

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI
BOLOGNA

Scuola di Scienze
Dipartimento di Fisica e Astronomia
Corso di Laurea in Fisica

**Stima della matrice di covarianza dei
multipoli della funzione di correlazione per la
missione spaziale Euclid**

Relatore:
Prof. Federico Marulli

Presentata da:
Nicola Principi

Anno Accademico 2020/2021

*A mio padre Andrea,
che per primo mi ha fatto alzare gli occhi
verso le stelle*

Abstract

Il più importante obiettivo della cosmologia moderna è senza dubbio quello di spiegare l'attuale espansione accelerata dell'universo. Questo fenomeno verrà investigato dalla missione spaziale Euclid dell'ESA (*European Space Agency*), il cui lancio è previsto nel 2023. Utilizzando le sonde osservative del clustering e delle lenti gravitazionali deboli permetterà di mappare la geometria dell'universo, fornendo vincoli senza precedenti ai parametri di stato dell'energia oscura. Questa tesi si concentrerà prevalentemente sul clustering e sul suo studio mediante la funzione di correlazione a due punti. In particolare, l'obiettivo è quello di calcolare la matrice di covarianza per i multipoli pari della funzione di correlazione in due modi diversi (da mock e analiticamente) per poi confrontare i risultati ottenuti. La stima degli errori è infatti fondamentale nello studio del clustering, ed è necessario avere informazioni su come trattare i dati che la missione Euclid ci fornirà.

Nel primo capitolo si introdurranno le nozioni cosmologiche di base, si analizzerà il modello di universo attualmente accettato e si discuteranno i principali modelli di materia oscura ed energia oscura: due componenti fondamentali dell'universo su cui le conoscenze scientifiche sono ancora scarse.

Nel secondo capitolo si introdurranno i principali strumenti utilizzati per la ricerca cosmologica: lensing gravitazionale e clustering. Di quest'ultimo, essendo oggetto del lavoro di tesi, si parlerà più approfonditamente introducendo la funzione di correlazione a due punti e la sua covarianza.

Nel terzo capitolo si parlerà della missione spaziale Euclid, chiarendone gli obiettivi e descrivendo le modalità di raccolta dei dati.

Nel quarto ed ultimo capitolo, si parlerà del lavoro originale svolto: il calcolo delle matrici di covarianza con i due metodi citati. Infine, si esporranno i risultati ottenuti relativi al confronto fra le due e se ne trarranno le conclusioni.

Indice

1	Cosmologia e modello ΛCDM	4
1.1	Metrica di Friedmann-Lemaitre-Robertson-Walker	5
1.2	Introduzione al modello Λ CDM	8
1.2.1	Modelli di universo a singola componente	8
1.2.2	Modelli di universo a piú componenti	
	11	
1.3	Modello Λ CDM	16
1.4	Un universo oscuro	17
1.4.1	Materia oscura	18
1.4.2	Energia oscura	21
2	Strumenti per la ricerca cosmologica	24
2.1	Lenti gravitazionali	26
2.2	Clustering di galassie	29
2.3	Funzione di correlazione	29
2.3.1	Stimatori	30
2.3.2	Multipoli	32
2.3.3	Distorsioni della funzione di correlazione	33
2.4	Covarianza della funzione di correlazione	35
2.5	Oscillazioni Acustiche Barioniche	37
3	La missione spaziale Euclid	40
3.1	Obiettivi della missione	40
3.2	Metodi di indagine e raccolta dati	43
4	Stima della matrice di covarianza	47
4.1	Calcolo dei multipoli e della matrice di covarianza	47
4.2	Risultati	51
4.3	Conclusioni	61

Capitolo 1

Cosmologia e modello Λ CDM

Nel corso dell'ultimo secolo la nostra visione sull'universo è cambiata radicalmente, basti pensare che solo cento anni fa si credeva ancora che esso fosse composto unicamente dalla nostra galassia. Oggi si ritiene di avere una visione complessiva abbastanza affidabile di come si sia evoluto il nostro universo, tuttavia ci sono ancora molti dubbi e domande senza risposta. Per quanto riguarda le sue prime fasi, è molto difficile averne informazioni. L'obiettivo di questo primo capitolo è quello di descrivere le fasi della vita dell'universo successive al tempo della cosiddetta *superficie di ultima diffusione*, cioè quando l'universo da *opaco* diventò *trasparente* e i fotoni poterono cominciare a viaggiare distanze tali da arrivare a noi. Per analizzare questo periodo è utilizzato il *modello standard della cosmologia* o Λ CDM (Λ sta per la *costante cosmologica* e CDM sta per *Cold Dark Matter*, due componenti fondamentali di cui si parlerà in seguito), il quale sembra descrivere adeguatamente il nostro universo anche se presenta ancora dei punti oscuri, a cominciare dalla natura di ciò che per la maggior parte lo compone. In questo primo capitolo quindi, prima di introdurre il *modello standard*, si offrirà una breve panoramica degli strumenti di *relatività generale* che occorreranno per la trattazione, continuando con l'esposizione di alcuni modelli di universo dalle diverse caratteristiche, che serviranno poi ad affrontare il Λ CDM. Infine, si andranno a trattare brevemente la *materia oscura* e l'*energia oscura*, due componenti fondamentali del modello che presentano ancora degli aspetti sconosciuti.

1.1 Metrica di Friedmann-Lemaitre-Robertson-Walker

Prima di iniziare, è bene riportare l'*equazione di campo* di Einstein, sulla quale si basa la *relatività generale*, quindi la cosmologia e il *modello standard cosmologico*:

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}, \quad (1.1)$$

dove $G_{\mu\nu}$ è il tensore di Einstein, $R_{\mu\nu}$ è il tensore di Ricci-Curbastro, che esprime la curvatura dello spazio-tempo, $g_{\mu\nu}$ è il tensore metrico, $T_{\mu\nu}$ è il tensore energia-impulso, che descrive la distribuzione dell'energia e dell'impulso sulla varietà, e G è la *costante di gravitazione universale*.

La cosmologia è basata su due principi, dati a priori, che ci permettono di interpretare i dati e dare un senso al nostro universo:

- Il **principio Copernicano** dice che *non siamo osservatori privilegiati nell'universo*.
- Il **principio Cosmologico** dice che *l'universo è omogeneo e isotropo*.

Per un universo spazialmente omogeneo e isotropo vale la seguente metrica (ponendo $c = 1$), detta *metrica di Friedmann-Lemaitre-Robertson-Walker* (FLRW) [1]:

$$s^2 = -dt^2 + a^2(t)\left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\Phi^2)\right], \quad (1.2)$$

dove la parte spaziale è espressa nelle coordinate (r, θ, Φ) , t è il tempo proprio di osservatori comoventi che si trovano a (r, θ, Φ) costanti, k è detta *costante di curvatura* e può assumere valori $k = 0, \pm 1$ e $a(t)$ è il *fattore di scala cosmologico*. In particolare, per $k = 0$ la metrica delle ipersuperfici a t costante, Σ_t , è piatta, per $k = +1$ si ha una 3-sfera, quindi un universo spazialmente chiuso e per $k = -1$ l'universo risulta invece spazialmente aperto, più esattamente un 3-iperboloide.

Per modellizzare in maniera semplice il nostro universo, si considera lo spaziotempo riempito da un *fluido cosmico* omogeneo e isotropo (in accordo con il principio cosmologico), il cui tensore massa-energia in un sistema di riferimento ad esso comovente è:

$$T_{\nu}^{\mu} = \text{diag}(-\rho, p, p, p), \quad (1.3)$$

dove ρ è la densità di energia e p è la pressione (dato che si considera $c = 1$). Per questo fluido, l'equazione di continuità e di stato sono rispettivamente:

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0, \quad (1.4)$$

$$p = w\rho, \quad (1.5)$$

dove w è un parametro dipendente dal tipo di fluido e $H = \dot{a}/a$ è il *parametro di Hubble*. Sostituendovi l'equazione di stato (1.5), la (1.4) si può semplificare così:

$$\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -3(1+w)\frac{\dot{a}}{a}, \quad (1.6)$$

da cui si ricava la relazione:

$$\rho \propto a^{-3(1+w)}. \quad (1.7)$$

Il *fluido cosmico* può essere di tre tipi, con rispettivi diversi valori di w :

- La *materia* (o *dust*) ha $p = 0$ e $w = 0$, quindi la sua densità $\rho_m \propto a^{-3}$. Essa interagisce solo gravitazionalmente.
- La *radiazione* ha $w = \frac{1}{3}$, quindi la sua densità $\rho_r \propto a^{-4}$.
- L'*energia oscura* Λ ha $w = -1$, e la sua densità è costante rispetto al fattore di scala: $\rho_\Lambda = -p = \frac{\Lambda}{8\pi G}$, dove Λ è la *costante cosmologica*.

Ora, dalle equazioni di Einstein (1.1), utilizzando la metrica di FLRW, si può ricavare l'*equazione di Friedmann*:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{k}{a^2}, \quad (1.8)$$

la quale può essere riscritta in questa maniera:

$$\Omega - 1 = \frac{k}{H^2 a^2}, \quad (1.9)$$

dove Ω è il *parametro di densità*, dato da:

$$\Omega = \frac{8\pi G}{3H^2}\rho = \frac{\rho}{\rho_c}, \quad (1.10)$$

e $\rho_c = 3H^2/8\pi G$ è detta *densità critica*. Si noti che:

- Per $\rho = \rho_c$ si hanno $\Omega = 1$ e $k = 0$. In questo caso si ha un universo spazialmente piatto.

- Per $\rho > \rho_c$ si hanno $\Omega > 1$ e $k > 0$. In questo caso si ha un universo spazialmente chiuso.
- Per $\rho < \rho_c$ si hanno $\Omega < 1$ e $k < 0$. In questo caso si ha un universo spazialmente aperto.

I dati osservativi sembrano indicare un valore di $\Omega_0 \approx 1$, dove Ω_0 è il parametro di densità oggi (in generale il pedice $_0$ sta ad indicare che la grandezza è calcolata all'epoca attuale).

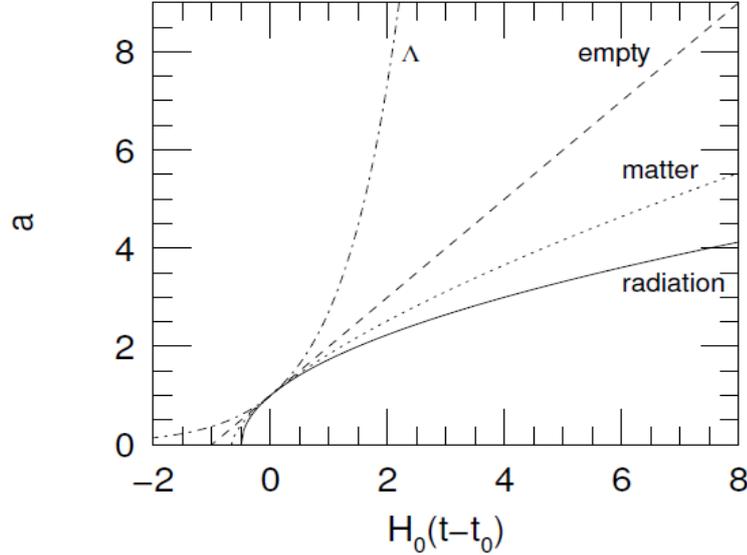


Figura 1.1: *Il fattore di scala in funzione del tempo per un universo vuoto (linea tratteggiata), dominato dalla radiazione (linea continua), dominato dalla materia (linea puntata) e dominato dalla costante cosmologica (linea puntata e tratteggiata).*

1.2 Introduzione al modello Λ CDM

In questa sezione si andranno ad analizzare diverse tipologie di universo caratterizzati da fluidi cosmici differenti, fino a introdurre il modello Λ CDM. Si descriveranno solamente casi a curvatura nulla ($k = 0$), poichè le evidenze sperimentali, come accennato in precedenza, indicano un universo di questo tipo. Di questi modelli di universo in particolare si evidenzierà l'andamento del fattore di scala in funzione del tempo.

1.2.1 Modelli di universo a singola componente

Assumendo $k = 0$, l'equazione di Friedmann (1.8) può essere scritta come segue:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho, \quad (1.11)$$

dove, sostituendo la (1.7), si ottiene:

$$a^{(1+3w)}\dot{a}^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_0. \quad (1.12)$$

Dalla (1.12), si può ottenere l'espressione dell'evoluzione del fattore di scala il funzione del tempo [2]:

$$a(t) = \frac{(6\pi G\rho_0)^{\frac{1}{2}}}{1+w}t - \frac{(6\pi G\rho_0)^{\frac{1}{2}}}{1+w}t_0 + 1, \quad (1.13)$$

dove t_0 è il tempo cosmico oggi (età dell'universo) e ρ_0 è la densità oggi. La (1.13) può essere semplificata se si assume che il fattore di scala evolva come una potenza del tempo. In questo caso infatti si può esprimere l'età dell'universo come:

$$t_0 = \frac{1+w}{(6\pi G\rho_0)^{\frac{1}{2}}}, \quad (1.14)$$

E il fattore di scala diventa:

$$a(t) = \left(\frac{t}{t_0}\right)^{\frac{2}{3(1+w)}}. \quad (1.15)$$

Per ricavare l'andamento della densità di energia in funzione del tempo, si può sostituire la (1.15) nella (1.7), ottenendo:

$$\rho(t) = \rho_0 \left(\frac{t_0}{t}\right)^2. \quad (1.16)$$

Ora si può sostituire w con i suoi valori specifici nel caso di fluido cosmico composto da *materia* o *radiazione*, per ricavare l'evoluzione del fattore di scala in universi composti unicamente rispettivamente dall'una e dall'altra.

Universo composto da materia o da radiazione

Nel caso della *materia* si ha $w = 0$ e le (1.14) e (1.15) diventano rispettivamente:

$$t_0 = \frac{1}{(6\pi G\rho_0)^{\frac{1}{2}}} = \frac{2}{3}H_0^{-1}, \quad (1.17)$$

$$a(t) = \left(\frac{t}{t_0}\right)^{\frac{2}{3}}. \quad (1.18)$$

Mentre la (1.16) rimane tale. L'andamento descritto dalla (1.18) si può osservare graficamente in figura 1.1.

Nel caso di un universo dominato dalla *radiazione* invece si ha $w = \frac{1}{3}$, quindi:

$$t_0 = \frac{4}{3(6\pi G\rho_0)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2}H_0^{-1}, \quad (1.19)$$

$$a(t) = \left(\frac{t}{t_0}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (1.20)$$

Anche in questo caso, la (1.16) rimane tale e l'andamento della (1.20) è osservabile nella figura 1.1.

Si può notare come in questi due casi si ha un fattore di scala che evolve come una potenza di t , quindi per $t \rightarrow \infty$ si ha che l'universo tende ad espandersi indefinitamente, le densità tendono a diminuire, di conseguenza l'universo si raffredda e termina in quello che si definisce un *Big Chill*. Per quanto riguarda l'inizio dell'universo invece, in entrambi i casi si ha per $t = 0$ una singolarità $a(0) = 0$, dove invece $\rho \rightarrow \infty$, come anche evidentemente la temperatura T : ciò presuppone un universo che nasce da una singolarità in cui la densità di energia diverge, il cosiddetto *Big Bang caldo* ipotizzato da Lemaitre.

Universo composto dalla costante cosmologica

Considerando invece un universo dominato dalla costante cosmologica Λ , con $w = -1$, l'equazione di Friedmann (1.8) diventa:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_\Lambda. \quad (1.21)$$

Integrando, si ottiene questa espressione esponenziale per il fattore di scala:

$$a(t) = \exp\left[\sqrt{\frac{8\pi G\rho_\Lambda}{3}}(t - t_0)\right]. \quad (1.22)$$

Dato che il parametro di Hubble è costante e dato da:

$$H = \frac{\dot{a}}{a} = \sqrt{\frac{8\pi G\rho_\Lambda}{3}} = H_0, \quad (1.23)$$

possiamo scrivere:

$$a(t) = \exp[H_0(t - t_0)], \quad (1.24)$$

il cui grafico si può osservare in figura 1.1. Ovviamente la densità di energia è costante rispetto al tempo: $\rho = \rho_\Lambda$. Questo modello di universo, chiamato

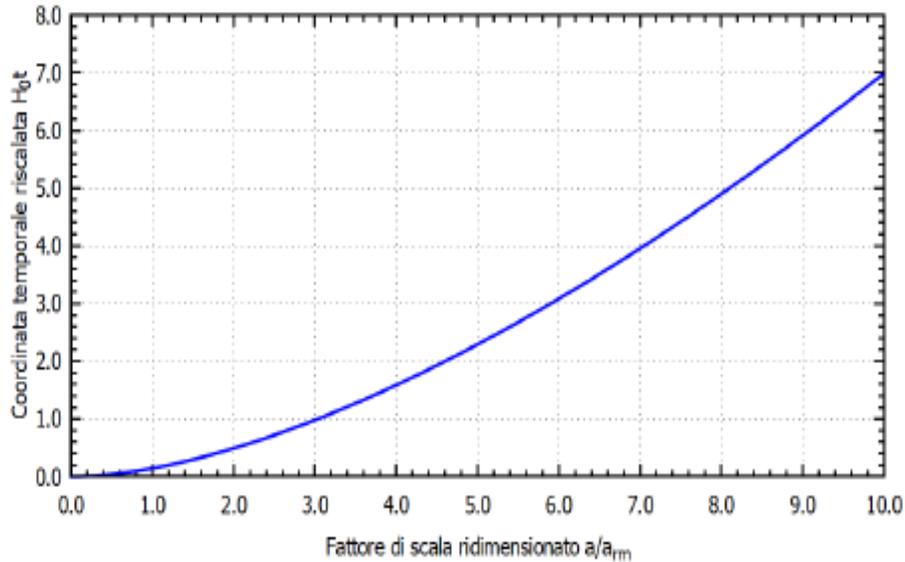


Figura 1.2: *Andamento di $H_0 t$ in funzione di a/a_{rm} in un universo caratterizzato da materia e costante cosmologica. Si sono posti $\Omega_{m,0} = 0.20$ e $\Omega_{\Lambda,0} = 0.06$ per una chiara resa grafica. La figura è stata presa da *Introduzione al Modello Cosmologico Lambda-CDM di Panebianco G.**

universo di de Sitter, si espande esponenzialmente e, a differenza dei due modelli descritti prima, non si ha nessuna singolarità per $t = 0$. Il fatto che il fattore di scala non si annulli mai, ci permette di dire che il dominio della coordinata temporale è tutto \mathbb{R} e che quindi l'*universo di de Sitter* è infinitamente vecchio.

