

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

---

CORSO DI LAUREA IN FISICA

**FENOMENI DI EMISSIONE NELLE  
NEBULOSE PLANETARIE**

**Presentata da:**  
Eleonora Casoni

**Relatore:**  
Prof. Daniele Dallacasa

Anno Accademico 2022/2023

## Sommario

Tra le varie tipologie di corpi celesti che popolano il nostro cielo, sono da rimarcare le nebulose planetarie, esiti prodotti dalla fase finale nella vita di stelle di massa medio piccola, che si liberano dei loro strati più esterni, lasciando al centro una nana bianca (una stella di elevatissima densità, di piccole dimensioni e con bassa luminosità) e illuminando lo spazio circostante in spettacolari emissioni aventi forme e caratteristiche apparentemente molto differenti tra loro. Questo elaborato si propone di definire alcune proprietà che caratterizzano le nebulose planetarie, come la loro morfologia, e di analizzare il loro processo di formazione. Saranno anche esaminati i diversi processi di emissione che avvengono nella nebulosa e che ci permettono di studiarne le caratteristiche. Infine saranno presentati alcuni risultati di uno studio su NGC6781, la nebulosa planetaria nella costellazione dell'Aquila.

# Indice

<b>1</b>	<b>Le nebulose planetarie</b>	<b>3</b>
1.1	Breve storia . . . . .	3
1.2	Formazione . . . . .	4
1.3	Morfologia . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Meccanismi di emissione nelle nebulose planetarie</b>	<b>8</b>
2.1	Fotoionizzazione e ricombinazione . . . . .	8
2.2	Emissione in riga dell'idrogeno . . . . .	9
2.3	Regole di selezione e righe proibite . . . . .	10
2.4	Bremsstrahlung . . . . .	13
<b>3</b>	<b>Nebulosa planetaria NGC 6781</b>	<b>17</b>
3.1	Emissioni in banda ottica . . . . .	18
3.2	Profili di brillantezza superficiale . . . . .	19
3.3	Stato di ionizzazione . . . . .	20
3.4	Conseguenze dell'effetto Doppler . . . . .	21

# 1 Le nebulose planetarie

## 1.1 Breve storia

La prima nebulosa planetaria venne scoperta da Charles Messier<sup>1</sup> nel 1764 ed è oggi chiamata Messier 27, o più semplicemente M27, essendo il ventisettesimo oggetto nel catalogo da egli compilato. Il termine “nebulosa planetaria” venne coniato pochi anni dopo da William Herschel, che le chiamò così perché, osservate con i telescopi dell’epoca, mostravano un aspetto tondeggianti simile a quello dei pianeti del Sistema solare. Malgrado il nome, quindi, le nebulose planetarie non hanno nulla a che fare con i pianeti.

La reale struttura di questi oggetti celesti è stata indagata più a fondo soltanto successivamente tramite la spettroscopia. Lo spettro ottico delle nebulose planetarie è dominato da righe di emissione e privo di un continuo significativo, a differenza dello spettro ottico delle stelle caratterizzato da un continuo e da righe in assorbimento (*figura 1*). L’idea che fosse una stella vicina a fornire energia alla nebulosa era già stata formulata da William Herschel nel 1791, ma solo nel 1922 Edwin Hubble, utilizzando i dati ottenuti dai telescopi dell’osservatorio di Mount Wilson, giunse alla conclusione che lo spettro di emissione caratteristico delle nebulose planetarie fosse il risultato dell’assorbimento da parte della nebulosa della radiazione continua proveniente da una stella posta al centro di essa.

---

<sup>1</sup>il catalogo di Messier prende il nome dall’astronomo francese Charles Messier ed è stato il primo catalogo astronomico di oggetti celesti diversi dalle stelle.

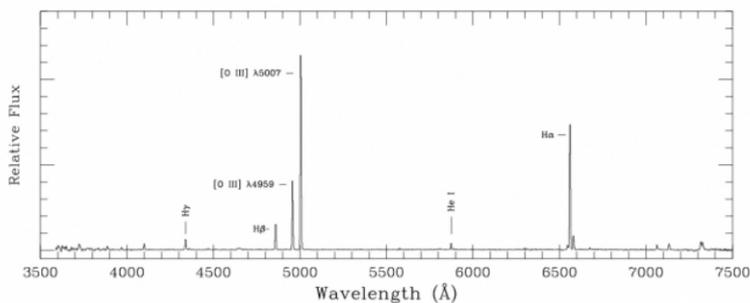
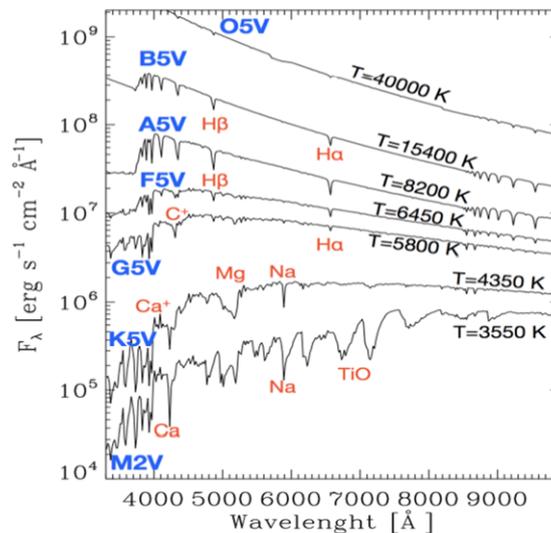


Figura 1: spettri ottici a confronto: in alto lo spettro di stelle a diverse temperature, in basso lo spettro di una nebulosa planetaria. Entrambi gli spettri sono rappresentati tramite il flusso monocromatico  $F_\lambda$  (energia emessa per unità di tempo e area per ciascuna lunghezza d'onda). I grafici sono tratti da [1]

## 1.2 Formazione

Le nebulose planetarie rappresentano una fase piuttosto breve ( $\sim 10^4$  anni) dell'evoluzione stellare, ma è molto importante perché segna la fine della vita delle stelle di piccola-media massa (minore di circa 8 masse solari), di conseguenza riguarda gran parte delle stelle della nostra Galassia.

A seconda dell'evoluzione che segue la stella, essa può arrivare alla fase AGB (Asymptotic Giant Branch) in cui i suoi strati più esterni vengono completamente espulsi nello spazio: man mano che la stella perde i suoi strati esterni, i suoi strati interni, molto più caldi, cominciano a essere esposti. Non appena lo strato esposto è tale che la sua radiazione (con distribuzione di corpo nero) produce abbastanza fotoni con energia in grado di ionizzare un volume più o meno sferico di gas circumstellare, viene segnata la

nascita della nebulosa planetaria. Gli strati esterni quindi creano un guscio gassoso in espansione a 20-30 km/s attorno a una singola stella piccola e molto calda, che è ciò che rimane del nocciolo di carbonio e ossigeno della stella progenitrice, la quale ha perso la maggior parte del suo involucro di idrogeno nella fase AGB e si evolve, a luminosità costante, verso alte temperature della fotosfera ( $5 \times 10^4 - 10^5 K$ ). Questa stella è una “nana bianca”, avente dimensioni simili a quelle della terra e che resiste al collasso gravitazionale grazie alla pressione degenerare degli elettroni.

