

**Alma Mater Studiorum  
Università di Bologna**

---

SCUOLA DI INGEGNERIA

Sede di Forlì

Corso di Laurea in  
INGEGNERIA AEROSPAZIALE  
Classe L-9

Elaborato finale di Laurea in  
ING-IND/05: Fondamenti di Meccanica Orbitale

**Implementazione di un sistema ottimizzato  
per la stima della frequenza di segnali  
mediante Phase-Locked Loops**

Candidata:  
**Elena Tonucci**

Relatore:  
**Prof. Paolo Tortora**

Correlatore:  
**Dott. Andrea Togni**

---

**Anno Accademico 2020/2021**

# INDICE

1. Il processo di determinazione d'orbita .....	1
1.1. Introduzione .....	1
1.2. Il problema della ricostruzione della frequenza di cielo.....	3
1.3. Configurazioni di tracking deep space.....	7
1.4. Catena di acquisizione .....	11
1.5. Determinazione d'orbita statistica .....	17
2. I Phase-Locked Loops nelle telecomunicazioni.....	22
2.1. Introduzione ai Phase-Locked Loop .....	22
2.2. Sviluppi recenti .....	25
2.3. Il caso Juno.....	28
3. Lavoro proposto.....	34
3.1. Modello matematico del PLL.....	34
3.2. Battimento del segnale .....	36
4. Risultati.....	51
4.1. Frequenza costante .....	51
4.2. Frequenza variabile linearmente.....	54
4.3. Frequenza variabile in modo quadratico .....	57
4.4. Frequenza variabile in modo cubico.....	60
4.5. Frequenza variabile in modo sinusoidale .....	63
5. Conclusioni e risvolti futuri.....	67

## Indice delle figure

Figura 1. Diagramma contestuale del processo di OD .....	2
Figura 2. Processo di determinazione d'orbita statistica .....	4
Figura 3. Schema di tracking two-way .....	7
Figura 4. Schema di tracking three-way .....	8
Figura 5. Schema di tracking one-way .....	8
Figura 6. Schema di tracking $\Delta DOR$ .....	10
Figura 7. Acquisizione Closed-Loop .....	13
Figura 8. Percorso del segnale dall'antenna al ramo Open-Loop (RSR) e componenti del ramo .....	14
Figura 9. Percorso del segnale nel RSR Digitizer .....	14
Figura 10. Percorso del segnale nel Digital Down Converter .....	15
Figura 11. Percorso del segnale nel VME Data Processor .....	16
Figura 12. Sistema di riferimento geocentrico equatoriale .....	18
Figura 13. Range rate topocentrico di uno S/C con accelerazioni trascurabili .....	19
Figura 14. Schema dei componenti di un PLL .....	22
Figura 15. Caratteristica del Phase Detector .....	24
Figura 16. La sonda Juno in orbita attorno a Giove .....	29
Figura 17. Frequenza residua durante il perigio PJ 06 fortemente segnata da accelerazioni non inerziali .....	32
Figura 18. Frequenza residua dopo la contro-rotazione .....	32
Figura 19. Fasore con rotazione annullata e fase iniziale non compensata .....	40
Figura 20. Fasore con rotazione annullata e fase iniziale compensata .....	41
Figura 21. Profilo del segnale di riferimento e del segnale generato dall'NCO attorno al punto di brusco cambio di frequenza dovuto alla discontinuità .....	44
Figura 22. Confronto fra la fase del riferimento e la fase dell'NCO con BL=3 Hz quando è presente una discontinuità di frequenza .....	45
Figura 23. Frequenza media stimata dal PLL con BL=3 Hz quando è presente una discontinuità .....	45
Figura 24. Fase unwrapped del segnale battuto in presenza di una discontinuità non corretta nella frequenza, che il PLL non riesce a seguire istantaneamente .....	46
Figura 25. Confronto fra la fase del riferimento e la fase dell'NCO con BL=100 Hz quando è presente una discontinuità di frequenza .....	47
Figura 26. Frequenza media stimata dal PLL con BL=100 Hz quando è presente una discontinuità .....	47

