio r_2 e che, qualora tra le due avvenisse un contatto, queste si aggregerebbero in un'unica goccia. Ripetute ricostruzioni di questa situazione hanno dimostrato che l'avvicinamento delle due gocce porta la gocciolina più piccola a deviare e fluire lungo una curva che tende a circondare la goccia più grande (vedere Fig. 3.3). Se la sezione della goccia colletttrice spazza un volume in cui era contenuta la gocciolina prima di essere deviata, la fusione delle due non è assicurata, a causa della deviazione. Se la gocciolina si trovasse ad una distanza dall'asse di movimento della goccia colletttrice maggiore di un certo valore y (minore di r_1), l'unione non si verificherebbe. La distanza y è misurata tra l'asse di movimento e il centro della gocciolina, prima che quest'ultima inizi a deviare.

La distanza y è un parametro decisivo nel fenomeno di collezione e dipende, in generale, dalla velocità relativa delle due goccioline e dalla loro geometria. L'efficienza di

collisione dipende direttamente dalla y e dalla dimensione delle due gocce:

$$E = \frac{\pi y^2}{\pi(r_1 + r_2)^2} \quad (3.11)$$

Interpretando fisicamente E , possiamo dire (semplificando) che è una grandezza che esprime la facilità con cui una gocciolina possa entrare in contatto con il collettore. Stabilire matematicamente il valore della distanza y e, quindi, dell'efficienza E , è un problema decisamente complesso. Si può superare questa difficoltà solo attraverso un'analisi numerica.

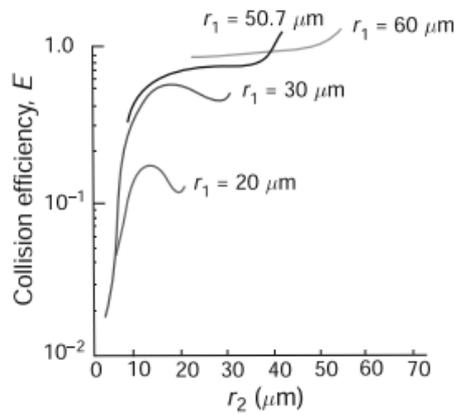


Figura 3.4: In figura sono indicati i valori di efficienza di collisione in funzione del raggio r_2 della gocciolina. Sono illustrati i valori per la collisione di quattro diverse gocce collettrici; con raggi r_1 pari a $20\mu m$, $30\mu m$, $50,7\mu m$ e $60\mu m$ (Tratta da [14], Fig.14-6, p. 584).

Sono stati raccolti numerosi valori dell'efficienza di collisione in diverse situazioni sperimentali (ovvero, modificando di volta in volta le grandezze da cui E dipende). Ciò ha portato a comprendere che (vedere Fig. 3.4):

- se $r_2/r_1 \ll 1$, l'efficienza è piccola (in questo scenario la gocciolina subisce una vigorosa deviazione avvicinandosi alla goccia collettrice, finendo per evitare il contatto),
- se $r_2/r_1 < 0,6$, l'efficienza aumenta fino ad un punto di massimo (tra le due gocce vi è ancora una discreta differenza di velocità, che incrementa l'effetto deviante, ma la goccia collettrice, all'aumentare di r_2 diminuisce di molto la sua capacità di curvare il percorso della gocciolina),

- se $r_2/r_1 \in [0, 6; 0, 9]$, l'efficienza tende nuovamente a diminuire (se le due gocce hanno circa la stessa dimensione, la loro velocità relativa non sarà molto grande e l'effetto di deviazione sarà più prolungato nel tempo),
- se $r_2/r_1 \approx 1$, l'efficienza tende di nuovo ad aumentare (nessuna delle due sarà capace di deviare la particella a cui va incontro, a causa della simmetria della situazione).

Gli esperimenti, in laboratorio, hanno dimostrato che quando una gocciolina liquida urta su un'altra oppure urta su una superficie liquida, essa potrebbe rimbalzare. Quindi, a differenza di quanto avevamo supposto in precedenza, l'unione tra una goccia collettrice ed una gocciolina non è scontata, anche se il contatto dovesse avvenire. Infatti, nel momento dell'impatto, tra le due superfici, potrebbe essere presente un piccolo spessore d'aria, il quale, evita l'effettivo contatto tra le molecole di una e dell'altra goccia e permette il rimbalzo. In questo caso, la gocciolina deforma la superficie della goccia collettrice, ma non sarà inglobata nel suo volume. Per considerare l'eventuale effetto di rimbalzo, possiamo introdurre la grandezza E' , chiamata *efficienza di coalescenza*. Moltiplicando l'efficienza di coalescenza E' con l'efficienza di collisione E , si ottiene E_C . Tale grandezza rappresenta l'effettiva probabilità che la goccia collettrice aggregi la gocciolina, è detta *efficienza di collezione* ed è definita formalmente come

$$E_C = E'E = E' \frac{y^2}{(r_1 + r_2)^2} \quad (3.12)$$

Definita l'efficienza di collezione, si potrà ricavare il tasso di crescita della goccia collettrice: assumiamo che essa abbia velocità terminale pari a v_1 e supponiamo che la precipitazione avvenga all'interno di una nube costituita da goccioline di velocità terminale pari a v_2 e uniformemente distribuite nello spazio (ipotesi del *modello continuo di collezione*); in queste condizioni, potremo esprimere il tasso di crescita della massa M della goccia collettrice come

$$\frac{dM}{dt} = \pi r_1^2 v_r w_l E_C \quad (3.13)$$

dove w_l è il contenuto di acqua liquida e $v_r = |v_1 - v_2|$ rappresenta la velocità relativa tra goccia collettrice e goccioline. Per contenuto di acqua liquida (*Liquid Water Content*, o LWC) si intende la massa d'acqua allo stato liquido contenuta in un metro cubo d'aria, misurata in $kg \cdot m^{-3}$.

In (3.13), si può sostituire l'espressione $M = (4/3)\pi\rho_l r_1^3$, che rappresenta la massa della goccia collettrice in caso di forma sferica e densità ρ_l . Effettuata la sostituzione si avrà

$$\frac{dr_1}{dt} = \frac{v_r w_l E_C}{4\rho_l} \quad (3.14)$$

A partire dalla formulazione dell'espressione della *forza viscosa di Stokes*, su una sfera in movimento in un fluido si può ricavare la seguente relazione tra la velocità e il raggio (vedere (A.16)):

$$v_1 = \frac{2}{9} \frac{g\rho' r_1^2}{\eta} \quad (3.15)$$

dove η ha il significato di coefficiente di attrito viscoso. Supponendo, ora, di essere in un caso in cui $r_1 \gg r_2$ e tenendo presente la (3.15), avremo anche che $v_1 \gg v_2$ e, siccome per la velocità relativa vale $v_r = |v_1 - v_2|$, considereremo che essa è circa uguale alla velocità della goccia collettrice $v_r \approx v_1$.

Data l'ultima approssimazione, riscriviamo la (3.14) come

$$\frac{dr_1}{dt} = v_1(r_1) \cdot E_C(r_1, y(r_1)) \cdot \frac{w_l}{4\rho_l} \quad (3.16)$$

dove, nel caso in cui ci troviamo in regime di Stokes ($Re^3 < 0,6$), la velocità v_1 dipende dal raggio r_1 secondo la (3.15) e, nel caso in cui siamo fuori da questo regime ($Re \gg 1$), si utilizzeranno formule empiriche, aggiustando tale equazione attraverso un opportuno termine correttivo. Se ci troviamo in regime di Stokes, v_1 è $\propto r_1^2$, mentre l'efficienza di collezione E_C è $\propto r_1^{-2}$, secondo quanto espresso in (3.12). Dunque, l'equazione (3.16) sembrerebbe affermare che il tasso di crescita della goccia collettrice sia costante al variare del raggio. Tuttavia, E_C è anche proporzionale a y^2 e, dato che tale distanza è proporzionale a sua volta al raggio r_1 , la crescita della goccia collettrice non sarà lineare ed accelererà nel tempo.

In Fig. 3.5, sono messi a confronto gli andamenti del raggio in funzione del tempo dei due processi di crescita presentati per una goccia in atmosfera: la curva (a) descrive quello per condensazione (spiegato in *sezione 3.1.2* e descritto dalla (3.10)); la curva (b), invece, rappresenta quello di collezione (spiegato in questa sezione e descritto dalla (3.15)). La curva (b) non parte dall'origine degli assi perchè la crescita per collezione si avvia solo quando il raggio della goccia collettrice acquisisce una dimensione modesta, altrimenti l'efficienza di collisione ha un valore troppo basso. Si può considerare come inizio il raggiungimento di circa i $20 \mu m$ di raggio ([9], cap. 6, pag. 227). Dal confronto delle curve, si vede che prima di un certo tempo (che corrisponde all'intersezione) prevale il fenomeno di crescita per condensazione; dopodichè, il fenomeno di collezione prende il sopravvento. Questo, una volta partito, è progressivamente più rapido, in quanto l'aumento di dimensioni della goccia collettrice favorisce l'aggregazione di goccioline.

Quando Houghton, nel 1968, osservò che il tempo caratteristico di genesi di una precipitazione coincideva con quello di un elemento convettivo, non vi furono dubbi: la rapidità con cui si forma la precipitazione è dovuta alla crescita per collezione. Infatti,

³Rappresenta il numero di Reynolds, vedi (A.10). Quanto più intensa è la viscosità, tanto più bassa sarà la velocità della sfera lasciata cadere liberamente nel fluido. Il regime di Stokes si presenta, quindi, quando le forze viscosive sono molto intense.

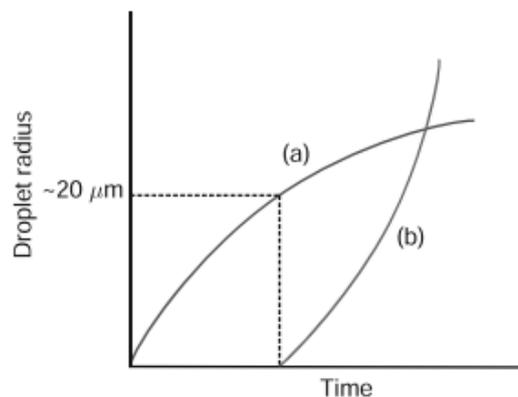


Figura 3.5: Curve di crescita di una goccia in una nube secondo il fenomeno di condensazione (a) e di collezione (b). La curva di crescita per collezione parte da un raggio di circa $20 \mu\text{m}$, infatti, prima del raggiungimento di questo raggio, l'efficienza di collisione è molto piccola e il meccanismo di collezione fatica ad instaurarsi (Tratta da [9], cap. 6, pag. 222, Fig. 6.15).

secondo tale processo, l'espansione è relazionata al movimento e la convezione dell'aria, che accelera le particelle delle nubi e aumenta la frequenza di collisione tra gocce colletttrici e goccioline sopraffuse. Siccome, poi, il tasso di crescita non fa che aumentare nel tempo, l'ingrandimento raggiungerà una velocità tale da portare le goccioline a precipitare molto rapidamente.

3.2 Meccanismi di crescita di una particella di ghiaccio

In questa sezione, utilizzando i concetti della teoria microfisica delle nubi presentati precedentemente, illustreremo come può crescere una particella di ghiaccio. Esporremo tre processi fondamentali: il brinamento del vapore acqueo sulla superficie, la crescita per collezione e quella per aggregazione; un granello di grandine inizia la sua vita come un cristallo di ghiaccio, che si espande grazie all'aggregazione e al brinamento, poi, però, la collezione diventerà il principale meccanismo di crescita.

3.2.1 Il brinamento sui cristalli di ghiaccio e la loro forma

Quando un cristallo si trova in aria supersaturata rispetto alla massa di acqua allo stato solido, esso potrà crescere in volume grazie al brinamento del vapore acqueo sulla sua superficie. I fattori che controllano il tasso di crescita dei cristalli di ghiaccio sono simili a

quelli delle goccioline, tuttavia, il problema è più complesso, perchè essi non hanno forma sferica. Le gocce assumono sempre la forma che, a parità di volume, minimizza la loro area superficiale, a causa del legame intermolecolare a corto raggio che caratterizza la fase liquida della materia: all'interno del loro volume, le molecole risentono di una forza risultante nulla perchè sono attratte in tutte le direzioni dalle molecole circostanti; sulla superficie, invece, le molecole risentono di una forza diretta verso l'interno. Dunque, il potenziale sarà minimo nei punti interni alla goccia e tenderà ad aumentare avvicinandosi al bordo esterno. La goccia assumerà la forma di una sfera, che, a parità di volume, ha una minore area superficiale, poichè, in questo modo, sarà minimizzata l'energia del sistema.

Sfortunatamente, questo discorso non è ripetibile nei sistemi allo stato solido, dove cambia la natura dell'interazione intermolecolare. I legami che si instaurano tra le molecole nello stato solido sono decisamente più intensi e di natura elastica, perciò, il sistema non riuscirà a modificare la propria forma (ciò richiederebbe di rompere i legami intermolecolari e ridisporre le proprie molecole ai fini di un guadagno nell'energia finale del sistema). Per questo motivo, non potremo considerare valida l'equazione (3.1), che descriveva il tasso di crescita della massa di una gocciolina; nel membro di destra, infatti, compariva il termine $4\pi x^2$, che è valido solo per una particella di forma sferica. Dai calcoli presentati in *sezione 3.2.1*, avevamo concluso che tale termine poteva essere riscritto come un fattore $4\pi r$, dove r era il raggio della gocciolina. L'obiettivo, adesso, è quello di sostituire quest'ultimo fattore, in modo da generalizzare il modello di crescita per brinamento anche per forme cristalline irregolari.

A questo fine, possiamo utilizzare un concetto molto importante dell'elettromagnetismo; qui, studiando il potenziale elettrostatico di un condensatore in funzione della carica sulle sue armature, per superare il problema della forma del condensatore si introduce la *capacità* (C), una grandezza che dipende da tutte le caratteristiche geometriche intrinseche del condensatore. Similmente con quanto fatto in elettromagnetismo, per studiare il parametro di forma da inserire nel tasso di crescita, si può introdurre la capacità C . In particolare, si può impostare una relazione tra la capacità C e il fattore di forma del cristallo:

$$\frac{C}{\epsilon_0} = 4\pi r \quad (3.17)$$

dove ϵ_0 è la costante dielettrica nel vuoto ed è pari a $(8,85 \times 10^{-12}) C^2 N^{-1} m^{-2}$. Con l'uguglianza (3.17), abbiamo costruito un'analogia tra il campo di densità di vapore all'esterno del cristallo di ghiaccio e il campo di potenziale elettrostatico, nell'ipotesi che il cristallo sia dotato di carica.

