

Dipartimento di Fisica e Astronomia
Corso di Laurea in Astronomia

Campi Magnetici in Astrofisica

Tesi di laurea

Presentata da :
Elisa Amenta

Relatore:
Chiar.ma Prof.ssa
Marcella Brusa

*Ai porti sicuri, ai compagni di viaggio, alle guide e ai maestri;
ma soprattutto a chi mi ha esortata a non smettere mai di correre*

Indice

1	Proprietà dei plasmi magnetizzati	1
1.1	Dalle equazioni di Maxwell all'evoluzione temporale del campo magnetico	1
1.2	Energia magnetica e onde di Alfvén	2
2	La radiazione di sincrotrone	4
3	Metodi di rilevazione dei campi magnetici	7
3.1	Sincrotrone auto-assorbito	7
3.2	L'equipartizione	8
3.3	Perdite energetiche e vita delle particelle	9
3.4	Synchrotron Self-Compton (SSC)	10
3.5	Dispersion Measure	11
3.6	Rotazione di Faraday	12
3.7	Effetto Zeeman	14
A	Nei dintorni di un buco nero: <i>M87*</i>	16
A.1	Perché le misure polarimetriche?	16
A.2	I risultati	17
A.3	Perché studiare il campo magnetico?	17
	Bibliografia	19

Introduzione

Circa 2500 anni fa, a Magnesia, l'uomo scopriva la magnetite, un minerale del ferro che ha un contenuto di metallo particolarmente alto. Si trova nelle rocce che si formano per solidificazione ed è proprio nella fase di cristallizzazione che la magnetite acquista le sue proprietà magnetiche. Fu così che l'umanità venne a contatto per la prima volta, più o meno consapevolmente, con gli effetti dei campi magnetici. Già il filosofo greco Talete di Mileto nel VI secolo a.C. descrisse gli effetti di tali pietre, ma l'umanità non smise di esserne affascinata; basti pensare al semplice fatto che gli intellettuali ellenici credevano addirittura che le magnetiti avessero un'anima, e solo perché potevano muoversi e attirare il ferro, proprietà caratteristiche della psiche, degli esseri animati, delle creature in grado di intendere e di volere.

Per avere un'idea della forza esercitata dal campo magnetico prodotto da una di queste pietre, supponiamo di avere due barre magnetiche ($B = 50G$) e di volerle separare di 0.4 cm; per farlo è necessaria una forza pari a quella di attrazione gravitazionale a cui un corpo di 1Kg è soggetto sulla Terra ($9.81N$).

Un esempio astronomicamente noto di campo magnetico su ampia scala è proprio quello terrestre: il nostro pianeta si può pensare come un grosso magnete con un campo di $B_E \approx 0.3...0.5G$, che tra le altre cose ci protegge dalle particelle ad altissima energia intrappolandole nelle cosiddette fasce di Van Allen. D'altra parte però vi sono campi magnetici molto più intensi, a partire da quelli generati in altri pianeti, come nel caso di Giove, o di stelle e altri corpi celesti particolarmente densi, che possono raggiungere i $10^{15}G$. Ma i campi magnetici sono largamente diffusi anche in tutto lo spazio interstellare e intergalattico, dove hanno valori molto inferiori, che sfiorano i pochi μG .

Come si può intuire, un così ampio spettro di valori si traduce in un'altrettanto ricca gamma di metodi di rilevazione. In particolare, in questo elaborato, ci concentreremo soprattutto sui metodi di studio dei campi magnetici meno intensi, la cui conoscenza si basa sulle proprietà osservabili della radiazione di sincrotrone, principalmente individuabili dai dati radio. Dedichiamo quindi un breve capitolo alla derivazione dello spettro della radiazione suddetta (Capitolo 2), preceduto da un accenno alle proprietà energetiche dei plasmi magnetizzati (Capitolo 1). Ci occupiamo infine per l'intero Capitolo 3 di alcuni tra i più diffusi metodi diagnostici, preferendo, come già anticipato quelli che analizzano gli spettri prodotti da elettroni relativistici in moto in campi magnetici (*sincrotrone auto-assorbito*, *equipartizione*, *perdite energetiche e vita delle particelle*, *SSC*), ma attraversando comunque gli effetti dei plasmi magnetizzati sulla propagazione della luce (*rotazione di Faraday*) e sulla separazione delle righe spettrali (*effetto Zeeman*).

Capitolo 1

Proprietà dei plasmi magnetizzati

1.1 Dalle equazioni di Maxwell all'evoluzione temporale del campo magnetico

Tipicamente in astrofisica abbiamo a che fare con materia a temperature $T \geq 10^4$ K (alcuni valori tipici si trovano nella Tabella 1.1) alle quali essa è ionizzata. Elettroni e ioni restano però uniti a formare un unico fluido complessivamente neutro detto *plasma astrofisico* che può trattarsi come un fluido ideale quando:

- le scale su cui si sviluppano i fenomeni sono dell'ordine di grandezza della lunghezza d'onda di Debye $\lambda_D = \sqrt{kT/4\pi n_e e^2}$, che è la distanza spaziale entro la quale l'energia cinetica di due cariche diventa di gran lunga superiore al potenziale elettrostatico tra di esse, e i campi elettrici prodotti dalle particelle vengono cortocircuitati da quelle limitrofe;
- il valore della conduttività σ tende all'infinito;
- il plasma è dominato dalle collisioni, ovvero le dimensioni del fluido sono superiori al raggio di Larmor ($r_L = mc v/qB$), che deve essere a sua volta maggiore del libero cammino medio delle particelle;
- la velocità caratteristica del fluido è piccola, in modo tale che possa considerarsi isotropo;
- la scala lineare è $\gg \lambda_D$, ovvero le dimensioni del plasma sono superiori alla scala caratteristica dei fenomeni.

Corpo Celeste	T [K]	σ [1/sec]	B [G]
Corona Solare	10^6	10^{16}	10^5
Regioni HII	10^4	10^{13}	10^{-5}
Nana Bianca	10^6	10^{16}	10^8
Stella di Neutroni	10^9	10^{22}	10^{13}
ISM	10^2	10^{11}	10^{-6}
IGM	10^8	10^{19}	10^{-7}

Tabella 1.1: Alcuni valori tipici di temperatura, conduttività e campo magnetico.

In tali casi la densità elettronica, quindi ionica, è alta, e la presenza dei campi magnetici diventa fondamentale nello studio delle proprietà del fluido. Prima di tutto, data la trasformazione relativistica per il campo elettrico $\vec{E}' = \vec{E} + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B}^1$, la *legge di Ohm*² e la *conservazione della carica*³, riscriviamo le equazioni di Maxwell per $v \ll c$:

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad \nabla \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{j}, \quad (1.1a)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0, \quad \nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \quad (1.1b)$$

Manipolando poi il rotore di \vec{B} e confrontandolo con una combinazione della legge di Ohm e dell'espressione per \vec{E}' , si ottiene

$$E \approx -\frac{v}{c} B \left(1 - \frac{1}{R_m} \right), \quad \text{con} \quad R_m := \frac{4\pi\sigma v L}{c^2}, \quad (1.2)$$

dove R_m è il *numero di Reynolds magnetico*, che, avendo assunto σ molto grande, fa tendere a zero il secondo termine della 1.2. Si possiedono ora tutti gli strumenti necessari alla formulazione di un'unica espressione che lega la variazione temporale del campo magnetico sia alla sua convezione (primo termine) che alla sua diffusione (secondo termine):

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \nabla \times (\vec{v} \times \vec{B}) + \frac{c^2}{4\pi\sigma} \nabla^2 \vec{B}. \quad (1.3)$$

Lavorando per ordini di grandezza si ottiene $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \approx v \frac{B}{L} \left(1 + \frac{1}{R_m} \right)$, da cui si distinguono due situazioni limite:

- il plasma è fermo ($v = 0$) e domina il termine diffusivo $\Rightarrow B(t) = B_0 e^{-t/\tau}$, dove $\tau = \frac{L^2 4\pi\sigma}{c^2}$ è il *tempo caratteristico di diffusione del campo magnetico* (che dipende dalle proprietà del plasma). In questo caso col passare del tempo l'intensità del campo diminuisce perché esso diffonde nel mezzo;
- se il plasma è un buon conduttore, i.e. $\sigma \rightarrow \infty$, domina il termine conduttivo. Si dimostra in tale caso il cosiddetto *congelamento* del flusso del campo;

$$\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0. \quad (1.4)$$

In altre parole, le linee di campo magnetico non possono essere attraversate dalla materia in moto che può solo stirarle e piegarle. Dunque dove il plasma si espande la forza del campo diminuisce, viceversa, se il plasma viene compresso, aumenta.

