

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Scuola di Scienze
Dipartimento di Fisica e Astronomia
Corso di Laurea in Fisica

Misurare la massa in Buchi neri supermassicci: il caso di Sagittarius A^{*}

Relatrice:
Prof.ssa Marcella Brusa

Presentata da:
Sara Peluso

2020/2021

Abstract

Questo documento ha lo scopo di descrivere le principali caratteristiche dei buchi neri, soffermandosi sulle metodologie di misura della massa. In particolare, viene studiato il buco nero al centro della Via Lattea, nella regione nominata Sagittarius A, la cui esistenza è stata verificata in 30 anni di osservazioni e premiata nel 2020 con il premio Nobel per la Fisica.

Il primo capitolo è dedicato agli oggetti compatti in generale, per cui si citano nane bianche, stelle di neutroni e buchi neri, quest'ultimi aprono il secondo capitolo che approfondisce il caso particolare del buco nero supermassiccio distinguendo i due casi: attivo e non attivo. Il terzo ed ultimo capitolo riguarda la parte di tesi sperimentale, dove si enunciano i procedimenti che hanno condotto alla stima della massa e alla produzione dei grafici della traiettoria della stella S2, vicina al centro galattico, responsabile della prova dell'esistenza di un buco nero supermassiccio in corrispondenza di Sgr A*.

Indice

Introduzione	4
1 Oggetti compatti	6
1.1 Cenni di evoluzione stellare	6
1.2 Evoluzione di stelle di massa inferiore a $3 M_{\odot}$: nane bianche	9
1.3 Evoluzione di stelle di massa superiore a $3 M_{\odot}$: stelle di neutroni	12
1.4 Buchi neri di origine stellare	13
1.4.1 Buchi neri di Schwarzschild	16
1.4.2 Buchi neri rotanti	20
2 Buchi neri supermassicci e Nuclei Galattici Attivi	23
2.1 Buchi neri supermassicci	23
2.2 Nuclei galattici attivi	24
2.2.1 Modello unificato	26
2.2.2 Teoria dell'accrescimento	31
2.2.3 Argomento di Soltan	38
2.3 Buchi neri supermassicci quiescenti	39
2.3.1 Relazione di Magorrian e di $M - \sigma$	40
2.3.2 Evidenze di un buco nero al centro delle galassie	42
2.4 Stima della massa	43
3 Applicazioni	48
3.1 Stima della massa del buco nero in Sagittarius A*	48
3.1.1 Studio della traiettoria di S2: fase I	50
3.1.2 Studio della traiettoria di S2: fase II	53
3.2 Precessione di Schwarzschild	58
Conclusione	61
Appendice A	62
A.1 Codice gnuplot	62

Bibliografia

64

Introduzione

I buchi neri sono una delle tante forme di materia che si possono trovare nell'Universo, e solo da qualche decennio è stato possibile portare avanti studi e ricerche in questo campo grazie al continuo sviluppo tecnologico.

I buchi neri sono oggetti complessi, affascinanti proprio perché di loro si hanno poche informazioni, ma già quel poco che si conosce è una prova in favore della Teoria della Relatività Generale. Difatti, più di tutto, questi sono utilizzati per lo studio della gravità: sono dei veri e propri laboratori.

L'ipotesi dell'esistenza dei buchi neri è insita nella Relatività Generale (1915) di Albert Einstein. Le equazioni atte a descrivere lo spaziotempo presentano una soluzione trovata da Karl Schwarzschild, un anno dopo la pubblicazione della teoria, in grado di spiegare correttamente il comportamento di alcune regioni dello spazio-tempo caratterizzate da un campo gravitazionale talmente intenso da raccogliere tutta la materia lì vicino in un buco infinito nominato singolarità. All'inizio si credeva che questi mostri inghiottitori di materia potessero essere solo curiosità matematiche, ma con il passare degli anni, grazie all'opportunità di osservare il cielo in maniera più dettagliata e profonda, è stato possibile ricavare le prime evidenze dell'esistenza dei buchi neri.

Ad esempio, dallo studio delle galassie si è iniziato a notare un'emissione in banda X che non era possibile attribuire alle stelle, né alla polvere, né al gas, perciò come possibile spiegazione è subentrata la presenza di un buco nero; oppure si sono incontrate dinamiche stellari spiegabili solo con la presenza di una regione altamente densa, e quindi di un buco nero.

Lo studio dei buchi neri ha quindi iniziato a concretizzarsi andando ad inserirsi nella branca della fisica specializzata nello studio delle alte energie e ponendosi sotto la definizione di oggetto compatto. Dal punto di vista teorico, il buco nero ha iniziato ad essere arricchito di proprietà quali il momento angolare, ipotizzato dal fisico Kerr nella sua metrica, come soluzione possibile delle equazioni di Einstein, la carica, proposta da Reissner e Nordström, e la massa, che permette principalmente la distinzione fra buco nero stellare e buco nero supermassiccio; quest'ultimo è diventato fondamentale per l'evoluzione galattica in quanto, dallo studio della luminosità presente nell'intero Universo, dovuta all'accrescimento di materia, si è ipotizzato che questo potesse naturalmente essere presente al centro di ciascuna galassia.

La ricerca sui buchi neri si è affinata sempre di più arrivando addirittura a produrre un'immagine di un buco nero (M87) e a calcolare la massa dei buchi neri presenti all'interno delle

galassie (come Sgr A*). Degna di nota è stata la stima della massa del buco nero supermassiccio supposto al centro della Via Lattea (Sgr A*), poiché ha comportato la vincita del premio Nobel per la Fisica nel 2020.

Dunque, nei prossimi capitoli si tratterà la definizione di oggetto compatto con lo scopo di raggiungere una conoscenza sempre più dettagliata dei buchi neri al centro delle galassie.

Capitolo 1

Oggetti compatti

1.1 Cenni di evoluzione stellare

Un oggetto compatto è una componente dell'Universo la cui massa è concentrata in una dimensione molto ridotta, di conseguenza la sua densità assume valori elevati, superiori a quella di una normale stella. Gli oggetti compatti vengono considerati come i possibili prodotti finali dell'evoluzione stellare, la quale dipende dalla massa iniziale della stella [Figura 1.1].

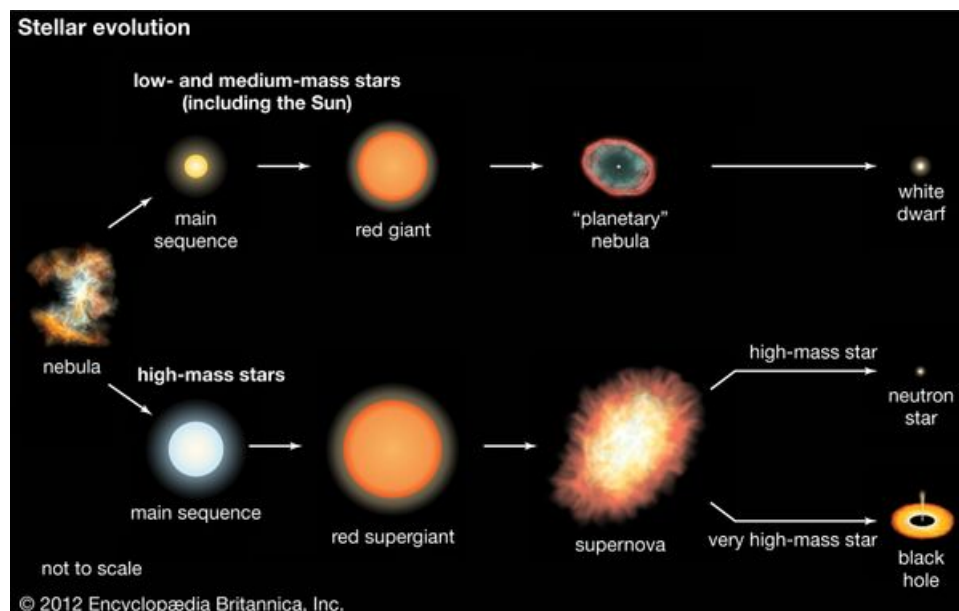


Figura 1.1: In alto si può osservare l'evoluzione stellare di stelle di massa medio-bassa, mentre in basso quella di stelle di massa elevata.[Lecture 6, Corso Astrofisica delle Alte Energie]

L'inizio dell'evoluzione stellare è determinata dal collasso di una nube di massa M_c , che si verifica seguendo il teorema del Viriale:

$$|U| > 2K \quad (1.1)$$

dove $K \sim \frac{3}{2}NkT$ è l'energia cinetica descritta da k costante di Boltzmann, T temperatura e $N = \frac{M_c}{\mu m_H}$, e $U \sim -\frac{3GM_c^2}{5R}$ è l'energia potenziale gravitazionale definita da $G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$ costante di gravitazione universale.

La condizione critica per il collasso corrisponde a una massa della nube superiore alla massa di Jeans ricavabile dalla (1.1), nel caso di uguaglianza tra le due energie

$$M_J = \frac{3}{2} \frac{KTR}{G\mu m_H} \quad (1.2)$$

Oltre alla massa, esiste un criterio per la densità della nube, la quale deve superare la densità di Jeans

$$\rho_J = \frac{3}{4\pi M_c^2} \left(\frac{M_J}{R} \right)^3 \quad (1.3)$$

Supponendo che la massa dell'oggetto sia distribuita simmetricamente in una sfera e tenendo in considerazione i parametri tipici del mezzo interstellare quali : $\rho \approx 10^{-23} gcm^{-3}$, $T \approx 10 K$, risolvendo la (1.3) per M_c si ottiene il criterio per il collasso di una nube descritto da $M_c > \frac{T^{\frac{3}{2}}}{\rho^{\frac{1}{2}}} \approx 100 M_\odot$ ¹, (Star formation, slide).

Dal collasso si ottiene una proto-stella che, a partire dalla fusione termonucleare dell'idrogeno, diventa una stella. Durante tutta la fase del bruciamento dell'idrogeno e dell'elio si osserva che la stella si trova in quella che viene chiamata sequenza principale e che viene raffigurata all'interno del diagramma di Hertzsprung-Russell, il quale classifica le stelle in funzione della loro luminosità e temperatura superficiale. Come si può notare in *Figura 1.2*, dalla popolazione di stelle presenti sulla sequenza principale si deduce che questa corrisponde alla zona in cui le stelle passano maggior parte della loro vita; essa si estende dall'angolo in alto a sinistra (dove si trovano stelle molto massicce) all'angolo in basso a destra (dove si collocano stelle meno massicce) e per tutto il tempo di permanenza in questa zona le stelle si trovano in equilibrio termodinamico.

In alto a destra si posizionano le stelle giganti e supergiganti caratterizzate da un raggio di 20 – 100 volte il raggio del Sole². Invece, al di sotto della sequenza principale, si collocano le nane bianche di massa inferiore a $M_{Ch} = 1.46 M_\odot$, ovvero limite superiore di Chandrasekhar, racchiusa in un raggio di $R = 10^{-2} R_\odot$ (vedi Sez. 1.2).

¹ $M_\odot = 1.98 \times 10^{30} kg$
² $R_\odot = 6.96 \times 10^5 km$

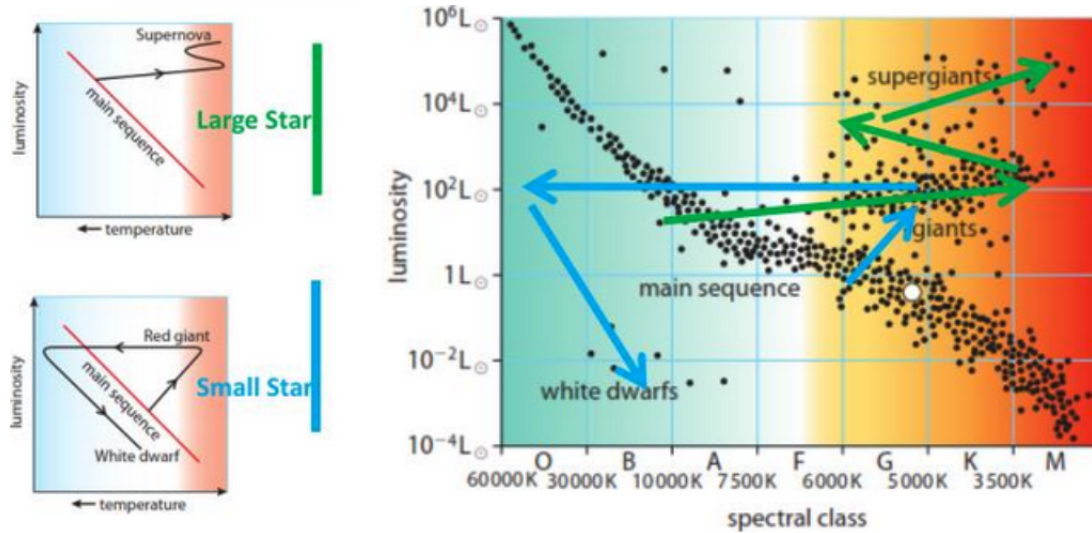


Figura 1.2: Diagramma H-R classifica le stelle in base alla luminosità e alla temperatura. Le frecce blu indicano le stelle poco massive, mentre le frecce in verde individuano le stelle più massive. Sulla sinistra si illustrano i processi evolutivi in funzione di massa iniziale più o meno elevata.

La luminosità e la temperatura sono poste in relazione con il raggio attraverso la legge di Stefan-Boltzmann :

$$L_{bol} = 4\pi r_{star}^2 \sigma T^4 \quad (1.4)$$

dove L_{bol} è la luminosità bolometrica, r_{star} è il raggio della superficie della stella, $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ è la costante di Stefan-Boltzmann e T è la temperatura superficiale. Da tale relazione si evince che, ponendo a confronto stelle di dimensioni medie, come nel caso delle stelle che giacciono sulla sequenza principale, dove il rapporto fra il raggio R e la massa M è approssimativamente una relazione lineare ($R \propto M^{0.78}$), la luminosità presenta una proporzionalità quartica con la temperatura.

La massa di una stella sulla sequenza principale è correlata con il raggio e la luminosità.

La relazione tra luminosità e massa è definita, in maniera approssimata, dal seguente rapporto

$$L \propto M^{3.5} \quad (1.5)$$

A partire dal valore noto della massa iniziale di una stella si presentano tre possibili stadi evolutivi finali: quello di nana bianca, di stella di neutroni oppure di buco nero.

Nella *Figura 1.2*, in cui è presente il diagramma H-R, sulla sinistra sono presenti due grafici che mostrano il processo evolutivo di una stella in base alla sua posizione nella sequenza principale: nella prima immagine in basso si indica il percorso di vita di stelle molto meno massicce che tenderanno a diventare delle nane bianche, mentre, nella seconda immagine in alto, si fa riferimento a stelle più massive che tenderanno a concludere la loro vita in una esplosione di Supernova, da cui si otterrà una stella di neutroni oppure un buco nero.

1.2 Evoluzione di stelle di massa inferiore a $3 M_{\odot}$: nane bianche

Si considera l'evoluzione di una stella di massa inferiore a $3 M_{\odot}$.

Per effetto del susseguirsi di espansioni e contrazioni del gas, la stella assume le caratteristiche di una gigante rossa; i processi nucleari si interrompono alla produzione di Carbonio, poiché non è presente abbastanza materia per proseguire. La stella inizia a contrarsi aumentando la densità degli elettroni fino a raggiungere un raggio pari a circa quello della Terra³, a questo punto si innesca il collasso gravitazionale fino all'intervento di una pressione di degenerazione che conduce la materia allo stato degenerare.

La pressione di degenerazione entra in gioco quando gli effetti quantistici diventano rilevanti, dunque considerando un gas in equilibrio termodinamico a temperatura T , la cui energia cinetica e impulso sono espressi come,

$$\frac{1}{2}m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2}kT \quad (1.6)$$

$$p = mv \approx (3mkT)^{\frac{1}{2}} \quad (1.7)$$

con $k = 1.38 \times 10^{-23} JK^{-1}$ costante di Boltzmann, agisce il principio di indeterminazione di Heisenberg per cui $\Delta x \Delta p \approx \hbar$ dove $\hbar = 1.05 \times 10^{-34} Js$ è la costante di Planck ridotta. La densità alla quale la pressione di degenerazione diventa importante è

$$\rho \approx \frac{m_p + m_e}{(\Delta x)^3} \approx \frac{m_p}{(\Delta x)^3} \approx m_p \left(\frac{3mkT}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (1.8)$$

dove la massa dell'elettrone m_e risulta trascurabile.

Per questi valori di densità gli elettroni non vengono descritti più dalla statistica di Maxwell-Boltzmann, bensì si distribuiscono secondo la statistica di Fermi-Dirac, continuando ad obbedire al principio di esclusione di Pauli. Gli elettroni assumono così un comportamento simile a quello di un gas degenerare.

L'equazione di stato

$$P = \frac{(3\pi^2)^{\frac{2}{3}} \hbar^2}{5m_e} \left(\frac{\rho}{\mu_e m_u} \right)^{\frac{5}{3}} \quad (1.9)$$

esplicita la dipendenza della pressione unicamente dalla densità ρ e dalla composizione chimica del plasma μ_e . Nella *Tabella 1.1* sono raccolte le formule per ricavare l'impulso, la densità e la pressione nel caso relativistico e non.

³ $R_T = 6.37 \times 10^3 km$

caso non relativistico	caso relativistico
$p = mv \approx (3mkT)^{\frac{1}{2}}$	$\Delta p = m_e c$
$\rho \approx \frac{m_p}{(\Delta x)} \approx m_p \frac{3mkT^{\frac{3}{2}}}{\hbar^2}$	$\rho \approx \frac{m_p}{(\Delta x)} \approx m_p \frac{m_e c^3}{\hbar^2}$
$P = \frac{(3\pi^2)^{\frac{2}{3}} \hbar^2}{5m_e} \left(\frac{\rho}{\mu_e m_u}\right)^{\frac{5}{3}}$	$P = \frac{(3\pi^2)^{\frac{1}{3}} \hbar c}{4} \left(\frac{\rho}{\mu_e m_u}\right)^{\frac{4}{3}}$

Tabella 1.1: Nella prima riga sono espressi gli impulsi, nella seconda riga le densità alle quali la pressione di degenerazione diventa rilevante e nella terza le pressioni di degenerazione.

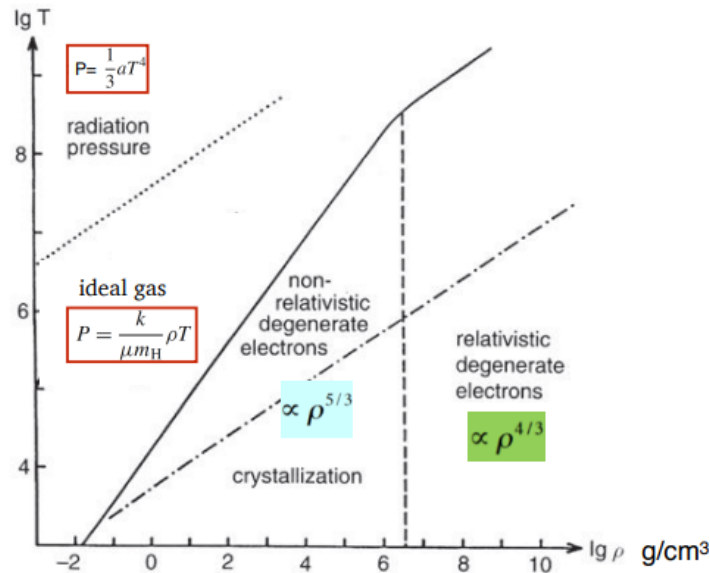


Figura 1.3: Nel grafico è raffigurata la densità in funzione della temperatura in cui si evidenziano le regioni dove le equazioni di stato sono applicabili. In aggiunta ci sono la zona in cui la pressione di radiazione eccede la pressione del gas e la zona in cui il gas degenerare dovrebbe diventare solido (crystallization). [Lecture 6, Corso Astrofisica delle Alte Energie]

Nello stato di materia degenerare la stella può diventare nana bianca in due modi differenti, entrambi dipendono dalla massa della stella al termine della combustione nucleare: se la massa della stella è compresa tra i seguenti valori $0.08 M_{\odot} < m < 0.5 M_{\odot}$, essa si converte direttamente in una nana bianca, se invece $0.5 M_{\odot} < m < 8 M_{\odot}$, si scatenano una serie di violente pulsazioni termiche che fanno espellere gli strati più esterni in un "supervento" e, dal gas che ne rimane, si genera prima una nebulosa proto-planetaria e poi planetaria, il cui nucleo diventa con il tempo una nana bianca.

Nana bianca

La nana bianca è caratterizzata da una densità di circa $\rho \sim 10^9 \text{ kgm}^{-3}$ e da una temperatura superficiale compresa tra 8000 K e 40000 K ; dalla legge di Stefan-Boltzmann, assumendo un raggio pari a quello della Terra, è possibile ricavare il range di luminosità corrispondente alle temperature effettivamente osservate: $10^{-5} L_{\odot} < L < 10^2 L_{\odot}$.

La massa di una nana bianca deve soddisfare il limite di Chandrasekhar e quindi essere inferiore a $1.46 M_{\odot}$; tale valore limite può essere ricavato a partire dalle due equazioni che descrivono la struttura stellare di un oggetto di massa M

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{GM\rho}{r^2} \quad (1.10)$$

$$\frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \rho \quad (1.11)$$

con G la costante di gravitazione universale e ρ la densità, le quali messe a sistema restituiscono

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{r^2}{\rho} \frac{dp}{dr} \right) + 4\pi r^2 \rho = 0 \quad (1.12)$$

Dalla (1.9) è possibile esprimere la pressione in funzione della densità attraverso una costante di proporzionalità k

$$P = k\rho^{\gamma} \quad (1.13)$$

con $\gamma = \frac{5}{3}$ nel caso non relativistico oppure $\gamma = \frac{4}{3}$ nel caso relativistico; inoltre scrivendo l'esponente in funzione dell'indice n , $\gamma = 1 + \frac{1}{n}$, è possibile esprimere la densità in ogni punto della stella attraverso un cambio di variabili in termini di densità centrale ρ_c e funzione w : $\rho(r) = \rho_c w^n$.