1.2.2 Modelli di universo a più componenti

Finora si sono analizzati modelli di universo dominati da una sola componente (*materia, radiazione e costante cosmologica*), ma per poter comprendere il modello Λ CDM è necessaria un'analisi di altri due tipi di universo, caratterizzati non da una sola ma da *due* componenti: il modello con *materia e radiazione* quello con *materia e costante cosmologica*.

In generale, per analizzare universi a più componenti è utile riscrivere l'equazione di Friedmann (1.8) esplicitando le componenti della densità di

energia [3]:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_m + \frac{8\pi G}{3}\rho_r + \frac{8\pi G}{3}\rho_\Lambda - \frac{k}{a^2}, \quad (1.25)$$

dove ρ_m , ρ_r e ρ_Λ sono rispettivamente le densità di energia di materia, radiazione e costante cosmologica. Esplicitando poi la k e le ρ secondo le (1.9) e (1.7), oltre a ricordare la (1.10), si arriva a [3]:

$$\left(\frac{H}{H_0}\right)^2 = \Omega_{m,0}a^{-3} + \Omega_{r,0}a^{-4} + \Omega_{\Lambda,0} + (1 - \Omega_0)a^{-2}, \quad (1.26)$$

dove $\Omega_{m,0}$, $\Omega_{r,0}$ e $\Omega_{\Lambda,0}$ sono i parametri di densità oggi rispettivamente di materia, radiazione e costante cosmologica. Ora, moltiplicando entrambi i membri per a^2 ed elevando tutto alla $\frac{1}{2}$ si ottiene:

$$H_0^{-1}\dot{a} = \sqrt{\Omega_{m,0}a^{-1} + \Omega_{r,0}a^{-2} + \Omega_{\Lambda,0}a^2 + (1 - \Omega_0)}. \quad (1.27)$$

Integrando su t da $t = 0$ a un generico istante t si ha:

$$\int_{a(0)}^{a(t)} \frac{da}{\sqrt{\Omega_{m,0}a^{-1} + \Omega_{r,0}a^{-2} + \Omega_{\Lambda,0}a^2 + (1 - \Omega_0)}} = H_0 t. \quad (1.28)$$

Questo integrale in generale non ha una soluzione analitica, tuttavia può essere risolto numericamente per valori fissati dei vari parametri $\Omega_{m,0}$, $\Omega_{r,0}$ e $\Omega_{\Lambda,0}$. In tutte le seguenti trattazioni si considererà $\Omega_0 = 1$ (vero per gli universi piatti), quindi si trascurerà il termine $\Omega_0 - 1$. In questa modo, si può calcolare l'evoluzione temporale del fattore di scala negli universi a più componenti, trascurando i parametri dei tipi di *fluido cosmico* che non ci interessano. Ovviamente, trascurando tutti i parametri meno uno, si ottengono i risultati visti nel paragrafo precedente. Per motivi che saranno chiari nel paragrafo 1.3, si analizzeranno due casi di universo dominato da due componenti: materia e radiazione, materia e costante cosmologica.

Universo caratterizzato da materia e radiazione

In questo caso si può trascurare $\Omega_{\Lambda,0}$ e la (1.26) diventa:

$$\left(\frac{H}{H_0}\right)^2 = \Omega_{m,0}a^{-3} + \Omega_{r,0}a^{-4}. \quad (1.29)$$

Introduciamo quindi il parametro a_{rm} , ossia il valore che ha il fattore di scala quando $\rho_m = \rho_r$, quindi $a_{rm} = \Omega_{r,0}/\Omega_{m,0}$ [2]. L'equazione di Friedmann quindi si può scrivere come segue:

$$a \left(1 + \frac{a}{a_{rm}}\right)^{-\frac{1}{2}} \dot{a} = H_0 \sqrt{\Omega_{r,0}}. \quad (1.30)$$

Integrando ora tra $t = 0$ e un t generico, si ottiene:

$$\int_0^{a(t)} \frac{a}{\sqrt{1 + \frac{a}{a_{rm}}}} da = H_0 t \sqrt{\Omega_{r,0}}, \quad (1.31)$$

La cui soluzione è [3] (figura 1.2):

$$H_0 t = \frac{4a_{rm}^2}{2\sqrt{\Omega_{r,0}}} \left[1 - \left(1 - \frac{a}{2a_{rm}}\right)\left(1 + \frac{a}{a_{rm}}\right)^{\frac{1}{2}}\right]. \quad (1.32)$$

Si noti che per $a \ll a_{rm}$, la densità di energia della radiazione è dominante rispetto a quella della materia, e l'espressione del fattore di scala può essere approssimata (tramite sviluppi di Taylor) come segue:

$$a(t) = \left(2H_0 t \sqrt{\Omega_{r,0}}\right)^{\frac{1}{2}}, \quad (1.33)$$

mentre per $a \gg a_{rm}$ al contrario si ha:

$$a(t) = \left(\frac{3}{2}H_0 t \sqrt{\Omega_{r,0}}\right)^{\frac{2}{3}}. \quad (1.34)$$

Confrontando le (1.33) e (1.34) rispettivamente con le (1.20) e (1.18), ci si accorge che inizialmente si ha un comportamento come quello di un universo dominato dalla radiazione, poi si raggiunge l'uguaglianza tra le densità al tempo t_{rm} dato da [3]:

$$t_{rm} = \frac{4}{3} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \frac{a_{rm}^2}{\sqrt{\Omega_{r,0}} H_0^{-1}}. \quad (1.35)$$

Successivamente, si tende al comportamento di un universo dominato dalla materia.

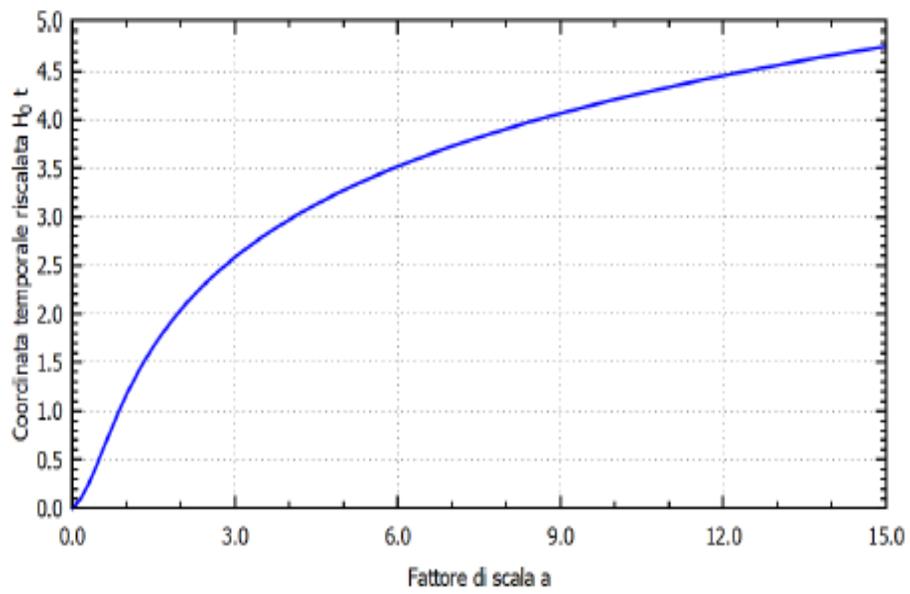


Figura 1.3: *Andamento di $H_0 t$ in funzione del fattore di scala in un universo caratterizzato da materia e costante cosmologica. Si è posto $\Omega_{m,0} = 0.26$, approssimazione del valore indicato dalle osservazioni. La figura è stata presa da Introduzione al Modello Cosmologico Lambda-CDM di Panebianco G.*

Universo caratterizzato da materia e costante cosmologica

Occupiamoci ora di un universo contenente materia e costante cosmologica. Essendo $\Omega_{m,0} = 1 - \Omega_{\Lambda,0}$, in questo caso l'equazione di Friedmann (1.8) diventa:

$$\left(\frac{H}{H_0}\right)^2 = \Omega_{m,0}a^{-3} + (1 - \Omega_{m,0}). \quad (1.36)$$

Si possono trovare soluzioni analitiche per questa equazione sia per valori di $\Omega_{\Lambda,0} < 0$ che per valori > 0 . Nel primo caso (con $\Omega_{m,0} > 1$), l'universo si espande fino ad un fattore di scala massimo per poi contrarsi e finire in un cosiddetto *big crunch*, ossia una grande implosione. Tuttavia, è di maggiore interesse la trattazione del secondo caso, dato che tornerà estremamente utile nella descrizione del nostro universo (infatti i dati sperimentali suggeriscono un valore di $\Omega_{m,0}$ decisamente più piccolo di 1. La soluzione analitica in questo caso è (figura 1.3):

$$H_0t = \frac{2}{3\sqrt{1 - \Omega_{m,0}}} \ln \left[\left(\frac{a}{a_{m,\Lambda}}\right)^{\frac{3}{2}} + \sqrt{1 + \left(\frac{a}{a_{m,\Lambda}}\right)^3} \right], \quad (1.37)$$

dove $a_{m,\Lambda}$ è il valore del fattore di scala quando i contributi di materia e costante cosmologica si eguagliano, quindi quando $\rho_{\Lambda}/\rho_m = 1$, ossia [2]:

$$a_{m,\Lambda} = \left(\frac{\Omega_{m,0}}{1 - \Omega_{m,0}}\right)^{\frac{1}{3}}. \quad (1.38)$$

Anche in questo caso, si può notare che il fattore di scala per $a \ll a_{m,\Lambda}$ può essere approssimato come:

$$a(t) = \left(\frac{3}{2}H_0t\sqrt{\Omega_{m,0}}\right)^{\frac{2}{3}}, \quad (1.39)$$

mentre per $a \gg a_{m,\Lambda}$, può essere approssimato con:

$$a(t) = a_{m,\Lambda} \exp\left(H_0t\sqrt{1 - \Omega_{m,0}}\right). \quad (1.40)$$

Confrontando le (1.39) e (1.40) con le (1.18) e (1.24), ci si accorge che inizialmente si ha un comportamento come quello di un universo dominato dalla materia, per poi, dopo che è avvenuta l'uguaglianza tra le densità, tendere al comportamento di un universo dominato dalla *costante cosmologica*. L'uguaglianza avviene al tempo $t_{m\Lambda}$ [3]:

$$t_{m\Lambda} = \frac{2H_0^{-1}}{3\sqrt{1 - \Omega_{m,0}}} \ln \left[1 + \sqrt{2} \right]. \quad (1.41)$$

1.3 Modello Λ CDM

Il modello Λ CDM (detto anche *modello standard cosmologico*) è quello attualmente adottato per descrivere il nostro universo. Esso come già accennato prevede un universo spazialmente piatto ($k = 0$) dove il fluido cosmico è composto da materia, radiazione e una costante cosmologica positiva (energia oscura). Secondo le stime attuali, i parametri di densità sono [4]: $\Omega_{m,0} = 0.321 \pm 0.013$, $\Omega_{\Lambda,0} = 0.679 \pm 0.013$ e $\Omega_{r,0} \sim 10^{-5}$, che è trascurabile. L'età dell'universo stimata invece, secondo il *modello standard*, è di $t_0 = 13.830 \pm 0.037$ Gyr.

Assumendo questi valori dei parametri, si può risolvere l'equazione di Friedmann di questo modello, tenendo conto che nelle diverse fasi di vita dell'universo il rapporto tra le densità di energia delle componenti di *materia*, *radiazione* e *costante cosmologica* è evoluto in maniera determinante. Questo tipo di universo è iniziato tramite un *Big Bang* e ha continuato ad espandersi senza mai contrarsi. All'inizio esso era dominato dalla radiazione, per cui ha seguito uno sviluppo come quello visto nel paragrafo 1.2.1, fino a quando il contributo della radiazione e quello della materia non sono diventati confrontabili: l'uguaglianza tra le due densità di energia è avvenuta quando l'universo aveva un'età $t_{rm} = 0.050$ Myr e il fattore di scala valeva $a_{rm} = 2.9 \cdot 10^{-4}$. Quando $a \sim a_{rm}$ l'universo ha iniziato a comportarsi come quello descritto nel paragrafo 1.2.2 caratterizzato da radiazione e materia, fino a quando, con $a \gg a_{rm}$ non si entrò nel caso, descritto nel paragrafo 1.2.1, di materia dominante. Quando l'universo arrivò ad un'età di $t_{\Lambda} = 10.2$ Gyr (il fattore di scala valeva $a_{m\Lambda} = 0.77$) il contributo della materia e quello della costante cosmologica si eguagliarono. Quindi, nel periodo in cui $a \sim a_{m\Lambda}$ l'universo ha seguito un comportamento come quello analizzato nel paragrafo 1.2.2, nel caso di materia e costante cosmologica, mentre successivamente, e tuttora, l'universo è dominato dalla costante cosmologica e si comporta come nell'ultimo caso trattato nel paragrafo 1.2.1: quello dell'*universo di de Sitter*. L'andamento del fattore di scala in funzione del tempo è visibile in figura 1.4.

Occorre ora precisare, come già menzionato nell'introduzione, che il modello Λ CDM descrive l'universo da dopo la *superficie di ultima diffusione*; per quanto riguarda invece la *fine* dell'universo, secondo il *modello standard*, l'espansione sta accelerando (ciò è confermato dai dati sperimentali, e la ragione verrà spiegata nel paragrafo successivo), e continuerà a farlo all'infinito terminando in un *Big Chill*.

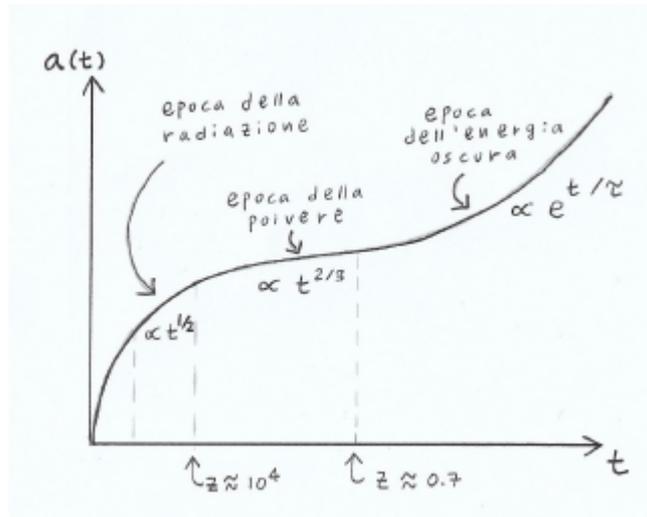


Figura 1.4: *Evoluzione qualitativa del fattore di scala in funzione del tempo secondo il modello Λ CDM. Si noti come cambia l'andamento quando domina la radiazione (nel grafico epoca della radiazione), la materia (epoca della polvere) o la costante cosmologica (epoca dell'energia oscura).*

1.4 Un universo oscuro

Secondo quanto detto nell'ultimo capitolo, circa il 27% del nostro universo è composto da materia, tuttavia secondo le stime attuali sulla massa della materia che riusciamo a osservare, si ottiene solamente circa il 4%. Questo problema può essere risolto ipotizzando l'esistenza di una materia invisibile: la cosiddetta *materia oscura* (*dark matter*), che andrebbe a comporre il restante 20%. Questo tipo di materia non si può osservare direttamente, poichè non emette nè assorbe fotoni. Un altro grande dilemma riguarda il restante 76% dell'universo. Nel capitolo precedente è stato detto che, secondo il modello standard, potrebbe essere rappresentato dalla costante cosmologica. Questa componente è chiamata *energia oscura* (figura 1.5) e la sua natura è tuttora sconosciuta (anche se ci sono ipotesi a riguardo); tuttavia esso rappresenta una parte fondamentale del nostro universo, anche perchè ne spiega l'attuale accelerazione dell'espansione.

