

ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

SCUOLA DI INGEGNERIA
Sede di Forlì

Corso di Laurea Triennale in
INGEGNERIA AEROSPAZIALE
Classe L-9

TESI DI LAUREA
in Meccanica Orbitale

**Modellazione dell'effetto BYORP per lo
studio della dinamica del sistema
Didymos**

CANDIDATO
Federico Scalera

RELATORE
Prof. Paolo Tortora

CORRELATORI
Prof. Marco Zannoni
Dr. Edoardo Gramigna

Anno Accademico 2020/2021

Sommario

Il presente elaborato di tesi ha lo scopo di implementare un modello dell'effetto BYORP, applicato sul sistema di asteroidi binario Didymos, per mezzo di un integratore numerico in dotazione a Matlab chiamato *ode89*, il quale viene progettato in modo da permettere la valutazione della variazione dei parametri orbitali dell'orbita mutua.

La deviazione che l'effetto BYORP provoca nel semiasse maggiore viene poi riottenuta per mezzo di una seconda formulazione di tipo analitico, con l'obiettivo di supportare l'attendibilità dei risultati e l'affidabilità del modello.

La valutazione avviene in un periodo di due anni; in questo modo è possibile osservare l'evoluzione dei parametri per pressoché un'intera rivoluzione dell'asteroide attorno al sole e riconoscerne gli eventi che ne modificano l'andamento.

L'effetto BYORP deriva da delle forze radiative chiamate Forze di Yarkovsky ed è una perturbazione che agisce sul corpo secondario della coppia di asteroidi, modificandone la sua orbita rispetto al corpo primario. La sua valutazione è necessaria per comprendere il ruolo delle forze non gravitazionali nella dinamica di Didymos, il quale sarà l'obiettivo di un esperimento di deviazione orbitale da parte della missione DART e della missione successiva, Hera, che analizzerà lo scenario post-impatto.

Abstract

This work aims at developing a specific BYORP model that affects the Didymos binary asteroid system through the *ode89* digital integrator by Matlab. This latter is conceived in order to evaluate the mutual orbit parameters' drift.

The drift caused by the BYORP effect on the semimajor axis is also calculated by means of a second analytic formula. The objective is to corroborate the model's results and reliability.

The integration period chosen is two years, this time scale allows to analyse the parameters' changes for nearly a complete Didymos' heliocentric orbit as well as to recognize their trend-changing events.

The BYORP effect originates from some specific radiative forces known as Yarkowsky's Forces. This effect impacts the secondary asteroid's orbit around the primary one. Making an esteem of the BYORP effect is necessary in order to better understand the non-gravitational forces' role in Didymos' dynamic.

The whole research is inscribed in the context of two space missions: DART mission will perform an orbital deviation experiment on the asteroids, while Hera missions will afterwards analyse the post-impact scenery.

Indice

1	Introduzione	5
1.1	Missioni DART e Hera	6
1.2	Motivazioni e Obiettivi	7
2	Cenni teorici	8
2.1	Il Problema di Keplero	8
2.2	L'Equazione dell'Energia	12
3	Sistema Didymos	14
4	Forze di Yarkowsky ed effetti correlati	19
4.1	Effetto Yarkowsky	19
4.1.1	Componente Diurna	20
4.1.2	Componente Stagionale	21
4.2	Effetto YORP	22
4.3	Effetto BYORP	25
4.4	Calcolo della Forza di Yarkowsky	27
5	Modellazione dell'effetto BYORP sul sistema Didymos	29
5.1	Forma di Dimorphos	30
5.2	Sistemi di riferimento	31
5.3	Condizioni iniziali	33
5.4	Direzione del sole	34
5.5	Integrazione numerica	35
5.6	Calcolo della divergenza dei parametri orbitali	37
6	Calcolo analitico della variazione di semiasse maggiore	40
7	Risultati della simulazione	43
8	Conclusioni e Lavori futuri	49

Elenco delle figure

2.1	Orientamento dell'orbita in un riferimento inerziale	11
2.2	Definizione geometrica dell'Anomalia Eccentrica	12
3.1	Modello di forma di Didymos	15
3.2	Campo delle accelerazioni sulla superficie di Didymos	17
3.3	Campo delle inclinazioni dell'accelerazione sulla superficie di Didymos	17
4.1	Componente Diurna e Stagionale dell'Effetto Yarkowsky	20
4.2	Situazione ideale per il manifestarsi dell'Effetto YORP	23
4.3	Forze differenti agiscono sul secondario mentre segue l'orbita mutua	26
5.1	Modello di forma di Didymos	31
5.2	Sintassi della funzione <i>ode89</i>	35
7.1	Grafici delle differenze di a, e, h rispetto ai loro valori di rife- rimento nel corso dei due anni di integrazione	44
7.2	Grafici delle differenze dei parametri studiati rispetto ai loro valori di riferimento nel corso dei due anni di integrazione	45
7.3	Dettaglio della curva di variazione del semiasse maggiore	46
7.4	Evoluzione degli angoli di orientamento dell'orbita mutua	48

Elenco delle tabelle

3.1	Parametri principali del modello di forma di Didymos	15
5.1	Tabella dei parametri iniziali necessari	33
5.2	Tabella delle caratteristiche dell'orbita eliocentrica necessarie .	35
5.3	Tabella dei valori di riferimento dei parametri valutati	38
6.1	Tabella dei parametri necessari ad effettuare il calcolo analitico della variazione del semiasse maggiore dell'orbita mutua di Didymos	42

Capitolo 1

Introduzione

I corpi celesti a bassa gravità, quali comete o asteroidi, sono soggetti da decenni di molti studi che si impegnano a comprenderne le caratteristiche, dalla geologia alla dinamica. Più recente, però, è l'attenzione rivolta ad un particolare tipo di asteroidi, ossia gli asteroidi binari. Questi sono dei piccoli sistemi che abitano il sistema solare e che sono tipicamente formati da un corpo principale a cui orbitano attorno uno o più satelliti naturali di massa nettamente inferiore. La comprensione della loro dinamica può essere di aiuto sotto molti aspetti, dal dare risposta ad alcune domande sulla vita degli asteroidi in generale, allo sfruttare i piccoli massi orbitanti per esperimenti scientifici. È questo il caso dell'asteroide binario Didymos, un *Near Earth Asteroid* di classe Apollo che sarà soggetto al primo esperimento di deviazione orbitale performata dall'uomo. Nel 2022, infatti, la sonda DART impatterà contro il suo piccolo satellite, chiamato Dimorphos, con l'obiettivo di modificarne l'orbita che segue attorno al corpo centrale. Qualche anno dopo, Didymos sarà raggiunto da un secondo spacecraft europeo protagonista della missione Hera, che avrà il compito di analizzare lo scenario post-impatto e prelevare quante più informazioni possibili sulla coppia di asteroidi

Per la seconda missione, moltissimi studi stanno già venendo effettuati per avere sin da subito quante più informazioni possibili. La dinamica dell'asteroide, per esempio, è di fondamentale importanza. Vengono prese, cioè, in considerazione tutte le perturbazioni cui può essere soggetto Didymos nell'ambiente in cui vive, ossia lo spazio profondo. Di queste perturbazioni, l'effetto BYORP ne è una delle protagoniste. Si tratta di un disturbo generato dai fotoni che abbandonano la superficie degli asteroidi generandovi una forza di tipo radiativo. Questa forza chiamata Forza di Yarkowsky, fa sì che sistemi come Didymos mutino molto lentamente la loro orbita nel corso del tempo contribuendo quindi nella loro evoluzione.

1.1 Missioni DART e Hera

L'interesse per i Near Earth Objects (NEO) è progressivamente aumentato nel corso degli ultimi anni per diversi motivi, dalla difesa planetaria a ragioni di tipo commerciale e di ricerca. A rappresentanza di questo interesse vi è la **missione AIDA** (Asteroid Impact and Deflection Assessment), nata dalla collaborazione di NASA ed ESA. Entrambe sono infatti responsabili della creazione e gestione di due diversi spacecrafts che raggiungeranno il sistema di asteroidi binario Didymos, obiettivo della missione.

Il primo segmento della missione, lanciato il 24 novembre 2021, prende il nome di **Double Asteroid Redirection Test** (DART) ed è quello seguito dalla NASA al John Hopkins Applied Physics Laboratory. La missione DART ha lo scopo di performare un impatto cinetico ad alta velocità contro l'asteroide secondario del sistema binario, il quale prende il nome di Dimorphos, per deviarne l'orbita attorno al suo primario, Didymos. DART si scontrerà con Dimorphos ad una velocità di circa 6.6 km/s con l'aiuto di una videocamera di bordo (chiamata DRACO) e un sofisticato sistema di navigazione autonoma. È prevista una variazione della velocità orbitale dell'asteroide nell'ordine dell'unità percentuale, mentre il periodo orbitale cambierà di diversi minuti, abbastanza da poter effettuare le prime misurazioni a terra per mezzo di telescopi. L'impatto, che avverrà nel settembre 2022, sarà il primo tentativo nella storia dell'esplorazione spaziale di modificare la dinamica di un corpo del sistema solare. I risultati ricavati potranno essere calibrati su scale più grandi, permettendoci di comprendere meglio come un asteroide di grandi dimensioni possa reagire a questo tipo di energia cinetica trasferitagli.

DART sarà accompagnato da **LICIACube** (Light Italian Cubesat for Imaging of Asteroids), un Cubesat 6U sviluppato dall'azienda privata italiana Argotec. La piccola sonda verrà ospitata nello spacecraft principale durante il viaggio interplanetario e verrà rilasciata circa dieci giorni prima dell'impatto, proseguendo con il proprio sistema di navigazione autonoma verso i due asteroidi. LiciaCUBE ha il compito di documentare la collisione e acquisire immagini del bersaglio nello scenario post-impatto.

Il contributo da parte di ESA alla missione AIDA avverrà per mezzo della **missione Hera**, il cui lancio è programmato per ottobre 2024 così da giungere nei pressi di Didymos nel gennaio 2027. L'obiettivo principale di Hera sarà quello di effettuare tutte le misurazioni necessarie a comprendere gli effetti dello scontro avvenuto quattro anni prima, analizzando con precisione le caratteristiche dell'asteroide colpito e del cratere generato. Lo spacecraft dovrà mantenere una distanza di sicurezza dai due corpi celesti, il che non gli permetterebbe di effettuare alcune misurazioni con la precisione richiesta.

Per questo motivo sarà accompagnato, anche in questo caso, da una coppia di CubeSats che avranno il compito di avvicinarsi maggiormente a Dimorphos e compiere ulteriori rilevamenti.

1.2 Motivazioni e Obiettivi

L'obiettivo del lavoro svolto per questo elaborato è quello di sviluppare un modello dell'effetto BYORP applicato specificamente a Didymos. Ciò che si vuole ottenere è una valutazione quanto più precisa della variazione dei parametri orbitali che caratterizzano l'asteroide binario, i quali verranno calcolati per mezzo del Problema di Keplero. I parametri valutati sono il semiasse maggiore, l'eccentricità, il momento della quantità di moto, l'energia orbitale e il periodo orbitale. Viene mostrata anche l'evoluzione degli angoli di orientamento dell'orbita: inclinazione, longitudine del nodo ascendente e argomento del pericentro.

Inoltre, i risultati numerici del semiasse maggiore sono confrontati con quelli ottenuti da un metodo differente. Viene cioè sfruttata una legge di carattere analitico della variazione del semiasse, formulata all'interno di ricerche volte allo studio dell'effetto BYORP. In questo modo il secondo risultato permette di stabilire se il modello implementato possa essere considerato affidabile.

Le accelerazioni non gravitazionali, delle quali fa parte anche quella causata dalla Forza di Yarkowsky, sono particolarmente importanti per i corpi a bassa gravità in quanto la loro magnitudine non è trascurabile rispetto alla loro gravità. Inoltre una corretta modellazione delle stesse permette di:

- comprendere al meglio come evolva l'orbita mutua e la dinamica del sistema in generale
- caratterizzare meglio il campo di gravità e migliorare le accuratezze della determinazione orbitale.

Capitolo 2

Cenni teorici

2.1 Il Problema di Keplero

Si supponga di avere due corpi puntiformi e isolati dal resto dell'Universo. Quest'affermazione presuppone il fatto che questi interagiscano solamente con la reciproca attrazione gravitazionale. La forza che il primo corpo esercita sul secondo vale

$$\bar{F}_{21} = \frac{Gm_1m_2}{r^2}(-\hat{r}) = -\frac{Gm_1m_2}{r^2}(\hat{r}) \quad (2.1)$$

in cui G è la costante di gravitazione universale, mentre r è il vettore posizione che collega il secondo corpo con il primo. Per il secondo principio di Newton è possibile definire il legame tra la forza gravitazionale e l'accelerazione del secondo corpo, mentre per mezzo della terza legge di Newton si può ricavare invece l'accelerazione del primo corpo:

$$-\frac{Gm_1m_2}{r^2}(\hat{r}) = m_2 \frac{d^2\bar{R}_2}{dt^2} \quad (2.2)$$

$$\frac{Gm_1m_2}{r^2}(\hat{r}) = m_1 \frac{d^2\bar{R}_1}{dt^2} \quad (2.3)$$

Integrando queste due equazioni è possibile ricavare le traiettorie delle due masse puntiformi rispetto al baricentro del sistema, la cui accelerazione risulta essere nulla in quanto $m_1 \frac{d^2\bar{R}_1}{dt^2} + m_2 \frac{d^2\bar{R}_2}{dt^2} = 0$.

Si moltiplichi l'equazione 2.2 per m_1 e l'equazione 2.3 per m_2 , poi si sottragga la seconda dalla prima. Tenendo presente che $\bar{r} = (\bar{R}_2 - \bar{R}_1)$, si ottiene l'accelerazione del secondo corpo rispetto al primo in funzione di G , m_1 ed m_2 :

$$\frac{d^2\bar{r}}{dt} = -\frac{G(m_1 + m_2)}{r^2}\hat{r} \quad (2.4)$$

Definendo il parametro gravitazionale $\mu = G(m_1 + m_2)$, si ottiene la **Prima Equazione fondamentale dell'Astrodinamica**:

$$\frac{d^2\bar{r}}{dt} = -\frac{\mu}{r^2}\hat{r} \quad (2.5)$$

L'equazione fondamentale dell'astrodinamica è un'equazione differenziale del secondo ordine, vettoriale e non lineare. Risulta quindi risolvibile con l'ausilio di sei condizioni al contorno. Questi sei parametri potrebbero essere le tre componenti di posizione e le tre componenti di velocità del secondo corpo rispetto al primo. Se ognuno di essi è fornito all'istante iniziale, ci si trova nel caso del Problema di Keplero (o di Cauchy) che ammette soluzione unica.