Di conseguenza si giunge all'equazione di Lane-Emden

$$\frac{1}{z^2} \left[\frac{d}{dz} \left(z^2 \frac{dw}{dz} \right) \right] + w^n = 0 \quad (1.14)$$

dove si è espresso il raggio in funzione del parametro z , $r = az$ con $a = \left[\frac{(n+1)k\rho_c^{(1/n)-1}}{4\pi G} \right]^{\frac{1}{2}}$.
Dalle soluzioni di queste equazioni si evince che

$$\rho \propto R^{\frac{2n}{1-n}} \quad (1.15)$$

con R raggio che definisce la dimensione della stella.

Nella proporzionalità fra massa M e densità ρ si distinguono il caso non relativistico $M \propto R^{-3}$, in cui si riconosce una proporzionalità inversa fra massa e raggio, e il caso relativistico in cui la massa $M = M_{Ch} = 1.46 M_{\odot}$ risulta indipendente dal raggio.

Se il limite della massa viene superato, la struttura della nana bianca non può essere più sostenuta dalla pressione degli elettroni degeneri. Questa situazione in genere si verifica quando viene trasferita massa dalla stella compagna a quella nana, perciò quest'ultima esplose in una supernova di tipo I.

Dal momento in cui, invece, la sua massa rimane al di sotto del limite di Chandrasekhar, essa continua a raffreddarsi fino a raggiungere lo stadio chiamato nana nera (Longair, Cap. 13.2).

1.3 Evoluzione di stelle di massa superiore a $3 M_{\odot}$: stelle di neutroni

Si considera ora l'evoluzione di una stella di massa superiore a $3 M_{\odot}$.

In questo caso, il processo evolutivo è simile a quello precedente fino alla stadio di supergigante rossa, la differenza si trova nella nucleosintesi, la quale procede fino a raggiungere il Ferro: a questo punto la contrazione del nucleo è talmente alta che si innesca il processo di fotodisintegrazione, per il quale il numero di neutroni aumenta mentre quello degli elettroni diminuisce, finché le alte densità non lo comprimono fino a un raggio di $R \approx 10 \text{ km}$, innescando il collasso e, successivamente, raggiungendo lo stato di gas di neutroni degeneri.

Per la formula di pressione di degenerazione e di densità si fa riferimento alle stesse inserite nella *Tabella 1.1* ponendo al posto di m_e la massa dei neutroni m_n .

Successivamente, attraverso un'esplosione di supernova di tipo II, si ottiene una stella di neutroni.

Stella di neutroni

Le stelle di neutroni sono caratterizzate da una densità pari a $\rho \approx 10^{17} \text{ kgm}^{-3}$. La temperatura superficiale di una stella di neutroni si aggira intorno a $T \sim 10^6 - 10^7 \text{ K}$.

La massa tipica di una stella di neutroni è compresa tra $1.4 M_{\odot}$ e $3 M_{\odot}$, dove il limite superiore è chiamato limite di Tolman-Oppenheimer-Volkoff.

Si osservano tre tipi di stelle di neutroni: Pulsar, Burster a raggi X e Magnetar.

Il primo è quello più conosciuto: si tratta di una stella di neutroni che emette impulsi elettromagnetici a intervalli regolari. L'emissione avviene soprattutto in banda radio ed è causata dalla combinazione della rotazione della stella con il suo campo magnetico. Le pulsar sono stati i primi oggetti esotici ad essere catturati dai telescopi permettendo l'avanzare della ricerca riguardante gli oggetti compatti [*Figura 1.4*].

Il burster a raggi X è una stella di neutroni all'interno di un sistema binario, mentre il magnetar è una particolare stella di neutroni che possiede un enorme campo magnetico per cui l'emissione è concentrata in banda X e gamma.

Si consideri ora il caso in cui il residuo stellare abbia una massa superiore al limite Tolman-Oppenheimer-Volkoff, allora il collasso gravitazionale prosegue in una singolarità dando origine a un buco nero.

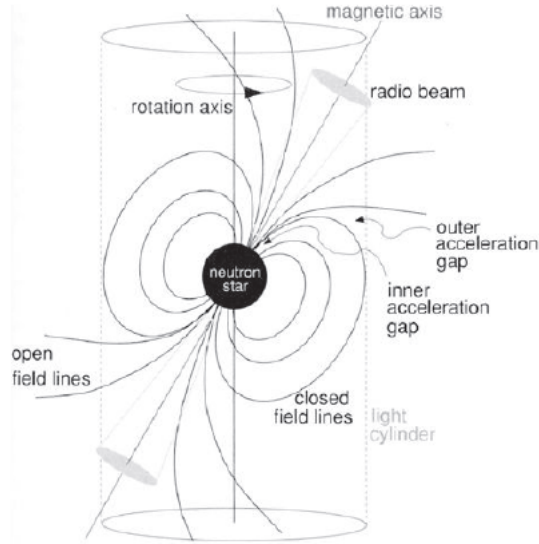


Figura 1.4: Si riporta uno schema della struttura di una Pulsar, caratterizzata da un intenso campo magnetico. [Lecture 6, Corso Astrofisica delle Alte Energie]

1.4 Buchi neri di origine stellare

Un buco nero è una regione dello spazio-tempo caratterizzata da un intenso campo gravitazionale dovuto alla sua grande compattezza: difatti la sua massa superiore alle $3 M_{\odot}$ è racchiusa in un raggio, chiamato raggio di Schwarzschild dall'omonima metrica, di $R_s \sim 3 \frac{M_{BH}}{M_{\odot}} km$, descrivendo così una densità quasi infinita. Il nome deriva dal fatto che nessuna radiazione può uscire dal suo interno (nero) e la sua presenza modifica così tanto lo spazio-tempo da formare una buca infinita (buco).

Dalla conservazione dell'energia meccanica

$$E(r) = E(\infty) \quad (1.16)$$

con $E(r) = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r}$ e $E(\infty) = 0$ è possibile ricavare la velocità di fuga, ovvero la velocità minima che un corpo deve possedere affinché, lanciato dalla superficie di un oggetto di massa M e raggio r , possa sfuggire al suo campo gravitazionale :

$$v = \left(\frac{2GM}{r} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.17)$$

sostituendo la velocità della luce c al posto di v si ricava un raggio pari a

$$r_g = \frac{2GM}{c^2} \quad (1.18)$$

denominato come raggio gravitazionale; se la massa dell'oggetto M è concentrata in questo raggio allora da questa regione nulla può sfuggire, nemmeno la radiazione che viaggia alla velocità della luce.

Geometria dello spazio-tempo di un buco nero statico

Albert Einstein ha pubblicato nel 1915 la Teoria della Relatività Generale con le famose equazioni di campo:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (1.19)$$

dove

- $R_{\mu\nu}$ è il tensore di curvatura di Ricci che misura la curvatura di una varietà di Riemann⁴
- $g_{\mu\nu}$ è il tensore metrico, ovvero rappresenta il campo tensoriale che caratterizza la geometria di una varietà
- R esprime la curvatura dello spazio-tempo
- G la costante di gravitazione universale
- c la velocità della luce
- $T_{\mu\nu}$ è il tensore energia-impulso che descrive il flusso di energia e quantità di moto associate al campo.

Le soluzioni di queste equazioni descrivono il modo in cui lo spazio-tempo si modifica a causa della presenza di una massa, perciò corrispondono a delle metriche.

Nel caso di un buco nero sferico non rotante la metrica scoperta dal fisico Schwarzschild descrive una curvatura dello spazio-tempo delimitata da un orizzonte limite definito dal raggio di Schwarzschild R_S [Figura 1.5]. Una notevole osservazione emersa da questa soluzione è che il raggio di Schwarzschild R_S , che descrive il buco nero, è esattamente uguale a r_g , dipendendo esclusivamente dalla massa:

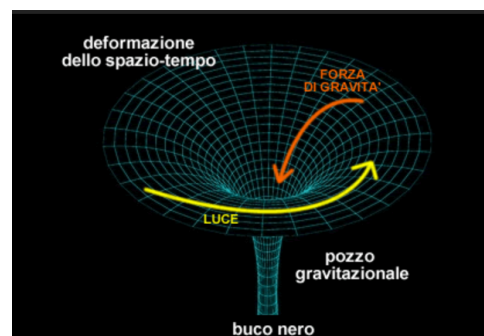


Figura 1.5: Raffigurazione dello spazio-tempo modificato a causa della presenza di una massa molto grande. La freccia gialla della luce delimita l'orizzonte degli eventi. [Immagine spazio-tempo buco nero]

⁴varietà di Riemann: generalizzazione del concetto di curva e di superficie differenziabile in dimensione arbitraria

questa caratteristica permette di misurare la massa di un buco nero in maniera diretta, dal calcolo del suo raggio di Schwarzschild, come si vedrà nell'esperimento condotto su *M87* nella Sezione 2.4.

Per spiegare meglio il significato dell'orizzonte degli eventi si presenta un esempio.

Si suppone che un osservatore *A* si muova verso il centro del buco nero tenendo in mano una torcia; egli, nel suo cammino, nota la linea di vista allontanarsi sempre di più man mano che si prosegue in avanti, da qui il nome orizzonte. Ciò che accade è molto curioso, perché mentre l'osservatore *A*, che è in moto, non si accorge di alcun cambiamento temporale e gli sembra non raggiungere mai l'orizzonte, un osservatore esterno *B* percepisce una dilatazione temporale sempre maggiore fra sé e l'osservatore *A*, finché raggiunto l'orizzonte degli eventi, la luce dell'osservatore *A* non riesce più ad arrivare all'osservatore *B*. A questo punto, se l'osservatore *B* percepisce la modifica dello spazio-tempo, l'osservatore *A* non se ne accorge, perché dal suo punto di vista quello che si verifica è solo una inversione tra asse temporale e asse spaziale, dunque l'osservatore *A* anziché continuare ad avanzare nello spazio, giunto all'orizzonte degli eventi, inizia ad andare avanti nel tempo. Nella *Figura 1.6* si raffigura ciò che si è appena detto e che viene dedotto dall'analisi della metrica di Schwarzschild, cioè la direzione radiale diventa di tipo-tempo una volta superato l'orizzonte, così asse temporale e asse spaziale si invertono; in questo modo risulta più intuitivo l'impossibilità di uscire da un buco nero, poiché vorrebbe dire andare indietro nel tempo.

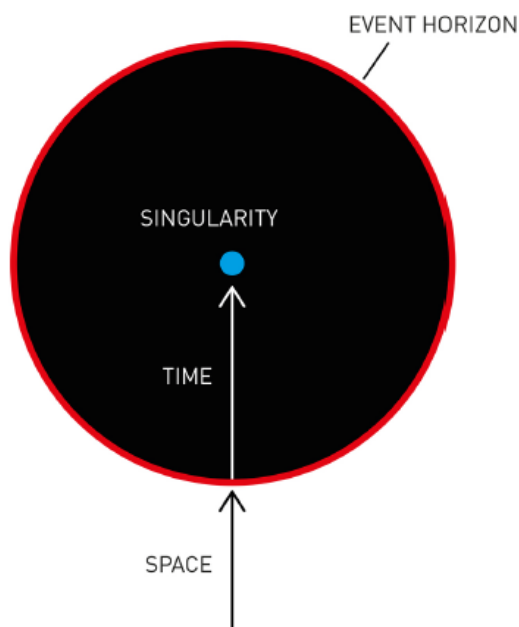


Figura 1.6: Illustrazione dell'orizzonte degli eventi e della dilatazione temporale. Si ponga attenzione su come l'asse dello spazio diventi l'asse del tempo superato l'orizzonte degli eventi. [Premio Nobel per la Fisica 2020]

Un buco nero ha diverse caratteristiche, ma quelle strettamente essenziali per definire la sua forma, e con ciò si intende la forma della metrica e del suo orizzonte degli eventi, sono: la massa, la carica e il momento angolare. Queste proprietà, riassunte nel teorema dell'essenzialità, in realtà sono state inserite in diverse metriche di cui parleremo a breve.

1.4.1 Buchi neri di Schwarzschild

Nel 1916 Schwarzschild propose una soluzione molto complessa per le equazioni di campo, ci vollero anni per capire come interpretare le sue idee. Il risultato furono i buchi neri di Schwarzschild, i quali descrivono la risposta dello spazio-tempo a una massa puntiforme M non rotante, infatti la distribuzione di massa determina la geometria dello spazio-tempo attraverso le equazioni di campo (1.19).

Nel dettaglio, la metrica associata viene espressa secondo la relazione:

$$ds^2 = \alpha dt^2 - \frac{1}{c^2} [\alpha^{-1} dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)] , \alpha = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) \quad (1.20)$$

dove ds è l'intervallo di tempo proprio che intercorre tra due eventi in un sistema di riferimento inerziale. Questa metrica assume lo stesso significato di quella di Minkowski

$$ds^2 = dt^2 - \frac{1}{c^2} [dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)] \quad (1.21)$$

nel limite di una distanza infinita dall'orizzonte degli eventi ($r \rightarrow \infty$).

Dunque, lo spazio-tempo lontano dal buco nero è quasi piatto, mentre quello vicino risente di tanto della presenza della massa, ciò implica che la percezione del tempo nelle due regioni è differente, in quanto, avvicinandosi sempre di più all'orizzonte, il tempo rallenta a causa della dilatazione temporale. Quindi, possiamo esprimere questo fenomeno attraverso una funzione intervallo temporale che soddisfi la metrica di Schwarzschild.

In prossimità dell'orizzonte, lo spazio-tempo è curvo con una curvatura che varia di punto in punto, di conseguenza l'aumento della distanza propria nella direzione radiale del sistema di riferimento a riposo non è semplicemente dr ma è $dx = \alpha^{-\frac{1}{2}} dr$ e viene denominata incremento della distanza geodetica⁵ nella direzione radiale, [Figura 1.7].

⁵Una geodetica è una curva che rappresenta il cammino più breve in un dato spazio.

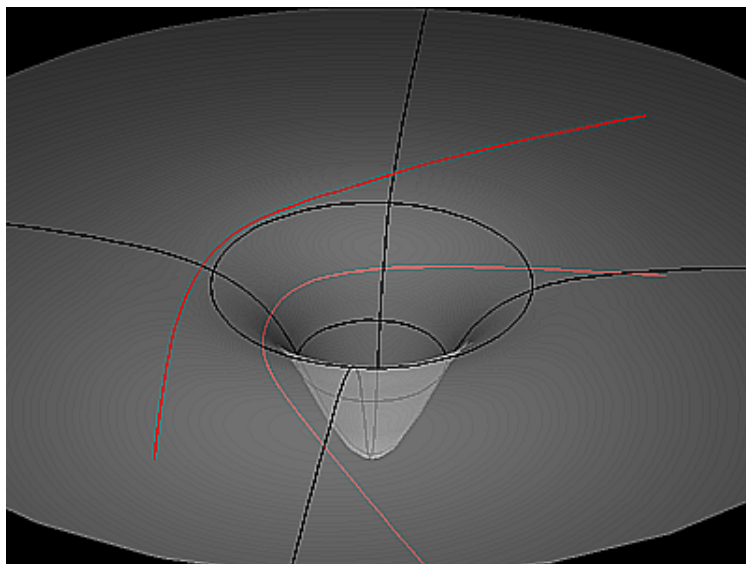


Figura 1.7: Nell'immagine sono disegnate in rosso tre geodetiche dello spaziotempo, partendo da sinistra si riconosce la geodetica che descrive un corpo la cui orbita è curvata dal campo gravitazionale, successivamente si ha la geodetica rappresentante l'ultima orbita stabile (in nero), infine, si raffigura la geodetica di un corpo in caduta radiale verso il centro. [Wikipedia, Geodetica]

Ora, lo spazio si dilata un po' di più nelle regioni in cui il tempo rallenta, si può dire in termini più tecnici che la funzione intervallo temporale risulta correlata con una funzione metrica che descrive di quanto aumenta lo spazio in direzione radiale rispetto allo spazio piatto.

La funzione temporale lontano dall'orizzonte vale 1 e il tempo scorre a una velocità tipica di uno spazio-tempo piatto, mentre sull'orizzonte la funzione vale 0, dunque il tempo ordinario si ferma rispetto a un osservatore lontano. La variazione da 1 a 0 si esprime con la seguente relazione

$$dt' = \alpha^{\frac{1}{2}} dt = \left(1 - \frac{R_s}{r}\right)^{\frac{1}{2}} dt \quad (1.22)$$

Facendo tendere a 0 il termine α , funzione temporale della metrica di Schwarzschild, lo spazio tende all'infinito indicando la presenza di una singolarità in più, oltre a quella già ipotizzata al centro del buco nero. Questo piccolo intoppo può essere risolto effettuando un cambio di coordinate, poiché le coordinate sferiche utilizzate finora risultano adatte per oggetti che si trovano in un punto fisso al di fuori dell'orizzonte. Invece, sull'orizzonte degli eventi un oggetto risulta sempre in caduta libera verso il centro, perciò il passaggio viene rappresentato da un cambio di coordinate.

Il fisico Roger Penrose, noto per i suoi grandi contributi alla teoria dei buchi neri che gli hanno permesso di vincere anche un Nobel per la Fisica nel 2020 per aver scoperto che la

formazione dei buchi neri è una previsione della Teoria della Relatività Generale, ha cercato di escludere la singolarità al centro del buco nero assumendo una distribuzione di massa non a simmetria sferica e considerando solo il collasso di materia con densità di energia positiva, ovvero la condizione per cui la massa-energia non può essere mai osservata fluire a una velocità maggiore della luce. Per rappresentare questa situazione particolare, ha dovuto introdurre nuove nozioni di topologia, tra cui il concetto di superficie intrappolata, ovvero una superficie bidimensionale chiusa con la proprietà che tutti i raggi di luce ortogonali alla superficie convergono quando sono tracciati verso il futuro; ciò è totalmente il contrario della definizione di una superficie a simmetria sferica, dove tali raggi di luce divergono verso il futuro [Figura 1.8]. E' possibile dimostrare che qualsiasi superficie di raggio inferiore al raggio di Schwarzschild corrisponde a una superficie intrappolata, perciò gli assi di spazio e tempo si invertono e l'epilogo in singolarità risulta inevitabile. La singolarità rimane ancora un concetto molto complesso e non esiste alcuna teoria in grado di poterla spiegare con esattezza.

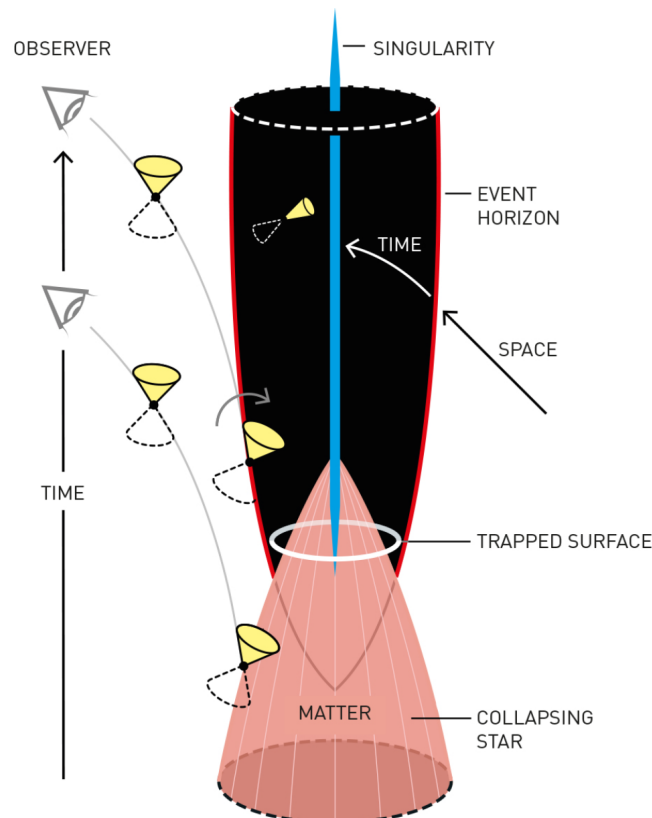


Figura 1.8: Diagramma di Penrose in cui è raffigurata la superficie trappola e la convergenza dei coni di luce verso la singolarità verificata dopo l'orizzonte degli eventi. Difatti, un osservatore esterno non riesce a vedere il cono di luce oltre l'orizzonte.[Premio Nobel per la Fisica 2020]

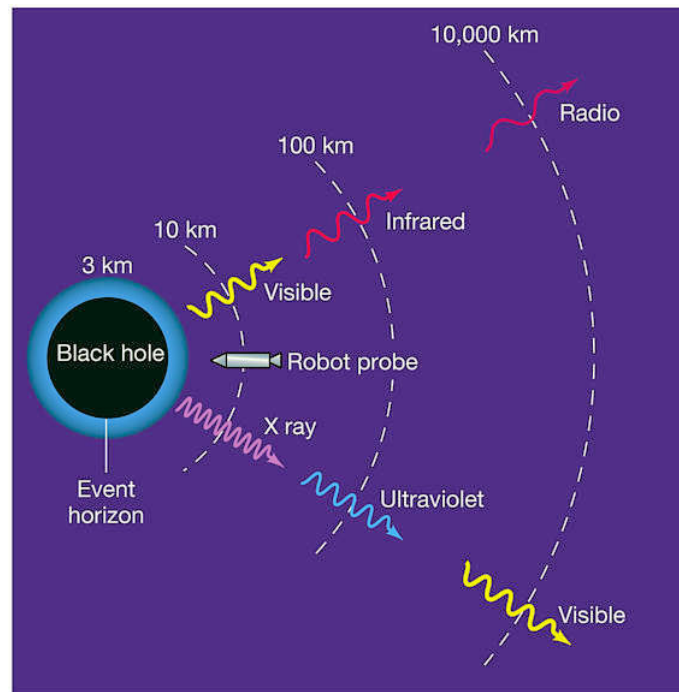
Redshift e blueshift gravitazionale

Il fenomeno che si verifica osservando un oggetto luminoso mentre si dirige verso il centro del buco nero è chiamato redshift gravitazionale ed è proprio l'effetto della dilatazione temporale che si esprime con

$$\nu_{\infty} = \alpha^{\frac{1}{2}} \nu_{em} = \left(1 - \frac{r_g}{r}\right)^{\frac{1}{2}} \nu_{em} \quad (1.23)$$

dove ν_{em} indica la frequenza della radiazione emessa dall'oggetto e ν_{∞} è la frequenza della radiazione osservata.

