

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Scuola di Scienze
Dipartimento di Fisica e Astronomia
Corso di Laurea in Fisica

LA RADIAZIONE DI SINCROTRONE NELLE PULSAR

Relatore:
Prof. Daniele Dallacasa

Presentata da:
Stefano Petraccini

Anno Accademico 2021/2022

Sommario

La radiazione di sincrotrone è il processo di radiazione più comune nella astrofisica delle alte energie in presenza di elettroni ultrarelativistici in moto in un campo magnetico. Sono attribuibili a questo processo le radio emissioni dei raggi cosmici (elettroni e positroni) della nostra galassia, dei resti di supernovae e delle sorgenti radio extragalattiche. In particolare, questa trattazione si soffermerà sullo studio dell'emissione tramite radiazione di sincrotrone da parte delle pulsar, stelle di neutroni in rapida rotazione e dotate di un campo magnetico, che ad intervalli estremamente regolari (periodo di rotazione) emettono radiazione coerente in regioni coniche allineate con l'asse magnetico, sotto forma di impulsi, secondo un processo che viene denominato "effetto faro".

Indice

1	Radiazione di sincrotrone	2
1.1	Particella carica in un campo magnetico uniforme	2
1.2	Particella carica in un campo magnetico non uniforme	3
1.3	Radiazione di Ciclotrone	5
1.4	Radiazione di Sincrotrone	5
1.5	Distribuzione angolare della radiazione	6
1.6	Distribuzione spettrale	8
1.7	Emissione di un insieme di elettroni	8
1.8	Polarizzazione	9
2	Pulsar	11
2.1	Periodo	13
2.2	Luminosità	16
2.3	Rotatore Obliquo	18
3	Il Problema della Temperatura di Brillanza	19

Capitolo 1

Radiazione di sincrotrone

1.1 Particella carica in un campo magnetico uniforme

Una particella dotata di carica e e di massa a riposo m_0 in moto a velocità \vec{v} in un campo magnetico uniforme \vec{H} , ha equazione del moto:

$$\gamma m_0 \frac{d\vec{v}}{dt} = e(\vec{v} \times \vec{H}) \quad (1.1)$$

con $\gamma = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ fattore di Lorentz.¹

La velocità \vec{v} può essere divisa nelle sue componenti parallela e perpendicolare alla direzione del campo H , rispettivamente indicate come \vec{v}_{\parallel} , dove \vec{v}_{\perp} e l'angolo compreso tra \vec{v} e \vec{H} , detto *angolo di pitch*, può essere ricavato come $\tan \vartheta = \frac{\vec{v}_{\parallel}}{\vec{v}_{\perp}}$. Essendo $\vec{v}_{\parallel} \parallel \vec{H}$, dalla (1.1) si nota che la velocità della particella nella direzione del campo magnetico non varia: $\vec{v}_{\parallel} = \text{cost}$.

L'accelerazione nella direzione perpendicolare ad \vec{H} e \vec{v}_{\perp} vale invece:

$$\gamma m_0 \frac{d\vec{v}}{dt} = e|\vec{v}||\vec{H}| \sin \vartheta$$

Essendo l'accelerazione costante, la particella si muoverà di moto circolare uniforme sul piano perpendicolare al campo magnetico, con raggio r , velocità angolare ω e

¹Per velocità non prossime a quella della luce, γ ha valore = 1, caso non nell'interesse della trattazione in quanto la radiazione di sincrotrone avviene a regimi relativistici.

frequenza angolare ν , che assumono i valori:

$$\begin{aligned} r &= \frac{\gamma m_0 |\vec{v}| \sin \vartheta}{e |\vec{H}|} \\ \omega &= \frac{v_{\perp}}{r} = \frac{e |\vec{H}|}{\gamma m_0} \\ \nu &= \frac{\omega}{2\pi} = \frac{e |\vec{H}|}{2\pi \gamma m_0} \end{aligned} \quad (1.2)$$

Il moto risultante dalla combinazione tra questo moto circolare ed il moto rettilineo uniforme nella direzione parallela al campo magnetico è detto *moto elicoidale* ed è illustrato in Figura 1.1.

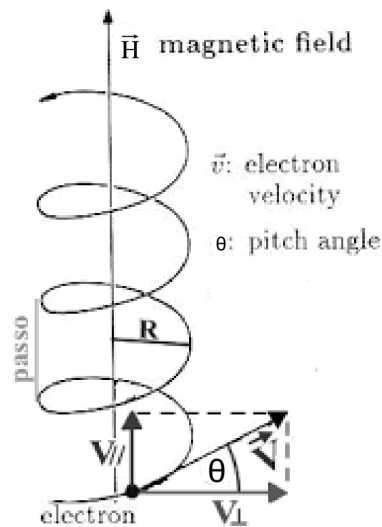


Figura 1.1: Moto elicoidale di una particella carica immersa in un campo magnetico uniforme.[1]

1.2 Particella carica in un campo magnetico non uniforme

Nel caso della presenza di un campo magnetico spazialmente variabile, il moto della particella carica si distacca, seppur parzialmente, dal moto elicoidale.

La particella carica in moto con velocità $\vec{v} = \vec{v}_{\parallel}$ percepirà nel suo sistema di riferimento una variazione *nel tempo* del campo magnetico \vec{H} e, di conseguenza, la presenza di un

campo elettrico indotto \vec{E}' , dato dall'equazione di Maxwell:

$$\nabla \times \vec{E}' = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

che in un periodo causa una variazione di energia cinetica nella direzione di \vec{v}_\perp pari al lavoro compiuto da \vec{E}' :

$$\Delta \varepsilon_\perp = \oint e \vec{E}' \cdot d\vec{l} = e \int_S \nabla \times \vec{E}' \cdot d\vec{s} = -\frac{e}{c} \int_S \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

Nell'ipotesi in cui la variazione di \vec{H} in un periodo T sia infinitesima, si può approssimare $\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \frac{\Delta H}{T}$, da cui si ricava, tenendo conto del segno della carica e del verso di percorrenza dell'orbita:

$$\Delta \varepsilon_\perp = \frac{|e|}{c} \Delta H \frac{\omega r^2}{2} = (1/2 m v^2) \frac{\Delta H}{H} = \varepsilon_\perp \frac{\Delta H}{H} \quad (1.3)$$

da cui si ricava che

$$\Delta \left[\ln \left(\frac{\varepsilon_\perp}{H} \right) \right] = 0 \longrightarrow \frac{\varepsilon_\perp}{H} = \text{cost.} \quad (1.4)$$

detto *invariante adiabatico*.