Il modello Λ CDM, quindi, si basa sulla presunta esistenza di queste due componenti oscure all'interno dell'universo, ossia la *materia oscura* e l'*energia oscura*, oltre a prenderne il nome (Λ è la costante cosmologica e CDM è l'acronimo di *Cold Dark Matter*): in questo paragrafo le si analizzeranno brevemente.

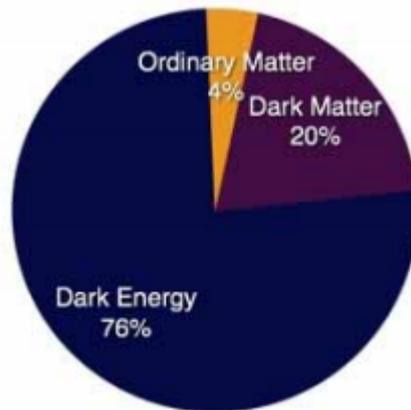


Figura 1.5: Grafico a torta che mostra la composizione dell'Universo nella nostra epoca cosmologica: esso è dominato dall'energia oscura (Dark Energy) al 76% e dalla materia oscura (Dark Matter) al 20%. Solo il 4% è composto dalla materia visibile (Ordinary Matter).

1.4.1 Materia oscura

Tra queste due misteriose componenti, quella che si affronterà per prima è la *materia oscura*. Il suo nome deriva dal fatto che non emette nè assorbe luce (non interagisce quindi elettromagneticamente): ciò ne rende ovviamente impossibile l'osservazione diretta. La sua presenza si può derivare però in altri modi, ad esempio tenendo conto degli effetti gravitazionali che ha sulle componenti visibili dell'universo.

Materia oscura nelle galassie

La più grande prova sperimentale dell'esistenza della materia oscura è quella che si è avuta in seguito agli studi sulle velocità delle stelle e del gas all'interno delle galassie a spirale: la curva di rotazione. Infatti per le stelle e il gas più esterno venne misurata una velocità molto maggiore di quella che ci si aspettava secondo le leggi di Keplero e Newton, secondo le quali l'accelerazione centripeta gravitazionale è data da:

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{GM(R)}{R^2}, \quad (1.42)$$

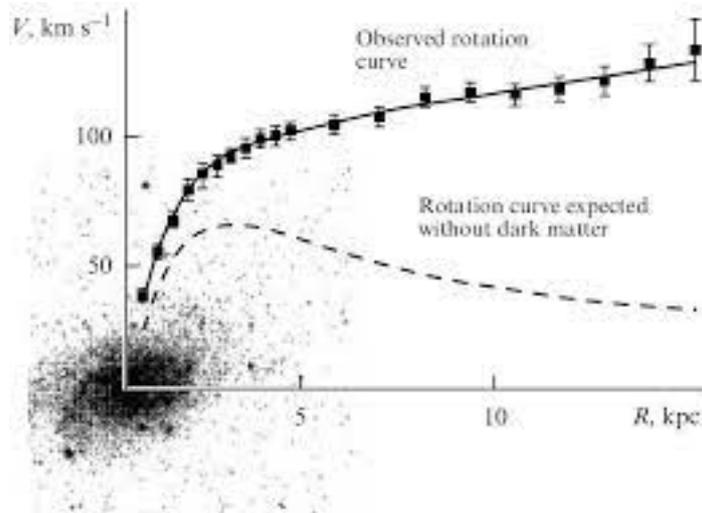


Figura 1.6: Velocità di stelle e gas in funzione della distanza dal bulge nella galassia a spirale M33 (Galassia del Triangolo). La linea continua rappresenta il fit relativo alle osservazioni (quadrantini neri con barre di errore), mentre la linea tratteggiata mostra la caduta kepleriana predetta senza considerare la presenza della materia oscura

dove $M(R)$ è la massa contenuta all'interno del disco di raggio R . Dalla (1.42) si ricava facilmente

$$v = \left(\frac{GM(R)}{R} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (1.43)$$

Per valori grandi di R , ossia molto lontani dal *bulge* della galassia (la regione centrale con più alta densità), $M(R)$ può essere considerato costante. Ci si aspetta quindi ad un certo punto una caduta kepleriana delle velocità del tipo $v \propto R^{-\frac{1}{2}}$, mentre i dati sperimentali evidenziano tutt'altro andamento: da un certo valore di R in avanti la velocità di stelle e gas è più o meno costante [5]. Questa discrepanza ha portato a pensare che ci fosse una grande quantità di materia non visibile che andasse a formare un *alone* attorno alle galassie (la *dark matter* appunto) e quindi a velocizzare il moto delle stelle circostanti (figura 1.6). Se ciò non fosse vero le leggi della gravitazione sarebbero da riformulare su scale galattiche.

Materia oscura negli ammassi di galassie

Gli studi sulla massa degli ammassi di galassie, le strutture virializzate più grandi dell'universo, forniscono un'altra prova dell'esistenza della materia oscura. Gli ammassi infatti sono composti da due componenti *visibili*: le stelle, raggruppate nelle relative galassie, e una grande quantità di gas ad una temperatura molto elevata (emette radiazione soprattutto in banda X), dovuta all'enorme potenziale gravitazionale dell'ammasso. Tuttavia del gas così energetico dovrebbe essere in grado di uscire dalla buca di potenziale dell'ammasso se si considera solamente la massa della materia osservabile: a tenere legata la struttura quindi deve essere una grande quantità di massa non visibile (quindi non barionica), che viene appunto classificata come materia oscura.

Cos'è la materia oscura

La natura di questa materia è ancora sconosciuta, tuttavia sono state fatte molte ipotesi a riguardo. Come prima cosa, si esclude una natura barionica in quanto, come già detto, la materia oscura non assorbe né emette luce, a differenza dei barioni. Tra la materia non barionica conosciuta, le particelle che non interagiscono elettromagneticamente, e quindi possono candidarsi al ruolo di materia oscura, sono i *neutrini*. Sarebbero proprio questi ultimi a comporla secondo il modello della *hot dark matter* (HDM), chiamata così per via del fatto che si muoverebbe a velocità relativistiche al disaccoppiamento della struttura. Questo tipo di materia, tuttavia, non avrebbe potuto portare alla formazione dell'universo come lo vediamo oggi; a causa delle elevate velocità infatti la massa necessaria per la formazione delle strutture cosmiche, in primis le galassie, sarebbe stata molto maggiore e ciò avrebbe portato ad una evoluzione cosmologica diversa da quella che osserviamo [6]. Inoltre, essendo la massa del neutrino estremamente piccola (e tuttora non misurata con precisione), essi non possono costituire il 20% del nostro universo. Per questi motivi, si pensa che la maggior parte di questa percentuale sia composto dalla *cold dark matter* (CDM), che rappresenta ciò a cui ci si riferisce quando attualmente si parla di materia oscura. Il modello CDM prevede però l'esistenza di particelle non barioniche ancora sconosciute, dalla massa molto maggiore di quella del neutrino, le quali non si muoverebbero a velocità relativistiche al disaccoppiamento. Sono state proposte delle ipotesi

su possibili particelle candidate a comporre la CDM: si tratta delle *weakly interactive massive particles* (WIMPs), ossia particelle massive interagenti debolmente, la cui natura però è ancora un mistero.

1.4.2 Energia oscura

La componente oscura più enigmatica del nostro universo è senza dubbio la *dark energy*. Il motivo della sua introduzione nei nostri modelli è l'attuale espansione accelerata dell'universo; essa infatti, può essere spiegata in più modi: da una forma di energia sconosciuta, dalla costante cosmologica Λ di cui si è parlato in precedenza, oppure dal fatto che la *relatività generale* stessa va rivista su scale universali. Ovviamente l'opzione meno rivoluzionaria sarebbe la seconda delle tre.

La *costante cosmologica* Λ introdotta già da Einstein dopo la formulazione della *relatività generale* nel tentativo di sviluppare un modello statico per l'universo. In quegli anni, infatti, si pensava che il cosmo fosse composto unicamente dalla nostra galassia e, non notando un avvicinamento o allontanamento medio dalla Terra per quanto riguarda le stelle della Via Lattea, Einstein pensò che l'universo non si stesse contraendo né espandendo. Per descriverlo quindi modificò le equazioni di campo (1.1) in questo modo:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}, \quad (1.44)$$

dove Λ è appunto la *costante cosmologica* avente le dimensioni di $[L]^{-2}$. Essa deve tuttavia essere estremamente piccola, in modo da poter essere trascurata nel limite newtoniano. A questo punto l'equazione di Friedmann (1.8) diventa:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{k}{a^2} + \frac{\Lambda}{3}. \quad (1.45)$$

Nel 1929 però fu dimostrato da Hubble che il nostro universo non è statico, ma in espansione. In seguito a ciò, Einstein abbandonò la *costante cosmologica* e il suo modello di universo statico. Tuttavia, la costante fu ripresa in seguito dalla comunità scientifica ed è tuttora adottata per spiegare l'espansione dell'universo. Se si osserva infatti l'equazione di Friedmann (1.45), ci si accorge che il contributo $+\frac{\Lambda}{3}$ offerto dalla costante si otterrebbe allo stesso modo ammettendo l'esistenza di un *fluido cosmico* con una densità di energia ρ_Λ e un parametro di densità Ω_Λ di questo tipo:

$$\rho_\Lambda = \frac{\Lambda}{8\pi G}, \quad (1.46)$$

$$\Omega_\Lambda = -\frac{\Lambda}{3H^2}. \quad (1.47)$$

Questo fluido è essenzialmente identico a quello già descritto nel paragrafo 1.1, con $w = -1$, e funziona perfettamente per spiegare l'espansione accelerata dell'universo, come spiegato nel paragrafo 1.2.1 quando si è parlato dell'universo di *de Sitter*.

Rimane ancora tuttavia senza risposta la seguente domanda: qual è la causa fisica della *costante cosmologica*? In poche parole, che cos'è l'*energia oscura*? Uno dei principali candidati a ricoprire questo ruolo è la cosiddetta *energia di vuoto*, una forma di energia che riempie omogeneamente tutto lo spazio legata alle fluttuazioni quantistiche, che causano continue creazioni ed annichilazioni di coppie particella-antiparticella. Tuttavia, cercando di spiegarla in questo modo mediante la fisica delle particelle, si predice che il valore della costante cosmologica sia almeno 10^{60} volte maggiore di quello osservato [7]: si tratta della maggior discrepanza tra dati sperimentali e previsioni teoriche mai incontrata nella storia della fisica moderna. Ciò porterebbe a due cose: la *costante cosmologica* non è la corretta descrizione dell'*energia oscura*, oppure qualcosa va rivisto nelle teorie fondamentali della fisica (*meccanica quantistica e relatività generale*). Tuttavia, si può più semplicemente risolvere questo problema decretando che questa predizione non è ragionevole, in quanto è stata compiuta basandosi su delle assunzioni che mettono insieme quantistica e relatività generale, quando ancora non esiste una teoria quantistica della gravità comprovata.

Un'altra ipotesi su questa misteriosa energia è quella che la vedrebbe non come una costante ma come un campo dinamico, quindi non costante con il fattore di scala. In questo caso è utile la seguente parametrizzazione [8]:

$$w(a) = w_0 + w_a(1 - a), \quad (1.48)$$

che può essere scritta anche così:

$$w(a) = w_0 + \frac{w_a z}{1 + z}, \quad (1.49)$$

dove w_0 è il valore di w al tempo presente, w_a è il parametro dell'evoluzione di w in funzione di a e z è il redshift. I vantaggi di questa parametrizzazione sono molteplici, infatti essa descrive (in prima approssimazione) il valore di w come costante per piccoli redshift e sembra comportarsi nel modo accurato anche per z grandi, in accordo quindi con i dati osservativi. La (1.48) permette inoltre di introdurre la FoM (*Figure of Merit*, figura di merito), definita come il reciproco del prodotto degli errori sui parametri w_0 e w_a [7]:

$$FoM = \frac{1}{\Delta w_0 \Delta w_a} \quad (1.50)$$

Ovviamente una maggiore FoM indica una più precisa misurazione delle proprietà dell'energia oscura.

Capitolo 2

Strumenti per la ricerca cosmologica

Dopo aver introdotto il contesto generale in cui si è operato per questo elaborato, è necessario focalizzarsi sugli strumenti che si utilizzano nell'ambito della ricerca cosmologica. Questo è ciò che si intende compiere in questo secondo capitolo: a cominciare dalla descrizione dei fenomeni sfruttati per la ricerca in questo campo scientifico e continuando con la definizione di una grandezza fondamentale per gli studi cosmologici quale la funzione di correlazione a due punti e l'errore ad essa associato. Quest'ultimo in particolare sarà oggetto del lavoro originale che verrà descritto nel capitolo 4. Le sonde osservative che si utilizzano maggiormente per mappare la distribuzione di materia dell'universo sono due. La prima è quella delle *lenti gravitazionali deboli*: sfruttando questo fenomeno si possono avere molte informazioni sulla storia dell'espansione dell'universo. Ciò è possibile perché è il potenziale gravitazionale a deviare le traiettorie dei fotoni emessi dalle galassie più distanti, quindi misurando la distorsione delle immagini è possibile avere informazioni proprio sul campo gravitazionale e la distribuzione di massa. In questo modo si può mappare la distribuzione della materia (visibile ed oscura). Inoltre, se sono disponibili informazioni anche sul redshift delle sorgenti osservate, si riesce ad effettuare uno studio *tridimensionale* della distribuzione di massa, chiamato tomografia. Questo fenomeno non sarà oggetto del lavoro personale svolto per questa tesi, tuttavia verrà descritto in quanto fondamentale per la missione spaziale Euclid. La seconda è lo studio del *clustering*: misurando il redshift di sorgenti astronomiche (come le galassie) si può mappare con precisione la distribuzione tridimensionale delle galassie nell'universo. Quest'ultima viene poi quantificata in termini della *funzione di correlazione* e può essere studiata approfonditamente in vari bin di redshift.

Le ragioni per cui si sono scelti questi fenomeni per mappare la distribu-

zione di materia sono:

- Sono i metodi di indagine più sensibili all'energia oscura e alla teoria della gravità su scale cosmologiche.
- Possono essere utilizzati simultaneamente: ciò permette di effettuare un efficiente *cross-check* che aiuta a minimizzare possibili errori sistematici dei diversi metodi.
- Sono astrofisicamente semplici da interpretare.

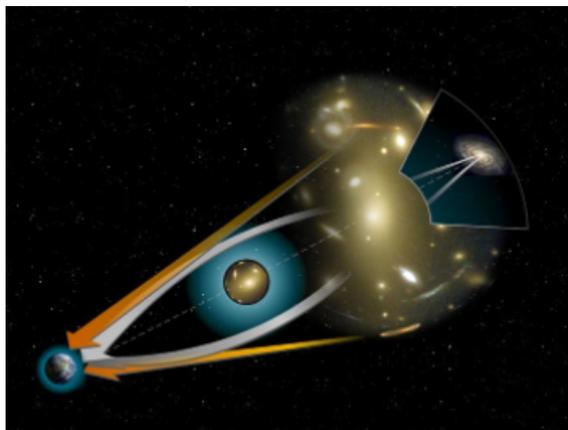


Figura 2.1: *Lente gravitazionale. L'oggetto interposto tra l'osservatore (a sinistra) e le galassie osservate (a destra) funziona proprio come una lente: i fotoni vengono deviati a causa della deformazione dello spazio-tempo dovuta alla massa interposta e l'immagine osservata viene distorta.*

2.1 Lenti gravitazionali

Il fenomeno delle lenti gravitazionali è la deflessione dei fotoni provenienti da una sorgente lontana dovuta alla presenza di una massa posizionata tra sorgente e osservatore. Esso è una diretta conseguenza della relatività generale in quanto lo spazio-tempo viene deformato dalla presenza della massa interposta, così come vengono deformate le geodesiche di tipo luce passanti in quella regione (ovvero le traiettorie che seguono i fotoni). Il nome di *lente gravitazionale* deriva dal fatto che, analogamente a quanto avviene in ottica, la radiazione viene deflessa e converge verso il fuoco di quella che è una vera e propria lente (figura 2.1). Le previsioni di Einstein furono poi verificate nel 1919 dall'astronomo britannico Sir Arthur Eddington, il quale fotografando le stelle vicino al Sole durante un'eclissi totale visibile dall'isola africana di Principe, provò che esse si trovavano in posizioni diverse (predette dalla GR) da quelle che avevano nel cielo notturno, poichè i fotoni da esse provenienti venivano deviati dalla presenza della massa solare (figura 2.2).

