

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Dipartimento di Fisica e Astronomia
Corso di Laurea in Astronomia

CLASSIFICAZIONE DELLE GALASSIE:

caratteristiche morfologiche, fotometriche e
cinematiche

Tesi di Laurea

Presentata da:
Francesco Brandoli

Relatore:
Chiar.mo Prof. Daniele
Dallacasa

Sessione II
Anno Accademico 2020/2021

Ai miei maestri Guido, Andrea
e Ilaria.
Alla mia famiglia

Indice

Introduzione	iv
1 Morfologia delle galassie	1
1.1 Classificazione di Hubble	1
1.2 Early-Type galaxies	1
1.2.1 Galassie ellittiche	2
1.2.2 Galassie lenticolari	3
1.3 Late-Type galaxies	3
1.3.1 Galassie irregolari	5
1.4 Classificazione di de Vaucouleurs	5
2 Fotometria	6
2.1 Galassie ellittiche	8
2.1.1 Legge di de Vaucouleurs	8
2.1.2 Leggi di scala e piano fondamentale	9
2.2 Galassie a spirale	11
2.3 Legge di Tully-Fisher	12
3 Proprietà Cinematiche	12
3.1 Sistemi non collisionali, lo schiacciamento degli sferoidi	13
3.2 Galassie a spirale, curva di rotazione, la materia oscura	14
Riferimenti bibliografici	15

Sommario

In questa tesi viene presentata la classificazione delle galassie basata su caratteristiche morfologiche, fotometriche e cinematiche. L'elaborato è articolato in tre sezioni. Nella prima è stata presentata la prima classificazione proposta da Edwin Hubble con una breve analisi delle componenti e dei meccanismi di formazione stellare (responsabili della forma macroscopica degli oggetti studiati) in maniera tale da avere una prima idea sulle forme possibili di questi oggetti e da cosa siano composti. Nella seconda vengono presentati gli osservabili che caratterizzano l'analisi fotometrica e le diverse relazioni empiriche che approfondiscono la catalogazione e le caratteristiche morfologiche non direttamente osservabili (i.e. legge di de Vaucouleurs, legge di Faber-Jackson, legge di Kormendy, relazione $D_n - \sigma$ e legge di Freeman). La terza ed ultima parte è dedicata all'introduzione di elementi di statistica legati alla cinematica per un sistema di n-corpi libero di evolvere nello spazio e nel tempo, una veloce analisi dei sistemi non collisionali legata alla forma delle galassie ellittiche ed alla descrizione teorica ed empirica della curva di rotazione delle galassie a spirale che portò alla teorizzazione dell'esistenza della materia oscura.

Introduzione

Lo scopo di questo elaborato è quello di presentare in maniera quanto più possibile esauritiva le caratteristiche morfologiche, fotometriche e cinematiche delle galassie al fine di poterle classificare con più precisione possibile. Partiamo dunque dal chiederci da cosa siano effettivamente composti questi oggetti e quali siano dei valori numerici rappresentativi per meglio descriverli. Le galassie sono macrostrutture composte essenzialmente da due elementi: stelle e mezzo interstellare. Le stelle sono sfere di gas autogravitanti nelle quali sono attive le reazioni termonucleari e che si trovano in una situazione di quasi-equilibrio.¹ Per avere un'idea del numero di stelle presenti in un galassia, potremmo dire che indicativamente si hanno valori compresi tra poche centinaia di milioni di stelle (nelle galassie nane) e centomila miliardi di stelle (nelle galassie giganti), mentre la loro luminosità e massa totale varia tra le 10^3 e le 10^{12} unità solari. Il mezzo interstellare (ISM) è una miscela composta da gas (fatto per 9/10 da idrogeno ed il restante 1/10 da elio e piccole quantità di elementi metallici), polveri in piccola quantità (tra queste troviamo grafite, silicati e olivina) e in particolari situazioni molecole. Sarà proprio il moto ed il comportamento di questi oggetti a modellare la forma complessiva della galassia. Le galassie possono essere trovate come enti isolati, o raggruppate in ammassi e sono ad oggi considerate come le unità fondamentali del nostro universo. Con dimensioni caratteristiche comprese tra 1 e 200 kpc, le scoperte che riguardano queste affascinanti strutture seguono lo sviluppo delle tecnologie che ci permettono di analizzarle. Uno dei primi osservatori del cielo fu Galileo Galilei, il quale nel 1610 cominciò ad esaminare il cielo notturno con i primi telescopi, scoprendo che la galassia (fino ad allora considerata una misteriosa "lattea via luminosa") era composta da piccoli corpi luminosi indistinguibili ad occhio nudo. Verso il XVIII secolo, la discussione circa la natura delle galassie trovò fermento in ambito filosofico. Si deve infatti ad Immanuel Kant l'ipotesi corretta che la Via Lattea fosse un sistema rotante di stelle legate tra loro dalla stessa forza che tiene unito il sistema solare : la gravità. Verso gli anni 50 dell' Ottocento furono osservate le prime strutture a spirale (Lord Rosse - 1845), le quali alimentarono il dibattito circa la distanza tra noi e questi oggetti. Era idea comune all'epoca che le galassie altro non fossero che un prolungamento della Via Lattea. Fu nel 1925 che l'astronomo americano Edwin Hubble riuscì a misurare la distanza che ci separa dalla parte più esterna della nebulosa di Andromeda M31 utilizzando un nuovo e più potente telescopio. Grazie alla presenza di un particolare tipo di stelle (variabili Cefeidi), fu possibile stimare la distanza grazie alla relazione periodo - luminosità scoperta da Henrietta Swan Leavitt nel 1912. Si capì dunque che le galassie dovevano essere necessariamente enti distinti rispetto alla Via Lattea.

¹Ossia il tempo di rilassamento per deviazioni dallo stato di equilibrio è molto maggiore del tempo richiesto per produrre variazioni significative

1 Morfologia delle galassie

Uno dei primi problemi da affrontare quando si parla di galassie riguarda le loro caratteristiche morfologiche. Fin dalle prime osservazioni moderne ci si rese conto che ogni galassia osservata aveva forma diversa. Erano tuttavia presenti due macrocategorie: galassie di forma ellittica e galassie a spirale a cui si aggiungono poi galassie più singolari, dalla forma completamente diversa, dette “galassie irregolari”. Dunque, perchè non tutte le galassie sono uguali oppure perchè non sono tutte di forma diversa? Cerchiamo di dare una prima risposta in questa sezione.

1.1 Classificazione di Hubble

Uno dei primi criteri di classificazione delle galassie fu proposto da Edwin Hubble nel 1926 e proposta come catalogo illustrato nel 1961 da Allan Sandage (“The Hubble Atlas of Galaxies”). L’idea di Hubble era quella di legare l’identità morfologica di una galassia con un suo ipotetico stadio evolutivo. Immagina dunque galassie che nascono a forma di sferoidi e che evolvono verso forme sempre più schiacciate e complesse. In questa classificazione abbiamo dunque due tipi di galassie: galassie più giovani chiamate **early type** (tra loro troviamo anche galassie dalla forma particolare dette lenticolari o S_0) e galassie più anziane dette **late type**. Ad oggi sappiamo essere questa idea completamente sbagliata. Possiamo inoltre dire con certezza che le galassie più antiche sono proprio quelle catalogate come early type. Le problematiche riguardanti questa prima classificazione sono causate principalmente dai metodi usati per analizzare le strutture. Innanzitutto è bene ricordare che:

- le immagini delle galassie che riusciamo a ricevere sono limitate ad una frazione di galassie visibili sufficientemente grandi.
- le immagini dipendono fondamentalmente dalla banda in cui vengono fatte le osservazioni.