Figura 27. Frequenza media stimata dal PLL in seguito alla ricerca e correzione automatica delle discontinuità di frequenza .....	49
Figura 28. Errore nella frequenza media stimata dal PLL del segnale battuto a seguito della correzione della discontinuità nella frequenza .....	50
Figura 29. Primo secondo di segnale campionato a 1000 Hz. Frequenza costante $F(t) = 100$ Hz con ampiezza unitaria e $CNR = 40$ dB-Hz. ....	51
Figura 30. Errori di fase e frequenza prima e dopo il battimento. Segnale originale a frequenza costante.....	52
Figura 31. RMS della stima di frequenza di un segnale a frequenza costante .....	53
Figura 32. Primi dieci secondi di segnale campionato a 1000 Hz. Frequenza variabile linearmente $F(t) = 0.2t$ Hz con ampiezza unitaria e $CNR = 40$ dB-Hz. ....	54
Figura 33. Errori di fase e frequenza prima e dopo il battimento. Segnale originale a frequenza variabile linearmente.....	55
Figura 34. RMS della stima di frequenza di un segnale a frequenza variabile in modo lineare.....	56
Figura 35. Primi dieci secondi di segnale campionato a 1000 Hz. Frequenza variabile in modo quadratico $F(t) = 0.1t^2$ Hz con ampiezza unitaria e $CNR = 40$ dB-Hz. ....	57
Figura 36. Errori di fase e frequenza prima e dopo il battimento. Segnale originale a frequenza variabile in modo quadratico.....	58
Figura 37. RMS della stima di frequenza di un segnale a frequenza variabile in modo quadratico.....	59
Figura 38. Primi dieci secondi di segnale campionato a 3000 Hz. Frequenza variabile in modo cubico $F(t) = 0.01t^3$ Hz con ampiezza unitaria e $CNR = 40$ dB-Hz. ....	60
Figura 39. Errori di fase e frequenza prima e dopo il battimento. Segnale originale a frequenza variabile in modo cubico. ....	61
Figura 40. RMS della stima di frequenza di un segnale a frequenza variabile in modo cubico .....	62
Figura 41. Primo secondo di segnale campionato a 1000 Hz. Frequenza variabile in modo sinusoidale $F(t) = \frac{\sin(2\pi t)}{4\pi}$ Hz con $CNR = 40$ dB-Hz. ....	63
Figura 42. Errori di fase e frequenza prima e dopo il battimento. Segnale originale a frequenza variabile in modo sinusoidale.....	64
Figura 43. RMS della stima di frequenza di un segnale a frequenza variabile in modo sinusoidale.....	65
Figura 44. Nuvola di componenti casuali dovute al rumore termico a valle del battimento. È molto estesa a causa del basso valore del CNR del segnale battuto. ....	66



*Dear Shizuku,*

## Sommario

I Phase-Locked Loops sono sistemi che forniscono una stima coerente in fase del segnale in ingresso. In ambito di tracking radiometrico di sonde deep space, essi vengono utilizzati per la stima della frequenza residua, indispensabile per attuare le funzioni di navigazione, determinazione d'orbita e guida. Sebbene le loro prestazioni siano deteriorate da disturbi di diversa natura, essi sono tutt'oggi lo strumento più impiegato per elaborare dati provenienti da esperimenti di radio scienza, tant'è che diversi studi hanno tentato negli anni di migliorare le loro prestazioni, mediante l'utilizzo di diverse tecniche.

Questa tesi ha l'obiettivo di implementare tramite MATLAB un sistema ottimizzato basato su PLL per la stima della frequenza dei segnali in uscita da sistemi di acquisizione open-loop. Partendo dai modelli numerici sviluppati in precedenza durante il tirocinio, si vogliono introdurre alcuni miglioramenti che riducano ulteriormente la misura dell'incertezza di stima, calcolata attraverso la radice dell'errore quadratico medio. A tale scopo, è stata introdotta una funzione di battimento del segnale stimato che fornisce un nuovo riferimento a frequenza costante. Ciò permettere al PLL di rielaborare nuovamente il segnale con bande di loop ottimizzate, le quali hanno la capacità di filtrare maggiormente il rumore termico del ricevitore, principale causa di disturbo per i segnali provenienti da sonde spaziali.