Poiché l’esistenza di una nebulosa planetaria implica la ionizzazione da parte dell’oggetto centrale dell’involucro gassoso esterno, affinché essa possa esistere è necessario che l’età dinamica (data dall’espansione dell’involucro) sia confrontabile con l’evoluzione dell’oggetto centrale: se la stella è troppo massiccia evolverà e ionizzerà l’involucro troppo rapidamente, mentre se la stella è troppo piccola evolverà così lentamente che quando avrà raggiunto la temperatura sufficiente per ionizzare l’involucro questo si sarà ormai completamente disperso. Questo fa sì che solo le stelle con masse comprese tra circa 0.8 e 8 masse solari possano essere realmente osservate come nebulose planetarie.

### 1.3 Morfologia

Considerando che la nebulosa planetaria ha origine da una stella sferica nella fase AGB che espelle in maniera isotropa i suoi strati esterni, il modello di una tipica nebulosa potrebbe essere quello di un oggetto a simmetria sferica. In realtà le immagini moderne di nebulose ottenute da Hubble Space Telescope mostrano forme di tipo ellittico, bipolare, multipolare, a doppia shell etc.[2] Oltre alla struttura globale, in circa la metà delle nebulose planetarie sono state osservate delle “strutture fini” come nodi e getti.[3] Esempi di nebulose planetarie osservate con grande dettaglio (in risoluzione e sensibilità) dall’Hubble Space Telescope sono illustrati in *figura 2*



Figura 2: Alcune immagini di HST di nebulose planetarie

L'origine di questa varietà di strutture è ancora oggetto di ricerca, la forma e l'estensione delle nebulose planetarie infatti dipende da numerosi fattori, tra cui come viene osservata. Le forme osservate sono una proiezione bidimensionale e alcune morfologie differenti potrebbero essere dovute ad effetti di orientazione: per esempio una nebulosa planetaria bipolare osservata in corrispondenza di uno dei due poli appare come un anello (Balik e Frank 2002). La morfologia dipende anche dalla lunghezza d'onda in cui si effettua l'osservazione: nelle osservazioni di Zhang e Kwok (2009) risultano strutture di tipo bipolare in diverse nebulose planetarie in banda infrarossa ma non in banda ottica[2]. Esistono diversi modelli per spiegare le diverse forme delle nebulose, uno dei più importanti è quello degli *interacting stellar winds* (ISW), sviluppato da Kwok nel 1978 e successivamente migliorato. Secondo questo modello il vento stellare (gas emesso dalla superficie) della stella centrale investe il più lento e denso gas precedentemente emesso durante la fase AGB, creando un guscio compresso ad alta densità. In *figura 3* è rappresentata in maniera schematica questa bolla creata dai venti stellari

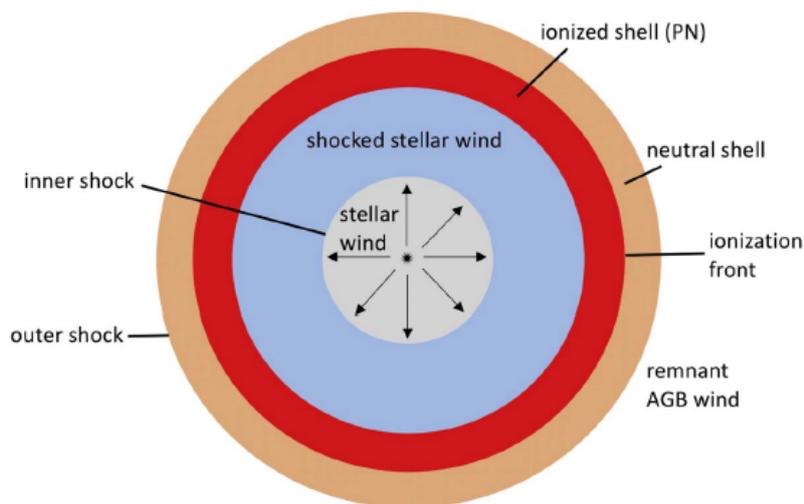


Figura 3: Schema della struttura della nebulosa planetaria secondo il modello ISW

Il volume più vicino alla stella centrale (in grigio nell'immagine) è occupato dal vento stellare con una velocità fino a circa 1000 km/s verso l'esterno, circondato dal vento stellare di shock (in blu nell'immagine) creato al momento del raggiungimento del materiale della fase AGB e che si muove in senso inverso rispetto al primo. Il guscio successivo (rappresentato in rosso) è composto dal vento stellare ionizzato della fase AGB. Nel modello originale ISW si considera la geometria del sistema a simmetria sferica, ma l'abbondanza di nebulose planetarie di forme non sferiche ha portato alla formulazione del *generalized ISW scheme* (GISW): secondo questo modello il vento stellare con maggiore velocità si espande in un ambiente pre-esistente (vento stellare più lento) asimmetrico, solitamente rappresentato come un toro più denso: ciò che ne risulta sono lobi in espansione diretti

lungo l'asse del toro. L'origine di questo toro è ancora sconosciuta, ma ci sono prove, date dalle osservazioni, che le asimmetrie in alcune stelle sono evidenti già durante la fase AGB.

La rarità di nebulose planetarie con morfologia compatibile con la simmetria sferica suggerisce che diversi fattori hanno un ruolo determinante nella produzione delle strutture che vengono osservate. Ad esempio la rotazione della stella progenitrice può modificare la forma sferica così come il valore della velocità di fuga sulla superficie. Anche il campo magnetico, data la capacità di regolare il moto delle particelle cariche, può avere un ruolo nel determinare la forma della nebulosa. La disomogeneità dell'ambiente che la circonda è un altro fattore importante, poiché potrebbe anche essere parzialmente occupato da materiale espulso dalla stella in un tempo precedente alla formazione della nebulosa. L'interazione con una o più stelle compagne, che possono eventualmente interagire cedendo massa e modificando il campo gravitazionale, è un altro fenomeno che è stato considerato nella formulazione di modelli di formazione delle nebulose planetarie. Alcuni di questi modelli sono schematizzati in *figura 4*.