Quanto riscontrato nell'equazione (1.4) comporta che ad una variazione del campo magnetico corrisponda una variazione della componente ortogonale dell'energia cinetica. Essendo però \vec{H} un campo statico dal punto di vista dell'osservatore, la forza di Lorentz non compie lavoro e quindi l'energia cinetica totale deve conservarsi. Perché ciò accada si devono avere variazioni di ε_\parallel uguali e contrarie a quelle di ε_\perp . Si viene quindi a creare una forza che si oppone al moto della particella diretto lungo le linee di campo.

Essendo $\varepsilon_\perp = \frac{1}{2} m_0 v_\perp^2$ e $v_\perp = v \sin \vartheta$, la 1.4 può essere riscritta come

$$\frac{\sin^2 \vartheta}{H} = \text{cost.} \quad (1.5)$$

per cui conoscendo i valori dell'angolo di pitch e del campo magnetico in un determinato punto (rispettivamente ϑ_0 e H_0) l'angolo di pitch in un qualsiasi punto della traiettoria avrà espressione:

$$\sin \vartheta = \sin \vartheta_0 \sqrt{\frac{H}{H_0}}$$

per cui ad un aumento del campo H corrisponde un aumento dell'angolo di pitch fino ad un valore massimo di $\sin \vartheta$, ovvero fino a $\vartheta = \frac{\pi}{2}$. A quel punto la particella, non potendo più aumentare ϑ , si trova a non poter entrare in regioni a campo magnetico maggiore e viene riflessa nella direzione di campo magnetico decrescente. Le regioni ad alta intensità di campo vengono per questo chiamate *specchi magnetici*.

1.3 Radiazione di Ciclotrone

Una particella carica e soggetta ad una accelerazione a , irradia potenza secondo la legge di Larmor:

$$P = -\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{2}{3} \frac{e^2}{m^2 c^3} \left(\frac{d\vec{p}}{dt} \right)^2 \quad (1.6)$$

con $\vec{p} = m\vec{v}$ quantità di moto della particella. Nel caso della particella immersa in un campo magnetico, l'accelerazione vale $a = \left(\frac{v_\perp}{mc} \right) H$, per cui la (1.6) diventerà:

$$P = -\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{2}{3} \frac{e^2}{m^2 c^3} \left(\frac{v_\perp}{c} \right)^2 H^2 \quad (1.7)$$

Questo tipo di radiazione è detta di ciclotrone e la frequenza di emissione è la stessa frequenza dell'orbita della particella, per cui la radiazione è monocromatica.

È possibile calcolare anche la quantità di potenza irradiata in funzione della frequenza, ovvero la distribuzione spettrale della radiazione emessa, utilizzando la trasformata di Fourier dell'accelerazione:

$$A(\nu) = \int a e^{-2\pi i \nu t} dt \quad (1.8)$$

$$\frac{dP}{d\nu} = \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} A^2(\nu)$$

1.4 Radiazione di Sincrotrone

Per una carica in moto a velocità super-relativistiche, si ha $\beta \simeq 1$ e la (1.6) assume la forma:

$$P = \frac{2}{3} \frac{e^2}{m_0^2 c^3} \gamma^2 \left(\frac{d\vec{p}}{dt} \right)^2 \quad (1.9)$$

ed essendo in moto in un campo magnetico, $\left(\frac{d\vec{p}}{dt} \right)$ può essere sostituito con la forza di Lorentz $\left(\frac{e\vec{v}}{c} \times \vec{H} \right)$:

$$P = \frac{2}{3} \frac{e^4}{m_0^2 c^3} \gamma^2 H_\perp^2 = \frac{2}{3} \frac{e^4}{m_0^2 c^3} \left(\frac{\varepsilon}{m_0 c^2} \right)^2 H_\perp^2 \propto \varepsilon^2 H_\perp^2 = 1.6 \times 10^{-15} \gamma^2 H_\perp^2 \quad [W] \quad (1.10)$$

Se la particella in moto è un elettrone, si può riscrivere l'espressione della potenza utilizzando la sezione d'urto Thomson:

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{m_e c^2} \right)^2 = \frac{8\pi}{3} r_0^2 = 6.65 \times 10^{-25} \text{cm}^2 \quad (1.11)$$

con r_0 detto *raggio effettivo* dell'elettrone, e la (1.10) diventa:

$$P_s = 2c\sigma_T(m_e)\gamma^2\frac{H_\perp^2}{8\pi} \quad (1.12)$$

Questa espressione si riferisce ad un singolo elettrone avente un angolo di pitch ϑ determinato. Nel caso in cui si abbia un insieme di elettroni, si considerano valori medi di $H_\perp^2 = (H \sin \vartheta)^2$, quindi nel caso in cui ci sia una distribuzione degli angoli isotropa, si avrebbe $\frac{2}{3}H^2$.

1.5 Distribuzione angolare della radiazione

Nel sistema di riferimento solidale alla carica in moto, la potenza irradiata per unità di angolo ha le caratteristiche di una radiazione di dipolo:

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{1}{4\pi} \frac{e^2}{c^3} a^2 \sin^2 \vartheta \quad (1.13)$$

mentre in un qualsiasi altro sistema di riferimento, per calcolare la radiazione va eseguita una trasformazione degli angoli secondo la formula:

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha' \sqrt{1 - \beta^2}}{\cos \alpha' + \beta} = \frac{\sin \alpha'}{\gamma(\cos \alpha' + \beta)} \quad (1.14)$$

in cui α' è l'angolo misurato nel sistema di riferimento solidale al moto. Si nota quindi che $\alpha = \alpha'$ solo per $\beta \ll 1$, mentre per tutti gli altri casi, il valore di α è sempre molto minore di α' . Per $\beta \simeq 1$ e $\alpha' = \pm 90^\circ$, si ha invece $\tan \alpha \simeq \alpha$. Questo comporta che per elettroni relativistici la radiazione sia concentrata per metà all'interno di un cono di semiampiezza $\frac{1}{\gamma}$, avente per asse la direzione della velocità, e l'altra metà sia diffusa nel restante spazio (Fig.1.3). La radiazione è quindi più facilmente percepibile quando il cono punta in direzione dell'osservatore, per cui se l'emissione avviene da parte di un solo elettrone, essa appare impulsiva, dato che la particella si muove su di un'orbita circolare e sarà quindi visibile solo quando la direzione della velocità è allineata con la linea di vista.