Dalla (1.23), considerando l'osservatore all'infinito, si evince che la luce si sposta verso l'infrarosso (redshift), dunque la frequenza osservata diminuisce, man mano che l'oggetto si avvicina all'orizzonte degli eventi, mentre si sposta verso l'ultravioletto (blueshift) e la frequenza osservata aumenta, man mano che l'oggetto si allontana dall'orizzonte degli eventi, in direzione dell'osservatore, [Figura 1.9]. Se la radiazione viene emessa da un raggio $r = R_s$, la frequenza di qualsiasi onda viene spostata verso lo 0, ciò implica che nessuna informazione può raggiungere l'infinito con raggi inferiori a quello di Schwarzschild, sottolineando l'uguaglianza tra R_s e r_g .



Copyright © 2005 Pearson Prentice Hall, Inc.

Figura 1.9: Nell'immagine viene mostrato in basso il fenomeno di blueshift, con la frequenza che si sposta verso il ultravioletto, mentre in alto si presenta il fenomeno di redshift, con la frequenza che si sposta verso l'infrarosso. [Redshift gravitazionale]

Condizione di caduta nel buco nero

Un altro aspetto importante della metrica di Schwarzschild è la condizione di caduta all'interno del buco nero.

Si consideri un campo gravitazionale generato da una massa puntiforme e una massa di prova. L'equazione che descrive tale situazione è

$$\dot{r}^2 + \frac{h^2}{r^2} - \frac{2GM}{r} - \frac{2GMh^2}{r^3c^2} = (k^2 - 1)c^2 \quad (1.24)$$

dove il secondo termine è associato al potenziale centrifugo, il terzo all'energia potenziale gravitazionale, h e k sono costanti del moto, G è la costante di gravitazione universale, c è la velocità della luce, M è la massa puntiforme e il quarto termine tiene conto del fatto che l'energia cinetica, associata al moto rotazionale della massa puntiforme, contribuisce alla massa inerziale della particella di prova producendo un aumento della forza di attrazione gravitazionale su di essa.

Dalle soluzioni si può affermare che per r piccoli il termine dovuto alla relatività ristretta dell'equazione $\frac{h^2}{r^3}$ diventa maggiore del termine potenziale centrifugo $\frac{h^2}{r^2}$ e, se il momento angolare specifico risulta $h \leq 2r_g c$, allora è inevitabile la caduta all'interno del buco nero verso $r = 0$.

Si deduce l'esistenza di un'orbita circolare stabile attorno al buco nero di raggio $r = 3r_g$ sulla quale risulta ancora possibile sfuggire dal buco nero se si è in possesso di una minima energia cinetica in grado di vincere il potenziale. Superata questa orbita ogni materiale spiraleggia velocemente verso il centro distruggendosi a causa delle intense forze gravitazionali (Longair, Cap. 13.11.1).

1.4.2 Buchi neri rotanti

Alla soluzione di Schwarzschild sono seguite altre soluzioni capaci di descrivere buchi neri dotati di una carica Q , metrica di Reissner-Nordström, e buchi neri rotanti dotati di momento angolare J , metrica di Kerr, e ancora soluzioni che comprendono entrambe le caratteristiche, metrica di Kerr-Newman. Dal momento che in questo documento si trattano buchi neri astrofisici, dove la carica non è rilevante, si rivolge l'attenzione ai buchi neri dotati di momento angolare.

I buchi neri dotati di momento angolare (J) sono chiamati buchi neri di Kerr descritti dalla omonima metrica espressa in coordinate sferiche, dove ds ha lo stesso significato della (1.20)

$$(ds)^2 = \left(1 - \frac{2GMr}{\rho c^2}\right) dt^2 - \frac{1}{c^2} \left[\left(\frac{4GMr \sin^2\theta}{\rho c}\right) dt d\phi + \frac{\rho}{\Delta} dr^2 + \rho d\theta^2 + \left(r^2 + a^2 + \frac{2GMa^2 \sin^2\theta}{\rho c^2}\right) \sin^2\theta d\phi^2 \right] \quad (1.25)$$

dove $a = \frac{J}{Mc}$, $\rho^2 = r^2 + a^2 \cos^2 \theta$, $\Delta = r^2 - \frac{2GM}{c^2} r + a^2$, G costante di gravitazione universale, c velocità della luce, M massa del buco nero. Nel limite $J = 0$ la metrica si riduce a quella di Schwarzschild.

Proprietà

Si evidenziano alcune caratteristiche che possiedono i buchi neri rotanti in relazione a tale metrica:

- i buchi neri ruotano nella direzione ϕ positiva
- i coefficienti presenti nella metrica sono indipendenti da t e ϕ di conseguenza questa risulta statica e asimmetrica attorno all'asse di rotazione.
- si distinguono due superfici singolari: la prima si verifica quando il termine $\frac{\rho}{\Delta}$ tende a 0

$$r_{esterno} = \frac{GM}{c^2} + \left[\left(\frac{GM}{c^2} \right)^2 - \left(\frac{J}{Mc} \right)^2 \cos^2 \theta \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.26)$$

la seconda invece quando $\Delta = 0$

$$r_{interno} = \frac{GM}{c^2} + \left[\left(\frac{GM}{c^2} \right)^2 - \left(\frac{J}{Mc} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.27)$$

Il raggio esterno è detto anche raggio statico in quanto, superato questo, nulla può rimanere fermo: tutto deve ruotare nella stessa direzione di rotazione del buco nero. Invece, il raggio interno rappresenta un limite spaziale oltre il quale la materia cade inevitabilmente nel buco nero, con un movimento a spirale, aumentando la sua massa; durante la sua caduta, la materia rilascia dal 6% al 42% della sua energia di massa a riposo, queste percentuali dipendono dall'energia rotazionale e dalla direzione di rotazione rispetto a quella di caduta. Risulta interessante argomentare come avviene il trasferimento di energia rotazionale per i buchi neri, in quanto essi non sono dotati di superficie solida, di conseguenza qualsiasi oggetto che è costretto a ruotare con il buco nero trascina insieme a lui lo stesso spazio-tempo, questo effetto è chiamato di lente tremante. Lo spazio interposto tra le due superfici è detto ergosfera [Figura 1.10].

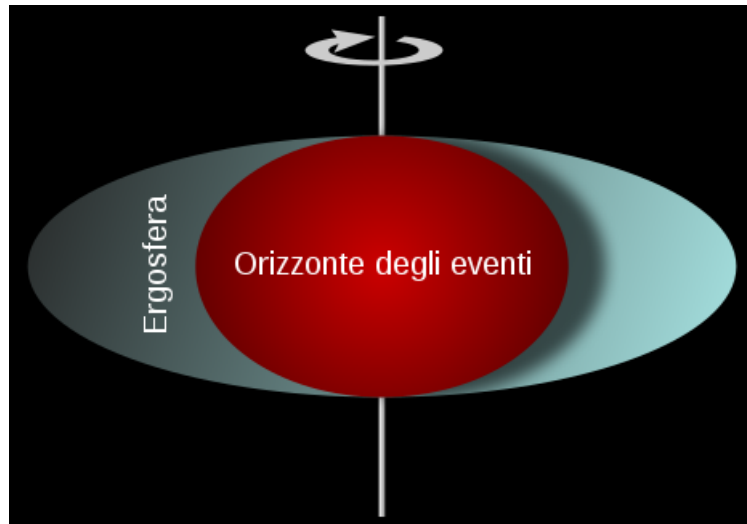


Figura 1.10: Rappresentazione di un buco nero di Kerr, dove l'ergosfera è la regione interposta tra raggio esterno e raggio interno, quest'ultimo è l'analogo dell'orizzonte degli eventi per i buchi neri statici.[Wikipedia: Buco nero]

(Longair, Cap. 13.11.2)

Capitolo 2

Buchi neri supermassicci e Nuclei Galattici Attivi

I buchi neri, a differenza degli altri oggetti compatti, non presentano un limite superiore di massa, per questo possono esistere buchi neri di massa superiore alle $10^6 M_{\odot}$ chiamati buchi neri supermassicci.

2.1 Buchi neri supermassicci

Sapendo che non esiste un limite superiore della massa di un buco nero è possibile distinguere altre due classi di buchi neri astrofisici riportate in *Tabella 2.1*

Classe	Massa	Raggio
Buco nero supermassiccio	$\sim 10^6 - 10^9 M_{\odot}$	$\sim 0.001 - 400 AU$
Buco nero di massa intermedia	$\sim 10^3 M_{\odot}$	$\sim 10^3 km$
Buco nero stellare	$\sim 3 - 30 M_{\odot}$	$\sim 30 km$

Tabella 2.1: Classificazione buchi neri in funzione della massa e del raggio.[Wikipedia: buco nero]

I buchi neri stellari sono stati l'oggetto di studio del capitolo precedente, mentre, date le poche evidenze osservative dei buchi neri intermedi, i protagonisti di questo capitolo saranno direttamente i buchi neri supermassicci.

La formazione dei buchi neri supermassicci è ancora molto oscura, esistono diverse possibilità a riguardo: una prima ipotesi riconosce i buchi neri supermassicci come prodotto di un accrescimento di un buco nero di decine o centinaia di masse solari, chiamato "seme", che viene lasciato indietro da esplosioni di stelle massicce; oppure si ipotizza un collasso di grandi nubi di gas, presenti ancor prima delle prime stelle, in una quasi-stella che, a sua volta,

collassa in un buco nero di circa $20 M_{\odot}$ che potrebbe diventare supermassiccio per accrescimento; inoltre, esiste un modello che associa i buchi neri supermassicci al prodotto finale dell'evoluzione di buchi neri primordiali, ovvero buchi neri formati intorno ai primi minuti dopo il Big Bang da fluttuazioni di densità.

La maggior parte dei buchi neri supermassicci risulta non attiva o quiescente, suggerendo con tale termine la possibile presenza di un'attività passata o futura, nonostante ciò si possono trovare anche buchi neri supermassicci attivi.

2.2 Nuclei galattici attivi

I nuclei galattici attivi (AGN) sono regioni luminose centrali, ospitanti un buco nero supermassiccio la cui attività può eclissare l'intera popolazione stellare della galassia ospite. Alcuni di questi oggetti, i quasar, sono le sorgenti più luminose dell'universo e si pensa che siano alimentati da buchi neri supermassicci che accrescono la materia a ritmi molto elevati attraverso un disco di accrescimento geometricamente sottile e otticamente spesso, la cui trattazione verrà approfondita nel paragrafo 2.2.2.

L'attività di un AGN, oltre ad essere attribuita ad una popolazione stellare in formazione nelle sue vicinanze, può anche essere caratterizzata, in alcuni casi, da getti di energia provenienti dal nucleo e prodotti da campi magnetici che attraversano l'orizzonte, o dal flusso di accrescimento, [Figura 2.1].

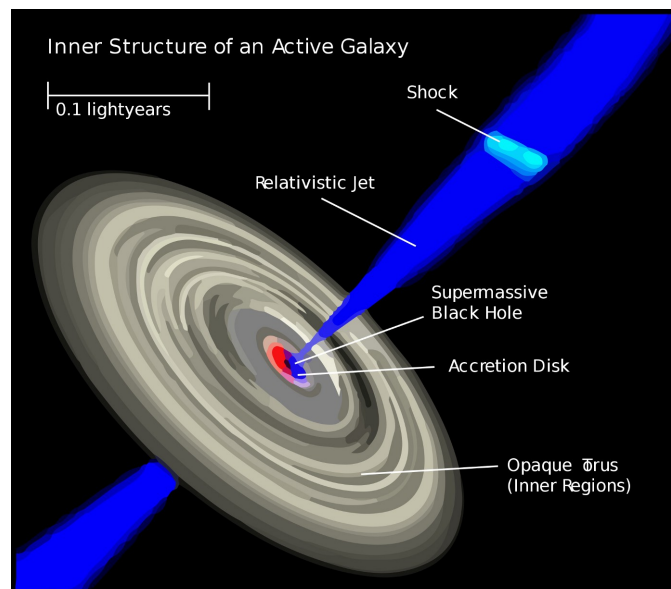


Figura 2.1: Nell'immagine si mostrano le parti di cui è composto un AGN quali il buco nero supermassiccio, il disco di accrescimento, il toroide di materia che si forma oltre il disco di accrescimento e il getto relativistico.[AGN]

Osservando l'universo locale, solo il 10% delle galassie risultano attive, da ciò si deduce che gli AGN costituiscono una fase transitoria dell'evoluzione galattica; il restante 90% è spesso associato a buchi neri supermassicci alimentati da flussi di accrescimento tenui con tassi di accrescimento molto bassi.

Le galassie attive vengono classificate tramite il modello standard unificato, il quale si basa sulla quantità di energia prodotta dagli AGN e sull'angolo di visuale da cui si osservano. Tra i vari tipi di AGN si menzionano le galassie di Seyfert, le radiogalassie, i quasar e i blazar [Figura 2.2]

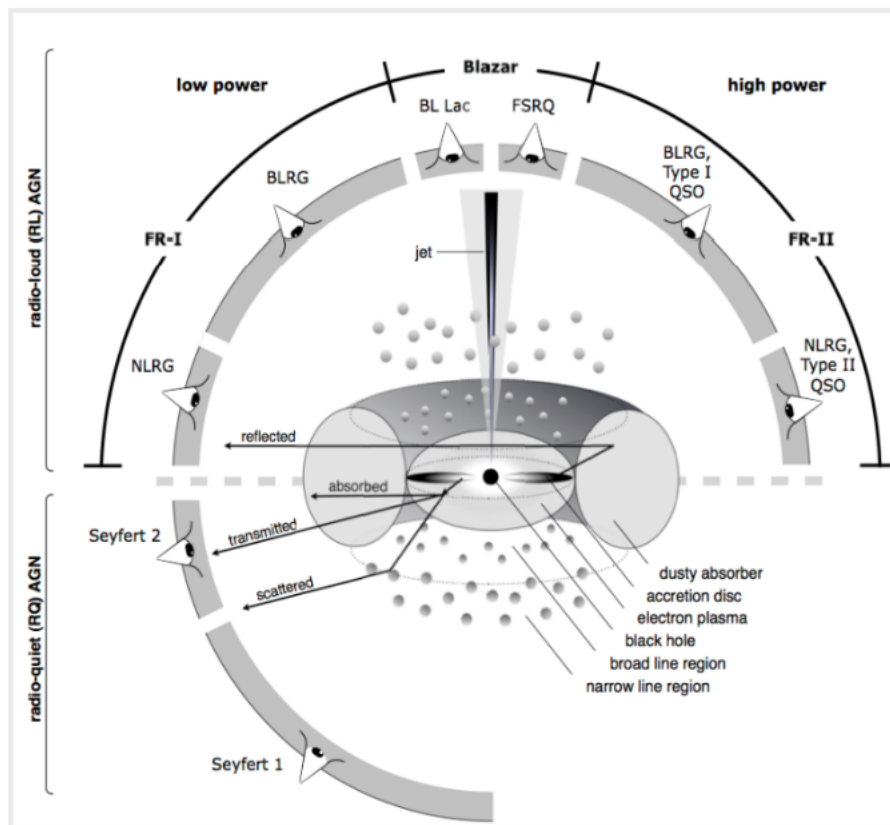


Figura 2.2: Il modello unificato mostra come in base all'angolo di visuale, l'AGN assume caratteristiche differenti, venendo etichettato secondo le tipologie descritte di seguito. [Unified model]

2.2.1 Modello unificato

Le galassie di Seyfert sono descritte da una struttura a spirale e presentano forti righe di emissione, in banda X e UV, di cui si distinguono due tipi: quelle larghe, associate a una zona di emissione molto densa chiamata "Broad Line Region (BLR)", e quelle strette, associate a una zona di emissione poco densa chiamata "Narrow Line Region (NLR)", che corrispondono rispettivamente a un allargamento Doppler di $\Delta v \approx 10^4 \text{ km s}^{-1}$ e $\Delta v \approx 10^3 \text{ km s}^{-1}$.

Si possono distinguere due tipologie di galassie di Seyfert:

- galassie di Seyfert di tipo I: presentano righe di emissione sia strette che larghe
- galassie di Seyfert di tipo II: presentano solo righe di emissione strette

[Figura 2.3].

Le galassie di Seyfert rappresentano l'1% di tutte le galassie nell'Universo locale e, a causa della loro morfologia, si ipotizza che queste possano rappresentare le fasi attive delle galassie a spirale.

Le radio galassie sono ricche sorgenti di onde radio emesse per sincrotrone, spesso la loro struttura è caratterizzata da due lobi opposti dai quali avviene l'emissione di radiazione, come si può osservare nella Figura 2.4. A causa della loro morfologia, si ipotizza possano costituire la fase attiva delle galassie ellittiche.

I quasar sono gli oggetti più luminosi dell'universo e la loro luminosità ha una variabilità elevata. Sono sorgenti radio ad alto redshift (fino a $z \approx 7$, distanza alla quale l'Universo aveva appena un miliardo di anni), inizialmente vengono riconosciuti

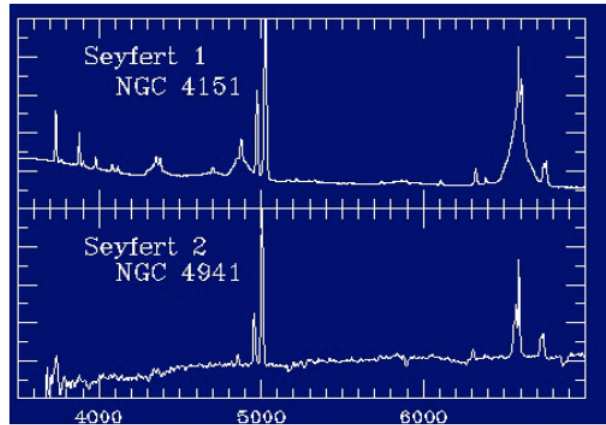


Figura 2.3: In questa immagine sono rappresentate le due tipologie delle galassie di Seyfert, dove nel caso delle Seyfert di tipo II è evidente la mancanza di righe larghe, presenti invece nelle Seyfert di tipo I. [Slide AF 12]

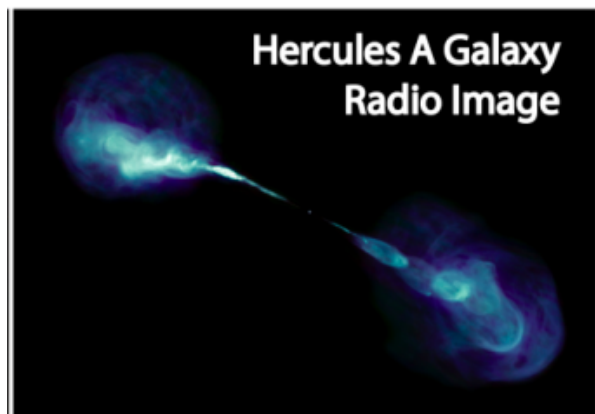


Figura 2.4: L'immagine mostra la radio galassia Hercules A in banda radio. Si osservano i lobi opposti da cui proviene l'emissione. [Slide AF 12]

come oggetti puntiformi e successivamente, invece, descritti come non puntiformi e dotati di una galassia ospite. Si distinguono due tipologie: i "radio-loud quasars", caratterizzati da alta emissione radio e i "radio-quiet quasars", caratterizzati da bassa emissione radio. Nei radio-quiet l'emissione radio è oscurata, mentre nei radio-loud è collimata e associata alla presenza di getti, [Figura 2.5].

Infine, i blazar sono classificati tra i fenomeni più violenti dell'universo in quanto presentano variazioni di luminosità molto improvvise, sono prive di righe spettrali e hanno un'emissione apparentemente dominata da un getto relativistico.

SED

Parte fondamentale dello studio di una galassia attiva è la realizzazione di un grafico rappresentante il flusso di energia in funzione della frequenza chiamato SED, ovvero distribuzione spettrale di energia. Come si può notare in Figura 2.6 in una SED di un AGN è possibile isolare varie regioni dello spettro elettromagnetico, per ciascuna zona è evidente un massimo della curva di emissione (picco); a ciascuna curva viene associata una regione specifica della galassia e un preciso processo di emissione.

In questo caso, la curva tratteggiata rossa presenta un picco nell'infrarosso attribuibile all'emissione della polvere; la curva tratteggiata blu presenta un picco nella banda ottica-UV dovuto all'emissione del disco di accrescimento, ovvero un anello di materia che si forma attorno al buco nero per attrazione gravitazionale; la curva tratteggiata verde presenta un picco in banda X associato ai processi di emissione per Compton Inverso che si verificano vicino al nucleo galattico; la curva gialla indica due flussi di energia differenti, uno per gli AGN radio-quiet e uno per i radio-loud. L'insieme di tutte le curve restituisce quella riconosciuta come la SED dell'AGN rappresentata dalla curva nera. Nel grafico è presente una curva grigia che rappresenta la SED di una galassia in formazione stellare priva di nucleo attivo.