Le immagini studiate da Hubble dunque risultano in qualche modo incomplete in quanto riguardanti unicamente galassie giganti (o super giganti) osservate in banda blu.

1.2 Early-Type galaxies

All’interno di questa categoria troviamo galassie ellittiche che si dividono in otto gradi di schiacciamento e galassie a forma di lente. Ad oggi la loro classificazione viene fatta tramite software appositi che analizzano le foto, misurano il semiasse maggiore a ed il semiasse minore b e costruiscono l’**ellitticità** della galassia:

$$\epsilon = 1 - \frac{b}{a}$$

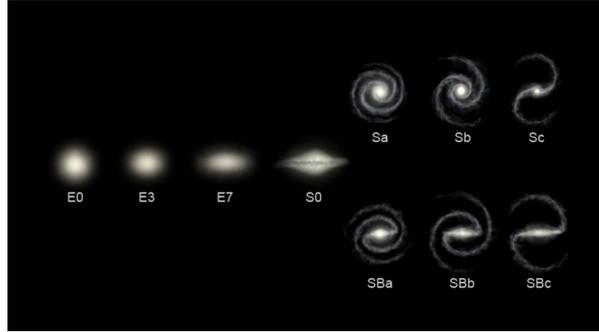


Figura 1: Sequenza di Hubble, diagramma a diapason

la parte intera di questo numero viene moltiplicata per 10 e viene utilizzata come etichetta per catalogare le galassie. Avremo dunque galassie E_0 praticamente tonde e galassie E_7 fortemente schiacciate. A questo punto è lecito porre una domanda: se sto guardando una galassia perfettamente sferica e quella che vedo non è altro che una sua proiezione bidimensionale, che informazioni posso ricevere circa la sua forma tridimensionale reale? Se prendo in considerazione un numero molto grande di oggetti e creo un problema di statistica (cercando per esempio una distribuzione di rapporti assiali, basandomi su quante galassie osservate sono di classe E_0 , E_1 , E_2 ecc) scopro che non sono mai state osservate galassie più schiacciate di E_7 e dunque tutte le galassie ellittiche sono ellissoidi di qualche tipo (oblato, prolato, triassiale a seconda della lunghezza dei semiassi), ma sicuramente non dischi.

1.2.1 Galassie ellittiche

Le galassie ellittiche sono strutture di stelle vecchie dal colore rossastro (popolazione II). Il colore della galassia è dato dalla somma dei colori di ogni stella pesato in funzione della dimensione e della distanza di ciascun oggetto. Gli ambienti sono caldi (10^6 - 10^7 k), il che denota un bassissimo rate di formazione stellare in quanto il collasso gravitazionale viene innescato da perturbazioni che necessitano di poter viaggiare a regime supersonico. Dal momento che la velocità del suono dipende dalla temperatura ($c_s \propto \sqrt{KT}$ con k costante di Boltzmann) eventuali perturbazioni in queste regioni vengono ridistribuite prima che la forza di gravità porti al collasso della struttura e all'innescio di reazioni termonucleari. Coerentemente con quanto detto, le supernovae che osserviamo all'interno di queste galassie sono di tipo Ia (detonazione del carbonio). Le dimensioni tipiche di queste galassie sono comprese tra 1 kpc e 200 kpc con masse comprese tra le 10^5 e le 10^{13} masse solari.

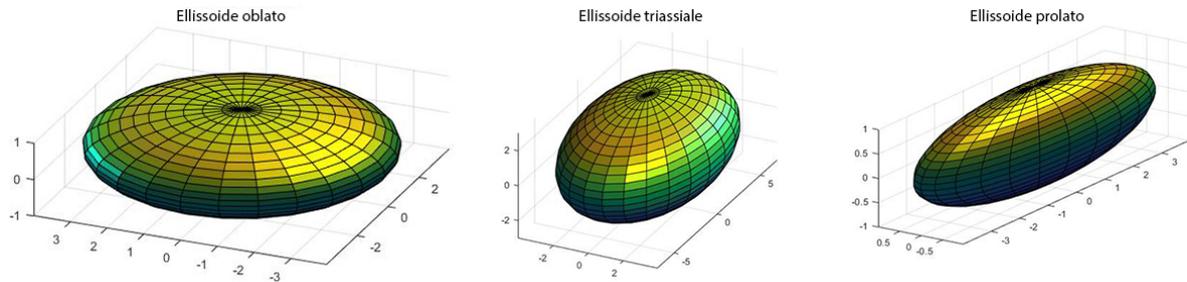


Figura 2: Ellissoidi associati alle galassie ellittiche. L'ellissoide oblato possiede due semiassi uguali ed uno più corto, il prolato due uguali ed uno più lungo, i triassiali hanno tre lunghezze diverse

1.2.2 Galassie lenticolari

Le galassie lenticolari presentano caratteristiche intermedie tra le galassie ellittiche e quelle a spirale: possiedono un bulge ed un disco a bassa densità di mezzo interstellare (il che denota un rate di formazione stellare quasi nullo) e come le galassie ellittiche sono composte da stelle vecchie (popolazione II). Secondo gli astronomi, è possibile che le galassie lenticolari fossero inizialmente galassie a spirale dalle quali sia stato rimosso il gas tramite interazione gravitazionale con altri oggetti. Tuttavia, la luminosità talvolta elevata di questi oggetti suggerisce molteplici meccanismi di formazione ancora oggi oggetto di indagine.

1.3 Late-Type galaxies

Questi oggetti sono essenzialmente di due tipologie: galassie a spirale o galassie a spirale barrata. Le galassie a spirale sono oggetti relativamente giovani, caratterizzate da una componente gassosa di circa il 5-10% e tutte le fasi del mezzo interstellare. Tra queste troviamo:

- Hot ionized medium (HIM), ISM con temperature tra i $10^6 k$ e i $10^7 k$ riscaldato da esplosioni di supernovae o venti stellari violenti e che perde energia per Bremsstrahlung termica. Lo troviamo nel bulge.
- Warm Neutral Medium (WNM), che costituisce circa il 30-60% del volume totale del mezzo interstellare nella nostra galassia ed è fatto principalmente da idrogeno atomico (HI). Lo troviamo diffuso su tutto il disco galattico e nell'alone ed è possibile studiarlo grazie ad una emissione caratteristica a 21 cm (si veda 3.2).
- Warm ionized medium (WIM), con temperature legate alla ionizzazione dell'idrogeno ($10^4 k$) viene trovato nelle regioni HII attorno a stelle calde di classe O/B

- Cold Neutral Medium(CNM) con temperatura tipiche tra i 10 e i 100 k e composto da idrogeno neutro e molecole è capace di innescare la nascita di una nuova stella tramite collasso gravitazionale. Il CNM viene trovato tendenzialmente in due regioni: nei **bracci**, come envelope di bolle di WIM circumstellare, oppure nelle regioni interne dove abbiamo un più elevato rate di formazione stellare (questo perchè il gas freddo è più facilmente convogliabile all'interno di una buca di potenziale).