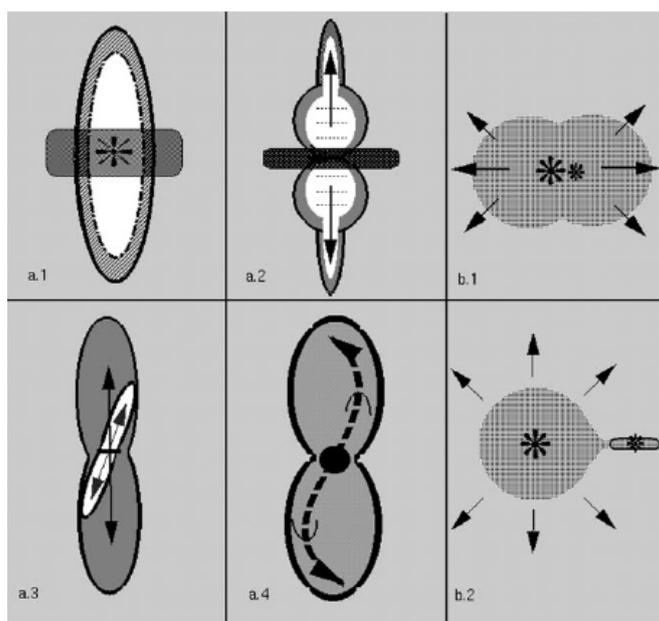


Figura 4: Schema dei diversi modelli di meccanismi di formazione delle nebulose planetarie

Nella *figura 4* il pannello *a.1* rappresenta il modello GISW, *a.2* invece rappresenta il modello Magnetized Wind Blown Bubble (MWBB) in cui un vento stellare di velocità elevata e debolmente magnetizzato si espande con una distribuzione di densità non sferica. I campi magnetici toroidali (tratteggiati in figura) "costringono" il passaggio di materiale all'esterno, di conseguenza vengono prodotti getti lungo il loro asse. Il dia-

gramma *a.3* rappresenta il modello magneto-centrifugo: un oggetto in rapida rotazione (la stella centrale) espelle un vento stellare che viene collimato da vincoli di forma circolare. In questo caso si possono formare dei lobi. Il diagramma *a.4* rappresenta emissioni di vento stellare sotto forma di getti episodici. Gli schemi in *b.1* e *b.2* rappresentano processi che possono dare luogo ad un vento stellare lento di forma toroidale, sono entrambi basati su sistemi binari che si presentano in maniera differente in funzione della massa e tipologia della compagna e della distanza tra le due stelle.

## 2 Meccanismi di emissione nelle nebulose planetarie

Si può assumere che la nebulosa planetaria sia costituita da due principali componenti: la stella centrale e la nebulosa che la circonda. La stella, che possiede una temperatura superficiale dell'ordine di  $10^4 K$ , emette come un corpo nero con il picco nella banda UV: I fotoni emessi nella banda dell'ultravioletto sono capaci di ionizzare gli atomi presenti nella nebulosa e danno quindi luogo al fenomeno della fotoionizzazione. Gli elettroni liberi possono subire processi di ricombinazione con gli atomi ionizzati (prevalentemente idrogeno e elio) o fornire energia cinetica per l'eccitazione tramite collisioni degli atomi ionizzati più pesanti (quali carbonio, azoto, ossigeno, zolfo). In altri casi la traiettoria degli elettroni può essere deflessa per effetto del campo coulombiano degli ioni positivi, dando origine a radiazione di bremsstrahlung. Lo spettro che noi osserviamo quindi sarà dovuto ai gas della nebulosa che emettono le loro radiazioni caratteristiche a causa dell'interazione con gli elettroni liberi.

### 2.1 Fotoionizzazione e ricombinazione

Gli stati eccitati dell'idrogeno nella nebulosa sono determinati dalla ricombinazione tra elettroni e protoni liberi e la conseguente emissione spontanea di fotoni per ritornare allo stato fondamentale.

L'atomo di idrogeno si può schematizzare come un nucleo positivo (protone) e un elettrone che può essere allo stato fondamentale o in un qualsiasi stato eccitato.

L'unica forza coinvolta in questo sistema è l'interazione elettromagnetica tra protone e elettrone, cioè una forza centrale. Secondo il modello atomico di Bohr l'elettrone è localizzato in orbitali, a ciascuno dei quali compete un particolare livello di energia di legame indicizzato dal numero quantico principale  $n$ , con  $n = 0, 1, 2, \dots$

L'energia di un elettrone legato è funzione soltanto di  $n$  ed è data dalla formula di Bohr[4]:

$$E_n = hR_H \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right) \quad (1)$$

con  $h$  costante di Planck e  $R_H$  costante di Rydberg per l'idrogeno .  
 Il fenomeno di fotoionizzazione si ha quando un elettrone, inizialmente nello stato legato  $n$ , assorbe un fotone di energia sufficiente a portarlo allo stato libero. il processo avviene se la frequenza del fotone è maggiore di

$$\nu_n = \frac{R_H}{n^2} \quad (2)$$

Il limite di Lyman è definito come la frequenza minima necessaria per portare un elettrone dell'idrogeno dallo stato fondamentale allo stato libero e vale  $\nu = 3,3 \cdot 10^{15} Hz$ , quindi è necessario un fotone della banda UV.

L'energia in eccesso del fotone viene trasferita all'elettrone sotto forma di energia cinetica, di conseguenza l'energia degli elettroni liberi nella nebulosa dipende dall'energia dei fotoni provenienti dalla stella. Tuttavia l'energia degli elettroni viene termalizzata molto velocemente a causa dell'elevata sezione d'urto elettrone-elettrone, che corrisponde a un'alta probabilità che avvengano collisioni elettrone-elettrone nel gas della nebulosa. Anche se gli elettroni a più bassa energia hanno maggiore probabilità di ricombinarsi con i protoni, il tasso a cui avvengono queste ricombinazioni è molto più basso rispetto a quello delle interazioni tra gli elettroni stessi, di conseguenza si può considerare l'approssimazione di elettroni in equilibrio termodinamico locale per descrivere il modello della nebulosa.

I processi di ricombinazione tramite cattura elettronica, ovvero transizioni degli elettroni da stati liberi a stati legati (free-bound), contribuiscono all'emissione continua perché l'energia emessa dipende dall'energia iniziale dell'elettrone e dal livello energetico dello stato nel quale decade, pertanto la frequenza della radiazione emessa può occupare un qualunque punto in un intervallo di frequenze. Tuttavia il livello di questa emissione del continuo è sovrastato dall'emissione in riga, ove i fotoni emessi si affollano in particolari frequenze/energie e quindi sono più facilmente riconoscibili e riscontrabili.

## 2.2 Emissione in riga dell'idrogeno

In genere quando la coppia protone-elettrone si ricombina è più probabile ottenere uno stato eccitato che non lo stato fondamentale dell'atomo di idrogeno, di conseguenza l'atomo eccitato ritorna rapidamente allo stato fondamentale emettendo radiazione elettromagnetica. Questo processo può avvenire direttamente o attraverso stati intermedi, in tal caso si ha un cosiddetto decadimento a cascata che produce un fotone di frequenza diversa per ogni transizione finché l'elettrone non raggiunge il livello fondamentale (transizioni bound-bound). Ogni fotone emesso ha energia quantizzata  $h\nu$  pari alla differenza di energia tra i due stati, identificati dai due numeri quantici  $n_1$  e  $n_2$ [5]

$$h\nu = E_{n_1} - E_{n_2} \quad (3)$$

Utilizzando l'espressione dell'energia di Bohr nella *eq.1* si ottiene

$$h\nu = hR_H \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (4)$$

L'insieme delle righe prodotte dalle transizioni  $E_n \rightarrow E_2$  è detto serie di Balmer: queste righe si osservano nella parte visibile dello spettro elettromagnetico e spesso sono indicate con i simboli  $H_\alpha, H_\beta, H_\gamma$  etc., a seconda che il  $\Delta n$  tra i due livelli sia rispettivamente 1,2,3 etc. Per esempio l' $H_\alpha$  è dato dal decadimento dal livello con  $n = 3$  a quello con  $n = 2$ .