1.2 Energia magnetica e onde di Alfvén

La presenza di un campo magnetico porta con sé un termine $P_{mag} := \frac{B^2}{8\pi}$, di cui dobbiamo tenere conto nel bilancio di pressione del plasma. Se ad esempio un fluido

¹ Con \vec{E}' si etichetta il campo elettrico nel sistema di riferimento solidale col plasma.

² $\vec{j} = \sigma \vec{E}'$

³ $\frac{\partial q}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0$

si propaga all'interno di quest'ultimo, ma in modo che $P_{fluid} + \rho v^2 < P_{mag}$ ⁴, le linee di campo non verranno sensibilmente alterate, e sarà la struttura stessa del plasma ad avere il compito di confinare la materia. Se al contrario $P_{fluid} + \rho v^2 \gg P_{mag}$, significa che il fluido si propaga esercitando una pressione sufficiente a distruggere le linee di campo magnetico, ed è quindi dinamicamente indipendente dalla forma di quest'ultimo.

Per altro, le dimensioni della pressione sono quelle di una forza per unità di superficie, quindi possiamo sfruttarne la definizione per calcolare l'energia associata al campo magnetico come

$$U_B = \int_V \frac{B^2}{8\pi} dV. \quad (1.5)$$

La densità di forza magnetica nel plasma ha di conseguenza la forma

$$\vec{F}_{mag} = \frac{1}{\mu_0} \left[-\vec{\nabla} \left(\frac{B^2}{2} \right) + (\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} \right], \quad (1.6)$$

in cui il primo addendo rappresenta la pressione isotropa del campo magnetico, e il secondo la tensione lungo le linee di forza. La presenza di nuovi termini nell'equazione del momento cambia la natura (e la velocità) delle onde che possono propagarsi all'interno del plasma, e allo scopo di classificarle, è importante riconoscere la direzione relativa del vettore d'onda \vec{k} e di \vec{B} . Osserviamo ora che, per un fluido non magnetizzato e non viscoso, l'unico tipo di onda che è possibile trasmettere è *l'onda sonora*, che si propaga alla *velocità del suono*

$$c_s := \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_{\rho_0}}, \quad (1.7)$$

ma se questo fosse incompressibile, sarebbe impossibile il suo diffondersi. La presenza del campo magnetico permette l'esistenza di un particolare tipo di perturbazione, *l'onda di Alfvén*, a cui è concesso propagarsi lungo le linee di campo con una velocità

$$v_A := \frac{B}{\sqrt{4\pi\rho}}. \quad (1.8)$$

Nel caso più generale in cui il fluido sia anche comprimibile, si avranno

- per $\vec{k} \parallel \vec{B}_0$:⁵
 - *onde sonore* longitudinali con una velocità tipica c_s parallela al vettore d'onda. Si tratta in questo caso di perturbazioni che non modificano il campo;
 - *onde di Alfvén* trasverse, con una velocità caratteristica v_A perpendicolare al vettore d'onda, la cui presenza è favorita dalla tensione magnetica.
- Per $\vec{k} \perp \vec{B}_0$ le uniche onde concesse, per opera congiunta della pressione magnetica e interna del plasma, sono quelle dette *magneto-soniche*, onde longitudinali che si propagano alla velocità $c_{ms} = \sqrt{c_s^2 + v_A^2}$.

Per una trattazione più estesa e matematicamente più puntuale di tutto il capitolo si rimanda a [2] e [12].

⁴ ρv^2 è il termine di pressione d'ariete, che si somma alla pressione interna del fluido quando questo diffonde nel plasma.

⁵Il pedice in questo caso presuppone la possibilità che il campo possa variare la propria configurazione dopo il passaggio dell'onda.

Capitolo 2

La radiazione di sincrotrone

La radiazione di sincrotrone è uno degli strumenti più potenti di cui disponiamo per il tracciamento dei campi magnetici nell'ISM e nell'IGM dove gli elettroni possono essere facilmente portati a velocità relativistiche da eventi turbolenti come esplosioni di supernovae o *merging* di galassie. Le particelle sono quindi costrette dalla forza di Lorentz a seguire traiettorie elicoidali attorno alle linee di campo magnetico, e di conseguenza ad emettere radiazione di sincrotrone parzialmente polarizzata, con un particolare spettro in frequenza. Già durante i loro primi istanti di vita, galassie e AGN emettono questo tipo di radiazione, motivo per cui costituiscono il fulcro delle osservazioni radio, fondamentali per la nostra conoscenza dell'Universo primordiale. Attraverseremo, senza scendere in dettaglio, le principali proprietà della radiazione di sincrotrone, riportando soltanto i risultati che si sono ritenuti fondamentali. Rimandiamo quindi a [9] e [13] per un'analisi più approfondita.

Cominciamo col ricordare che una qualsiasi carica accelerata è soggetta a perdite radiative, proporzionali al quadrato dell'accelerazione e inversamente proporzionali alla massa (dato che $m_e = m_p/1836$, si considerano gli elettroni come maggiori emettitori). Nel nostro caso, data la presenza di un campo magnetico, la particella è sottoposta alla *forza di Lorentz* $\vec{F}_L = (e/c)\vec{v} \times \vec{B}$. Scomponendo il moto rispetto alle linee di campo, si deduce facilmente che la componente parallela della velocità non è accelerata, al contrario di quella perpendicolare che risente di $a_{\perp} = evB \sin\theta / \gamma m_e$, con $\gamma = 1/\sqrt{1 - (v/c)^2}$ fattore di Lorentz. Si può ricavare il valore delle perdite energetiche ponendosi nel sistema di riferimento solidale con la particella, in cui l'accelerazione percepita è molto piccola. Ciò ci permette di calcolare $d\varepsilon'/dt'$ entro il limite non relativistico: ricordano l'invarianza della quantità $d\varepsilon/dt^6$, detto θ l'angolo di cui è inclinata la traiettoria della particella rispetto a \vec{B} (*angolo di pitch*), si ha

$$\vec{F}' = m_e \dot{\vec{v}}' = e(\vec{E}' + \vec{v}' \times \vec{B}) = e\vec{E}'. \quad (2.1)$$

Considerando ora il campo per componenti si ricava $\dot{\vec{v}}'$ e si giunge alla forma

$$-\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{e^2 |\dot{\vec{v}}'|^2}{6\pi\varepsilon_0 c^3} \stackrel{a_{\perp} = \dot{v}'}{=} 2 \left(\frac{e^4}{6\pi\varepsilon_0 c^4 m_e^2} \right) \left(\frac{v}{c} \right)^2 c \frac{B^2}{2\mu_0} \gamma^2 \sin^2\theta. \quad (2.2)$$

⁶Le trasformazioni relativistiche per $d\varepsilon$ e dt producono la stessa variazione, che nel rapporto si annulla.

Per casi relativistici $v \sim c$, e date le definizioni di *sezione d'urto Thomson*⁷ e di *energia magnetica*⁸, integrando su una distribuzione isotropa di angoli di pitch θ ⁹:

$$-\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{4}{3}\sigma_T c U_{mag} \gamma^2. \quad (2.3)$$

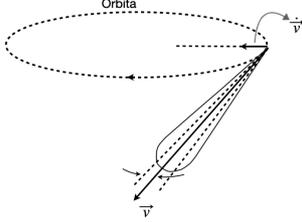


Figura 2.1: Effetto dell'aberrazione relativistica.