Spesso il potenziale gravitazionale è legato alla presenza di un buco-nero supermassiccio (SMBH). Questi tipi di buchi neri sono presenti in quasi ogni galassia osservata e sono in qualche modo correlati alla massa delle galassie ospiti ed alla dispersione delle velocità delle stelle (si veda 3).

- $M_{BH} \propto M_{stars}^\alpha$ detta Legge di Magorrian
- $M_{BH} \propto \sigma_{stars}^\alpha$ nota come M-sigma relation (con α tra 4 e 5)

Ogni tipo di galassia a spirale è caratterizzata dalle seguenti macrocomponenti:

BULGE: una struttura rossastra che si trova nelle regioni centrali. All'interno del bulge possiamo trovare una più elevata densità stellare (stelle vecchie a bassa metallicità o in certi casi stelle più giovani e metalliche). Le stelle più ricche di metalli sono concentrate sul piano del disco, mentre la metallicità media si abbassa spostandosi sopra e sotto creando un gradiente verticale [1]. La formazione stellare in queste regioni (ancora oggi fonte di dibattito [2]) potrebbe essere legata ad inaspettati effetti di interazione tra nubi di gas molecolare e buchi neri supermassicci [3]. A tutti gli effetti il bulge si comporta come una piccola galassia ellittica, con dimensioni caratteristiche nell'ordine dei kpc e forma di ellissoide triassiale (tendente all'oblato nelle galassie a spirale barrata [4]).

DISCO SOTTILE: formato prevalentemente da nubi di gas freddo, polveri e stelle giovani. Secondo i modelli più recenti i bracci presenti sul disco sarebbero vere e proprie onde di densità (density wave theory) capaci di innescare la formazione stellare [5]. Le stelle create in questo modo non rimangono localizzate nella regione di formazione ma si spostano al di sopra e al di sotto del disco, scappando alla fine dal raggio di co-rotazione durante la loro evoluzione. Una conseguenza di questo fatto è una variazione nell'angolo di pitch dei bracci in funzione della banda a cui si osserva la galassia: come si vede in figura 3 nell'ottico e nell'infrarosso abbiamo angoli più stretti legati a stelle più evolute, mentre nell'ultravioletto abbiamo stelle più giovani e angoli più larghi. Dalla morfologia dei bracci possiamo anche ottenere importanti informazioni riguardanti la densità del disco e la massa del bulge [6]. Le dimensioni tipiche sono di poche centinaia di pc.

DISCO SPESSO : dimensioni tipiche del kpc, contiene stelle più vecchie.

ALONE : struttura a bassa densità stellare di forma sferico/ellissoidale. Al suo interno troviamo stelle vecchie e poco metalliche (popolazione II) spesso raggruppate in ammassi globulari. Le tipologie di orbite stellari all'interno dell'alone sono molto più variegata ed ancora oggi oggetto di indagine (orbite molto inclinate, moti retrogradi o caotici).

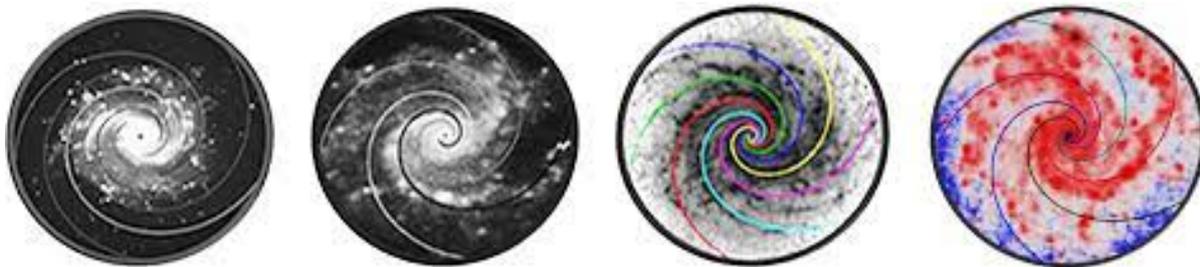


Figura 3: Angolo di pitch di NGC 3184 a diverse lunghezze d'onda. Da sinistra a destra: $-11^{\circ}.92$ ($3.6 \mu\text{m}$), $-18^{\circ}.30$ (B-band), $-23^{\circ}.40$ ($8.0 \mu\text{m}$), $-26^{\circ}.75$ (FUV)[5]

Di recente [7] è stato ipotizzato che l'alone galattico non fosse una struttura unica, ma due distinte regioni sovrapposte (una interna e una esterna) caratterizzate da profili di densità, orbite e metallicità diverse. Intorno all'alone stellare si estende un alone di materia oscura, rilevato tramite lo studio delle curve di rotazione (si veda 3.2)

Anche nel caso di galassie late type abbiamo un'etichetta (S_a , S_b , S_c) legata ai seguenti fattori :

- grado di avvolgimento dei bracci (più stretti dalle S_c alle S_a)
- rapporto tra la luminosità del bulge e quella del disco (dalle S_a alle S_c la luminosità del disco domina sempre di più su quella del bulge)
- grado di risoluzione e morfologia dei bracci (regolari e poco risolti nelle S_a , ben definiti nelle S_c)

1.3.1 Galassie irregolari

Tra le galassie late type troviamo anche le galassie irregolari, così chiamate a causa di una morfologia non definita. Sono strutture di piccole dimensioni che possono contenere stelle giovani e vecchie. Sono spesso ricche di gas il che comporta un rate di formazione stellare piuttosto elevato ed una buona visibilità in banda blu. Sono anch'esse divise in due sottocategorie: Irr I all'interno della quale troviamo le galassie che presentano un abbozzo di struttura (tuttavia non sufficiente a farle rientrare in una delle altre categorie); Irr II contiene le galassie completamente irriducibili ad altre tipologie.

1.4 Classificazione di de Vaucouleurs

Nel 1959 la sequenza di Hubble venne modificata da Gerard de Vaucouleurs, che ritenne la catalogazione delle galassie late type incompleta ed inadatta a descrivere l'elevato numero di galassie precedentemente etichettate come irregolari. De Vaucouleurs introdusse le seguenti categorie:

- **Sd (e SBd)** : galassie a spirale con bulge poco luminoso e bracci diffusi (o rotti) fatti da ammassi stellari singoli o nebulose.
- **Sm (e SBm)** : una tipologia intermedia tra le galassie nane a spirale e le galassie irregolari.
- **Im** : galassie altamente irregolari.

Le galassie catalogate come Sm e Im sono dette galassie a spirale magellanica e galassie irregolari magellaniche rispettivamente. Esse prendono il nome dal loro prototipo: la Grande Nube di Magellano. Fu infine aggiunta la distinzione fra galassie con una struttura ad anello (r), galassie “in transizione”(rs) o galassie prive di questa struttura (s)[8]. Le galassie catalogate da Hubble come **S**, furono trasformate in **SA** (galassie prive di barra) e fu introdotta la dicitura **SAB** per galassie debolmente barrate.