Altri esempi di righe di ricombinazione dell'idrogeno sono mostrati in *figura 5*

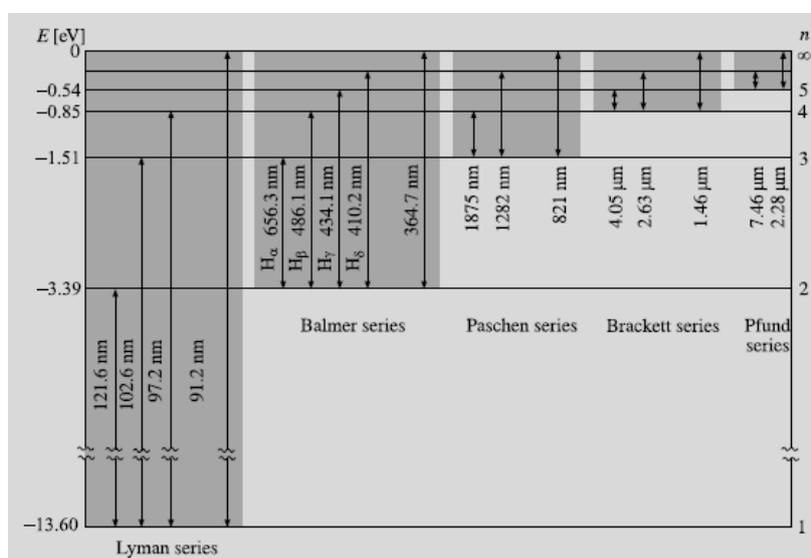


Figura 5: transizioni dell'atomo di idrogeno

Quando l'elettrone torna allo stato fondamentale ( $E_n \rightarrow E_1$ ) si ottiene la serie di Lyman nell'ultravioletto. Le altre serie (Paschen, Brackett e Pfund) si trovano nell'infrarosso. Le righe della stessa serie tendono ad avvicinarsi progressivamente fino a quello che è definito limite della serie, corrispondente all'energia di legame di quel particolare livello.

## 2.3 Regole di selezione e righe proibite

Oltre un secolo fa, Einstein ha elaborato una semplice descrizione dei processi radiativi alla base della formazione delle righe spettrali. Egli ha identificato tre processi: ha definito l'emissione spontanea tramite il coefficiente  $A_{mn}$  (unità di misura:  $\text{sec}^{-1}$ ) che descrive la probabilità di transizione per unità di tempo per un'emissione spontanea[6]

dallo stato più eccitato  $m$  allo stato meno eccitato  $n$ , con l'emissione di un fotone di energia pari alla differenza di energia tra i due livelli. Gli altri due processi identificati sono descritti tramite i due coefficienti  $B_{nm}$  e  $B_{mn}$ , che rappresentano il fotoassorbimento e l'emissione stimolata, per i quali l'elettrone passa ad uno stato maggiormente eccitato tramite assorbimento di un fotone oppure si diseccita emettendo un fotone identico a quello in transito rispettivamente. La probabilità per unità di tempo per questi ultimi processi sarà data dal prodotto del rispettivo coefficiente con la funzione  $J$ , dove

$$J = \int_0^{\infty} J_{\nu} \phi(\nu) d\nu \quad (5)$$

con  $J$  che rappresenta il campo di radiazione e  $\phi(\nu)$  che descrive, per un processo che coinvolge un fotone di energia  $h\nu_0$ , l'efficacia relativa delle frequenze prossime a  $\nu_0$  a causare la transizione.[7]

Non tutte le transizioni elettroniche possono verificarsi, esistono infatti delle regole derivanti dalla meccanica quantistica che tengono conto dei principi di conservazione dette regole di selezione. La meccanica quantistica definisce anche la probabilità di una determinata transizione: le transizioni con le probabilità maggiori (legate ai coefficienti di Einstein  $A_{mn}$ ) vengono dette permesse, mentre esistono altre famiglie di transizioni meno probabili che vengono dette semi-proibite o addirittura proibite, qualora l'atomo rimanga per un tempo lunghissimo nello stato eccitato prima di decadere. In particolare, le transizioni proibite vengono definite in tal modo in quanto sono praticamente impossibili da riprodurre in laboratorio, dato che la diseccitazione può avvenire per mezzo di collisioni ben prima che possa avvenire spontaneamente per via radiativa (emissione di un fotone).

Alcune linee dello spettro delle nebulose per molto tempo non sono state identificate con la spettroscopia di laboratorio e inizialmente erano state attribuite a un elemento ignoto detto "nebulium". Solo in seguito è stato possibile comprendere che in realtà erano originate da elementi noti presenti in abbondanza nella nebulosa ma che emettevano in condizioni inusuali, quali la bassissima densità del mezzo interstellare.

Lo stato quantico dell'atomo è descritto dal numero quantico principale  $n$ , il numero quantico di momento angolare orbitale  $l < n$  e il numero quantico magnetico di spin dell'elettrone  $s = \frac{1}{2}$ . Le regole di selezione nello schema di accoppiamento LS<sup>2</sup> sono:

---

<sup>2</sup>lo schema di accoppiamento spin-orbita LS descrive l'interazione tra il momento angolare orbitale totale e lo spin totale degli elettroni in un atomo e questa approssimazione è valida finché il campo magnetico esterno è debole. I momenti di spin dei diversi elettroni interagiscono fra loro formando un momento angolare di spin totale  $S$ , lo stesso avviene per i momenti angolari orbitali che si sommano ottenendo il momento angolare orbitale totale  $L$ , infine il momento angolare totale  $J$  di tutti gli elettroni è dato da  $L+S$

$$\Delta L = \pm 1, 0 \quad (6)$$

$$\Delta S = 0 \quad (7)$$

$$\Delta J = 0, \pm 1 \text{ tranne } J = 0 \rightarrow 0 \quad (8)$$

Gli stati metastabili di alcuni atomi nella nebulosa (eccitati dalle collisioni con gli elettroni liberi) possono effettuare transizioni che violano queste regole ma che possono comunque verificarsi come transizioni di quadrupolo elettrico o dipolo magnetico, ma i loro coefficienti di emissione spontanea  $A_{mn}$  sono molto minori di quelli delle transizioni che rispettano le regole di selezione di accoppiamento LS.

Queste transizioni possono comunque avvenire poiché nelle condizioni del mezzo interstellare la loro vita media è maggiore del tempo trascorso tra una collisione e l'altra, quindi possono decadere spontaneamente, mentre nelle condizioni standard sulla Terra essi verrebbero diseccitati quasi immediatamente tramite collisioni.