Mentre per il caso non relativistico di radiazione di ciclotrone non si avrebbero significativi effetti di aberrazione o alterazioni del pattern di radiazione, e l'emissione si registrerebbe alla frequenza di Larmor $\nu_L = eB/2\pi m_e$, per elettroni relativistici non possiamo esimerci dal tenere conto di alcune correzioni. A causa del *beaming relativistico*, buona parte della radiazione è emessa entro un cono di semi-apertura $1/\gamma$ e il resto si distribuisce in $4\pi - 2/\gamma$ radianti; l'effetto netto è una distorsione del pattern di dipolo come in Fig. 2.1, seguito da un'amplificazione della radiazione nella direzione del moto e una de-amplificazione nel resto dello spazio. Inoltre il diagramma polare osservato si può scomporre, con un'analisi di Fourier, in una somma di dipoli equivalenti che irradiano ad armoniche di $\nu_r = \nu_L/\gamma$, le cui energie sono legate da

$$\left[\frac{d\varepsilon}{dt}\right]_{l+1} \approx \left(\frac{v}{c}\right)^2 \left[\frac{d\varepsilon}{dt}\right]_l \quad l = 1, 2, 3, \dots n. \quad (2.4)$$

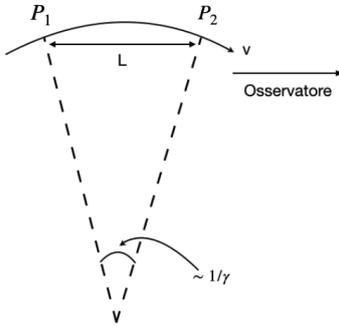


Figura 2.2: Moto di un elettrone per un tratto di orbita $1/\gamma$.

All'aumentare del rapporto tra v e c , aumenta l'energia posseduta dalle armoniche a più alta frequenza, delineando un profilo sempre più vicino a un continuo al crescere del valore di γ .

Poniamo per semplicità che $\theta = \pi/2$, per un osservatore a grande distanza, che si trovi su un piano perpendicolare al campo, l'emissione assume la forma di impulsi successivi, corrispondenti al raggiungimento del punto dell'orbita in cui l'accelerazione è perpendicolare alla linea di vista, con una durata pari al tempo entro il quale essa si trova a un angolo di $\pm 1/\gamma$ rispetto alla direzione della velocità dell'elettrone. Quantitativamente, con riferimento alla Fig.2.2, si può dire che, posto l'osservatore a distanza R , la radiazione emessa in P_1 percorre la distanza R in un tempo pari a R/c , mentre quella in P_2 , emessa con un ritardo

di L/v , percorre una distanza inferiore, pari a $R - L$, e raggiunge l'osservatore dopo $L/v + (R - L)/c$. Allora la durata del segnale si scrive

$$\Delta\tau = \left[\frac{L}{v} + \frac{R - L}{c}\right] - \frac{R}{c} = \frac{L}{v} \left[1 - \frac{v}{c}\right] = \Delta t \left(1 - \frac{v}{c}\right). \quad (2.5)$$

In effetti, dato che $v/c \sim 1$ nel nostro caso, la durata dell'impulso è davvero molto inferiore al tempo impiegato dalla particella per percorrere un tratto di orbita $1/\gamma$.

⁷ $\sigma_T = e^4/6\pi\epsilon_0 c^4 m_e^2 = 6.65246 \cdot 10^{-25} cm^2$

⁸ $U_{mag} = \frac{B^2}{2\mu_0}$

⁹L'angolo di pitch si assume distribuito casualmente nello spazio per irregolarità del campo magnetico o instabilità nel flusso.

Sfruttando una riscrittura dei due fattori della 2.5

$$\Delta\tau \approx \frac{1}{2\gamma^2}\Delta t = \frac{1}{2\gamma^2\omega_L} = \frac{1}{2\gamma^3\omega_r} \simeq \frac{5 \cdot 10^{-8}}{B\gamma^2} \quad [\text{s}], \quad (2.6)$$

dove B si intende espresso in Gauss. Dalla 2.6 emerge esplicitamente la brevità del fenomeno, che ci porta a concludere che gran parte della radiazione venga emessa a $\nu_s \approx \gamma^2\nu_L$. Dopo qualche complesso passaggio algebrico (si veda [9]), concludiamo che l'espressione completa per l'energia emessa in funzione della frequenza, per un singolo evento, è

$$\frac{d\varepsilon(\nu)}{dt} = \frac{d\varepsilon_{\parallel}}{dt} + \frac{d\varepsilon_{\perp}}{dt} \approx \frac{\sqrt{3}e^3 B \sin\theta}{8\pi^2 c m_e} F\left(\frac{\nu}{\nu_c}\right) \quad (2.7)$$

Dove $F(\nu/\nu_c)$ dipende da $K_{5/3}$ (funzione di Bessel modificata di ordine 5/3). Si ha un massimo a $\nu_c = 3/2(\gamma^2\nu_L \sin\theta)$, *frequenza caratteristica dell'emissione*, circa pari a ν_s . In particolare, si evidenzia che per $\nu \gg \nu_c \rightarrow F(\nu/\nu_c) \propto e^{-\frac{\nu}{\nu_c}}$, mentre per $\nu \ll \nu_c \rightarrow F(\nu/\nu_c) \propto \nu^{1/3}$ (Fig. 2.3(a)). Quanto si è ottenuto è però il profilo del singolo evento, che risulta quasi monocromatico. Lo spettro completo di una radiosorgente necessita l'integrazione su una distribuzione di energia (e quindi ν), che per emissioni non termiche è del tipo a legge di potenza: $N(\varepsilon)d\varepsilon = N_0\varepsilon^{-\delta}d\varepsilon$. Ne segue che, assumendo tutto l'irraggiamento alla frequenza caratteristica¹⁰:

$$J(\nu)d\nu = \left(-\frac{d\varepsilon}{dt}\right) N(\varepsilon)d\varepsilon \Rightarrow \boxed{J(\nu) \sim N_0 B^{(\delta+1)/2} \nu^{-\alpha}} \quad (2.8)$$

in cui $\alpha := \frac{\delta-1}{2}$ è l'*indice spettrale*. Come si nota dalla Fig 2.3 (b), la distribuzione a legge di potenza per l'energia si riflette in uno spettro che è il risultato della sovrapposizione delle emissioni dei singoli elettroni a tutte le frequenze (e quindi γ), la cui pendenza dipende molto più dalla distribuzione energetica delle particelle emettenti che dalla forma del singolo evento. Si noti che ad alte energie l'irraggiamento è sempre inferiore rispetto che alle basse, cosa che si osserverà essere una conseguenza di una popolazione più abbondante e più longeva di elettroni scarsamente energetici.

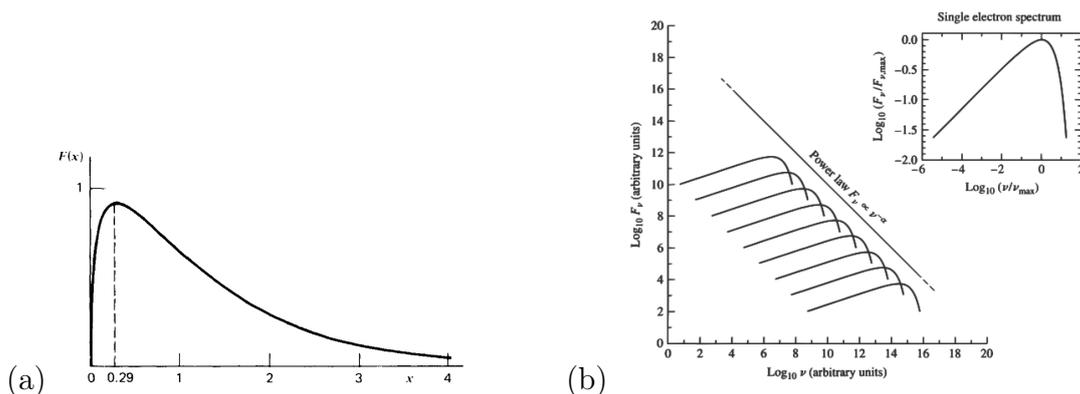


Figura 2.3: (a) Spettro totale dell'emissione di sincrotrone. $x = \nu/\nu_c$ (Crediti: [7]). (b) Spettro di sincrotrone per un plasma di molti elettroni (Crediti: [1])

¹⁰Qui si fa uso del fatto che lo spettro di sincrotrone ha un massimo in vicinanza della frequenza critica molto più stretto di quanto non risulti lo spettro a legge di potenza della distribuzione di energia.