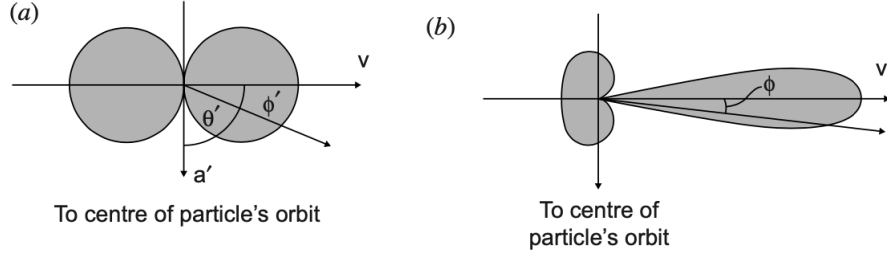


Figura 1.2: Il grafico della distribuzione angolare della radiazione di sincrotrone, **(a)** nel sistema di riferimento dell'elettrone ultra relativistico e **(b)** per un osservatore esterno.[7]

La durata dell'impulso può essere calcolata facilmente osservando la Figura 1.3: il segnale osservabile viene emesso quando la particella percorre il tratto che va dal punto 1 al punto 2. La distanza tra i due punti, approssimando l'arco di circonferenza ad un segmento, vale $\Delta l = \Delta\vartheta \times r_{rel}$.

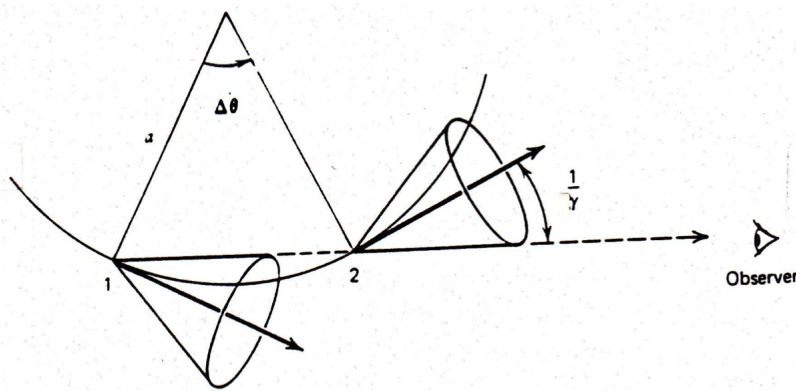


Figura 1.3: Calcolo della durata dell'impulso

Il segnale percorre lo spazio Δl in un tempo $\Delta t_1 = \Delta\vartheta \times r_{rel}/c$, mentre l'elettrone lo percorre in $\Delta t_2 = \Delta\vartheta \times r_{rel}/v$. La durata dell'impulso nel sistema di riferimento dell'elettrone vale quindi:

$$\tau_{rel} = \Delta t_2 - \Delta t_1 = \Delta\vartheta \times r_{rel} \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{c} \right) = \frac{\Delta\vartheta}{\omega_{rel}} (1 - \beta) \quad (1.15)$$

Mentre dal punto di vista dell'osservatore si ha:

$$\tau = \frac{m_e c}{e H} \frac{1}{\gamma^2} = \frac{1}{\gamma^2 \omega_L} \quad (1.16)$$

dove $\omega_L = \frac{eH}{m_e c}$ è la pulsazione. La durata dell'impulso dal punto di vista dell'osservatore è quindi notevolmente minore, in quanto la carica e la radiazione si muovono a velocità quasi uguali in direzione dell'osservatore, la prima seguendo la propria traiettoria, avente, comunque, un raggio di curvatura estremamente ampio, l'altra muovendosi in linea retta.

1.6 Distribuzione spettrale

Tramite l'analisi di Fourier dell'impulso è possibile ottenere la distribuzione spettrale della radiazione $P(\nu)$. Introducendo una frequenza critica

$$\nu_s = \frac{3}{4\pi} \frac{1}{\tau} = \frac{3}{4\pi} \gamma^2 \omega_L \simeq 4.2 \times 10^{-9} \gamma^2 H \quad [GHz]$$

con H indicato in μG .

Si nota (Figura 1.4) che per frequenze $\ll \nu_s$ si ha un andamento del tipo $(\nu/\nu_s)^{\frac{1}{3}}$, mentre per valori $\nu \gg \nu_s$ si ha un andamento proporzionale ad $e^{-(\nu/\nu_s)}$, che diminuisce rapidamente, diventando trascurabile. Il massimo si ha per $\nu = \nu_s/3$.

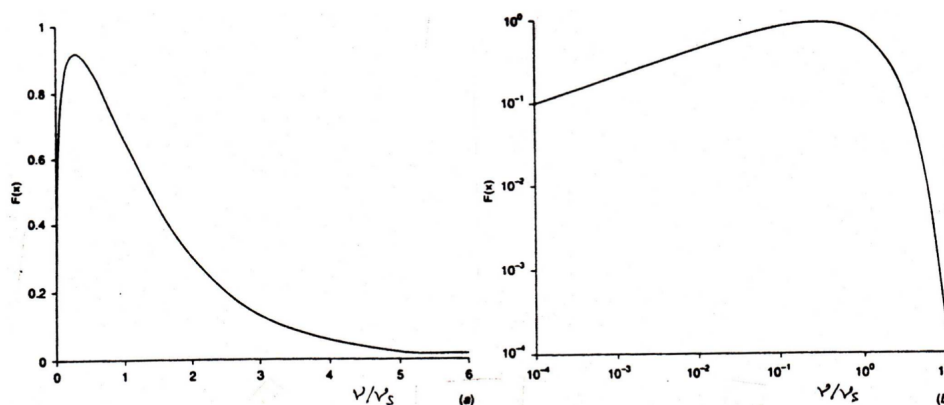


Figura 1.4: Distribuzione spettrale della potenza emessa da un singolo elettrone, in scala lineare e logaritmica, normalizzata alla frequenza critica ν_s