Adesso, sostituendo la (3.17) nella (3.2), otteniamo un'espressione per il tasso di crescita della massa di un cristallo di ghiaccio, dove abbiamo abbandonato la supposizione di forma sferica (condizione troppo specifica per un cristallo)

$$\frac{dM}{dt} = \frac{CD}{\epsilon_0} [\rho_v(\infty) - \rho_v(r)] \quad (3.18)$$

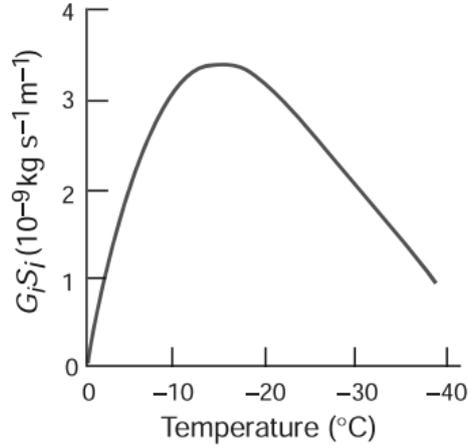


Figura 3.6: Rappresentazione della funzione $G_i S_i(T)$ per un cristallo in un ambiente saturato rispetto all'acqua liquida e ad una pressione di 1000hPa. Il punto di massimo coincide con la temperatura di -14°C (Tratta da [9], cap. 6, pag. 240, Fig. 6.39).

Naturalmente, se riuscissimo ad individuare la particolare forma di un cristallo, potremo cercare di determinare la capacità C , ma, se anche questo non fosse possibile o troppo complesso, l'ultima equazione risulterebbe comunque valida.

Seguendo gli stessi passaggi di calcolo presentati in *sezione 3.1.2*, possiamo arrivare ad una nuova formulazione del tasso di crescita per brinamento di una particella di ghiaccio. Anche in questo caso, assumeremo che il cristallo sia molto grande e ci metteremo nell'ipotesi che la pressione di vapore dell'aria infinitamente lontana dal cristallo sia circa uguale alla pressione di vapore in stato di saturazione e_{sg} rispetto alla massa di ghiaccio (è chiamata in questo modo per distinguerla da e_s , che è la pressione di vapore nello stato di saturazione rispetto alla massa liquida; sg sta per saturazione rispetto al ghiaccio)

$$\frac{dM}{dt} = \frac{C}{\epsilon_0} G_i S_i \quad (3.19)$$

dove $G_i = D\rho_v(\infty)$. Il prodotto $G_i S_i$ dipende dalla temperatura; in Fig.3.6 ne è tracciato il grafico per un cristallo di ghiaccio che cresce in un ambiente di aria satura rispetto alla massa d'acqua liquida. $G_i S_i(T)$ raggiunge un valore massimo per -14°C , che risulterà la temperatura in cui il cristallo di ghiaccio cresce più velocemente.

Nonostante la maggior parte dei cristalli di ghiaccio abbia forme irregolari, diversi esperimenti hanno rivelato che, in stesse situazioni ambientali e di temperatura, essi assumono forme simili. Quest'ultime, a volte, possono essere dotate di una certa regolarità e, se la struttura del cristallo è più o meno riconducibile ad una geometria nota, le forme vengono chiamate *habit* del cristallo. I due habit più importanti sono a forma di piastra e a forma di colonna. In una nube, le temperature mutano considerevolmente in altezza

e, inoltre, la variazione può essere dovuta alla località geografica in cui si trovano e alle particolari condizioni atmosferiche che caratterizzano l'ambiente. Per questo motivo il range di temperature in cui si può formare un cristallo è molto ampio, da 0°C e -60°C ([9], cap. 6, pag. 241).

Il fenomeno di crescita per brinamento è di grande rilievo per comprendere la formazione di un granello di grandine, perchè quest'ultimo risulta l'evoluzione delle particelle di ghiaccio che si formano inizialmente grazie a questo processo. Per questo motivo, lo studio delle forme che assume un cristallo di ghiaccio coincide con lo studio della forma della grandine nella sua fase primordiale. Inoltre, la crescita per brinamento risulta uno dei meccanismi con cui la grandine può aumentare le proprie dimensioni in modo diretto, anche se, da solo, questo processo non è in grado di motivarne la particolare struttura interna.

3.2.2 La collezione e l'aggregazione nelle particelle ghiacciate

Crescita per riming

In modo simile alla crescita di una goccia colletttrice, un cristallo può comportarsi da collettore di goccioline ed espandersi collidendo contro di esse. Questo può avvenire, ad esempio, se il cristallo si sta muovendo all'interno di una nube a fase mista, dove ricordiamo che le goccioline sono in uno stato soprafuso. Quando avviene la collisione, le goccioline possono rimanere attaccate alla superficie del collettore ed eventualmente congelare. Questo processo di collisione, analogo al fenomeno di collezione descritto in *sezione 3.1.3*, ma esteso a sistemi con temperatura inferiore agli 0°C , è chiamato crescita per accrezione (o *riming*) .

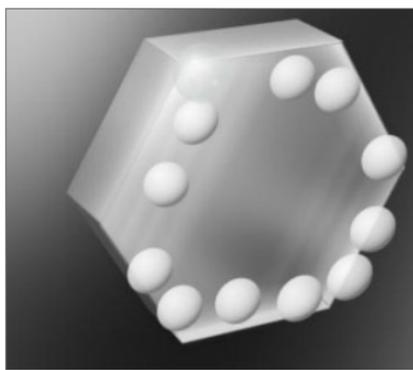


Figura 3.7: Rappresentazione di cristallo di ghiaccio in fase di accrezione di goccioline d'acqua (Tratta da [5]).

A seconda di qual è, in partenza, l'habit del cristallo di ghiaccio, la crescita per accrezione è responsabile di varie strutture d'evoluzione (alcuni esempi sono mostrati in

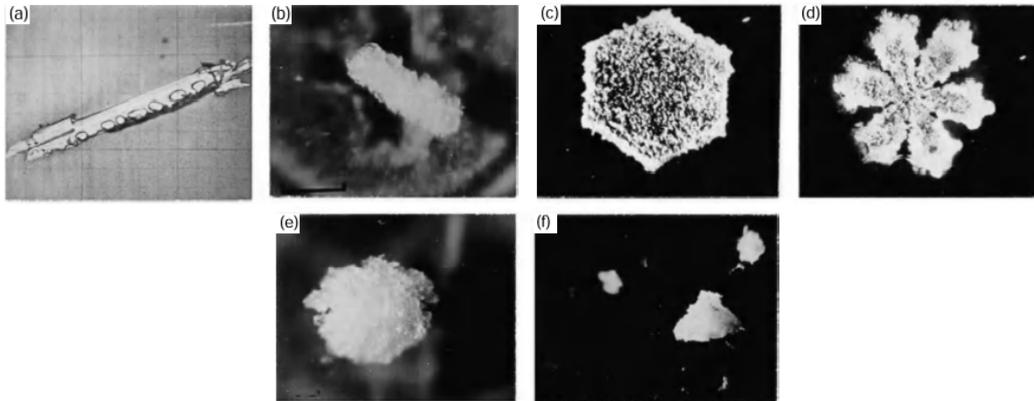


Figura 3.8: Cristalli di ghiaccio che hanno subito il fenomeno della *growth by riming*. [a] lightly rimed needle ; [b] rimed column ; [c] rimed plate , [d] rimed stellar , [e] spherical groupel ; [e] conical groupel (Tratta da [9], cap. 6, pag. 241, Fig. 6.40).

Fig. 3.8). Quando questo meccanismo di crescita si manifesta per tempi sufficientemente lunghi, risulta molto difficile distinguere quale fosse la forma originale del cristallo. In questo caso, alla nuova struttura viene dato il nome di gragnola (o *graupel*). Il deposito dovuto al riming presenta una morfologia interna variabile da una regione all'altra, ma che mantiene sempre un certo grado di somiglianza. Questa caratteristica è tipica degli oggetti frattali ed è una peculiarità dell'accrescimento a bassi valori delle velocità di impatto. In questo regime, il congelamento delle goccioline è quasi immediato, così che le particelle mantengono la loro forma sferica e il cospargimento del liquido della gocciolina sulla superficie con cui collide è trascurabile.

La situazione descritta favorisce la formazione di una struttura "a piume" sulla superficie del collettore, dato che le seconde goccioline, impatteranno su un deposito già formato dalle prime e che gli nega la possibilità di accesso ad alcune regioni sulla superficie (tale fenomeno è chiamato *effetto ombra* ed è rappresentato in Fig 3.9). Sull'aggregato si formeranno dei canali d'aria (incanalature prive di goccioline), che daranno al sistema una caratteristica morfologia interna. Sono stati sviluppati dei modelli per simulare il riming a bassi valori dei parametri di impatto: nel Capitolo 4 ne descriveremo uno in particolare, a due dimensioni e dove dei dischi impattano su altri dischi più grandi. Quello a 2-D che presenteremo, è solo uno dei possibili modelli di accrescimento, ma ne esistono altri, anche a tre dimensioni. Tuttavia, già in esso, si possono osservare alcune sue caratteristiche fondamentali (come la natura frattale del deposito e la formazione delle piume).

La crescita per riming è influenzata dai parametri fisici dell'ambiente: la temperatura dell'aria e la sua velocità, la dimensione e la concentrazione delle goccioline e la grandezza degli ostacoli. Un modo per studiare sperimentalmente questo fenomeno è l'inserimento di cristalli collettori o dei granelli di grandine artificiale nei *wind tunnels*. In alcuni

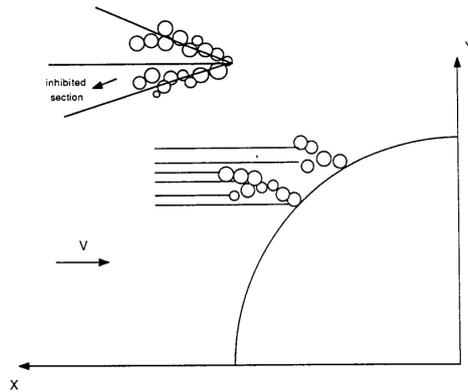


Figura 3.9: Rappresentazione dell'effetto ombra e della formazione di una struttura a piume (Tratta da [6], pag. 105, Fig. 7)

esperimenti, si ricrea artificialmente la struttura lobata⁴ della grandine, per evidenziare le differenze aerodinamiche rispetto alla grandine sferica. I parametri che si ricavano da questi studi sperimentali possono essere utilizzati nei modelli balistici, ottimi strumenti per comprendere il meccanismo di crescita. Qui, solitamente, è assunto che il contatto tra le goccioline e il collettore è condizione sufficiente perchè esse diventino parte del deposito.

In un modello balistico puro, si richiede che la traiettoria delle particelle collettrici sia rettilinea, nonostante questa sia un'eccessiva semplificazione di molti processi fisici. La simulazione che prenderemo in esame nel Capitolo 4 è valida anche al di fuori di questa approssimazione, ed è uno dei motivi fondamentali del perchè è stata scelta. L'analisi del processo balistico puro, ha mostrato che le proprietà degli aggregati (densità media, angolo di apertura, effetto ombra) sono studiabili tramite la cinematica delle singole particelle ([6], pag. 96). Da uno studio sulla distribuzione di probabilità sulle singole particelle sono stati calcolati l'angolo di apertura, la densità media e l'angolo tra i canali d'aria vuoti all'interno degli aggregati. Porcù e Prodi, nel 1991, hanno dimostrato che le proprietà dell'aggregato, quando è sufficientemente grande, non dipendono dalla forma e dalla larghezza del cristallo.

Nelle simulazioni, ogni aggregato segue la sua specifica dinamica e le sue regole; quindi, non c'è possibilità di esaminare le caratteristiche geometriche e morfologiche del riming, al di fuori di quella di ripetere i processi un grande numero di volte tramite l'utilizzo dei computer. Infatti, l'Hamiltoniana di una singola particella non è definibile e le tecniche relative alla meccanica statistica non possono essere applicate per prevedere le proprietà dei clusters risultanti. Per capire la geometria e la morfologia del deposito

⁴Scopriremo dallo studio termodinamico della grandine che oltre una certa grandezza di soglia, le goccioline soprafuse collidenti generano sulla superficie del granello di grandine delle protuberanze, dette *lobi*

di goccioline sopraffuse su cristalli di una modesta dimensione, l'unica via perseguibile è quella della statistica descrittiva. Tuttavia, non potremo aspettarci alcuna applicazione di questi modelli nella teoria termodinamica e microfisica dell'accrescimento, anche se esse sono fortemente coinvolte in questo processo.

Nella formazione della grandine, le vigorose correnti di updraft e downdraft delle nubi temporalesche ad alta densità di LWC, accelerano il fenomeno di *riming* ed il cristallo è portato a collidere molto rapidamente con un grande numero di goccioline sopraffuse. La grandine, quindi, rappresenta un caso estremo di crescita per accrescimento, che si allontana di molto dalla condizione di bassi parametri di impatto. La presenza di alti valori di concentrazione d'acqua liquida e le grandi velocità modificano la fase dell'aggregato, invalidando l'approssimazione di ghiacciamento istantaneo delle goccioline e rendendo necessaria la descrizione di diversi regimi di crescita.

Crescita per aggregazione

Nei sistemi ghiacciati, un ulteriore fenomeno può portare i cristalli ad aumentare le proprie dimensioni: l'*aggregazione*. Esso consiste nella fusione di due o più cristalli di ghiaccio in una struttura unica, prodotta dalla loro collisione. Le grandezze che ci permettono di descrivere questo processo di crescita sono la velocità relativa dei cristalli e la loro capacità di adesione. Innanzitutto, possiamo evidenziare che, se i cristalli si muovessero alla stessa velocità e nella stessa direzione, non ci sarebbe possibilità d'urto. Il fenomeno di aggregazione si instaura solo se le particelle ghiacciate hanno una velocità relativa, la quale, può essere causata da una differenza in forma o, anche, in grandezza.