Capitolo 3

Metodi di rilevazione dei campi magnetici

Ci avvarremo ora dei risultati del Cap 2 per applicazioni astrofisiche. Ci chiediamo, dato il legame intimo tra l'emissione e le condizioni fisiche della sorgente, come risalire da uno spettro di sincrotrone all'intensità del campo magnetico che lo genera.

3.1 Sincrotrone auto-assorbito

Stando ai principi dell'equilibrio dettagliato, a ogni processo di emissione deve corrispondere uno di assorbimento. La temperatura di brillantezza di una sorgente di sincrotrone con spettro del tipo $\nu^{-\alpha}$ è $T_b \propto \nu^{-(2+\alpha)}$, che ricordiamo essere un limite inferiore per la temperatura della regione in esame in quanto nessuna sorgente può emettere radiazione incoerente con un'intensità superiore a quella di un corpo nero alla sua temperatura termodinamica. Come già esaminato lo spettro energetico è quello di una sorgente che non si trova all'equilibrio termico, ma il concetto di temperatura può comunque essere utilizzato: tipicamente le radiosorgenti hanno $\alpha \approx 1$, dunque alle basse frequenze la temperatura di brillantezza si avvicina molto a quella 'termica' degli elettroni, ed è proprio in questi casi che gli effetti di auto-assorbimento diventano rilevanti. Inoltre, essendo lo spettro prodotto dal singolo elettrone quasi monocromatico, emissione e assorbimento avvengono grossomodo alla stessa frequenza, a cui si aggiunge il lungo tempo scala necessario a un gas di elettroni relativistici per il rilassamento, e quindi il raggiungimento di uno spettro energetico di equilibrio. Partiamo allora col dire che, per un singolo elettrone di energia ε

$$\gamma m_e c^2 = 3kT_e, \quad (3.1)$$

ne segue che la *temperatura effettiva* del gas di elettroni diventa funzione dell'energia degli stessi:

$$T_e \approx (m_e c^2 / 3k) (\nu_s / \nu_L)^{1/2}. \quad (3.2)$$

Per una sorgente auto-assorbita la temperatura di brillantezza deve equivalere alla temperatura cinetica degli elettroni emettenti, quindi in un limite di basse frequenze

$$S_\nu = \frac{2kT_e}{\lambda^2} \Omega = \frac{2m_e}{3\nu_L^{1/2}} \Omega \nu^{5/2} \propto \frac{\theta^2 \nu^{5/2}}{B^{1/2}}, \quad (3.3)$$

dove si è sostituito l'angolo solido sotteso dalla sorgente (Ω) con le dimensioni angolari

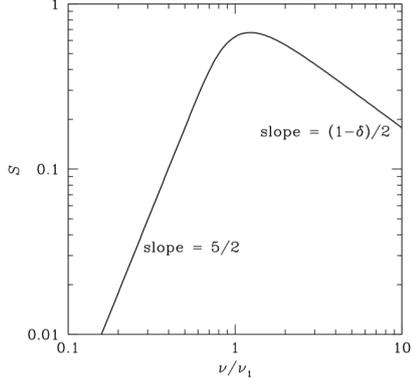


Figura 3.1: Modello ideale di spettro di sincrotrone auto-assorbito. Le reali radiosorgenti non sono omogenee, per cui la pendenza dello spettro a basse frequenze è generalmente inferiore a $5/2$ e il massimo più morbido (Crediti: [3]).

della stessa, assunte essere $\theta_1 \sim \theta_2 = \theta$.

E' quindi evidente che in un regime di Rayleigh-Jeans la radiazione ha ragione di essere auto-assorbita. Ci occupiamo ora di rivedere la forma dell'intero spettro in modo da poter ottenere una relazione che colleghi direttamente un'osservabile al valore dell'intensità del campo magnetico. Noto che il coefficiente di assorbimento è

$$\mu_s \sim N_0 \nu^{-(\delta+4)/2} B_{\perp}^{(\delta+2)/2}, \quad (3.4)$$

per l'equazione del trasporto radiativo, segue che la brillantezza

$$B_s = \frac{J}{4\pi\mu_s} (1 - e^{-\tau}), \quad (3.5)$$

e ricordando la 2.8

$$\begin{aligned} \tau \gg 1 &\Rightarrow B_s \sim \nu^{5/2} B_{\perp}^{-1/2} \\ \tau \ll 1 &\Rightarrow B_s \sim \nu^{-\alpha} B_{\perp}^{(\delta+1)/2}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Come ci si aspetterebbe, solo alle basse frequenze si ha una modificazione importante dell'intensità del segnale, che resta invece pressoché inalterato alle alte. Nella Fig. 3.1 presentiamo la forma ideale di una sorgente auto-assorbita in cui è ben visibile un massimo in corrispondenza del passaggio dal regime otticamente sottile a quello otticamente spesso.

Dalla 3.5 si ottiene un'espressione per la frequenza cosiddetta *di picco* dipendente dalle dimensioni angolari della sorgente e dalla sola componente perpendicolare del campo magnetico:

$$\boxed{\nu_{s,peak} = cons \cdot S_p^{2/5} \theta^{-4/5} B_{\perp}^{1/5} (1+z)^{1/5}}. \quad (3.7)$$

Facciamo presente che nell'espressione appena scritta la frequenza si intende espressa in GHz, il campo magnetico in mG e le dimensioni angolari della sorgente in mas: per valori così piccoli è impensabile operare anche col migliore dei telescopi; la risoluzione adatta a tale tipo di misura è naturalmente quella fornitaci dagli interferometri, che operano generalmente dal lontano infrarosso fino al radio.

3.2 L'equipartizione

Una radiosorgente è fondamentalmente un plasma magnetizzato, che porta al suo interno una componente di energia maggiore di quella puramente termica, pertanto

può essere interessante chiedersi quale sia l'energia minima necessaria alla produzione della luminosità osservata.

Prima di tutto calcoliamo l'apporto totale sommando la densità di energia delle particelle a quella del campo magnetico

$$U_{TOT} = U_{part} + U_B \quad U_{part} = (1 + \kappa)U_E, \quad (3.8)$$

e otteniamo l'espressione, graficamente resa nella Fig. 3.2. Il valore di U_E si ottiene integrando lo spettro energetico a legge di potenza e confrontandolo con l'integrale in frequenza di $S(\nu)$; assumendo poi la radiazione isotropa

$$U_E = C_{el}B^{-3/2}L \quad U_B = \int \frac{B^2}{8\pi} dV = C_B B^2 V \quad (3.9)$$

$$\Rightarrow U_{TOT} = C_{el}B^{-3/2}L(1 + \kappa) + C_B B^2 V.$$

Si faccia caso alla forma parabolica della curva $U_{TOT}(B)$; derivando l'espressione appena ottenuta per B e ponendola uguale a zero, ricaveremo il valore del campo magnetico in condizioni di equipartizione, ovvero, quando l'energia è equamente distribuita tra il campo e le particelle

$$B_{eq} := \left[\frac{3}{4}(1 + \kappa) \frac{C_{el}}{C_B} \right]^{2/7} \left(\frac{L}{V} \right)^{2/7}. \quad (3.10)$$

La stima ottenuta dipende dalle due sole osservabili L e V , ma difficilmente fornisce un valore di B per il momento in cui è svolta l'osservazione, quanto piuttosto una sua stima al tempo $t = 0$.