1.7 Emissione di un insieme di elettroni

Comunemente in ambito astrofisico si hanno insiemi di elettroni aventi energie diverse e l'emissione totale si ottiene sommando i contributi di ogni particella. È lecito supporre che una possibile distribuzione delle energie degli elettroni ultrarelativistici segua la legge $N(\varepsilon) = N_0 \varepsilon^{-\delta}$, con N_0 e δ costanti, in quanto è lo spettro di energia proprio dei raggi cosmici.

Da questo, normalizzando la frequenza alla frequenza critica ($\nu_s \propto \varepsilon^2$) si può ricavare che la potenza irradiata per unità di volume (*emissività specifica*), definita come:

$$J_s(\nu) = \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} P_s(\nu, \varepsilon) N(\varepsilon) d\varepsilon \quad (1.17)$$

è proporzionale a ²

$$N_0 H_{\perp}^{(\delta+1)/2} \nu^{-(\delta-1)/2} = N_0 H_{\perp}^{\alpha+1} \nu^{-\alpha}$$

con $\alpha = \frac{\delta-1}{2}$ detto *indice spettrale*.

Questo comporta che lo spettro risultante non sia dipendente dalla forma dello spettro di ogni singolo elettrone, ma è una legge di potenza il cui esponente (α) dipende solo dalla distribuzione energetica degli elettroni.

In seconda approssimazione, si nota che la quantità H_{\perp} non è uguale per ogni elettrone, per cui è necessario sostituirla con il valore di campo magnetico mediato su tutto lo spazio, essendo $\langle (H \sin \vartheta)^2 \rangle = \frac{2}{3} H^2$, si avrà:

$$J_s(\nu) \propto N_0 \sqrt{\frac{2}{3}} H^{\frac{\alpha+1}{2}} \nu^{-\alpha}$$

1.8 Polarizzazione

Una peculiarità della radiazione di sincrotrone è quella di avere una forte polarizzazione lineare. Questo è dovuto al fatto che l'elettrone emette come un dipolo elettrico oscillante, e a grande distanza si vede, appunto, un elettrone che oscilla lungo il piano dell'orbita circolare. Quindi esso emette con il campo elettrico parallelo al piano dell'orbita, che è perpendicolare alla direzione locale del campo magnetico.

Questo è vero per tutti gli elettroni, quindi la somma vettoriale delle loro emissioni produce un campo elettrico netto (la polarizzazione lineare) che è perpendicolare alla direzione locale del campo magnetico. Quindi osservare la direzione di polarizzazione (vettore del campo elettrico delle onde e-m incidenti) vuol dire misurare la proiezione del campo magnetico sul piano del cielo della regione radioemittente per sincrotrone.

Il rapporto fra l'intensità del segnale polarizzato P e di quello totale I è detto *polarizzazione lineare intrinseca* e vale:

$$\Pi_{intr} = \frac{P}{I} = \frac{\delta + 1}{\delta + \frac{7}{3}} \quad (1.18)$$

che per valori tipici di $\delta \simeq 2.5$ assume un valore di $0.7 \div 0.8$.

Nella realtà si trovano valori di polarizzazione intrinseca molto minori della stima teorica,

²L'espressione completa della emissività specifica è:
 $J_s(\nu) = N_0 \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} P_s(\nu/\nu_s) \varepsilon^{-\delta} d\varepsilon \propto \nu^{-(\delta-1)/2} \int_{x_1}^{x_2} P_s(x) x^{(\delta-3)/2} dx$, con $x = \frac{\nu}{\nu_s}$

le sorgenti maggiormente polarizzate non arrivano a percentuali superiori al 20% e di solito si hanno polarizzazioni lineari molto deboli, dell'ordine del % o meno. Questa discrepanza è dovuta principalmente alla non omogeneità dei campi magnetici reali, dato che da regioni di campo orientate diversamente si originano segnali a polarizzazioni diverse che possono cancellarsi a vicenda.

La radiazione totale è proporzionale al quadrato del campo magnetico totale, mentre la radiazione polarizzata è proporzionale al quadrato del campo magnetico ordinato. Chiamando con H_o e H_r rispettivamente le componenti ordinata e randomica del campo H , si può calcolare la percentuale di polarizzazione osservata:

$$\Pi_{oss} = \Pi_{intr} \frac{1}{1 - (H_r/H_o)^2} \quad (1.19)$$

Dalla misura della polarizzazione si può quindi risalire al grado di ordine del campo magnetico di una radiosorgente ed in generale, osservare la radiazione polarizzata di una radiosorgente consente di determinare quale è la proiezione del campo magnetico ordinato sul piano del cielo.

Capitolo 2

Pulsar

Le pulsar sono oggetti astronomici che emettono radiazione con impulsi che si ripetono ad intervalli estremamente regolari di durata tipica, a seconda degli oggetti di $0.01s$ fino a qualche secondo.

La prima pulsar, che aveva impulsi della durata di alcuni centesimi di secondo e che si ripetevano ad intervalli di circa un secondo, è stata osservata nel 1967 dall'allora studentessa di dottorato Jocelyn Bell e per questa scoperta il suo professore Anthony Hewish ricevette il premio nobel per la fisica nel 1974. Sempre nel 1967 Franco Pacini aveva teorizzato il modello di Rotatore Obliquo, che spiega le modalità di emissione di una stella di neutroni in rotazione e che viene tuttora utilizzato per descrivere il comportamento delle pulsar.