In questo elaborato verrà analizzato in dettaglio il processo di determinazione d'orbita in modo da definire il ruolo essenziale che i PLL svolgono in tale ambito. Successivamente, verrà analizzato lo stato dell'arte di suddetti sistemi e i loro limiti, i quali giustificano il crescente interesse verso un loro perfezionamento. Infine, saranno presentati estensivamente i modelli matematici sviluppati durante questo studio e i loro risultati per dimostrare che il sistema di battimento implementato migliora l'accuratezza della stima della frequenza dei segnali.

# 1. IL PROCESSO DI DETERMINAZIONE D'ORBITA

## 1.1. Introduzione

La determinazione d'orbita (OD) delle effemeridi dei corpi celesti è stata oggetto di approfonditi studi da parte di astronomi e matematici per secoli. Da sessant'anni a questa parte, grazie al crescente interesse dell'uomo verso l'esplorazione spaziale, le metodologie di OD si sono enormemente evolute anche rispetto allo studio del moto delle sonde artificiali, attraverso finanziamenti e ricerche in svariati ambiti come le università, gli enti governativi e privati e le industrie.

Il moderno processo di OD è chiamato determinazione d'orbita statistica. Esso è iterativo e volto alla determinazione della posizione e della velocità, cioè lo stato, di un oggetto, ad esempio un pianeta o un veicolo spaziale (S/C), per conoscerne l'evoluzione nel tempo [1]. È sufficiente conoscere con precisione lo stato in un singolo istante per poi propagarlo negli istanti successivi o ricostruire l'orbita precedente. Tuttavia, normalmente, le osservazioni sono attuate in un periodo di tempo più lungo per ridurre al meglio l'incertezza di misura. Ciò è possibile poiché, per determinare univocamente lo stato di un oggetto sotto le ipotesi standard del problema dei due corpi e della legge di gravitazione universale, sono necessari sei diversi parametri osservabili quali, per l'appunto, i vettori posizione e velocità. Inoltre, l'analisi statistica combinata con misurazioni in diversi istanti di tempo consentono di risolvere numericamente persino orbite di sistemi perturbati da più di due corpi.

Le componenti di posizione e velocità sono usualmente definite in un sistema di riferimento inerziale centrato nel centro di massa della Terra (Earth-Centered Inertial, ECI). Il sistema attualmente utilizzato è il J2000, che fa riferimento al 1° Gennaio 2000 alle 12:00 UTC.

I risvolti di questo processo e della radiometria non sono circoscritti alla mera individuazione della traiettoria dell'oggetto in esame, ma includono anche la possibilità di attuare manovre per riportarlo all'orbita desiderata (guida) o la raccolta di dati per il miglioramento degli stessi modelli fisici e matematici utilizzati per le

stime orbitali, come disturbi che influenzano la propagazione delle onde elettromagnetiche o il moto dello S/C. Questo porta, inoltre, alla possibilità di fare scoperte scientifiche, grazie alla maggiore confidenza ottenuta sulla stima delle grandezze in gioco nel Sistema Solare. Ad esempio, le perturbazioni sull'orbita di uno S/C attorno a un pianeta possono essere utilizzate per migliorare la conoscenza della distribuzione del suo campo gravitazionale. Conoscendo il suo raggio grazie ad altre osservazioni, si può stimare la distribuzione della massa interna di tale pianeta, un dato di indubbia importanza per delineare l'evoluzione del Sistema Solare [2].

In Fig. 1 sono sommariamente mostrati i diversi fattori in gioco nel processo di OD.