Alcuni esempi di transizioni proibite di elementi delle nebulose sono in *figura 6*

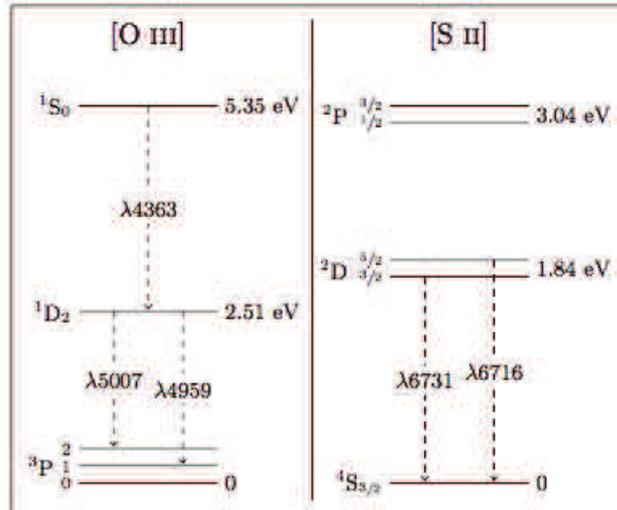


Figura 6: linee proibite di ossigeno e zolfo ionizzati. La notazione utilizzata per indicare i livelli energetici è quella spettroscopica  $^{2S+1}L_J$ . Nella notazione spettroscopica le righe proibite sono scritte entro parentesi quadra (es. [OIII] a 5007 Å) mentre quelle semi—proibite hanno una sola parentesi (es. (CIII] a 1909 Å). La stessa specie atomica con lo stesso grado di ionizzazione può produrre sia righe permesse che righe proibite. Le parentesi racchiudono la specie o lo ione che è responsabile di tale emissione e lo stato di ionizzazione dell'elemento: in questo caso abbiamo ossigeno doppiamente ionizzato e zolfo ionizzato

## 2.4 Bremsstrahlung

La bremsstrahlung (radiazione di frenamento) è un processo di emissione con spettro continuo rilevante per regioni di plasma ionizzato a temperature di circa  $10^4 K$ . Questo tipo di emissione è causata dall'accelerazione di elettroni dovuta all'interazione coulombiana con uno ione: durante l'interazione gli elettroni deviano dalla loro traiettoria e perdono energia cinetica tramite emissione di radiazione. Si tratta di una transizione definita free-free, in cui le particelle coinvolte sono libere e non vincolate a degli stati legati, sia prima che dopo l'interazione.[8]

Il meccanismo classico considerato è quello di una collisione tra un elettrone di carica  $e$  e velocità  $v$  con uno ione di carica  $Ze$ , supposto a riposo, con un parametro di impatto pari a  $b$  (figura 7 )

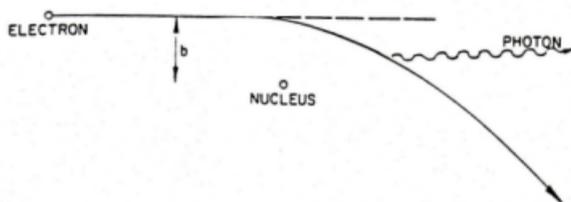


Figura 7: collisione elettrone-ione con parametro di impatto  $b$ .

Per lo studio della Bremsstrahlung è fondamentale la formula di Larmor (non relativistica nel caso considerato) che mostra il comportamento della potenza irradiata dalla carica quando subisce un'accelerazione. Per l'elettrone quindi avremo:

$$P_{br} = -\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \frac{2}{3} \frac{e^2 a^2}{c^3} \quad (9)$$

Dove, se  $x(t)$  è la distanza elettrone-ione in funzione del tempo,  $a = \frac{Ze^2}{m_e x(t)^2}$  è l'accelerazione coulombiana. Poichè la potenza irradiata a parità di carica è inversamente proporzionale alla massa, si considera solamente la radiazione emessa dall'elettrone; inoltre la potenza emessa è rilevante solo se la distanza  $x$  è dell'ordine del parametro di impatto (data la dipendenza da  $x^{-4}$ ). La durata  $\Delta t$  della collisione, quindi, può essere considerata finita e proporzionale ad una breve porzione di traiettoria pari a  $2b$ .

$$\Delta t \simeq \frac{2b}{v} \quad (10)$$

Di conseguenza l'energia totale irradiata durante la collisione, con  $x \sim b$ , è data da:

$$P_{br}\Delta t \simeq \frac{2e^2 Z^2 e^4 2b}{3c^3 m_e^2 b^4 v} \simeq \frac{4Z^2 e^6}{3m_e^2 c^3} \frac{1}{b^3 v} \quad (11)$$

La potenza totale è emessa, in pratica, sotto forma di impulsi temporali della durata  $\Delta t$ . La sua distribuzione in funzione della frequenza si ottiene effettuando l'analisi di Fourier del moto della carica. Essa risulta costante fino ad una frequenza massima:

$$\nu_{max} = \frac{1}{2\Delta t} = \frac{v}{4b} \quad (12)$$

Oltre la quale decade esponenzialmente. Approssimando lo spettro con una distribuzione in frequenza di tipo rettangolare di larghezza pari a  $\nu_{max}$ , l'energia irradiata da un singolo elettrone per unità di frequenza si può scrivere come:

$$\frac{P_{br}\Delta t}{\Delta\nu} \simeq \frac{P_{br}\Delta t}{\nu_{max}} \simeq \frac{16}{3} \frac{Z^2 e^6}{m_e^2 c^3} \frac{1}{b^2 v^2} \quad (13)$$

Questa trattazione permette di descrivere il singolo evento di collisione, il caso che meglio descrive i processi che avvengono nella nebulosa è invece quello in cui sono presenti più cariche, sia positive che negative. Si suppone quindi di avere un gas ionizzato con densità  $n_i$  di ioni e densità  $n_e$  di elettroni liberi e si ipotizzi che la velocità di questi ultimi sia  $v$ . Il numero di urti per un parametro di impatto compreso tra  $b$  e  $b + db$  sarà  $N = 2\pi n_i n_e v b db$ , perciò l'emissività<sup>3</sup> risulta (dalla eq.13):

$$J(v, \nu) = \frac{dW}{d\nu dV dt} = 2\pi v n_i n_e \int_{b_{min}}^{b_{max}} \frac{P_{br}\Delta t}{\Delta\nu} b db = \frac{32\pi}{3} \frac{Z^2 e^6}{m_e^2 c^3} \frac{1}{v} n_i n_e \ln\left(\frac{b_{max}}{b_{min}}\right) \quad (14)$$

L'estremo superiore  $b_{max}$  è il parametro d'impatto che corrisponde ad una distanza oltre la quale l'interazione produce una potenza trascurabile. Una buona approssimazione di tale valore è ottenuta ponendo

$$b_{max} = \frac{v}{4\nu} \quad (15)$$

Questo valore è dato dalla condizione per cui se il parametro d'impatto è attorno a  $b_{max}$ , l'energia  $h\nu$  emessa tende a zero.