Studiando il fenomeno dell'aggregazione tra dei cristalli di ugual forma, si è scoperto che, per alcuni *habits*, l'aggregazione è possibile, per altri, non lo è. In particolare, per i cristalli ad *habit* a forma di colonna, la velocità terminale di caduta è proporzionale alla loro lunghezza; ad esempio, una colonna ghiacciata con lunghezza di 1 mm precipita con velocità terminale di 0,5 m/s ed una con lunghezza di 2 mm ha una velocità di 0,7 m/s ([9], pag. 240, Fig. 6.42). Questo comporta che cristalli ad *habit* a colonna tendono a urtare in caduta libera e questo ne favorisce il fenomeno dell'aggregazione. D'altra parte, per cristalli con *habit* a forma di piastra, non vi è dipendenza tra raggio e velocità terminale. Il motivo è che, per essi, la massa e la forza di attrito viscoso dell'aria sono ugualmente proporzionali all'area della sezione: un aumento della massa e, quindi, della sezione, che tenderebbe aumentare la velocità del corpo, è seguito da un aumento della forza di attrito viscoso, il quale, tende invece a ridurre la velocità. Alla fine, l'accelerazione dovuta all'aumento della massa è nulla.

Il secondo importante fattore per studiare l'aggregazione è la capacità d'adesione: grandezza determinata dalla temperatura dell'ambiente e dall'*habit* dei cristalli. In primis, notiamo che la capacità d'adesione aumenta con la temperatura, perchè, se lo stato fisico in cui si trova lo spessore esterno del cristallo è vicino a quello liquido, la superficie risulterà più "appiccicosa". In secondo luogo, possiamo notare che, a parità di

temperatura, i cristalli con superfici irregolari e caratterizzati da imponenti protuberanze, aderiscono meglio, perchè ne è favorito l'incastro. Al contrario, due cristalli di forma liscia (ad esempio cristalli con *habit* a forma di piastra) tendono a rimbalzare l'uno sull'altro e respingersi.

3.2.3 Crescita della grandine in regime secco

Le prime teorie di crescita della grandine prevedevano che essa aumentasse il suo volume attraverso i soli processi di aggregazione e di brinamento del vapore acqueo sulla sua superficie; attualmente, invece, si è mostrato che il principale fattore di crescita è quello di riming. Tale fenomeno, a seconda di quale sia la temperatura del granello, avviene in modo diverso: se questa è inferiore a 0°C , la crescita è detta in *regime secco* ed è ipotizzato che le goccioline d'acqua sopraffusa collidenti con il granello ghiaccino istantaneamente sulla sua superficie. In questo regime, l'equazione di crescita della grandine rispetterà le relazioni (3.13) e (3.16), perchè, similmente alla goccia collettrice, la grandine aumenta il suo volume e la sua massa aggregando le goccioline sopraffuse che incontra e che ghiacciano sulla sua superficie.

Riadattando opportunamente queste equazioni per un granello ghiacciato di massa M e raggio R e ipotizzando per semplicità che la velocità di questo sia molto maggiore alla velocità delle goccioline sopraffuse, avremo che, in regime secco,

- la variazione della massa di un granello nell'unità di tempo è:

$$\frac{dM}{dt} = \pi R^2 v w_l E_C \quad (3.20)$$

- la variazione del raggio di un granello nell'unità di tempo è:

$$\frac{dR}{dt} = v E_C \frac{w_l}{4\rho_{ice}} \quad (3.21)$$

dove v è la velocità terminale di caduta, w_l è il LWC, E_C l'efficienza di collezione e ρ_{ice} la densità del granello.

Le relazioni (3.20) e (3.21) sono valide solo quando la grandine supera un certo raggio di soglia, analogamente a quanto detto per la goccia collettrice. A causa di un ridotto valore del coefficiente di collezione, infatti, sotto una certa raggio di soglia dominano il meccanismo di crescita per deposizione e brinamento del vapore acqueo sulla superficie del granello. Dalle due relazioni intuivamo che i due principali fattori che determinano la velocità con cui la grandine si ingrandisce sono la concentrazione d'acqua liquida dell'aria (in forma di goccioline sopraffuse) e la velocità con cui essa si muove. Però, è chiaro che la dinamica di un granello all'interno di un cumulonembo, ambiente in cui nasce e si espande la grandine, è più complicata di quanto si evince dalle (3.20) e

(3.21): è riduttivo attribuirgli come velocità quella terminale di caduta, in quanto, nel suo movimento, il granello è anche soggetto ad intense correnti di updraft e downdraft che potrebbero accelerarlo o decelerarlo.

In particolare, se all'interno della nube è presente una corrente di updraft stabile di velocità u e la velocità terminale di caduta libera è v (che abbiamo supposto essere molto maggiore di quella delle goccioline sopraffuse), la variazione della quota a cui si trova il granello nell'unità di tempo sarà data dalla relazione seguente:

$$\frac{dh}{dt} = u - v \quad (3.22)$$

Se sostituiamo il differenziale dt con il differenziale dh , dalla (3.22) otteniamo l'espressione di variazione del raggio ripetto al cambiamento di quota:

$$\frac{dR}{dh} = vE_C \frac{w_l}{4\rho_{ice}(u - v)} \quad (3.23)$$

Attuando i seguenti calcoli sull'equazione differenziale (3.23),

$$dR = vE_C \frac{w_l}{4\rho_{ice}(u - v)} dh \longrightarrow \frac{4\rho_{ice}(u - v)}{vE_C} dR = w_l dh$$

e, integrando in ambo i membri l'ultima equazione, ricaviamo

$$\int_{R_0}^{R_H} \frac{4\rho_{ice}(u - v)}{vE_C} dR = \int_0^H w_l dh$$

in cui R_H ed R_0 corrispondono, rispettivamente, al raggio del granello nella cima di una nube posta a quota $h = H$ e nella base posta a quota $h = 0$.

Considerando il caso più semplice, dove w_l è costante con la quota, la stima dell'altezza H della nube si può esprimere nel seguente modo:

$$H = \frac{4\rho_{ice}}{w_l} \left(\int_{r_0}^{r_H} \frac{u}{vE_C} dR - \int_{R_0}^{R_H} \frac{1}{E_C} dR \right) \quad (3.24)$$

La supposizione di un LWC costante con la quota all'interno di un cumulonembo e, in generale, all'interno di una nube, è molto lontana dalla realtà. Vi sono sempre regioni distinte di alta e bassa concentrazione di acqua allo stato liquido e, come scopriremo dallo studio termodinamico nel capitolo successivo, questo sarà uno dei motivi fondamentali che permette l'esistenza dei due regimi di crescita: bagnato e secco.

Nonostante w_l costante sia una eccessiva semplificazione, l'equazione (3.24) mette in luce un comportamento che caratterizza realmente i granelli di grandine all'interno delle nubi: fintanto che essi sono piccoli, il primo integrale domina rispetto al secondo, poichè la velocità u di updraft è decisamente maggiore della velocità v terminale di caduta (che

è funzione del raggio). L'effetto immediato è che H incrementa all'aumentare di R_H , che significa che in questa situazione i granelli sono trasportati dalla corrente di updraft verso l'alto e, inevitabilmente, aumenta l'altezza della nube. Quando $u \ll v$, invece, domina il secondo integrale e la corrente di updraft non sarà capace di fermare la caduta del granello.

Capitolo 4

Termodinamica, struttura e cenni all'analisi sperimentale

4.1 Studio termodinamico della grandine

Lo studio termodinamico della grandine ci permette di descrivere la crescita *bagnata* e di distinguere i due regimi di crescita sulla base di alcuni parametri dell'ambiente o dei granelli di grandine. Il primo a studiare la crescita della grandine in regime bagnato e dimostrare empiricamente le validità delle sue affermazioni fu D. M. Ludlam, nel 1958. Seguendo il suo ragionamento, verrà prima descritta in *sezione 4.1.1* la crescita in regime bagnato sulla base del bilancio tra calore entrante e calore uscente nella particella di ghiaccio e, poi, in *sezione 4.1.2*, si mostrerà la distinzione tra i due regimi. Invece, la *sezione 4.1.3* spiega la fusione della grandine, in modo da chiarire cosa succede ad un granello quando siamo fuori sia dal regime bagnato che dal regime secco.

4.1.1 Crescita della grandine in regime bagnato

L'equazione di crescita della grandine per il regime secco non può valere se le goccioline d'acqua liquide sopraffuse collidenti sulla superficie della grandine non solidificano immediatamente. Infatti, in tale caso, l'accumolo di goccioline genera uno spessore d'acqua liquida attorno alla particella ghiacciata, il quale, a causa del moto della particella e della conseguente forza d'attrito tra aria e superficie liquida, può disperdersi come scia posteriore. La generazione di una scia viene chiamata *shedding* ed è un fenomeno che permette di distinguere la crescita della grandine in regime bagnato con la crescita per collezione delle goccioline d'acqua liquida, vista in *sezione 3.2.2*. Infatti, se lo *shedding* fosse trascurabile, tutte¹ le gocce impattanti sullo spessore d'acqua liquida sarebbero

¹non proprio tutte le goccioline vengono collezionate ma solo quelle che non rimbalzano sulla superficie liquida; tale fatto, però, è tenuto in considerazione grazie al coefficiente di coalescenza

collezionate.

Tra l'accumulo delle goccioline sulla superficie e la loro dispersione nell'aria tramite *shedding*, trascorre un intervallo di tempo sufficientemente lungo a permettere che parte del liquido accumulato si solidifichi ed aumenti, quindi, la massa di ghiaccio del granello. Per stimare la variazione di massa di ghiaccio per unità di tempo nel regime bagnato, viene assunto che l'eccesso d'acqua liquida che non solidifica sia perso interamente nella scia. Inoltre, si assume che la temperatura superficiale della particella ghiacciata in questo regime sia di 0°C : se questa fosse inferiore, infatti, le goccioline sopraffuse collidenti ghiaccierebbero immediatamente (e la situazione sarebbe opportunamente descritta dalla crescita in regime secco), invece, se la temperatura fosse maggiore, la particella non sarebbe ghiacciata ma allo stato liquido (e la situazione sarebbe descrivibile come crescita di una goccia collettrice).

Quando le goccioline sopraffuse collidenti ghiacciano², viene dissipato del calore, che fluisce all'interno della particella ghiacciata. Il calore dissipato nella solidificazione è uguale al prodotto tra il calore latente di fusione L_{fus} e la variazione della massa dallo stato liquido allo stato ghiacciato dm , ovvero $dQ = dmL_{fus}$. Tuttavia, parte del calore latente viene speso per innalzare la temperatura della gocciolina, dalla temperatura ambientale T_∞ (a cui inizialmente si trova) alla temperatura T_0 della particella ghiacciata; tale calore è uguale, in modulo, a $dQ = dmc_w(T_0 - T_\infty)$, in cui c_w è il calore specifico dell'acqua. Perciò, il calore dissipato nell'unità di tempo dalle goccioline in fase di solidificazione, che deve essere uguale al calore che fluisce all'interno della particella ghiacciata, si potrà scrivere come

$$\frac{dQ_{in}}{dt} = \left(\frac{dm}{dt}\right)_{wet} [L_{fus} - c_w(T_0 - T_\infty)] \quad (4.1)$$

Ricercheremo adesso un'espressione per il tasso di calore uscente, assumendo, per semplicità, che il granello sia di forma sferica e raggio R . Innanzitutto, osserviamo che, se l'aria è satura rispetto al ghiaccio, parte del calore uscente dal granello di grandine è dovuto alla sublimazione dell'acqua solida sulla superficie del granello. Il flusso di calore uscente, dovuto alla sublimazione, è direttamente proporzionale alla differenza tra la concentrazione dell'acqua in stato di vapore $\rho_{v,R}$, nella regione adiacente alla superficie del granello, e la concentrazione $\rho_{v,\infty}$, nell'ambiente infinitamente lontano, ed è dato dalla seguente espressione:

$$\frac{dQ_{sub}}{dt} = 4\pi RD(\rho_{v,R} - \rho_{v,\infty})L_{sub}\bar{f}_v \quad (4.2)$$

dove L_{sub} è il calore latente di sublimazione, D è il coefficiente di diffusione del vapore acqueo in aria, \bar{f}_v è un coefficiente di ventilazione.

²nonostante la loro temperatura sia ben inferiore agli 0°C , prima di collidere non possono ghiacciare, a causa del fatto che non sono ancora sufficientemente grandi per risultare stabili (vedi *sezione 2.1.3*)

Il calore entrante nel granello viene rilasciato nell'ambiente circostante anche tramite un processo misto di conduzione e convezione. Questa dissipazione è dovuta alla presenza di una differenza di temperatura tra il granello, più caldo, e l'ambiente, più freddo, instauratasi grazie al riscaldamento del granello tramite la solidificazione dell'acqua liquida sulla sua superficie (descritta in (4.1)). Il tasso di calore uscente per convezione-conduzione è:

$$\frac{dQ_{cond}}{dt} = 4\pi R K_{aria} (T_0 - T_\infty) \bar{f}_h \quad (4.3)$$

dove K_{aria} è il coefficiente di conduzione dell'aria, $(T_0 - T_\infty)$ la differenza tra la temperatura del granello e quella dell'ambiente e \bar{f}_h è un coefficiente di ventilazione.

Potremo adesso esprimere il flusso di calore totale uscente dal granello come la somma delle espressioni (4.2) e (4.3):

$$\frac{dQ_{out}}{dt} = 4\pi R [D(\rho_{v,R} - \rho_{v,\infty}) L_{sub} \bar{f}_v + K_{aria} (T_0 - T_\infty) \bar{f}_h] \quad (4.4)$$

Nella (4.4) abbiamo raccolto il termine $4\pi R$, che rappresenta un parametro geometrico e che dipende dalla geometria sferica che abbiamo assunto per il granello; tale parametro, infatti, compare sia nella formulazione del calore uscente per sublimazione che in quella per il calore uscente per convezione-conduzione.