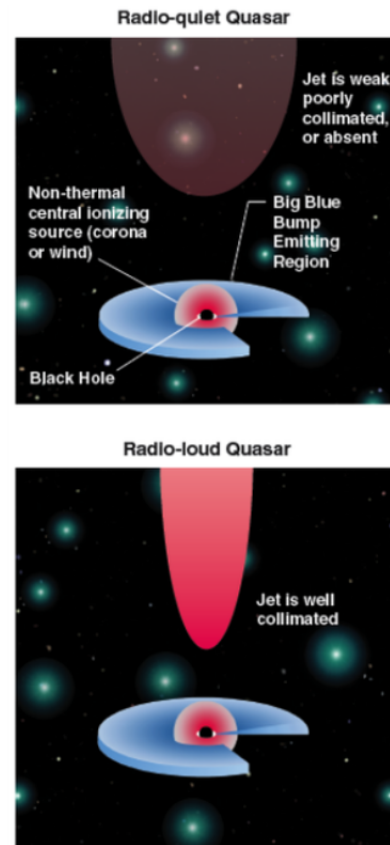


Figura 2.5: L'immagine in alto raffigura la struttura di un quasar radio-quiet caratterizzato da una emissione oscurata, mentre in basso si può osservare la struttura di un quasar radio-loud con getto relativistico collimato.

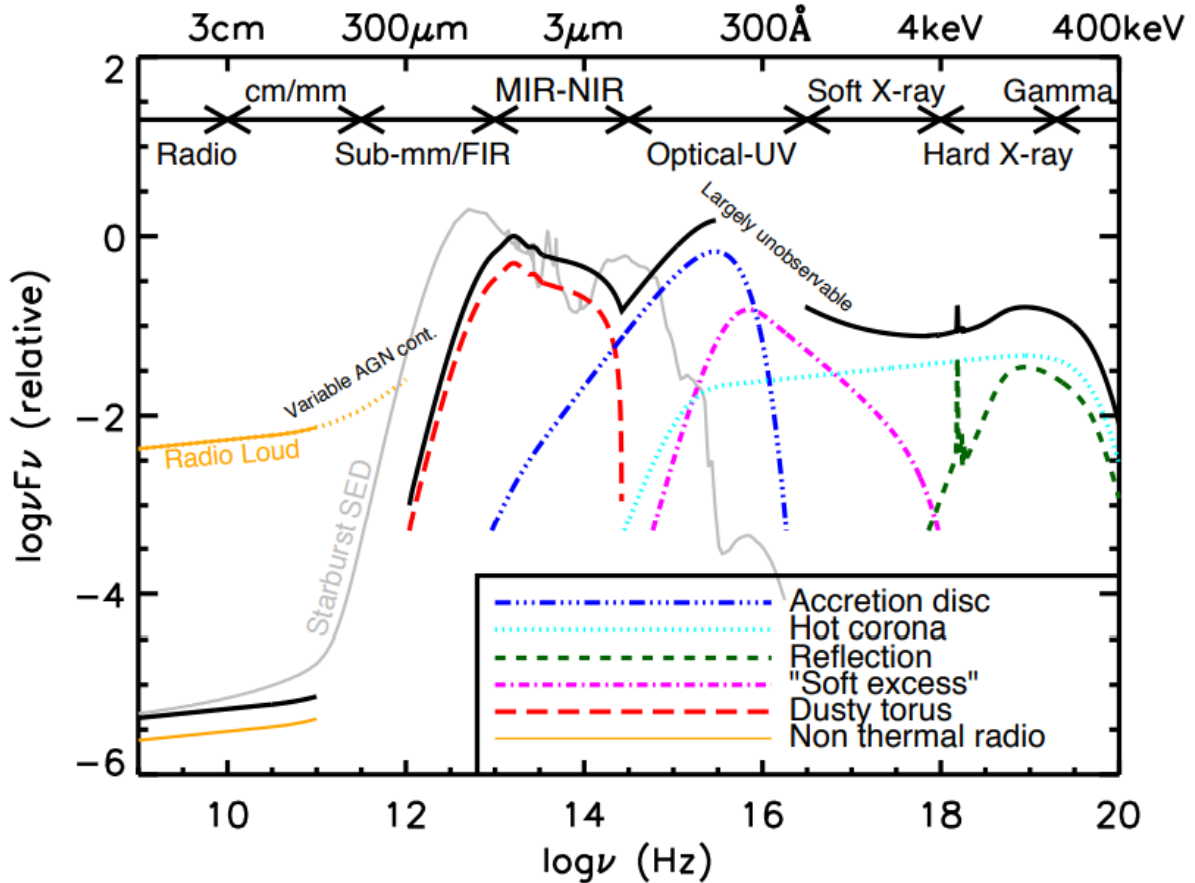


Figura 2.6: SED di M82. Sono posti in evidenza i diversi picchi di emissione, per ulteriore chiarezza si può fare riferimento alla Figura 2.1 e alla Figura 2.2 [Slide AF12]

Proprio dal confronto tra la SED di una galassia quiescente e quella di una galassia attiva si possono notare le differenze fra le due tipologie: nella galassia normale non sono presenti picchi di emissione in banda radio e in banda X.

Nella *Figura 2.7* è riportata la SED della galassia in formazione stellare NGC 7714 nella quale la radiazione di sincrotrone è praticamente inesistente e l'emissione in banda X è riconducibile a sistemi binari di stelle presenti nella galassia.

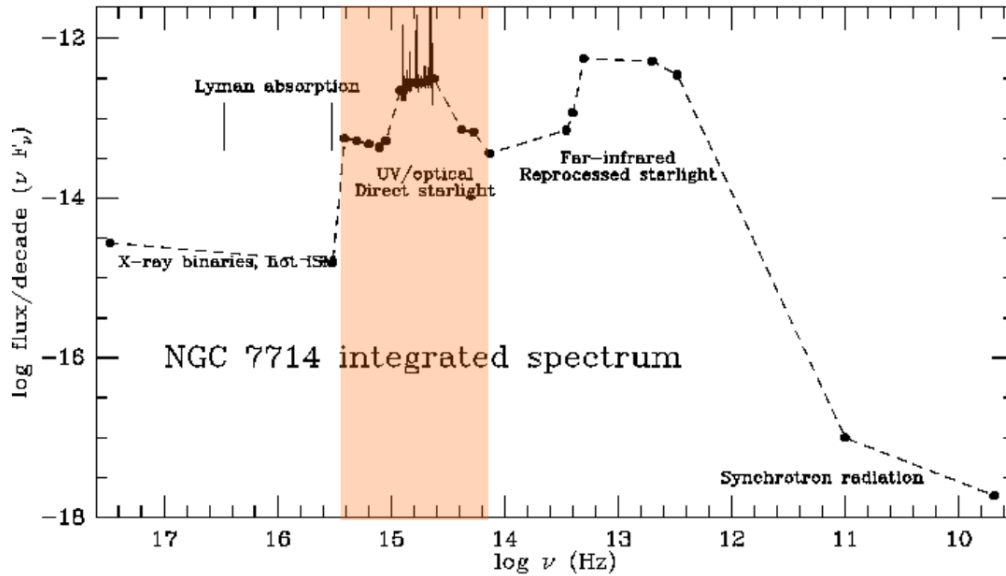


Figura 2.7: SED di NGC 7714. Il grafico presenta l'asse delle x invertito rispetto alla Figura 2.6. Si nota la forte emissione nella banda ottica-UV con anche emissione per serie di Lyman. Nel lontano infrarosso si osserva il picco di emissione della polvere. [Slide AF12]

M87

Un esempio di galassia attiva è la galassia ellittica supergigante Messier 87 (M87) in orbita attorno alla Via Lattea, posta a una distanza di 16 Mpc dalla Terra. Questa è caratterizzata da un getto non termico di radiazione in banda radio, ottica e X, prova dell'attività del suo nucleo galattico.

M87 è diventata famosa per l'immagine prodotta dall'Event Horizon Telescope (EHT), ottenuta dalla mediazione di diverse ricostruzioni dell'immagine [Figura 2.8], dove si può osservare un'ombra scura al centro (vedi anche Figura 2.9), corrispondente al buco nero, presente per via di una regione di emissione trasparente che circonda il buco nero e causata dalla curvatura gravitazionale della luce e dei fotoni sull'orizzonte degli eventi. Per costruire l'immagine sono state utilizzate osservazioni fatte con EHT e osservazioni a una lunghezza d'onda $\lambda = 1.3 \text{ mm}$.

La sorgente compatta è stata raffigurata come un anello caratterizzato da una luminosità asimmetrica, avente un diametro di $d = 42 \pm 3 \mu\text{as}$; l'asimmetria di luminosità, evidente anche in figura, può essere spiegata con un fascio relativistico di onde radio emesse dal plasma incandescente che ruota attorno al buco con una velocità prossima alla luce. I colori presenti nell'immagine sono stati appositamente scelti per rappresentare il plasma ad alta temperatura. Nel complesso l'immagine osservata è coerente con le aspettative sull'ombra del buco nero di Kerr, come previsto dalla Relatività Generale (EHT collaboration).

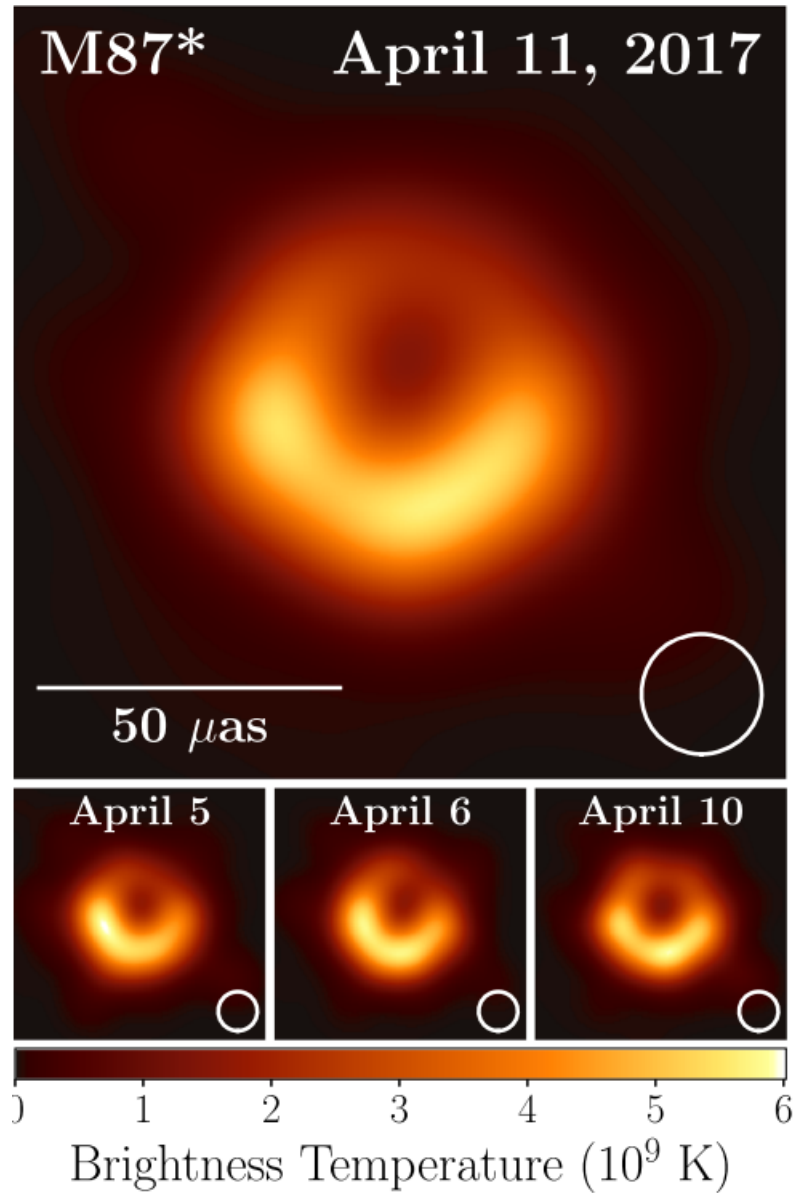


Figura 2.8: In alto si può osservare la ricostruzione sul piano dell'immagine dei dati interferometrici ottenuti dall'EHT, su M87, mediata dalle tre ricostruzioni in basso. [EHT collaboration]

Il processo responsabile delle radiazioni di un nucleo galattico attivo viene descritto all'interno della teoria dell'accrescimento.

2.2.2 Teoria dell'accrescimento

Si consideri un buco nero di Schwarzschild circondato da una superficie sferica di raggio R_S che descrive il suo orizzonte degli eventi (vedi 1.18). La materia presente attorno al buco nero risente dell'intenso campo gravitazionale e inizia a vorticare attorno ad esso [Figura 2.9].

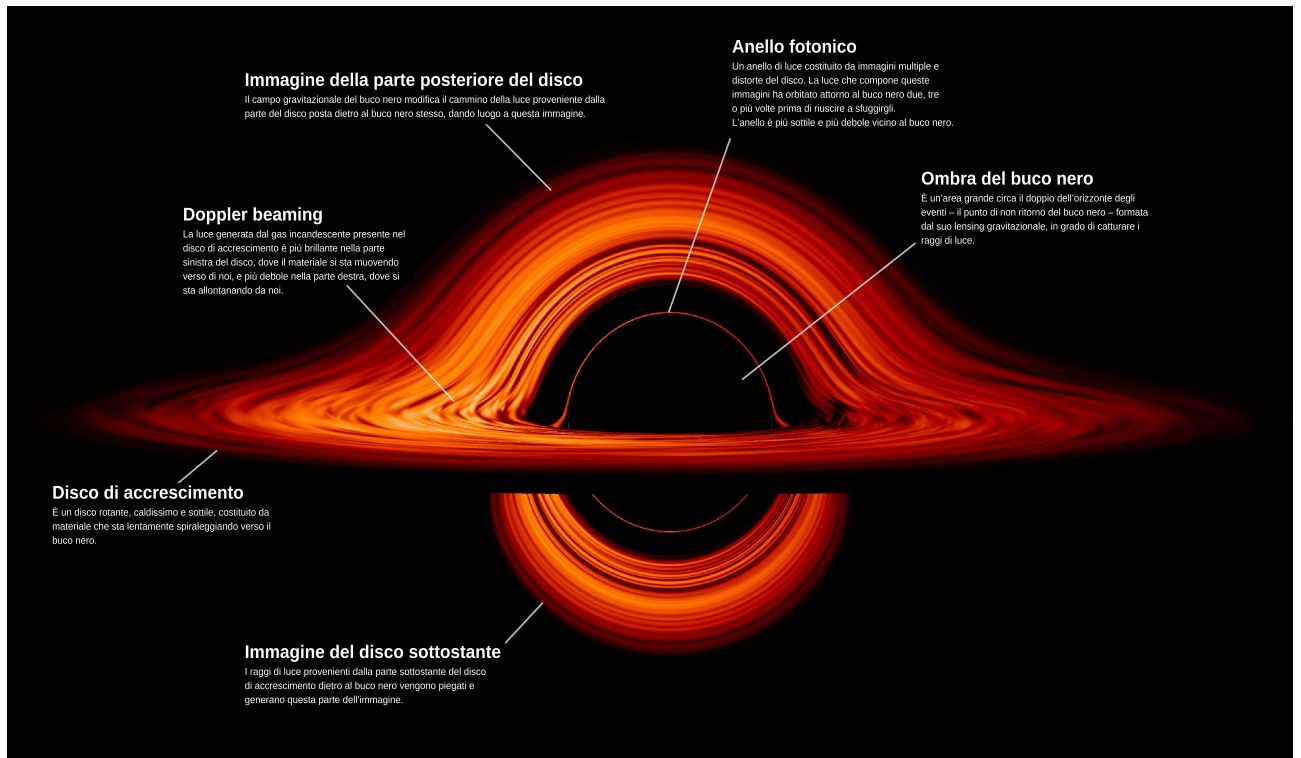


Figura 2.9: Nell'immagine si fa riferimento ad ogni componente di un buco nero in accrescimento.[Struttura buco nero]

Processo di accrescimento

Per entrare nel dettaglio di questo processo, che è chiamato accrescimento, consideriamo un singolo oggetto puntiforme di massa m in caduta libera dall'infinito al centro del buco nero. Per la conservazione dell'energia esso possiede una energia cinetica equivalente all'energia potenziale gravitazionale

$$\frac{1}{2}mv_{ff}^2 = \frac{GM_{BH}m}{r} \quad (2.1)$$

dove v_{ff} è la velocità dell'oggetto in caduta libera, G è la costante di gravitazione universale e M_{BH} è la massa del buco nero. Man mano che il corpo cade, una parte di energia gravitazionale viene convertita in energia cinetica; quando la particella raggiunge la superficie sferica del buco nero, inizia a decelerare fino a fermarsi e, assumendo che tutta la materia accresca

sulla superficie, la sua energia cinetica viene irradiata sotto-forma di calore. Il tasso a cui viene irradiata l'energia cinetica è

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} \dot{m} v_{ff}^2 \quad (2.2)$$

dove \dot{m} indica il tasso di accrescimento della materia.

Dalla definizione di luminosità $L = \frac{dE}{dt}$, considerando una variazione di energia cinetica, si giunge a una relazione tra le due

$$L = \frac{1}{2} \dot{m} v_{ff}^2 \quad (2.3)$$

Dalla (2.2) risulta valida questa ulteriore relazione

$$L = \frac{GM_{BH} \dot{m}}{R} \quad (2.4)$$

Poiché non tutta la materia viene trasformata in energia, ogni processo di accrescimento di materia possiede un'efficienza ξ che determina la capacità di conversione di energia della massa a riposo in radiazione.

E' possibile esprimere la luminosità in questo modo

$$L = \xi \dot{m} c^2 \quad (2.5)$$

dove $\xi = \frac{R_S}{2R}$, la quale dipende esclusivamente da quanto è compatto l'oggetto in generale, ad esempio è possibile confrontare l'efficienza dell'energia liberata per conversione di idrogeno in elio nei processi di combustione nucleare durante l'evoluzione stellare, pari a $\xi = 7 \times 10^{-3}$ con quella liberata per accrescimento su una stella di neutroni, con parametri tipici di massa $M \approx 2 - 4 M_{\odot}$ e di raggio $r = 10 \text{ km}$, di $\xi = 0.15$. Inoltre, sapendo che i buchi neri di Schwarzschild hanno un'efficienza massima del 6%, mentre quelli di Kerr del 43%, è naturale considerare i processi gravitazionali come quelli più efficienti.

I buchi neri non sono dotati di una superficie solida, perciò la materia non vi può accrescere sopra, dunque quello che realmente avviene è che la parte di materia che non è in caduta nel buco nero deve acquisire momento angolare, la cui conservazione previene la caduta di materia in direzione radiale; in questo modo la produzione di calore avviene solo nella caduta della materia in direzione non radiale. Quindi, l'energia rotazionale dell'oggetto in caduta libera aumenterà più rapidamente di quella gravitazionale procedendo verso il buco nero, finché, raggiunto $r = 0$, il suo momento angolare sarà $h < 2R_{SC}$ e potrà cadere direttamente nel buco nero.

La materia non caduta, che inizia a vorticare, forma il disco di accrescimento. Nel disco di accrescimento agiscono le forze viscosi, le quali hanno due effetti sulla materia: trasferiscono momento angolare della materia accresciuta verso l'esterno, così da permettere al gas di muoversi verso l'interno a percorrere orbite sempre più piccole, e dissipano calore finché la materia non raggiunge l'ultima orbita stabile, dopodiché questa cade nel buco nero, (Longair, Cap. 14.2.1).

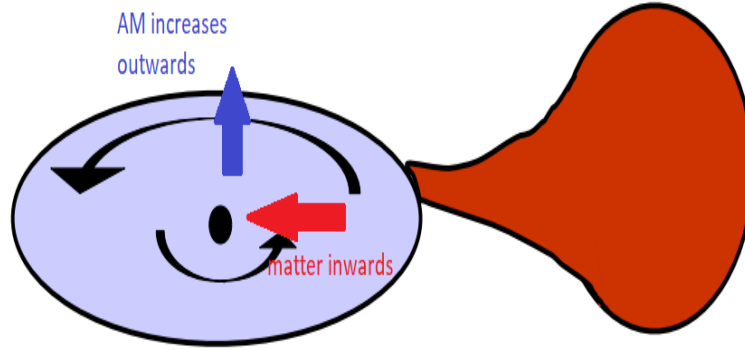


Figura 2.10: Accrescimento del disco: il momento angolare (AM) della materia accresciuta è trasferito all'esterno, mentre il gas prosegue verso l'interno. [Lecture 7, Corso Astrofisica delle Alte Energie]

La massima energia liberata dal disco di accrescimento è esattamente pari a quella dissipata nel tempo impiegato a raggiungere quell'ultima orbita.

Luminosità di Eddington

Seppur appaia la possibilità di produrre arbitrariamente grandi quantità di energia, e dunque di luminosità, anche questa presenta un limite, noto come luminosità di Eddington ed è ricavabile comparando la forza di gravità diretta verso l'interno con la pressione di radiazione che spinge verso l'esterno. Assumendo che la materia in caduta sia completamente ionizzata e che la pressione di radiazione sia dovuta alla diffusione di Thomson degli elettroni nel plasma, le forze agenti sulla coppia elettrone-protoni sono la forza gravitazionale

$$F_{grav} = \frac{GM(m_p + m_e)}{r^2} \approx \frac{GMm_p}{r^2} \quad (2.6)$$

e la forza di radiazione

$$F_{rad} = \sigma_t N_{ph} p \quad (2.7)$$

dove σ_t è la sezione d'urto di Thomson, $N_{ph} = \frac{L}{4\pi r^2 h\nu}$ è la densità di flusso di fotoni a una distanza r dalla sorgente e $p = \frac{h\nu}{c}$ l'impulso ceduto da ogni fotone. Eguagliando tale forza a quella gravitazionale otteniamo la luminosità di Eddington

$$L_E = \frac{4\pi GMm_p c}{\sigma_t} \approx 3 \times 10^4 \left(\frac{M}{M_\odot} \right) L_\odot \quad (2.8)$$

e dunque la massima luminosità generata per accrescimento su una massa M in condizioni di simmetria sferica, da cui si nota la dipendenza esclusiva dalla massa.