A partire dall'Equazione fondamentale dell'astrodinamica è possibile definire l'**Integrale primo della quantità di moto**, che ci permette di valutare il **momento della quantità di moto** \bar{h} nell'orbita conoscendo la velocità e la posizione del corpo orbitante rispetto a quello principale:

$$\bar{r} \times \frac{d\bar{r}}{dt} = \text{cost} = \bar{h} \quad (2.6)$$

Il momento della quantità di moto è costante (in direzione e modulo) lungo la traiettoria, salvo il caso in cui non vi siano altre forze in gioco che perturbano il moto. Essendo il piano orbitale quel piano individuato dai vettori posizione e velocità, possiamo dire che \bar{h} è perpendicolare al piano orbitale e dal momento che tale vettore è costante allora anche il piano orbitale avrà orientamento costante nel tempo.

Sempre grazie all'Equazione 2.5 può essere calcolato il vettore **eccentricità** \bar{e} , dalla cui norma si ottiene il primo dei sei parametri orbitali. Da esso dipende la geometria della traiettoria compiuta dal satellite:

- $e = 0 \rightarrow$ circonferenza
- $0 < e < 1 \rightarrow$ ellisse
- $e = 1 \rightarrow$ parabola
- $e > 1 \rightarrow$ iperbole

L'espressione che definisce il vettore eccentricità prende il nome di **Integrale primo di Hamilton**

$$-\hat{r} - \frac{\hat{h}}{\mu} \times \frac{d\bar{r}}{dt} = \text{cost} = \bar{e} \quad (2.7)$$

Una volta definita la forma dell'orbita, la si deve collocare in un riferimento inerziale $\hat{c}_1\hat{c}_2\hat{c}_3$. Nello specifico si tratta di orientare rispetto ad esso la terna $\hat{e}\hat{p}\hat{h}$ (con p il semilato retto). Per effettuare questo procedimento è necessario conoscere i nove coseni direttori di una terna rispetto all'altra, i quali, essendo legati da tre condizioni di ortogonalità e tre condizioni di modulo unitario, portano a concludere che sono necessari solamente tre parametri indipendenti. Quindi i successivi tre parametri orbitali valutati nel presente elaborato sono gli angoli di Eulero derivanti dalla rotazione comunemente chiamata "3-1-3":

- **inclinazione del piano orbitale** i
- **longitudine del nodo ascendente** Ω
- **argomento del pericentro** ω

In Figura 2.1 è possibile visualizzare i parametri sin qui definiti e come, attraverso di essi, è possibile stabilire l'orientamento dell'orbita.

Nel caso in cui l'inclinazione orbitale fosse nulla o pari a π , si andrebbe incontro a singolarità in quanto non sarebbe possibile definire la linea dei nodi \hat{N} e, di conseguenza, nemmeno la longitudine del nodo ascendente e l'argomento del pericentro.

Il quinto parametro orbitale preso in considerazione è il **semiasse maggiore** a della conica, che ne definisce quindi le dimensioni e, addizionalmente, il periodo orbitale, legati dalla seguente equazione

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{\mu}} \quad (2.8)$$

Per le diverse coniche, il semiasse maggiore è

- pari al raggio per la circonferenza
- maggiore di zero per l'ellisse
- infinito per la parabola
- minore di zero per l'iperbole

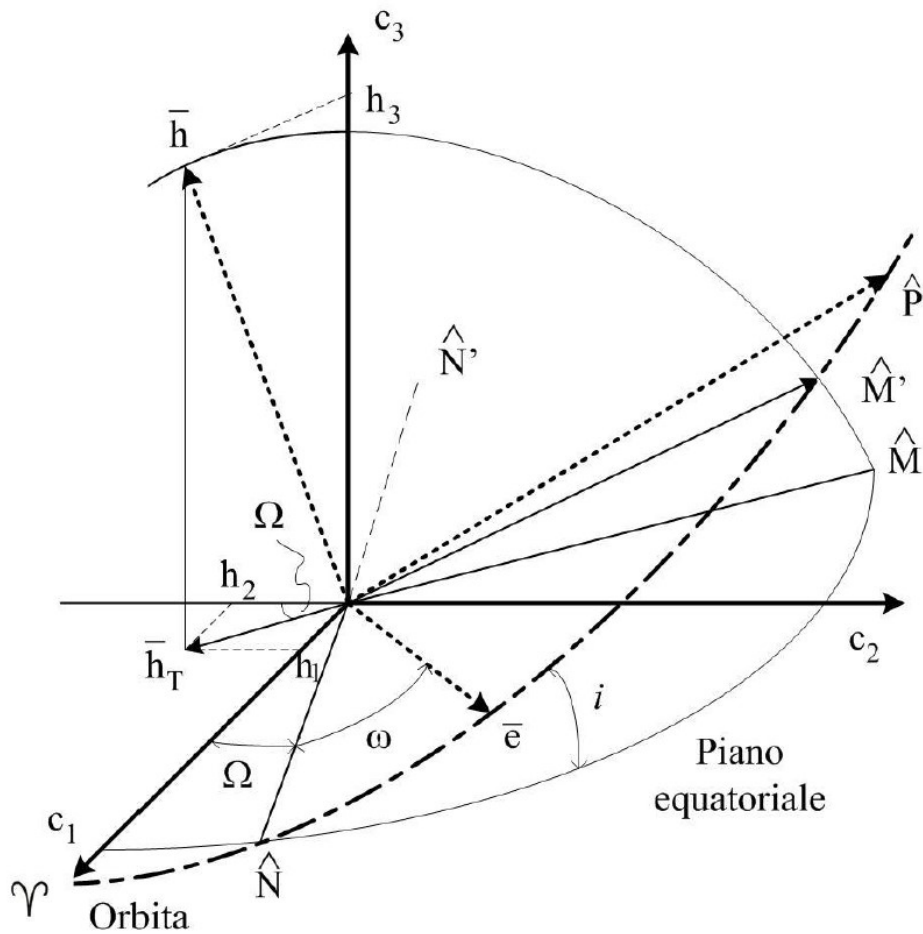


Figura 2.1: Orientamento dell'orbita in un riferimento inerziale

A questo punto, si è a conoscenza delle caratteristiche dell'orbita e del suo orientamento nello spazio. Resta da stabilire la legge oraria che comanda il movimento del satellite lungo la conica e per farlo è necessario conoscere il sesto e ultimo parametro orbitale, ossia il **tempo di passaggio al pericentro** τ_0 , per mezzo del quale può essere risolto l'integrale che sancisce quale sia il legame tra il tempo e l'anomalia vera (ossia l'angolo che intercorre tra i vettori \bar{e} ed \bar{r}):

$$t - \tau_0 = \frac{p^2}{h} \int_0^{\theta_*} \frac{d\theta_*}{(1 + e \cos \theta_*)^2} \quad (2.9)$$

Nel caso di orbita ellittica, la risoluzione di questo integrale non è immediata e necessita di un ulteriore riferimento per effettuare il calcolo. Si

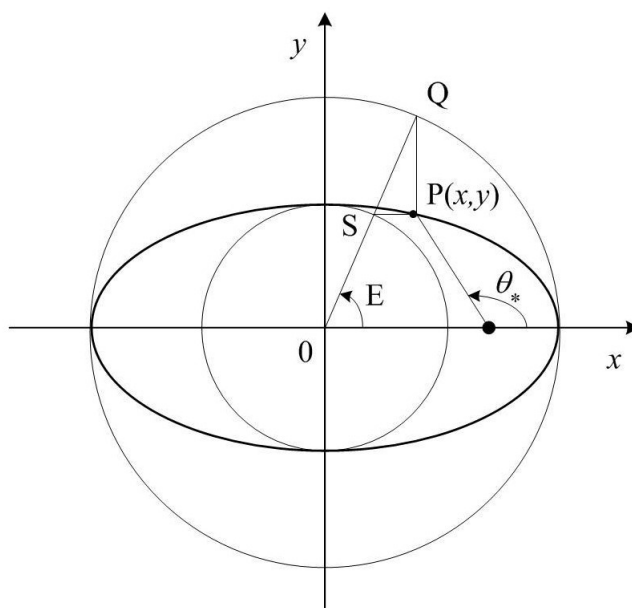


Figura 2.2: Definizione geometrica dell'Anomalia Eccentrica

arriva quindi a fare uso dell'**Anomalia eccentrica** E , la cui definizione geometrica è mostrata in Figura 2.2. La variazione di E nel tempo è dettata dall'equazione 2.10, chiamata **Equazione di Keplero**, risolvibile numericamente. Infine, è sufficiente sfruttare il legame fornito dalla 2.11 per ricavare il valore dell'Anomalia vera al tempo t .

$$M - M_0 = E - e \sin E \quad (2.10)$$

$$\tan \frac{\theta_*}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \frac{E}{2} \quad (2.11)$$

Il moto che il satellite compie rispetto al corpo principale è ora interamente caratterizzato: la forma della sua traiettoria (e), le sue dimensioni (a), l'orientamento (i, Ω, ω) e ciò che serve a stabilirne la legge oraria (τ_0).

2.2 L'Equazione dell'Energia

L'**energia dell'orbita** si ottiene dalla somma dell'energia cinetica del corpo orbitante e della sua energia potenziale, tale somma rimane costante lungo l'orbita. L'equazione dell'energia è, dunque, così definita

$$\xi = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} = \text{cost} \quad (2.12)$$

Calcolandola in corrispondenza del pericentro si ottiene una seconda formulazione

$$\xi = -\frac{\mu}{2a} \quad (2.13)$$

che ci fornisce l'importante indicazione che l'energia orbitale dipende unicamente dal semiasse maggiore a . Per una convenzione sull'eccentricità delle orbite, quelle ellittiche possiedono energia ξ negativa (infatti per l'ellisse $a > 0$), quelle paraboliche nulla ($a \rightarrow \infty$) e quelle iperboliche positiva ($a < 0$).

Capitolo 3

Sistema Didymos

Il sistema Didymos è un **sistema di asteroidi binario** Near-Earth di classe Apollo, osservato per la prima volta dallo Spacewatch telescope a Kitt Peak (Arizona) il giorno 11 aprile 1996. L'appellativo "binario" gli viene assegnato in quanto è composto da due corpi: uno principale, che viene chiamato "*primario*", e un altro di dimensioni nettamente inferiori che gli orbita attorno. Quest'ultimo è detto "*secondario*".

Fu soggetto di numerose osservazioni radar-ottiche durante un passaggio ravvicinato dalla Terra (0.048 au) nel novembre 2003, le quali hanno permesso di raccogliere dati a sufficienza a ipotizzare e pubblicare i primi modelli del sistema. È l'esempio di "*Radar observations and a physical model of binary near-Earth asteroid 65803 Didymos, target of the DART mission*" [1], uno studio condotto da diversi ricercatori, dove vennero sfruttati i radiotelescopi di Arecibo e Goldstone per osservare Didymos utilizzando la tecnica del *Delay-Doppler radar imaging*. Vennero stimati la forma tridimensionale e lo stato di rotazione del corpo primario, le dimensioni e la rotazione del secondario e i parametri dell'orbita mutua.

Dalla ricerca è emerso che molto probabilmente lo spin di **Didymos** (il corpo primario) è allineato alla rotazione dell'orbita di Dimorphos, ossia le due velocità angolari sono parallele e hanno lo stesso verso. Ciò potrebbe essere dovuto alle forze mareali che agiscono nel sistema, portandolo a questo stato stabile. Il periodo di spin del primario è compreso tra le 2.2590 ore e le 2.2610 ore. Per mezzo del software "*SHAPE*" è stata poi ottenuta la forma dell'asteroide principale con una risoluzione di circa 50 metri, visibile in Figura 3.1. La forma ricavata presenta una visibile cresta lungo l'equatore, che mostra due sezioni quasi piane, una lunga circa 350 metri e un'altra di estensione inferiore ad una distanza di 120° lungo l'equatore. Il resto del modello tridimensionale è levigato e caratterizzato da altre facce piane con

un'estensione media di circa 100 metri. Il diametro medio è pari a 780 ± 30 metri, con un'estensione lungo i tre assi principali di 832 metri, 838 metri e 786 metri (con un'incertezza di circa il 10%), come viene riassunto in Tabella 3.1.

Parametri	Valori	
Estensione assi principali (m)	x	$832 \pm 6\%$
	y	$838 \pm 6\%$
	z	$786 \pm 6\%$
Superficie (m^2)	$1.96 \times 10^6 \pm 8\%$	
Volume (m^3)	$2.49 \times 10^8 \pm 12\%$	
Momenti d'inerzia principali ($kg m^2$)	A	$3.23 \times 10^{16} \pm 13\%$
	B	$3.29 \times 10^{16} \pm 13\%$
	C	$3.38 \times 10^{16} \pm 10\%$
Periodo di spin (h)	2.2600 ± 0.0001	

Tabella 3.1: Parametri principali del modello di forma di Didymos

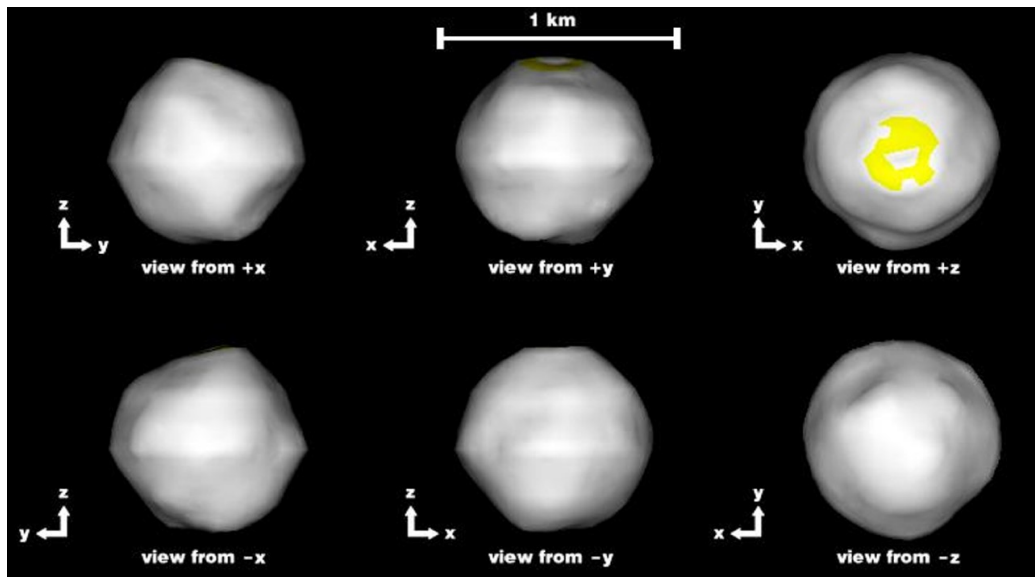


Figura 3.1: Modello di forma di Didymos

Per quanto riguarda **Dimorphos**, non è stato possibile ricavarne le dimensioni e la forma per osservazione diretta, come è stato fatto per il primario. Si è osservato che il suo eco, ottenuto attraverso una sovrapposizione di più rilevamenti, avesse un'estensione di circa 75 m e si è quindi ipotizzato

che il suo diametro medio potesse aggirarsi intorno al doppio di questo valore, ossia $150 \pm 30 m$. L'unica altra caratteristica che può essere ricavata dall'eco del secondario è che il bordo osservato nei diversi rilevamenti non è simmetrico, il che suggerisce che il corpo non sia sferico e che probabilmente ha una forma allungata, come quella di un elissoide.