2 Fotometria

Abbiamo quindi visto che una galassia è essenzialmente un sistema di punti, liberi di muoversi nello spazio sotto l'effetto della gravità e capaci di accendere reazioni termonucleari che proiettano luce allo stesso modo in ogni direzione (sorgenti isotrope). Studiare quindi i fotoni che ci raggiungono è di fondamentale importanza per avere informazioni circa il comportamento di questi oggetti (sono di particolare interesse le informazioni che ci permettono di analizzare i meccanismi di formazione, interazione ed evoluzione). Tuttavia, la proiezione sul piano perpendicolare alla linea di vista fa sì che spesso non tutte le sorgenti siano risolte e direttamente analizzabili. Ad oggi questo problema è stato risolto tramite l'utilizzo di opportune tecniche di deproiezione, capaci di rendere le valutazioni fotometriche compiute da Terra rappresentative anche senza avere la possibilità di ruotare attorno all'oggetto studiato. Quando parliamo di fotometria, stiamo facendo riferimento all'analisi di alcune grandezze caratteristiche:

- **Luminosità** : la quantità di energia elettromagnetica emessa da una sorgente per unità di tempo. Si tratta di una grandezza intrinseca della sorgente (non dipende dalla distanza a cui la si osserva) misurata in erg/s.
- **Flusso** : una delle grandezze fisiche che misuriamo da Terra. Corrisponde alla quantità di energia elettromagnetica che passa attraverso una sfera di raggio pari alla distanza tra noi e l'oggetto per unità di tempo e per unità di frequenza

$$f_\nu = \frac{L_\nu}{4\pi d^2} \quad \left[\frac{\text{erg}}{\text{s} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{hz}} \right] \quad (1)$$

E' inoltre possibile considerare il flusso bolometrico integrando i contributi della luminosità su tutte le frequenze.

- **Brillanza superficiale** : dal momento che quella che osserviamo nel cielo è la proiezione di un oggetto esteso, ci serve una grandezza fisica adatta a descrivere la quantità di flusso che riceviamo da una particolare porzione della sua superficie. Definiamo dunque la brillanza superficiale come la quantità di flusso per unità di angolo solido Ω . L'angolo solido per una porzione di superficie di lato R appartenente ad un oggetto posto a distanza d è definito come $\Omega = R^2/d^2$. La brillanza, dunque cambierà a seconda della porzione di galassia che stiamo esaminando. Per una posizione x generica otteniamo

$$I(x) = \frac{f}{\Omega} = \frac{L/4\pi d^2}{R^2/d^2} = \frac{L}{4\pi R^2} \quad \left[\frac{erg}{s \cdot cm^2} \right] \quad (2)$$

Osserviamo anche che la brillanza superficiale perde la dipendenza dalla distanza dell'osservatore. I punti dell'oggetto astronomico osservato aventi la stessa brillanza sono collegati da curve dette **isofote**(figura 4). Osservando punto per punto un oggetto è dunque possibile ricreare un **profilo di brillanza** misurando la brillanza superficiale in funzione della distanza dal centro galattico.² Esiste una legge che descrive questa relazione, nota come **legge di Sérsic**

$$I(R) = I_0 \exp \left\{ -b \left(\frac{R}{R_e} \right)^{\frac{1}{m}} \right\} \quad (3)$$

Le grandezze fisiche che troviamo in questa formula sono:

- Raggio effettivo (R_e) : raggio delle isofote entro il quale è racchiuso il 50% della luminosità totale della galassia. Si suppone la galassia a simmetria sferica.

$$R_e = \frac{1}{2} L_t = 2\pi \int_0^{R_e} R I(R) dR$$

- I_0 : è il valore centrale della brillanza (misurato quindi per $R=0$)
- m : indice di Sérsic, è un numero reale positivo a valori compresi tra 2 e 10 che quantifica la curvatura del profilo di brillanza.
- b : parametro adimensionale il cui valore può essere ottenuto dalla definizione ³ di R_e . b può essere visto anche come una funzione che dipende da m : in questo modo può essere risolto con errori minori dello 0.001 tramite interpolazione lineare[9]

$$b(m) = 2m - 0.324$$

dunque per valori di m prefissati, il valore di b sarà obbligato.

²Le barre d'errore associate ai dati aumentano allontanandosi dal centro. L'errore poissoniano si allarga a causa della minore quantità di fotoni che vengono ricevuti da queste regioni.

³Svolgendo i calcoli $b(m)$ può essere ottenuto come soluzione di $\gamma(b, 2m) = \frac{\Gamma(2m)}{2}$

2.1 Galassie ellittiche

Prendiamo in considerazione la distribuzione spaziale delle stelle in una galassia. Essendo una galassia un oggetto essenzialmente vuoto, ogni corpo celeste si trova a grande distanza l'uno dall'altro ed è infatti possibile dimostrare che una galassia sia essenzialmente un sistema non-collisionale. Una conseguenza di ciò è il fatto che le galassie ellittiche siano considerabili come sistemi trasparenti (ossia sistemi in cui nessun oggetto copre un altro lungo una data linea di vista), portandoci a concludere che l'integrale della densità di luminosità sul piano perpendicolare alla linea di vista sia proprio la luminosità totale. Se l'oggetto osservato ha la forma di un ellissoide, si conclude che la sua immagine sarà un'ellisse, tale infatti è la forma associata alle isofote. Schematizzando la galassia come un insieme di gusci ellissoidali concentrici, otterremo una serie di ellissi concentriche, ciascuna di esse caratterizzata da un angolo di posizione, definito come l'angolo compreso tra il semiasse maggiore ed il nord misurato in senso antiorario. Quello che risulta dai dati osservativi è che in certe circostanze queste ellissi non sono coassiali. Questo fenomeno prende il nome di **isophotal twisting** ed è molto rilevante dal punto di vista della struttura tridimensionale della galassia, questo perchè gli unici ellissoidi compatibili con questo fenomeno in proiezione, sono gli ellissoidi triassiali[11]. Posso dunque avere un'informazione importante circa il numero minimo di questo tipo di galassie.

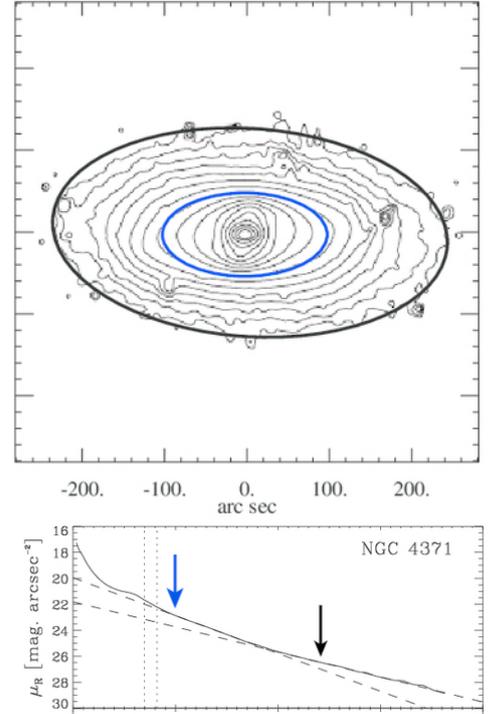


Figura 4: Isofote e profilo di brillantezza di NGC 4371 [10]