La luminosità di Eddington può essere superata in situazioni non stazionarie, come nelle esplosioni di supernova (Longair, Cap. 14.2.2).

Disco di accrescimento sottile

Il disco di accrescimento più semplice è quello geometricamente sottile e per definirlo è necessario assumere che la massa della materia sia minore di quella posta al centro della stella generica (M_s) [Figura 2.11].

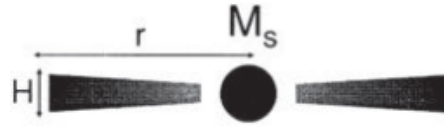


Figura 2.11: Rappresentazione grafica del disco di accrescimento: r è il raggio, M_s è la massa della stella, H è lo spessore del disco. [S.Longair]

Dopodiché, deve essere soddisfatta la condizione per il supporto idrostatico nella direzione perpendicolare al piano del disco:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{GM_s \rho \sin\theta}{r^2} \quad (2.9)$$

dove p è la pressione e z è la direzione perpendicolare al disco. Per un disco sottile vale questa approssimazione:

$$\frac{\partial p}{\partial z} \approx \frac{p}{H} \quad (2.10)$$

dove H è lo spessore del disco, e ponendo $\sin\theta \approx z/r$, la (2.9) diventa

$$\frac{p}{H} \approx -\frac{GM_s \rho H}{r^3} \quad (2.11)$$

Il gas nel suo moto rotatorio si trova in equilibrio centrifugo, perciò ad ogni raggio r vale

$$\frac{GM}{r} = v_\phi^2 \quad (2.12)$$

che si sostituisce nella (2.11) diventando

$$\frac{p}{\rho} \approx v_\phi^2 \frac{H^2}{r^2} \quad (2.13)$$

con v_ϕ velocità di rotazione. Ora, sapendo che la velocità del suono del materiale del disco è $v_s^2 \approx \frac{p}{\rho}$, è possibile esprimere lo spessore in funzione del numero di Mach, M

$$\frac{H}{r} \approx \frac{v_s}{v_\phi} = \frac{1}{M} \quad (2.14)$$

e quindi la condizione per considerare un disco sottile è avere una velocità di rotazione molto più grande della velocità del suono.

Anche la viscosità gioca un ruolo importante nella determinazione della struttura del disco, nel caso del disco sottile è possibile verificare quanto effettivamente sono incidenti le forze viscosi molecolari, andando a calcolare il numero di Reynolds R ; se quest'ultimo risulta inferiore all'unità, allora le forze viscosi molecolari sono importanti per la struttura del disco. Si definisce

$$R \approx \frac{VL}{v_s \lambda} \quad (2.15)$$

dove V è la velocità di rotazione del materiale nel disco, L è la distanza radiale dal centro del disco, v_s è la velocità interna del suono e λ il libero cammino medio delle particelle.

Si considera una stella di neutroni di massa $1 M_\odot$ che irradia alla luminosità di Eddington con un tasso di accrescimento, per un raggio di $r = 10r_g$, pari a $\dot{m} \sim 10^{15} \text{ kg s}^{-1}$. È possibile dimostrare che il numero di Reynolds assume un valore pari a 10^{12} , il quale, essendo un valore molto grande, ha due implicazioni: le forze viscosi molecolari non hanno un ruolo determinante nella struttura del disco sottile e il flusso di materia viene considerato turbolento, generante una "viscosità turbolenta" che sostituisce la viscosità molecolare innescando l'accrescimento, (Longair, Cap. 14.3.1).

È possibile calcolare il tasso di dissipazione di energia della materia causato dalle forze viscosi

$$-\left(\frac{dE}{dt}\right) = \frac{3G\dot{m}M_*}{4\pi r^3} \left[1 - \left(\frac{r_*}{r}\right)^{\frac{1}{2}}\right]. \quad (2.16)$$

dove M_* e r_* sono massa e raggio della stella. Nello stato stazionario l'energia termica viene dissipata sotto-forma di radiazione la cui luminosità è

$$L = \int_{r_*}^{\infty} \left(-\frac{dE}{dt}\right) 2\pi r dr = \frac{G\dot{m}M_*}{2r_*}. \quad (2.17)$$

Dall'equazione soprastante si deduce che la materia in caduta percorre orbite kepleriane e dissipa energia totale pari a metà dell'energia potenziale gravitazionale.

Nel caso specifico del buco nero, per raggiungere l'ultima orbita stabile l'energia rotazionale della materia deve essere minore o uguale della metà di energia potenziale gravitazionale, perciò la condizione di caduta all'interno del buco nero è $J \leq (GMr_1)^{\frac{1}{2}}$, con $r_1 = 3r_g$. Integrando da r_1 a ∞ è possibile ottenere la luminosità totale del disco di accrescimento sottile di un buco nero

$$L = \left(\frac{3}{2} - \beta\right) \frac{G\dot{m}M}{r_1} \quad (2.18)$$

con il parametro $\beta \leq 1$ (Longair, Cap. 14.3.2).

Temperatura

Si suppone che il disco sia otticamente spesso e con un'emissione simile a quella di un corpo nero. Il calore sul disco viene dissipato in una zona definita da r e $r + dr$, considerando l'equazione di Stefan-Boltzmann, è possibile definire la temperatura superficiale

$$T = \left(\frac{3G\dot{m}M_*}{8\pi r^3 \sigma} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (2.19)$$

dove G è la costante di gravitazione universale, M_* è la massa della stella, r è il raggio del disco e σ è la costante di Stefan-Boltzmann. La temperatura è una funzione della distanza dal centro e, come si può notare dall'equazione, aumenta andando verso il centro del disco.

Se ogni anello del disco irradia come un corpo nero, l'intensità è

$$I = \int_{r_1}^{r_{max}} 2\pi B(T, \nu) dr \quad (2.20)$$

dove

$$B(T, \nu) = \frac{2h\nu^3}{c^2(e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1)} \quad (2.21)$$

è la funzione di Planck caratterizzata da h costante di Planck e ν frequenza d'onda ; attraverso un cambio di variabile si giunge ad avere un'intensità proporzionale a questa espressione

$$I \propto \nu^{\frac{1}{3}} \int_{x(r_1)}^{x(r_{max})} x^{\frac{4}{3}} (e^x - 1)^{-1} x^{\frac{1}{3}} dx \quad (2.22)$$

con $x = h\nu/kT$. Quindi, l'intensità è proporzionale alla frequenza in questo modo $I(\nu) \propto \nu^{\frac{1}{3}}$, in corrispondenza delle frequenze comprese tra r_1 e r_{max} , mentre a frequenze minori di r_1 , lo spettro assume un andamento compatibile con quello di Rayleigh-Jeans, per cui $I \propto \nu^2$ e, a frequenze maggiori di r_{max} , lo spettro decresce esponenzialmente, $I \propto e^{-h\nu/kT}$ [Figura 2.12].

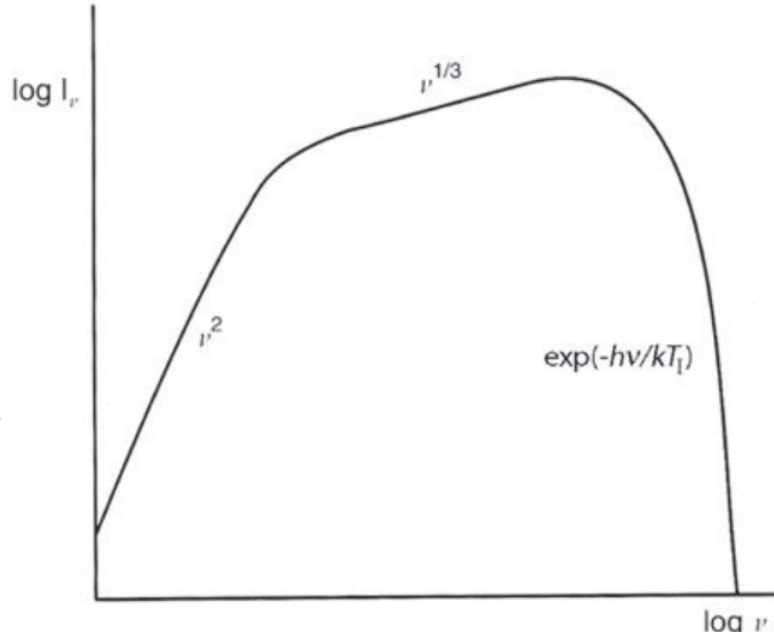


Figura 2.12: Grafico che mostra l'andamento dell'intensità in funzione della frequenza. Il primo tratto di salita esprime un andamento simile a quello di Rayleigh-Jeans, il tratto semi-orizzontale presenta un andamento proporzionale alla potenza di $\frac{1}{3}$ della frequenza, infine l'ultimo tratto ha un andamento esponenziale. [S.Longair]

Introducendo la luminosità di Eddington è lecito trattare il limite superiore che è presente per il tasso di accrescimento della massa del buco nero; questo è possibile ottenerlo eguagliando la formula della luminosità (2.5) con quella di Eddington

$$L_{EDD} = \xi \dot{m} c^2 \quad (2.23)$$

Inoltre è possibile ricavare la scala temporale alla quale accresce la materia

$$\tau_{EDD} = \frac{M_{BH}}{\dot{m}_{EDD}} = \frac{\xi \sigma_t c}{4\pi G m_p} \approx 0.45 \text{ Gy} \quad (2.24)$$

dalla quale si può notare come questa risulti molto minore se posta a confronto con il tempo di vita medio di una stella, pari a circa 10 Gy. Successivamente, assumendo che i buchi neri supermassicci accrescano a tassi molto vicini a quelli della luminosità di Eddington, si considera la seguente relazione

$$\dot{M}_{BH} = (1 - \xi) \dot{m}_{EDD} = \frac{1 - \xi}{\xi} \frac{M_{BH}}{\tau_{EDD}} \quad (2.25)$$

da cui è possibile ricavare la crescita della massa

$$M_{BH}(t) = M_{seme} e^{\frac{1-\xi}{\xi} \frac{t}{\tau_{EDD}}} \quad (2.26)$$

dove M_{seme} è la massa iniziale del buco nero (ad esempio $\sim 10 M_{\odot}$).

Considerando l'età dell'Universo $t = 13 \text{ Gyr}$ si ottiene un fattore di crescita di $e^{29} \approx 4 \times 10^{12}$, decisamente troppo elevato.

Da ciò si evince che il tasso di accrescimento di un buco nero supermassiccio, alla luminosità di Eddington, deve avvenire in brevi periodi di tempo, intervallati da periodi più lunghi di quiescenza, con tasso di accrescimento molto ridotto, a conferma del fatto che l'attività di un buco nero possa essere considerata un fenomeno transitorio e che il fenomeno di accrescimento sia rilevante solo durante la fase attiva della galassia (Longair, Cap. 14.3.5).

Quando la galassia non è attiva è possibile riconoscere nel suo centro la presenza di un buco nero supermassiccio; in realtà secondo il fisico Soltan tutti i nuclei galattici dovrebbero contenere un buco nero supermassiccio e a sostegno di questa tesi si propone nella sezione successiva l'argomento di Soltan.

2.2.3 Argomento di Soltan

Questo argomento si sviluppa partendo dal legame tra l'accumulo di massa sul buco nero degli AGN e la luminosità.

Considerando l'equazione (2.6) si definisce la "funzione di luminosità" degli AGN, la densità spaziale degli AGN con luminosità compresa tra L e $L + dL$, a redshift z : $n(L, z)dL$.

Ora, se si integra su L la luminosità emessa in totale da tutti gli AGN a un determinato tempo cosmico (parametrizzato da z) $Ln(L, z)$, il risultato sarà proporzionale al tasso di crescita della massa dei buchi neri supermassicci, a quel redshift (2.25).

Integrando ulteriormente sul tempo si ottiene una stima della densità di massa minima dei buchi neri

$$\rho_{BH}(z) = \int_z^{\infty} \frac{dt}{dz'} dz' \int_0^{\infty} \frac{1 - \xi}{\xi} \frac{L}{c^2} n(L, z) dL \quad (2.27)$$

dove l'integrale sul tempo si trasforma in integrale su redshift da $z = \infty$, ovvero l'origine dell'Universo, ad un dato z a cui si vuole valutare la densità dei buchi neri.

Nella *Figura 2.13* viene mostrato un tipico risultato per $\rho_{BH}(z)$ dove si può osservare una crescita di densità nel range $z = 2$ e $z = 3$, da cui ne consegue che la maggior parte della luminosità degli AGN registrata corrisponde a quell'epoca.

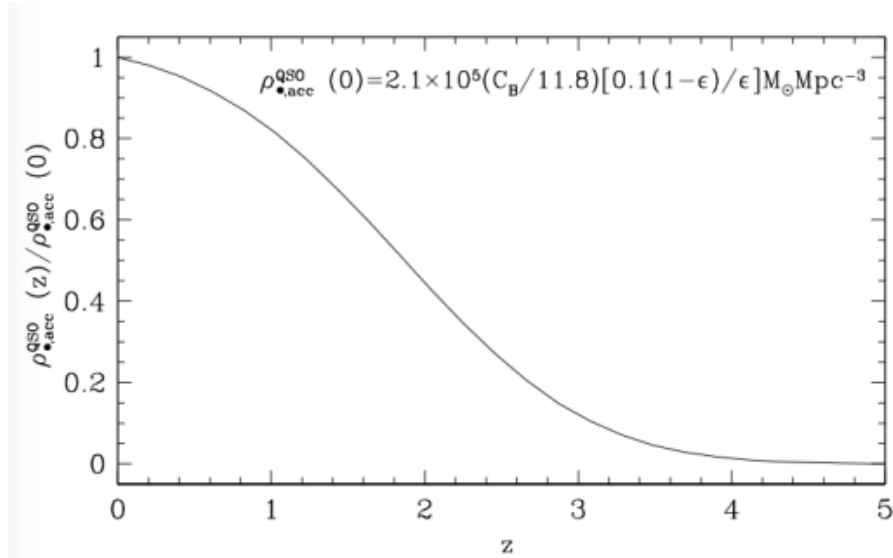


Figura 2.13: Il grafico mostra l'andamento della densità dei buchi neri dovuta all'accrescimento in funzione del redshift. Si osserva una brusca salita nel range di $z = 2 - 3$, indice "dell'era degli AGN". [Appunti del corso introduzione all'astrofisica]

Un'ulteriore osservazione importante è il valore della densità di buchi neri supermassicci nell'Universo locale a $z = 0$, $\rho_{BH}(z) \approx 2 \times 10^5 (\xi/0.1)^{-1} M_{\odot} Mpc^3$, in quanto questo è stato l'argomento che Soltan ha usato per prevedere che nel nucleo di ogni galassia fosse presente un buco nero supermassiccio. Infatti, dividendo la densità volumetrica ρ_{BH} per la densità numerica di galassie nell'Universo locale $n_{gal} = 0.1 Mpc^{-3}$ è possibile ricavare una stima della massa di circa $M = 2 \times 10^6 M_{\odot}$, valore che prova l'esistenza di buchi neri supermassicci al centro di ogni galassia (Slide). Se finora si sono descritti i buchi neri supermassicci attivi, nel prossimo paragrafo si introducono i buchi neri supermassicci quiescenti.

2.3 Buchi neri supermassicci quiescenti

Per galassie quiescenti è più difficile provare la presenza di un buco nero nel proprio centro, perchè per definizione un buco nero non emette e se non accresce materia non è possibile nemmeno considerare la radiazione proveniente da un disco di accrescimento o, più in generale, dalle regioni nelle immediate vicinanze del buco nero centrale. Nonostante ciò, è possibile utilizzare altre conoscenze per determinarne la sua presenza, ad esempio analizzando i moti delle stelle e del gas che si trovano all'interno del suo campo gravitazionale e misurarne la massa. La misura della massa non solo permette di etichettare l'oggetto osservato, ma nel caso di buchi neri al centro delle galassie, può avere anche delle implicazioni nella comprensione della co-evoluzione di galassia e buco nero al centro.

2.3.1 Relazione di Magorrian e di $M - \sigma$

E' stato il fisico John Magorrian a scoprire un'interessante relazione tra la massa del buco nero e la massa del bulge galattico, ovvero il rigonfiamento posto al centro delle galassie, riportata di seguito

$$M_{BH} \propto M_{Bulge}^{1.12 \pm 0.06} \quad (2.28)$$

[Figura 2.14], corrispondente a

$$M_{BH} \approx 2 \times 10^{-3} M_{bulge} \quad (2.29)$$

In modo equivalente ha stabilito una correlazione tra la massa del buco nero e la luminosità delle stelle nel bulge

$$\log \frac{M}{M_{\odot}} = \alpha + \beta \log \left(\frac{L_v}{10^{11} L_{\odot}} \right) \quad (2.30)$$

dove $\alpha = 8.95$ e $\beta = 1.11$.

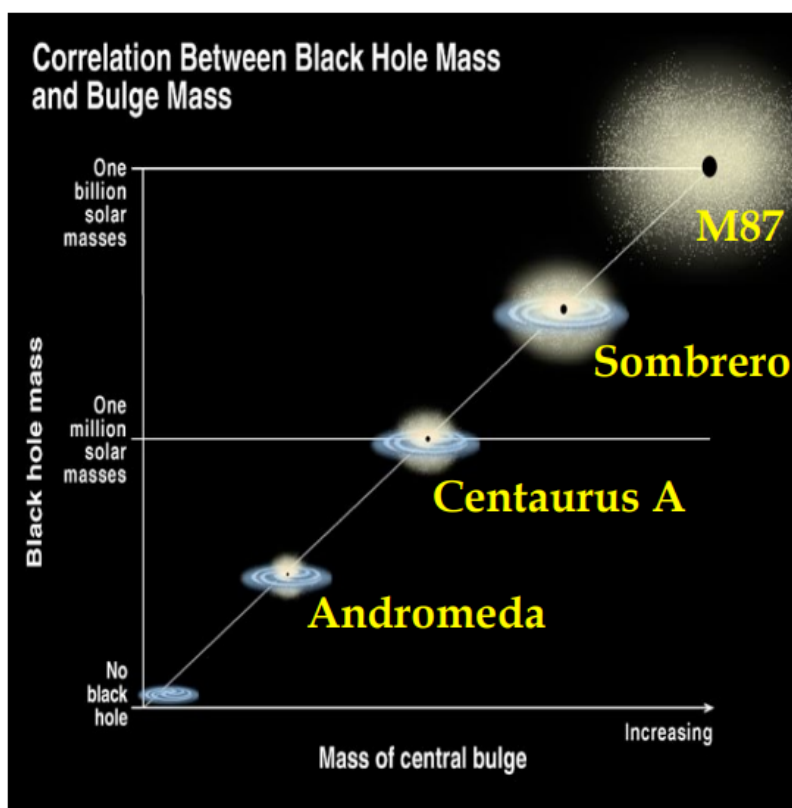


Figura 2.14: Relazione di Magorrian. L'alone luminoso in figura è il bulge della galassia e si può vedere come all'aumentare delle dimensioni del bulge centrale aumenta anche la massa del buco nero. [Lecture 19, Corso di Astrofisica delle Alte Energie]

Una seconda relazione altrettanto importante è quella che intercorre tra la massa M del buco nero supermassiccio al centro della galassia e la dispersione delle velocità σ delle stelle del bulge, definita di seguito

$$\log\left(\frac{M}{M_{\odot}}\right) = \alpha + \beta \log\left(\frac{\sigma}{200 \text{ km/s}}\right) \quad (2.31)$$

dove $\alpha = 8.12$ e $\beta = 4.24$.

La relazione $M - \sigma$ è stata introdotta per risolvere la discrepanza tra la frazione di massa dei buchi neri, ricavata dalla relazione di Magorrian (2.23), e quella derivante dall'argomento di Soltan, risultante più piccola, rispetto alla prima, di un fattore ≈ 10 , mostrando che il rapporto medio tra la massa del buco nero e la massa del rigonfiamento nelle grandi galassie corrisponde a $\sim \frac{1}{200}$ e che diminuisce man mano che si vanno a considerare galassie meno massicce, favorendo una relazione del tipo $M \propto \sigma^4$ [Figura 2.15].

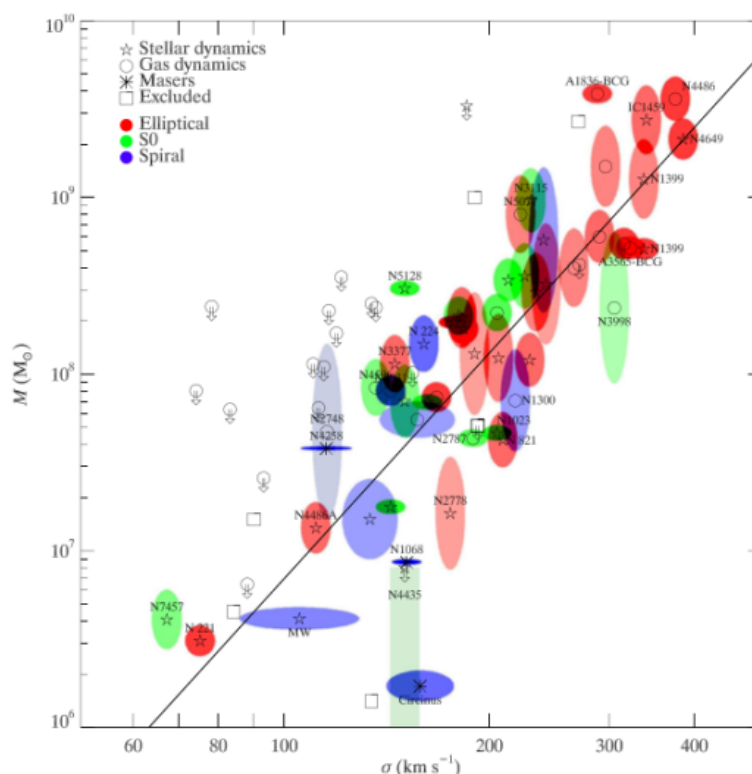


Figura 2.15: Nell'immagine è riportato il grafico riguardante la relazione lineare $M - \sigma$. I punti sono etichettati con il nome preciso della galassia di riferimento, la quale presenta una netto incremento kepleriano delle velocità vicino al centro, ad indicare la presenza di un buco nero supermassiccio.[Appunti del corso di introduzione all'Astrofisica]

La relazione $M - \sigma$ e di Magorrian sono legati due componenti di scale molto diverse considerando che la dimensione di un bulge della galassia, tipicamente di 1 kpc , è mille volte più grande del raggio di influenza entro cui il potenziale del buco nero può intervenire nella dinamica delle stelle nella galassia.