Essendo la durata δt dell'impulso legata alle dimensioni d dell'oggetto che lo emette tramite la formula $d \leq c\delta t$, le dimensioni della pulsar risultavano essere di poche decine di chilometri. Questo ha portato a supporre che i segnali potessero essere generati artificialmente da forme di vita aliene. Teoria che è stata però confutata nel momento in cui ci si è resi conto che l'energia trasportata dagli impulsi, se fossero stati emessi da una sorgente posta ad una distanza paragonabile a quella del sole dalla terra, sarebbe stata troppo elevata per essere causata da fenomeni artificiali.

Si è quindi arrivati all'idea, oggi del tutto accreditata, che le pulsar siano stelle di neutroni, stelle molto dense, con raggio dell'ordine della decina di km e massa paragonabile a quella del Sole, derivate dalle esplosioni di supernovae, prodotte da stelle con massa compresa tra le 8 e le 30 masse solari e mai osservate prima, che si trovano in rapida rotazione ed hanno campi magnetici elevati, con asse magnetico non allineato a quello di rotazione.

Come si vede dalla Figura 2.1, la radiazione è emessa solo in una regione conica (gialla in figura) centrata sull'asse magnetico. La radiazione della pulsar è quindi visibile solo nel momento della rotazione in cui la regione conica punta in direzione dell'osservatore, apparendo così come intermittente. Per questo motivo questo meccanismo è detto "*effetto faro*".

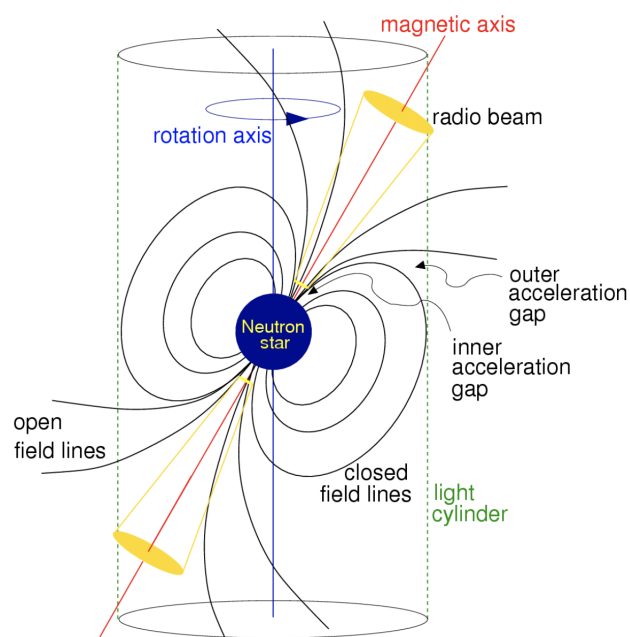


Figura 2.1: Rappresentazione schematica di una pulsar. L'emissione (*radio beam*) che si osserva pulsata, avviene con continuità lungo l'asse magnetico. Un osservatore e' in grado di rivelare l'impulso solo quando il radio beam intercetta la linea di vista nella sua rotazione attorno all'asse (di rotazione).[5]

2.1 Periodo

L'intervallo di tempo tra due impulsi consecutivi della pulsar è il periodo P . Dalla Figura 2.2, si vede che i periodi variano dal millisecondo a circa 5 secondi, con picchi intorno ai 0.65s.

Essendo il periodo di una pulsar estremamente regolare, si è soliti indicare gli intervalli di tempo legati ad essa in termini della longitudine φ .

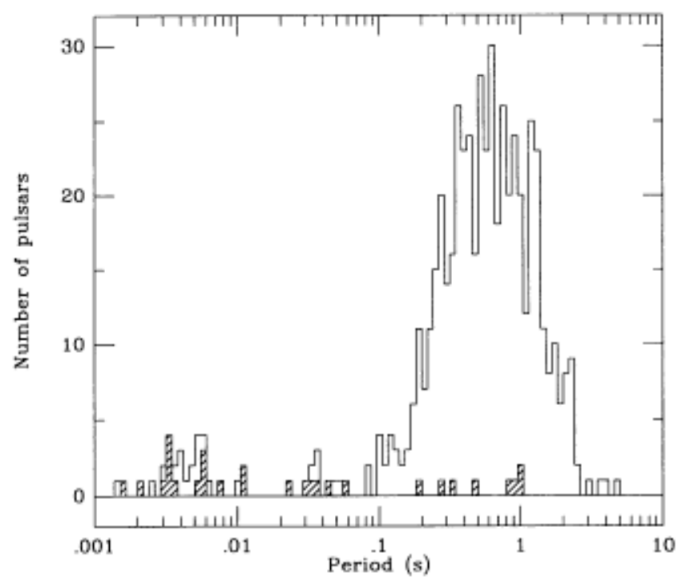


Figura 2.2: Distribuzione del periodo di 558 pulsar, i dati tratteggiati indicano pulsar appartenenti a sistemi binari.[9]

In alcuni casi è presente un secondo impulso detto *interpulso*, situato circa a metà del periodo, dovuto all'emissione da parte del polo opposto della stella rispetto a quello che emette l'impulso principale. Questo però è visibile solo per grandi discostamenti tra l'asse di rotazione e quello magnetico della stella.

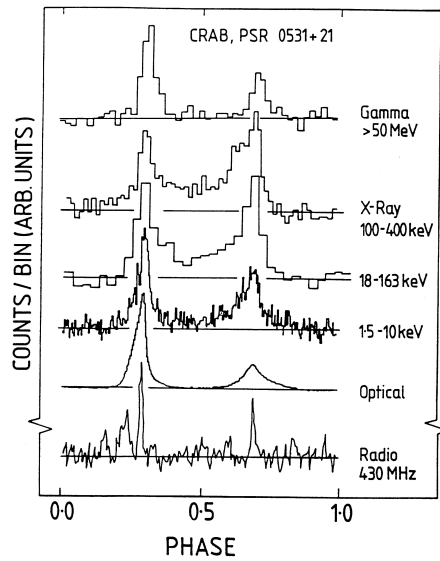


Figura 2.3: Un impulso della pulsar della Nebulosa del Granchio osservato in diverse frequenze. Il secondo picco, meno accentuato, è l'interpulso. [2]

I profili dei singoli impulsi di una pulsar possono essere molto diversi tra loro, ma la loro media restituisce un profilo caratteristico che rimane stabile nel tempo (fig.2.4).