In particolare, quando un fotone passa ad una distanza b da una sorgente di massa M , la sua traiettoria viene deviata di un angolo α dato da [3]:

$$\alpha = \frac{4GM}{c^2 b}. \quad (2.1)$$

Riprendendo il caso di Eddington, un fotone che passa vicino alla superficie



Figura 2.2: Ricostruzione dell'eclissi solare del 1919 ottenuta con Stellarium (un planetario virtuale open source). La coppia di stelle che si nota vicino al Sole è formata da K1 e K2 Tauri dell'ammasso della Iadi, nella costellazione del Toro

solare ed arriva fino a noi verrebbe deflesso di un angolo [3]

$$\alpha = \frac{4GM_{\odot}}{c^2 R_{\odot}} = 1.7 \text{ arcsec}, \quad (2.2)$$

dove M_{\odot} e R_{\odot} sono rispettivamente la massa solare e il raggio solare.

Il fenomeno della lente gravitazionale può essere di due tipi: forte o debole. Nel primo caso l'immagine della sorgente appare fortemente distorta (solitamente a causa dell'interposizione di un ammasso di galassie), tanto da poter a volte apprezzare addirittura immagini multiple del medesimo oggetto. Nel secondo caso invece la distorsione dell'immagine della sorgente è appunto *debole*, ovvero circa dell'ordine dell'1% (figura 2.3).

Il fenomeno della lente gravitazionale debole (*Weak Lensing*, WL) è il più utilizzato tra i due tipi di lente in cosmologia. Esso si sfrutta per studiare la distribuzione della materia oscura negli ammassi di galassie e l'evoluzione delle strutture cosmiche per effetto dell'energia oscura osservando la distorsione debole di galassie lontane. Il segnale statistico dovuto al lensing di grandi strutture cosmiche è detto *cosmic shear*, e il suo campo in un punto del cielo è determinato dalla media fatta sulle forme di un gran numero di galassie distanti. La grandezza che si utilizza maggiormente per caratterizzare il cosmic shear è il suo spettro di potenza angolare P_l^γ in funzione del

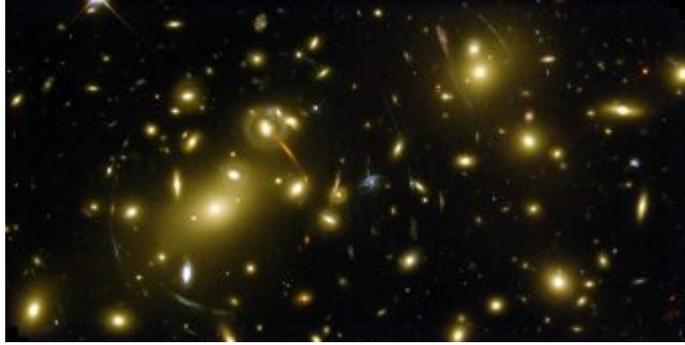


Figura 2.3: Immagine dell'ammasso di galassie Abell 2218 ottenuto dall'Hubble Space Telescope della NASA. Attorno all'intero ammasso si possono notare gli effetti della lente gravitazionale forte, mentre sulle galassie di sfondo quelli della lente gravitazionale debole.

redshift della galassia-sorgente z_s , che è dato dalla formula [9]:

$$P_l^\gamma(z_s) = \int_0^{z_s} dz \frac{H(z)}{d_A^2(z)} |W(z, z_s)|^2 P_\rho \left(k = \frac{l}{d_A(z)}; z \right), \quad (2.3)$$

dove l è il multipolo angolare, $W(z, z_s)$ è la *weight function*, determinata dalla distribuzione delle distanze dalla sorgente delle galassie-lenti, e $P_\rho(k; z)$ è lo spettro di potenza delle perturbazioni di densità.

Per ottenere dei buoni risultati è necessario effettuare misurazioni su un grandissimo numero di galassie, così da minimizzare gli errori poissoniani e di cosmic variance.

2.2 Clustering di galassie

In precedenza, è stato affermato che il fenomeno del *clustering* di galassie è uno dei metodi di indagine fondamentali nella cosmologia odierna. In generale, il clustering (o analisi dei gruppi) è un insieme di tecniche di analisi dei dati volte alla selezione e al raggruppamento di elementi di un grande insieme di dati. In cosmologia, il clustering può riferirsi a diverse sorgenti astronomiche quali ad esempio galassie, AGN o ammassi di galassie. In questo lavoro di tesi ci si occuperà più nello specifico del clustering di galassie.

Lo studio del *clustering* avviene tramite strumenti statistici quali la funzione di correlazione a due punti $\xi(r)$ e lo spettro di potenza $P(k)$, dei quali si parlerà più approfonditamente in seguito. Questi ultimi sono mezzi statistici per studiare l'evoluzione dinamica delle galassie attraverso il confronto dei dati osservativi con i risultati di simulazioni a N corpi, i quali forniscono informazioni sulla storia dell'espansione dell'Universo e la formazione e crescita delle strutture cosmologiche.

2.3 Funzione di correlazione

Nel precedente paragrafo si è menzionata la *funzione di correlazione a due punti*, indicata con $\xi(r)$. Definendo il contrasto di densità rispetto alla densità media:

$$\delta(x) = \frac{\rho(x) - \bar{\rho}}{\bar{\rho}}, \quad (2.4)$$

si può definire la funzione di correlazione come l'eccesso o il difetto della probabilità di trovare due perturbazioni di densità ad una certa distanza r rispetto a quella che si avrebbe per una distribuzione uniforme della materia:

$$\xi(r) = \langle \delta(x)\delta(x+r) \rangle, \quad (2.5)$$

dove le parentesi acute rappresentano la media spaziale su un determinato volume.

Inoltre, partendo dalla funzione di correlazione si può definire lo *spettro di potenza* $P(k)$ come la trasformata di Fourier della ξ . Esso descrive le perturbazioni di densità in funzione del numero d'onda k .

Per tradurre nel pratico ciò che è stato descritto si utilizzano dei traccianti della distribuzione di materia (sia barionica che oscura) come galassie, ammassi di galassie o nuclei galattici attivi. Studiandone la distribuzione infatti si possono avere informazioni sulla funzione di correlazione a due punti della

materia. Per una distribuzione discreta di sorgenti con una densità media $\bar{\rho}$, la ξ si può definire come segue [10]:

$$dP_{12} = \bar{\rho}^2 dV_1 dV_2 [1 + \xi(r)], \quad (2.6)$$

dove dP_{12} è la probabilità di avere un oggetto nel volume dV_1 ad una certa distanza r da un altro oggetto nel volume dV_2 . Nel caso di una distribuzione di materia omogenea si avrebbe:

$$dP_{12} = \bar{\rho}^2 dV_1 dV_2. \quad (2.7)$$

In generale, per una qualsiasi classe di traccianti si può esprimere il contrasto di densità in questo modo:

$$\delta_{obj} = f(\delta_m) \quad (2.8)$$

I parametri da cui dipende la funzione f tengono conto di tutte le interazioni alle quali gli oggetti osservati sono stati sottoposti durante il loro sviluppo, anche quelle non gravitazionali.

Se volessimo calcolare il numero di galassie mediamente contenute in una sfera di raggio R intorno ad un'altra galassia, si dovrebbe utilizzare la probabilità condizionata di avere due oggetti vicini come segue:

$$N(d < R) = \int_V dP_{12} dV = \int_V \bar{n}(1 + \xi(r)) dV = \frac{4\pi}{3} R^3 \bar{n} + \bar{n} \int_0^R \xi(r) r^2 dr, \quad (2.9)$$

dove si può notare che il primo termine è quello dovuto ad una distribuzione di materia uniforme, mentre il secondo è legato agli eccessi e/o difetti rispetto alla densità media dovuti al fenomeno del clustering.

2.3.1 Stimatori

Per misurare la funzione di correlazione si utilizzano gli *stimatori*. Abbiamo precedentemente definito la $\xi(r)$ come il difetto o l'eccesso della probabilità di trovare due traccianti ad una certa distanza r rispetto a quella che si avrebbe per una distribuzione uniforme. Partendo da ciò, utilizzando due cataloghi, uno dei traccianti (affetti da clustering) e uno random (omogeneo, quindi a clustering nullo), gli stimatori confrontano il numero delle coppie di oggetti ad una certa distanza di separazione r . Sono stati presentati diversi tipi di stimatore nel corso degli anni, di seguito si illustreranno quelli principali.

Stimatore di Davis-Peebles

Definendo il numero di coppie traccianti alla distanza r , $DD(r)$, e il numero di coppie alla distanza r composte da un oggetto del catalogo dei traccianti e un oggetto del catalogo random (*cross-coppie*) $DR(r)$:

$$DD = \sum_i \sum_j n_i n_j, \quad (2.10)$$

$$DR = \sum_i \sum_j n_i m_j, \quad (2.11)$$

dove n è il numero degli oggetti nel catalogo dei traccianti e m è il numero degli oggetti nel catalogo random, si può arrivare alla definizione dello stimatore di Davis-Peebles (1983) [11]:

$$\xi_{PH}(r) = \frac{n_R}{n} \frac{DD(r)}{DR(r)} - 1, \quad (2.12)$$

dove n_R/n è il rapporto tra la densità media nel catalogo random e quella nel set di dati reale (il catalogo dei traccianti).

Stimatore di Landy-Szalay

Utilizzando le grandezze definite in precedenza con l'aggiunta di $RR(r)$, ossia il numero di coppie ad una certa distanza r nel catalogo random:

$$RR = \sum_i \sum_j m_i m_j, \quad (2.13)$$

si può scrivere la definizione dello stimatore di Landy-Szalay [12]:

$$\xi_{LS}(r) = 1 + \frac{N_{RR} DD(r)}{N_{DD} RR(r)} - 2 \frac{N_{RR} DR(r)}{N_{DR} RR(r)}. \quad (2.14)$$

Con N_{RR} , N_{DD} e N_{DR} si indicano rispettivamente il numero di coppie nel catalogo random, di coppie nel catalogo dei traccianti e di cross-coppie. Questo stimatore fu introdotto nel 1993.

Stimatore di Peebles-Hauser

Questo stimatore utilizza solamente le coppie DD ed RR , ed è detto *stimatore naturale* per via della sua semplicità. Introdotto nel 1974, esso è definito come segue [13]:

$$\xi_{PH}(r) = \frac{N_{RR}}{N_{DD}} \frac{DD(r)}{RR(r)} - 1. \quad (2.15)$$

Stimatore di Hamilton

Infine si ha lo stimatore di Hamilton, il quale usa tutti e tre i tipi di coppie, ed è definito in questo modo [13]:

$$\xi_H(r) = \frac{N_{DR}^2}{N_{DD}N_{RR}} \frac{DD(r)RR(r)}{[DR(r)]^2} - 1. \quad (2.16)$$

Tra quelli presentati, sono più efficaci quelli che tengono conto non solo delle coppie DD ed RR ma anche delle *cross-coppie* DR , riuscendo a fornire una misura più accurata. Lo stimatore più utilizzato è quello LS (Landy-Szalay).

2.3.2 Multipoli

La funzione di correlazione può essere scritta anche in coordinate polari come segue [14]:

$$\xi(\mu, r) = \sum_l \xi_l(r) P_l(\mu). \quad (2.17)$$

La (2.23) è un'espansione in polinomi di Legendre $P_l(\mu)$, dove μ è il coseno dell'angolo tra la separazione comovente tra gli oggetti delle coppie e la linea di vista. Gli $\xi_l(r)$ sono detti *multipoli* della funzione di correlazione e sono definiti come segue [14]:

$$\xi_l(r) = \frac{2l+1}{2} \int_{-1}^{+1} \xi(\mu, r) P_l(\mu) d\mu. \quad (2.18)$$

Sostituendo la (2.20) nella (2.24), si ottiene l'espressione integrata dei multipoli della ξ calcolata con l'estimatore LS:

$$\xi_l^{int}(r) = \frac{2l+1}{2} \int_{-1}^{+1} \left(1 + \frac{N_{RR}DD(\mu, r)}{N_{DD}RR(\mu, r)} - 2 \frac{N_{RR}DR(\mu, r)}{N_{DR}RR(\mu, r)} \right) P_l(\mu) d\mu. \quad (2.19)$$

Questa formula può essere notevolmente semplificata se:

$$RR(\mu, r) \sim RR(r), \quad (2.20)$$

ossia qualora dipendenza di RR da μ risulti trascurabile; la (2.25) infatti, dopo aver raccolto un fattore $1/RR$ ed esprimendo con RR_l , DD_l e DR_l il numero di coppie pesate per $P_l(\mu)$, diventerebbe:

$$\xi_l^{dir}(r) = \frac{2l+1}{2RR(r)} \left[RR_l(r) + \frac{N_{RR}}{N_{DD}} DD_l(r) - 2 \frac{N_{RR}}{N_{DR}} DR_l(r) \right], \quad (2.21)$$

dove con N_R si indica il rapporto N_{RR}/N_{DD} . In genere, quando è valida l'approssimazione (2.26) si tende ad utilizzare l'espressione diretta per lo stimatore per il calcolo dei multipoli, in quanto quella integrata è più soggetta ad errori di binning: l'accuratezza dell'integrazione potrebbe essere deteriorata dalla eventuale scarsa densità dei cataloghi.

2.3.3 Distorsioni della funzione di correlazione

Se fino ad ora si è parlato della funzione di correlazione dipendente da r e da μ , è ora conveniente passare ad una forma bidimensionale dove la distanza è scomposta lungo due direzioni: parallela e perpendicolare alla linea di vista. Ciò risulta utile per trattare le distorsioni che diversi fenomeni possono provocare alla $\xi = \xi(r_\perp, r_\parallel)$. Per dei cataloghi random in cui la distribuzione è isotropa le curve di livello della funzione di correlazione bidimensionale che si ottiene è un cerchio centrato sull'origine (non vi nessuna differenza tra la direzione perpendicolare e quella parallela), mentre in generale per dei cataloghi reali si ottiene qualcosa di diverso a causa degli effetti di distorsione (figura 2.4).

Una delle principali cause di questi effetti è la stima inaccurata dei parametri cosmologici, essendo essi strettamente correlati alle variabili spaziali dalle quali dipende la funzione di correlazione. Infatti, gli osservabili misurati per la direzione perpendicolare alla linea di vista e per quella parallela sono rispettivamente la separazione angolare $\Delta\theta$ e la differenza di redshift Δz tra due oggetti. In particolare si ha:

$$r_\perp = (1+z)D_A(z)\Delta\theta, \quad (2.22)$$

$$r_\parallel = \frac{c}{H(z)}\Delta z, \quad (2.23)$$

dove $D_A(z)$ è la distanza di diametro angolare, definita in questo modo:

$$D_A(z) = \frac{1}{1+z} \int_0^z \frac{dz'}{H(z')}. \quad (2.24)$$

Si nota con grande chiarezza la dipendenza dai parametro cosmologico $H(z)$, e si può dire che in generale per due cosmologie diverse:

$$r_{\perp,1} = \frac{D_{A,2}(z)}{D_{A,1}(z)} r_{\perp,2}, \quad (2.25)$$

$$r_{\parallel,1} = \frac{H_2(z)}{H_1(z)} r_{\parallel,2}, \quad (2.26)$$

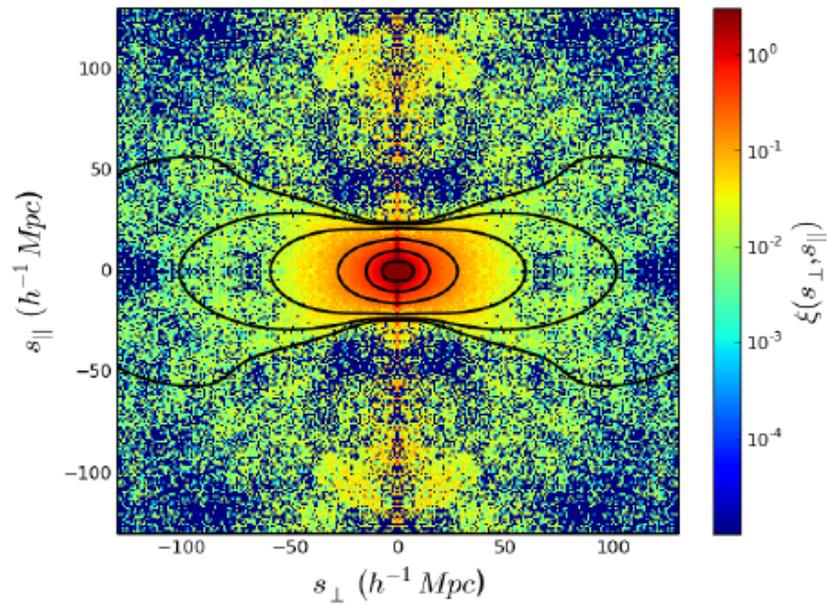


Figura 2.4: *Funzione di correlazione a due punti 2D. Sull'asse x e y rispettivamente la componente perpendicolare e quella parallela della distanza comovente, le curve in nero sono le curve di livello della funzione di correlazione. Si noti come, a causa degli effetti di distorsione, le curve di livello non siano circonferenze centrate nell'origine, ma la figura sia schiacciata lungo la direzione perpendicolare.*

dove il pedice $_1$ sta ad indicare le grandezze relative alla prima cosmologia e il pedice $_2$ quelle relative alla seconda.