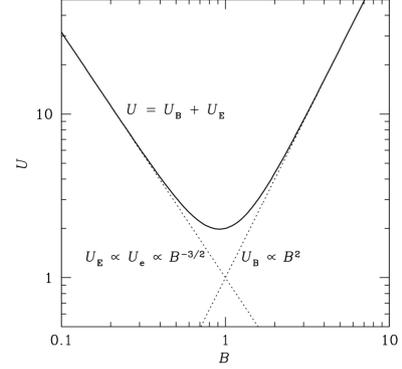


Figura 3.2: Crediti: [3].

3.3 Perdite energetiche e vita delle particelle

L'emissione per sincrotrone provoca un invecchiamento repentino delle particelle più energetiche del plasma, il quale si rispecchia in un ripido cut-off dello spettro oltre una determinata energia. Questa particolare caratteristica, nei casi fisici più semplici, permette di stimare l'età della radiosorgente dal momento in cui il rifornimento di particelle accelerate è cessato. Vedremo poi come connettere l'età del plasma all'intensità del campo che genera l'emissione. Le perdite energetiche corrispondono alla potenza irraggiata dalle particelle, che riprendendo la 2.3 e riscrivendo esplicitamente U_{mag} e $\gamma = \varepsilon/m_e c^2$

$$-\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{4}{3} \sigma_T c \frac{B^2}{2\mu_0} \frac{\varepsilon^2}{m_e^2 c^4} = a B^2 \varepsilon^2, \quad (3.11)$$

detta $a = 4\sigma_T c / 6\mu_0 m_e^2 c^4$. Integriamo la 3.11:

$$\frac{1}{\varepsilon} - \frac{1}{\varepsilon_0} = a B^2 (t - t_0) \quad \Rightarrow \quad \varepsilon(t) = \frac{\varepsilon_0}{1 + a B^2 \varepsilon_0 t}, \quad (3.12)$$

in cui abbiamo chiamato ε_0 l'energia iniziale, al tempo t_0 (posto qui uguale a zero) in cui le perdite di energia ancora non vengono registrate. La 3.12 ci informa del fatto che, una volta terminato il rifornimento, lo spettro energetico presenterà il tipico cut-off ad una data energia critica ε_c , riflettendosi in un comportamento analogo per lo spettro di sincrotrone alla *frequenza critica*

$$\nu_c = \frac{3}{4\pi} \frac{e}{m_0^3 c^5} B \varepsilon_c^2. \quad (3.13)$$

Per entrambi casi il cut-off si sposterà a energie più basse col passare del tempo, inizialmente più rapidamente, poi rallenterà col progressivo invecchiamento del plasma.

Definito il *tempo di emi-vita* come il tempo dopo il quale le particelle hanno perso metà della loro energia $\varepsilon(t_{1/2}) := \frac{\varepsilon_0}{2}$ ne segue che possiamo scrivere, coerentemente con la 3.12

$$\frac{\varepsilon_0}{2} = \frac{\varepsilon_0}{1 + aB^2\varepsilon_0 t_{1/2}} \quad \Rightarrow \quad t_{1/2} \sim 8.35 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{B}{\mu G}\right)^{-2} \left(\frac{\varepsilon_0}{GeV}\right)^{-1} \quad [\text{yr}]. \quad (3.14)$$

Se ad esempio assumiamo un campo $B = 10\mu G$, valore tipico per l'ISM della Via Lattea, abbiamo tempi di emi-vita dell'ordine di 10^7 o 10^8 anni per particelle con energie dell'ordine del GeV: più è intenso il campo, più velocemente invecchierà la radiosorgente. Nella Fig 3.3 osserviamo lo spettro di M87: si tratta di un profilo di sincrotrone auto-assorbito con cut-off, ma il cambio di 1.5 nella pendenza è superiore a quella che si avrebbe in un modello ideale per sole perdite energetiche. Ciò accade perché la popolazione elettronica più vecchia viene rimpiazzata da nuovi elettroni accelerati in grado di emettere alle alte frequenze, riflettendosi in un ammorbidimento della linea di cut-off.

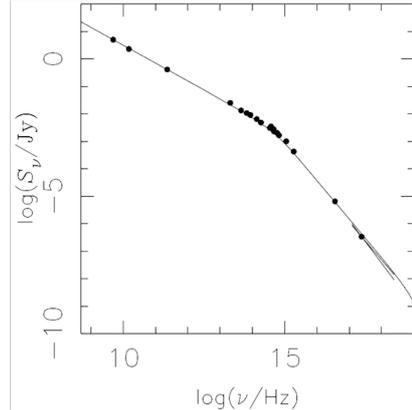


Figura 3.3: Lo spettro di M87 (Crediti: [14]).

3.4 Synchrotron Self-Compton (SSC)

Un ulteriore canale di perdite energetiche per un plasma relativistico è lo scattering inverse-Compton. Nello scattering Compton diretto un fotone trasferisce energia e momento ad un elettrone libero, ma se l'elettrone ha un'energia $m_e c^2 \gg h\nu$, può verificarsi il fenomeno opposto. E' proprio questo il caso di elettroni relativistici immersi, ad esempio, in un campo di fotoni a bassa energia come quelli del CMB o quelli infrarossi prodotti delle galassie. La derivazione dell'energia irraggiata da tale fenomeno risulta essere molto simile, anche in termini passaggi matematici, a quella fatta per la radiazione di sincrotrone, per cui riportiamo soltanto il risultato:

$$\left(\frac{d\varepsilon}{dt}\right)_{IC} = \frac{4}{3} \sigma_T c \beta^2 U_{ph} \gamma^2. \quad (3.15)$$

Ricordando la 2.3 (in cui si è assunto $\beta \sim 1$) notiamo che le due espressioni dipendono esattamente dagli stessi fattori, eccezion fatta per le densità energetiche; pertanto il loro rapporto coincide col quello tra U_{mag} e U_{ph} . Per una sorgente in cui si registrino

entrambi i processi, la perdita di energia totale è semplicemente una somma dei due contributi, e il tempo di vita, integrando

$$t^* = \frac{3 \cdot 10^8}{(B^2/8\pi + U_{ph})\varepsilon^*} \quad [\text{yr}]. \quad (3.16)$$

Se è possibile osservare una sorgente in due bande, in particolare radio e X, le preferite dall'emissione di sincrotrone e inverse-Compton rispettivamente, noto in generale che $U_{ph} \sim U_{CMB} = 3.28(1+z)^2 \mu G$, siamo in grado di stimare il valore del campo magnetico a partire dal rapporto $\frac{L_{radio}}{L_X} = \frac{U_B}{U_{ph}}$.

3.5 Dispersion Measure

In Astrofisica le cariche libere giocano un ruolo importantissimo anche nella determinazione delle proprietà di trasmissione delle onde elettromagnetiche di un plasma. Definiamo innanzitutto: n_e e N_i densità di elettroni liberi e legati; ω , ω_0 e ω_i la pulsazione della radiazione incidente, degli elettroni liberi e di quelli legati rispettivamente; allora la *costante dielettrica relativa* ε_r

$$\varepsilon_r = 1 - \frac{4\pi e^2}{m_e} \left(\frac{n_e}{\omega^2 - \omega_0^2} + \sum_i \frac{N_i}{\omega^2 - \omega_i^2} \right). \quad (3.17)$$

Trascurando la sommatoria in un'approssimazione valida per $\omega \ll \omega_i$, e quindi anche nel dominio radio, l'*indice di rifrazione* del mezzo è

$$n_r = \sqrt{\varepsilon_r} = \sqrt{1 - \frac{4\pi e^2 n_e}{m_e \omega^2}} = \sqrt{1 - \left(\frac{\nu_p}{\nu}\right)^2}, \quad (3.18)$$

in cui abbiamo usato la definizione di *frequenza di plasma* $\nu_p := \sqrt{(e^2 n_e / \pi m_e)} \approx 10^4 n_e^{1/2}$ Hz. Allora rileggendo la 3.18, comprendiamo che solo onde con $\nu \gg \nu_p$ possono attraversare il mezzo, che invece si comporta come uno specchio per onde a frequenza inferiore. Il valore di tale frequenza nell'ISM è circa $3 \cdot 10^2 - 3 \cdot 10^3$ Hz, corrispondente a una $n_e \sim 10^{-3} - 10^{-1} \text{ cm}^{-3}$.