L'assunzione fondamentale che ci permette ora di poter esprimere il tasso di crescita in regime bagnato è che deve esserci un bilancio termico tra il flusso di calore entrante e il flusso di calore uscente da un granello. Questa è la supposizione che permise a D. M. Ludlam di descrivere per la prima volta il meccanismo di crescita della grandine in regime bagnato. Infatti, impostando l'uguaglianza

$$\frac{dQ_{in}}{dt} = \frac{dQ_{out}}{dt} \quad (4.5)$$

ed isolando il termine $(dm/dt)_{wet}$, che rappresenta la massa di acqua liquida che solidifica sulla superficie del granello nell'unità di tempo, otteniamo:

$$\left(\frac{dm}{dt}\right)_{wet} = \frac{4\pi R [D(\rho_{v,R} - \rho_{v,\infty}) L_{sub} \bar{f}_v + K_{aria} (T_0 - T_\infty) \bar{f}_h]}{L_{fus} - c_w (T_0 - T_\infty)} \quad (4.6)$$

Infine, riscriviamo l'equazione attuando la sostituzione $m = (4/3)\rho_{ice}\pi R^3$, che permette di avere un'espressione esplicita per la crescita del raggio del granello sferico di grandine nell'unità di tempo:

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)_{wet} = \frac{1}{\rho_{ice} R} \frac{[D(\rho_{v,R} - \rho_{v,\infty}) L_{sub} \bar{f}_v + K_{aria} (T_0 - T_\infty) \bar{f}_h]}{L_{fus} - c_w (T_0 - T_\infty)} \quad (4.7)$$

4.1.2 Distinzione tra regime secco e bagnato

Nell'analisi in regime secco, abbiamo espresso una relazione di tra il tasso di crescita della massa di un granello di grandine e il suo raggio, secondo la quale esso aumenta sempre più rapidamente all'aumentare del raggio e della velocità della grandine. Se sostituiamo $(dm/dt)_{wet}$, in (4.1), con il tasso di crescita in regime secco (3.20), otteniamo la seguente espressione:

$$\frac{dQ_{in}}{dt} = \pi R^2 v(R) w_l E_C [L_{fus} - c_w (T_0 - T_\infty)] \quad (4.8)$$

Considerando tale espressione nell'equazione di bilancio termico (4.5) e tenendo presente l'espressione (4.4) del tasso di calore uscente, deduciamo il legame tra la temperatura T_0 del granello e il suo raggio R a partire dalla seguente uguaglianza:

$$Rv(R)w_l E_C [L_{fus} - c_w (T_0 - T_\infty)] = 4[D(\rho_{v,R} - \rho_{v,\infty})L_{sub}\bar{f}_v + K_{aria}(T_0 - T_\infty)\bar{f}_h]$$

$$Rv(R)w_l E_C L_{fus} + 4D(\rho_{v,R} - \rho_{v,\infty})L_{sub}\bar{f}_v = Rv(R)w_l E_C c_w (T_0 - T_\infty) + 4K_{aria}\bar{f}_h (T_0 - T_\infty)$$

$$(T_0 - T_\infty) = \frac{Rv(R)w_l E_C L_{fus} + 4D(\rho_{v,R} - \rho_{v,\infty})L_{sub}\bar{f}_v}{Rv(R)w_l E_C c_w + 4K_{aria}\bar{f}_h} \quad (4.9)$$

Nella relazione (4.9), il termine dipendente dal raggio $Rv(R)$ è moltiplicato al numeratore per $w_l E_C L_{fus}$ e al denominatore per $w_l E_C c_w$; essendo L_{fus} dell'acqua circa uguale a $333,5 \text{ Jg}^{-1}$ e c_w circa uguale a $4,18^3 \text{ Jg}^{-1}\text{K}^{-1}$, il prodotto al numeratore è decisamente dominante. Dunque, all'aumento del raggio e del prodotto $Rv(R)$, consegue un innalzamento della temperatura T_0 .

In altre parole, qualora un granello rimanga in una nube per un intervallo di tempo lungo, la velocità di collezione di goccioline sopraffuse e del relativo flusso di calore entrante diventerà molto rapida. A questo punto, per rispettare il bilancio termico, il tasso di calore uscente dovrà aumentare, grazie all'innalzamento della temperatura T_0 . Si distingueranno tre situazioni:

- $T_0 < 0^\circ\text{C}$ La superficie del granello rimane ghiacciata e il regime di crescita è secco.
- $T_0 = 0^\circ\text{C}$ La superficie del granello è liquida e il regime di crescita è bagnato.
- $T_0 > 0^\circ\text{C}$ La superficie del granello è liquida e il granello inizia a fondere; il tempo relativo al passaggio di stato non è istantaneo e cambia a seconda della dimensione del granello (vedere *sezione 4.1.3*)

³il calore specifico è un parametro che dipende dalla temperatura, il valore dato è riferito all'acqua di circa 15°C ; tuttavia, alle temperature a cui ghiacciano le goccioline sopraffuse, tale parametro rimane comunque di due ordini di grandezza inferiore al calore latente

Nel bilanciamento termico è rilevate sia la temperatura superficiale del granello T_0 che quella dell'ambiente T_∞ ; infatti, nell'equazione di bilancio compare la loro differenza. La temperatura T_0 varia anche in funzione di questo parametro, ai fini di mantenere il bilancio termico. Come è stato spiegato nello studio dinamico della grandine, un granello, compiendo moti di salita e discesa durante il suo ciclo di vita, può passare da regioni a bassa temperatura (a quote inferiori) e regioni ad alta temperatura (a quote maggiori) e, quindi, essere sottoposto ad un'alternanza tra il regime di crescita bagnato e quello secco. Quando la temperatura esterna è molto bassa, come può accadere nella sommità di una nube, lo spessore d'acqua liquida accumulato in regime bagnato solidifica⁴: lo spessore esterno del granello sarà liscio ed uniforme (vedere Fig. 4.2). Dall'analisi dei granelli precipitati al suolo, è stato dedotto che la frazione d'acqua liquida della grandine di medio-grandi dimensioni può ammontare al 20% dell'intera massa ([17], cap. 13, pag. 237).

La temperatura interna non è l'unico parametro che può essere scelto per distinguere i due regimi di crescita; Ludlam, ad esempio, nel suo lavoro sulla grandine, sceglie w_l come parametro distintivo. La concentrazione d'acqua liquida w_l necessaria per il rispetto del bilancio termico alla temperatura del ghiaccio di 0°C e per un raggio del granello $R = R^*$ è:

$$w_l^* = \frac{4[D(\rho_{v,R^*} - \rho_{v,\infty})L_{sub}\bar{f}_v + K_{aria}(T_0 - T_\infty)\bar{f}_h]}{R^*v(R^*)E_C[L_{fus} - c_w(T_0 - T_\infty)]} \quad (4.10)$$

Nell'interpretazione di Ludlam, quando $w_l > w_l^*$ la crescita è in regime bagnato, al contrario, per $w_l < w_l^*$ il regime è asciutto. Secondo questa interpretazione, il granello entra in regime bagnato quando colleziona molto velocemente le goccioline sopraffuse, ad esempio perchè entra in una regione della nube con alta concentrazione d'acqua liquida. Per utilizzare la relazione (4.10) e la precedente relazione (4.7), sarà necessaria una valutazione dei coefficienti di ventilazione \bar{f}_v e \bar{f}_h , che in generale non è facile.

In una nube, la temperatura T_∞ e la concentrazione w_l sono funzioni della quota e quindi, la prima causa di variazione del regime di crescita è il movimento verticale della grandine. Browning, Ludlam e Macklin (1963) hanno compiuto la prima analisi numerica di questo modello teorico, che si è rivelato coerente con le osservazioni sperimentali fintanto che il raggio dei granelli è inferiore a 1 cm. Quando viene superata questa soglia, l'irregolarità di forma della grandine diventa importante e bisogna abbandonare il modello sferico. Se il granello è grande, infatti, le goccioline sopraffuse collidenti generano dei lobi sulla sua superficie, come vedremo meglio nell'analisi della struttura interna della grandine.

⁴formando quello che viene chiamato *spongy ice* e che verrà meglio descritto in *sezione 4.2*, dedicata alla struttura interna della grandine

4.1.3 Tempo di fusione della grandine

In precedenza, semplificando, abbiamo detto che, quando la temperatura supera gli 0°C , la grandine fonde. In realtà, la fusione non è istantanea e, inoltre, i cristalli fondono in modo diverso a seconda della loro dimensione. In generale, solo i granelli sufficientemente grandi ($> 0,6$ cm di diametro) possono sopravvivere nello stato solido e raggiungere il suolo, poichè i granelli piccoli fondono molto più rapidamente per via del loro ridotto rapporto massa-area. Vogliamo ora scrivere un'equazione per il tempo e la velocità di fusione del granello, supponendo per semplicità che questo sia sferico di raggio costante⁵ a. Consideriamo costanti, inoltre, la velocità terminale di caduta, l'umidità relativa e la temperatura T_∞ dell'aria. La struttura interna del granello è costituita da un nucleo interno ghiacciato di raggio r_i e temperatura $T_0 = 0^\circ\text{C}$, circondato da uno strato d'acqua liquida di spessore $a - r_i$, con temperatura interna e di interfaccia solido-liquido pari a T_a .

Il campo scalare di temperatura all'interno del guscio sferico (cioè nell'intervallo $[r_i, a]$) rispetta l'equazione di diffusione convettiva di Fick:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} T = k_T \nabla^2 T \quad (4.11)$$

dove k_T è la diffusività termica dell'acqua e \vec{u} è la velocità del flusso dell'acqua in un determinato punto dello spessore esterno. Assumendo che lo stato dell'acqua sia stazionario ($\partial T / \partial t = 0$) e che il campo della velocità di flusso sia nullo in ogni punto ($\vec{u} = \vec{0}$), l'equazione (4.11) si ridurrà all'equazione di Laplace: $\nabla^2 T = 0$. Riscrivendo l'operatore Laplaciano ∇^2 in coordinate polari sferiche, otteniamo:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \left[\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} \right] = 0 \quad (4.12)$$

Dato che nella (4.12) non compaiono derivate miste e assumendo che il campo di temperatura sia a simmetria sferica $T(r, \theta, \phi) = T(r)$, l'equazione si potrà semplificare come segue:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad (4.13)$$

La soluzione generale dell'equazione differenziale (4.13) è

$$T(r) = \frac{A}{r} + B \quad (4.14)$$

dove A e B sono costanti generiche. Imponendo le condizioni ausiliarie a contorno fissate inizialmente ($T(r_i) = T_0$ e $T(a) = T_a$), si ottengono le espressioni di A e di B in funzione

⁵assumere il raggio costante significa che non vi sia *shedding*, evaporazione e collezione. Inoltre, la densità dell'acqua liquida e del ghiaccio devono essere approssimabilmente costanti, altrimenti, il passaggio di stato causerebbe una variazione di volume.

dei parametri geometrici r_i e a del granello e delle temperature T_0 e T_a :

$$\begin{cases} T_0 = \frac{A}{r_i} + B \\ T_a = \frac{A}{a} + B \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} A = \frac{ar_i}{r_i - a}(T_a - T_0) \\ B = T_0 - \frac{a}{r_i - a}(T_a - T_0) \end{cases}$$

Inserendo le nuove formulazioni di A e di B nella (4.14), ricaviamo la soluzione particolare del problema (4.13); valida nell'intervallo radiale $r_i < r < a$ e per le condizioni ausiliarie scelte inizialmente.

$$T(r) = \frac{ar_i}{a - r_i} \frac{T_0 - T_a}{r} + \frac{T_0 r_i - T_a a}{a - r_i} \quad (4.15)$$

Data la presenza di una differenza positiva tra la temperatura del nucleo interno e quella dello spessore esterno d'acqua liquida, il calore fluisce per conduzione verso l'interfaccia solido-liquido; nell'unità di tempo esso è uguale a $dQ/dt = \vec{q} \cdot d\vec{A}$, dove il flusso di calore per unità di area \vec{q} si può esprimere tramite la Legge di Fourier come $\vec{q} = -k_T \vec{\nabla} T$. Integrando dQ/dt su tutta la superficie del nucleo interno $4\pi r_i^2$ e considerando che, in questo caso, il campo di temperatura dipende dalla sola variabile radiale, potremo esprimere il calore totale uscente (uscente dal nucleo ed entrante nel liquido) come

$$\frac{dQ_{cond}}{dt} = k_T \frac{dT}{dr} 4\pi r_i^2 \quad (4.16)$$

Il calore speso nell'unità di tempo per fondere una massa infinitesima dm_i è $dQ/dt = -L_{fus}(dm_i/dt)$, dove m_i rappresenta la massa di una sfera ghiacciata di raggio r_i . Quindi, varrà la relazione $m_i = (4/3)\pi r_i^3 \rho_{ice}$, dove ρ_{ice} è la densità del ghiaccio. L'espressione del calore di fusione speso nell'unità di tempo è, dunque,

$$\frac{dQ_{fus}}{dt} = -L_{fus} 4\pi r_i^2 \rho_{ice} \frac{dr_i}{dt} \quad (4.17)$$

Supponendo che tutto il calore fluente all'interno del nucleo venga speso per fondere il ghiaccio, potremo imporre l'equazione di bilancio $dQ_{cond}/dt = dQ_{fus}/dt$, ricavando in questo modo la velocità di fusione del granello

$$\begin{aligned} k_T \frac{dT}{dr} 4\pi r_i^2 &= -L_{fus} 4\pi r_i^2 \rho_{ice} \frac{dr_i}{dt} \\ \frac{dr_i}{dt} &= -\frac{k_T}{L_{fus} \rho_{ice}} \frac{dT}{dr} \end{aligned} \quad (4.18)$$

Infine, sostituendo a $T(r)$ l'espressione (4.15), calcolata in $r = r_i$, otterremo

$$\frac{dr_i}{dt} = \frac{k_T}{L_{fus} \rho_{ice}} \frac{a}{a - r_i} \frac{T_0 - T_a}{r_i} \quad (4.19)$$

La (4.19), integrata da un raggio $r_i = 0$ fino ad un raggio $r_i = a$, restituisce l'intervallo di tempo necessario per fondere completamente il granello di grandine:

$$t_{fus} = \int_0^{t_{fus}} dt = \frac{L_{fus}\rho_{ice}}{ak_T} \int_{r_i=0}^{r_i=a} \frac{(a - r_i)r_i}{T_0 - T_a} dr_i \quad (4.20)$$

Nell'ultimo integrale non possiamo estrarre $(T_0 - T_a)$ poichè, in realtà, la superficie esterna T_a del liquido è funzione della variabile radiale r_i . Per determinare tale dipendenza si potrebbe utilizzare il bilancio termodinamico sulla superficie $r=a$ tra il tasso di trasferimento del calore attraverso l'acqua e il tasso di dissipazione per convezione e sublimazione. In prima approssimazione, ci si può accontentare della (4.20), che mostra chiaramente come il tempo di fusione di un granello di grandine aumenti con le dimensioni in modo non lineare.