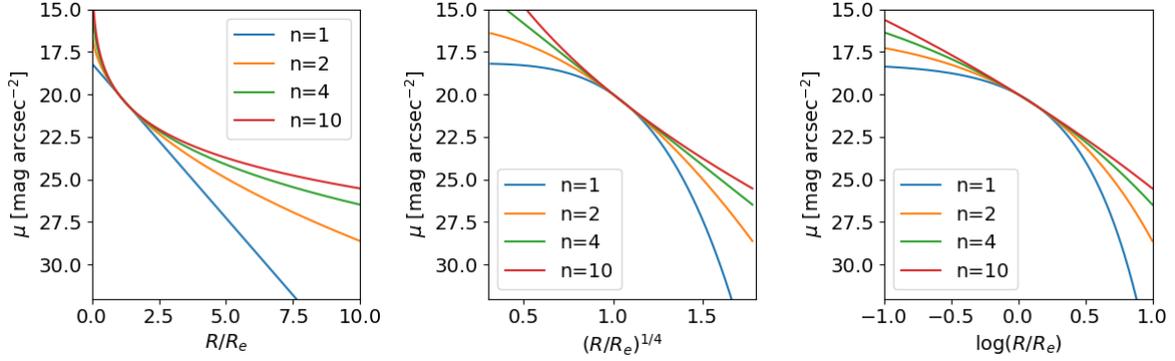
2.1.1 Legge di de Vaucouleurs

Una delle legge empiriche più importanti per le galassie ellittiche è un caso particolare della legge di Sérsic, nota come legge di de Vaucouleurs.⁴ De Vaucouleurs scoprì che esiste una famiglia di profili di brillantezza, costruiti in maniera tale da non avere dipendenze da come un osservatore pensi che sia fatta la galassia, ossia, le grandezze che prende de Vaucouleurs non sono risultati di un fit, ma sono valori empirici. Per ogni galassia ellittica misura $I(R)$ e lo divide per $I(0)$ (anch'esso misurato) e scopre che la quantità ottenuta in questo modo è una funzione che dipende dal raggio normalizzato al raggio effettivo.

$$\frac{I(R)}{I_0} = f\left(\frac{R}{R_e}\right)$$

⁴Sarebbe più corretto dire che la legge di Sérsic (datata 1963) sia una generalizzazione della legge empirica formulata da de Vaucouleurs nel 1948.

Figura 5: Esempi della funzione di Sérsic al variare di m (n nel grafico). Per $m = 4$ (in verde) abbiamo la legge di de Vaucouleurs



Questa funzione è una retta. Tutti i profili di brillantezza delle galassie ellittiche seguono questa relazione come se fossero ottenuti tutti dallo stesso modello, modificando solo i valori di I_0 e R_e . L'indice di Sérsic utilizzato in questa formula è $m=4$, mentre il parametro numerico b vale 7.67.

$$I(R) = I_0 \exp\left\{-7.67 \left(\frac{R}{R_e}\right)^{\frac{1}{4}}\right\} \quad (4)$$

2.1.2 Leggi di scala e piano fondamentale

Per quanto riguarda le galassie ellittiche, la legge di de Vaucouleurs non è l'unica legge empirica che troviamo:

- Legge di Faber-Jackson: legge empirica che lega la luminosità bolometrica con la dispersione delle velocità [12]

$$L \propto \sigma^\alpha \quad \text{con } \alpha \simeq 4$$

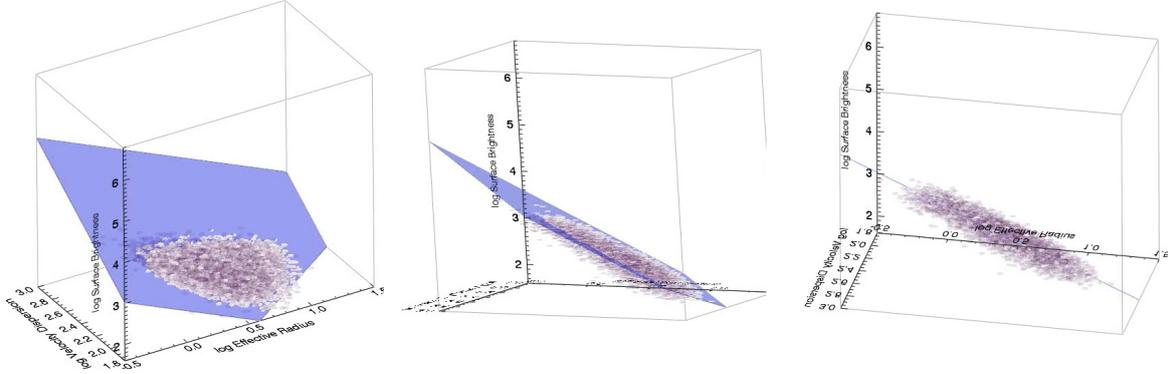
questa legge è di particolare importanza in quanto collegata alla misura della distanza tra noi e la galassia osservata.⁵ Secondo questa legge le galassie ellittiche si dispongono nel grafico $\log L$ - $\log \sigma$, con uno spessore intrinseco dato da $\Delta L/L \simeq 40\%$

- Legge di Kormendy: relazione tra la luminosità bolometrica di una galassia ed il suo raggio effettivo

$$L \propto R_e \quad (5)$$

⁵Utilizzando uno spettroscopio ed un fotometro è possibile misurare il flusso e l'allargamento delle righe spettrali della galassia (collegato alla dispersione delle velocità). Dalla Faber-Jackson viene ricavata la luminosità bolometrica e applicando la formula $f = \frac{L}{4\pi d^2}$ è possibile ricavare la distanza

Figura 6: Rotazione attorno al piano fondamentale delle galassie ellittiche[16]



- Relazione $D_n - \sigma$: legge che lega un diametro fotometrico ad hoc D_n (fatto in maniera tale da relazionare la brillantezza superficiale e la luminosità totale) alla dispersione delle velocità. [13]

Nel 1986, queste leggi empiriche vengono messe in relazione dal lavoro di Stanislav G. Djorgovski e Marc Davis[14] per rispondere ad un problema proposto da Brosche nel 1973 [15] : quanti e quali grandezze fisiche sono necessarie e sufficienti per descrivere una famiglia di galassie “normali”?

Invece di guardare la luminosità o il raggio effettivo, ci sono molte altre grandezze fisiche che potrebbero essere messe in relazione. Prendiamo in analisi un grande campione di galassie ed analizziamole utilizzando una tecnica per la semplificazione dei dati usata in statistica multivariata nota come analisi delle componenti principali. Questa tecnica consente di prendere il minimo numero di variabili collegate senza perdere informazione. Si ottiene dunque un insieme minimo di variabili capace di descrivere una galassia ellittica formato dalla luminosità bolometrica, dal raggio effettivo e dalla dispersione delle velocità. Questa correlazione è uguale a

$$\alpha \log L + \beta \log \sigma + \gamma \log R_e = e \quad (6)$$

Se costruisco ora uno spazio vettoriale descritto da $\log \sigma$, $\log R_e$ e $\log L$, questa relazione mi descrive un piano. Questo piano virtuale viene definito Piano fondamentale delle galassie ellittiche⁶.