Dai rilevamenti si è potuto infine caratterizzare l'**orbita del secondario attorno al primario** che più si addice al sistema. Tale orbita presenta un semiasse maggiore di $1190 \pm 30 m$, eccentricità paria a circa 0.04, periodo orbitale pari a $11.93 \pm 0.01 h$ e una massa dell'intero sistema che misura $(5.4 \pm 0.4) \times 10^{11} kg$. Il polo orbitale si presenta a $(\lambda, \beta) = (290, -89) \pm 10$ gradi. Supponendo che i due corpi abbiano la stessa densità, a partire dalle loro dimensioni si può concludere che il secondario contenga meno dell'1% della massa dell'intero sistema, implicando che la massa di Didymos sia circa la massa dell'intero sistema binario. Assumendo una densità apparente (ossia una densità che tenga conto della probabile porosità dell'asteroide) di $2170 kg m^{-3}$, la massa del secondario risulta essere circa $3.8 \times 10^9 kg$. Con queste ipotesi, il movimento di Dimorphos lungo la sua orbita induce uno scostamento del primario di circa 10 metri attorno al baricentro del sistema.

Nella ricerca, inoltre, è stato mappato il **campo di accelerazione** del corpo primario assumendo che avesse densità costante. Sulla base della conoscenza più approfondita di altri asteroidi della stessa categoria, questa ipotesi è pienamente plausibile. Viene fornita in aggiuntiva il campo di accelerazioni sulla sua superficie, data dalla somma delle accelerazioni gravitazionali e centrifughe, visibile in Figura 3.2. L'accelerazione varia tra $0.23 mm s^{-2}$ ai poli e $0 mm s^{-2}$ all'equatore ed è visibile in figura che la mappa di questo modello generi degli anelli di iso-accelerazione attorno all'asse di spin del corpo. Ciò sta ad indicare quanto l'accelerazione centrifuga sia un contributo fondamentale alla dinamica di questo tipo di corpi celesti.

In Figura 3.3 viene, invece, mostrato il **campo di inclinazione delle accelerazioni** in superficie, ossia l'angolo sotteso dal vettore accelerazione locale e la normale verso l'interno dell'elemento di superficie cui si riferisce. L'inclinazione gravitazionale varia tra 0° ai poli e 180° all'equatore. Le alte inclinazioni che si presentano all'equatore stanno proprio a significare che l'accelerazione centrifuga eccede quella generata dalla massa del corpo. Alle medie latitudini si ha invece un angolo che si aggira tra i 45° e i 90° , il quale è maggiore rispetto all'angolo di quiete della maggior parte dei materiali geologici (tipicamente pari a $35^\circ/-45^\circ$). Questa analisi porta a concludere che la superficie dell'asteroide potrebbe non presentare regolite fine.

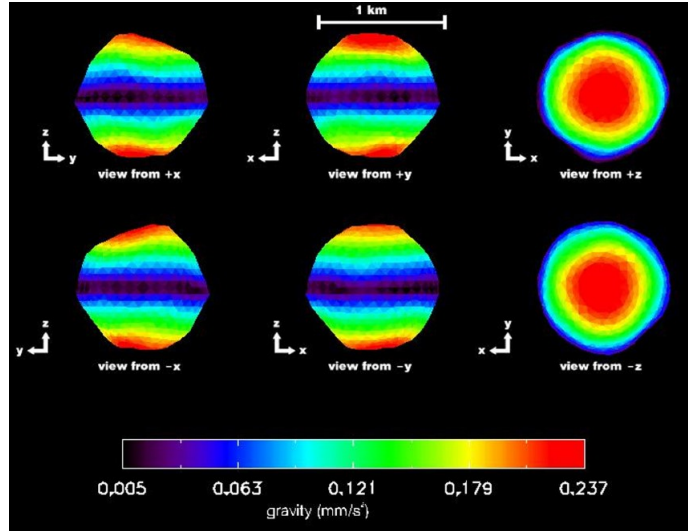


Figura 3.2: Campo delle accelerazioni sulla superficie di Didymos

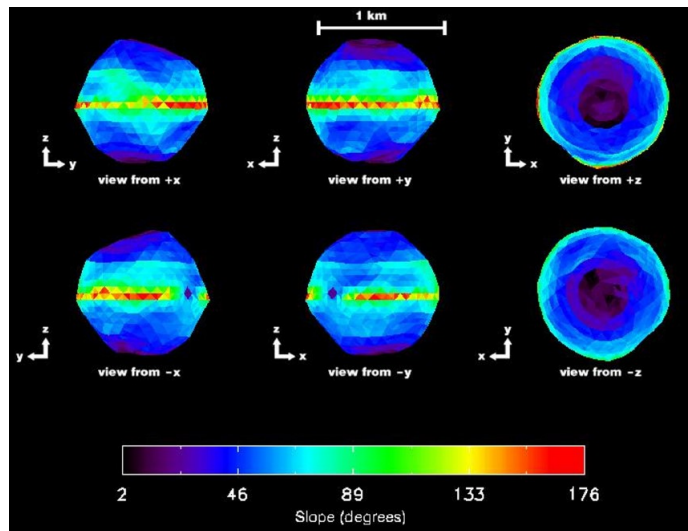


Figura 3.3: Campo delle inclinazioni dell'accelerazione sulla superficie di Didymos

Didymos effettuerà un altro passaggio ravvicinato alla Terra (0.071 au) nell'ottobre 2022, proprio quando avverrà l'impatto di DART. In questo periodo verranno impiegati nuovamente i radiotelescopi Goldstone e Arecibo per effettuare nuove osservazioni. Sarà fondamentale fare quante più osservazioni possibili prima che avvenga lo scontro, in modo da perfezionare la conoscenza dell'orbita pre-impatto di Dimorphos. Nelle settimane successive verranno prelevati i dati necessari a effettuare una prima analisi delle variazioni impresse all'orbita mutua da parte dello spacecraft. LICIACube prima e Hera dopo concluderanno le analisi con le osservazioni in loco.

Capitolo 4

Forze di Yarkowsky ed effetti correlati

Per molti decenni si è supposto che i principali meccanismi che governano l'evoluzione degli asteroidi fossero unicamente le collisioni e le forze gravitazionali presenti nel sistema solare. Attraverso questi due processi è possibile costruire approssimativamente la storia di come la fascia principale di asteroidi e quella interna possano essersi evolute nel corso di diversi milioni di anni. In questo tipo di modellazione, però, sono state riscontrate delle importanti imprecisioni rispetto alla realtà e nel corso degli ultimi anni si è trovato un filo conduttore capace di dare risposta alla maggior parte delle inesattezze che fanno discutere la comunità scientifica. Questo filo conduttore è un'ipotesi avanzata già da tempo ma tenuta in considerazione solamente negli ultimi decenni: la **forza di Yarkowsky** [2]. Da essa derivano tre effetti: l'**effetto Yarkowsky**, l'**effetto YORP** e l'**effetto BYORP**, ipotizzati e studiati in questo ordine. Infatti, una volta compreso il meccanismo che regola l'effetto Yarkowsky, gli altri due risulteranno di semplice esposizione e spiegazione.

4.1 Effetto Yarkowsky

Ivan Osipovich Yarkowsky (1844 – 1902) fu un ingegnere civile che nel tempo libero conduceva ricerche in ambito scientifico e fu il primo ad avanzare la proposta dell'esistenza della forza che ora porta il suo nome. Nel 1900 pubblicò un opuscolo dove commentava la possibilità che il calore diurno di un oggetto in rotazione nello spazio potrebbe generare sullo stesso una forza che, pur essendo molto piccola, porterebbe a grandi variazioni secolari nell'orbita di corpi di piccole dimensioni, come gli asteroidi. La forza ipotizzata da Yar-

kowsky era quindi una forza di radiazione, un corrispettivo a scala fotonica dell'effetto razzo.

4.1.1 Componente Diurna

Per comprendere il funzionamento della componente diurna dell'effetto Yarkowsky, si prenda in considerazione la situazione ideale mostrata in Figura 4.1a: un asteroide di forma sferica si trova lungo un'orbita circolare attorno al sole, con il suo asse di rotazione orientato ortogonalmente al piano orbitale. In questo modo il sole si troverà sempre sull'equatore del corpo rotante. Durante il suo moto, la parte di asteroide rivolta verso il sole viene scaldata dalla radiazione solare. Il calore accumulato viene reirradiato gradualmente nello spazio sotto forma di **luce infrarossa**. Il fotone che abbandona la superficie dell'asteroide trasporta con sé della quantità di moto secondo la relazione $p = E/c$, dove p è la quantità di moto, E è l'energia del fotone e c è la velocità della luce. Il corpo si troverà ad avere il lato riscaldato dal sole nettamente più caldo rispetto al lato opposto e, seppure i fotoni vengano irradiati da tutto il corpo in ogni direzione, il lato caldo possiede più fotoni e con maggior energia, quindi anche maggior quantità di moto. Di conseguenza l'asteroide sentirà un leggera propulsione nella direzione opposta al lato caldo.

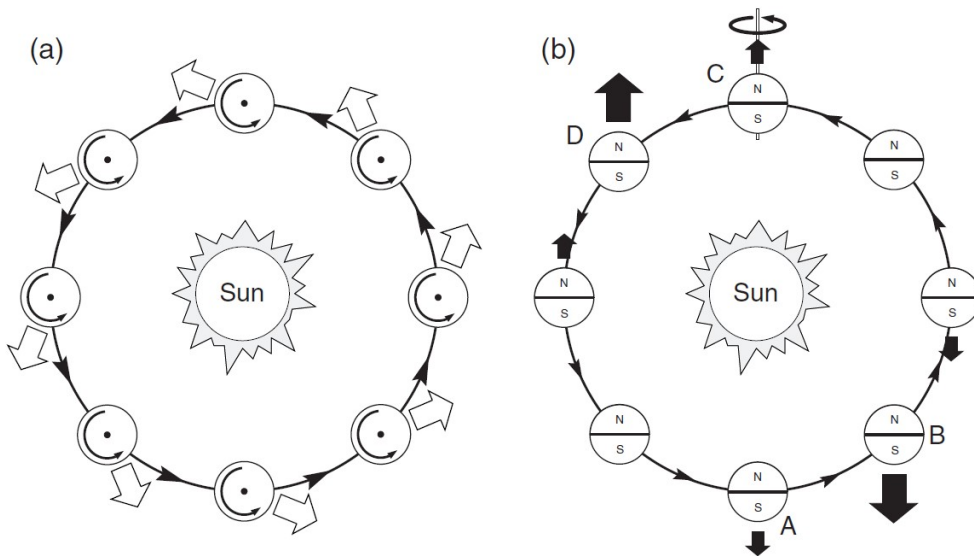


Figura 4.1: Componente Diurna e Stagionale dell'Effetto Yarkowsky

Se l'asteroide reirradiasse immediatamente i fotoni che assorbe, ossia se non avesse **inerzia termica**, la propulsione avrebbe una direzione radiale verso l'esterno dell'orbita elicentrica. Nella realtà però, tutti i corpi hanno inerzia termica, quindi il calore assorbito verrà conservato e rilasciato gradualmente. Per questo motivo, la parte più calda dell'asteroide non sarà la faccia rivolta direttamente verso il sole (mezzogiorno), bensì quella pomeridiana, fenomeno simile a quello della Terra. A luce di ciò, la propulsione data dalle forze di Yarkowsky avrà direzione con una componente radiale uscente e una componente nel verso della sua velocità orbitale. La seconda delle due comporta una variazione dell'energia dell'orbita, che si traduce in una **variazione del semiasse maggiore** della stessa. Una variazione di minore entità è subita anche dal parametro eccentricità.

Il segno dell'effetto Yarkowsky dipende unicamente dal senso di rotazione del corpo orbitante: nel caso in cui la rotazione fosse retrograda si avrebbe una componente opposta alla velocità quindi il semiasse maggiore dell'orbita tenderebbe a diminuire nel corso del tempo, viceversa nel caso contrario.

L'impatto dell'effetto Yarkowsky è da ritenersi apprezzabile per corpi le cui dimensioni si estendono da pochi centimetri a decine metri. Al di sotto di questo intervallo non si ha più una differenza di temperatura tra le due facce di entità sufficiente, mentre al di sopra di esso il rapporto area su massa del corpo assumer valori troppo piccoli.