Altre distorsioni, definite RSD (*redshift-space distortions*) si possono trovare nello spazio di redshift. Quest'ultimo è appunto uno spazio dove si trascura la componente parallela della velocità v_{\parallel} nel convertire z in r . Le distorsioni sono dovute al fatto che il redshift che misuriamo non è solo cosmologico. In generale infatti:

$$z_{oss} = z_c + \frac{v_{\parallel}}{c}(1 + z_c), \quad (2.27)$$

dove z_{oss} è il redshift osservato, v_{\parallel} è la componente parallela alla linea di vista della velocità dell'oggetto e z_c è il redshift cosmologico dato dall'espansione dell'Universo. Si nota che il primo termine è dovuto puramente al redshift cosmologico, mentre il secondo all'effetto doppler dato dalla velocità propria dell'oggetto che si sta osservando. Tuttavia la v_{\parallel} non è misurabile, quindi viene trascurata nel computo della funzione di correlazione: questo porta ad un inevitabile errore nel calcolo delle distanze. Questo fenomeno ha effetti diversi a seconda che si prendano in considerazione strutture a grande o a piccola scala.

Nel primo caso ci troviamo nel cosiddetto *regime lineare* [15], dove il moto dominante è quello coerente degli oggetti, ad esempio quello delle galassie verso gli ammassi: ciò implica una tendenza da parte degli oggetti a muoversi verso lo stesso punto ma in direzioni opposte. Questo effetto è detto *effetto Kaiser* e produce un appiattimento della funzione di correlazione bidimensionale lungo la linea di vista.

Nel secondo caso ci troviamo invece nel *regime non lineare*, dove il moto dominante è quello casuale degli oggetti dentro gli ammassi. Questa volta i moti degli oggetti non sono legati in alcun modo e le misure del redshift sono perturbate casualmente. Questo fenomeno è detto *fingers of god* e produce un allungamento lungo la linea di vista della funzione di correlazione a due punti bidimensionale.

2.4 Covarianza della funzione di correlazione

Nello studio del clustering è ovviamente indispensabile la determinazione degli errori associati alla funzione di correlazione a due punti. La stima della matrice di covarianza è infatti fondamentale per la validazione dei modelli e per determinare con sempre più precisione i vincoli sui parametri cosmologici. Esistono diversi metodi per calcolare questa matrice: i metodi jackknife e bootstrap, la covarianza da mock e il metodo analitico. In questo paragrafo

si descriveranno tutti e quattro, mentre per questo lavoro di tesi, descritto nel capitolo 4, si sono utilizzati soltanto gli ultimi due.

Jackknife e bootstrap sono strumenti statistici proposti ben prima di essere utilizzati in cosmologia. Sebbene infatti il loro utilizzo astronomico risalga a non prima degli anni '80 del Novecento, il primo fu elaborato negli anni '50 mentre il secondo negli anni '70 come evoluzione del jackknife, grazie alle nuove possibilità di compiere calcoli a grande velocità per mezzo dei computer. Questi metodi sono detti di stima *interna*, poichè richiedono di un solo catalogo per la determinazione, e funzionano con il metodo del sottocampionamento. In generale, la matrice di covarianza di N misure è data da:

$$C(x_i, x_j) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (x_i^k - \bar{x}_i)(x_j^k - \bar{x}_j), \quad (2.28)$$

dove \bar{x}_i sono i valori medi. Suddividendo ora il set di dati in N_{sub} sottocampioni *indipendenti* si può sfruttare la (2.31) con $N = N_{sub}$. Ciò porterebbe ad una matrice di covarianza valida per un sottocampione di volume $1/N_{sub}$ volte quello originale, quindi il set di partenza avrà una covarianza N_{sub} volte più piccola (dato che la varianza scala linearmente col volume considerato). Tuttavia, l'assunzione di base che i sottocampioni siano indipendenti non è mai veramente verificata per il clustering cosmologico.

Con il metodo jackknife (in particolare il metodo *delete one jackknife* [16], Shao 1986), si creano sottocampioni omettendo a turno uno dei sottovolumi del campione originale: ogni catalogo è uguale al catalogo originale meno un sottocatalogo (o meno un oggetto, nel caso del *delete one jackknife*). Si avranno un totale quindi di al massimo $N_{sub} = N$ copie del set di dati create in questa maniera, ognuna di volume $(N_{sub} - 1)/N_{sub}$ volte il volume originale. A questo punto, la matrice di covarianza si calcola in questo modo:

$$C_{jk}(x_i, x_j) = \frac{N - 1}{N} \sum_{k=1}^N (x_i^k - \bar{x}_i)(x_j^k - \bar{x}_j), \quad (2.29)$$

dove il fattore $N-1$ tiene conto qualitativamente del fatto che le N copie non sono indipendenti: tra una copia e l'altra infatti solo 2 sottovolumi sono differenti.

Il metodo bootstrap invece prevede la selezione randomica di N_r sottovolumi dal set originale, con reimmissione (ogni sottocampione può essere estratto più di una volta). Ciò elimina di fatto il limite massimo di cataloghi che si aveva con il jackknife, e in generale per un set di dati diviso in N_{sub} sottovolumi da cui se ne prendono randomicamente con reimmissione N_r , si hanno $(N_{sub} + N_r - 1)! / (N_{sub} - 1)! N_r!$ ricampionamenti possibili. La matrice

di covarianza per N ricampionamenti ottenuti col metodo bootstrap è data dalla (2.31) [16].

Il metodo senza dubbio più affidabile per il calcolo della matrice di covarianza è quello da mock [16]. Esso consiste nella creazione di N versioni del set di dati statisticamente indipendenti, che vengono analizzati separatamente. In questo caso, si ha l'indipendenza dei campioni e si può utilizzare la formule (2.31) per la matrice di covarianza. Ovviamente la stima degli errori con questo metodo richiede che i cataloghi mock siano una fedele riproduzione delle osservazioni. Inoltre, il numero di simulazioni deve essere molto alto: si tratta di decine per avere stime ragionevoli della varianza e di centinaia o addirittura migliaia per averle della covarianza. Ciò implica la necessità di un gran quantità di risorse e tempo per la creazione dei mock e per l'analisi degli stessi.

Infine, esistono un metodi analitici per il calcolo della matrice di covarianza, di cui si presenterà uno nello specifico [17] per il calcolo della covarianza dei multipoli della funzione di correlazione a due punti, partendo da un set di dati per il quale si sono misurati spettro di potenza e funzione di correlazione. Gli elementi della matrice $C_{l_1 l_2}^\xi(s_i, s_j) = Cov[\xi_{l_1}^i, \xi_{l_2}^j]$ si possono scrivere così:

$$C_{l_1 l_2}^\xi(r_i, r_j) = \frac{i^{l_1+l_2}}{2\pi^2} \int_0^\infty k^2 \sigma_{l_1 l_2}^2(k) \bar{j}_{l_1}(kr_i) \bar{j}_{l_2}(kr_j) dk, \quad (2.30)$$

dove le $\bar{j}_l(kr_i)$ sono le funzioni di Bessel sferiche di ordine l mediate sul bin, k è il numero d'onda dello spettro di potenza, e $\sigma_{l_1 l_2}^2(k)$ è la covarianza dei multipoli per modo, definita come segue:

$$\sigma_{l_1 l_2}^2(k) = \frac{(2l_1 + 1)(2l_2 + 1)}{V_s} \int_{-1}^1 \left[P(k, \mu) + \frac{1}{\bar{n}} \right]^2 L_{l_1}(\mu) L_{l_2}(\mu) d\mu, \quad (2.31)$$

dove V_s è il volume del campione di galassie, \bar{n} è la densità di galassie e gli L_l sono i polinomi di Legendre di ordine l . Per le dimostrazioni delle (2.33) e (2.34) si veda [17].

2.5 Oscillazioni Acustiche Barioniche

Le oscillazioni acustiche barioniche (BAO) sono un fenomeno che ha origine nel plasma fotone-barione primordiale, quando le perturbazioni cosmiche hanno dato origine in esso delle onde sonore. In seguito alla ricombinazione della materia (al redshift $z \approx 1000$) la velocità del suono subì una fortissima decrescita e le onde acustiche cessarono praticamente di propagarsi. Nel lasso di tempo che va dalla formazione delle perturbazioni alla ricombinazione della materia le onde sonore nel plasma si comportavano come delle

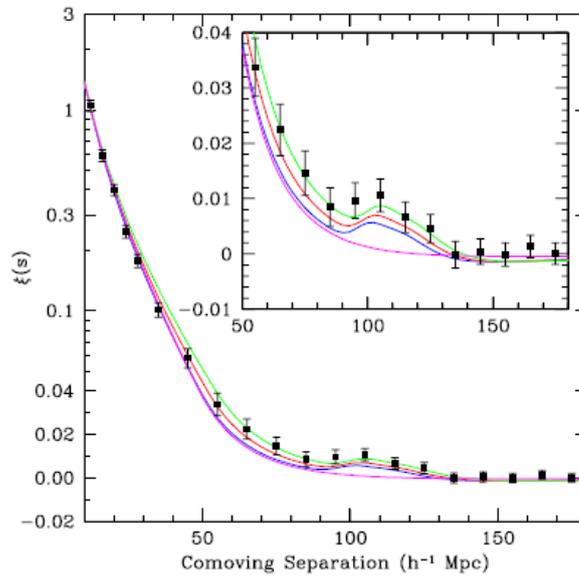


Figura 2.5: *Funzione di correlazione a due punti in funzione della distanza comovente. Si noti, più facilmente nel riquadro ingrandito in alto a destra, il picco dovuto alle BAO. In verde, rosso e blu rispettivamente la ξ di modelli con $\Omega_m h^2 = 0.12, 0.13$ e 0.14 , in magenta invece la funzione di correlazione di un modello di sola CDM, senza ovviamente il picco acustico.* [18]

onde stazionarie (diversi modi con diverse lunghezze d'onda) e ciò produsse una serie armonica di massimi e minimi nello spettro di potenza. Questo effetto riguarda solo la parte barionica della materia, che quindi si distribuisce prevalentemente nei massimi dell'onda stazionaria che corrispondono a delle superfici sferiche, mentre le perturbazioni della densità della materia oscura (che interagisce solo gravitazionalmente) rimangono ferme. All'epoca della ricombinazione la distanza caratteristica dei gusci è di circa 150 Mpc ($r_{BAO} = 144.75 \pm 0.66$ Mpc [19]), questo raggio è chiamato *orizzonte sonoro*.

Studiando la distribuzione delle galassie nell'universo ci si aspetta quindi di ritrovare questo raggio come una distanza tipica alla quale è più probabile trovare le galassie. Infatti subito dopo la ricombinazione i picchi di densità della materia barionica separati da circa 150 Mpc avrebbero dovuto favorire la formazione di strutture cosmiche in corrispondenza dei massimi dello spettro di potenza. Questo effetto dovrebbe essere attenuato dalla materia oscura, che invece dovrebbe essere distribuita più uniformemente, ed essendo molto maggiore alla materia barionica gli effetti delle BAO dovrebbero essere più che altro una perturbazione. Ciò è confermato dal fatto che il fenomeno si manifesti come un lieve picco nella funzione di correlazione a due punti in corrispondenza proprio dei 150 Mpc, che evidenzia un aumento delle galassie separate da r_{BAO} (figura 2.5). Il fenomeno delle BAO è molto utilizzato in cosmologia per studiare l'evoluzione dell'universo, in quanto fornisce un *righello standard* con cui misurare l'universo su scale cosmologiche e indagare la storia dell'espansione dell'universo, il che lo rende un metodo chiave per misurare $w(z)$. Partendo dal righello standard di dimensione x e di apertura angolare θ , si può definire l'apertura di diametro angolare D_a :

$$D_a = \frac{x}{\theta}, \quad (2.32)$$

che porta ad una distanza comovente [20]:

$$D_l = c \int_0^z \frac{dz'}{H(z')} = D_a(1+z)^2. \quad (2.33)$$

Capitolo 3

La missione spaziale Euclid

Euclid [7] è una missione spaziale di classe media del programma ESA Cosmic Vision 2015-2025, il cui scopo principale è quello di capire la natura fisica delle componenti oscure dell'universo: *materia oscura* ed *energia oscura*. Si tratta di un telescopio (figura 3.1) che verrà lanciato nel 2023 su un razzo Soyuz ST-2.1B, la cui destinazione è il punto di Lagrange L2 del sistema Terra-Sole. Esso lavorerà nelle bande ottiche e dell'infrarosso e per 6 anni scansionerà il cielo ed acquisirà dati che potranno aiutarci a dare risposta alle più grandi domande della cosmologia odierna.

3.1 Obiettivi della missione

L'obiettivo principale della missione è quello di investigare le seguenti questioni sul nostro universo:

1. Energia Oscura Dinamica

L'energia oscura è una costante cosmologica oppure un campo dinamico che evolve in funzione del redshift?

Come visto nel paragrafo 1.4.2, si sa ancora molto poco sull'energia oscura: si pensa che sia descrivibile con la costante cosmologica Λ , ma la questione rimane ancora aperta. Con Euclid si cercherà di investigare questo problema misurando il parametro w dell'energia oscura in funzione del redshift. Ricordando infatti quanto detto nel paragrafo 1.1, per la costante cosmologica vale $w(a) = -1$, che inserito nella (1.5) dà luogo all'equazione di stato per la costante cosmologica:

$$p = -\rho. \tag{3.1}$$

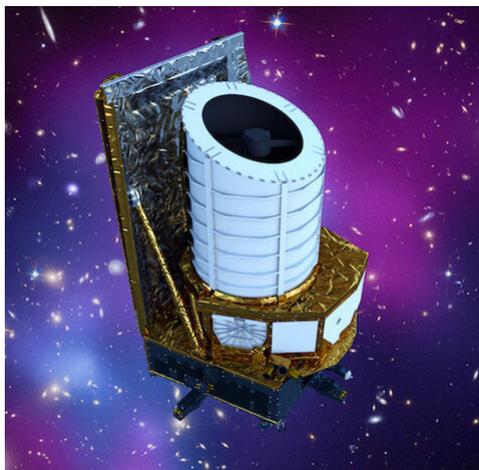


Figura 3.1: *Come apparirà il telescopio Euclid una volta ultimato e nello spazio.*

Ogni deviazione dal valore $w(a) = -1$ implicherebbe un'energia oscura *dinamica*, quindi il modello della costante cosmologica dovrebbe essere abbandonato. Sappiamo dal paragrafo 1.4.2 che la forma di una $w(a)$ dinamica può essere approssimata al primo ordine con la (1.48), e l'obiettivo di Euclid è quello di arrivare ad avere un errore sui parametri w_0 e w_a abbastanza basso (rispettivamente 0.02 e 0.1) da raggiungere una FoM (1.50) maggiore di 400: ciò permetterà di misurare le proprietà dell'energia oscura con una precisione mai vista prima. Un tale valore della FoM infatti permetterà di stabilire o che, per piccole variazioni dei due parametri (all'interno del molto ristretto range dell'incertezza), il modello della costante cosmologica è verificato essendo esso statisticamente il più probabile (con una probabilità maggiore di 100:1), oppure, per grandi variazioni, sarebbe favorito il modello più complesso a due parametri descritto dalla (1.48).

2. Gravità Modificata

L'attuale accelerazione dell'espansione dell'Universo è in accordo con la relatività generale di Einstein, oppure rappresenta il fatto che quest'ultima vada modificata a grandi scale o che le assunzioni cosmologiche di omogeneità e isotropia non siano valide?

Sebbene, come visto nel paragrafo 1.4.2, l'inserimento della costante cosmologica nelle equazioni di campo di Einstein descriva l'attuale accelerazione dell'espansione universale, un'altra possibilità da prendere in considerazione è quella che per spiegare questo fenomeno la relatività generale, così come la

nostra concezione della gravità, vadano riviste su scale cosmologiche. Euclid può aiutarci a portare luce sulla questione, ma in che modo?

Il tasso di crescita può essere espresso secondo questa semplice funzione parametrica [7]:

$$f(z) = \Omega_m(z)^\gamma, \quad (3.2)$$

dove Ω_m è il parametro di densità della materia, mentre γ è un parametro molto importante, poiché qualora il suo valore si discostasse da quello di $\gamma = 0.55$ (predetto dal modello Λ CDM) la teoria della relatività generale andrebbe riformulata a grandi scale. L'obiettivo della missione è quello di misurare γ con un'incertezza di 0.02, testando quindi la validità della teoria einsteiniana con grandissima precisione.

3. Materia Oscura

Cos'è la materia oscura? Qual è la massa del neutrino?

Come si è detto nel paragrafo 1.4.1, la materia oscura può essere di due tipi : *hot* o *cold*. La prima, rappresentata da particelle dotate di massa molto piccola che si muovono a velocità relativistiche, si pensa sia composta dai *neutrini*; tuttavia essi rappresentano solo una piccola percentuale della materia oscura totale, composta per la maggior parte dalla CDM. Euclid ha come obiettivo anche quello di misurare la massa m_ν delle tre specie di neutrino conosciute con una precisione di $\Delta m_\nu < 0.03eV$.

4. Condizioni Iniziali

Qual è lo spettro di potenza della densità di fluttuazioni primordiali? Esse sono descritte da una distribuzione di probabilità gaussiana?