4.2 Struttura interna della grandine

La struttura interna di un granello di ghiaccio si studia efficientemente esaminandolo sotto un microscopio con luce trasmessa e polarizzata. Se sezionassimo un granello di modesta grandezza, osserveremmo un'alternanza di strati scuri e chiari. I primi consistono in ghiaccio opaco contenente numerose bolle d'aria, i secondi sono invece chiari e privi di bolle. Il centro è costituito da un nucleo che va da pochi millimetri ad un centimetro di diametro, spesso con caratteristiche morfologiche tipiche del fenomeno di riming (descritto in *sezione 3.2.2*) e più raramente costituito da un cristallo chiaro. La Fig. 4.1 è un esempio di sezione di un granello che si è sviluppato a partire da un unico centro di crescita.

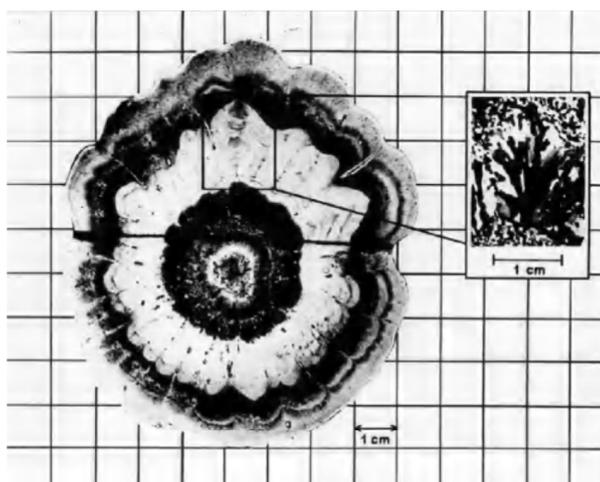


Figura 4.1: Sezione del centro di un granello di grandine (Tratta da [9], cap. 6, pag. 242, Fig. 6.42)

Le prime informazioni che sono state ricavate sulla grandine risalgono alla metà del XX secolo e provengono proprio dallo studio della sua struttura interna, essendo di più facile analisi sperimentale rispetto a quella delle condizioni dinamiche e microfisiche che ne causano l'ingrandimento. Tuttavia, non è facile risalire alla precisa storia del suo sviluppo sulla base della sua struttura, perciò, i suoi meccanismi di crescita sono stati spiegati solo decenni più tardi. La struttura a strati (detta anche *a cipolla*) suggerì da subito che la grandine si sviluppa in condizioni variabili nello spazio e nel tempo. Tale configurazione si spiega con l'alternanza di due regimi di crescita, secca e bagnata. La crescita secca è responsabile degli strati opachi e quella bagnata degli strati chiari, infatti, nel secondo caso, prima si accumula l'acqua in fase liquida e poi vi è la solidificazione, rendendo la configurazione interna limpida ed uniforme.

Per via del fenomeno di *shedding*, presentato in *sezione 4.1.1*, inizialmente era difficile spiegarsi come la grandine potesse aumentare di volume, dato che l'eccesso d'acqua liquida in teoria si sarebbe dovuto perdere quasi interamente in una scia posteriore. La prima risposta al problema fu data da List (1959) e Macklin (1961), che, conducendo degli esperimenti nei *wind tunnels* con grandine artificiale, dimostrarono che non tutta l'acqua accumulata in crescita bagnata viene persa nella scia, ma parte di questa è trattenuta da una particolare disposizione del ghiaccio chiamata *spongy hail*: fase dell'acqua che non può definirsi né puramente liquida né completamente solida, ma risulta un particolare miscuglio liquido-solido chiamato, appunto, *spongy ice*. Nel 1968, Bailey e lo stesso Macklin, aumentando la velocità dei flussi d'aria (circa 40 ms^{-1}) nei *wind tunnels*, notarono che lo *spongy ice* si può generare anche a temperature al di sotto dei -20°C . ([12]) Questa situazione dinamica si avvicina alle condizioni reali di una nube temporalesca, dove i granelli viaggiano tramite correnti d'aria molto intense e le temperature raggiungono valori decisamente inferiori allo zero, soprattutto nelle sommità delle nubi.

Lo studio dettagliato delle bolle d'aria interna e delle strutture cristalline dei granelli di grandi dimensioni hanno rivelato che questi sono spesso composti da una struttura lobata sulla loro superficie, che gli conferisce un'apparenza più complessa. Se la rotazione del granello è in buona approssimazione costante, i lobi evolvono in una struttura tridimensionale a simmetria radiale. La convessità dei lobi sulla superficie rende sicuramente più complicato lo sviluppo dei granelli ed è più evidente all'aumentare della grandezza. Browning, per primo, capì che la natura lobata della superficie fosse di grande importanza per determinare lo sviluppo dei granelli, perché l'irregolarità avrebbe portato ad un significativo aumento sia della forza d'attrito che dei coefficienti di calore trasferito, permettendo così l'evoluzione dei granelli fino a modeste grandezze ma senza entrare eccessivamente in fase liquida o *spongy*.

Questi fatti sono stati confermati negli esperimenti sui *wind tunnels*, dove si è studiata la crescita di granelli artificiali di dimensione maggiore di 12 cm ([12]). La struttura lobata, che a volte si sviluppa già dalle fasi iniziali di vita, è molto pronunciata qualora il regime sia secco e molto vicino a quello bagnato. Anche quando ci troviamo in un regime di crescita puramente secco ma le goccioline che si incontrano nel percorso sono

molto piccole, si evidenzia una amplificazione di questa configurazione. Ciò suggerisce che, in queste condizioni, vi è un aumento dell'efficienza di collisione ed è più difficile entrare in regime bagnato, mentre, invece, quando le goccioline sopraffuse sono grandi, quasi certamente lo spessore esterno entra in una fase di *spongy ice*.



Figura 4.2: A sinistra si può vedere un granello di grandine irregolare, presentante dei lobi sulla sua superficie. A destra si vedono una serie di granelli di grandine costituiti da uno spessore esterno liscio e uniforme. (A sinistra: immagine tratta da un'articolo della BBC, 15 Marzo 2022, autore: David Hambling, credito per la foto: Nature Picture Library/Alamy; a destra: immagine tratta da un'articolo di MeTeoGiornale (Mtg), 13 Giugno 2019, autore: Mauro Meloni)

4.3 Analisi sperimentale tramite simulazioni

Lo studio sperimentale della dinamica macroscopica e microscopica dell'atmosfera è molto complesso. La difficoltà nasce dall'impossibilità, in molti casi, di ricreare artificialmente situazioni ed eventi reali. Per la grandine questo è sicuramente un grande limite, perchè l'ambiente in cui si origina è molto particolare ed è inattuabile riprodurlo in laboratorio (sia per via della sua grande estensione che per via dell'enorme energia che, nel complesso, lo caratterizza). Gli ostacoli dell'analisi sperimentale si trovano sia nel campo meteorologico e macroscopico che nel campo della microfisica della grandine, in entrambi, però, sono stati compiuti decisivi passi avanti grazie all'utilizzo delle moderne tecnologie, che ha permesso l'analisi tramite simulazioni e una maggiore comprensione dei fenomeni. Le simulazioni hanno iniziato ad avere una loro efficacia di pari passo con i miglioramenti della capacità e della potenza di calcolo, essendo basate sulla generazione di fenomeni costituiti da un'enorme quantità di singoli eventi.

Nel campo delle osservazioni meteorologiche, le simulazioni si basano attualmente su modelli ad alta risoluzione (come MOLOCH e WRF), che rappresentano uno dei modi migliori che abbiamo per comprendere le attività convettive che interessano una certa regione dell'atmosfera (nonostante l'esatta evoluzione del sistema temporalesco rimanga ignota). WRF è l'abbreviazione di WRF-ARW, che sta per *Advanced Research-Weather*

Research and Forecasting, ed è un sistema che risolve le equazioni di Eulero in regime non-idrostatico e di piena compressibilità. Il MOLOCH è un modello in grado di fornire previsioni spazialmente dettagliate con rappresentazione esplicita dei fenomeni convettivi. Anch'esso integra le equazioni per un'atmosfera non idrostatica e compressibile. Entrambi i modelli sono stati sviluppati dal CNR-ISAC. In *sezione 4.3.1* daremo un esempio di simulazione attraverso i modelli (MOLOCH e WRF) di un violento fenomeno atmosferico, cercando di cogliere degli aspetti generali dello studio atmosferico tramite simulazioni. L'evento osservato è un violento temporale a supercella che, il 12 Settembre 2012, ha interessato l'area Nord-Est dell'Italia e si baserà su un articolo estratto dal giornale *Atmospheric Research* ([11]).

Con gli stessi obiettivi, dedicheremo la *sezione 4.3.2* alla descrizione di un modello bidimensionale di riming. In questo modo verrà dato un esempio pratico di come le simulazioni possono essere di grande utilità anche nel campo della microfisica dell'atmosfera. Il modello, analogamente a quello precedente, è estratto da un articolo di *Atmospheric Research* ([6]) ed è stato in grado di motivare e dimostrare alcune caratteristiche del fenomeno di accrezione, in accordo con le osservazioni sperimentali ricavate dagli esperimenti sulla grandine artificiale all'interno dei *wind tunnels*.

4.3.1 Simulazione di una supercella nel NE dell'Italia

Estratto dall'articolo '*12 September 2012: A supercell outbreak in NE Italy?*' di A. Manzato, S. Davolio, M. M. Miglietta, A. Pucillo e M. Setvak ([11]).

Descrizione dell'evento atmosferico e delle osservazioni

Il 12 Settembre 2012 è stata osservata una serie di sistemi convettivi nel nord-est dell'Italia, che ha colpito, in particolare, la parte orientale del Veneto e l'intero Friuli Venezia Giulia (FVG). Il fenomeno ha portato allo sviluppo di una supercella nell'area interna di Rauscedo–Latisana–Grado (vedere Fig. 4.3 per conoscere la geografia della zona di interesse). La sua monitoraggio è avvenuta grazie ad una fitta rete di stazioni a terra, che hanno rilevato la presenza di due sistemi convettivi caratterizzati da precipitazioni abbondanti (fino a più di 50 mm in 1 h) nelle stazioni di San Vito e Palazzolo, con l'aggiunta di grandine di media grandezza vicino a Latisana. Due strumenti a terra hanno avuto particolare rilevanza: il *Doppler radar* posizionato su Monte Grande (vicino a Padova) e il *Concordia Sagittaria Metek phased array sodar* (vicino a Latisana). Ma, certamente, le immagini a scansione rapida che sono state fornite ogni 2,5 minuti dal MSG-3⁶ si sono rivelate fondamentali per l'identificazione delle caratteristiche principali dei due sistemi convettivi, confermando l'ipotesi che il secondo sistema si sia sviluppato come effetto del primo.

⁶sta per *Meteosat Second Generation-3*; si tratta di uno strumento posizionato sui satelliti capace di raccogliere dall'alto numerose immagini e informazioni sugli eventi atmosferici

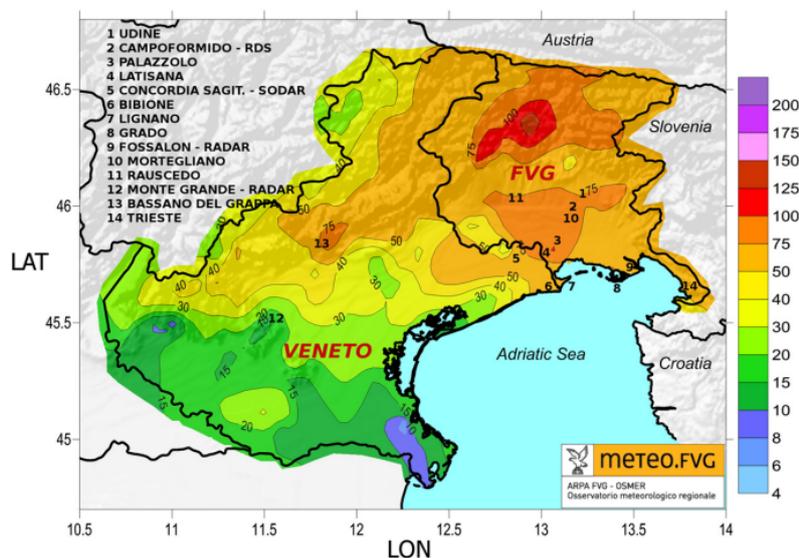


Figura 4.3: Precipitazioni giornaliere accumulate durante il 12 Settembre 2012 nelle regioni Veneto e FVG, misurate da 163 pluviometri in Veneto e 111 pluviometri in FVG. Tutte le località citate sono comprese nella legenda sul lato sinistro, inclusi radar, sodar e stazioni radiofoniche ([11], pag. 99, Fig. 1).

Il caldo anomalo che ha contraddistinto la fine dell'estate del 2012 ha prodotto temperature elevate anche durante i primi giorni di settembre. Pertanto, la regione FVG ha manifestato un'anomalia positiva nella temperatura superficiale del mare (SST) e basse temperature della troposfera. La situazione si è interrotta quando una depressione proveniente dal Nord Atlantico si è introdotta nella parte occidentale del crinale alpino, causando uno stato di bassa pressione e l'avvezione di aria più fresca verso il Nord Italia. Questo flusso d'aria fredda si è imbattuto nell'aria caldo umida che stanziana sulla regione FVG e la potenziale instabilità del sistema è progressivamente aumentata. Il picco delle precipitazioni nella pianura del FVG è principalmente associato a due diversi temporali sviluppati al mattino, che saranno indicati d'ora in poi come il "temporale settentrionale" (che ha interessato prevalentemente il territorio di Rauscedo) e il "temporale meridionale" (che ha colpito maggiormente l'area vicina Latisana).