Non essendo parallelo a nessuno degli assi, le sue proiezioni sui tre piani dello spazio vettoriale non sono rette ma fasce. In particolare dalla proiezione sul piano $\log L - \log \sigma$ è possibile ottenere una fascia di pendenza logaritmica $\simeq 4$ descritta dalla legge di Faber-Jackson e dalla proiezione sul piano $\log L - \log R_e$ è ricavabile la legge di Kormendy. Inizialmente, si pensò che l'esistenza del piano fondamentale non fosse altro che una rilettura

⁶Il piano fondamentale non è sottile ma ha uno spessore del 3/4%

del teorema del viriale. Questo perchè i coefficienti del piano (α, β, γ) per motivi che non sappiamo spiegare[17] sono estremamente simili a 1,-2,-1 ottenibili appunto dalla formula

$$\sigma^2 = \frac{L}{R_e} \Rightarrow \log L - 2\log\sigma - \log R_e = 0 \quad (7)$$

Tuttavia, questo ragionamento è profondamente sbagliato in quanto l'aver strutture virializzate è una condizione necessaria e non sufficiente per descrivere il modello. La somiglianza dei parametri è dovuta principalmente al fatto che tutte le galassie ellittiche sono la copia dello stesso modello di base.

2.2 Galassie a spirale

Essendo le galassie a spirale sistemi più complessi, lo studio fotometrico risulta meno rappresentativo di quello svolto per le galassie ellittiche. Quello che viene solitamente fatto è separare lo studio delle due macrocategorie di questi oggetti (il bulge e il disco) per poi metterli insieme in un secondo momento. Dal momento che il bulge è descrivibile come una piccola galassia ellittica, il suo profilo di brillantezza segue una legge di Sérsic con indice m a valori tipici tra 2 e 4. Per quanto riguarda il disco stellare, che non è trattabile come un sistema trasparente, dobbiamo fare riferimento all'inclinazione con cui viene osservato. Se il disco viene visto di taglio (**edge-on**) vengono utilizzate tecniche di deproiezione[18] che tengono conto della distribuzione di luminosità volumetrica del tipo

$$\rho_d(r, z) = \rho_{0,d} e^{-r/R_d} e^{-z/Z_d} \quad (8)$$

dove $\rho_{0,d}$ è la densità di luminosità centrale mentre R_d e Z_d sono il raggio scala del disco (con dimensioni tipiche comprese tra 1 e 10 kpc) e l'altezza scala verticale (dimensioni di circa $0.1 R_d$). Se il disco viene visto frontalmente (**face-on**) il profilo di brillantezza segue un profilo esponenziale che possiamo vedere come una legge di Sérsic con $m = 1$

$$I(R) = I_0 \exp(-R/R_d) \quad (9)$$

Questa forma può essere anche linearizzata ed espressa in $\text{mag}/\text{arcsec}^2$

$$\mu(R) = \mu_0 + 1.0857 \frac{R}{R_d} \quad (10)$$

con $\mu(R)$ e μ_0 brillanze superficiali misurate a distanza R e al centro. Quest'ultima relazione fu osservata per la prima volta da Ken Freeman nel 1970⁷. Freeman notò che tutte le galassie a spirale avevano la stessa brillantezza centrale $\mu_0 = 21.7 \text{ mag}/\text{arcsec}^2$ misurata in banda B. Tuttavia, la selezione dei dischi galattici sui quali furono svolte le misurazioni non prendeva in considerazione galassie poco luminose[19]. La legge di Freeman è dunque corretta solo per un certo tipo di oggetti detti **high surface brightness galaxies**.

⁷Questa relazione prende anche il nome di **Legge di Freeman**

2.3 Legge di Tully-Fisher

Anche per le galassie a spirale esistono relazioni empiriche. La più importante di queste è probabilmente la legge di Tully-Fisher, presentata nel 1977 da R. Brent Tully e J. Richard Fisher come metodo per misurare le distanze[20] utilizzando l'allargamento delle righe spettrali dell'idrogeno neutro e la magnitudine assoluta delle galassie osservate. La relazione empirica che si ottiene è

$$L \propto v^\alpha \quad (11)$$

dove v è la velocità delle regioni HI nella parte piatta della curva di rotazione. La distanza è calcolata a partire dall'equazione (1) e l'indice $\alpha \simeq 4$ è legato alla presenza di materia oscura circostante [21].

3 Proprietà Cinematiche

Lo studio della cinematica delle stelle è strettamente legato alla morfologia della galassia. Abbiamo dunque un sistema di n corpi, lasciati liberi di evolvere nello spazio e nel tempo seguendo le leggi di tipo dinamico (che qui non tratteremo) come l'effetto fionda gravitazionale e la frizione dinamica, che non può essere risolto per via analitica. Esistono tuttavia oggi diverse tecniche di simulazione numerica che ci permettono di risolvere il problema[22][23]. Possiamo studiare questo problema da un punto di vista cinematico prendendo in considerazione una funzione di distribuzione apposita per ogni galassia (che va dallo spazio delle fasi ⁸ esadimensionale $\mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3$ ad \mathbb{R}) tale che

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{v})d^3x d^3v = dN \quad (12)$$

La funzione di distribuzione è quindi uno strumento capace di dire il numero di corpi con velocità comprese tra \mathbf{v} e $\mathbf{v} + d\mathbf{v}$ nello spazio delle velocità, racchiuse in un volume di lato dx dello spazio delle configurazioni. Come vedremo, essa è legata all'equazione di Boltzmann non collisionale. Facendo i momenti di questa distribuzione otteniamo le seguenti grandezze:

- $\int_{\mathbb{R}^3} f(\mathbf{x}, \mathbf{v})d^3v = \frac{\Delta N}{\Delta V} =^9 \rho(\mathbf{x})$ come momento di ordine zero (scalare)
- $\int_{\mathbb{R}^3} f(\mathbf{x}, \mathbf{v})v_i d^3v = \bar{v}_i \rho(\mathbf{x})$ come momento di ordine uno (vettore) e che si definisce **velocità macroscopica** del sistema nel punto x in direzione i (e rappresenta una velocità media)
- $\int_{\mathbb{R}^3} f(\mathbf{x}, \mathbf{v})v_i v_j d^3v = \bar{v}_i \bar{v}_j \rho(\mathbf{x})$ come momento di ordine due. I valori prodotti da questo integrale sono le nove combinazioni di i, j che possono essere ordinate all'interno di una matrice simmetrica definita positiva.

⁸La funzione andrebbe dallo spazio delle fasi esteso $(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$, ma nel caso in cui i sistemi siano stazionari la dipendenza dal tempo si può trascurare

⁹Nel limite per nel limite per $\Delta V \rightarrow 0$ otteniamo una densità puntuale

A questo punto posso misurare come cambiano i momenti di ordine due rispetto al baricentro del volume di lato dx utilizzando il **tensore di dispersione delle velocità** $\sigma_{i,j}$.

$$\rho(\mathbf{x})\sigma_{i,j}(\mathbf{x}) = \int_{\mathbf{R}^3} f(\mathbf{x}, \mathbf{v}) \cdot (v_i - \bar{v}_i)(v_j - \bar{v}_j) d^3v \quad (13)$$

La matrice con cui definiamo questo tensore è simmetrica e definita positiva, quindi sempre diagonalizzabile. La forma quadratica associata è un ellissoide detto **ellissoide di dispersione delle velocità**, diverso in ogni punto \mathbf{x} dello spazio con orientazioni e schiacciamento che dipendono dai moti delle stelle.¹⁰ Tutte queste grandezze fisiche possono essere misurate tramite l'effetto Doppler sulle righe di assorbimento. Nel momento in cui vengono svolte delle osservazioni, lungo la linea di vista è possibile osservare un certo numero di stelle che si muovono in tutte le direzioni e per ciascuna di esse si hanno effetti spettrali. La σ osservata è proprio la proiezione lungo la linea di vista dei tensori di velocità locali pesati in funzione della luminosità di ciascuna stella.