La missione Euclid ci fornirà informazioni anche sulle prime fasi di vita dell'universo. Il satellite osserverà infatti derivati di fluttuazioni quantistiche che crebbero su scale cosmologiche grazie all'*inflazione*.

Nel periodo dell'inflazione l'universo si espanse infatti ad una grandissima velocità. L'introduzione nei modelli di questa fase nella vita dell'Universo può risolvere molti problemi (tra cui il famoso *problema dell'orizzonte*), tuttavia rimane sostanzialmente oscura la ragione fisica del suo inizio come quella della sua fine. Euclid, indagando lo spettro di potenza primordiale delle fluttuazioni di densità, potrebbe aiutarci a far luce sulla questione.

La missione dell'ESA ha infatti come obiettivo quello di determinare il parametro f_{NL} con elevata precisione. Questo parametro è utilizzato per quantificare la *non-gaussianità* della distribuzione di probabilità per le fluttuazioni di densità primordiali e la sua misura ci aiuterà a capire quali modelli

	Modified Gravity	Dark Matter	Initial Conditions	Dark Energy		
Parameter	γ	m_ν/eV	f_{NL}	w_p	w_a	FoM
Euclid Primary	0.010	0.027	5.5	0.015	0.150	430
Euclid All	0.009	0.020	2.0	0.013	0.048	1540
Euclid+Planck	0.007	0.019	2.0	0.007	0.035	4020
Current	0.200	0.580	100	0.100	1.500	~ 10
Improvement Factor	30	30	50	>10	>50	>300

Figura 3.2: Vincoli che imporrà Euclid ai parametri cosmologici, confrontati con quelli attuali. Nelle righe, dall'alto: i vincoli che verranno ottenuti da Euclid grazie alla combinazione delle lenti gravitazionali deboli e del clustering di galassie; i vincoli che verranno ottenuti da Euclid aggiungendo anche metodi di osservazione secondari; i vincoli che verranno ottenuti dalla combinazione di Euclid e dei dati del telescopio Planck dell'ESA; i vincoli attuali; il fattore di miglioramento di Euclid+Planck rispetto ai vincoli attuali. [7]

di inflazione potrebbero essere affidabili e quali scartare. Ad esempio, i modelli più semplici evidenziano piccole deviazioni dalla distribuzione gaussiana, mentre modelli più complessi predicono livelli di *non-gaussianità* più elevati.

In tabella 3.2 è riportato un riassunto di quanto detto fin'ora, in particolare vengono riportati i vincoli che la missione Euclid riuscirà ad imporre sui parametri cosmologici descritti in precedenza.

3.2 Metodi di indagine e raccolta dati

I metodi di indagine utilizzati da Euclid per determinare i valori dei parametri descritti sono principalmente due, e permettono di effettuare un *cross-check* per aumentare sensibilmente l'accuratezza delle misurazioni ed abbattere gli errori sistematici. Il primo metodo consiste nell'analisi delle *lenti gravitazionali deboli* (si valuteranno le forme di circa 1.5 miliardi di galassie) mentre il secondo consiste nell'analisi delle BAO. Si misurerà il redshift di circa 50 milioni di galassie (comprese circa nel range di redshift $0.7 < z < 2.1$), e ci si concentrerà maggiormente sui bin intorno al tempo cosmico al quale l'energia oscura ha preso il sopravvento nella dinamica dell'universo. Inoltre, la combinazione della misurazione delle distanze angolari e radiali risulta essere molto



Figura 3.3: *Gli strumenti VIS e NISP.*

efficace per determinare la curvatura dello spazio-tempo a diversi redshift. Essa sarà utilizzata da Euclid per testare la geometria spazio-temporale su scale cosmologiche.

Per le lenti deboli è necessario ottenere una elevata qualità nelle scale del sub-arcosecondo di grado per la misurazione ad alta precisione della forma delle galassie osservate e una fotometria tale da misurare nel range del visibile e dell'infrarosso le distanze fotometriche di galassie distorte a redshift $z > 2$. Per le BAO invece sarà necessario misurare con accuratezza il redshift di galassie con $z > 0.7$. Per entrambi i fenomeni quindi è richiesta una grande stabilità del sistema per minimizzare gli errori sistematici, come anche la capacità di osservare una grandissima parte del cielo extragalattico: ciò non è possibile per strumenti locati sulla superficie terrestre; per questo motivo, oltre al fatto che le rilevazioni in banda infrarossa non possono essere compiute da dentro l'atmosfera, la missione prevede il lancio nello spazio. Oltre a questi, Euclid utilizzerà anche dei fenomeni 'secondari' per avere informazioni più precise sull'espansione dell'universo e sulla distribuzione della materia oscura, come ad esempio lo studio di conteggi e clustering di ammassi di galassie e vuoti cosmici e delle supernovae di tipo Ia.

Il telescopio è un Korsch di 1.2 m, progettato appositamente per avere un campo di vista molto ampio. Gli strumenti ai quali la luce viene diretta sono due: il VIS (*visual instrument*) e il NISP (*near infrared instrument*) (figura 3.3). Al primo viene indirizzata la luce riflessa, mentre il secondo, che riceve la luce che passa attraverso un filtro diecrico, contiene uno spettrometro senza fessure e un fotometro a tre bande. I due strumenti, che

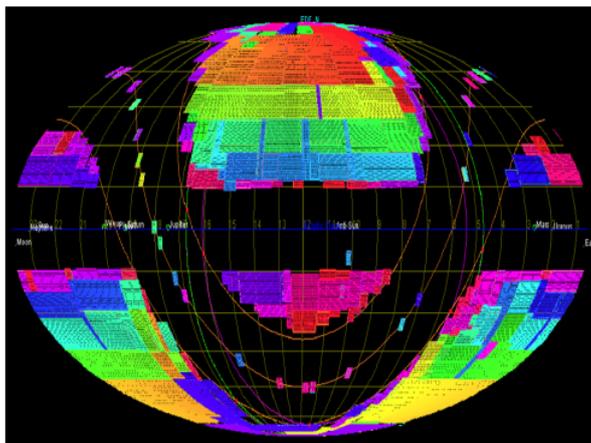


Figura 3.4: Immagine della porzione di cielo in coordinate ellittiche che verrà osservata da *Euclid* nei sei anni di attività. L'area è di 15000 deg^2 ed esclude la porzione di cielo dove è presente la via lattea.

lavorano in parallelo, coprono un campo di vista comune di circa 0.54 deg^2 . In totale si raccoglieranno dati per 15000 deg^2 di cielo extragalattico (figura 3.4), misurando la forma di circa 30 galassie per arcmin^2 e con una precisione nella misurazione del redshift di $\sigma_z/(1+z) < 0.05$ per le misure fotometriche. Per quanto riguarda le BAO, esse saranno determinate con misurazioni spettroscopiche con una precisione $\sigma_z/(1+z) < 0.001$ [7].

Il tempo stimato per portare a termine l'acquisizione dati è di circa 6 anni, ai quali deve essere aggiunto un tempo iniziale di calibrazione e verifica della performance compreso tra i 3 e i 6 mesi. Alla fine di queste operazioni preliminari, inizierà la vera e propria acquisizione con il metodo *step and stare*, ossia osservando una porzione di cielo per il tempo dovuto ad acquisire tutti i dati necessari per poi spostarsi ad un'altra regione adiacente. I dati scientificamente validati verranno rilasciati annualmente tramite lo *Euclid Legacy Archive* e sono suddivisi in tre livelli. I dati di primo livello sono banalmente i frame della telemetria decompressi, quelli di secondo livello sono dati calibrati dai quali è stata rimossa la firma strumentale e quelli di terzo livello sono le informazioni scientifiche estratte sotto forma di cataloghi e misure di clustering e lensing. Oltre a ciò, *Euclid* fornisce anche dati a rilascio veloce, il *Level Q*, che sono utilizzabili per molti studi diversi in cosmologia, ma non per quelli principali descritti in precedenza, per i quali sono necessari i cataloghi. Il primo rilascio è programmato 14 mesi dopo il lancio, il secondo 12 mesi dopo il primo, e così via con cadenza annuale. I dati che arriveranno sono di vitale importanza per la comunità scientifica, in quanto le misurazioni così profonde di *Euclid* rappresentano un unicum che

può essere sfruttato in vari campi dell'astrofisica.

Capitolo 4

Stima della matrice di covarianza

Se nei precedenti capitoli si è descritto il contesto nel quale si è lavorato per questo progetto di tesi, in quest'ultimo capitolo si intende presentare il lavoro originale che è stato fatto e i principali risultati ottenuti. Lo scopo di questo lavoro di ricerca consiste nella stima della matrice di covarianza dei primi tre multipoli pari della funzione di correlazione a due punti (monopolo, quadrupolo ed esadecapolo). Si è utilizzato il metodo da mock descritto in 2.4, che consiste nella misura dei multipoli stessi a partire da un set di cataloghi mock indipendenti che simulano le osservazioni di Eculid. La matrice di covarianza così ottenuta verrà confrontata con quella analitica (descritta in 2.4).

CosmoBolognaLib

I codici per il calcolo dei multipoli e della matrice di covarianza sono stati implementati utilizzando le CosmoBolognaLib (CBL) [21], un ampio insieme di librerie scritte nel linguaggio di programmazione C++ appositamente pensate per lo svolgimento di calcoli di natura cosmologica. Questo progetto è partito nel 2010 ideato dal professor Federico Marulli, ed è tutt'ora in evoluzione: le CBL vengono infatti costantemente aggiornate.

4.1 Calcolo dei multipoli e della matrice di covarianza

Per prima cosa, come già accennato, si sono calcolati i multipoli della funzione di correlazione a due punti con lo stimatore LS. Si è utilizzato un set di 425

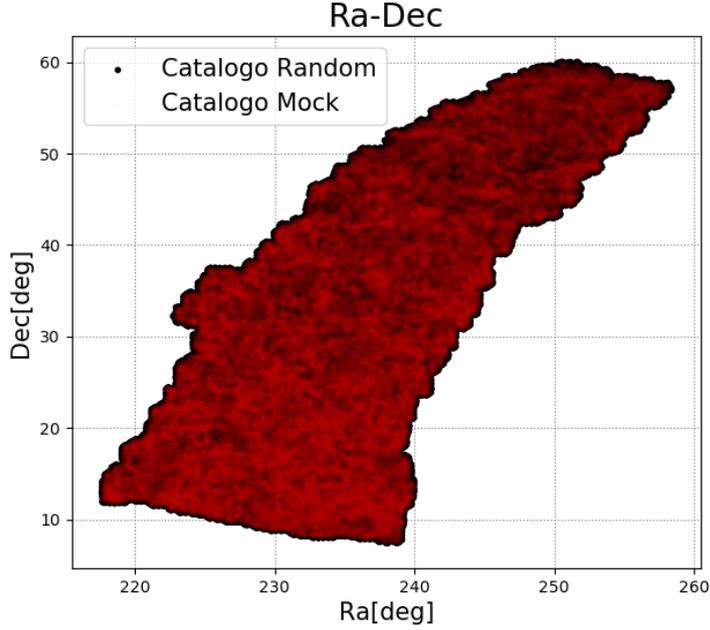


Figura 4.1: *Porzione di cielo presa in considerazione dal set di cataloghi mock analizzati in questo lavoro di tesi. In nero sullo sfondo gli oggetti del catalogo random, mentre in rosso (trasparente) in primo piano gli elementi di uno dei 425 cataloghi mock. Sull'asse delle ascisse si ha la coordinata angolare osservabile Ra, mentre sull'asse delle ordinate si ha la coordinata angolare osservabile Dec.*

mock indipendenti più un catalogo random, costruiti col codice *Pinocchio* [22] dal professor Pierluigi Monaco. Questi cataloghi simulano una porzione di cielo di 500 deg^2 (molto più piccola di quella che verrà osservata da Euclid nella durata degli anni di attività, che è di 15000 deg^2), nei seguenti intervalli di coordinate astronomiche di ascensione retta (Ra) e declinazione (Dec) (figura 4.1):

$$217.62 \text{ deg} < \text{Ra} < 258.34 \text{ deg}, \quad (4.1)$$

$$7.48 \text{ deg} < \text{Dec} < 60.06 \text{ deg}. \quad (4.2)$$

Per quanto riguarda il redshift invece, si ha:

$$0.84 < z < 1.86. \quad (4.3)$$

Il rapporto N_R del set è:

$$N_R = \frac{N_{random}}{N_{galassie}} \sim 50, \quad (4.4)$$

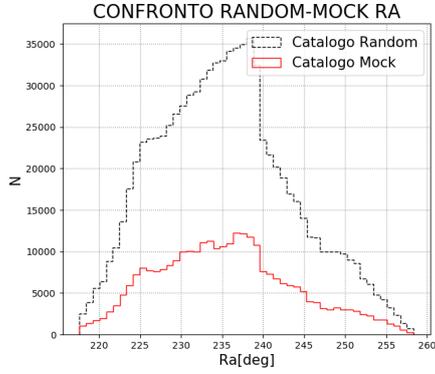
dove N_{random} ed $N_{galassie}$ sono rispettivamente il numero di oggetti nel catalogo random e nei mock.

Per ridurre il tempo di calcolo, che risultava estremamente lungo, si è effettuata una selezione sul redshift, limitandosi a $0.9 < z < 1.0$, e si è ridotta la densità del catalogo random tramite una selezione casuale, fino ad arrivare a $N_R \sim 3$. Per la missione Euclid l' N_R con cui verranno effettuate le misure è 50, tuttavia per gli scopi di questo lavoro di tesi anche il random sottocampionato risulta sufficiente. La figura (4.2) mostra la distribuzione delle coordinate dei mock, in particolare si confronta il numero di oggetti dei mock e del random in funzione delle tre coordinate osservabili (Ra, Dec, redshift) e delle tre coordinate comoventi (x, y, z). Si noti come il numero degli elementi nel catalogo random sia $N_R \sim 3$ volte il numero degli elementi nei cataloghi mock.

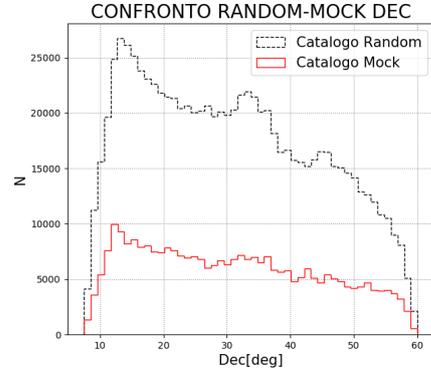
Nel conteggio delle coppie DD , RR e DR sono stati presi in considerazione oggetti con una distanza r compresa tra $r_{min} = 1 \text{ Mpc}/h$ e $r_{max} = 150 \text{ Mpc}/h$, divisa in 50 bin logaritmici. Nella figura 4.3 si possono osservare il numero di coppie per i 50 bin di r . Si noti che le RR scalano con r^2 , come ci si aspetta, e che essendo il random molto più grande dei cataloghi mock, le coppie RR sono le più numerose, seguite dalle DR , mentre le DD sono in numero molto inferiore.

Il calcolo è stato compiuto mediante un loop per conteggiare tutti e 425 i mock e i multipoli sono stati costruiti utilizzando lo stimatore LS. Per quest'ultimo si è utilizzato il metodo diretto (2.27). Il risultato finale è indipendente da questa scelta in quanto per questi r_{min} ed r_{max} le misure dei multipoli risultano consistenti se misurate con entrambi i metodi integrato e diretto. Si è scelto il metodo diretto in quanto il tempo di calcolo necessario per quest'ultimo era leggermente inferiore [23]. Si è inoltre calcolato l'errore poissoniano per ogni misura che verrà poi confrontato con la covarianza calcolata in seguito. Ci si aspetta che per piccole scale l'errore poissoniano sia simile alla radice degli elementi diagonali della matrice di covarianza, ma molto più piccolo per grandi valori di r .