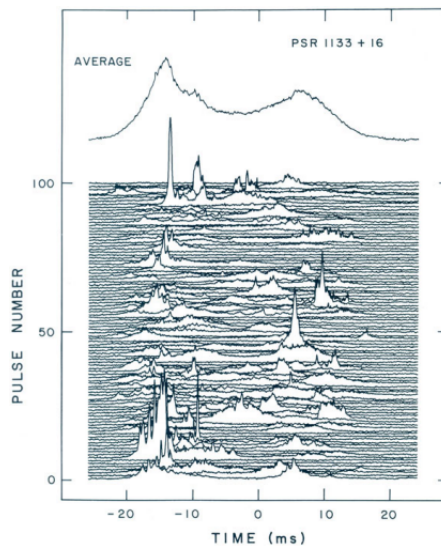


Figura 2.4: 100 impulsi consecutivi osservati a $\nu = 600\text{MHz}$ per la PSR1133+16. In alto appare la media di 500 impulsi consecutivi. [8]

Pur essendo molto stabile, il periodo di una pulsar presenta comunque una variazione sistematica in positivo estremamente regolare, ovvero si ha un rallentamento del moto rotatorio della pulsar.

Si vede dalla figura 2.5 che il valore $\dot{P}P^{-5} = 5 \times 10^{-17} s^{-5}$ sembra essere un limite inferiore al di sotto del quale non si hanno pulsazioni.

Il modello del rotatore obliquo prevede che $\dot{P}P = cost.$, per cui se tutte le pulsar presentassero le stesse condizioni iniziali e la stessa evoluzione, dovrebbero tutte trovarsi sulla retta $\dot{P}P = cost.$

Dal grafico è evidente che si sia una dispersione rispetto a questa retta e la motivazione di ciò, essendo le masse delle stelle di neutroni tutte molto simili fra loro, è riconducibile ai diversi valori del campo magnetico H . Il modello di rotatore obliquo infatti prevede che $\dot{P} \propto H^2$, che può quindi portare a notevoli distaccamenti in \dot{P} per minime differenze di H .

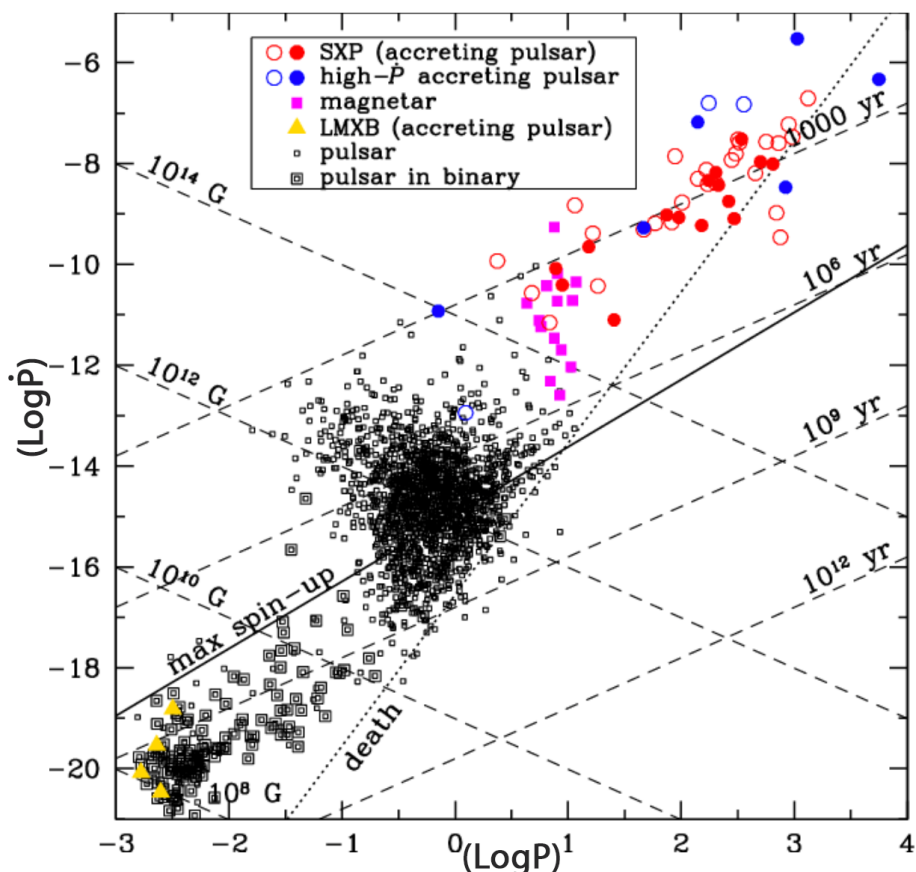


Figura 2.5: Grafico di $\dot{P}(P)$, i quadrati neri sono le pulsar ordinarie, la linea tratteggiata corrisponde a $\dot{P}P^{-5}$ ed è detta "death line". [6]

Comportamenti anomali nel periodo di alcune pulsar si riscontrano nel caso dei *glitch*, variazioni improvvise del periodo, seguite da un riassetto di tipo esponenziale verso il trend iniziale, come mostrato in Figura 2.6.

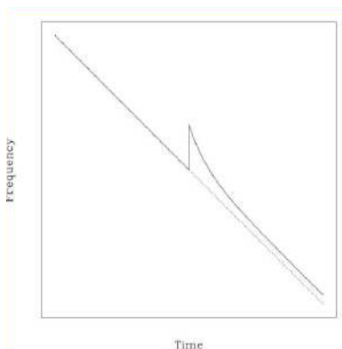


Figura 2.6: Grafico che mostra l’andamento della frequenza in un intorno temporale di un glitch. [4]

Le cause di questi eventi, essendo presenti soprattutto nel caso delle pulsar più giovani, sono attribuibili ad irregolarità nel moto dei fluidi interni della stella e possono portare a piccole variazioni del raggio, con conseguente aumento o diminuzione (temporanei) del periodo di rotazione.