La validità della relazione $M - \sigma$, provata su diverse galassie, insieme alla relazione di Magorrian, ha suggerito l'esistenza di una comunicazione tra il buco nero supermassiccio e il bulge galattico comportando una loro co-evoluzione, e ha esteso l'ipotesi della presenza di un buco nero supermassiccio nel centro galattico a tutte le galassie presenti nell'Universo. (Longair, Cap. 19.5).

2.3.2 Evidenze di un buco nero al centro delle galassie

La prima evidenza di un buco nero presente al centro di una galassia è la presenza di una dinamica stellare che segue le leggi di Keplero, ovvero

- Prima Legge: l'orbita descritta dalla stella è un'ellisse dove il centro galattico occupa uno dei due fuochi
- Seconda Legge: il segmento che unisce la stella con il centro galattico descrive aree uguali in tempi uguali
- Terza Legge: il quadrato del tempo che la stella impiega a percorrere la propria orbita è proporzionale al cubo del semiasse maggiore.

$$T^2 = k \cdot a^3, k = \frac{4\pi^2}{G(M + m)} \quad (2.32)$$

dove T è il periodo, a è il semiasse maggiore ed m , la massa dell'oggetto, è trascurabile.

Un secondo elemento che permette di poter dimostrare la presenza di un buco nero è la stima della massa, presente nella regione centrale della galassia, e della densità associata.

Un elemento necessario per poter effettuare tale stima è la distanza della galassia, poiché la misurazione dinamica della massa è possibile solo per galassie vicine, dove la distanza massima viene stabilita dalla risoluzione dei telescopi.

2.4 Stima della massa

La stima della massa di un buco nero supermassiccio può avvenire in diversi modi. La misurazione più diretta della massa è sicuramente quella attraverso il raggio di Schwarzschild che risulta dipendere solamente da essa, infatti, invertendo la (1.18) si ottiene

$$M = \frac{R_S c^2}{2G} \quad (2.33)$$

Tale metodo è stato applicato ad oggi solo alla galassia *M87* per calcolare la massa del buco nero al suo centro.

La massa di M87

Il gruppo di ricercatori dell'EHT, analizzando l'emissione di radiazione e la sua distribuzione in *M87*, ha osservato che il diametro proiettato dell'anello di emissione è proporzionale al raggio di cattura dei fotoni, $d \propto R_c = \sqrt{27}r_g$, che può essere espresso in funzione del raggio di Schwarzschild per un buco nero sferico non rotante $R_s = r_g$ come $R_c = \sqrt{27}R_s$ e che risulta proporzionale anche alla massa del buco nero [Figura 2.16].

La misura del diametro dipende anche da una serie di fattori quali: la risoluzione osservativa, lo spin vettore del buco nero e la sua inclinazione, nonché le dimensioni e la struttura della regione emittente. Questi fattori vengono considerati dell'ordine dell'unità e possono essere regolati dai modelli teorici.

Dal confronto con diversi modelli di immagini è stato calcolato lo spessore dell'anello di valore inferiore a $20 \mu as$, il diametro dell'anello $d = 42 \pm 3 \mu as$, la dimensione angolare del raggio gravitazionale $\theta_g = 3.8 \pm 0.4 \mu as$ e adottando una distanza di $D = 16.8 \pm 0.8 Mpc$ è stato possibile calcolare la massa del buco nero attraverso la (2.33), ricavandosi R_s dalla proporzionalità con il diametro dell'anello, ottenendo così

$$M \simeq \frac{c^2 \theta_g D}{\sqrt{27}G} \quad (2.34)$$

pari a $M_{BH} = (6.5 \pm 0.7) \times 10^9 M_\odot$.
(EHT collaboration)



Figura 2.16: Nella presente immagine si raffigurano la zona di cattura dei fotoni, il diametro e lo spessore dell'anello di emissione. [Struttura M87]

La massa di Sgr A*

Altri metodi permettono di rilevare la massa di un buco nero quiescente attraverso lo studio della cinematica stellare (soprattutto per galassie giovani), della dinamica del gas molecolare (in particolare per galassie a spirale e giovani) oppure, in alcuni casi, dallo studio dell'emissione centrale di un maser, ovvero nubi molecolari che emettono in banda radio.

L'esperimento di nota importanza riguardante l'applicazione di uno di questi metodi è stato quello condotto sulla Via Lattea per la stima del buco nero al suo centro.

La Via Lattea è una galassia giovane a spirale appartenente al Gruppo Locale (un gruppo di galassie nane), ha un diametro di circa $3 \times 10^4 pc$ ed è accompagnata da due galassie satelliti: la Grande e la Piccola Nube di Magellano.

Il centro galattico, situato a una distanza di $8 kpc$ da noi, occupa una zona chiamata Sagittarius A, la quale è stata riconosciuta inizialmente come sorgente radio luminosa, successivamente si è ipotizzata

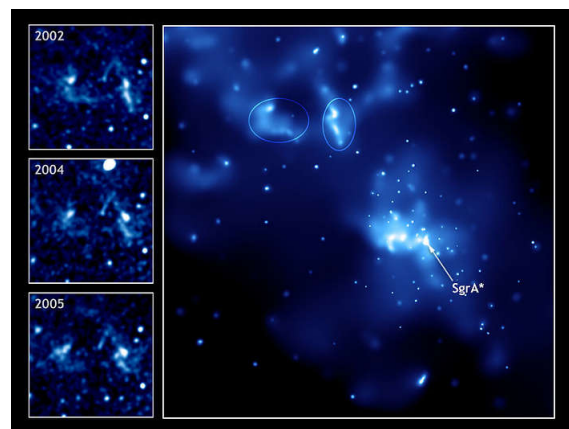


Figura 2.17: Sagittarius A*: immagine catturata dal telescopio Chandra. [Wikipedia: Sagittarius A*]

la presenza di un componente compatto a cui è stato attribuito il nome di Sgr A*, con un asterisco per evidenziare la zona come "eccitante", in relazione al fatto che gli stati eccitati degli atomi sono identificati in questo modo [Figura 2.17].

Lo studio di un nucleo galattico si basa sull'analisi degli effetti gravitazionali agenti sulle stelle vicine; per trascurare il "rumore" dovuto ad altri fenomeni astrofisici, devono essere prese in considerazione stelle aventi un'energia potenziale gravitazionale dello stesso ordine di grandezza della loro energia cinetica.

A condurre lo studio su Sgr A* sono stati due team di osservazione, uno guidato da Genzel, presso il Max Plack Institute for Extraterrestrial Physics, e l'altro da Ghez, presso l'Università della California, che hanno monitorato i movimenti delle stelle in orbita attorno al centro galattico per circa 30 anni, utilizzando i telescopi dell'ESO, NTT da 3.5 m, in Cile, il telescopio Keck da 10 m, alle Hawaii e il telescopio VLT da 8.2 m .

Le osservazioni sono state effettuate nel vicino infrarosso e in modo tale da inibire in parte l'oscuramento della polvere interstellare al centro della galassia. Sono stati necessari ulteriori accorgimenti per minimizzare l'effetto dell'atmosfera sulle osservazioni, come l'utilizzo della tecnica di imaging speckle del vicino infrarosso: le esposizioni molto brevi sono state eseguite con un rilevatore molto sensibile e, successivamente, sono state spostate spazialmente: il risultato finale è stato un'immagine limitata dalla diffrazione.

Il prodotto delle prime osservazioni ha mostrato che la sorgente radio coincide con il centro dinamico della distribuzione di massa e la distribuzione delle velocità delle stelle segue la legge Kepleriana attorno a una massa compatta.

Con l'avvento dell'ottica adattiva, l'estrazione delle posizioni e delle velocità proiettate è diventata più precisa; tale tecnica utilizza un oggetto luminoso come riferimento posto accanto alla stella che si vuole osservare e uno specchio secondario cambia la propria forma per compensare le aberrazioni dell'oggetto di riferimento; aumentando l'esposizione le immagini risultano più nitide e profonde [Figura 2.18].

Con questa tecnica è stato possibile anche eseguire un'analisi spettrografica permettendo la misura delle velocità radiali.

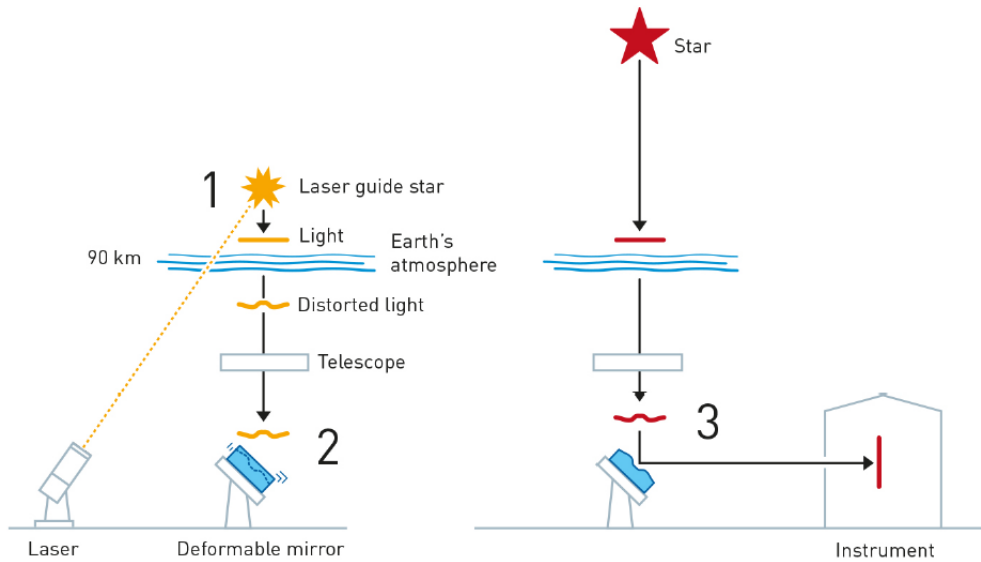


Figura 2.18: Metodo di ottica adattiva: un laser viene utilizzato come guida per vedere gli effetti dell'atmosfera terrestre su questo raggio. La distorsione della luce del laser permette di avere una correzione precisa della luce quando si studia una stella reale. [Premio Nobel per la Fisica 2020]

Tra le stelle monitorate una in particolare, nominata S2, presenta un periodo di 15.2 anni attorno a Sgr A*, rappresentando la prima stella tra quelle osservate a concludere la propria orbita. L'orbita è ellittica con eccentricità $e = 0.88$, ha una semi-asse maggiore di $a = (1.45 \times 10^{14}) m$ e il piano in cui giace ha un'inclinazione di circa 46° rispetto al piano del cielo, [Figura 2.19].

L'analisi combinata dei dati raccolti dai due scienziati ha mostrato che la componente di massa estesa all'interno dell'orbita di S2 ha un contributo trascurabile sulla massa centrale e che la stima della massa presente in Sgr A* è pari a circa $4 \times 10^6 M_\odot$ ottenuta dalla formula inversa della terza legge di Keplero

$$M = \frac{4\pi^2 a^3}{GT^2} \quad (2.35)$$

In conclusione, l'oggetto compatto al centro della galassia è compatibile con un buco nero supermassiccio, a supporto di ciò ci sono i brillamenti del vicino infrarosso e raggi X che sono stati osservati da posizioni attribuibili a variazioni di flusso di accrescimento verso un buco nero massiccio.

Per la straordinarietà e l'importanza delle conclusioni a cui hanno portato i dati raccolti, Genzel e Ghez hanno vinto il premio Nobel 2020.

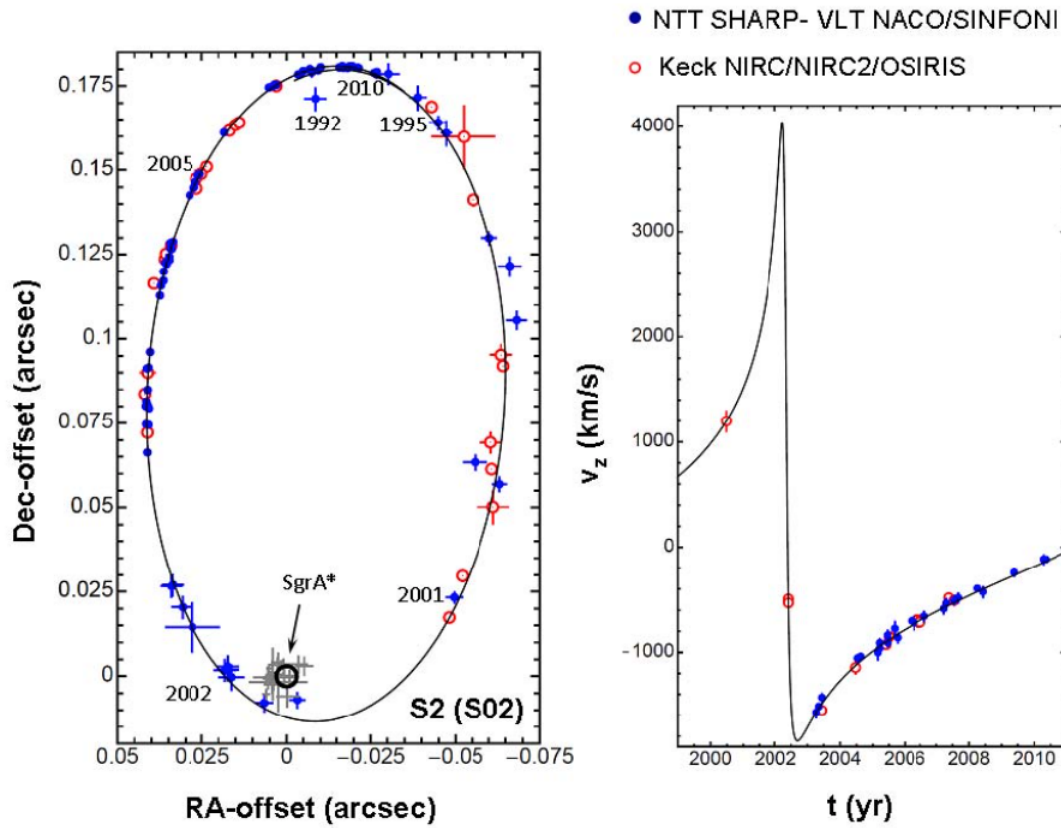


Figura 2.19: A sinistra si può notare l'orbita della stella S2 (SO₂) e a destra la posizione della stella negli anni in funzione della sua velocità radiale. I punti blu sono i dati raccolti dal telescopio NTT/VLT mentre i cerchi rossi sono i dati raccolti dal telescopio Keck. Ogni posizione è relativa a quella del centro galattico Sgr A*.[Premio Nobel per la Fisica 2020]

Capitolo 3

Applicazioni

3.1 Stima della massa del buco nero in Sagittarius A*

In questo ultimo capitolo ho riportato e riprodotto il metodo utilizzato da Genzel e Ghez per la stima della massa del nucleo galattico al centro della Via Lattea.

La *Figura 3.1* riproduce le traiettorie delle stelle seguite dal 1992 al 2009; la prima stella che è riuscita a completare la propria orbita è stata S2, distante 17 ore luce dal centro galattico, in soli 15 anni, per questo lo studio del moto si è concentrato su questa stella in particolare, [*Figura 3.2*]. Anche il mio studio si è focalizzato sulla stella S2, della quale ho estratto personalmente ciascuna posizione dalle immagini presenti all'interno del programma Salsa j, per poi riportare la traiettoria della stella e ricavare una stima della massa del nucleo galattico, la quale è risultata dello stesso ordine di grandezza di quella scoperta dal gruppo di ricerca, guidato da Genzel e Ghez; prima però ho voluto riprodurre il grafico della traiettoria di S2 a partire dalle posizioni utilizzate dal gruppo di ricerca.

3.1. STIMA DELLA MASSA DEL BUCO NERO IN SAGITTARIUS A*

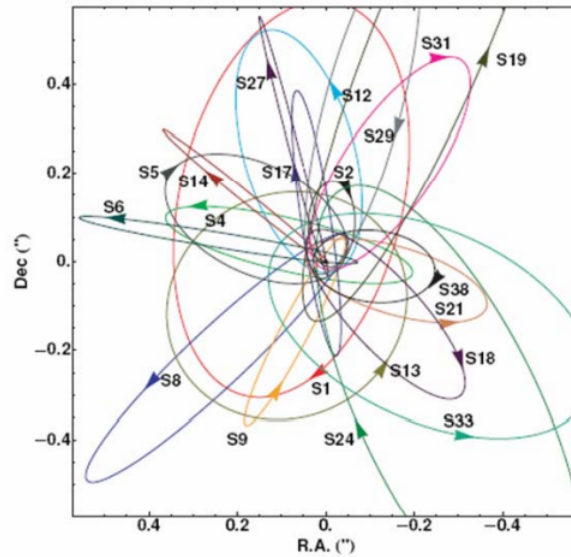


Figura 3.1: Traiettorie delle stelle attorno a Sgr A* seguite dal 1992 al 2009. [Premio Nobel per la Fisica 2020]

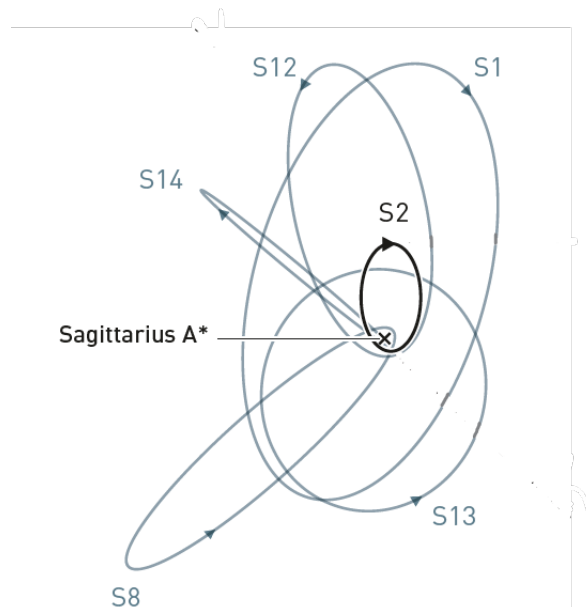


Figura 3.2: Zoom delle traiettorie delle stelle riportate nella figura sovrastante: è più visibile la traiettoria della stella S2, soggetto di studio di questa tesi. [Premio Nobel per la Fisica 2020]

3.1.1 Studio della traiettoria di S2: fase I

La prima fase del mio lavoro è consistita nella riproduzione del grafico riguardante la traiettoria della stella S2. Ho recuperato i dati relativi alle posizioni registrate a partire dal 1992 e ho considerato quelli del telescopio Keck, raccolti in milliarcosecondi, dal 1995 al 2007, e convertiti in arcosecondi nella *Tabella 3.1* e, successivamente, quelli raccolti dal telescopio VLT, in milliarcosecondi, dal 2002 al 2009, ed espressi in arcosecondi nella *Tabella 3.2* (Gillissen,2009). L'accuratezza dei valori nelle tabelle è soggetta ad errori sistematici e ad errori dovuti al lungo tempo di calibrazione; considerando entrambi gli effetti degli errori, ho riportato nella terza e nella quarta colonna di ciascuna tabella le relative incertezze.

Successivamente, attraverso il programma Gnuplot, ho scritto un codice in grado di interpretare i dati ed eseguire un fit con una conica generale, andando a dimostrare che la traiettoria decritta dalle diverse posizioni fosse proprio un'ellisse, e che dunque la stella seguisse un'orbita Kepleriana. Il codice è riportato nell'Appendice A.1.