3.1 Sistemi non collisionali, lo schiacciamento degli sferoidi

Se avessimo a che fare con un sistema termodinamico collisionale, eventuali anisotropie nelle velocità sarebbero ridistribuite ed eliminate tramite gli urti. In un sistema non collisionale però la situazione è ben diversa. Legata a questa problematica vi è un quesito della fisica “classica”: preso uno sferoide e messo in rotazione attorno ad uno dei suoi assi, come ne evolve nel tempo la forma? Questo problema viene proposto in un primo momento da Newton, il quale osserva per piccole rotazioni una proporzionalità tra la velocità di rotazione di una sfera di fluido ed il suo schiacciamento. Il problema venne risolto definitivamente da Jules-Henri Poincaré, grazie ai contributi di Colin McLaurin, Karl Jacobi, Peter Gustav Lejeune Dirichlet e Bernhard Riemann. Karl Jacobi, in particolare, riuscì a dimostrare l'esistenza di una velocità di rotazione critica al di sopra della quale la soluzione di stabilità di un ellissoide è proprio un **ellissoide triassiale**. Alla luce di queste conoscenze formali, fino al 1978 gli astronomi ritenevano che lo schiacciamento delle galassie ellittiche fosse dovuto essenzialmente alla rotazione delle stesse. Quando la misurazione dei campi di velocità si fece più precisa, tramite l'utilizzo dei CCD, ci si accorse che in media le galassie ellittiche ruotavano molto meno di quanto fosse necessario per spiegarne lo schiacciamento secondo Jacobi. Dunque lo schiacciamento non può essere imputabile unicamente alla rotazione, sebbene sia una valida spiegazione per la forma delle galassie di piccola massa.[24] Una possibile spiegazione per la forma di questi oggetti venne data da James Binney[25, 26], il quale osservò il rapporto v_{max}/σ tra la velocità massima di rotazione e la dispersione di velocità delle stelle in galassie con ellitticità ϵ . Da questa analisi si evidenziano due tipi di strutture: sferoidi oblati e sferoidi prolati. I primi conformi con dispersioni isotrope e schiacciamento dovuto alla

¹⁰Si ricorda che sia v_i sia \bar{v}_i sono funzioni della posizione \mathbf{x}

rotazione; i secondi con basse velocità di rotazione ed allungamento lungo l'asse polare causato da dispersioni di velocità anisotrope. In base a queste caratteristiche è inoltre possibile identificare una classificazione cinematica per le galassie ellittiche[27] :

- **slow rotators**, ossia sistemi a grande massa e luminosità e caratterizzati da un basso indice di ellitticità (tendenzialmente tra E_0 ed E_4)
- **fast rotators**, sono circa il 65% dei sistemi e sono oggetti meno densi e meno luminosi.

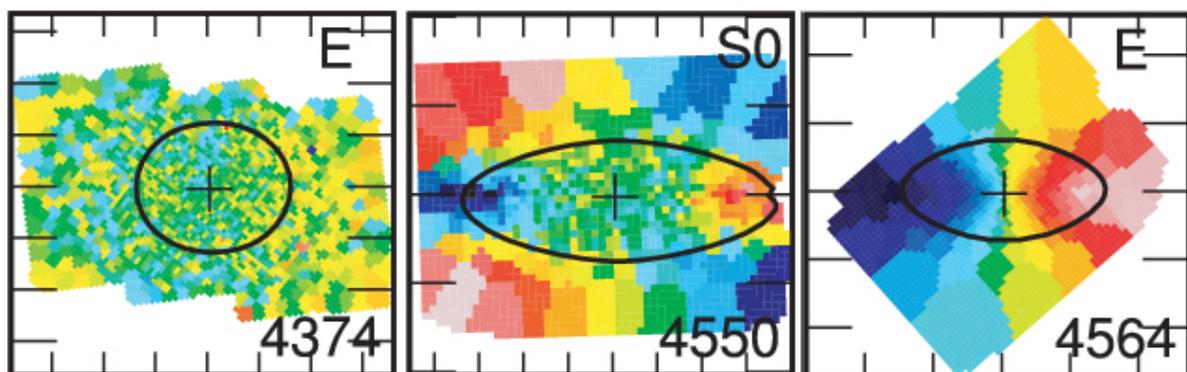


Figura 7: Campo di velocità per galassie di tipo early Type ottenute tramite lo spettrografo SAURON[27]. A sinistra vediamo una galassia classificata come slow rotator, a destra due fast rotators

3.2 Galassie a spirale, curva di rotazione, la materia oscura

Per quanto riguarda lo studio cinematico delle galassie a spirale, il principale strumento utilizzato dagli astronomi è l'analisi della **curva di rotazione** che descrive la velocità di un oggetto in moto su un'orbita circolare, posto a distanza R dal centro galattico. L'andamento di questa curva dipende dal campo gravitazionale e quindi, sebbene queste funzioni siano tutte qualitativamente simili, differiscono da galassia a galassia. Dai modelli teorici, gli astronomi si aspettavano una curva di rotazione suddivisa in tre regimi :

- una prima regione in cui la velocità aumenta linearmente con la distanza dal centro (questo regime include tutta la materia all'interno del bulge ed è associato ad una struttura di corpo rigido che si ottiene con una distribuzione di massa omogenea nello spazio)

$$M(r) = \rho \frac{4}{3} \pi r^3 \Rightarrow v_c^2 = \frac{GM(r)}{r} \Rightarrow v_c \propto r \quad (14)$$

- una seconda regione in cui si osserva un plateau causato dal fatto che in queste zone la materia sente un'attrazione pari a quella esercitata da una massa puntiforme posta al centro della galassia con massa a pari alla somma di tutti gli oggetti racchiusi nella sfera di raggio r (come previsto dal secondo teorema di Gauss). Si osserva che la rotazione in queste regioni non è più rigida ma diventa differenziale. Assumendo una densità di materia che diminuisce all'aumentare della distanza dal centro come $1/r^2$ si ottiene la seguente equazione:

$$M(r) = 4\pi \int_0^r \tilde{r}^2 \rho d\tilde{r} = 4\pi r \Rightarrow v^2 = \frac{GM(r)}{r} = 4\pi G = \text{cost} \quad (15)$$

- una terza regione in cui si sarebbe dovuta osservare una caduta kepleriana riconducibile al fatto che a grande distanza dal centro il potenziale gravitazionale, sviluppato in multipoli, sarebbe essenzialmente dominato dal termine di monopolo

$$v_c^2(r) = \frac{GM}{r} \quad (16)$$

Prima di procedere è necessario dire che mentre le regioni interne vengono mappate tramite l'analisi dei dati ottici, le regioni esterne invece vengono studiate analizzando i dati delle regioni HI, che come è stato precedentemente detto, possono essere osservate tramite la riga di emissione a 21 cm. L'emissione in riga, a differenza di altri fenomeni nel mondo radio, ci permette di fare delle misurazioni applicando l'effetto doppler (cosa che invece è impossibile da ottenere con emissione a spettro continuo).