2.2 Luminosità

La luminosità delle pulsar è calcolata tramite la formula

$$L = S(\nu)d^2 \Delta\nu\Omega \quad (2.1)$$

dove $S(\nu)$ è la densità media di flusso dell’impulso, $\Delta\nu$ è l’intervallo di frequenze dell’emissione considerata e Ω è l’ampiezza della regione conica in cui la pulsar emette radiazione. Generalmente la luminosità nella banda radio si aggira nell’ordine dei $10^{20} \div 10^{24}$ watt. Questa luminosità non viene emessa in modo isotropo, ma attraverso due zone nei pressi dei poli magnetici in rotazione. In particolare, la rotazione molto rapida della stella di neutroni definisce il “cilindro di luce”: le linee di forza del campo magnetico possono rimanere chiuse, definendo la magnetosfera, solo fino ad una certa distanza R dall’asse di rotazione, in modo tale che $\omega \cdot R \leq c$, ossia non venga superata la velocità della luce (figura 2.1). A distanze più grandi, le linee di forza sono aperte e possono portare verso la superficie della stella, o lontano da essa (dipende dal polo N/S e dalla carica, se elettroni o positroni), le particelle cariche che si muovono lungo tali linee di forza. Sono queste particelle cariche che emettono la radiazione pulsata osservabile da terra.

Le cariche elettriche perdono progressivamente energia, man mano che fluiscono lungo

le linee di forza e vanno ad accumularsi in un involucro attorno alla pulsar, chiamato Pulsar Wind Nebula (PWN), che emette per sincrotrone in maniera isotropa e continua (non pulsata), e che, sovente, si meschia con l'emissione da resto di supernova. Un esempio può essere la pulsar della nebulosa del Granchio, che possiede un grande involucro (conosciuto come Taurus A).



Figura 2.7: Immagine della nebulosa del Granchio, con la pulsar al centro. La radiazione disposta intorno ad essa è il PWN, mentre il fascio diretto verso sinistra è l'impulso della pulsar. La foto è ottenuta sovrapponendo le rilevazioni in banda ottica (rosso) e X (blu).[3]

2.3 Rotatore Obliquo

Il modello del rotatore obliquo è tra i più accreditati per la descrizione del funzionamento delle Pulsar ed è basato sull'idea che una stella di neutroni in rapida rotazione e avente un campo magnetico ad elevata intensità il cui asse non coincide con quello di rotazione della stella, irradia energia sotto forma di onde elettromagnetiche a spese della propria energia rotazionale, perdendo velocità angolare.

Indicando con m_d il momento di dipolo magnetico e con α l'angolo tra l'asse magnetico e quello di rotazione, la potenza irradiata P_d può essere calcolata con la formula:

$$P_d = \frac{2}{3} \frac{1}{c^3} \left(\frac{d^2}{dt^2} (m_d \sin \alpha) \right)^2 = \frac{2}{3} \frac{1}{c^3} \omega^4 (m_d \sin \alpha)^2 \quad (2.2)$$

Ed è irradiata alla frequenza di rotazione della stella $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$.

Non tutta l'energia rotazionale persa viene trasformata in luminosità, che nella maggior parte dei casi rappresenta solo una frazione $\eta \approx 10^{-4} \div 10^{-2}$ dell'energia totale a disposizione. La quantità η viene chiamata *efficienza* del processo e viene calcolata per una determinata frequenza ν , con la formula

$$\eta_\nu = \frac{L_\nu}{dK/dt} \quad (2.3)$$

Dove L_ν è la luminosità della pulsar alla frequenza ν e $\frac{dK}{dt}$ è la variazione di energia cinetica della stella.

Con la perdita di energia rotazionale, il periodo della pulsar tende ad aumentare, con una diminuzione della sua derivata. Questo comporta che la pulsar tenda a spostarsi, nel grafico in Figura 2.5, verso destra, fino ad oltrepassare la cosiddetta *death line*, dopo la quale il meccanismo smette di essere efficiente e non si hanno più impulsi. Dai valori di P e \dot{P} è possibile stimare la durata dell'attività di una pulsar, che solitamente è dell'ordine dei $10^6 \div 10^7$ anni.

Le pulsar oltre la death line possono essere riattivate. Infatti, qualora le stelle di neutroni si trovino in sistemi binari o multipli, esse possono acquisire tramite accrescimento, materia dalle compagne. Tale materia ha sicuramente un elevato momento angolare e quando si deposita sulla stella di neutroni, ne può incrementare la velocità angolare, diminuendone quindi il periodo. E se questo processo porta la stella di neutroni a ritroso nella "death line", la pulsar si riattiva. Questo è il meccanismo alla base delle *millisecond pulsars*, generalmente trovate in sistemi binari, e che sono caratterizzate da periodi dell'ordine di qualche millisecondo. La pulsar con la più rapida rotazione attualmente conosciuta è *PSR J1748+2446ad*, la quale, con un periodo di poco inferiore a $1.4ms$, compie circa 715 rotazioni in un secondo.

Capitolo 3

Il Problema della Temperatura di Brillanza

Lo spettro dell'emissione radio di una pulsar, calcolato sugli impulsi medi, segue una legge di potenza del tipo $S(\nu) \propto \nu^{-\alpha}$, con α compreso tra 1 e 3, per cui si hanno picchi molto ripidi, che fanno pensare ad un metodo di emissione diverso dalla radiazione di sincrotrone. Ad esempio si vede nel grafico dello spettro della pulsar e dei resti di supernova (*SNR*) della Nebulosa del Granchio (Fig.3.1), che mentre lo spettro della *SNR* è pressoché continuo attraverso tutte le bande e giustificabile come emissione di sincrotrone, quello della pulsar ha un andamento atipico: è fortemente piccato nella banda radio (prima del massimo $\alpha \simeq -2$, dopo $\alpha \simeq 3.5$), poi dagli infrarossi assume un andamento più regolare fino ai raggi γ . Questa discrepanza fa pensare all'esistenza di due processi di emissione differenti per la radiazione in banda radio e per quelle a frequenze maggiori.