Abbiamo considerato una situazione non fisica in quanto in natura non possono esistere delle cariche elettriche libere di un determinato segno (gli elettroni) che si muovono tutte con la stessa velocità  $v$  rispetto ad una nube di cariche di segno opposto (gli ioni) completamente ferme. Se il plasma ionizzato si trova nella situazione in cui nuclei e elettroni sono all'equilibrio termico ad una temperatura  $T$  e le velocità degli elettroni

---

<sup>3</sup>potenza spettrale irradiata in un volume unitario

e degli ioni seguono la distribuzione di Maxwell-Boltzmann  $f(v)dv$ , allora ci si trova in presenza di bremsstrahlung *termica*. La distribuzione del numero di elettroni per unità di volume con velocità comprese tra  $v$  e  $v+dv$  sarà data da

$$n_e(v) = n_e f(v)dv = 4\pi \left( \frac{m_e}{2\pi k_b T} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left( -\frac{m_e v^2}{2k_b T} \right) v^2 dv \quad (16)$$

Con  $k_b$  costante di Boltzmann e  $m_e$  massa dell'elettrone. Il massimo della Maxwelliana si ha per

$$\frac{m_e \langle v \rangle^2}{2} \simeq \frac{3}{2} k_b T \quad \langle v \rangle^2 \simeq \frac{3k_b T}{m_e} \quad (17)$$

Per avere emissione è indispensabile che l'energia cinetica degli elettroni ( $\frac{1}{2}mv^2$ ) sia superiore all'energia dei fotoni emessi ( $h\nu$ ) tale condizione definisce un limite inferiore per la velocità della popolazione di elettroni. Sostituendo la distribuzione di densità elettronica *eq.8* nella *eq.6* si ottiene l'emissività

$$J_{br}(\nu, T) = \int_{v_{min}}^{\infty} J(v, \nu) f(v) dv \simeq n_e n_i T^{\frac{-1}{2}} e^{\frac{-h\nu}{k_b T}} g_{ff}(\nu, T) \quad (18)$$

Con  $g_{ff}$  fattore di Gaunt, sono calcolati grazie a delle formule approssimate e sono tabulati. Essi rappresentano il valore  $\ln \left( \frac{b_{max}}{b_{min}} \right)$ , ove è contenuta una debolissima dipendenza da  $\nu$  dovuta a  $b_{max}$  (*eq. 15*), che di solito viene trascurata, assumendo una emissività praticamente piatta fino alla frequenza di cut-off. L'andamento dello spettro è rappresentato in *figura 8*

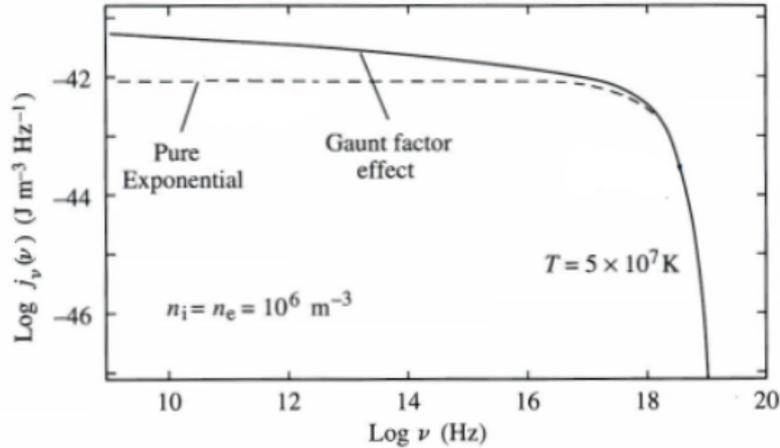


Figura 8: Spettro di emissione per bremsstrahlung termica in scala doppio logaritmica

L'emissività ha una decrescita esponenziale in funzione della frequenza: tale esponenziale si può considerare quasi costante per un largo intervallo di frequenze, ovvero per  $h\nu \ll k_bT$ , mentre in corrispondenza di una certa frequenza, denominata frequenza di cut-off, lo spettro di emissione presenta un "taglio"

$$\nu_{cut} = \frac{k_bT}{h} \quad (19)$$

Per una temperatura di  $10^4K$  tale cut-off cade a circa  $2 \times 10^{14}Hz$ , corrispondente a  $1.5 \mu m$  nel vicino infrarosso, di conseguenza non ci sarà un numero significativo di fotoni da bremsstrahlung nella banda ottica, la quale, quindi, non presenterà una emissione continua ma solo prodotta dalle righe degli elementi che si stanno raffreddando.

### 3 Nebulosa planetaria NGC 6781

NGC 6781 (*figura 9*) è una nebulosa planetaria nella costellazione dell'Aquila, scoperta da Herschel nel 1788.



Figura 9: immagine di NGC 6781 (fonte: ESO)

Si stima che si trovi ad una distanza di circa 800 pc ( $\sim 2.4 \times 10^{16} km$ ), che abbia un'età di 40000 anni e che la stella centrale abbia una temperatura di circa  $10^5 K$  e una luminosità<sup>4</sup>  $\simeq 200$  luminosità solari. Il sistema quindi è nella fase in cui la luminosità della stella centrale diminuirà in maniera continua fino a renderla una nana bianca.

Queste, però, sono solo alcune delle possibili stime che sono state calcolate per i parametri come distanza, età e luminosità del sistema e della stella centrale, poiché vi è ancora incertezza a causa della mancanza di dati cinematici e per il fatto che piccole variazioni dei valori di massa e temperatura della stella centrale portano a variazioni significative della stime dell'età del sistema.[9]

### 3.1 Emissioni in banda ottica

Le emissioni in banda ottica forniscono informazioni sulla sua forma di NGC 6781: essa dipende dalle righe di emissione considerate (*figura 10*)

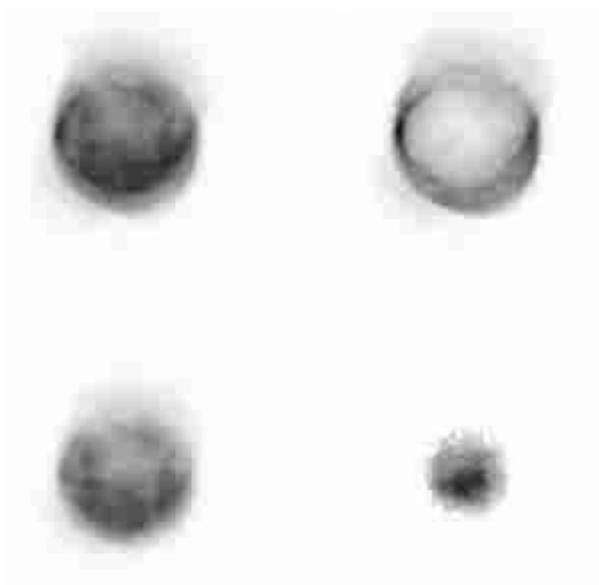


Figura 10: immagini di NGC 6781 del flusso rispettivamente in:  $H\alpha$  (in alto a sinistra),  $[NII] 6584 \text{ \AA}$  (in alto a destra),  $[OIII] 5007 \text{ \AA}$  (in basso a sinistra) e  $HeII 4686 \text{ \AA}$  (in basso a destra). Il nord è posizionato in alto e l'est a sinistra

L'immagine in  $[NII] 6584 \text{ \AA}$ <sup>5</sup> mostra una struttura a forma di "C": questa struttura è caratterizzata da un anello centrato sulla stella con un'apertura in direzione nord in cui l'emissione è più debole e aree di emissione più intensa ad est e ovest. L'immagine

<sup>4</sup>energia emessa per unità di tempo. Luminosità solare  $\simeq 3.8 \times 10^{26} W$

<sup>5</sup> $1 \text{ \AA} = 1 \times 10^{-10} m$

vista in He II è differente dalle altre: evidenzia una forma sferica molto più ridotta con al centro la stella: si ha presenza di elio doppiamente ionizzato soltanto nel nucleo della nebulosa e non nel guscio esterno come nei casi precedenti.