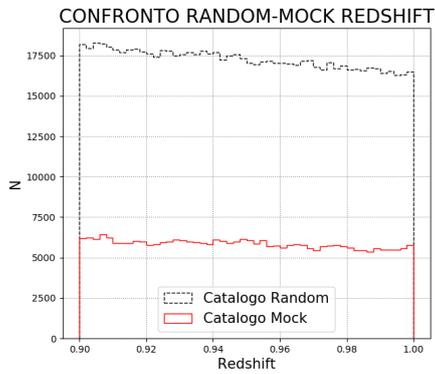
Successivamente, si è proceduto al calcolo della matrice di covarianza seguendo il metodo da mock e quello analitico descritti nel paragrafo 2.4. Per il metodo da mock si sono utilizzate le 425 misurazioni dei multipoli della funzione di correlazione. A tal fine è stato implementato un codice per il calcolo della covarianza. Per quanto riguarda invece il metodo analitico, si è utilizzato un codice che calcola dapprima i multipoli simulati della funzione



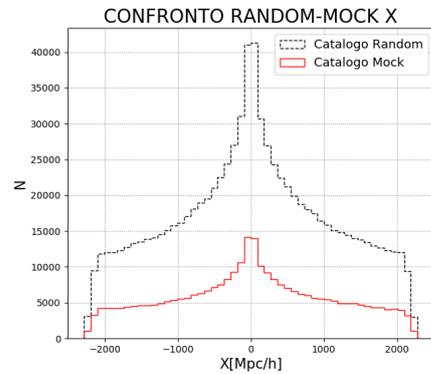
(a) Coordinata osservabile Ra



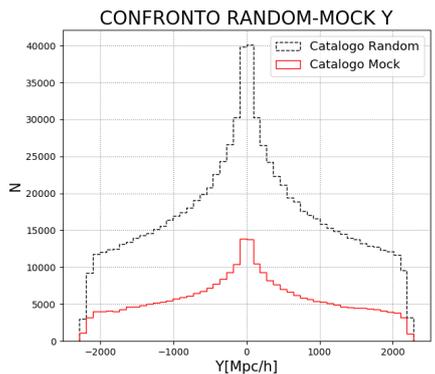
(b) Coordinata osservabile Dec



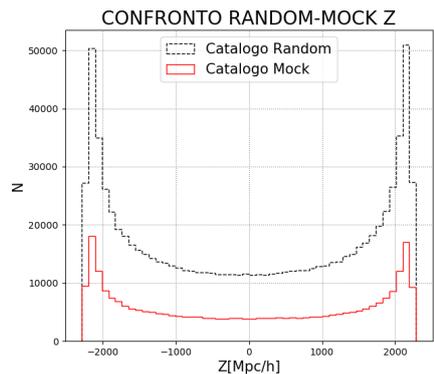
(c) Coordinata osservabile Redshift



(d) Coordinata comovente x



(e) Coordinata comovente y



(f) Coordinata comovente z

Figura 4.2: *Confronto del numero di oggetti tra cataloghi mock e catalogo random in funzione delle tre coordinate osservabili e delle tre coordinate comoventi.*

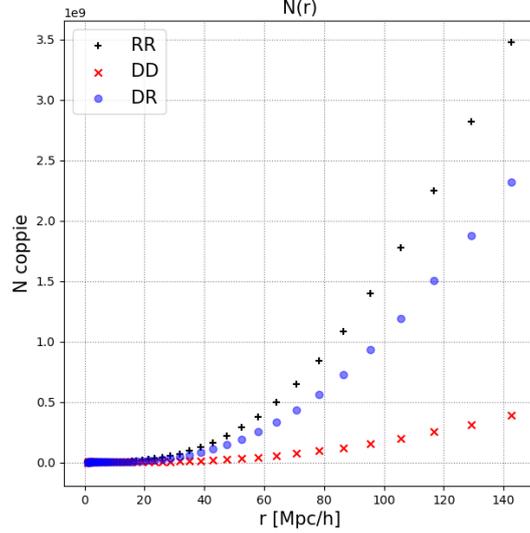


Figura 4.3: Numero di coppie RR (simboli + neri), DR (puntini blu) e DD (simboli x rossi) in funzione della distanza di separazione r

di correlazione a due punti, dati i parametri cosmologici, poi la covarianza secondo la formula (2.33). I parametri forniti al programma sono quelli cosmologici, il volume V del catalogo, la sua densità ρ e il bias, così definito:

$$b = \left(\frac{\xi_{monopolo}}{\xi_{DM}} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (4.5)$$

dove ξ_{DM} è il monopolo della funzione di correlazione della materia oscura, ottenuto grazie ad una specifica funzione delle CBL, e come $\xi_{monopolo}$ si è presa la media dei valori calcolati dai cataloghi mock. I valori dei parametri forniti al codice sono quelli dei cataloghi mock Pinocchio per quanto riguarda quelli cosmologici, mentre per gli altri abbiamo: $V = 0.154 \text{ (Gpc/h)}^3$, $\rho = 18.9 \text{ (h/Mpc)}^3 \times 10^{-4}$, $b = 1.4$.

4.2 Risultati

Come detto nel 4.1, prima di tutto si sono calcolati i multipoli pari della funzione di correlazione a due punti dei 425 cataloghi e si è stimata la matrice di covarianza con il metodo da mock. In figura 4.4 sono riportati i valori medi di monopolo, quadrupolo ed esadecapolo, dove le barre di errore mostrano la

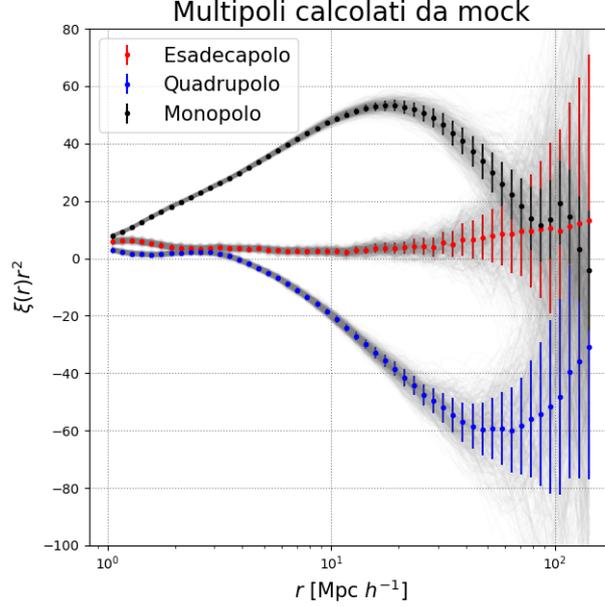


Figura 4.4: Valori medi del monopolo (in nero), quadrupolo (in blu) ed esadecapolo (in rosso), moltiplicati per r^2 , dei mock. Le barre di errore sono la radice della diagonale della matrice di covarianza. Sullo sfondo, in grigio, i valori dei tre multipoli per tutti i 425 mock.

radice quadrata della diagonale della matrice di covarianza. I valori rispecchiano i risultati attesi e, ponendo attenzione sulla parte destra del grafico, si può notare (soprattutto per il monopolo) il picco dovuto al fenomeno delle BAO (paragrafo 2.5).

In figura 4.5 è riportata la matrice di covarianza calcolata con il metodo da mock, mentre in figura 4.6 sono riportati i valori C_{ij} della matrice di correlazione, così definiti:

$$C_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{(\sigma_{ij}\sigma_{ji})^{\frac{1}{2}}}, \quad (4.6)$$

dove i σ_{ij} sono gli elementi della matrice di covarianza. I C_{ij} sono compresi tra 0 ed 1. Osservando la figura si può notare che, come ci si aspettava, i valori più significativi si hanno nei riquadri della covarianza delle misure dello stesso multipolo, ossia i tre riquadri che contengono la diagonale. Inoltre, è chiaro come la covarianza è più accentuata per il monopolo, leggermente meno per il quadrupolo e ancora meno per l'esadecapolo.

Successivamente si sono eseguiti i calcoli per la covarianza analitica. In figura 4.7 sono riportati i valori di monopolo, quadrupolo ed esadecapolo

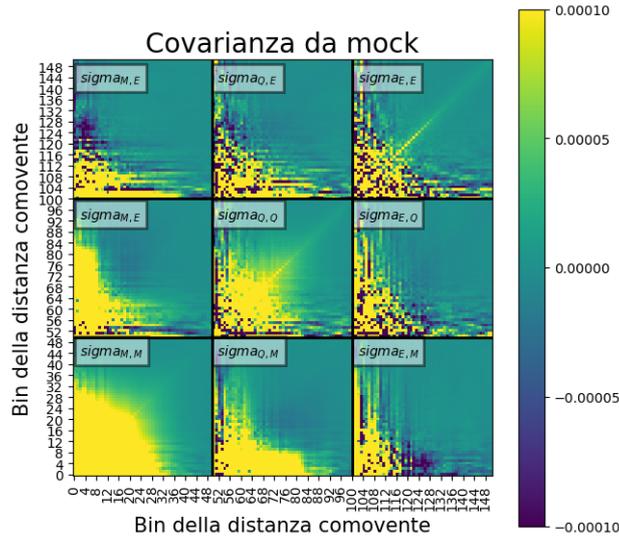


Figura 4.5: Grafico che mostra la matrice di covarianza calcolata con il metodo da mock. Nei bin da 1 a 50 sono contenuti i valori relativi al monopolo, nei bin da 51 a 100 quelli relativi al quadrupolo e nei bin da 101 a 150 quelli relativi all'esadecapolo. I bin sono logaritmici e coprono l'intervallo di $r = 1-150$ Mpc/h.

simulati dal codice negli stessi bin di distanza comovente utilizzati per il calcolo da mock. L'errore associato è la radice della diagonale della matrice di covarianza calcolata con il metodo analitico. I valori si discostano leggermente da quelli della figura 4.4 soprattutto per i primi bin di r . Tuttavia si ha un andamento generale confrontabile con i multipoli calcolati da mock. Anche in questo caso, si può notare (questa volta più chiaramente per tutti e tre i multipoli) il picco dovuto alle BAO. La figura 4.8 mostra la matrice di covarianza calcolata con il metodo analitico descritto nel paragrafo 2.4, mentre nella figura 4.9 si può osservare la matrice di correlazione. Confrontando quest'ultima con la figura 4.6, si può notare come in generale ci sia una correlazione molto più accentuata per i tre riquadri contenenti la diagonale (in particolar modo per il monopolo) soprattutto nei primi bin di r . Le correlazioni miste (gli altri sei riquadri) appaiono invece molto simili. Confrontando invece le figure 4.8 e 4.5, si può affermare che la covarianza è molto più accentuata con il metodo da mock per quadrupolo ed esadecapolo, oltre che per i termini misti. Ciò è vero a piccole scale di r (non lineari), mentre a scale maggiori c'è buon accordo tra i valori della covarianza calcolati con i due diversi metodi.

In figura 4.10 è riportato un confronto tra i valori medi dei multipoli cal-

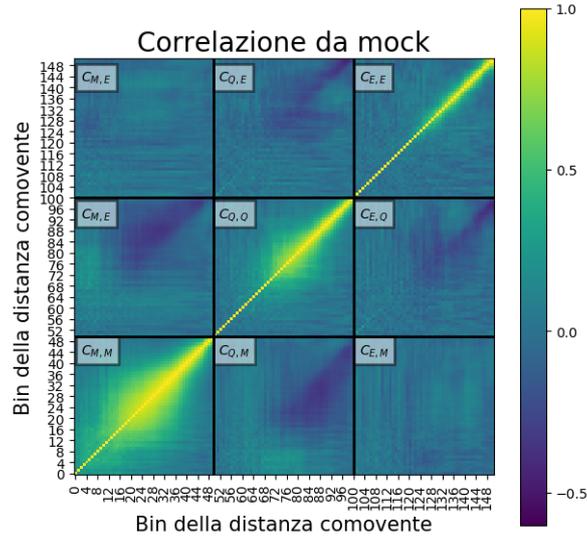


Figura 4.6: Grafico che mostra la matrice di correlazione calcolata con il metodo da mock. Nei bin da 1 a 50 sono contenuti i valori relativi al monopolo, nei bin da 51 a 100 quelli relativi al quadrupolo e nei bin da 101 a 150 quelli relativi all'esadecapolo. I bin sono logaritmici e coprono l'intervallo di $r = 1-150$ Mpc/h.

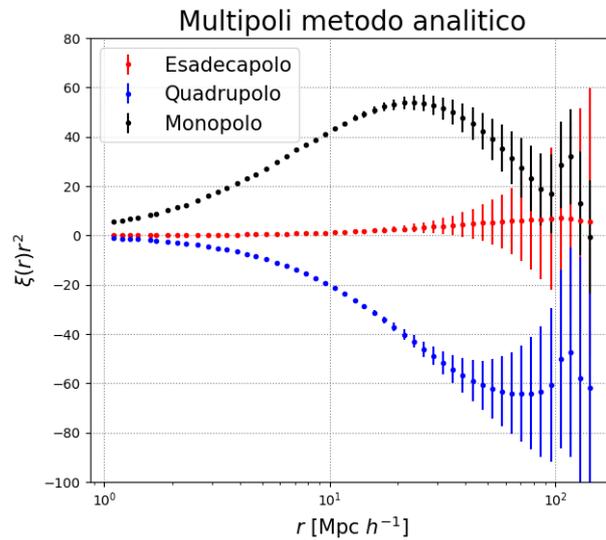


Figura 4.7: Valori del monopolo (in nero), quadrupolo (in blu) ed esadecapolo (in rosso), moltiplicati per r^2 , simulati dal programma per la covarianza analitica. Le barre di errore sono la radice della diagonale della matrice di covarianza.

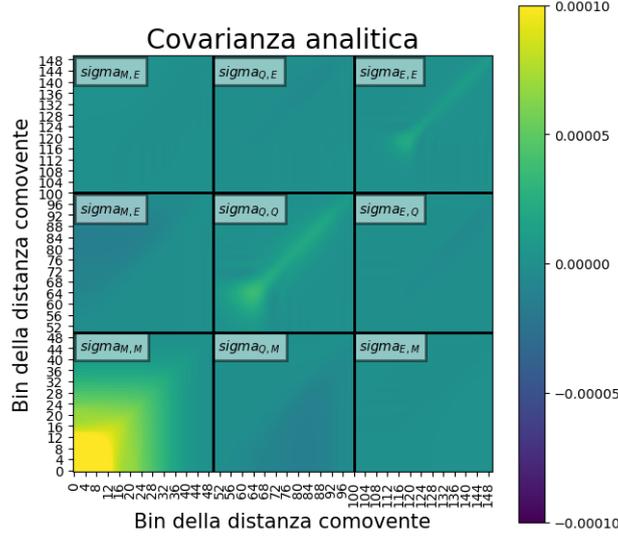


Figura 4.8: Grafico che mostra la matrice di covarianza calcolata con il metodo da mock. Nei bin da 1 a 50 sono contenuti i valori relativi al monopolo, nei bin da 51 a 100 quelli relativi al quadrupolo e nei bin da 101 a 150 quelli relativi all'esadecapolo. I bin sono logaritmici e coprono l'intervallo di $r = 1-150$ Mpc/h.

colati da mock e quelli simulati dal codice per la covarianza analitica. Si può osservare come siano statisticamente consistenti. Tuttavia in futuro si cercherà di migliorare la consistenza statistica utilizzando un modello analitico più accurato.

Un confronto diretto tra le covarianze si può osservare in figura 4.11, dove sono riportati i valori di M_{ij} così definiti:

$$M_{ij} = \frac{\sigma_{ij}^{mock} - \sigma_{ij}^{analitica}}{\sigma_{ij}^{mock}} \times 100. \quad (4.7)$$

Si può notare come per quanto riguarda i riquadri riguardanti la covarianza tra misure degli stessi multipoli, per valori bassi della distanza di separazione si hanno valori maggiori per la covarianza da mock, mentre per scale lineari le due covarianze sono confrontabili e si tende verso valori maggiori per la covarianza analitica. Le regioni dei termini misti invece, i valori della covarianza da mock sono quasi sempre maggiori.

Infine, si sono confrontati i diversi errori sulle misure dei tre multipoli, ossia: l'errore poissoniano associato alle singole misure da mock e la radice degli elementi delle diagonali delle matrici di covarianza ottenute con il metodo da mock e quello analitico. In figura 4.12 (a) è riportato il confronto degli

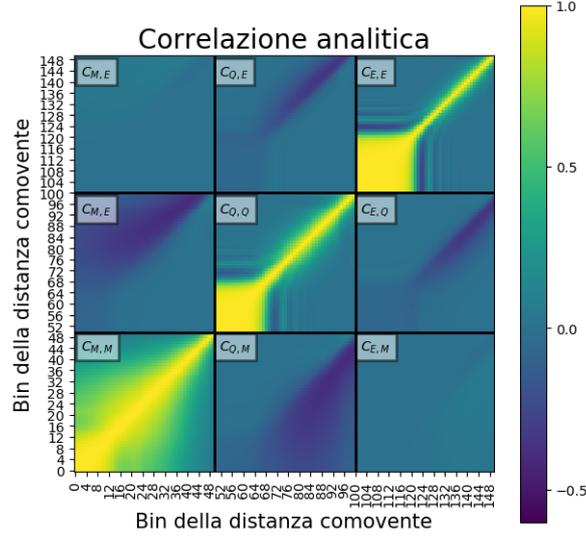


Figura 4.9: Grafico che mostra la matrice di correlazione calcolata con il metodo analitico. Nei bin da 1 a 50 sono contenuti i valori relativi al monopolo, nei bin da 51 a 100 quelli relativi al quadrupolo e nei bin da 101 a 150 quelli relativi all'esadecapolo. I bin sono logaritmici e coprono l'intervallo di $r = 1-150$ Mpc/h.

errori assoluti per il monopolo. In generale, come ci si aspettava, l'errore cala all'aumentare di r poichè, come visto nel paragrafo 4.1, il numero di coppie RR scala come r^2 . Inoltre, come previsto, l'errore poissoniano è confrontabile con quello da mock per bassi valori di r , per poi diventare molto minore a distanze di separazione più elevate: questo è un effetto dovuto alla varianza cosmica. Per quanto riguarda l'errore analitico, esso segue un andamento particolare (insolitamente basso) per bassi valori di r , per poi diventare confrontabile con l'errore da mock, come si può osservare nella figura 4.13 (a), dove si è ristretto il campo della distanza comovente a valori maggiori di 20 Mpc/h (scala lineare).