Tempo (anno)	RA (")	DEC (")	Δ RA (")	Δ DEC (")
1995.439	-0.0426	0.1640	0.0010	0.0010
1996.485	-0.0530	0.1550	0.0095	0.0095
1997.367	-0.0565	0.1370	0.0017	0.0017
1999.333	-0.0666	0.0915	0.0031	0.0031
1999.559	0.0674	0.0883	0.0014	0.0014
2000.305	-0.0643	0.0658	0.0030	0.0031
2000.381	0.0667	0.0630	0.0011	0.0011
2000.548	0.0643	0.0658	0.0008	0.0008
2000.797	0.0654	0.0468	0.0048	0.0048
2001.351	-0.0567	0.0265	0.0016	0.0016
2001.572	0.0530	0.0142	0.0014	0.0014
2003.303	0.0349	0.0695	0.0015	0.0015
2003.554	0.0355	0.0810	0.0009	0.0009
2003.682	0.0345	0.8740	0.0023	0.0023
2004.327	0.0322	0.1440	0.0014	0.0009
2004.564	0.0287	0.1210	0.0014	0.0025
2004.567	0.0284	0.1220	0.0009	0.0014
2004.660	0.0268	0.1250	0.0015	0.0011
2005.312	0.0186	0.1420	0.0017	0.0009
2005.495	0.0186	0.1450	0.0010	0.0027
2005.566	0.0153	0.1480	0.0008	0.0018
2005.580	0.0169	0.1460	0.0008	0.0015
2006.336	0.0080	0.1590	0.0008	0.0007
2006.470	0.0060	0.1610	0.0008	0.0007
2006.541	0.0049	0.1620	0.0008	0.0007
2007.612	-0.0069	0.1730	0.0008	0.0007

Tabella 3.1: Tabella dati della stella S2, raccolti dal telescopio Keck. Le colonne indicano a partire dalla prima: l'epoca, la differenza in ascensione retta e declinazione rispetto alla posizione del centro galattico e le rispettive incertezze

3.1. STIMA DELLA MASSA DEL BUCO NERO IN SAGITTARIUS A*

Tempo (anno)	RA (")	DEC (")	Δ RA (")	Δ DEC (")
2002.250	-0.0031	-0.0066	0.0040	0.0040
2002.335	0.0066	-0.0076	0.0027	0.0027
2002.393	0.0163	0	0.0038	0.0038
2002.409	0.0182	0.0021	0.0033	0.0033
2002.412	0.0173	0.0023	0.0033	0.0033
2002.414	0.0174	0.0032	0.0033	0.0033
2002.578	0.0308	0.0207	0.0033	0.0033
2002.660	0.0341	0.0269	0.0032	0.0032
2002.660	0.0337	0.0273	0.0032	0.0032
2003.214	0.0411	0.0666	0.0003	0.0003
2003.351	0.0414	0.0750	0.0003	0.0003
2003.356	0.0407	0.0748	0.0004	0.0004
2003.446	0.0406	0.0798	0.0005	0.0005
2003.451	0.0413	0.0804	0.0004	0.0004
2003.452	0.0415	0.0805	0.0003	0.0003
2003.454	0.0409	0.0806	0.0003	0.0003
2003.454	0.0413	0.0818	0.0043	0.0004
2003.550	0.0409	0.0853	0.0003	0.0003
2003.676	0.0406	0.0918	0.0003	0.0003
2003.678	0.0411	0.0916	0.0006	0.0006
2003.761	0.0402	0.0966	0.0004	0.0004
2004.240	0.0372	0.1132	0.0009	0.0009
2004.325	0.0369	0.1162	0.0003	0.0003
2004.347	0.0361	0.1176	0.0003	0.0003
2004.443	0.0360	0.1204	0.0003	0.0003
2004.513	0.0353	0.1231	0.0003	0.0003
2004.516	0.0352	0.1231	0.0006	0.0006
2004.574	0.0344	0.1248	0.0004	0.0004
2004.574	0.0343	0.1239	0.0006	0.0006
2004.664	0.0336	0.1272	0.0003	0.0003
2004.730	0.0340	0.1289	0.0007	0.0007
2005.270	0.0281	0.1430	0.0003	0.0003
2005.366	0.0270	0.1452	0.0003	0.0003
2005.467	0.0263	0.1469	0.0004	0.0004
2005.576	0.0249	0.1494	0.0004	0.0004
2006.324	0.0175	0.1617	0.0008	0.0008
2007.545	0.0028	0.1757	0.0009	0.0009
2007.550	0.0041	0.1752	0.0004	0.0004
2007.686	0.0025	0.1760	0.0005	0.0005
2007.687	0.0019	0.1760	0.0006	0.0006
2008.148	-0.0046	0.1790	0.0004	0.0004
2008.197	-0.0052	0.1790	0.0003	0.0003
2008.268	-0.0061	0.1800	0.0003	0.0003
2008.456	-0.0084	0.1802	0.0003	0.0003
2008.472	-0.0081	0.1807	0.0004	0.0004
2008.601	-0.0106	0.1803	0.0003	0.0003
2008.708	-0.0114	0.1812	0.0003	0.0003
2009.185	-0.0173	0.1811	0.0007	0.0007
2009.273	-0.0180	0.1812	0.0003	0.0003
2009.300	-0.0185	0.1813	0.0003	0.0003
2009.303	-0.0182	0.1815	0.0003	0.0003
2009.336	-0.0183	0.1812	0.0003	0.0003
2009.336	-0.0184	0.1812	0.0004	0.0004
2009.371	-0.0186	0.1810	0.0003	0.0003
2009.505	-0.0201	0.1812	0.0003	0.0003

Tabella 3.2: Dati registrati dal telescopio VLT della posizione S2. La prima colonna registra l'epoca, la seconda e la terza colonna indicano rispettivamente la differenza in ascensione retta e declinazione rispetto alla posizione del centro galattico, mentre la quarta e la quinta riportano le rispettive incertezze della misura

Di seguito ho riportato un confronto fra il grafico da me prodotto con Gnuplot (a) e il grafico elaborato dai due gruppi di ricerca guidati dai fisici Genzel e Ghez durante la loro analisi dati (b): l'asse delle ascisse corrisponde all'ascensione retta, mentre l'asse delle ordinate alla declinazione e il piano dell'orbita, come detto in precedenza, risulta inclinato di 46° rispetto al piano del cielo; i due grafici sono compatibili tra di loro e riflettono un andamento Kepleriano.

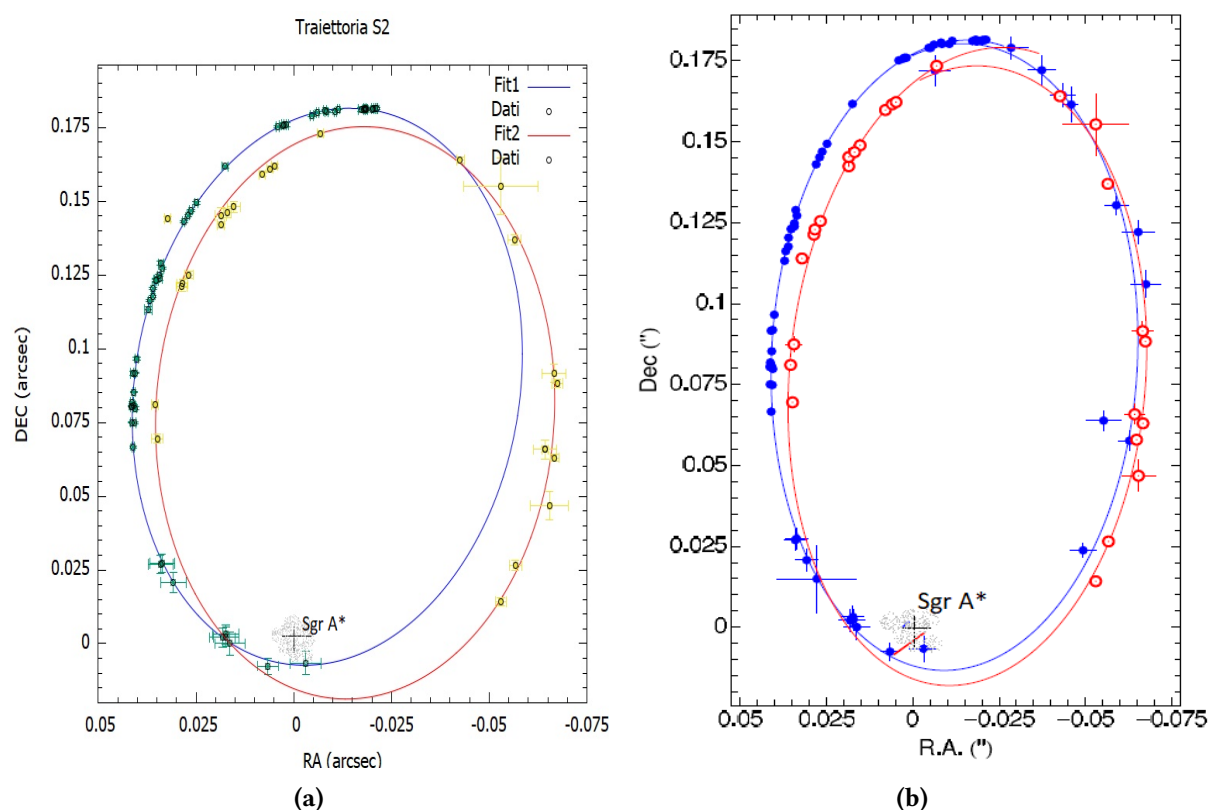


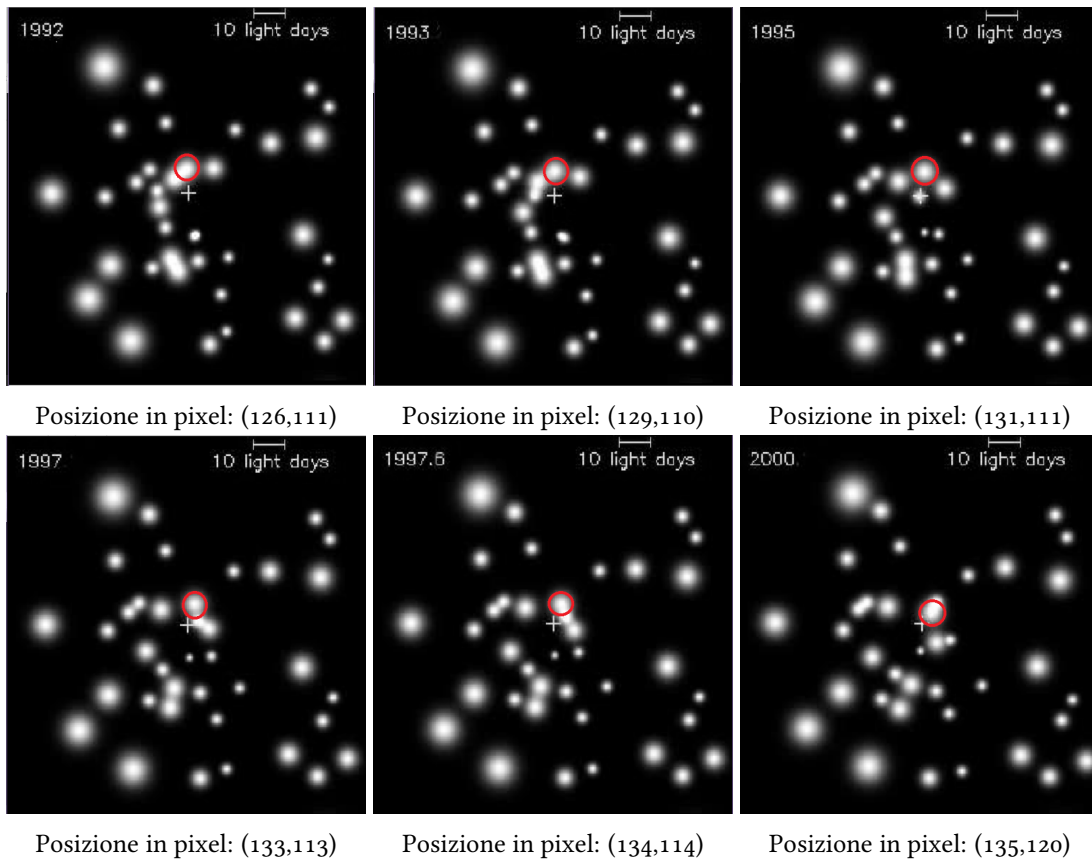
Figura 3.3: Sia nel grafico (a), prodotto da Gnuplot, che nel grafico (b) prodotto dal gruppo di ricerca, guidato da Genzel e Ghez, la curva rossa mostra il fit dei valori misurati dal telescopio Keck con un'ellisse, mentre la curva blu rappresenta il fit dei dati del telescopio VLT con un'ellisse. Si può notare come i due grafici risultano compatibili fra di loro. [(b) Gillessen]

Il fit eseguito con Gnuplot per il grafico (a) restituisce un χ^2 di 26 su 11 gradi di libertà corrispondenti a una probabilità del 99% per il Fit1, ovvero il fit dei dati appartenenti a VLT e un χ^2 di 79 su 53 gradi di libertà associato a una probabilità del 99% per il Fit2, ovvero il fit dei dati propri del Keck. Nell'orbita della stella S2 i due fisici hanno calcolato una eccentricità di $\epsilon = 0.88$, un periodo di $T = 15.2$ anni e una distanza pericentrica da Sgr A* di 17 ore luce, corrispondente a un $R = 1400 R_S$, per ottenere, dalla terza legge di Keplero (2.32), il valore della stima della massa del buco nero di circa $4 \times 10^6 M_\odot$. Da questi valori si ricava

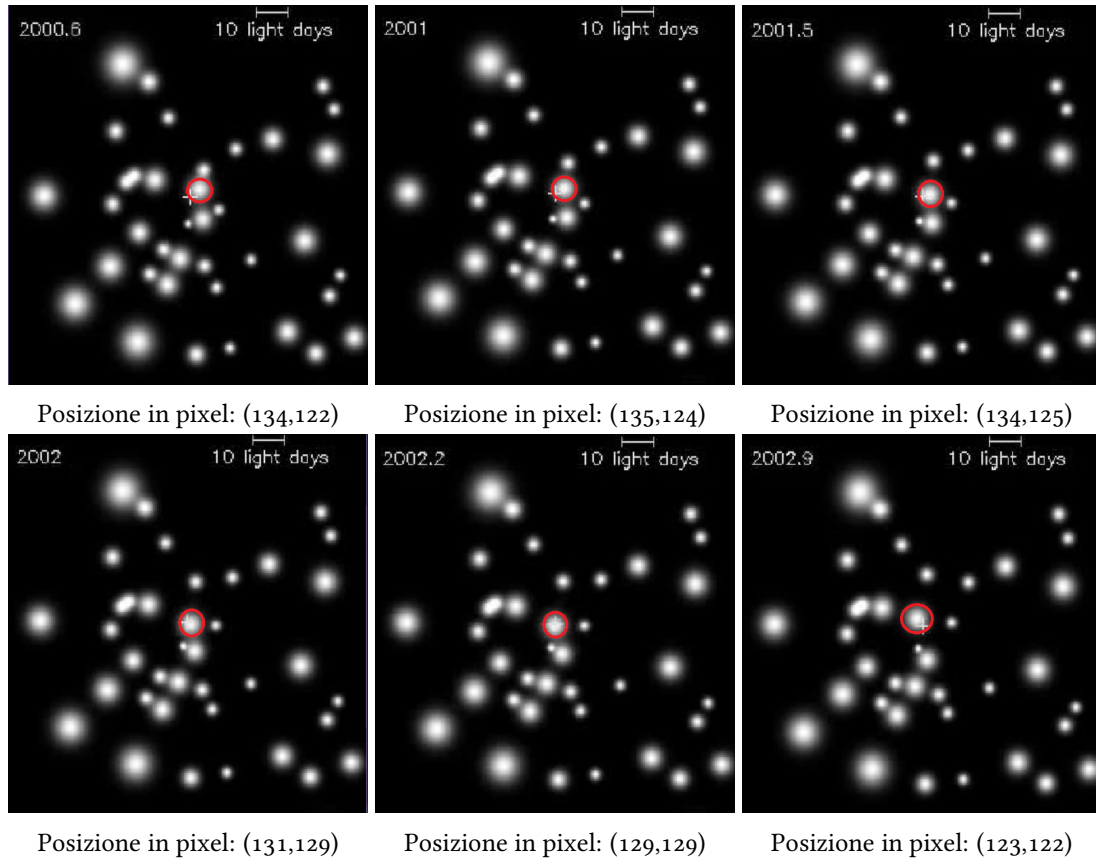
una densità minima di $\rho \sim 5 \times 10^{15} M_{\odot}pc^{-3}$, spiegabile solo con la presenza di un buco nero supermassiccio.

3.1.2 Studio della traiettoria di S2: fase II

Nella seconda fase del mio lavoro ho ripercorso il procedimento che i fisici Genzel e Ghez hanno seguito per giungere alla stima finale della massa del buco nero al centro della Via Lattea, seguendo le indicazioni riportate nel pdf "Come ti misuro la massa di un buco nero". Per far ciò è stato necessario scaricare un programma, Salsa J, il quale contiene 12 immagini della regione centrale della Via Lattea, raccolte in circa 10 anni, dal 1992 al 2002, riportate di seguito. La porzione di cielo scelta si trova all'interno di un quadrato di 100 giorni luce per lato. Il centro dell'immagine è segnato da una croce bianca, a rappresentare il centro galattico (in posizione (130, 127)), mentre la stella S2, la più luminosa, è segnata da un cerchio rosso. Già guardando attentamente la sequenza di immagini si può apprezzare il moto della stella e si può intuire la sua orbita.



3.1. STIMA DELLA MASSA DEL BUCO NERO IN SAGITTARIUS A*



Posizionando il cursore nel centro della stella ho memorizzato le coppie di coordinate, per ogni epoca, in pixel, per poi inserirle all'interno di una tabella; come incertezza associata ho considerato 1 pixel [Tabella 3.3].

Tempo (anno)	X (pixel)	Y (pixel)	ΔX (pixel)	ΔY (pixel)
1992	126	111	1	1
1993	129	110	1	1
1995	131	111	1	1
1997	133	113	1	1
1997.6	134	114	1	1
2000	135	120	1	1
2000.6	134	122	1	1
2001	135	124	1	1
2001.5	134	125	1	1
2002	131	129	1	1
2002.2	129	129	1	1
2002.9	123	122	1	1

Tabella 3.3: Raccolta delle posizioni in pixel della stella S2 presente nelle immagini del software Salsaj riportare sopra

Successivamente ho inserito i dati raccolti all'interno dello codice di Gnuplot utilizzato in precedenza, così facendo ho ottenuto il grafico in *Figura 3.6*.

Come si può notare, la curva ellittica si adatta molto bene alla disposizione delle coordinate raccolte e, in supporto a questa osservazione, il fit restituisce un χ^2 di 20 su 7 gradi di libertà corrispondente a una probabilità del 99%, valori più che adatti per concludere che un'orbita ellittica si adatta molto bene ai dati.

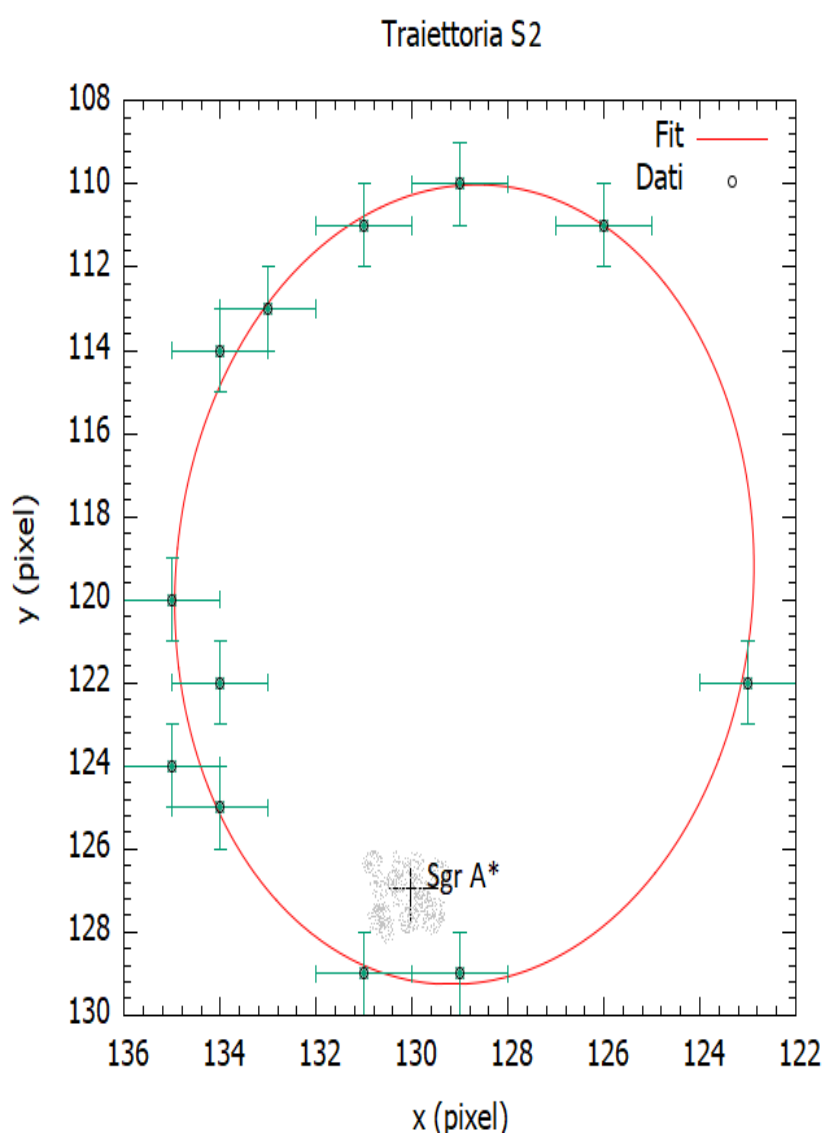


Figura 3.6: Grafico della traiettoria di S2 prodotta da Gnuplot con le posizioni in pixel. In basso è presente la posizione del nucleo galattico e l'asse delle ascisse risulta invertito per coerenza con il grafico prodotto dal gruppo di ricerca. Si può notare come l'orbita corrisponda a un'ellisse

3.1. STIMA DELLA MASSA DEL BUCO NERO IN SAGITTARIUS A*

Il passo successivo è stato convertire le posizioni da pixel ad arcosecondi, ovvero considerare le posizioni della stella rispetto al centro galattico, il quale, nelle immagini presenti sopra, si trova in posizione (130, 127). Per la conversione ho utilizzato la seguente relazione :

$$d = \frac{206265 \cdot a}{\pi} \quad (3.1)$$

dove $d = 2.62 \times 10^{20} m$ è la distanza della stella dalla Terra, a è la distanza dal centro galattico espressa in metri, π è la distanza angolare della stella dal centro galattico espressa in arcsec, la quale invertita diventa

$$\pi = \frac{206265 \cdot a}{d} \quad (3.2)$$

Quindi, ho calcolato a facendo la differenza tra ciascuna coordinata della stella e le coordinate del centro galattico e ho convertito ogni differenza in metri attraverso la relazione:

$$1 \text{ pixel} = 1.2 \cdot 10^{13} m \quad (3.3)$$

Nella seguente tabella sono riportati i valori in arcosecondi delle posizioni della stella S2 rispetto al centro galattico.