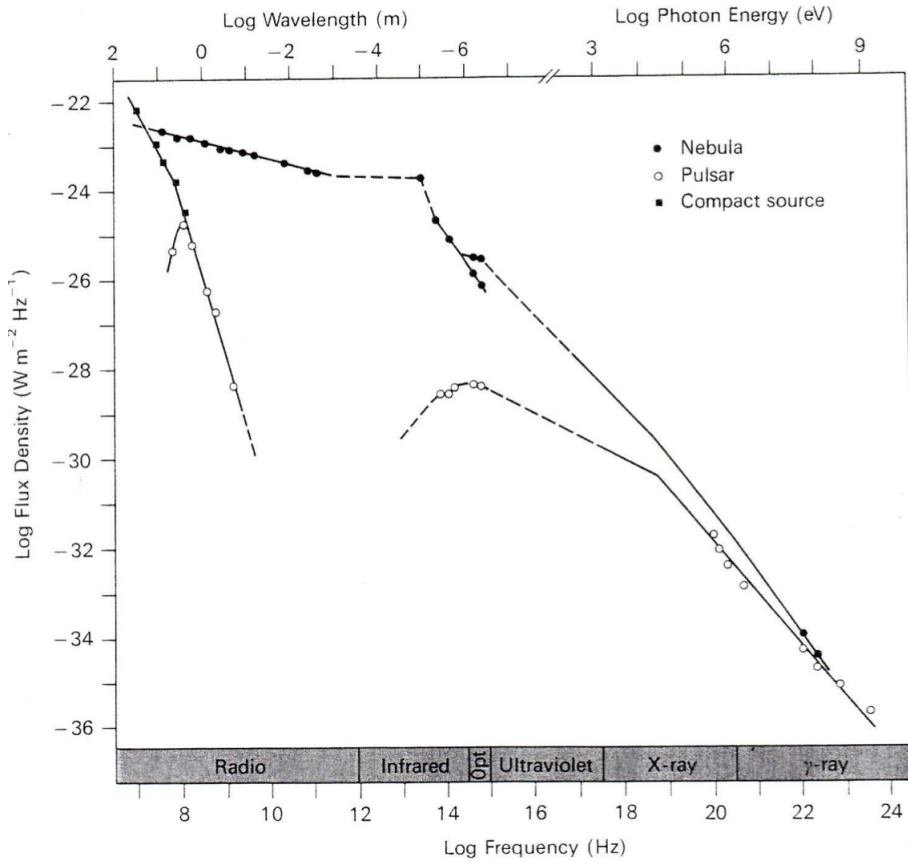


Figura 3.1: Spettro dei resti di supernova (Nebula nella legenda) e della pulsar della Nebulosa del Granchio.[8]

Un'ulteriore evidenza che fa pensare all'esistenza di un altro meccanismo di emissione è data dallo studio della temperatura di brillantezza delle pulsar.

La temperatura di brillantezza di un oggetto astronomico, ovvero la temperatura che un corpo nero (oggetto ideale con la massima emissività possibile), dovrebbe avere perché si osservi una determinata brillantezza, è data dall'equazione:

$$T_B = \frac{L(\nu) \lambda^2}{4\pi d^2 2k_B} \quad (3.1)$$

Dove d è il diametro della regione emittente. Per le pulsar nella banda radio si ottengono valori di $T_B \gg 10^{25} K$, il che porterebbe alla cosiddetta "catastrofe Compton": infatti le energie delle particelle che irradiano dovrebbero avere energie di ordine $> 10^9 GeV$, ma in questo caso dovrebbero irradiare a λ molto minori, nelle bande X e γ . A frequenze più alte invece, le T_B assumono valori perfettamente in accordo con la radiazione di sincrotrone.

Queste discrepanze tra i comportamenti in banda radio e nelle alte frequenze si spiegano solo assumendo che per lunghezze d'onda sufficientemente basse gli elettroni non si comportino in maniera indipendente, ma collettivamente: in questo modo se N elettroni sono disposti in una regione spaziale di dimensioni minori della lunghezza d'onda della radiazione osservata, non irradiano come cariche indipendenti ma si comportano come un'unica particella di carica Ne .

In questo modo la formula di Larmor (eq.(1.9)), che per N particelle aventi carica e dovrebbe essere:

$$P = \frac{2}{3} N \frac{e^2}{m_0^2 c^3} \gamma^2 \left(\frac{d\vec{p}}{dt} \right)^2 \propto Ne^2$$

diventa invece:

$$P = \frac{2}{3} \frac{(Ne)^2}{m_0^2 c^3} \gamma^2 \left(\frac{d\vec{p}}{dt} \right)^2 \propto N^2 e^2 \quad (3.2)$$

Questo meccanismo è detto *emissione coerente* e la potenza irradiata è N volte maggiore di quella che si avrebbe assumendo processi incoerenti, per cui l'ipotesi che la radiazione nelle bande radio sia ancora di sincrotrone, in questo caso coerente, risulta attendibile. Per frequenze più alte, la condizione che i pacchetti di cariche abbiano dimensioni minori della lunghezza d'onda di emissione viene progressivamente meno e quindi il processo di emissione torna ad essere incoerente.

Bibliografia

- [1] URL: https://digilander.libero.it/amaccioni1/Documenti/2018_2019/FORZA%5C%20DI%5C%20LORENTZ.pdf.
- [2] URL: <https://sat-sh.lernnetz.de/pulsarsE.html>.
- [3] NASA/HST/ASU/J. Hester et al. URL: <https://hubblesite.org/contents/media/images/2002/24/1248-Image.html>.
- [4] R. Fanti C. Fanti. *Una finestra sull'Universo "Invisibile", Lezioni di radioastronomia*. 2012.
- [5] Dallacasa D. *Processi di Radiazione e MHD, Radioastronomia. Appunti e slide del corso*.
- [6] Australian Telescope National Facility. *The ATNF Pulsar Database*.
- [7] Malcolm S. Longair. *High Energy Astrophysics*. Cambridge University Press, 2011.
- [8] Joseph H. Taylor Richard N. Manchester. *Pulsars*. W. H. Freeman, 1977.
- [9] Manchester R. N. & Lyne A. G. Taylor J. H. *Catalog of 558 pulsars*. Astrophysical Journal Supplement Series (ISSN 0067-0049), vol. 88, no. 2, p. 529-568., 1993.