In figura 4.12 (b-c) si può osservare il confronto degli errori assoluti su quadrupolo ed esadecapolo. In entrambi casi l'errore poissoniano si comporta come nel caso del monopolo, mentre l'errore da mock, anche se ha l'andamento atteso, risulta più alto soprattutto se confrontato con il poissoniano nei primi bin di r . Per quanto riguarda l'errore analitico, il comportamento insolito che si era osservato per il monopolo in figura 4.9 è ancora più accentuato (soprattutto nel caso dell'esadecapolo). Tuttavia, a distanze di separazione più elevate, esso è confrontabile con l'errore da mock, come si può osservare nelle figure 4.13 (b-c), dove si è ristretto il campo della distanza comovente

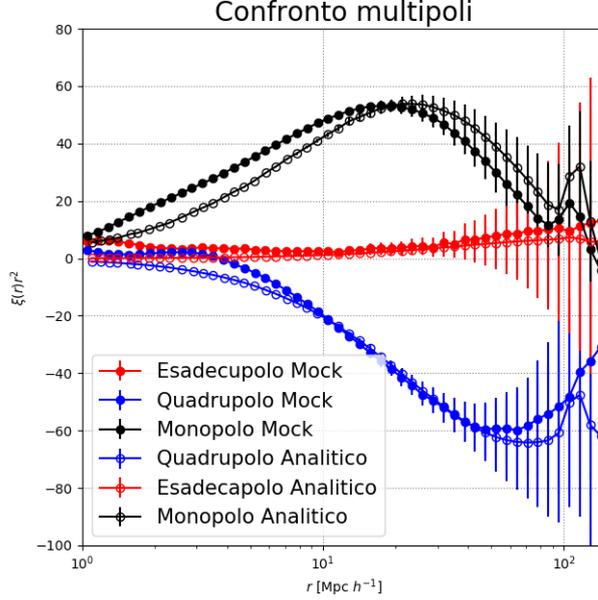


Figura 4.10: *Confronto tra i valori medi dei multipoli calcolati da mock (pallini) e quelli simulati dal codice per la covarianza analitica (curve).*

a valori maggiori di 20 Mpc/h (scala lineare).

Infine, per avere un confronto ancora più chiaro, si è analizzata la differenza percentuale tra l'errore da mock e quello analitico. In figura 4.11 è riportata in funzione della distanza di separazione la grandezza D_p , definita come segue:

$$D_p = \left(\frac{\Delta\xi_{mock} - \Delta\xi_{analitico}}{\Delta\xi_{mock}} \right) \times 100, \quad (4.8)$$

dove $\Delta\xi_{mock}$ è l'errore assoluto da mock e $\Delta\xi_{analitico}$ è l'errore assoluto analitico. Il valore di D_p sarà tanto più basso quanto più gli errori sono confrontabili, in particolare sarà positivo se $\Delta\xi_{mock} > \Delta\xi_{analitico}$ e sarà negativo nel caso contrario. Come si può osservare in figura 4.14(a), per bassi valori di r l'errore da mock risulta molto maggiore di quello analitico con conseguenti valori molto alti di D_p : ciò conferma l'andamento visto nelle figure 4.12 e 4.13. In figura 4.14(b) si sono voluti mettere in risalto i bin con valori di r più elevati utilizzando per l'asse delle ascisse la scala lineare. In generale, per r grandi, l'errore analitico risulta maggiore di quello da mock per quanto riguarda monopolo e quadrupolo: nel primo caso si scende sotto la soglia del 20% del valore assoluto della differenza per valori intermedi della distanza di separazione per poi scendervi sotto per r più elevati. Nel secondo si resta

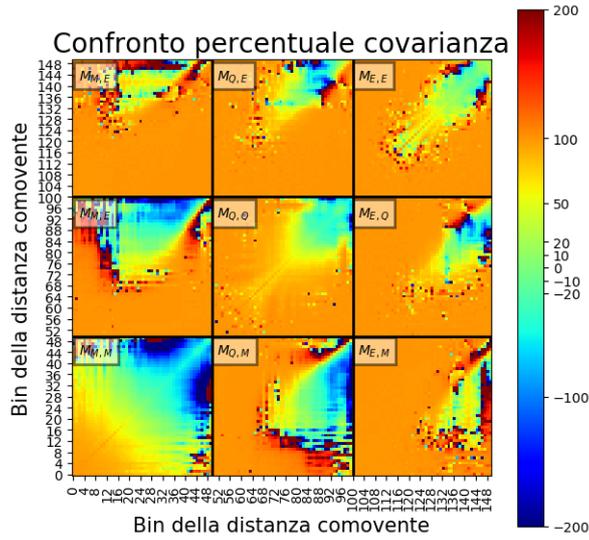


Figura 4.11: *Confronto percentuale della matrice di covarianza calcolata con il metodo da mock e analitico. Nei bin da 1 a 50 sono contenuti i valori relativi al monopolo, nei bin da 51 a 100 quelli relativi al quadrupolo e nei bin da 101 a 150 quelli relativi all'esadecapolo. I bin sono logaritmici e coprono l'intervallo di $r = 1-150$ Mpc/h.*

tra il 5% e il 20%, per poi superare quest'ultimo per $r > 120$ Mpc/h. Gli errori che appaiono più confrontabili (escludendo i bin iniziali) sono quelli sull'esadecupolo, per i quali si ha una prevalenza di $\Delta\xi_{analitico}$ nell'intervallo di $r = 60 - 90$ Mpc/h e di $\Delta\xi_{mock}$ per $r > 90$ Mpc/h. In generale in questi intervalli non si supera mai un valore assoluto della D_p del 10%.

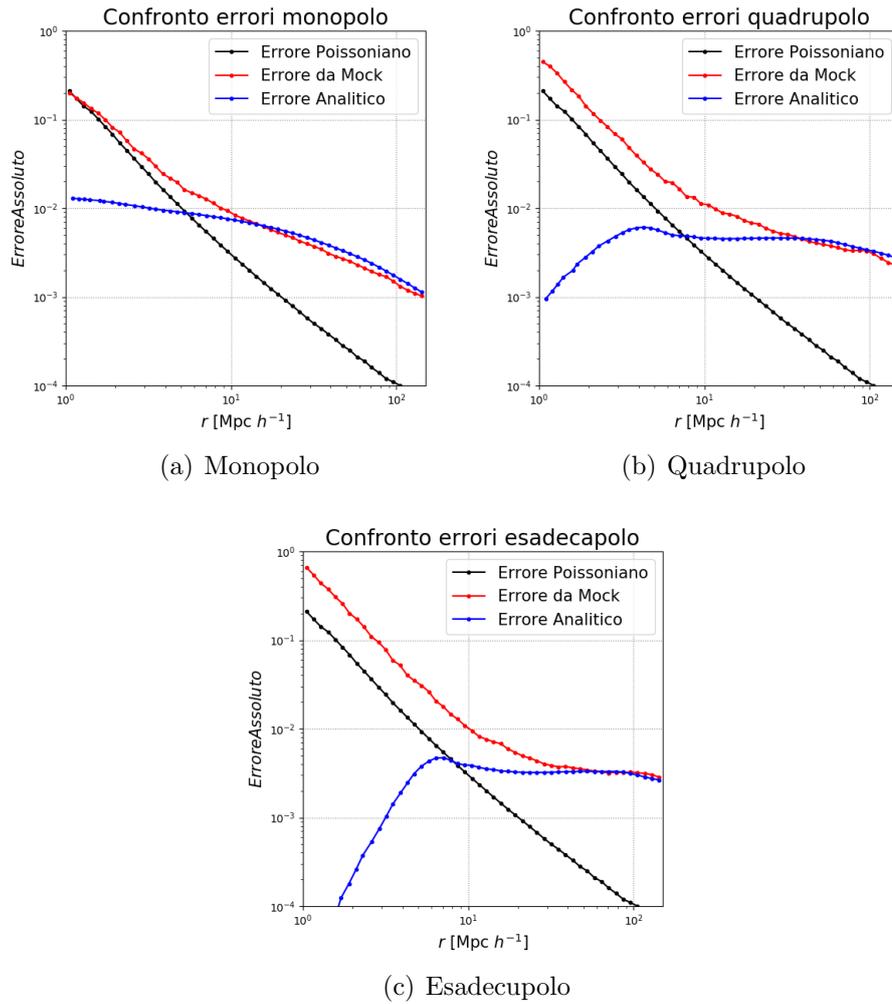
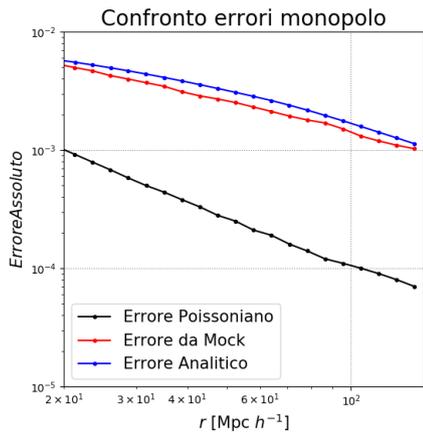
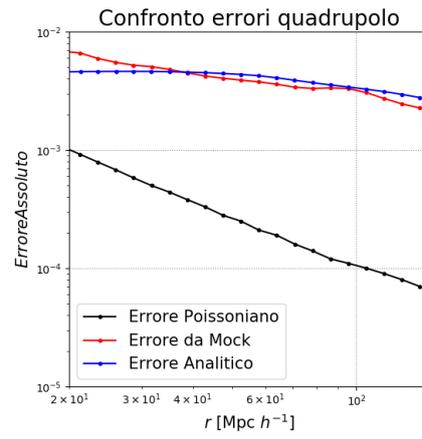


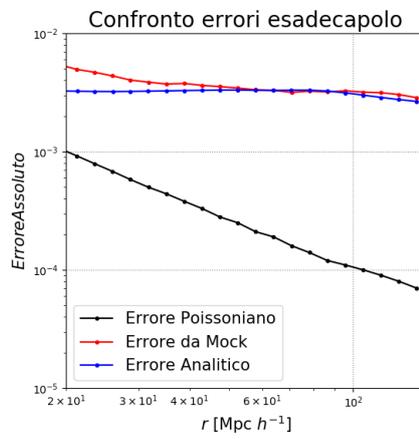
Figura 4.12: Confronto tra errore assoluto poissoniano, da mock e analitico su monopolo, quadrupolo ed esadecapolo.



(a) Monopolo



(b) Quadrupolo



(c) Esadecupolo

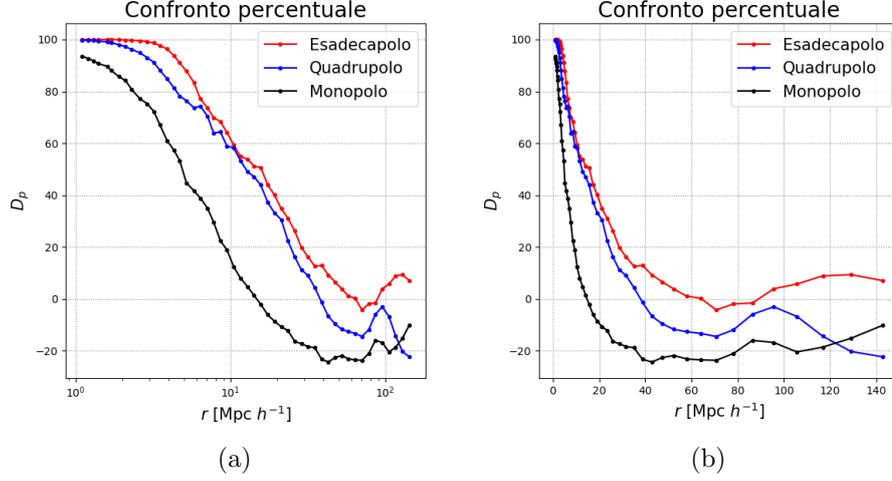


Figura 4.14: Differenza percentuale tra l'errore da mock e quello analitico. A sinistra il grafico con ascissa logaritmica, a destra il grafico con ascissa lineare.

4.3 Conclusioni

L'espansione dell'Universo, per motivi a noi sconosciuti, sta accelerando. La missione spaziale Euclid dell'ESA ci darà informazioni fondamentali tramite studi di clustering e weak lensing (di cui si è discusso nel capitolo 2). In questo lavoro di tesi ci si è occupati di clustering, in particolare della funzione di correlazione a due punti e del calcolo della covarianza dei suoi multipoli pari. La matrice di covarianza si è stimata con il metodo da mock descritto nel paragrafo 2.4 utilizzando il set di cataloghi descritto nel paragrafo 4.1, e con il metodo analitico descritto nel paragrafo 2.4. I risultati hanno evidenziato una significativa sottostima dell'errore calcolato con il metodo analitico a scale non lineari, cioè per valori della distanza di separazione comovente tra le galassie di $r < 20 \text{ Mpc}/h$, mentre per valori più grandi di quest'ultima, gli errori ottenuti sono confrontabili con discrepanze inferiori a circa il 20%. Si è inoltre trovato che la correlazione (equazione 4.6) tra misure dei multipoli uguali (monopolo-monopolo, quadrupolo-quadrupolo ed esadecapolo-esadecapolo) stimata con il metodo analitico è molto più accentuata di quella calcolata con il metodo da mock a piccole scale. Le discrepanze riscontrate nei primi bin di r potrebbero essere legate ad una scarsa efficacia del modello teorico dello spettro di potenza nello spazio dei redshift utilizzato nel metodo analitico per bassi valori della distanza di separazione fra le galassie. Tuttavia, il motivo non è ancora chiaro e questo problema andrà analizzato

in lavori futuri. Lo scopo della missione Euclid sarà di estrarre informazioni cosmologiche fino a scale più basse possibili, tuttavia per scale non lineari ($r < 10 - 20\text{Mpc}/h$) gli effetti barionici sono rilevanti e potrebbero essere dominanti rispetto al segnale cosmico a cui si è interessati. La scala minima che sarà utilizzata nell'analisi cosmologica non è ancora stata decisa, ma si può prevedere che sarà dell'ordine di $20\text{Mpc}/h$. A questa scala inoltre si conosce come modellare accuratamente la dinamica lineare e le distorsioni nello spazio dei redshift. Come mostrato nel precedente capitolo, i risultati trovati in questo lavoro di tesi mostrano che la covarianza analitica è statisticamente consistente con quella da mock per queste scale.

Bibliografia

- [1] Casadio R. (2021), *Elements of General Relativity*
- [2] Panebianco G. (2019) *Introduzione al modello cosmologico Lambda-CDM*
- [3] Ryden B. (2006) *Introduction to cosmology*
- [4] Planck Collaboration (2018) *Planck 2018 results. VI. Cosmological Parameters*
- [5] Liddle A. (2003) *An introduction to modern cosmology. Second edition*
- [6] Pozzi F. (2021) *Astrofisica AA 2020-2021*
- [7] ESA/SRE(2011)12 (2011) *Euclid, mapping the geometry of the dark universe*
- [8] Linder E. V. (2002) *Exploring the expansion history of the Universe*
- [9] Frieman J., Turner M., Huterer D. (2008) *Dark energy and the accelerating Universe*
- [10] Jones B. J. T. (2002) *The large scale structure of the Universe*
- [11] Davis M., Peebles P. J. E. (1983) *A survey of galaxy redshift. V. The two-point position and velocity correlations*
- [12] Landy S. D., Szalay A. S. (1993) *Bias and variance of angular correlation function*
- [13] Kerscher M., Szapudi I., Szalay A. S. (2000) *A comparison of estimators for the two-point correlation function*
- [14] Kazin E. A., Sanchez A. G., Blanton M. R. (2011) *Improving measurements of $H(z)$ and $D_A(z)$ by analyzing clustering anisotropies*
- [15] Kaiser N. (1987) *Clustering in real space and redshift space*

- [16] Norberg P., Baugh C. M., Gaztanaga E., Croton D. J. (2008) *Statistical analysis of galaxy surveys-I. Robust error estimation for 2-point clustering statistics*
- [17] Grieb J. N., Sanchez A. G. et al. (2017) *The clustering of galaxies in the completed SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: cosmological implications of the Fourier space wedges of the final sample*
- [18] Eisenstein D. J., Zehavi I. et al. (2005) *Detection of the baryon acoustic peak in the large-scale correlation function of SDSS luminous red galaxies*
- [19] Planck collaboration (2014) *Planck 2013 results. XVI. Cosmological parameters*
- [20] Marulli F., Bianchi D., Branchini E., Guzzo L., Moscardini L., Angulo R. E. (2012) *Cosmology with clustering anisotropies: disentangling dynamic and geometric distortions in galaxy redshift surveys*
- [21] Marulli F., Veropalumbo A., Moresco M. (2016) *CosmoBolognaLib: C++ libraries for cosmological calculations*
- [22] Monaco P., Sefusatti E. et al. (2013) *An accurate tool for the fast generation of dark matter halo catalogs*
- [23] Coppola L. G. (2018) *Confronto tra stimatori alternativi dei multipoli della funzione di correlazione a due punti in cataloghi simulati di galassie, AGN e ammassi di galassie*