Il temporale settentrionale, alle 6:30 UTC ⁷ (8:30 ora locale), era già sviluppato e ha iniziato a spostarsi in direzione sud-est (verso Latisana) dopo le 8:00 UTC. Diversamente, il temporale meridionale è iniziato intorno alle 7:50 UTC, nell'area settentrionale della costa veneta, e si è direzionato a nord-est (anch'esso verso Latisana). All'inizio (8:17

⁷sta per *Coordinated Universal Time*, è il fuso orario scelto come riferimento globale, a partire dal quale sono calcolati tutti i fusi orari del mondo. Si riferisce al tempo misurato rispetto al meridiano di Greenwich. L'orario in Italia è pari a UTC+1 (ora solare, autunno/inverno) oppure, come in questo caso, UTC+2 (ora legale, primavera/estate).

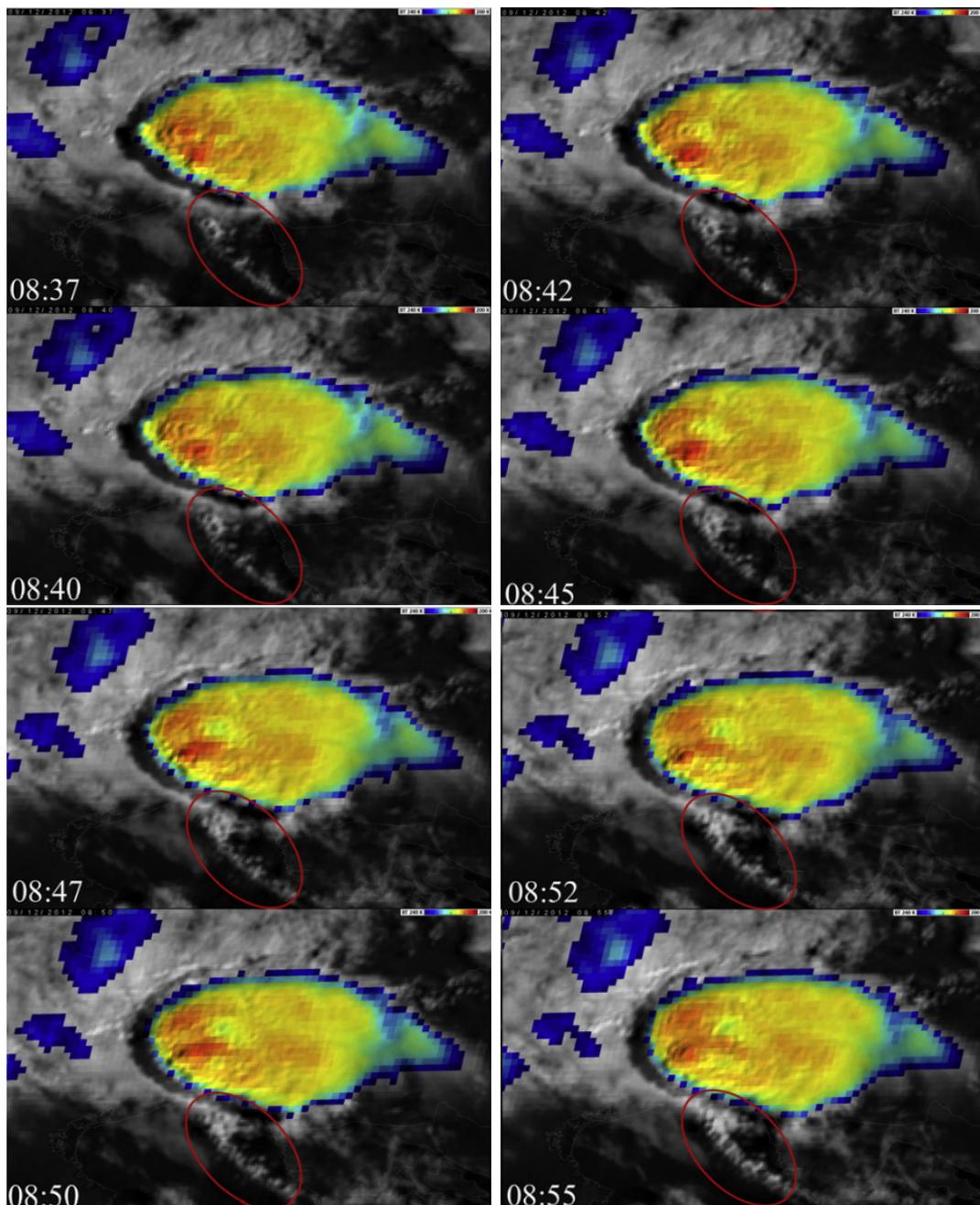


Figura 4.4: Parte delle fotografie dall'alto del temporale, scattate dal MSG-3 ogni 2,5 min. La sequenza consiste in una serie di immagini basate sui dati HRV (*High Resolution Channel*) ricavati dalle osservazioni da satellite e sui dati ricavati dai canali IR10.8 per le informazioni sulla temperatura. La BT (*Brightness Temperature*) va da 240 K (in blu) a 200 K (in rosso). Dentro la linea rossa vi è l'area dove è rimasta confinata la convergenza d'aria umida, che ha alimentato l'interno della tempesta ([11], pag. 104, Fig. 4b).

UTC) dominava il temporale settentrionale, mentre a sud-est la cella convettiva era più piccola. Poi, il temporale settentrionale si è progressivamente indebolito, mentre quello meridionale è diventato sempre più intenso (confermato dalle immagini da satellite in Fig. 4.4). Alle 8:22 UTC, il temporale di Latisana ha generato il primo OT⁸ significativo, che però si è affievolito poco dopo. Dopodichè, ha generato un nuovo e distinto OT verso le 8:35 UTC, quando la cella convettiva settentrionale era ancora attiva ma si era già decisamente affievolita. L'incontro dei due temporali ha modificato la dinamica interna della cella risultante e la struttura a supercella è evoluta in un *bow echo*.⁹

Oltre alle cime di overshooting, le immagini mostrano anche un'area calda incorporata nel temporale, che è rimasta persistente fino alla fine del periodo, ed una cupola fredda sopra la nube temporalesca (chiaramente un cumulonembo a forma di incudine, comparso per la prima volta alle 8:47 UTC). Dalla prospettiva del satellite, il sistema temporalesco è rimasto attivo fino alle 11:00 UTC, dopodichè è sparito molto rapidamente. Alle 12:00 UTC la depressione si è spostata verso sud-est, provocando potenziale vorticità d'avvezione e divergenza sulla parte orientale della Valle del Po. Nel tardo pomeriggio, infine, il forte gradiente di pressione ha portato alla generazione di venti intensi provenienti da nord, che, scendono lungo i pendii alpini, si sono diffusi sulla pianura veneta e del FVG. In corrispondenza di questi venti è stato osservato il passaggio di un fronte freddo, alle 18:00 UTC.

Risultati e discussione delle simulazioni

Le osservazioni e le simulazioni concordano sui tre fattori responsabili dell'avvio della convezione: la convergenza di un LLJ¹⁰ dall'Adriatico, il föhn sud-occidentale dall'Appennino e il flusso di sbarramento davanti alle Alpi (generato dalla deflessione del LLJ stesso a causa dell'orografia). Il modello WRF, alle ore 00:00 UTC, mostra un vento da sud-est, confinato sotto i 1000 m di quota, un debole valore del CIN ($\sim 20 \text{ Jkg}^{-1}$) e un valore massimo di CAPE di circa 800 J/kg, coerente con un'atmosfera potenzialmente instabile. Sei ore dopo, alcuni indici di instabilità simulati con il modello WRF hanno assunto valori notevoli: il CAPE è aumentato a circa 1300 J/kg e l'indice di *Total Totals*¹¹ è salito a 50, valore generalmente associato a violenti temporali.

Sebbene le simulazioni WRF e MOLOCH non hanno riprodotto l'esatta tempistica e posizione dei temporali e, quindi, non hanno potuto individuare in modo preciso l'intensità delle precipitazioni associate, sono state capaci di ricreare correttamente le

⁸*overshooting top*, vedi sezione 1.2.1

⁹termine coniato dal dottor T. Theodore Fujita; è una linea temporalesca che appare ai radar con la forma dell'arco di un arciere.

¹⁰*Low Level Jet*, descrive una regione di venti relativamente forti nella parte inferiore dell'atmosfera. Si riferisce spesso al massimo vento proveniente da sud che caratterizza le basse quote ed è comune nelle pianure durante la stagione calda (primavera ed estate).

¹¹Questo indice serve a misurare la potenza di un temporale ed è la somma aritmetica di due indici di instabilità: l'indice *Vertical Totals Index* e l'indice *Cross Totals Index*.

caratteristiche di mesoscala responsabili dello sviluppo dei sistemi convettivi. Ad esempio, è chiaramente visibile dalle previsioni MOLOCH (Fig. 4.5) che la circolazione di mesoscala è stata probabilmente guidata da una località di bassa pressione poco profonda, centrata sulla laguna veneziana. Allo stesso tempo, il modello WRF è riuscito a prevedere la precipitazione di grandine nei pressi di Latisana. Si è capito, inoltre, che il getto d'aria umida a basse quote, proveniente da sud, è stato il principale responsabile dell'innesco e dell'intensificazione delle celle convettive. Nella figura seguente sono mostrati i valori della temperatura potenziale θ_e ¹² e dell'intensità e direzione del vento, con la classica simbologia meteorologica, a 950hPa e alle ore 9:00 UTC, secondo la simulazione MOLOCH.

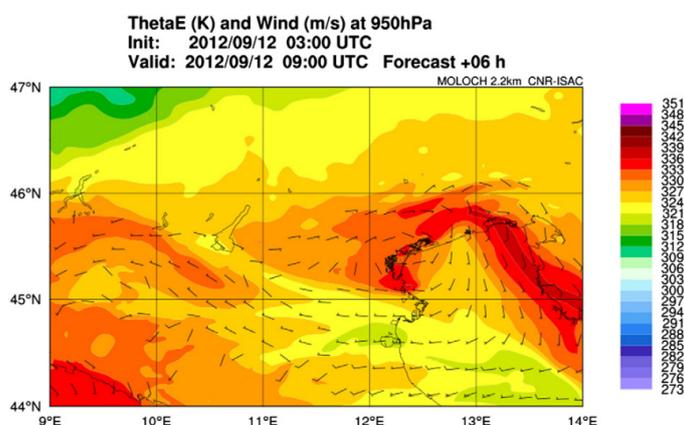


Figura 4.5: θ_e e situazione del vento a 950 hPa, previsti dalla simulazione MOLOCH alle 9:00 UTC ([11], pag. 113, Fig. 10).

Da entrambi i modelli sono stati compiuti errori non trascurabili, con un sistematico ritardo di poche ore nello sviluppo delle celle convettive: in particolare, la simulazione MOLOCH ha riprodotto correttamente il temporale meridionale, sia nei tempi che nella posizione, ma non ha previsto quello settentrionale; invece, quella WRF ha pronosticato entrambe le celle, ma considerando, erroneamente, che la cella settentrionale sarebbe stata più intensa di quella meridionale. La diversa evoluzione può essere attribuita ad un differente grado di penetrazione del LLJ, infatti, la circolazione associata alla laguna veneziana è stata più intensa nella simulazione MOLOCH (in Fig. 4.5) che in quella WRF. Inoltre, nessun modello ha riprodotto bene la seconda fase: secondo le simulazioni WRF, si sarebbero dovute verificare deboli piogge anche nella regione del Veneto più occidentale, mentre le previsioni MOLOCH hanno simulato qualche temporale intenso in corrispondenza delle Pedemontana Alpina, ma non ne ha individuato correttamente la posizione e l'intensità.

¹²vedere (A.9)

Le difficoltà previsionali nella seconda fase del sistema temporalesco sono probabilmente dovute al fatto che l'innesco delle celle convettive manifestatesi sulla Pianura Padana orientale è stato determinato da fattori termici locali, e non da fenomeni in scala sinottica. Nonostante questo, le previsioni del pomeriggio, sulla terza fase della manifestazione temporalesca, sono state più accurate. Durante questa fase il flusso SSE lungo la costa è variato rapidamente, diventando NW verso sera a seguito dell'arrivo dell'aria fredda che ha valicato le Alpi. Entrambi i modelli hanno previsto questa rapida transizione, anche se il modello MOLOCH mostra un migliore accordo con le osservazioni. Nelle previsioni del WRF si è vista una variazione eccessivamente rapida del flusso d'aria fredda (e principalmente sopra il mare); mentre esso è stato più lento (e fondamentalmente nell'entroterra) per la simulazione MOLOCH. In questo caso, un approccio previsionale che tenesse conto contemporaneamente di più modelli sarebbe stato molto efficace.

In conclusione, possiamo dire che entrambi i modelli hanno fornito chiari segnali dell'evoluzione di intensi sistemi convettivi, che avrebbero potuto supportare i meteorologi a riconoscere la pericolosità dalla situazione. Gli errori delle simulazioni sono stati dovuti probabilmente all'assenza di forzature su larga scala, un fatto che ostacola l'analisi previsionale, rendendola più dipendente alle condizioni fisiche atmosferiche locali. Dalle osservazioni tratte da satellite e da terra, le riproduzioni tramite MOLOCH e WRF confermano che il sistema ha mostrato le tipiche caratteristiche di un temporale supercella e, siccome anche le celle convettive pomeridiane sono state caratterizzate da questo tipo di dinamica, quello del 12 Settembre 2012 può essere considerato come un focolaio di supercellule.

4.3.2 Simulazione di un modello stocastico 2-D di accrezione

Estratto dall'articolo '*Stochastic Models of Ice Accretion*' di F. Prodi, E. Smargiassi e F. Porcù ([6]).

Descrizione del modello

Questo modello è costruito su uno spazio a due dimensioni e descrive l'aggregazione delle goccioline soprafuse su un collettore fisso e in rotazione (di forma cilindrica, con asse ortogonale al piano 2-D di interesse). Come abbiamo visto nella teoria della collezione, le goccioline fluiscono attorno all'ostacolo e, a causa della loro inerzia, alcune impattano sulla sua superficie o sulle goccioline che si sono già depositate. Il modello considera anche l'effetto di polidispersione: in una popolazione di goccioline, infatti, non abbiamo una distribuzione uniforme della loro grandezza ma essa risulta disomogenea. Nella simulazione si è utilizzata una distribuzione di polidispersione coerente con le evidenze sperimentali e questo la ha avvicinata di molto ad una situazione reale.