La velocità con cui si propaga un pacchetto d'onde in un plasma è la *velocità di gruppo*, che è funzione della frequenza attraverso

$$v_g = c n_r = c \sqrt{1 - \left(\frac{\nu_p}{\nu}\right)^2}, \quad (3.19)$$

per cui il cammino della radiazione, data la sua dipendenza attraverso n_r dalla densità elettronica, che può non essere costante lungo il percorso, è spesso non rettilineo. Nel caso in cui l'onda non venga riflessa dal plasma, e quindi $\nu \gg \nu_p$, la 3.19 si espande in serie e diventa:

$$v_g \approx c \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\nu_p}{\nu}\right)^2 \right]. \quad (3.20)$$

Possiamo dunque chiederci quale sia il tempo necessario alla radiazione emessa a $t = 0$ per passare da un punto A ad un punto B separati da una distanza L: supponendo la

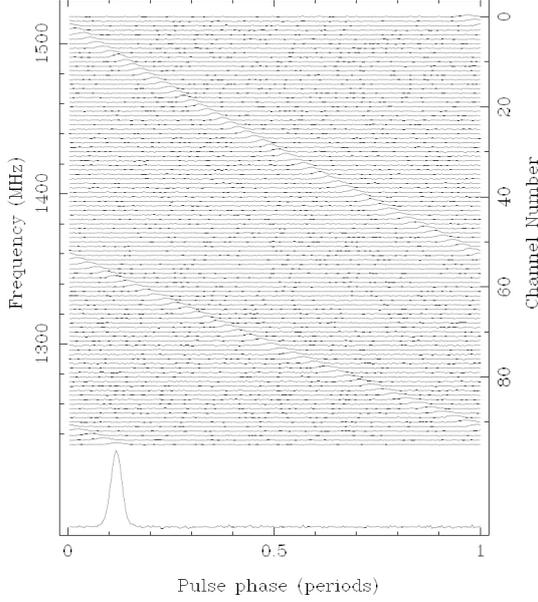


Figura 3.4: Dispersione dell'impulso della pulsar B1356-60. La D.M. è $295 \text{ cm}^{-3} \text{ pc}$. La dipendenza del ritardo dall'inverso del quadrato della frequenza è qui ben evidente (Crediti: [10]).

densità elettronica costante per semplicità, calcoliamo

$$\begin{aligned}
 T_{A,B}(\nu) &= \int_0^L \frac{dl}{v_g} \approx \frac{1}{c} \int_0^L \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\nu_p}{\nu} \right)^2 \right]^{-1} dl \\
 &\approx \frac{1}{c} \int_0^L \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\nu_p}{\nu} \right)^2 \right] dl \\
 &= \frac{L}{c} + \frac{1}{2c} \left(\frac{e^2}{\pi m_e \nu^2} \right) \int_0^L n_e dl
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

dove il primo termine fornisce il tempo che sarebbe impiegato dalla radiazione con v_g per attraversare una distanza L nel vuoto, e il secondo costituisce una sorta di correzione fatta per il plasma. Definiamo la *misura di dispersione*

$$\boxed{D.M. := \int_0^L n_e dl} . \tag{3.22}$$

Così, misurando il tempo d'arrivo dell'impulso in funzione della frequenza, stimiamo la densità di colonna elettronica lungo la linea di vista; in particolare i segnali a frequenza inferiore impiegano più tempo a raggiungere l'osservatore, e il ritardo tra due frequenze è $\propto D.M. (1/\nu_1^2 - 1/\nu_2^2)$. E' necessario, per analisi di questo tipo, avere a che fare con oggetti che emettono impulsi ben distinti su un ampio range di frequenze, motivo per cui le pulsars sono il soggetto ideale: assumendo una densità elettronica uniforme sul piano galattico, ad esempio, la D.M. ci informa sulla loro distanza.

3.6 Rotazione di Faraday

Spesso il gas interstellare è permeato da campi magnetici, e dal momento che tipicamente sia la frequenza di plasma che quella di Larmor sono molto al di sotto dei limiti della fascia radio ($10^7 \geq \nu \geq 10^{11}$), l'angolo che determina la posizione del vettore \vec{E} per radiazione linearmente polarizzata viene ruotato al suo propagarsi lungo

la direzione del campo magnetico. Tale fenomeno prende il nome di *rotazione di Faraday*. Un'onda linearmente polarizzata si può sempre scomporre in due componenti polarizzate ellitticamente, una destrorsa e una sinistrorsa, per le quali, attraversando un mezzo *magnetoattivo*, l'indice di rifrazione n è differente:

$$(n_r)_{R,L} = \sqrt{1 - \frac{(\nu_p/\nu)^2}{1 \pm (\nu_L/\nu)\cos\theta}} \Rightarrow \Delta n = \frac{\nu_p^2 \nu_L}{\nu^3} \cos\theta, \quad (3.23)$$

con θ angolo tra la direzione di propagazione dell'onda e \vec{B} . Per conseguenza le velocità di fase delle due componenti sono diverse, e, quando dopo aver percorso una distanza l nel mezzo si sommano, il risultato è nuovamente un'onda linearmente polarizzata ruotata rispetto alla direzione di polarizzazione iniziale. La differenza di fase tra le componenti sarà $\Delta\phi = 2\pi\Delta n dl/c$, che si traduce in una rotazione del vettore \vec{E} linearmente polarizzato di

$$\Delta\theta = \frac{1}{2}\Delta\phi = \frac{\pi\nu_p^2\nu_L}{c\nu^2} \cos\theta dl. \quad (3.24)$$

Se a $\nu_L \cos\theta$ sostituiamo $2.8 \cdot 10^{10} B_{\parallel}$ Hz (con B in tesla):

$$\theta = 8.12 \cdot 10^3 \lambda^2 \int_0^l n_e B_{\parallel} dl \Rightarrow \boxed{R.M. := \frac{\theta}{\lambda^2}}, \quad (3.25)$$

dove θ si intende espresso in radianti, λ in metri, n_e in m^{-3} e l in pc. Dalla 3.25 si è definita la *misura di rotazione*, il cui segno ci permette di sapere se il campo sia diretto verso di noi (< 0) o no (> 0).

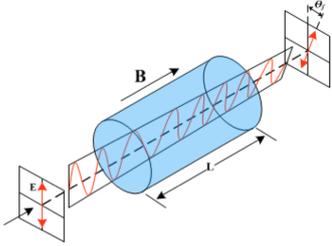


Figura 3.5: Esempio di rotazione del vettore polarizzazione attraverso una regione magnetizzata

Molte radiosorgenti galattiche ed extragalattiche emettono luce linearmente polarizzata, e allora, misurando di quanto varia, in funzione della frequenza, la posizione di \vec{E} , è possibile stabilire un valore approssimato di $\int n_e B_{\parallel} dl$ per diverse linee di vista entro la Galassia. Combinando poi osservazioni sensibili alla rotazione di Faraday delle emissioni linearmente polarizzate delle pulsar con le loro D.M., si può ottenere una stima della forza della componente del campo

magnetico parallela alla linea di vista,

$$\langle B_{\parallel} \rangle \propto \frac{R.M.}{D.M.} \propto \frac{\int n_e B_{\parallel} dl}{\int n_e dl}. \quad (3.26)$$

Ma la rotazione del piano di polarizzazione non è l'unico effetto che il campo magnetico ha sulla radiazione, che viene infatti depolarizzata all'aumentare del valore della lunghezza d'onda di osservazione. Poniamo che l'emissione radio si origini in una regione di dimensione l in cui si a B che n_e risultano essere uniformi; data la proporzionalità a λ^2 , la radiazione sarà totalmente polarizzata ad alte frequenze (la rotazione di Faraday entro la regione tende a zero se $\lambda \rightarrow 0$), ma se esaminiamo quanto accade per lunghezze d'onda maggiori, ci accorgiamo che i vettori di polarizzazione che hanno origine a diverse profondità nella stessa regione si sommano con angoli di rotazione anche molto diversi. Se ad esempio il piano di polarizzazione è ruotato di $\theta = \pi$ la conseguenza è un

decremento dell'angolo totale di polarizzazione. In tali casi, è la frequenza alla quale si registra una significativa depolarizzazione a fornirci informazioni importanti: se la R.M. serviva a comprendere la natura dello spazio che ci separa dalla radiosorgente, la depolarizzazione è invece importante per conoscere meglio le singole aree della regione originante l'emissione.