Tempo (anno)	RA (")	DEC (")	Δ RA (")	Δ DEC (")
1992	-0.038	-0.151	1	1
1993	0	-0.160	1	1
1995	0.009	-0.151	1	1
1997	0.028	-0.132	1	1
1997.6	0.038	-0.123	1	1
2000	0.047	-0.066	1	1
2000.6	0.038	-0.047	1	1
2001	0.047	-0.028	1	1
2001.5	0.038	-0.019	1	1
2002	0.009	0.019	1	1
2002.2	-0.009	0.019	1	1
2002.9	-0.066	-0.047	1	1

Tabella 3.4: Raccolta delle posizioni in arcosecondi della stella S2 presente nelle immagini del software Salsaj riportare sopra

Infine, ho inserito i dati in arcosecondi all'interno del codice di Gnuplot e ho prodotto il grafico in *Figura 3.7*, dove l'asse delle ascisse corrisponde all'ascensione retta e l'asse delle ordinate corrisponde alla declinazione, e sono giunta alla stima effettiva della massa dell'oggetto compatto al centro della galassia attraverso la terza legge di Keplero (2.32) per la quale sono necessari i valori di T periodo e a semiasse maggiore.

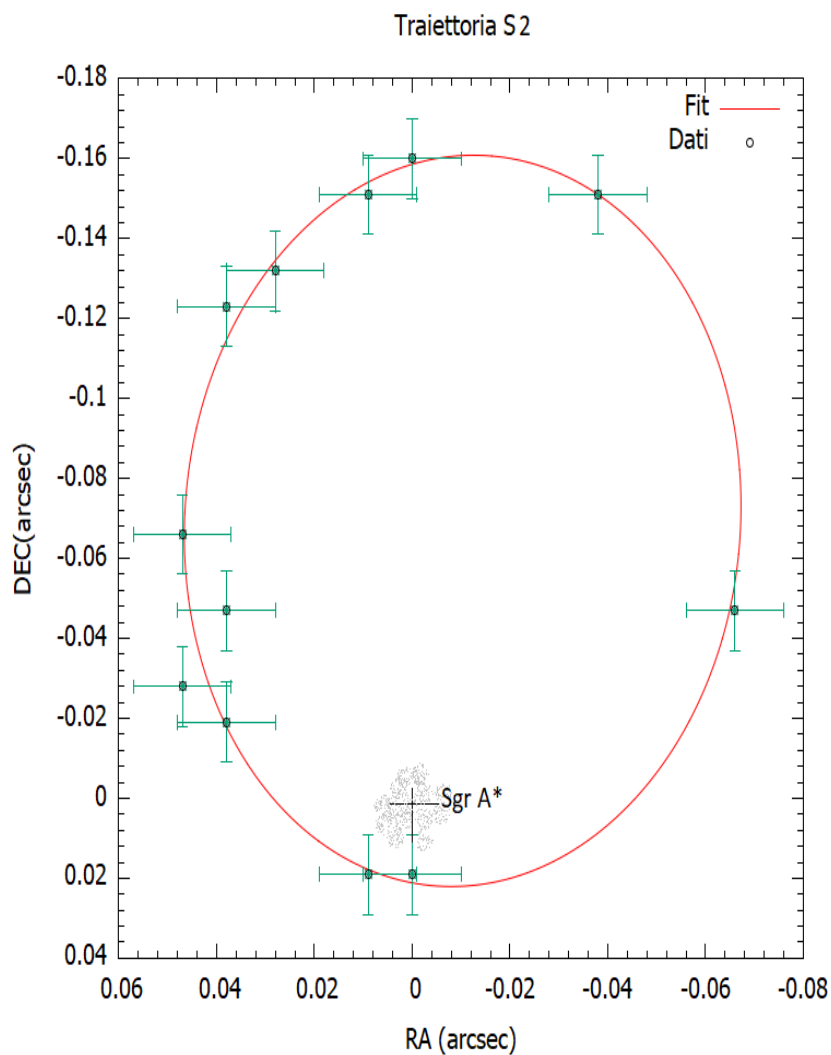


Figura 3.7: Grafico realizzato con Gnuplot mostra il fit con un'ellisse delle coordinate della stella S2, in orbita attorno all'oggetto compatto al centro della Via Lattea.

Per ricavare il periodo dell'orbita ho scelto due punti nell'intorno del pericentro, (129, 129) del 2002.2 e (131, 129) del 2002, e due punti nell'intorno dell'apocentro¹, (129, 110) del 1993 e (126, 111) del 1992, di due immagini temporalmente il più lontano possibile tra di loro e ho calcolato il semi-periodo facendo una differenza tra le epoche di ciascuna delle due coppie di punti diametralmente opposte. Dalla prima coppia di punti (129, 129) e (129, 110) si ottiene un semi-periodo di $\frac{T}{2} = 9.2$ anni e dalla seconda (131, 129) e (126, 111) si ottiene

¹Apocentro: punto di massima lontananza dell'astro dal centro galattico, Pericentro: il punto di massimo avvicinamento dell'astro al centro galattico

un semi-periodo di $\frac{T}{2} = 10$ anni, dunque considerando una media dei due valori si ottiene un semi-periodo totale di $\frac{T}{2} = 9.6$ anni; sapendo che il semi-periodo è la metà del periodo, questo risulta essere $T = 19.2$ anni, che in secondi equivale a $T \simeq 6 \times 10^8$ s.

Ho proseguito con il calcolo del semiasse maggiore, partendo dalla misura dell'asse maggiore dell'orbita applicando il teorema di Pitagora alle posizioni della stella corrispondenti a pericentro di circa (130.5, 129) e apocentro di circa (127, 110): il risultato è stato $A = (19.3 \pm 1)$ pixel, da cui un semiasse maggiore di $a = (9.6 \pm 1)$ pixel che, convertito in metri, attraverso la relazione (3.3), risulta essere $a = (1.2 \pm 0.1) \times 10^{14}$ m

Ora, invertendo la formula (3.4) è possibile ricavare una stima della massa:

$$M = \frac{4\pi^2 a^3}{GT^2} \quad (3.4)$$

pari a $M = (2.2 \pm 0.6) \times 10^{36}$ kg , ovvero $(1.1 \pm 0.3) \times 10^6 M_\odot$, dove l'incertezza su M è stata calcolata, considerando la propagazione degli errori, con questa formula

$$\Delta M = M \left(\frac{3\Delta a}{a} \right) \quad (3.5)$$

E' importante aggiungere una considerazione: la traiettoria tracciata risulta reale solo se il piano in cui si trova l'orbita della stella risulta perpendicolare alla linea di vista, ciò risulta un caso particolare, difatti, nel caso attuale, il piano dell'orbita è inclinato di 46° , dunque la stima effettuata per il semiasse maggiore è un limite inferiore della misura, di conseguenza la misura della massa, che risulta proporzionale al cubo del semiasse maggiore, corrisponde a una stima inferiore. Poiché l'oggetto Sgr A* non potrà assumere una massa inferiore al valore riportato sopra, possiamo concludere che avendo ottenuto ordine di grandezza della massa compatibile con quanto misurato dal gruppo di fisici guidato da Genzel e Ghez, la zona riconosciuta come Sgr A* corrisponde a un buco nero supermassiccio.

3.2 Precessione di Schwarzschild

Il centro galattico, Sgr A*, si dimostra essere un perfetto laboratorio per testare la Relatività Generale, infatti nei due recenti articoli "Detection of the gravitational redshift in the orbit of star S2 near the Galactic centre massive black hole, 2018" e "Detection of the Schwarzschild precession in the orbit of the star S2 near the Galactic centre massive black hole, 2020" si annuncia la rilevazione di due fenomeni predetti dalla Relatività Generale in presenza di masse compatte: il redshift gravitazionale e la precessione di Schwarzschild. Se il redshift gravitazionale è stato spiegato nella Sezione 1.4.1, la precessione di Schwarzschild si definisce come la rotazione dell'asse dell'ellisse lungo il piano dell'orbita, con un successivo spostamento graduale del pericentro; di conseguenza l'orbita non è più un'ellisse chiusa, ma assume la

caratteristica "forma a rosetta".

La prima evidenza della presenza di una precessione dell'orbita di un corpo celeste è stata verificata osservando l'orbita di Mercurio, nel suo moto di rivoluzione attorno al Sole, e risulta essere anche la prima ad essere stata calcolata dalla teoria della Relatività Generale attraverso la formula

$$\epsilon = 24\pi^3 \frac{a^2}{T^2 c^2 (1 - e^2)} \approx 0.104'' \quad (3.6)$$

dove $T = 7.6 \times 10^6$ s è il periodo orbitale, $a = 5.79 \times 10^{10}$ m è il semiasse maggiore ed $e = 0.206$ è l'eccentricità, trascurando il redshift gravitazionale.

La stella S2, invece, è il primo astro in cui si è rilevata una precessione di Schwarzschild causata da un buco nero supermassiccio, di seguito si riporta una rappresentazione artistica dell'orbita soggetta alla precessione. [Figura 3.8].

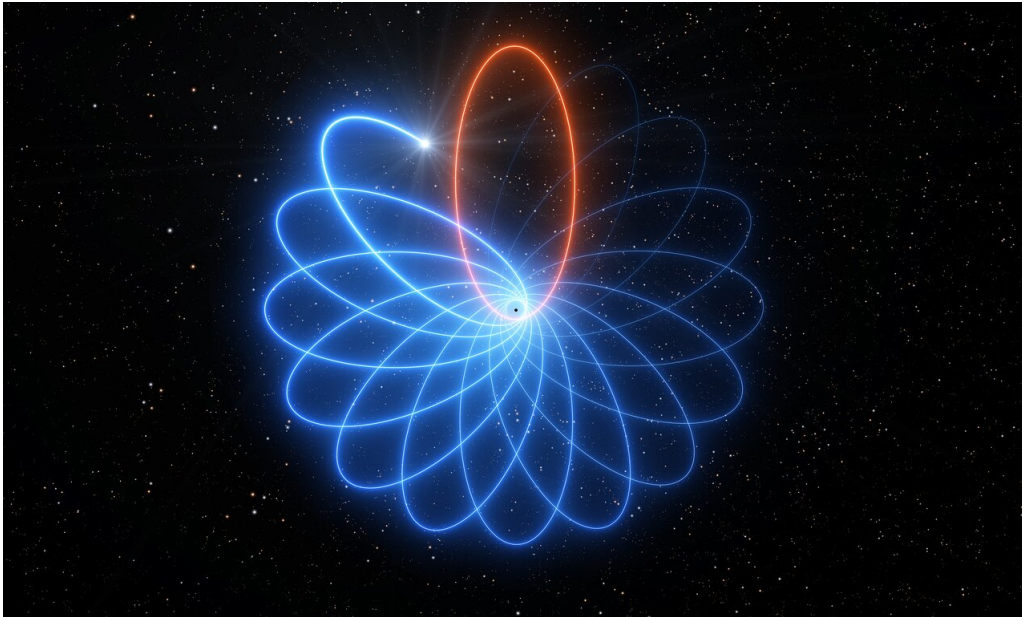


Figura 3.8: Questa immagine raffigura un esempio di orbita a forma di rosetta dovuta alla precessione di Schwarzschild.

I responsabili di questa scoperta sono stati i ricercatori del progetto Gravity, guidati dal fisico Franck Eisenhauer, che dal 2002 al 2019, hanno continuato il monitoraggio della posizione della stella S2 attraverso gli strumenti di ottica adattiva SINFONI e NACO sul telescopio VLT dell'ESO assieme all'interferometro GRAVITY.

Nel Maggio del 2018 si è verificato il secondo passaggio di S2 dal pericentro, la sua velocità orbitale è risultata di $v = 7700 \text{ km s}^{-1}$ e combinando l'effetto Doppler trasverso con il redshift

gravitazionale è stato ottenuto uno spostamento per S2 corrispondente a

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx 200 \text{ km s}^{-1} \quad (3.7)$$

Invece, per la precessione di Schwarzschild sono stati utilizzati tutti i dati dal 1992 al 2019 rilevati dagli strumenti GRAVITY, NACO, la camera infrarossa del VLT, e SHARP, la camera speckle utilizzata dal 1992 al 2002. Così è stato possibile ricostruire la traiettoria nel grafico seguente [Figura 3.9], dove si può notare la precessione dell'orbita rappresentata da un piccolissimo snodo nell'apside in alto.

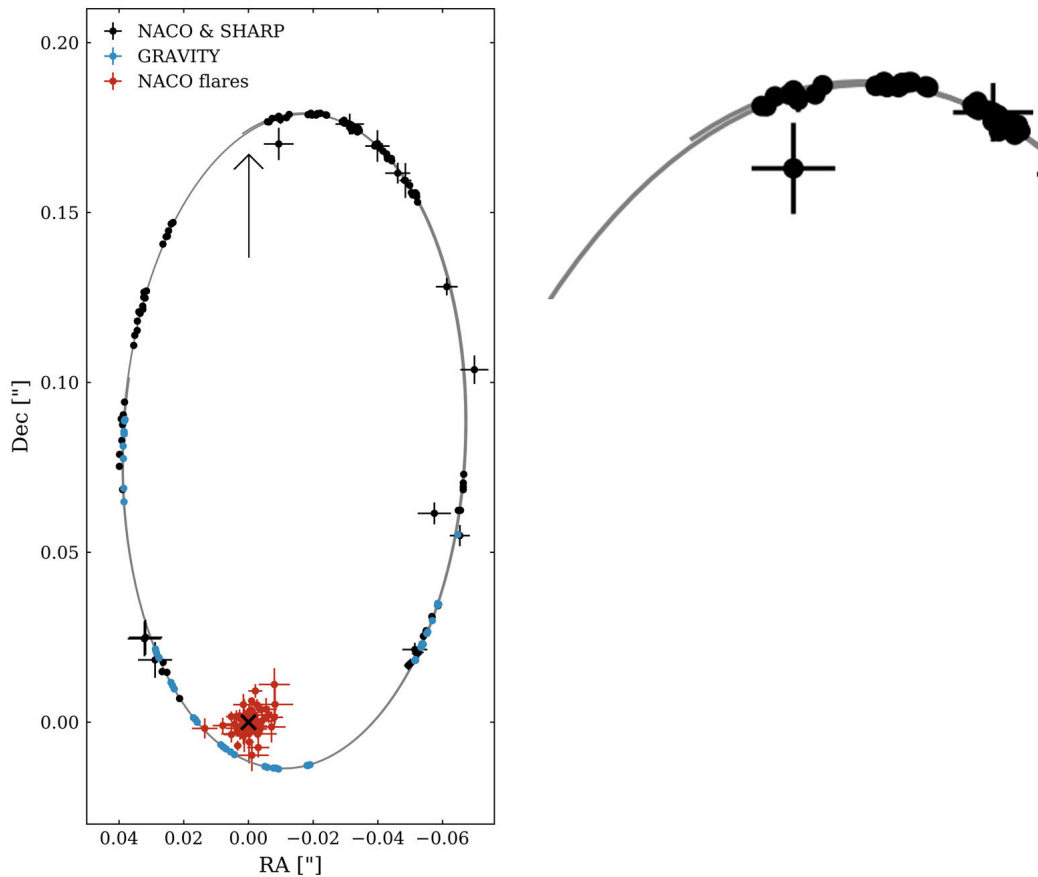


Figura 3.9: In questo grafico sono rappresentate tutte le posizioni raccolte dal 1992 al 2019 di S2. In alto si può notare il fenomeno della precessione di Schwarzschild. Il centro galattico viene evidenziato con la croce nera in basso caratterizzato dalla sua emissione in rosso.[GRAVITY: Detection of the Schwarzschild precession]

La precessione di Schwarzschild calcolata per S2, considerando gli effetti del redshift gravitazionale, corrisponde a uno spostamento di $\delta\phi = 12'$ per periodo orbitale.

Conclusione

La possibilità di stimare la massa di un buco nero è uno dei grandi risultati del progresso scientifico e in questa tesi si è voluto mostrare nel dettaglio una delle metodologie adottate per ricavare la massa di un buco nero al centro di una galassia.

Partendo dall'evoluzione stellare si è giunti a definire le condizioni per cui un oggetto viene denominato buco nero, si sono analizzate le sue proprietà come la metrica, da cui si ricavano le sue caratteristiche morfologiche, distinguendo il caso di buco nero statico da quello rotante. Sono stati approfonditi i buchi neri supermassicci in relazione alla presenza o meno di una loro attività, dunque si sono descritti i nuclei galattici attivi sino a raggiungere i dettagli della fisica dell'accrescimento, così come parlando dei buchi neri supermassicci non attivi si è giunti ai particolari metodi utilizzati per la stima della loro massa.

Infine, si è dato largo spazio alla trattazione della stima della massa del buco nero in M87 e soprattutto del buco nero supermassiccio situato al centro della Via Lattea (Sgr A*), protagonista del mio lavoro sperimentale.

Appendice A

Appendice

A.1 Codice gnuplot

Il seguente è il codice realizzato per la costruzione dei grafici.

```
set xr [120:140]
set yr [106:136]
set xlabel 'x (pixel)'
set ylabel 'y (pixel)'
set title 'Traiettoria S1'
set xtic 2
set ytic 2
set size square 1
a=0.38
b=0.0463376
c=0.157082
d=-103.602
e=-43.5965
f=9279.93
f(x, y) = a*x*x + b*x*y + c*y*y + d*x + e*y + f
fit f(x,y) 'dati.txt' u 1:2:(o) via b,c,d,e,f
set contour
set view map
unset surface
set cntrparam levels discrete o
set isosamples 1000,1000
set table 'contour.dat'
splot f(x, y)
unset table
```

```
unset contour
plot 'contour.dat' u 1:2 w l linewidth 1 linecolor rgb "red" title 'Fit', 'dati.txt' u 1:2:3:4 w
xyerrorbars title ", 'dati.txt' u 1:2 with p pointtype 6 pointsize 1 linecolor rgb 'black' title
'Dati',
```

Bibliografia

- [1] Malcom S.Longair *High Energy Astrophysics*, Cambridge University, Cambridge 3rd ed.
- [2] Sito web *The M87 black hole mass from mass dynamical model of space telescope imaging spectrograph observation* , Cornell University, Aprile 2013
- [3] Stefano Sandrelli *Stimare la massa del buco nero centrale della Via Lattea*, Inaf (<https://edu.inaf.it/wp-content/uploads/2020/03/Stimare-la-massa-del-buco-nero-centrale-della-Via-Lattea.pdf>)
- [4] Hannu Carttunen, Pekka Kröger, Heikki Oja,Markku Poutanen,Karl J.Donner *Fundamental Astronomy*, Springer 5nd ed.
- [5] The Nobel Committee for Physics, *Theoretical foundation for black holes and the supermassive compact object at the Galactic centre* The Royal Swedish Academy of Science (<https://www.nobelprize.org/uploads/2020/10/advanced-physicsprize2020.pdf>)
- [6] GRAVITY collaboration *Detection of the Schwarzschild precession in the orbit of the star S2 near the Galactic centre massive black hole*, Astronomy & Astrophysics, 16 aprile 2020
- [7] GRAVITY collaboration *Detection of the gravitational redshift in the orbit of star S2 near the Galactic centre massive black hole*, Astronomy & Astrophysics, 4 marzo 2018
- [8] Gillessen & other, *The orbit of star S2 around Sgr A* from very large telescope and Keck data*, The Astrophysical Journal, 20 December 2009
- [9] EHT collaboration, *First M87 Event Horizon Telescope results. I. , The shadow of the supermassive black hole*, Astrophysical Journal Letter, Aprile 2019
- [10] Padovani & other, *Active galactic nuclei:what's in a name?*,Astron Astrophys Rev, 2017 (<https://doi.org/10.1007/s00159-017-0102-9>)
- [11] Marcella Brusa, *lecture 6*, corso Astrofisica delle alte energie, 2021
- [12] Marcella Brusa, *lecture 7*, corso Astrofisica delle alte energie, 2021

- [13] Marcella Brusa, *lecture 19*, corso Astrofisica delle alte energie, 2021
- [14] Francesca Pozzi, *slide AF10*, corso Astrofisica, 2021
- [15] Francesca Pozzi, *slide AF11*, corso Astrofisica, 2021
- [16] Francesca Pozzi, *slide AF12*, corso Astrofisica, 2021
- [17] Maurizio Tomasi, *Lezione 7: Astrofisica galattica*, Dipartimento di Fisica, Università degli studi di Milano, 20 Aprile 2018 (<http://cosmo.fisica.unimi.it/assets/LezioniAstronomia/astrofisica-galattica-07.pdf>)
- [18] Sito web, *gnuplot* <http://www.gnuplot.info/>
- [19] Slide, *Star formation* <http://www-star.st-and.ac.uk/kw25/teaching/stars/STRUC5.pdf>
- [20] Sito web, *nasa* <https://www.nasa.gov/missionpages/chandra/multimedia/black-hole-SagittariusA.html>
- [21] Appunti del corso di introduzione all'astrofisica, <http://cosmo.fisica.unimi.it/assets/IntroAstro/IntroAstro1819/LectureNotes.pdf>, Giuseppe Lodato, Unimi.
- [22] Sito web, *Redshift gravitazionale*, <https://universe-review.ca/R15-17-relativity03.htm>
- [23] Sito web, *Wikipedia: Stella di neutroni*, https://it.wikipedia.org/wiki/Stella_dineutroni
- [24] Sito web, *Wikipedia: nana bianca*, <https://it.wikipedia.org/wiki/Nanabianca>
- [25] Sito web, *Wikipedia: buco nero*, <https://it.wikipedia.org/wiki/BucoNero>
- [26] Sito web, *MediaInaf: Come ti misuro la massa di un buco nero*, <https://www.media.inaf.it/2015/06/18/come-ti-misuro-la-massa-di-un-buco-nero/>