Si osserva anche emissione oltre l'anello esterno in [NII] e O [III], che definisce l'alone esterno della nebulosa: questa zona a bassa luminosità si è formata come conseguenza della perdita di massa nella stella centrale durante la fase AGB. La radiazione elettromagnetica è in grado di ionizzare, seppur in maniera più debole, anche quest'area.

### 3.2 Profili di brillantezza superficiale

Anche i profili di brillantezza superficiale<sup>6</sup> rappresentati in *figura 11* forniscono informazioni sulla morfologia della nebulosa

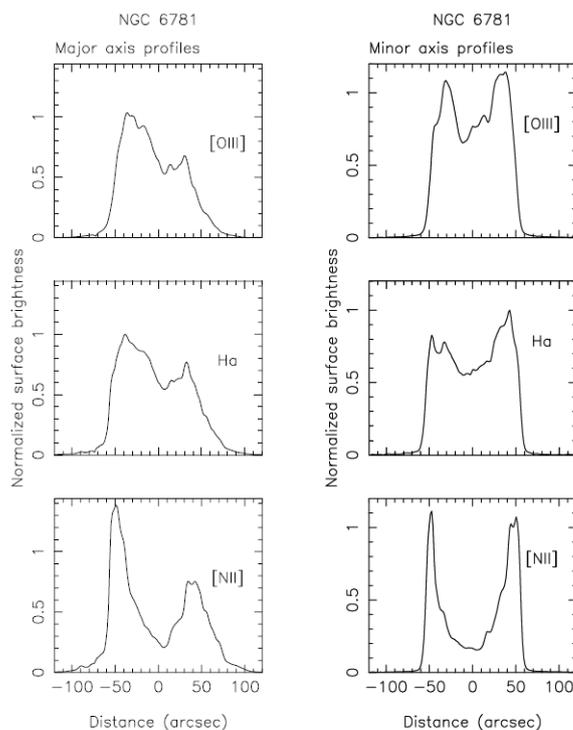


Figura 11: profili di brillantezza superficiale normalizzati lungo l'asse maggiore (a sinistra) e lungo l'asse minore (a destra) della nebulosa in [OIII] (in alto), H $\alpha$  (al centro) e [NII] (in basso). I profili sono stati ottenuti mediando su "strisce" ampie 10 secondi d'arco e nella posizione 0 è situata la stella centrale.

<sup>6</sup>luminosità per unità di area e angolo solido. tiene conto della direzione in cui la radiazione viene emessa.

I profili di brillantezza superficiale lungo l'asse minore mostrano un livello significativo di simmetria, che non si osserva nei profili lungo l'asse maggiore a causa della complessa struttura dell'ellissoide. Il profilo di [NII] lungo l'asse minore conferma la forma evidenziata in *figura 9*, così come i profili lungo l'asse maggiore evidenziano di nuovo la presenza di una struttura a "C". Vi è emissione anche a grandi distanze angolari dalla stella, questo conferma la presenza di un alone eccitato, destinato a scomparire con l'evoluzione della nebulosa.

Il "doppio picco" suggerisce che la struttura tridimensionale sia quella di un guscio e non quella di una sfera riempita omogeneamente.

### 3.3 Stato di ionizzazione

Alcune immagini di rapporti tra emissioni in riga sono mostrate in *figura 12*

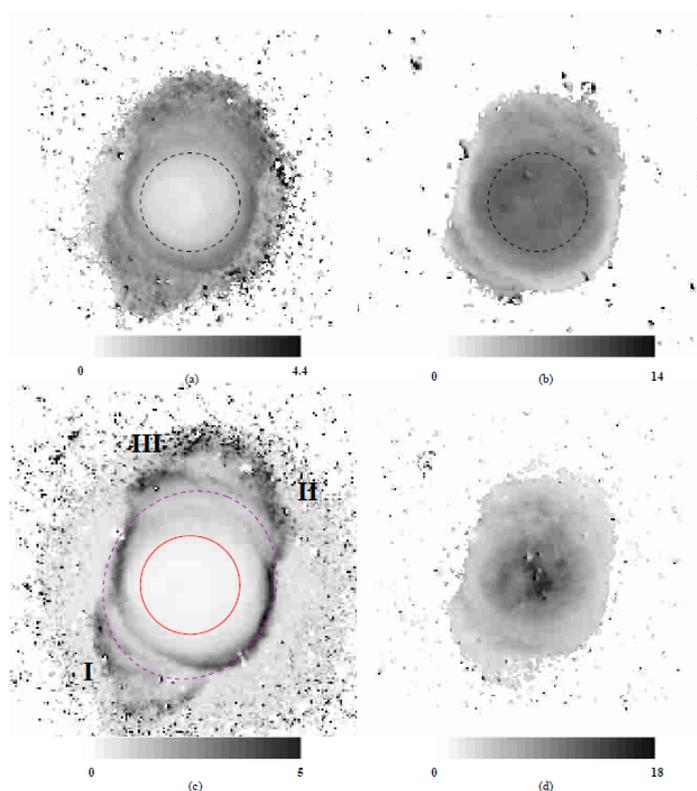


Figura 12: I rapporti  $[NII]/H\alpha$  (in alto a sinistra),  $[OIII]/H\beta$  (in alto a destra),  $[NII]/[OIII]$  (in basso a sinistra) e  $H\alpha/[SII]$  (in basso a destra) sono rappresentati in una scala di grigi lineare (minimi in bianco, massimi in nero). Il nord è posizionato in alto e l'est a sinistra.

Queste immagini di rapporti tra emissioni in riga sono sensibili alla struttura di ionizzazione e ai meccanismi di ionizzazione della nebulosa.

Nella *fig. 4.c* il rapporto  $[\text{NII}]/[\text{OIII}]$  mostra valori più bassi nel nucleo della nebulosa: questo suggerisce un maggiore grado di ionizzazione in quest'area. Lo stato di ionizzazione mostra una rapida diminuzione tra il bordo interno e il bordo esterno del guscio, in particolare nelle zone a est e sud-est. Nella parte nord del guscio si osserva un gap nel fronte di bassa ionizzazione, che può essere ricondotto a quello visto in *figura 10* per le intensità delle righe. L'emissione al di fuori dal guscio, a sud-est e nord-ovest, è in uno stato di ionizzazione simile a quello del guscio. Le immagini per i rapporti  $[\text{NII}]/[\text{OIII}]$  (*fig. 4.c*) e  $[\text{NII}]/H\alpha$  (*fig. 4.a*) non evidenziano la presenza di strutture interne a bassa ionizzazione quali nodi o getti. In *fig. 4.b* l'immagine di  $[\text{OIII}]/H\beta$  mostra una ionizzazione pressoché costante nel nucleo con delle variazioni nel guscio, inoltre il fronte di ionizzazione di  $[\text{OIII}]$  è piuttosto largo e possiede una forma che mostra una parziale simmetria sferica. L'immagine di  $H\alpha/[\text{SII}]$  (*fig. 4.d*) indica che il meccanismo di eccitazione dominante nell'area del nucleo è la fotoionizzazione (si registrano valori maggiori di 5) mentre nel guscio si registrano valori minori di 4.5.