Quanto appena detto è chiaramente valido per i casi più semplici, ma è più frequente avere a che fare con configurazioni di campo magnetico e plasma meno regolari (si veda l'appendice A). Se le nostre osservazioni hanno per oggetto sorgenti del tipo suddetto, può accadere che una singola zona produca radiazione polarizzata che però raggiunge gli strumenti dopo averne attraversate altre che ruotano ulteriormente il vettore campo elettrico depolarizzandola.

3.7 Effetto Zeeman

Uno dei pochissimi strumenti di cui disponiamo per misurare in maniera diretta l'intensità del campo magnetico e la sua orientazione, è l'effetto Zeeman. Si tratta di un fenomeno dovuto all'interazione della materia col campo magnetico in cui è immersa la cui conseguenza visibile è una separazione delle righe spettrali in multipletti.

Si usa distinguere principalmente un effetto Zeeman *normale* da uno detto *anomalo*; tale differenziazione ha origini principalmente sperimentali e storiche, che solo in seguito sono state superate dall'avvento della meccanica quantistica. In astrofisica i soggetti ideali a questo tipo di analisi sono nubi di gas estese e maser, aree ricche di atomi con un numero dispari di elettroni come HI, o molecole come OH e CN, le cui proprietà microscopiche producono una separazione delle righe spettrali più ampia e apprezzabile anche quando il campo magnetico ha valori molto piccoli ($B = 10\mu\text{G}$). A tal proposito ricordiamo che ogni livello energetico E_n di un atomo idrogenoide è degenerare $2n^2$ volte, dipendentemente dai possibili valori che assumono i numeri quantici l (*orbitale*), m (*magnetico*) e m_s (*di spin*). La presenza di un campo magnetico esterno può risolvere in parte la degenerazione in modi diversi, a seconda che $B_{int} \gg B_{ext}$ (*effetto Zeeman anomalo*) o che $B_{int} \ll B_{ext}$ (*effetto Zeeman normale*). Nel primo caso il campo interno all'atomo, prodotto dal moto dell'elettrone attorno al nucleo, prevale su quello esterno che viene trattato come semplice perturbazione, fornendo in ultima analisi una correzione ai livelli energetici

$$E' = g\mu_B B m_j \quad \text{con} \quad g = 1 + \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)}, \quad (3.27)$$

dove m_j è il numero quantico che etichetta la terza componente del momento angolare totale \mathbf{J} , μ_B il *magnetone di Bohr*¹¹ e g il *fattore di Landé*. Si ottiene perciò una suddivisione del singolo livello energetico in tante componenti quanti sono i valori assunti da m_j , che ha come conseguenza osservativa la separazione della singola riga in un multipletto. Nel secondo caso invece si osserva semplicemente il cosiddetto *tripletto di Lorentz*: il campo magnetico interno si può trascurare, portando a una correzione dei livelli energetici dipendente dalla combinazione di m e m_s

$$E' = \mu_B B(m + 2m_s) \Rightarrow E_{n',l',m',m'_s} - E_{n,l,m,m_s} = \Delta E_{n,n'} \pm \frac{e\hbar}{2\mu c} B \quad (3.28)$$

¹¹ $\mu_B := e\hbar/2m_e c \simeq 0.927 \cdot 10^{-20} \text{erg/G}$

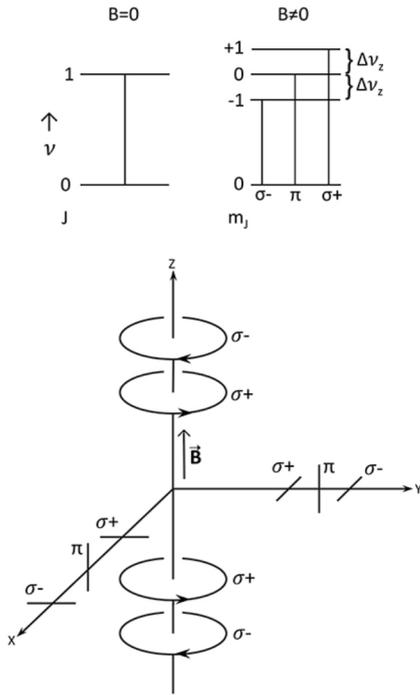


Figura 3.6: Sopra: diagramma di separazione dei livelli energetici. Sotto: i diversi tipi di polarizzazione osservabili a seconda dell'angolo tra la linea di vista e il campo magnetico (Crediti: [4]).

e corrisponde proprio a quest'ultima configurazione. Ora, in una situazione realistica osserviamo un intero gas di particelle cariche che avranno piani orbitali disposti casualmente rispetto alla linea di vista, ovvero una situazione intermedia alle due appena descritte, per cui otteniamo a tutti gli effetti le tre righe già citate. Idealmente potremmo sperare di fare delle stime per l'orientazione di \vec{B} e per la sua intensità studiando il grado di polarizzazione, la separazione delle righe e le loro ampiezze relative, ma sfortunatamente abbiamo a che fare quasi sempre con variazioni difficili da apprezzare nitidamente, soprattutto se confrontate con la larghezza delle righe stesse. Un esempio è certamente la riga a 21 cm di HI, che si divide in tre per effetto Zeeman anomalo ($S_{1/2}$ con $m_j = \pm 1/2$). La componente centrale è a $\nu_0 = 1420.406\text{MHz}$ e la separazione tra quelle esterne è legata al valore del campo da

$$\frac{\Delta\nu}{B} = 2.8\cos\theta\frac{Hz}{\mu G}, \quad (3.29)$$

con θ angolo tra la linea di vista e il campo. Inserendo nella 3.29 valori tipici di B nell'ISM o nelle nubi molecolari ($B \approx 10\mu G \dots 1mG$), si prevede una spaziatura $\Delta\nu \approx 28Hz \dots 2.8kHz$ che, messa a confronto con l'allargamento dovuto a effetti congiunti di pressione e Doppler a T_b di poche centinaia di Kelvin, è spaventosamente piccola. Per questo motivo ci si affida a metodi che coinvolgono la differenza di intensità tra la prima e l'ultima riga, accompagnati da analisi statistiche che permettono di fare ipotesi sulle condizioni fisiche della radiosorgente.

dove $\Delta E_{n,n'}$ è la separazione tra i due livelli imperturbati. Per una transizione $n \rightarrow n'$ possiamo osservare tre sole righe dal momento che le regole di selezione in approssimazione di dipolo impongono $\Delta m = 0, \pm 1$ e $\Delta m_s = 0$, il che conduce a un nuovo livello di degenerazione pari a $2(2n - 1)$ per ogni livello n .