4.1.2 Componente Stagionale

Nel caso in cui l'asse di rotazione dell'asteroide poggiasse nel piano orbitale, la componente diurna dell'effetto Yarkowsky svanirebbe, lasciando spazio alla seconda componente, ossia quella stagionale. È il caso della Figura 4.1b, dove è possibile osservare che quando l'asteroide si trova nella posizione A, l'emisfero nord viene riscaldato dal sole e giungerà al massimo calore accumulato nella posizione B, sempre a causa dell'inerzia termica. Vale il medesimo discorso, ma con l'emisfero opposto, per le posizioni C e D. La media della componente propulsiva nella direzione della velocità orbitale, se calcolata, risulta non nulla. Qualora l'orbita eliocentrica abbia piccola eccentricità, la componente stagionale avrà mediamente un contributo frenante nei confronti dell'asteroide, comportandone un progressivo **decadimento orbitale**.

La componente stagionale dipende unicamente dalla vicinanza al sole del corpo e dall'inclinazione del suo asse di rotazione rispetto al piano orbitale. Anche in questo caso esiste una dimensione ottimale per la quale la componente stagionale esprime i massimi effetti e si trova attorno ai 12 metri di diametro. A differenza della componente diurna, quella stagionale può modificare non solo il semiasse maggiore ma anche gli altri parametri orbitali.

4.2 Effetto YORP

Le forze di Yarkowsky non solo comportano variazioni dei parametri orbitali, ma possono anche provocare cambiamenti nello **stato di rotazione** di asteroidi con dimensioni nell'ordine di qualche kilometro e inferiori. È il caso dell'effetto Yarkovsky-O'Keefe-Radzievski-Paddack, YORP in breve, esposto e analizzato approfonditamente da David Parry Rubincam in "*Radiative Spin-up and Spin-down of Small Asteroids*" [3], dove viene espresso l'importante contributo delle coppie di natura termica nel dettare il movimento di questo tipo di corpi celesti. Infatti, prima degli studi effettuati nell'ultimo trentennio, si pensava che gli stati di rotazione osservabili negli asteroidi dipendessero solamente dalle collisioni e dagli incontri ravvicinati con pianeti. Infatti, come verrà approfondito successivamente, l'effetto YORP potrebbe cambiare considerevolmente il periodo di rotazione di un asteroide con diametro di 10 km in un lasso di tempo nell'ordine di 10^8 anni.

Per comprendere il meccanismo che sta dietro alla generazione di coppie da parte delle forze di Yarkowsky, si pensi ad un corpo sferico al cui equatore sono attaccati due prismi triangolari identici e diametralmente opposti, forma mostrata in Figura 4.2. Si ipotizzi che l'asteroide sia un corpo nero (ossia che assorbe tutta la radiazione ricevuta) e che il sole si trovi sul suo piano equatoriale. Il centro di gravità è esattamente in mezzo al corpo. Come per l'effetto Yarkowsky, la superficie esposta al sole viene scaldata dal medesimo, ma questa volta non vi è necessità di tenere in considerazione l'inerzia termica in quanto lo YORP si manifesta ugualmente. Il calore accumulato viene quindi subito reirradiato sotto forma di radiazione infrarossa: i fotoni possiedono quantità di moto che viene sottratta al corpo nel momento in cui lo abbandonano, ottenendo un effetto propulsivo nella direzione opposta a quella intrapresa dal fotone (analogamente a ciò che è stato detto nella sezione precedente).

Si prenda ora in considerazione una nuova ipotesi, ossia che i fotoni uscenti obbediscano alla **legge di Lambert**: la direzione nella quale vengono irradiati è parallela alla normale dell'elemento di superficie da cui sono partiti. A luce di queste premesse, possiamo concludere che la parte sferica dell'asteroide non produrrà alcuna coppia, in quanto la direzione in cui viene impressa la forza di Yarkowsky non ha braccio rispetto al centro di gravità, mentre lo stesso non si può dire per quanto riguarda i due prismi. Ci si concentri unicamente all'effetto prodotto da essi. Nella situazione mostrata in Figura 4.2, il sole illumina la faccia verticale di un prisma e la faccia inclinata dell'altro. Entrambe ricevono la medesima quantità di radiazione solare, quindi nel momento in cui questa viene reirradiata nello spazio, l'entità della forza

prodotta sarà la stessa per tutti e due i prismi. È chiaro che ciò che cambia tra i due è la direzione in cui la radiazione termica viene emessa. La faccia verticale genera una forza che poggia interamente nel piano equatoriale, mentre la faccia inclinata genera una forza di medesima entità ma la cui componente che poggia nel piano equatoriale sarà necessariamente minore rispetto alla sua controparte diametralmente opposta. Ciò che ne risulta è una **coppia** il cui verso è lo stesso di quello di rotazione e che provoca, di conseguenza, un incremento della sua velocità di rotazione.

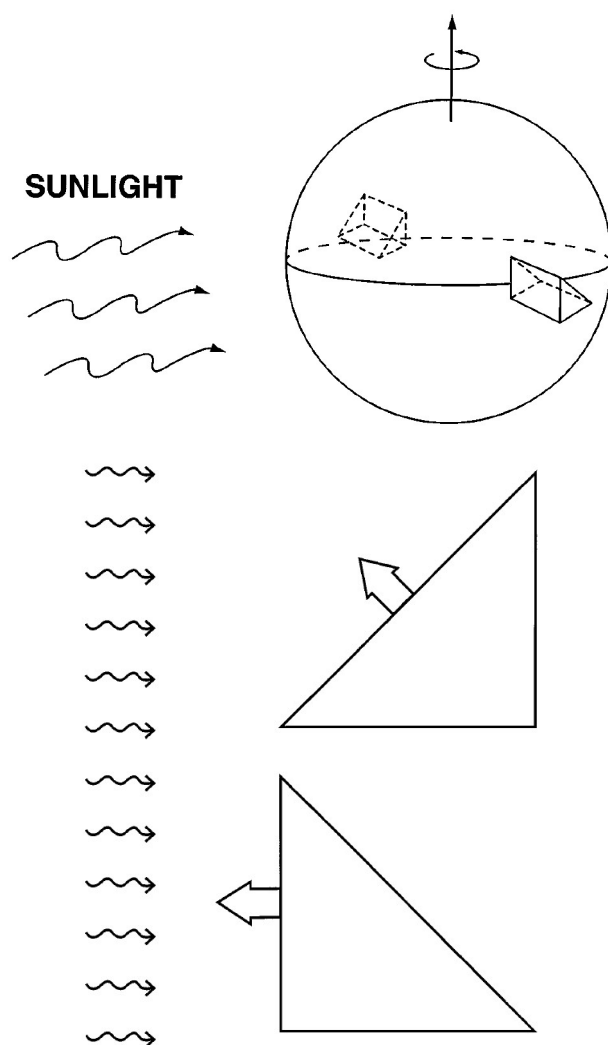


Figura 4.2: Situazione ideale per il manifestarsi dell'Effetto YORP

Durante un'intera rotazione, la coppia non subisce alcun contro bilanciamento generando in questo modo una perturbazione secolare che porta l'asteroide a roteare con velocità progressivamente maggiore nel corso del tempo. È condizione necessaria al funzionamento di questo meccanismo, il fatto che il corpo celeste abbia una forma caratterizzata da un certo grado di ciò che Rubincam definisce un'"*asimmetria a mulino*" [3].

L'effetto YORP terrebbe conto anche della coppia generata istantaneamente dalla luce che colpisce e viene assorbita dall'asteroide, in quanto il fotone assorbito trasferisce la propria quantità di moto al corpo. Questo effetto dipende dal profilo che il corpo mostra al sole; quindi, se vengono sommate tutte le coppie che vengono generate in questo modo durante una rivoluzione, si ottiene generalmente un momento totale nullo.

Fino ad ora non abbiamo tenuto in considerazione la seconda componente della forza generata sulla faccia inclinata, ossia quella perpendicolare al piano equatoriale. Essa è responsabile della seconda perturbazione secolare generata dall'effetto YORP, ossia quella che coinvolge l'inclinazione dell'asteroide. La componente verticale sviluppa una coppia con direzione parallela al piano equatoriale, provocando una rotazione dell'asse di spin. Questa perturbazione porta a ipotizzare il concetto del "*ciclo YORP*" [2]: l'inclinazione dell'asse di spin, perturbata dalla componente perpendicolare al piano equatoriale delle forze di Yarkowsky, raggiungerà un valore tale per cui la coppia che prima aumentava la velocità di rotazione dell'asteroide cambi segno, iniziando quindi a rallentarlo. Tenendo presente l'asteroide fittizio di Figura 4.2, si immagina che questi arrivi alla condizione per la quale il sole si trova sopra il suo polo nord, la coppia assiale avrà segno contrario a quello di rotazione, provocandone un rallentamento. Questo processo può continuare fino a quando ci si troverà nuovamente in una condizione per la quale la coppia assiale tornerà ad avere segno positivo.

Più in generale, la coppia di natura termica generata su asteroidi il cui piano orbitale non coincide con quello equatoriale, può essere suddivisa in tre componenti: una che ne cambia la velocità angolare, un'altra che influisce sull'inclinazione dell'asse di spin e infine una terza che porta il polo rotazionale del corpo a precessionare.

L'effetto YORP ha quindi il potere sia di accelerare che di decelerare la velocità angolare degli asteroidi di dimensioni sufficientemente ridotte. Tale processo può essere disturbato o interrotto dalle forze mareali degli altri corpi celesti, dalle collisioni o nel caso in cui l'asteroide giungesse ad una velocità di rotazione tale da distruggersi, fenomeno che potrebbe portare alla formazione

proprio degli asteroidi binari come Didymos.

Sempre dagli studi di Rubincam è emerso che l'effetto YORP dipende fortemente dalla forma, orientamento e dimensione dell'asteroide e dalla sua vicinanza con il sole.

4.3 Effetto BYORP

Quest'ultimo effetto è stato concepito in uno studio condotto da Matija Cuk e Joseph A. Burns, pubblicato nel 2005 con il titolo "*Effects of thermal radiation on the dynamics of binary NEAs*" [4]. I due ricercatori puntualizzarono che se le forze di Yarkowsky generano delle coppie capaci di variare il moto rotazionale di un piccolo asteroide (effetto YORP), allora si può verificare un fenomeno analogo nel caso di orbite mutue di asteroidi binari. Da qui nasce il termine "*Binary YORP effect*", BYORP in breve.

Avendo ben chiari i due effetti spiegati in precedenza, l'effetto BYORP risulta di semplice comprensione, in quanto il principio di funzionamento è molto simile. Si faccia riferimento ancora una volta alla Figura 4.2 immaginando di compiere una modifica sostanziale: al posto di due prismi, ne viene considerato solamente uno il quale non è più attaccato al corpo sferoidale centrale, bensì orbita attorno ad esso, mantenendo la base triangolare sempre rivolta verso il centro del sistema (come verrà chiarito in seguito, questa condizione rispecchia per molti versi la realtà). In questo modo si ottiene una schematizzazione di sistema binario composto da un asteroide primario, ossia il corpo sferico, con il suo secondario, rappresentato dal prisma. Anche in questo caso l'inerzia termica non è condizione necessaria al manifestarsi dell'effetto e può quindi essere trascurata.

Applicando le forze di Yarkowsky all'asteroide binario, il primario non subirà alcuna variazione dinamica, avendo forma sferica. Lo stesso non si può dire per il secondario qualora avesse una forma asimmetrica, come nel caso qui analizzato. In perfetta analogia all'effetto YORP, le forze di natura termica, il cui orientamento ed entità cambiano in base alla superficie esposta al sole nei vari punti dell'orbita (come viene mostrato in Figura 4.3), agiscono sul prisma generando una coppia rispetto al centro di gravità del sistema binario. Tale coppia può essere suddivisa in tre componenti che ne modificano le caratteristiche dell'orbita: la prima componente agisce sulla velocità angolare, la seconda sull'inclinazione e la terza comporta una precessione della linea dei nodi. L'orbita mutua sarà portata a mutare il proprio **orientamento**, **semiasse maggiore** ed **eccentricità** nel corso del tempo.

Affinché questo principio abbia significato, deve essere sempre valida un'ipotesi molto importante: l'asteroide secondario deve essere in **rotazione sincrona** rispetto al suo primario. Ciò vuol dire che il suo periodo di rotazione deve avere risonanza 1:1 con il suo periodo orbitale e che l'asse di spin sia perpendicolare al piano orbitale. In caso contrario, le coppie prodotte avranno sempre direzione casuale e la loro media nel corso del tempo sarà nulla. Fortunatamente, la rotazione sincrona sembra sussistere in gran parte degli asteroidi binari conosciuti tra la popolazione dei NEAs, dove solitamente vi è un primario con periodo di rotazione molto breve (2-3 ore) e diametro che si aggira intorno al kilometro, il secondario si trova ad una distanza pari a 2-4 volte il diametro del primario e si muove lungo un'orbita quasi-circolare con spin il più delle volte sincronizzato. Inoltre, molte osservazioni hanno portato a concludere che molto spesso il secondario ha il proprio asse di minima inerzia costantemente rivolto verso il primario.