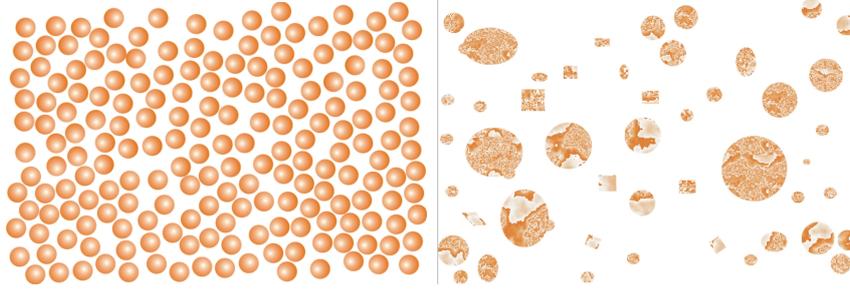


Figura 4.6: A destra, una distribuzione di goccioline di grandezza uniforme (monodispersione); a sinistra, un esempio di distribuzione disomogenea (polidispersione)

Per l'analisi viene utilizzato un approccio stocastico, che è giustificato quando le velocità di impatto nel fenomeno di accrezione sono basse, infatti, questa condizione permette la correlazione spaziale e temporale degli impatti consecutivi delle goccioline. Il deposito modifica l'aerodinamica del collettore, che a sua volta influenza la dinamica del processo di accrezione. I parametri di controllo per il modello sono la temperatura T , la pressione p , la velocità V dell'aria e il raggio R dell'ostacolo cilindrico; mentre il diametro delle goccioline impattanti è selezionato volta per volta, in accordo con la distribuzione disomogenea della loro dimensione. Scelto un certo diametro e fissati i parametri aerodinamici di input, è permesso il calcolo analitico dei valori delle grandezze di crescita, come il numero di Stokes¹³, il numero di Reynolds¹⁴, il coefficiente di collezione locale $\Phi(\theta)$ ¹⁵ e l'angolo θ_{max} di massima collezione delle goccioline sul collettore ([6], pag. 99).

La reale traiettoria della gocciolina non viene calcolata, ma il suo punto di impatto è determinato stocasticamente, sulla base del coefficiente di collezione $\Phi(\theta)$ (dove θ rappresenta l'angolo di posizione sulla superficie cilindrica). $\Phi(\theta)$ può essere calcolato sulla base dei parametri aerodinamici. Siccome il moto, però, è parzialmente influenzato dall'inerzia della gocciolina (dipendente a sua volta dal diametro), per ogni θ è calcolato un solo $\Phi_i(\theta)$, dove i rappresenta l' i -esimo diametro della gocciolina nella distribuzione. La probabilità $P_i(\theta)$ che la gocciolina di diametro i -esimo impatti nell'angolo θ è proporzionale a $\Phi_i(\theta)$, ma, le due grandezze differiscono per la costante di normalizzazione E_C , che coincide con l'efficienza di collezione totale (cioè la probabilità totale che la gocciolina impatti effettivamente su un qualsiasi punto del collettore¹⁶).

¹³vedere (A.10)

¹⁴vedere (A.11)

¹⁵ $\Phi(\theta)$ rappresenta il numero di goccioline che andranno a impattare (e collezionarsi, per l'ipotesi di aggregazione al contatto) nella superficie del cilindro, in corrispondenza dell'angolo θ . Questa grandezza può essere parametrizzata attraverso i parametri aerodinamici ([6], pag. 99).

¹⁶l'efficienza totale di collezione è stata definita nella (3.12), considerando una gocciolina sferica di raggio r collidente su una goccia collettrice sferica di raggio R . In questo modello, per esprimerla, dovremo considerare che stiamo lavorando su una geometria a due dimensioni

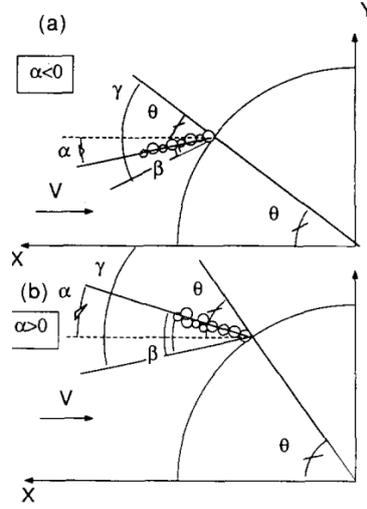


Figura 4.7: Schema degli angoli coinvolti nella formazione delle piume di riming del processo di riming: (a) crescita verso l'interno ($\alpha < 0$); (b) crescita verso l'esterno ($\alpha > 0$). ([6], pag. 99, Fig. 3)

Una volta ottenuto (stocasticamente) il valore di θ , si può calcolare il valore dell'angolo di incidenza γ , usando la relazione di Langmuir and Blodgett (1946):

$$\tan(\gamma - \theta) = \frac{\sin(\theta)}{\operatorname{sech}(\theta_{max}) - \cos(\theta)} \quad (4.21)$$

In questo modo evitiamo il calcolo dell'intero percorso delle goccioline, poichè la traiettoria è approssimata linearmente dall'angolo di incidenza γ . Tuttavia, la semplificazione è valida solo quando il deposito di goccioline è di pochi millimetri. Per spessori maggiori dell'aggregato, infatti, la traiettoria viene modificata e influenzata dal deposito stesso. La Fig. 4.7 mostra uno schema del modello 2-D di accrezione in un angolo di impatto θ . Qui, oltre a θ e γ , già definiti, compaiono due angoli ulteriori: α , angolo medio tra la direzione di crescita delle piume di riming e la velocità V del flusso d'aria, considerata in regioni infinitamente lontane dal cilindro; β , semilarghezza angolare del *fan* (una struttura "a ventaglio" che si sviluppa nei processi di crescita in regime secco).

Nel modello a cilindro rotante sarà necessario un parametro di input aggiuntivo: la velocità di rotazione v . L'angolo θ_τ tra due impatti successivi si può esprimere in funzione del tempo τ , che viene calcolato dal modello stesso tramite le informazioni che derivano dalle condizioni di crescita e dalla velocità v . In una regione dove il raggio medio delle goccioline è r_m , se indichiamo con n il numero di goccioline impattanti per unità di tempo sul collettore, avremo:

$$\theta_\tau = 2\pi v \tau = \frac{2\pi v}{n} = \frac{8\pi r_m^2 \rho_w v}{3E_C V R w_l} \quad (4.22)$$

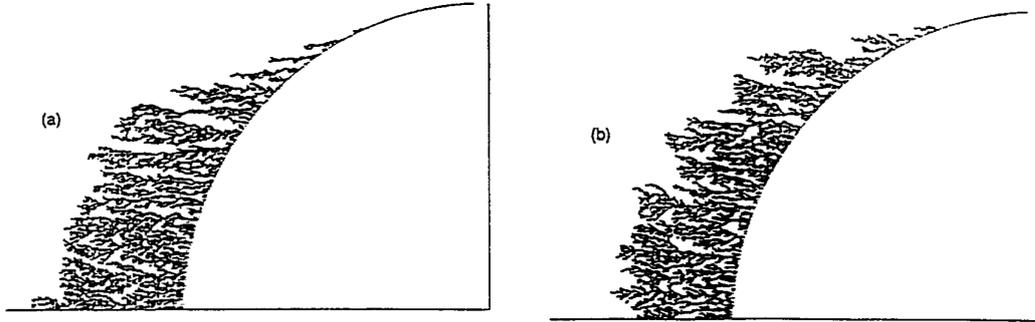


Figura 4.8: Deposito su un cilindro fissato risultante dalla simulazione del modello 2-D di accrezione, per i seguenti valori di input: $R = 0,5 \text{ cm}$, 10^4 particelle, $r_m = 9,0 \text{ }\mu\text{m}$, e rispetto a due diversi valori del parametro di Stokes: (a) $K = 1,2$ e (b) $K = 3,3$ ([6], pag. 103, Fig. 5).

dove ρ_w e w_l rappresentano, rispettivamente, la densità e la concentrazione d'acqua liquida nell'aria, R è il raggio del cilindro e V la velocità del flusso d'aria all'infinito. Le simulazioni sono state eseguite con due set di parametri di input:

1. $T = -20^\circ\text{C}$, $p = 785 \text{ mb}$, $r_m = 9,0 \text{ }\mu\text{m}$, $R = 0,5 \text{ cm}$, $2,5 < V < 20 \text{ (ms}^{-1}\text{)}$
2. $T = -20^\circ\text{C}$, $p = 785 \text{ mb}$, $r_m = 16,0 \text{ }\mu\text{m}$, $R = 0,9 \text{ cm}$, $2,5 < V < 20 \text{ (ms}^{-1}\text{)}$

Risultati della simulazione e discussione

Nella Fig. 4.8 sono mostrati i risultati delle simulazioni di accrezione nel caso di cilindro fisso, per set diversi dei valori di input. Notiamo che, per quanto riguarda lo sviluppo laterale e la morfologia interna del deposito, la simulazione ha raggiunto risultati in buon accordo con le evidenze sperimentali sull'accrezione. Pertanto, gli autori della simulazione ritengono di aver catturato le principali caratteristiche strutturali di questo fenomeno. Viene fuori in modo evidente la struttura a piume e con caratteristiche frattali, che ci aspettiamo dal riming a bassi valori delle velocità di impatto. Le piume di riming si formano essenzialmente in posizioni laterali perchè, qui, il flusso delle goccioline d'urto è minore e l'effetto ombra delle piume sulla superficie è molto efficiente. Dunque, l'angolo di massimo deposito θ_{max} sarà nel punto in cui l'efficienza di collezione è minima ed è massimo l'angolo di incidenza.

I valori di θ_{max} ottenuti dal modello sono maggiori rispetto a quelli che si possono calcolare teoricamente. Questo si spiega con il fatto che la simulazione, nel calcolo di θ_{max} , tiene conto dell'effetto di polidispersione e tendenzialmente si ha un angolo di impatto maggiore per le goccioline con raggio superiore alla media. Stimare il valore dell'angolo θ_{max} è importante per capire il profilo del deposito e per determinare la direzione di crescita delle piume di accrezione. Gli autori della simulazione hanno scoperto che l'angolo

θ a cui si sviluppa una piuma è determinabile da una relazione sperimentale trovata tra gli angoli (γ, α, β) .

$$\alpha = \theta - \gamma + \beta \quad (4.23)$$

Il ritrovamento di questo legame fra gli angoli in gioco ha permesso di fare numerose scoperte sulle caratteristiche del deposito, in particolare ha permesso di capire meglio il legame tra gli angoli delle piume di riming e i parametri di input nella simulazione (tra cui le grandezze aerodinamiche). Dall'equazione (4.23), ad esempio, si è potuto vedere che esistono due situazioni distinte: una in cui le piume di riming crescono verso l'esterno ($\alpha > 0$) e l'altra dove la crescita è verso l'interno ($\alpha < 0$), a seconda di $\gamma - \theta > \beta$ o $\gamma - \theta < \beta$, rispettivamente (vedere Fig. 4.3). Inoltre, si è scoperto che ogni situazione di crescita è caratterizzata da un determinato numero di Stokes K (vedere (A.11)). Correlando la convessità e la concavità del profilo di deposito con la direzione delle piume d'accrescimento (verso l'esterno o verso l'interno), è possibile determinare il valore del parametro Stokes K^* in corrispondenza del quale α cambia di segno (per una data distribuzione delle dimensioni delle goccioline). Il modello presentato mostra che tale valore si ottiene per $K^* = 3,2$, in perfetto accordo con il valore ottenuto sperimentalmente dall'analisi dell'accrescimento nei *wind tunnels*.

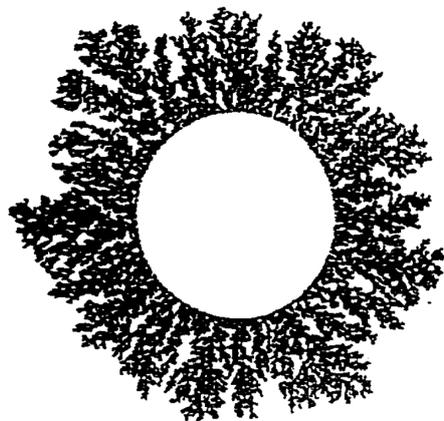


Figura 4.9: Deposito su un cilindro rotante, risultante dalla simulazione del modello 2-D di accrescimento ([6], pag. 108, Fig. 9a))

Questo esperimento ci fa capire, in ultima analisi, che le simulazioni numeriche possono essere un buon modo per migliorare le nostre conoscenze nel campo della fenomenologia della grandine, infatti, se estendiamo questo modello bidimensionale di accrescimento ad un cilindro rotante, si può riuscire ad individuare la causa della struttura lobata dei granelli che crescono in regime secco. Nei depositi su cilindri rotanti si osserva che, dopo una prima crescita uniforme, le instabilità strutturali sulla superficie del deposito amplificano e generano una struttura lobata (vedere Fig 4.9). Ogni lobo è separato da

spazi e intercapedini, dovuti ad un efficiente effetto ombra. Il modello mostra anche una chiara dipendenza della struttura lobata con il numero di Stokes e con la dimensione delle goccioline impattanti. In particolare, la frequenza dei lobi sulla superficie cresce con il valore di K , in accordo con lo studio sperimentale.

Appendice A

Appendice

A.1 Divergenza orizzontale e moti verticali

Per ricavare la (2.14), che esprime il legame locale tra i moti verticali e quelli orizzontali dell'atmosfera, ricaveremo, inizialmente, un'espressione della variazione di un'area immersa in un fluido descritto da un campo di velocità $\vec{V} = (u, v, w)$ e giacente su un piano parallelo rispetto alla superficie terrestre (si intende che il piano è definito da vettore centrale che è ortogonale alla superficie terrestre). Poi, utilizzeremo l'equazione di conservazione della massa nella condizione di incompressibilità dell'aria. L'atmosfera, infatti, essendo un gas, è in generale compressibile, ma c'è una grande varietà di fenomeni per i quali la condizione di compressibilità è trascurabile. Le forze d'instabilità che accelerano l'aria in un cumulonembo non sono in grado, ad esempio, di comprimere l'aria e dunque sarà legittima l'impostazione di incompressibilità.