Hendrik Lorentz, non molto dopo la scoperta di Zeeman, fornì una spiegazione di questo secondo caso con un approccio classico e più facilmente comprensibile. Supponendo di osservare l'emissione di un singolo elettrone orbitante attorno alle linee di campo, si possono presentare due situazioni limite: se le orbite sono perpendicolari alla linea di vista, registriamo radiazione polarizzata circolarmente destra e sinistra, corrispondente alle due righe all'estremità del tripletto dette σ components, che si formano in transizioni in cui $\Delta m = \pm 1$. Diversa è la situazione in cui osserviamo dei piani orbitali paralleli alla linea di vista perché la radiazione sarà ora linearmente polarizzata, infatti potremo apprezzare gli effetti dell'accelerazione soltanto nei tratti dell'orbita in cui sarà diretta perpendicolarmente alla linea di vista. La riga centrale del tripletto, detta π component, è registrata alla frequenza di quella imperturbata

Appendice A

Nei dintorni di un buco nero: $M87^*$

Al centro di M87 (o Virgo A), una galassia ellittica distante da noi circa 53 milioni di anni luce ($16 \cdot 10^6 pc$), è presente un buco nero, un oggetto relativistico delle cui origini e del cui funzionamento sappiamo ancora davvero poco. Un buco nero, per essere tale, deve aver radunato una massa M entro il suo *raggio di Schwarzschild*¹² in modo che nemmeno la luce possa più lasciare la sua superficie, da qui *buco nero*. Superato il raggio di Schwarzschild nulla può più sfuggire alla forza di gravità, tuttavia persino un oggetto di tal genere si nutre secondo delle regole, a noi ancora non del tutto chiare, tanto che in molti casi si osservano dei veri e propri getti di materiale relativistico ai due poli opposti del corpo celeste.

Per comprendere fino in fondo cosa accade nelle sue vicinanze è importantissimo studiare la natura dei campi magnetici che regolano, tra le altre cose, il nutrimento del buco nero e i getti di materia.

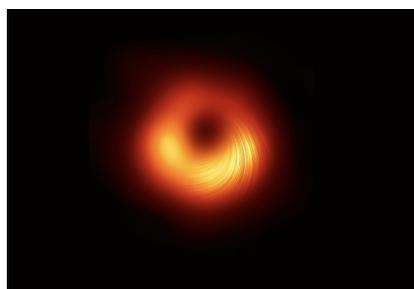


Figura A.1: L'ombra del buco nero supermassiccio di M87 in luce polarizzata (Crediti:[6]).

A.1 Perché le misure polarimetriche?

Nel 2019 la EHT Collaboration ha pubblicato la primissima immagine del centro di Virgo A in cui si distingue una struttura ad anello quasi perfettamente circolare, di $42 \pm 3 \mu as$ di diametro (poco più di 2 raggi Schwarzschild), ampiamente consistente con la presenza di un buco nero, prevista dalla relatività generale. Le analisi dei dati ottenuti a 230 GHz ($\lambda = 1.3mm$) da 7 dalle radioantenne facenti parte di EHT, hanno rilevato una temperatura di brillantezza $T_b \geq 10^{10} K$, riconducibile ad emissioni di sincrotrone, e dunque compatibile con la presenza di materiale relativistico accelerato da un campo magnetico, come ci si aspetterebbe per i dintorni di un corpo collassato.

Ma se stiamo osservando l'area attorno a un buco nero, come è possibile ricevere luce? La radiazione non proviene direttamente dalla materia oltre l'orizzonte degli eventi, bensì da quella che lo circonda, che non sappiamo ancora dire se sia in caduta libera verso il buco nero, in fuga, o semplicemente orbitante attorno allo stesso.

¹² $R_{Schw} := 2GM/c^2$, raggio caratteristico di ogni oggetto di massa M che determina le dimensioni che lo stesso dovrebbe avere per impedire ai fotoni di lasciare la sua superficie.

Ed è proprio in questo contesto che si inserisce lo studio della luce polarizzata: se quella che riceviamo è radiazione di sincrotrone allora saranno presenti dei campi magnetici la cui intensità e direzione, come abbiamo visto nel Capitolo 3, si possono stimare in svariati modi. Le emissioni degli elettroni relativistici diventano quindi un mezzo per arrivare alla disposizione delle linee di campo che a sua volta ci permetterà di fare ipotesi sulla fisica che regola il nutrimento del buco nero.

A.2 I risultati

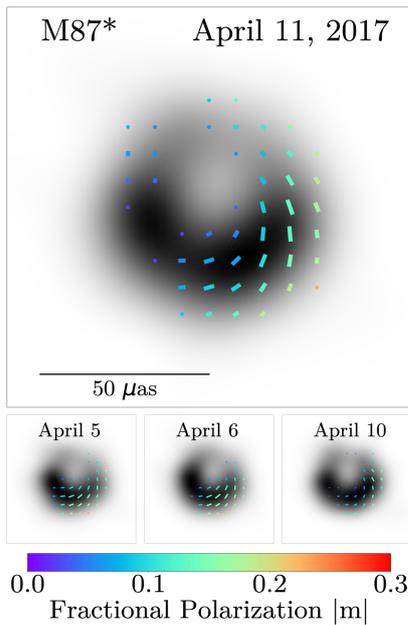


Figura A.2: M87* visto l'11 aprile 2017. L'intensità totale è rappresentata in scala di grigi, e i trattini il grado e la direzione di polarizzazione. (Crediti:[6]).

proprio come un effetto della rotazione di Faraday interna alla regione di emissione. Il risultato è un campo magnetico che può essere disposto perpendicolarmente al disco o a formare un toro, con una componente azimutale comunque significativa. La sua intensità è stata calcolata $B \simeq 7 - 30G$, il che porta a un rate di accrescimento $\dot{M} \simeq (3 - 20) \cdot 10^4 M_\odot/yr$, associato ad una R.M. pari a $-6 \cdot 10^5 rad/m^2$.

A.3 Perché studiare il campo magnetico?

Il cosmo è un ottimo laboratorio in cui esplorare gli effetti della relatività: non conosciamo ancora a fondo la natura del legame tra campo magnetico, disco di accrescimento e getti relativistici che si originano da buchi neri come quello al centro di Virgo A, ma di certo informazioni come quelle ottenute dalle analisi di EHT costituiscono un nuovo e importante pezzo di un puzzle ancora tutto da costruire.

Bibliografia

- [1] Carroll, and Ostlie, B.W., *An Introduction to Modern Astrophysics: Second Edition*, Pearson Addison-Wesley, 2007
- [2] Ceccotti, E., *Processi di Radiazione e MHD*, AMS Università di Bologna, 2017
- [3] Condon, J.J. and Ranson, S.M., *Essential Radio Astronomy*, Princeton University Press, 2018
- [4] Crutcher, R.M. and Kemball, A.J., *Review of Zeeman Effect Observations of Regions of Star Formation*, *Frontiers in Astronomy and Space Sciences*, Vol. 6:66, 2019
- [5] Dallacasa, D., *Processi di Radiazione e MHD*, AMS Università di Bologna, 2021
- [6] The Event Horizon Telescope Collaboration et al., *First M87 Event Horizon Telescope Results. VIII. Magnetic Field Structure near The Event Horizon*, *The Astrophysical Journal Letters*, Vol. 910:L13, 2021
- [7] Ginzburg, V.L. and Syrovatskii, S.I., *Cosmic Magnetobremstrahlung (Synchrotron Radiation)*, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, Vol. 3:297, 1965
- [8] Klein, U. and Fletcher, A., *Galactic and Intergalactic Magnetic Fields*, Springer Praxis Books, 2015
- [9] Longair, M. S., *High Energy Astrophysics*, Cambridge University Press, 2011
- [10] Lorimer, D.R., *Binary and Millisecond Pulsars*, *Living Reviews in Relativity*, Vol. 11:8, 2008
- [11] Pasquini, L., *Struttura della Materia*, AMS Università di Bologna, 2021
- [12] Reynolds, C., *Astrophysical Fluid Dynamics*, University of Cambridge, 2021
- [13] Ribicky, G.B. and Lightman, A.P., *Radiative Processes in Astrophysics*, John Wiley & Sons, Inc., 1979
- [14] Worrall, D.M., *X-ray Jets of Active Galaxies*, *The Astronomy and Astrophysical Review*, Vol. 17:1-46, 2009