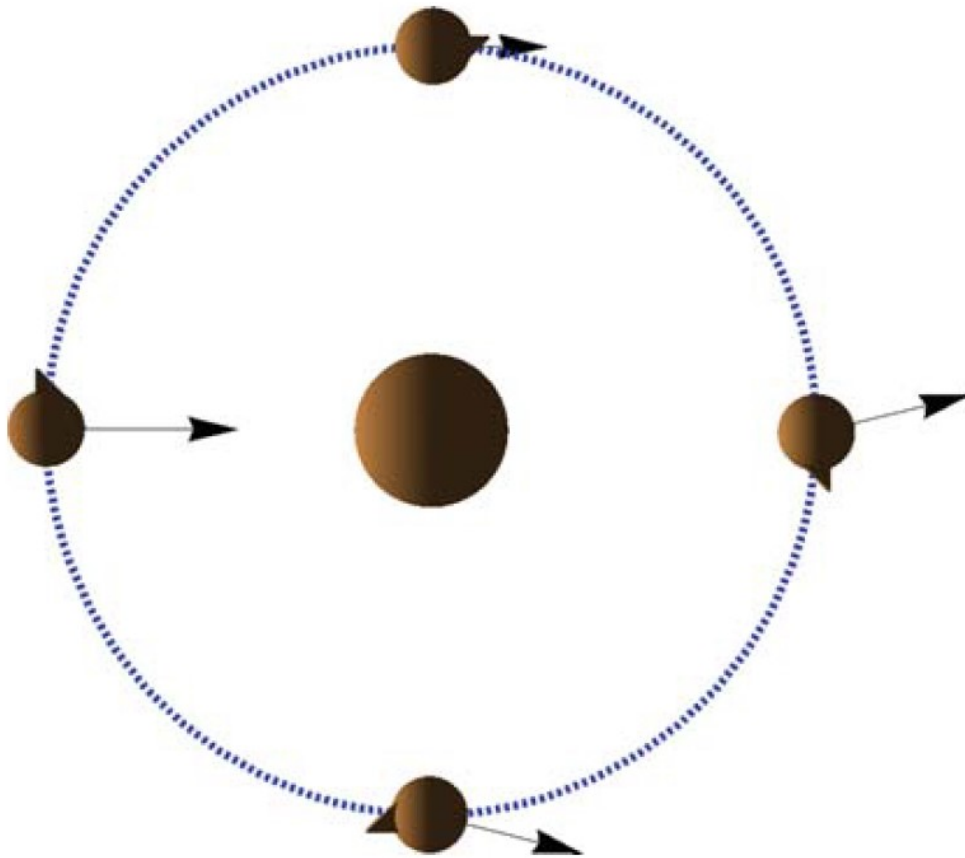


Figura 4.3: Forze differenti agiscono sul secondario mentre segue l'orbita mutua

Nel corso degli ultimi anni, sono stati sviluppati diversi modelli per valutare l'entità dell'effetto BYORP nell'evoluzione degli asteroidi binari. Le tempistiche associate ad esso, secondo questi modelli, risultano essere molto brevi, dimostrando che la vita degli asteroidi binari potrebbe non superare i 10^5 anni [5] oppure che le evoluzioni orbitali dettate dall'effetto BYORP sono più veloci di quelle attribuite alle forze mareali di 2-3 ordini di grandezza [6]. Inoltre, sembra essere l'unico effetto in grado di dare spiegazione ad alcuni drift orbitali direttamente osservati, anche se considerarlo come unico agente nella dinamica di questi sistemi porta molto spesso a conclusioni non compatibili con la realtà. Ad ogni modo, il *Binary YORP Effect* è diventato uno dei protagonisti principali nella comprensione dell'evoluzione dei NEAs binari.

4.4 Calcolo della Forza di Yarkowsky

La forza generata dalla **radiazione elettromagnetica** emessa dall'asteroide, nel caso in cui valga la Legge di Lambert per l'emissione termica, è data dalla seguente formula [7]:

$$d\bar{f} \simeq -2\varepsilon\sigma T^4 d\bar{S}/3 \quad (4.1)$$

Dove ε è l'emissività termica, σ è la costante di Stefan-Boltzmann e T è la temperatura. Il segno meno deriva dal terzo principio della dinamica. Questa legge approssima a grandi linee la direzione in cui la radiazione viene emessa, considerando che l'unica direzione seguita dai fasci di luce è quella normale all'elemento di superficie da cui viene emessa. Un'altra importante approssimazione deve essere tenuta in considerazione, ossia si deve considerare che il rilassamento termico sia prossimo allo zero. In questo modo si può stabilire che

$$\varepsilon\sigma T^4 = (1 - A)F_{\odot}(\bar{n} \cdot \bar{s}_{\odot}) \quad (4.2)$$

Se invece $\bar{n} \cdot \bar{s}_{\odot} \leq 0$ vorrebbe dire che l'elemento preso in considerazione non è illuminato dal sole, essendo \bar{n} la normale uscente all'elemento e \bar{s}_{\odot} la direzione del sole rispetto ad esso. F_{\odot} è il flusso di radiazione solare che colpisce il corpo e dipende dalla distanza con il sole, mentre A è l'albedo emisferico. Essendo quest'ultimo particolarmente piccolo e considerando che parte della radiazione elettromagnetica nella banda ottica viene tipicamente riflessa, possiamo considerare che $1 - A \simeq 1$ semplificando ulteriormente l'equazione. La 4.1 può dunque essere così riformulata:

$$df \simeq -\frac{2}{3} \frac{F_{\odot}}{c} (\hat{n} \cdot \hat{s}_{\odot}) d\bar{S} \quad (4.3)$$

Si noti che è stato aggiunto un parametro $2/3$, il quale permette di tenere rozzamente conto dell'inerzia termica che ipoteticamente caratterizza il corpo.

Conoscendo il valore della superficie S presa in considerazione, si può quindi calcolare la Forza di Yarkowsky che vi agisce

$$\bar{F} \simeq \begin{cases} -\frac{2}{3} \frac{F_{\odot} S}{c} (\hat{n} \cdot \hat{s}_{\odot}) \cdot \hat{n} & \text{se } (\hat{n} \cdot \bar{s}_{\odot}) > 0 \\ 0 & \text{se } (\hat{n} \cdot \bar{s}_{\odot}) \leq 0 \end{cases} \quad (4.4)$$

Capitolo 5

Modellazione dell'effetto BYORP sul sistema Didymos

Lo scopo principale del modello implementato è quello di misurare con precisione le variazioni nel moto di Dimorphos causate unicamente dalle Forze di Yarkowsky. Il suo sviluppo si basa concettualmente sul fatto che qualora nel sistema binario non vi fossero altri contributi se non quelli gravitazionali tra i due corpi, l'orbita mutua resterebbe sempre la stessa, mantenendo costanti i propri parametri. Dal momento che viene introdotta una perturbazione, quest'affermazione non è più valida. Si tratta cioè di stabilire quale sia il contributo dell'effetto BYORP nel moto reale dei due corpi e sull'evoluzione dell'orbita del sistema, in quanto non vi è dubbio che esso sia un agente perturbante.

In quest'ottica si è scelto di sfruttare una delle funzioni *ODE Solver* (*Ordinary Differential Equation Solver*) in dotazione a Matlab, grazie alle quali è possibile ricavare il moto dei corpi conoscendo unicamente le accelerazioni cui sono sottoposti. In questo modo è bastato stabilire che nel sistema partecipassero unicamente le forze gravitazionali e quelle di Yarkowsky, tenendo in considerazione che tutto ciò che risulterà come modifica dell'orbita mutua sarà da attribuire unicamente alle seconde, oltre ai piccoli contributi causati da errori numerici dell'integratore.

Il lavoro effettuato per questo elaborato è stato preceduto da un'attività di tirocinio il cui obiettivo era quello di valutare il metodo più preciso con cui effettuare l'integrazione numerica per mezzo delle ODE Solvers, essendo una famiglia di funzioni particolarmente estesa e diversificata. Per effettuare questo tipo di analisi, i principali integratori numerici di **Matlab** e **Python** sono stati confrontati propagando l'orbita mutua del sistema Didymos, applicando al sistema unicamente le forze gravitazionali. Si è quindi calcolato

l'errore numerico accumulato su diversi parametri in un periodo di integrazione di 2 anni. Nel caso in esame, la funzione built-in *ode89* di Matlab si è dimostrata quella più veloce e precisa, permettendo di portare le tolleranze a valori particolarmente stringenti senza mostrare alcun calo di prestazione. Per questo motivo si è scelto di utilizzare la stessa funzione per svolgere il presente lavoro.

5.1 Forma di Dimorphos

Dalla definizione delle Forze di Yarkowsky, presentata in Sezione 4.4, si comprende che stabilire la forma dell'asteroide secondario sia strettamente necessario. Come suggerito da Matija Cuk e Joseph A. Burns [4], si è inizialmente pensato di sfruttare i *Random Gaussian Spheroids (RGS)*, descritti da K. Muionen in "*Light Scattering by Gaussian Random Particles*" [8], i quali sfruttano le armoniche sferiche per generare corpi la cui irregolarità della superficie può essere regolata. Sebbene questo metodo permetta di testare lo script su più forme, la complessità della sua implementazione non lo ha reso conveniente per lo studio di questa tesi.

Come alternativa è possibile utilizzare polyhedral models, i quali descrivono la forma del corpo per mezzo di una serie di poliedri. Come detto in precedenza non è ancora presente una forma dettagliata per Dimorphos, il quale non può nemmeno essere modellato come ellissoide triassiale data la simmetria di quest'ultimo modello (che comporterebbe il mancato manifestarsi dell'effetto BYORP). Per questi motivi si è deciso di applicare il **modello poliedrico di Didymos**, scalandolo di un appropriato fattore di scala, per poterlo adattare a Dimorphos. Questa rappresenta ovviamente un'approssimazione, dato che l'effetto BYORP è altamente dipendente dalla forma utilizzata. Tuttavia, permette comunque di effettuare primi studi sul sistema Didymos e testare il modello BYORP, il quale potrà facilmente essere ri-adattato quando la shape di Dimorphos sarà disponibile.

Il modello di forma del primario consiste in una nuvola di punti chiamati "*vertici*". Insieme ad essi viene fornita la sequenza degli stessi per generare gli elementi finiti sulla superficie (detti "*facce*"). Inoltre, è impostata in maniera tale da ottenere le **normali uscenti** delle facce attraverso il prodotto vettoriale di due vettori consecutivi che collegano i vertici in senso antiorario. Ovviamente le dimensioni del corpo devono essere ridotte per mezzo di un fattore moltiplicativo $k = R_2/R_1$ con R_2 il raggio medio presunto di Dimorphos e R_1 il raggio medio di Didymos.

Insieme alle normali delle facce, anche l'**estensione** di ciascuna di esse è necessaria per il calcolo delle Forze di Yarkowsky e deve dunque essere cal-

colata, operazione molto semplice essendo a conoscenza della posizione dei vertici che la compongono.

Di fondamentale importanza, per lo studio di questo elaborato, sono anche le **direzioni degli assi principali d'inerzia** della forma utilizzata, perché da essi dipende l'orientamento del secondario nel corso del tempo. Si suppone, infatti, che Dimorphos si muova di **rotazione sincrona** lungo la sua orbita mutua, che sta a significare che il suo periodo orbitale e di spin corrispondono. Questa ipotesi è stata imposta seguendo sempre lo studio condotto da Cuk e Burns. Anche altre ricerche riguardanti l'effetto BYORP utilizzano la stessa supposizione, in quanto è piuttosto comune negli asteroidi binari osservati che il secondario si trovi in uno stato di rotazione sincrona e il primario possieda un periodo di spin nettamente inferiore.

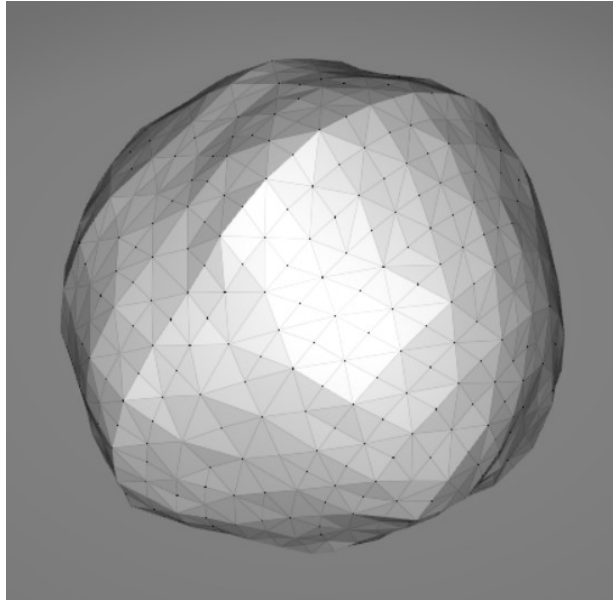


Figura 5.1: Modello di forma di Didymos

5.2 Sistemi di riferimento

L'effetto BYORP, come è già stato spiegato nel Capitolo 4, influisce sulle caratteristiche dell'orbita mutua; quindi, sul movimento che Dimorphos descrive rispetto Didymos. Inoltre, trattandosi di un problema dei due corpi *non* ristretto, anche il primario descrive una propria orbita con un'estensione di qualche metro. A luce di questi aspetti si è scelto di stabilire l'origine

del sistema di **riferimento inerziale** in corrispondenza del baricentro del sistema binario all'istante iniziale. In questo modo è possibile osservare separatamente le traiettorie dei due corpi e ricavare facilmente posizione e velocità del secondario rispetto al primario in qualsiasi istante, necessarie per calcolare i parametri orbitali. L'orientamento del riferimento inerziale è stabilito come segue:

- *asse X*: rivolto verso il pericentro dell'orbita mutua all'istante iniziale
- *asse Z*: parallelo al momento della quantità di moto dell'orbita mutua all'istante iniziale
- *asse Y*: perpendicolare al piano XZ formando una terna destra

Viene poi definita una terna di **assi corpo**, utile a stabilire l'orientamento dello shape-model istante per istante e che coincide con i suoi assi principali d'inerzia. In particolare:

- *asse x*: asse di minima inerzia
- *asse y*: asse di inerzia intermedia
- *asse z*: asse di massima inerzia

È questo il sistema di riferimento dove vengono inizialmente stabilite le normali uscenti di tutte le facce che compongono lo shape-model.

Come accennato nella sezione precedente, è necessario imporre la **rotazione sincrona** del secondario rispetto al primario. Questo significa imporre che Dimorphos abbia sempre la stessa faccia rivolta verso Didymos e che il suo spin resti sempre parallelo al momento angolare dell'orbita. In particolare, ispirandosi dalla ricerca di Cuk e Burns [4]: l'*asse x* punta sempre in direzione del primario, l'*asse z* è parallelo al vettore quantità di moto angolare dell'orbita \bar{h} e l'orientamento dell'*asse y* è tale da formare la terna destra.

Essendo a conoscenza della posizione e della velocità dei due corpi risulta costantemente possibile ricavare queste tre direzioni durante l'intera integrazione sottoforma di 3 versori definiti nel sistema di riferimento inerziale. Si rende perciò banale stabilire la **matrice dei coseni direttori** che permette di ruotare fra il riferimento inerziale e quello degli assi corpo.

5.3 Condizioni iniziali

Le condizioni in cui si trova il sistema Didymos al tempo t_0 sono state definite dai dati forniti in “*Radar observations and a physical model of binary near-Earth asteroid 65803 Didymos, target of the DART mission*” [1]. I parametri necessari sono stilati nella Tabella 5.1.