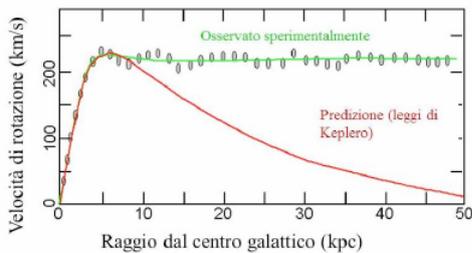


Figura 8: Curva di rotazione prevista dal modello teorico in rosso e in verde quella osservata sperimentalmente

In questo modo è stato possibile misurare la velocità di rotazione della materia al di fuori del disco stellare. Come risultato di ciò è stata riscontrata una divergenza tra il modello teorico ed i dati osservativi: il gas posto a grande distanza dal centro non diminuisce la sua velocità di rotazione, ma rimane più o meno costante sul valore evidenziato dal plateau. Ricordiamo allora che il campo di gravità a distanza r , dipende anche dalla massa che si trova al di fuori del raggio considerato. Si aprono due scenari possibili: o la teoria della gravitazione è sbagliata oppure esiste della materia che non riusciamo a vedere ma che contribuisce al campo gravitazionale. Venne dunque ipotizzata l'esistenza di un enorme alone di materia oscura al di fuori di tutte le galassie a spirale, incapace di interagire elettromagneticamente con la materia barionica e dunque non dissipativo. E' inoltre possibile affermare che molto probabilmente esistono aloni di materia oscura anche nelle galassie ellittiche, rilevabili tramite l'utilizzo di diagnostiche dinamiche complesse.[28]

Riferimenti bibliografici

- [1] M. Ness and K. Freeman. The metallicity distribution of the milky way bulge. *Publications of the Astronomical Society of Australia*, 33, 2016.
- [2] Jens Kauffmann. Star formation in the galactic center environment, 2017.
- [3] I. A. Bonnell and W. K. M. Rice. Star formation around supermassive black holes. *Science*, 321(5892):1060–1062, 2008.
- [4] Jairo Méndez-Abreu. The intrinsic shape of galaxy bulges. *Galactic Bulges*, page 15–40, 2016.
- [5] Hamed Pour-Imani, Daniel Kennefick, Julia Kennefick, Benjamin L. Davis, Douglas W. Shields, and Mohamed Shameer Abdeen. Strong evidence for the density-wave theory of spiral structure in disk galaxies. *The Astrophysical Journal*, 827(1):L2, Aug 2016.
- [6] Benjamin L. Davis, Daniel Kennefick, Julia Kennefick, Kyle B. Westfall, Douglas W. Shields, Russell Flatman, Matthew T. Hartley, Joel C. Berrier, Thomas P. K. Martinsson, and Rob A. Swaters. A fundamental plane of spiral structure in disk galaxies. *The Astrophysical Journal*, 802(1):L13, Mar 2015.
- [7] Daniela Carollo, Timothy C. Beers, Young Sun Lee, Masashi Chiba, John E. Norris, Ronald Wilhelm, Thirupathi Sivarani, Brian Marsteller, Jeffrey A. Munn, Coryn A. L. Bailer-Jones, and et al. Two stellar components in the halo of the milky way. *Nature*, 450(7172):1020–1025, Dec 2007.
- [8] G. de Vaucouleurs. Revised Classification of 1500 Bright Galaxies. , 8:31, April 1963.
- [9] L. Ciotti. Stellar systems following the R1/m luminosity law. , 249:99–106, September 1991.
- [10] Peter Erwin, Michael Pohlen, and John E. Beckman. The outer disks of early-type galaxies. i. surface-brightness profiles of barred galaxies. *The Astronomical Journal*, 135(1):20–54, Nov 2007.
- [11] R. Leach. On the triaxiality of elliptical galaxies. , 248:485–498, September 1981.
- [12] P. L. Schechter. Mass-to-light ratios for elliptical galaxies. , 85:801–811, July 1980.
- [13] Alan Dressler, Donald Lynden-Bell, David Burstein, Roger L. Davies, S. M. Faber, Roberto Terlevich, and Gary Wegner. Spectroscopy and Photometry of Elliptical Galaxies. I. New Distance Estimator. , 313:42, February 1987.

- [14] S. Djorgovski and Marc Davis. Fundamental Properties of Elliptical Galaxies. , 313:59, February 1987.
- [15] P. Brosche. The Manifold of Galaxies. Galaxies with known Dynamical Parameters. , 23:259–268, March 1973.
- [16] Rachel Bezanson. Rotation around fundamental plane, <https://lavinia.as.arizona.edu/~rbezanson/movies.html>.
- [17] G. Busarello, M. Capaccioli, S. Capozziello, G. Longo, and E. Puddu. The relation between the virial theorem and the fundamental plane of elliptical galaxies. , 320:415–420, April 1997.
- [18] D. V. Bizyaev. Photometric deprojection of edge-on galaxies. *Astronomy Letters*, 26(4):219–224, Apr 2000.
- [19] MJ DISNEY. Visibility of galaxies. *Nature*, 263(5578):573–575, 1976.
- [20] R. B. Tully and J. R. Fisher. Reprint of 1977A&A....54..661T. A new method of determining distance to galaxies. , 500:105–117, February 1977.
- [21] C. Trachternach, W. J. G. de Blok, S. S. McGaugh, J. M. van der Hulst, and R.-J. Dettmar. The baryonic tully-fisher relation and its implication for dark matter halos. *Astronomy Astrophysics*, 505(2):577–587, Aug 2009.
- [22] Rautiainen, P. and Mel’nik, A. M. N-body simulations in reconstruction of the kinematics of young stars in the galaxy. *A&A*, 519:A70, 2010.
- [23] Edmund Bertschinger and James M. Gelb. Cosmological n-body simulations. *Computers in Physics*, 5(2):164–179, 1991.
- [24] G. Illingworth. Rotation (?) in 13 elliptical galaxies. , 218:L43–L47, December 1977.
- [25] J. Binney. On the rotation of elliptical galaxies. , 183:501–514, May 1978.
- [26] J. Binney. The dynamics, shapes and origins of elliptical galaxies. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 296(1419):329–338, 1980.
- [27] E. Emsellem, M. Cappellari, D. Krajnovi , G. Van De Ven, R. Bacon, M. Bureau, R. L. Davies, P. T. De Zeeuw, J. Falcon-Barroso, H. Kuntschner, and et al. The sauron project - ix. a kinematic classification for early-type galaxies. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 379(2):401–417, Aug 2007.

- [28] I. J. Danziger. Dark Matter in Early-Type Galaxies. In Massimo Persic and Paolo Salucci, editors, *Dark and Visible Matter in Galaxies and Cosmological Implications*, volume 117 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, page 28, January 1997.