Consideriamo un'area $A = \Delta x \Delta y$ all'istante $t = 0$, come in Fig. A.1, che, per effetto del moto del fluido si è deformata e spostata, diventando l'area A' all'istante $t' = t + \Delta t$. Dalla Fig. A.1, si vede che possiamo esprimere A' come:

$$A' = \Delta x' \Delta y' = \left[\Delta x - u \Delta t + \left(u + \frac{\partial u}{\partial x} \right) \Delta t \right] \left[\Delta y - v \Delta t + \left(v + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \Delta t \right] \quad (\text{A.1})$$

Da qui, dopo una serie di passaggi, arriveremo ad un'espressione per la derivata parziale dell'area rispetto al tempo:

$$A' = \Delta x \Delta y \left[1 + \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \Delta t + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} \Delta t^2 \right]$$

$$\frac{A' - A}{\Delta t} = A \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} \Delta t \right]$$

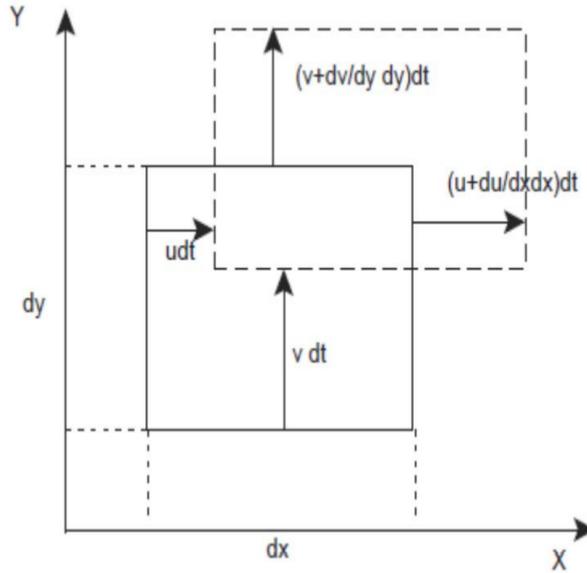


Figura A.1: Variazione dell'area A di un fluido al tempo t nell'area A' al tempo t' .

$$\frac{1}{A} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{A' - A}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} \Delta t \right] = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \vec{\nabla}_h \cdot \vec{V}_{x,y} \quad (\text{A.2})$$

dove $\vec{\nabla}_h = \partial/\partial x + \partial/\partial y$ rappresenta l'operatore nabla agente nel solo piano orizzontale (x,y) e $\vec{V}_{x,y} = (u, v)$ il campo di velocità in questo piano. L'equazione (A.2) esprime il fatto che la divergenza orizzontale del campo di velocità (u,v) in un punto è uguale alla derivata temporale di una piccola area che circonda il punto, normalizzata per il valore dell'area stessa.

L'equazione di conservazione della massa, in un sistema Lagrangiano, è

$$\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + \vec{\nabla} \cdot \vec{V}_{x,y,z} = 0 \quad (\text{A.3})$$

dove $\vec{\nabla} = \partial/\partial x + \partial/\partial y + \partial/\partial z$ è il vettore nabla nello spazio tridimensionale e con $\vec{V}_{x,y,z} = (u, v, w)$ rappresentiamo esplicitamente il campo di velocità in tutto lo spazio. Essa si può riscrivere come:

$$\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + \vec{\nabla}_h \cdot \vec{V}_{x,y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (\text{A.4})$$

e, siccome la condizione di incompressibilità in un fluido, impone che $D\rho/Dt = 0$, avremo:

$$\vec{\nabla}_h \cdot \vec{V}_{x,y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (\text{A.5})$$

dove $\partial w/\partial z$ rappresenta la derivata parziale della componente verticale della velocità rispetto alla coordinata z . Esprimiamo ora la variazione dell'altezza di un volume di base A , immerso sempre in un fluido in movimento, come la differenza tra l'altezza finale $\Delta z'$ e quella iniziale Δz . Similmente a quanto abbiamo visto in (A.1) per $\Delta x'$ e $\Delta y'$, scriveremo tale differenza come:

$$\Delta z' - \Delta z = \Delta z \left[\left(w + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \Delta t - w \Delta t \right] \quad (\text{A.6})$$

da cui,

$$\frac{1}{\Delta z} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta z' - \Delta z}{\Delta t} = \frac{\partial w}{\partial z}$$

e, infine, attuando la sostituzione $h = \Delta z$, avremo:

$$\frac{1}{h} \frac{dh}{dt} = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (\text{A.7})$$

Mettendo a sistema le equazioni (A.2), (A.5) e (A.7), otterremo la (2.14):

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = -\frac{1}{h} \frac{dh}{dt} \quad (\text{A.8})$$

A.2 Temperatura potenziale

La temperatura potenziale di una particella di fluido alla pressione p è la temperatura che quella particella avrebbe se fosse portata, tramite uno spostamento adiabatico, ad una pressione standard di riferimento p_0 , tipicamente di 1 bar. Si indica solitamente con θ_e ed è espressa da:

$$\theta_e = T \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{R}{c_p}} \quad (\text{A.9})$$

dove T è la temperatura assoluta della particella, R la costante dei gas per l'aria e c_p il calore specifico a pressione costante.

A.3 Numero di Reynolds

Il numero di Reynolds (Re) è un numero adimensionale che rappresenta il rapporto tra le forze d'inerzia e le forze viscosive. Nel caso più generale esso è definito come:

$$Re = \frac{\rho U L}{\mu} \quad (\text{A.10})$$

dove:

- U è la scala per le velocità del fenomeno che stiamo osservando (ms^{-1});
- L scala per le lunghezze del fenomeno che stiamo osservando (m);
- ρ è la densità del fluido kgm^{-3}
- μ è la viscosità dinamica $kgm^{-1}s^{-1}$

Il numero di Reynolds, data la sua definizione, definisce l'importanza relativa del contributo inerziale e quello viscoso nei moti all'interno di un fluido ed è correlato al grado di linearità dell'equazione del moto. Moti con prevalenza delle forze di inerzia avranno caratteristiche prevalentemente non lineari ($Re \gg 1$) (regime turbolento), mentre se dominano le forze viscosi ($Re \ll 1$), gli effetti non lineari potranno essere trascurati e si entrerà in un regime chiamato *di Stokes* (o viscoso). Il valore minimo di soglia del numero di Reynolds, al di sotto del quale ci si trova in regime di Stokes, è $Re = 0,6$, scelto per convenzione.

A.4 Numero di Stokes

Il numero di Stokes (K) è un numero adimensionale utilizzato per individuare il comportamento delle particelle sospese nei flussi interni di un fluido. E' definito come rapporto tra il tempo caratteristico di una particella (o gocciolina) e il tempo caratteristico di un flusso o di un ostacolo:

$$K = \frac{\tau U}{L} \quad (A.11)$$

dove

- τ è il tempo di rilassamento della particella (tempo caratteristico nel decadimento esponenziale della velocità della particella dovuto al trascinamento) (s);
- U è la velocità del flusso del fluido infinitamente lontani dall'ostacolo (ms^{-1});
- L è la dimensione caratteristica dell'ostacolo (tipicamente il suo diametro) (m)

Le particelle caratterizzate da un $K \ll 1$ seguono le linee di flusso fluide (perfetta avvezione), mentre, per un numero di Stokes $K \gg 1$, domina l'inerzia della particella, così che questa tenderà a mantenere la sua traiettoria iniziale.

A.5 Velocità terminale di una goccia nell'aria

Consideriamo g come modulo dell'accelerazione di gravità e un corpo di densità ρ' e volume V , che precipita in aria di densità ρ . In un sistema di riferimento con origine

sulla superficie terrestre, la forza di gravità è $-\rho'Vg\hat{k}$ e agirà nel verso negativo dell'asse verticale; la forza di galleggiamento è $+\rho Vg\hat{k}$, agente nel verso positivo dello stesso asse. In aggiunta, l'aria eserciterà una forza d'attrito viscoso $+F_{drag}\hat{k}$ sulla superficie del corpo in caduta, la quale, collaborerà con la forza di galleggiamento ad opporsi alla precipitazione dell'oggetto. La velocità terminale di caduta si può definire come la velocità che permette il bilanciamento delle tre forze in gioco:

$$\rho Vg + F_{drag} = \rho' Vg \quad (\text{A.12})$$

Se il corpo, in particolare, è una sfera di raggio R , avremo:

$$F_{drag} = \frac{4}{3}\pi R^3(\rho' - \rho)g \quad (\text{A.13})$$

La forza di attrito viscoso a cui è soggetta una sfera in moto laminare rispetto ad un fluido, nel regime di flusso di Stokes ($Re < 0,6$, convenzionalmente), è esprimibile come

$$F_{drag} = 6\pi\eta Rv \quad (\text{A.14})$$

dove η è il coefficiente d'attrito viscoso dell'aria e v è la velocità terminale di caduta. L'espressione della F_{drag} data in (A.14) è chiamata *forza di Stokes*. Se mettiamo a sistema le equazioni (A.13) e (A.14), otteniamo una relazione da cui possiamo estrarre v :

$$6\pi\eta Rv = \frac{4}{3}\pi R^3(\rho' - \rho)g$$

da cui,

$$v = \frac{2(\rho' - \rho)gR^2}{9\eta} \quad (\text{A.15})$$

Nel caso di $\rho' \gg \rho$, otterremo, infine, l'equazione (3.15),

$$v = \frac{2\rho'gR^2}{9\eta} \quad (\text{A.16})$$

Questa situazione descrive bene il caso di un oggetto solido (approssimativamente sferico) in caduta libera in un fluido molto meno denso di lui e quando le forze viscosi sono confrontabili e più grandi delle forze inerziali in gioco. Ad esempio, si può calcolare dalla formula, coerentemente con le evidenze sperimentali, che la velocità terminale di caduta di una goccia d'acqua di $10 \mu m$, in aria con pressione $p = 1013 hPa$ e temperatura di $20^\circ C$, è $0,3 cm/s$. Sempre in accordo con gli esperimenti e nelle stesse condizioni di pressione e temperatura, una goccia d'acqua di $20 \mu m$ cade a velocità $1,2 cm/s$. Invece, per una goccia di $40 \mu m$, si può misurare che la velocità è $4,7 cm/s$, allontanandoci del 10% dal valore che si ricaverebbe da (A.16) ([9], cap. 6, pag. 224-225). Il motivo è che, quando una goccia aumenta di dimensione, inizia a perdere la sua sfericità e diventa sempre più irregolare, ciò favorisce l'attrito viscoso dell'aria e rende la (A.14) una sottostima della reale F_{drag} .

Bibliografia

- [1] A.C.Marra et al. «Observational analysis of an exceptionally intense hailstorm over the Mediterranean area: Role of the GPM Core Observatory». In: *Atmospheric Research* 192 (2017), pp. 72–90. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.atmosres.2017.03.019>.
- [2] Paul F. Krause et al. «Weather and Climate Extremes». In: (1997). URL: <https://apps.dtic.mil/sti/pdfs/ADA346058.pdf>.
- [3] Alessandro De Angelis. *Il Cumulonembo*. 8 Gennaio 2012. URL: <https://www.inmeteo.net/2012/01/08/il-cumulonembo>.
- [4] M. Van den Broeke et al. «Radar Observations at Low Levels during Tornado Life Cycles in a Small Sample of Classic Southern Plains Supercells». In: *Journal of Applied Meteorology and Climatology* 47 (2008), pp. 1232–1247. URL: <https://www.jstor.org/stable/26172215>.
- [5] Cristopher Emersic. *Ice Crystal Riming*. URL: <http://www.cas.manchester.ac.uk/resactivities/cloudphysics/results/riming/>.
- [6] F. Porcù F. Prodi E. Smargiassi. «Stochastic models of ice accretion». In: *Atmospheric Research* 32 (1994), pp. 95–114. URL: [https://doi.org/10.1016/0169-8095\(94\)90054-X](https://doi.org/10.1016/0169-8095(94)90054-X).
- [7] Barbara J. Finlayson-Pitts. *Chemistry of the Lower Atmosphere*. S. I. Rasool (Deputy Director), 1973. ISBN: 9781468419887.
- [8] *Grandine in Polesine. Aumenta il conto dei danni per l'agricoltura veneta. Le stime di Coldiretti: 800 mln solo per I seminativi*. 6 Luglio 2022. URL: <https://veneto.coldiretti.it/news/grandine-in-polesine-aumenta-il-conto-dei-danni-per-lagricoltura-veneta-le-stime-di-coldiretti-800-mln-solo-per-i-seminativi/>.
- [9] John M. Wallace Peter V. Hobbs. *Atmospheric Science: An introductory survey*. Academic Press, 2006. ISBN: 9780080499536.
- [10] Sante Laviola et al. «Hail Climatology in the Mediterranean Basin Using the GPM Constellation (1999–2021)». In: *Remote Sensing* (2022). URL: <https://doi.org/10.3390/rs14174320>.

- [11] A Manzato et al. «12 September 2012: A supercell outbreak in NE Italy?» In: *Atmospheric Research* 153 (2015), pp. 98–118. URL: <https://doi.org/10.1016/j.atmosres.2014.07.019>.
- [12] B.J. Mason. *The Physics of Clouds*. Clarendon Press - Oxford, 1971. ISBN: 978-0199588046.
- [13] Dennis Mersereau. *Nerdin' It Up: How to Find Instability by Hand on a SKEW-T Chart*. 15 Maggio 2022. URL: <https://thevane.gawker.com/nerdin-it-up-how-to-find-instability-by-hand-on-a-skew-1706378907>.
- [14] H.R. Pruppacher e J.D. Klett. *Microphysics of Clouds and Precipitation*. 1978. ISBN: 9789027711069.
- [15] *Temporale a cella singola*. URL: <https://www.estensemeteo.altervista.org/ELearning/temporali.html>.
- [16] Roberto Viccione. *Il grelimetro*. 14 Maggio 2011. URL: <http://www.meteoportaleitalia.it/temporali-co/temporali-co/didattica-temporali/42-il-grelimetro.html>.
- [17] R.R Rogers M.K. Yau. *A Short Course in Cloud Physics*. Pergamon Press, 1989. ISBN: 9780750632157.