Parametro	Simbolo	Valore
Massa Didymos (kg)	m_1	$5.4003 \cdot 10^{11}$
Massa Dimorphos (kg)	m_2	$3.8 \cdot 10^9$
Semiassa maggiore (m)	a	1190
Eccentricità	e	0.04
Tempo di integrazione (yr)		2

Tabella 5.1: Tabella dei parametri iniziali necessari

L’assetto iniziale dell’asteroide binario vede il secondario posizionato nel **pericentro** dell’orbita mutua, il quale poggia lungo l’*asse X* nella semiretta positiva. Ricordando che il sistema di riferimento inerziale è centrato nel baricentro del sistema all’istante iniziale, le posizioni di Didymos e Dimorphos saranno rispettivamente

$$\bar{R}_1 = [-R_{1G}, 0, 0] \quad \bar{R}_2 = [r_p - R_{1G}, 0, 0]$$

Dove R_{1G} è il segmento che collega il baricentro del primario con il baricentro del sistema, mentre r_p è la distanza tra il baricentro del primario e il pericentro dell’orbita mutua, calcolato attraverso i valori di semiassa maggiore ed eccentricità della Tabella 5.1.

Per quanto riguarda le velocità iniziali, si consideri che il valore della velocità al pericentro è immediatamente ricavabile conoscendo r_p , attraverso le due formulazioni dell’energia orbitale (2.10 e 2.11).

Volendo stabilire un’orbita il cui momento della quantità di moto ha inizialmente il proprio verso coincidente con l’*asse Z*, la velocità del secondario al pericentro deve essere rivolta parallelamente all’*asse Y* con verso positivo. Si tenga presente ancora una volta che il riferimento inerziale è centrato nel baricentro del sistema: è necessario ricavare la velocità del primario rispetto al baricentro e di conseguenza i due vettori velocità si presentano in questo modo

$$\bar{v}_1 = [0, -v_{1G}, 0] \quad \bar{v}_2 = [0, v_p - v_{1G}, 0]$$

Si ottengono, perciò, 12 componenti definite nel sistema di riferimento inerziale (6 per la posizione dei due asteroidi e 6 per la velocità) le quali vengono raggruppate in un unico vettore colonna che viene definito come il **vettore delle condizioni iniziali** f_0 .

5.4 Direzione del sole

Per incrementare la fedeltà della simulazione è stata tenuta in considerazione la posizione del sistema binario nella sua vera **orbita eliocentrica**, infatti in questo modo si tengono in considerazione due caratteristiche fondamentali:

- la direzione e inclinazione da cui proviene la radiazione solare non è costante nel tempo ($\bar{s}_\odot = \bar{s}_\odot(t)$)
- l'intensità della radiazione solare che incide sull'asteroide non è costante nel tempo ($F_\odot = F_\odot(t)$)

Per stabilire la **direzione del sole** rispetto a Didymos, si è fatto uso del software di determinazione orbitale “*MONTE*” in dotazione al Laboratorio di Radioscienza. Attraverso di esso è stato ricavato il versore del sole in ogni istante, ad intervalli di un secondo e per un periodo di lunghezza pari a quello di integrazione, ossia due anni. In particolare, la direzione del sole da noi utilizzata è quella che vedrà l'asteroide a partire dal 28 febbraio 2027.

La potenza della radiazione solare può essere calcolata sapendo che la potenza totale irradiata dalla stella, se approssimata a quella di un corpo nero di raggio medio R e con superficie avente temperatura T , è pari a $L = 4\pi R^2 \sigma T^4 = 3.8 \times 10^{26} W$ dove σ è la *Costante di Stephan Boltzmann*. Di conseguenza, la **potenza ricevuta da un corpo che si trova ad una distanza d_\odot dal sole** sarà pari a

$$F_\odot = \frac{L}{4\pi d_\odot^2} W m^{-2} \quad (5.1)$$

È chiaro che l'intensità della radiazione incidente, con questa approssimazione, dipende unicamente dalla distanza che intercorre tra l'asteroide e il sole. Per questo motivo viene formulata l'equazione parametrica della traiettoria che, nel corso dei due anni di integrazione di cui si conosce la direzione del sole, Didymos disegna attorno alla stella.

$$d_\odot = \frac{h_\odot^2 / \mu_\odot}{1 + e_\odot \cos \theta_*} \quad (5.2)$$

Il termine $\cos \theta_*$ è di semplice formulazione in quanto si conosce quale sia la direzione del sole al momento del passaggio al pericentro dell'asteroide; è quindi sufficiente prendere il versore che coincide ad essa e svolgerne un prodotto scalare con quello che descrive la direzione del sole al tempo t .

Seguendo questo procedimento le caratteristiche dell'orbita eliocentrica necessarie a calcolarne il raggio all'istante t , sono solamente il suo semiasse maggiore, eccentricità e raggio al pericentro. I parametri dell'orbita eliocentrica di Didymos sono forniti all'interno dello "*Small-body Database Lookup*" aggiornato dal Jet Propulsion Laboratory della NASA. I valori che si leggono su tale libreria e utilizzati per il calcolo di d_{\odot} sono i seguenti:

Parametro	Simbolo	Valore
Semiasse maggiore orb. eliocentrica (au)	a_{\odot}	1.644
Eccentricità orb. eliocentrica	e_{\odot}	0.384
Distanza del perielio (au)	q	1.013

Tabella 5.2: Tabella delle caratteristiche dell'orbita eliocentrica necessarie

5.5 Integrazione numerica

Come anticipato, l'integrazione numerica utilizzata per determinare le traiettorie dei due asteroidi viene implementata per mezzo della funzione *ode89* di Matlab. La sintassi è la seguente:

```
options = odeset('RelTol', 1e-14, 'AbsTol', 1e-15);
[t,f] = ode89(@(t,f) accel(t,f, normal, surface, sun_versor,...
    perihelium, p_sun, e_sun), t_initial:t_final, f0, options);
```

Figura 5.2: Sintassi della funzione *ode89*

L'output f del propagatore consiste nell'evoluzione nel tempo dei 12 parametri che vengono passati allo stesso sottoforma del precedentemente definito vettore delle condizioni iniziali. Si ottiene così una matrice le cui righe corrispondono all'istante di integrazione mentre ogni colonna rappresenta uno dei 12 parametri.

Osservando gli input della funzione è possibile riconoscere:

- $t_initial:t_final$: si scelgono la lunghezza del periodo di integrazione e gli istanti in cui salvarne il risultato, in particolare il periodo è di 2 anni e i risultati vengono prelevati ogni secondo

- f_0 : vettore delle condizioni iniziali
- *options*: vengono precedentemente assegnate le tolleranze dell'integrazione, si è scelto di utilizzare una tolleranza relativa e una tolleranza assoluta rispettivamente pari a 10^{-14} e 10^{-15}
- *accel*: funzione separatamente implementata, in cui viene stabilito come ogni parametro deve essere integrato in ogni istante, conoscendo la soluzione dell'istante precedente.

L'ultimo input consiste cioè nel corpo dell'integrazione stessa. Il concetto che sta alla radice del suo funzionamento è che conoscendo i valori di posizione e velocità dell'istante precedente, esso sia in grado di calcolare l'accelerazione che influisce sui due corpi nell'istante attuale. In altre parole, è proprio all'interno della funzione *accel* che vengono calcolate le forze di gravità e quelle di Yarkowsky.

Le **forze gravitazionali** che agiscono nel sistema possono essere calcolate immediatamente attraverso l'Equazione 2.1; è sufficiente applicare il Secondo Principio di Newton per determinare le accelerazioni gravitazionali dei due corpi:

```

r12 = [r2x - r1x; r2y - r1y; r2z - r1z];
v12 = [v2x - v1x; v2y - v1y; v2z - v1z];

denom = norm([r12(1), r12(2), r12(3)])^3;

g1x = G*m(2)*r12(1)/denom;
g1y = G*m(2)*r12(2)/denom;
g1z = G*m(2)*r12(3)/denom;

g2x = -G*m(1)*r12(1)/denom;
g2y = -G*m(1)*r12(2)/denom;
g2z = -G*m(1)*r12(3)/denom;

```

Il calcolo delle **Forze di Yarkowsky** risulta essere leggermente più complesso. Il primo passo consiste nell'orientamento degli assi corpo nello spazio inerziale e per farlo si segue ciò che è stato anticipato nella sezione "Sistemi di riferimento". Quindi, conoscendo posizione e velocità del secondario rispetto al primario, si assegnano ai versori i, j e k il loro orientamento: i (asse di minima inerzia) punta verso il primario, k (asse di massima inerzia)

è parallelo al momento della quantità di moto e infine j (asse di inerzia intermedia) forma la terna destra. Si definisce immediatamente la matrice dei coseni direttori che permette di ruotare tra i due sistemi di riferimento.

Dalla matrice dei versori che esplicitano la direzione del sole si prende quello che corrisponde all'istante t di integrazione, per mezzo del quale è possibile calcolare il coseno dell'*Anomalia Vera* dell'orbita eliocentrica attraverso un semplice prodotto scalare con la direzione del perielio. È ora possibile sfruttare prima l'Equazione 5.2 per calcolare la distanza dal sole e poi la 5.1 per la potenza di radiazione fornita dal sole sull'unità di superficie.

Si giunge finalmente al calcolo vero e proprio delle Forze di Yarkowsky: all'interno di un ciclo *for* come prima cosa vengono ruotate tutte le normali uscenti delle facce dal sistema di riferimento assi corpo a quello inerziale per mezzo della matrice dei coseni direttori precedentemente definita, dopodiché viene utilizzata l'Equazione 4.4 per calcolare su ogni superficie dello shape model la Forza di Yarkowsky. Le forze delle singole superfici vengono sommate in un unico vettore \vec{F}_{tot} che si considera essere **applicato al baricentro del secondario**; si sta, cioè, trascurando la distanza che intercorre tra ogni triangolo di superficie e il baricentro di Dimorphos, approssimazione accettabile per i fini della simulazione. Nuovamente attraverso il Secondo Principio di Newton le forze vengono convertite in accelerazioni subite dal secondario e che vanno quindi a sommarsi a quelle gravitazionali. Come verrà analizzato in seguito, queste accelerazioni comportano delle derive dei parametri orbitali.

5.6 Calcolo della divergenza dei parametri orbitali

Le ricerche inerenti all'Effetto BYORP si sono prevalentemente focalizzate sullo sviluppo di leggi orarie che stabiliscono quale sia la divergenza di semiasse maggiore ed eccentricità dell'orbita mutua causati dalle Forze di Yarkowsky. Per questo motivo si è scelto di concentrarsi prevalentemente nella valutazione degli andamenti di questi due parametri, aggiungendovi il calcolo della variazione di momento della quantità di moto, dell'energia orbitale e del periodo orbitale. Secondariamente si è voluto visualizzare l'andamento anche dei tre angoli di orientamento dell'orbita.

I valori di riferimento di questi parametri sono forniti nella Tabella 5.3. Di questi a ed e sono stati ottenuti direttamente dai dati pubblicati [1], mentre h deriva dalla 2.6, ξ dalla 2.13 e T dalla 2.8. Per gli angoli è invece possi-

bile valutare solamente il valore dell'inclinazione, in quanto, essendo uguale a zero, porta alla singolarità spiegata nel Capitolo 2 e che non permette di definire né l'argomento del pericentro né la longitudine del nodo ascendente. Per questo motivo non vengono stabiliti valori di riferimento per i tre angoli e se ne osserverà semplicemente l'evoluzione nel tempo.

Parametro	Simbolo	Valore
Semiasse maggiore (m)	a	1190
Eccentricità	e	0.04
Momento della quantità di moto ($m^2 s^{-2}$)	h	207.7
Energia orbitale(J)	ξ	-2.563×10^{-5}
Periodo orbitale (s)	T	4.2814×10^4

Tabella 5.3: Tabella dei valori di riferimento dei parametri valutati

Si procede, dunque, con il calcolo dell'evoluzione dei parametri orbitali nel corso dei due anni di integrazione. Questa procedura consiste nel prendere i vettori di posizione e velocità dei due corpi in ogni istante di integrazione, i quali ci vengono forniti dalla funzione *ode89* sottoforma di una matrice le cui colonne corrispondono ad ognuna delle 3 componenti dei 4 vettori, mentre le righe si riferiscono all'istante di integrazione. Risulta quindi immediato determinare il vettore che collega Didymos a Dimorphos e il vettore che indica quale sia la velocità di uno rispetto all'altro, dai quali possiamo ricavare tutto il resto.

La prima operazione da performare è il calcolo del **momento della quantità di moto** \bar{h} utilizzando il Primo integrale Primo del Moto (2.6), per poi passare direttamente all'Integrale di Hamilton (2.7) per calcolare il vettore **eccentricità** \bar{e} . Dopodiché, una volta calcolato il **semilato retto** $p = \frac{h^2}{\mu}$, è possibile determinare il valore del **semiasse maggiore** a attraverso la seguente formula che deriva dalla geometria dell'ellisse:

$$a = \frac{p}{1 - e^2} \quad (5.3)$$

I restanti due parametri da calcolare, **Energia orbitale** ξ e **Periodo orbitale** T , vengono rispettivamente calcolati attraverso la 2.11 e la 2.8.

Il calcolo dell'**inclinazione**, della **longitudine del nodo ascendente** e dell'**argomento del nodo ascendente** avviene attraverso il procedimento mostrato di seguito.

$$i = \arccos\left(\frac{h_3}{h}\right) \quad (5.4)$$

$$\Omega = \arctan\left(\frac{\sin \Omega}{\cos \Omega}\right) \text{ con } \sin \Omega = \frac{h_1}{h \cdot \sin i}, \cos \Omega = -\frac{h_2}{h \cdot \sin i} \quad (5.5)$$

$$\omega = \arctan\left(\frac{\sin \omega}{\cos \omega}\right) \text{ con } \sin \omega = (\hat{N} \times \hat{e}) \cdot \hat{h}, \cos \omega = \hat{N} \cdot \hat{e} \quad (5.6)$$

In cui \hat{N} indica la direzione della **linea dei nodi** che corrisponde a $[\cos \Omega, \sin \Omega, 0]$.

Si è così ottenuto tutto il necessario per comprendere quale sia l'evoluzione dell'orbita mutua del sistema binario, in termini di forma, orientamento ed energia.