### 3.4 Conseguenze dell'effetto Doppler

NGC6781 è un oggetto in espansione, di conseguenza si verifica una variazione apparente di alcune delle lunghezze d'onda (o equivalentemente delle frequenze) emesse a causa dell'effetto Doppler, che ha luogo quando la sorgente di emissione o parte di essa è in moto relativo rispetto all'osservatore.

Se la sorgente è in espansione allora essa è in moto con una velocità che possiede anche una componente radiale rispetto all'osservatore (ad eccezione della zona della nebulosa che si espande esattamente perpendicolarmente alla linea di vista). La variazione della lunghezza d'onda emessa per effetto Doppler nel limite non relativistico (quindi per piccoli valori della  $v_r$ , al massimo 1000 km/s) sarà:

$$\frac{v_r}{c} = \frac{\lambda_{oss} - \lambda_0}{\lambda_0} \quad (20)$$

con  $v_r$  velocità radiale,  $\lambda_{oss}$  lunghezza d'onda osservata,  $\lambda_0$  lunghezza d'onda a riposo e  $c$  velocità della luce.

il fattore  $z = \frac{\lambda_{oss} - \lambda_0}{\lambda_0}$  definisce il *redshift* e il *blueshift*, ovvero lo spostamento della riga di emissione verso il rosso della banda ottica o verso il blu, rispettivamente nel caso in cui la sorgente sia in allontanamento o in avvicinamento rispetto all'osservatore.

Il risultato della variazione della lunghezza d'onda/frequenza è un allargamento delle linee spettrali: se si considera una distribuzione di Maxwell-Boltzmann delle velocità degli atomi l'energia cinetica media sarà dell'ordine di  $k_b T$  e il valore di allargamento spettrale delle frequenze sarà dato da

$$\Delta\nu_D = \frac{\nu_0}{c} \sqrt{\frac{2k_b T}{m}} \quad (21)$$

con  $\nu_0$  frequenza a riposo e  $m$  massa dell'atomo. È necessario prestare attenzione alla valutazione di questi effetti sistematici legati alla componente di velocità radiale, infatti se si considerasse l'allargamento osservato della riga spettrale come dovuto alla sola agitazione termica delle particelle che compongono la sorgente, la temperatura verrebbe largamente sovrastimata fino a valori irrealistici.

l'allargamento della linea spettrale è rappresentato in *figura 13*

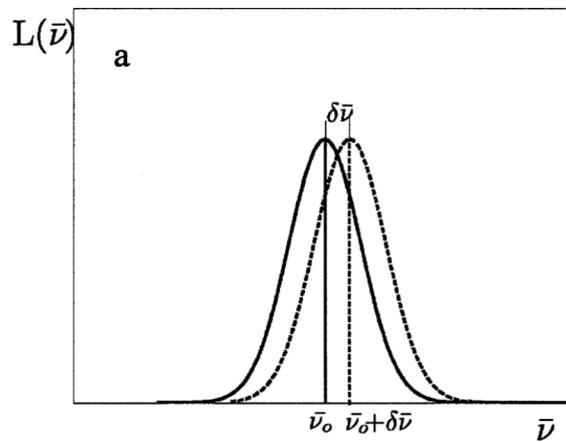


Figura 13: allargamento della linea spettrale per una determinata frequenza.

In NCG6781 sono state osservate emissioni del monossido di carbonio a piccole distanze angolari dalla stella centrale in blueshift, ciò implica che la massa molecolare è localizzata nella zona dell'ellissoide più vicina a noi ed è in avvicinamento (Bachiller et al. 1993).

## Conclusioni

Nel *Capitolo 1* sono state delineate alcune delle caratteristiche generali delle nebulose planetarie, e più nello specifico sono stati analizzati diversi modelli di formazione delle nebulose, che tengono conto di diversi possibili fattori i quali possono influenzare la forma che la nebulosa andrà ad assumere. Nel *Capitolo 2* sono stati approfonditi i diversi processi che hanno luogo nella nebulosa: la fotoionizzazione da parte dei fotoni UV della stella centrale e la conseguente ricombinazione degli elettroni liberi, l'emissione in riga dell'idrogeno e degli atomi più pesanti, e la bremsstrahlung. Il risultato mostra che gli spettri caratteristici delle nebulose planetarie in banda ottica sono sostanzialmente privi di un continuo, poiché i processi di ricombinazione contribuiscono in maniera esigua e il picco di emissione per bremsstrahlung si trova nel vicino infrarosso, mentre sono dominati da righe di emissione. Infine nel *Capitolo 3* sono illustrati i risultati dello studio su NGC6781, che sono fondamentali per ricostruire la struttura interna della nebulosa. NGC6781 è una nebulosa i cui parametri come distanza, età e luminosità della stella centrale sono ancora oggetto di studi, in quanto le incertezze sui valori ora attribuiti sono ancora grandi. Essa ha la forma di un ellissoide e i dati riguardo a intensità delle righe di emissione, brillantezza superficiale e stato di ionizzazione forniscono un quadro complessivo della distribuzione dei diversi elementi nella nebulosa, oltre che a definire diverse zone con specifiche caratteristiche: il nucleo, il guscio e l'alone.

Studiare le nebulose è importante perché, essendo la fase finale della vita di gran parte delle stelle, possono fornire informazioni sulla composizione di ciò che erano gli strati esterni della stella; inoltre questi oggetti apparentemente semplici presentano in realtà strutture anche molto complesse, di cui devono ancora essere comprese a fondo le caratteristiche e l'origine.

## Riferimenti bibliografici

- [1] Francesca Pozzi. *Appunti e slide del corso Astronomia*. 2020.
- [2] R.B.C. Henry Karen B. Kwitter. *Planetary Nebulae: Sources of Enlightenment*. 2022.
- [3] Adam Frank Bruce Balik. *Shapes and Shaping of Planetary Nebulae*. Annual Reviews Astronomy Astrophysics, 2002.
- [4] Sun Kwok. *The Origin and Evolution of Planetary Nebulae*. Cambridge University Press, 2000.
- [5] P. Kroger. H. Karttunen. *Fundamental Astronomy*. Springer Berlin Heidelberg, 2017.
- [6] Malcolm S. Longair. *High Energy Astrophysics*. Cambridge University Press, 2011.
- [7] G.B. Rybicki e A.P. Lightman. *Radiative Processes in Astrophysics*. Wiley, 2008.
- [8] R. Fanti C. Fanti. *Una finestra sull'Universo "Invisibile", Lezioni di radioastronomia*. 2012.
- [9] J. Papamastorakis F. Mavromatakis e E. V. Paleologou. *The physical structure of the planetary nebula NGC 6781*. EDP Sciences, 2001.