Capitolo 6

Calcolo analitico della variazione di semiasse maggiore

Successivamente, è stato implementato il secondo script con lo specifico compito di calcolare la **variazione lineare del semiasse maggiore** attraverso la formula (3) contenuta in "*A satellite orbit drift in binary near-Earth asteroids (66391) 1999 KW₄ and (88710) 2001 SL₉ — Indication of the BYORP effect*" [9] (mostrata qualche riga più avanti), per confrontarne il risultato con quello numerico ottenuto nel presente elaborato. La formula analitica utilizzata nella pubblicazione è una formulazione alternativa di quella originale, determinata da McMahon e Scheers nel 2010 in "*Detailed prediction for the BYORP effect on binary near-Earth Asteroid (66391) 1999 KW₄ and implications for the binary population*" [10].

$$\dot{a} = \frac{2P_{\Phi}}{a_{\odot}^2 \sqrt{1 - e_{\odot}^2}} \frac{a^{3/2} R_s^2}{m_s \sqrt{\mu}} B \quad (6.1)$$

In cui P_{Φ} è definita come la *costante della pressione radiativa*, pari a $10^{17} \text{ kg m s}^{-2}$, a è il semiasse maggiore dell'orbita mutua, R_s è la media delle distanze tra il baricentro dello shape model di Dimorphos e i centroidi degli elementi finiti che lo compongono (raggio medio dello shape-model), a_{\odot} e e_{\odot} sono rispettivamente il semiasse maggiore ed eccentricità dell'orbita eliocentrica, m_s è la massa di Dimorphos e μ è il parametro gravitazionale del sistema binario.

Tra le diverse versioni che possono essere ritrovate nelle varie ricerche, si è scelto di utilizzare questa in quanto è l'unica ad essere accompagnata dai risultati che produce, permettendo di verificarne precedentemente la struttura e le caratteristiche. In questo modo ci si è accertati di non incorrere in errori nell'applicarla al caso del sistema Didymos.

La variabile B all'interno della 6.1 è il *Coefficiente BYORP*, ossia un numero adimensionale che funge da riferimento di quanto incida l'effetto BYORP sul corpo su cui agisce e che varia in base alla forma dell'asteroide. Il calcolo di tale coefficiente viene effettuato attraverso la formula utilizzata da Alice C. Quillen, Anthony LaBarca e YuanYuan Chen in “*Non-principal axis rotation in binary asteroid systems and how it weakens the BYORP effect*” [11], nel quale è utilizzato per determinare il rateo di variazione del semiasse maggiore sempre per mezzo della 6.1. Il Coefficiente BYORP viene quindi così calcolato:

$$B = (\tau_{BY} \cdot \hat{h}) \frac{c}{F_{\odot} R_s^2 a_B} \quad (6.2)$$

In cui F_{\odot} è il flusso di radiazione solare che investe Dimorphos preso come una media dei valori che assume nel corso dei due anni di integrazione (ricordandoci dalla 5.1 che F_{\odot} cambia con la distanza del sistema rispetto al sole), \bar{a}_B è il vettore che collega il baricentro del sistema binario al baricentro di Dimorphos e c è nuovamente la velocità della luce. La variabile τ_{BY} rappresenta invece la media della *coppia generata dalla Forza di Yarkowsky* rispetto al baricentro del sistema binario. Per ottenerla è quindi necessario calcolare tale coppia nei vari istanti di integrazione: seguendo il principio con il quale è stata valutata la Forza di Yarkowsky, si calcola la coppia generata da ogni faccia nell'istante t , dopodiché vengono sommate le componenti generate da ognuna di esse. Questa operazione è effettuata ogni ora; in questo modo il calcolo viene notevolmente alleggerito senza intaccarne i risultati. La coppia generata sul singolo elemento finito è la seguente

$$\tau_{i,BY} \simeq \begin{cases} -\frac{2}{3} \frac{F_{\odot} S}{c} (\hat{n} \cdot \hat{s}_{\odot}) (\bar{a}_B \times \hat{n}) & \text{se } (\hat{n} \cdot \hat{n}_0) > 0 \\ 0 & \text{se } (\hat{n} \cdot \hat{n}_0) \leq 0 \end{cases} \quad (6.3)$$

In Tabella 6.1 vengono riassunti tutti i parametri citati utili ad effettuare il calcolo analitico della variazione di semiasse maggiore attraverso la 6.1 con i rispettivi valori.

Applicando le formule 6.1 e 6.2 con i valori stilati in Tabella 6.1, sono stati ottenuti una variazione del semiasse maggiore pari a **-2.5229 cm/yr** ed un Coefficiente BYORP pari a **-0.0220**.

Parametro	Simbolo	Valore
Costante della pressione radiativa (N)	P_{Φ}	10^{17}
Semiasse maggiore (m)	a	1190
Raggio medio dello shape model (m)	R_s	75.279
Semiasse maggiore orbita eliocentrica (au)	a_{\odot}	1.644
Eccentricità orbita eliocentrica	e_{\odot}	0.384
Massa di Dimorphos (kg)	m_s	$3.8 \cdot 10^9$
Parametro gravitazionale ($m^3 s^{-2}$)	μ	36.2935
Flusso di radiazione solare medio ($W m^{-2}$)	F_{\odot}	505.5049
Distanza media di Dimorphos dal baricentro del sistema (m)	a_B	1182.6

Tabella 6.1: Tabella dei parametri necessari ad effettuare il calcolo analitico della variazione del semiasse maggiore dell'orbita mutua di Didymos

Capitolo 7

Risultati della simulazione

Seguendo ciò che è stato detto nell'ultima sezione del Capitolo 5, lo script ha principalmente il compito di fornire l'evoluzione dei seguenti parametri: **semiasse maggiore, eccentricità, momento della quantità di moto, energia e periodo orbitale**. Tale evoluzione è il prodotto della propagazione dell'orbita mutua del sistema Didymos per mezzo della *ode89*, con il moto di Dimorphos perturbato dall'effetto BYORP. In particolare, viene calcolata la differenza tra i parametri all'istante t e il loro valore di riferimento stilato in Tabella 5.3. Ovviamente, questo calcolo è ripetuto in ogni secondo nel corso dei due anni di integrazione. La differenza così calcolata viene disegnata nei grafici mostrati nelle pagine successive, permettendo di apprezzare le variazioni generate.

Ci si concentri inizialmente sul primo grafico, che indica la divergenza del **semiasse maggiore** rispetto al valore di riferimento. Si nota immediatamente la sua progressiva diminuzione, confermando ciò che è stato valutato nel capitolo precedente, ossia che il caso dell'effetto BYORP di Didymos è di restringimento dell'orbita, anziché di espansione. Al termine dei due anni di integrazione, si giunge ad un decremento totale di a pari a -6.93 cm, indicando una variazione annua di **circa -3.46 cm/yr**. Il valore così ottenuto eccede di quasi un centimetro annuo quello determinato dalla Formula 6.1, ma nonostante questa piccola differenza, il risultato è decisamente coerente e accettabile considerando che le modalità con cui vengono calcolati sono molto differenti. Sempre la 6.1 è stata poi utilizzata per determinare quale sarebbe il **Coefficiente BYORP** qualora la variazione di semiasse cui si riferisce fosse quella ottenuta dal modello. Il valore del coefficiente così calcolato è di **-0.0302** .

L'andamento della curva è diverso da quelli di grafici simili che possono essere trovati nelle varie ricerche citate, in cui generalmente l'aumento o la

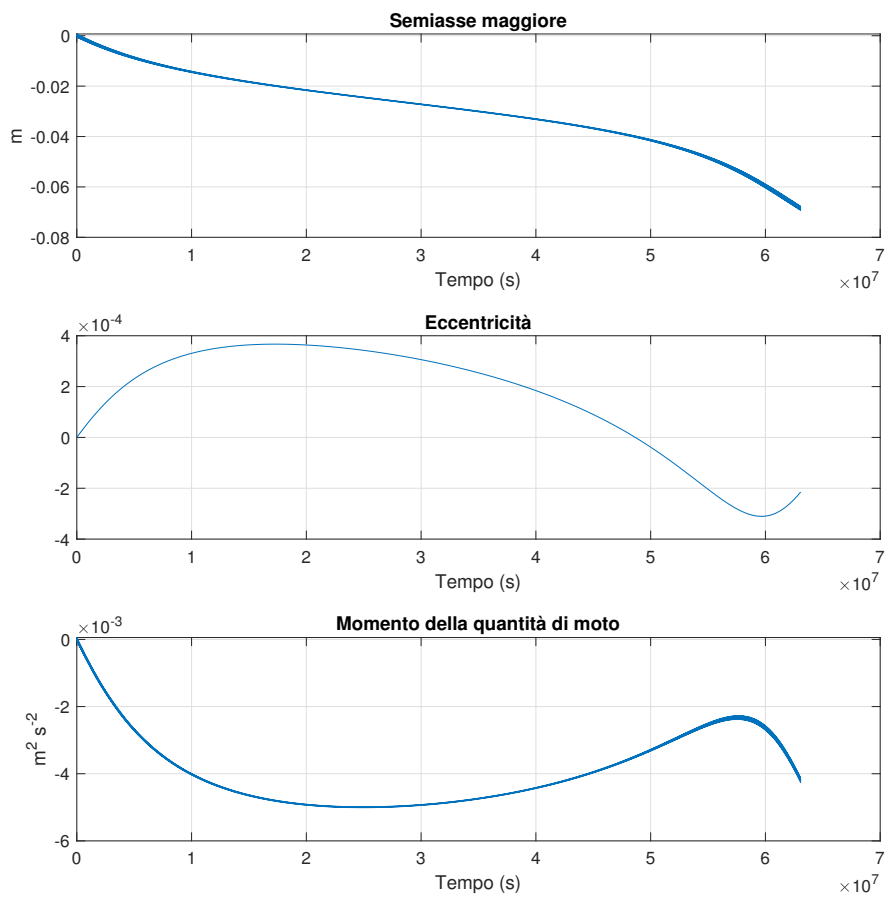


Figura 7.1: Grafici delle differenze di a, e, h rispetto ai loro valori di riferimento nel corso dei due anni di integrazione

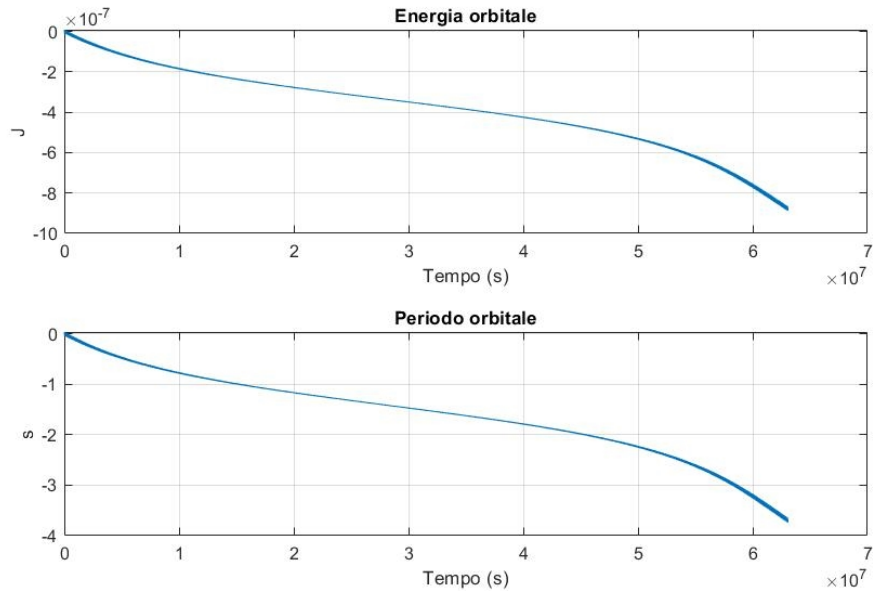


Figura 7.2: Grafici delle differenze dei parametri studiati rispetto ai loro valori di riferimento nel corso dei due anni di integrazione

diminuzione del semiasse è lineare. Il motivo per il quale non si è ottenuta una diminuzione lineare è da ricercare nel fatto che nel presente caso, attraverso l'utilizzo dell'integratore numerico, si è potuto tenere in considerazione dell'eccentricità dell'orbita eliocentrica, fattore generalmente trascurato e di cui viene stimata una media. Rifacendosi al Capitolo 5, questa caratteristica porta ad una variazione nel tempo dell'intensità del Flusso di radiazione solare che investe il sistema binario, variando di conseguenza l'entità delle forze radiative generate. Si tenga presente che Didymos passa nel perielio poco dopo l'inizio della simulazione e qualche giorno prima della sua fine. Di conseguenza, in queste due sezioni l'intensità del Flusso di radiazione solare giunge ai suoi valori massimi. Questo porta all'aumento della pendenza della curva osservabile in figura.

Lo spessore variabile è dato dalla **componente sinusoidale** della curva, di cui un dettaglio può essere visualizzato in Figura 7.3. Questa caratteristica deriva invece dal movimento di Dimorphos lungo la sua orbita attorno al primario, il cui periodo è di circa 11.93 ore. Le diverse posizioni relative tra i due corpi e il sole portano ad avere istanti in cui le Forze di Yarkovsky provocano una diminuzione del semiasse maggiore e altri in cui si ha un incremento. Evidentemente il primo caso è quello che prevale sul lungo perio-

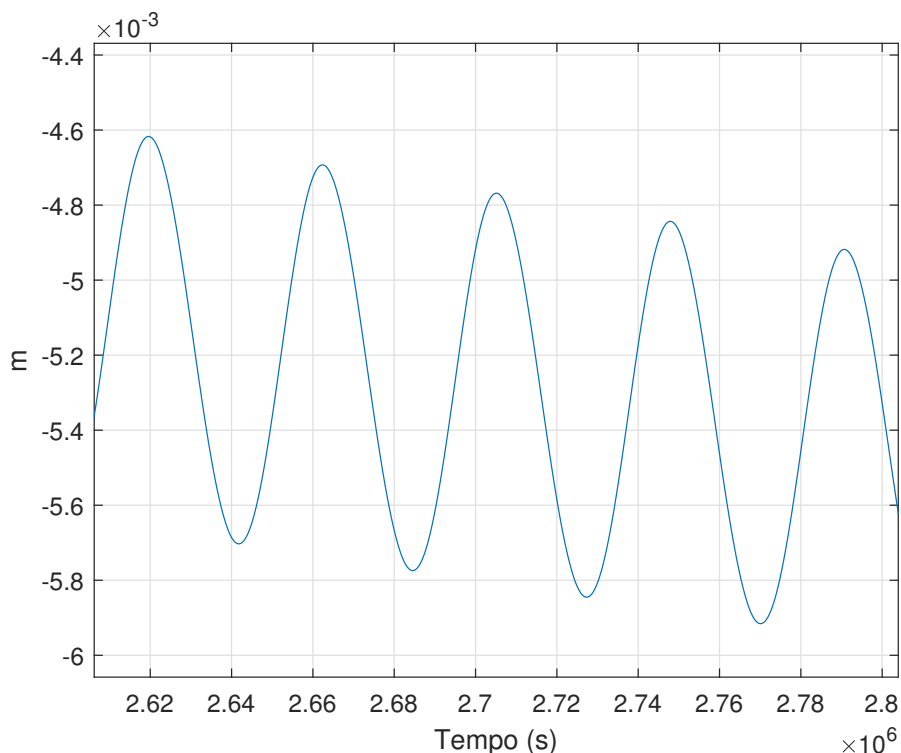


Figura 7.3: Dettaglio della curva di variazione del semiasse maggiore

do. Anche la sinusoide risente della vicinanza del sole, si noti infatti come lo spessore tenda a diminuire nella sezione centrale della curva per poi tornare ad aumentare verso la fine, quando gli asteroidi tornano ad avvicinarsi alla stella: intensificando il Flusso di radiazione, viene intensificato anche questo effetto ciclico di aumento e decremento del semiasse.

Considerando il decremento del semiasse maggiore di 3.46 cm/yr e ipotizzando che Didymos non venga perturbato in futuro, Dimorphos, secondo questi calcoli, terminerebbe con lo scontrarsi addosso al suo primario entro un periodo di 3.4347×10^4 anni. Questa tempistica si trova quasi in accordo con quanto determinato da Cuk e Burns [4], che pongono l'effetto BYORP come la principale causa del fine vita degli asteroidi binari limitandone la lunghezza all'ordine di grandezza di 10^5 anni (per asteroidi particolarmente soggetti all'effetto, dei quali fa parte anche Didymos). Dopo questo periodo il secondario finirà con lo sfuggire dalla gravità del primario oppure con l'impattare contro ad esso (come nel caso di questa simulazione).

Si passi ora al secondo grafico, quello dell'**eccentricità**. L'andamento di quest'ultimo è ancor più particolare e differente rispetto a quelli già osservati nei paper scientifici, nei quali ci si ritrova generalmente ad avere una curva lineare con pendenza opposta a quella della variazione del semiasse maggiore. Qui il grafico è caratterizzato da un iniziale aumento del parametro per poi diminuire fino a un minimo posizionato poco prima della fine della simulazione. La divergenza dell'eccentricità massima e minima assumono rispettivamente valori pari a 3.6698×10^{-4} e -3.1054×10^{-4} , ma occorre precisare che eventuali sostanziali variazioni dell'eccentricità sono probabilmente visibili su tempi di integrazione ben più estesi dei 2 anni simulati in questo lavoro. Come intuibile osservando il terzo grafico, il particolare andamento della curva di variazione dell'eccentricità è una diretta conseguenza della variazione del **momento della quantità di moto**, avendo forma simile ma ribaltata e confermando quanto stabilito dall'*Integrale di Hamilton* (Equazione 2.7). La differenza del momento della quantità di moto giunge a un minimo poco dopo i 6 mesi di integrazione, il cui valore è pari a $-0.0050 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$, per poi ricominciare a salire raggiungendo un picco di -0.0023 durante l'ultimo mese.

I risultati ottenuti per l'**energia orbitale** sono di diretta derivazione da quelli del semiasse maggiore, facendo riferimento alla 2.13. Al termine dei due anni di simulazione, il decremento energetico è pari a $-8.88 \times 10^{-7} \text{ J}$.

Vale lo stesso discorso per il **periodo orbitale**, la cui estensione diminuisce di 3.7395 secondi.

Additionalmente, vengono di seguito mostrate le evoluzioni dei tre angoli di orientamento dell'orbita: rispettivamente **inclinazione, longitudine del nodo ascendente e argomento del pericentro**.

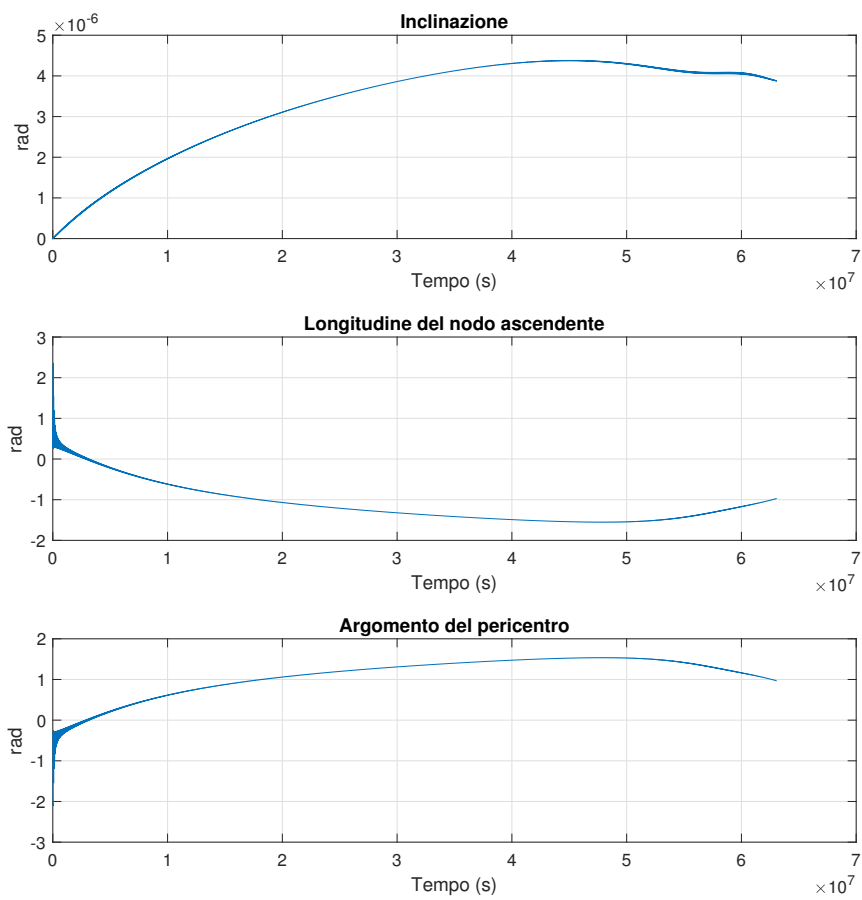


Figura 7.4: Evoluzione degli angoli di orientamento dell'orbita mutua

Capitolo 8

Conclusioni e Lavori futuri

Il lavoro svolto nel presente elaborato è un'estensione di ciò che è stato fatto nel tirocinio che lo ha preceduto poiché per ottenere l'errore numerico sull'orbita propagata con gli integratori numerici è stato necessario prima di tutto implementare l'orbita stessa. Una volta stabilito che la *ode89* in dotazione a Matlab fosse il miglior strumento per propagare il moto ricercato è stato possibile concentrarsi sulla valutazione dell'effetto BYORP, partendo dalla stessa struttura del codice.

Fondamento iniziale del modello è sempre stato quello di rimanere entro un determinato grado di semplicità che permettesse di assicurarne alta affidabilità. Per questo motivo per il calcolo e l'apprendimento dell'effetto BYORP ci si è inizialmente ispirati al lavoro di Cuk e Burns del 2005 [4], i quali hanno sfruttato una formula di semplice struttura per il calcolo della Forza di Yarkowsky e la logica con cui calcolarla era particolarmente adatta per il lavoro esposto in questo elaborato. La principale differenza che è stata riscontrata e che ha portato a seguire una strada leggermente differente fin dall'inizio è l'utilizzo dell'integratore numerico. Infatti, la maggior parte delle ricerche effettuate sull'effetto BYORP fornisce delle leggi di variazione dei parametri orbitali ricavate da medie secolari o, comunque, di lungo periodo. Questo tipo di approccio non è stato perseguibile, in quanto l'integratore non permette di performare un'integrazione con periodi eccessivamente estesi se si vuole mantenere un alto grado di precisione. I due anni di calcolo si sono rivelati un ottimo compromesso, fornendo una valutazione di ciò che accade durante un'intera rivoluzione di Didymos attorno al sole seppur mantenendo tolleranze particolarmente stringenti.

Sempre dalla stessa pubblicazione ci si è ispirati per la modalità con cui implementare il movimento sincrono di Dimorphos attorno a Didymos. In questo modo è stato stabilito l'assetto del secondario, il quale rivolge l'as-

se di minima inerzia sempre verso il baricentro del primario, mentre l'asse di massima inerzia resta costantemente parallelo alla direzione del momento della quantità di moto dell'orbita. Ciò ha permesso di sfruttare la matrice dei coseni direttori come strumento per effettuare le rotazioni in ogni istante senza appesantire il calcolo né complicarlo.

Il software "MONTE" ha fornito la direzione del sole con una precisione particolarmente elevata. Conoscendo l'istante di integrazione è sufficiente prendere il versore \bar{s}_{\odot} ad esso associato e di conseguenza anche la distanza dal sole è di immediato calcolo attraverso l'equazione parametrica della traiettoria, avendo a disposizione le caratteristiche dell'orbita eliocentrica dalla libreria "*Small-body Database Lookup*".

La formula 6.1, fornita in "*A satellite orbit drift in binary near-Earth asteroids (66391) 1999 KW₄ and (88710) 2001 SL₉ — Indication of the BYORP effect*", ha aperto la possibilità di effettuare tutta l'analisi riguardante il Coefficiente BYORP, con cui si è poi ipotizzato il valore per Didymos attraverso la 6.2. Non esiste ancora un coefficiente ufficiale del sistema binario e i due calcolati in questo elaborato sono le sue prime ipotesi, le quali potranno essere rivalutate una volta determinata la reale forma di Dimorphos.

I risultati ottenuti sono coerenti con quanto è stato ricavato dai ricercatori per questo ed altri sistemi binari. La differenza sull'andamento dei grafici è certamente dovuta alla modellazione dell'orbita eliocentrica e al fatto che le valutazioni sono state fatte istante per istante e non mediate nel tempo. Questa caratteristica differenzia il prodotto di questo elaborato dagli altri, in quanto permette di avere un modello quanto più preciso dell'effetto BYORP sul corto periodo (come quello di una missione dedicata quale è Hera) e, in questo modo, di effettuare analisi sulla gravità del sistema binario con un grado di accuratezza non ottenibile con le leggi *secular averaged*.

La funzione *ode89* si è rivelata essere uno strumento estremamente utile e affidabile, che mantiene le approssimazioni al minimo e permette totale libertà e versatilità nell'implementazione del modello. È proprio il fatto che l'intero moto è generato solamente dalle accelerazioni gravitazionali e da quelle di Yarkowsky (con ovviamente le adeguate condizioni iniziali) che dà la possibilità di isolare efficacemente l'azione delle forze radiative e stimarne il contributo.

Indubbiamente il simulatore potrebbe essere migliorato ulteriormente sotto molti aspetti, in modo da aumentarne la realistica. Inoltre, un'ancor più

attenta modellazione potrebbe spiegare o annullare la differenza fra l'incremento del semiasse maggiore ottenuto dalla 6.1 e quello ottenuto dal propagatore. Per esempio, non è stato tenuto conto del fatto che i rilievi dello shape model proiettano ombre che oscurano alcune facce e di conseguenza questi non accumulano calore da reirradiare. Lo shape model stesso potrebbe essere cambiato utilizzandone uno più realistico, in quanto probabilmente la forma di Dimorphos è circa quella di un elissoide allungato quando quella qui utilizzata è quella del primario scalata di dimensioni. Si potrebbe trovare un modo per implementare con maggior precisione l'inerzia termica, mentre in questo caso è stata semplicemente approssimata aggiungendo un parametro $2/3$ a moltiplicare la Forza di Yarkowsky (come viene fatto nella maggior parte delle ricerche).

In altre parole, se si volesse, l'utilizzo dell'integratore numerico e la sua versatilità aprirebbbero la possibilità ad ulteriori implementazioni future che aumenterebbero il grado di precisione del simulatore, che già di per sé ha prodotto risultati coerenti e rilevanti.

Bibliografia

- [1] M. Brozovic M.C. Nolan S.J. Ostro J.L. Margot J.D. Giorgini T. Hirabayashi D.J. Scheeres P. Pravec P. Scheirich C. Magri J.S. Jao S.P. Naidu, L.A.M. Benner. Radar observations and a physical model of binary near-earth asteroid 65803 didymos, target of the dart mission. *Icarus*, 2020.
- [2] David P. Rubincam Miroslav Broz William F. Bottke Jr., David Vokrouhlický. The effect of yarkovsky thermal forces on the dynamical evolution of asteroids and meteoroids. *Asteroids III*, 2002.
- [3] David Parry Rubincam. Radiative spin-up and spin-down of small asteroids. *Icarus*, 2000.
- [4] Joseph A. Burns Matija Cuk. Effects of thermal radiation on the dynamics of binary neas. *Icarus*, 2005.
- [5] Matija Cuk. Formation and destruction of small binary asteroids. *The Astrophysical Journal*, 2007.
- [6] Sari R. Goldreich, P. Tidal evolution of rubble piles. *The Astrophysical Journal*, 2009.
- [7] D. Čapek D. Vokrouhlický. Yorp-induced long-term evolution of the spin state of small asteroids and meteoroids: Rubincam's approximation. *Icarus*, 2002.
- [8] K. Muionen. Light scattering by gaussian random particles. *Earth, Moon and Planets*, 1996.
- [9] P. Kušnirák K. Hornoch J. McMahon D.J. Scheeres D. Čapek ... P. Scheirich, P. Pravec. A satellite orbit drift in binary near-earth asteroids (66391) 1999 kw4 and (88710) 2001 sl9 — indication of the byorp effect. *Elsevier*, 2021.

- [10] Daniel Scheeres Jay McMahon. Detailed prediction for the byorp effect on binary near-earth asteroid (66391) 1999 kw4 and implications for the binary population. *Elsevier*, 2010.
- [11] YuanYuan Chen Alice C. Quillena, Anthony LaBarca. Non-principal axis rotation in binary asteroid systems and how it weakens the byorp effect. *Elsevier*, 2021.