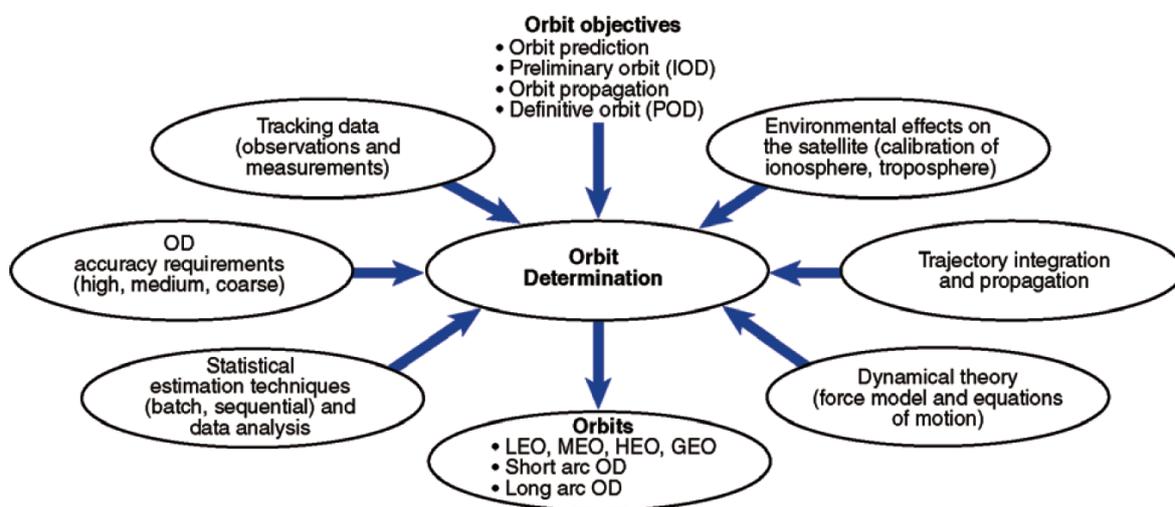


Figura 1. Diagramma contestuale del processo di OD

Il moto è descritto da un insieme di equazioni basate sugli attuali modelli fisici e matematici dell'ambiente circostante, in questo caso il Sistema Solare. L'oggetto si muove infatti sotto l'influenza di una grande varietà di forze esterne come la gravità, la resistenza atmosferica, perturbazioni causate da altri corpi, la pressione dovuta alle radiazioni solari, e molte altre. Dalla complessa interazione tra queste forze deriva un sistema di equazioni differenziali non lineari [1]. Inoltre, spesso non vi è una conoscenza approfondita dell'ambiente fisico in cui uno S/C sta operando, e ciò rappresenta un limite nell'accuratezza della determinazione del suo stato. Alcune missioni hanno proprio lo scopo di raccogliere dati per il miglioramento della conoscenza dell'ambiente spaziale. Ad esempio, la missione Juno (NASA), il cui scopo

---

è investigare, tra gli altri, il campo gravitazionale del pianeta Giove nei periodi di massimo avvicinamento [3].

Le stime dello stato ricavate attraverso processi computazionali - generalmente tecniche di determinazione statistica, analizzate più in dettaglio alla fine di questo capitolo - sono continuamente aggiornate attraverso l'analisi di un insieme di osservazioni reali. Tali misurazioni possono essere ottenute a bordo dello S/C (autonomous navigation) o attraverso stazioni di tracking a terra (ground-based tracking). Per questo motivo si possono definire almeno tre requisiti necessari per l'effettivo funzionamento di un sistema di OD: non solo una profonda comprensione della teoria fisico-matematica su cui esso si basa, ma anche la disponibilità e la bontà di ricezione dei dati, che comprende quindi l'accuratezza delle tecniche computazionali utilizzate [1].

In conclusione, il processo di OD permette di portare a termine diversi obiettivi come la navigazione degli S/C e l'esplorazione spaziale. A tal fine è dunque necessaria la presenza di infrastrutture ad hoc ad ogni longitudine per la ricezione dei dati e lo sviluppo di accurati sistemi di analisi dei segnali ricevuti per la stima dell'orbita.

## 1.2. Il problema della ricostruzione della frequenza di cielo

Il processo di OD richiede una stima a priori della traiettoria dello S/C, chiamata orbita nominale. I valori attesi dello stato sono calcolati sulla base di valori nominali di traiettoria e di precisi modelli di tracking. Per via di errori di varia natura, da errori di rappresentazione numerica a modelli non accurati, i valori attesi differiscono da quelli realmente osservati. La differenza che si ottiene dal confronto tra tali valori rappresenta il valore residuo. Se la traiettoria e i modelli fossero perfettamente noti, la loro distribuzione statistica sarebbe essenzialmente Gaussiana e causata da errori non correlati di misura, come il rumore termico. Al contrario, errori nella traiettoria o nei modelli lasciano precise tracce (o signature) nei residui che sono utilizzate per correggere l'orbita stimata in precedenza attraverso una stima lineare tramite il metodo dei minimi quadrati. Poiché essa costituisce una soluzione linearizzata a un problema fortemente non lineare, è necessario che le correzioni siano attuate in modo

iterativo. A ogni iterazione vengono utilizzate le stime precedenti per calcolare nuovi residui, finché la soluzione non converge [4].

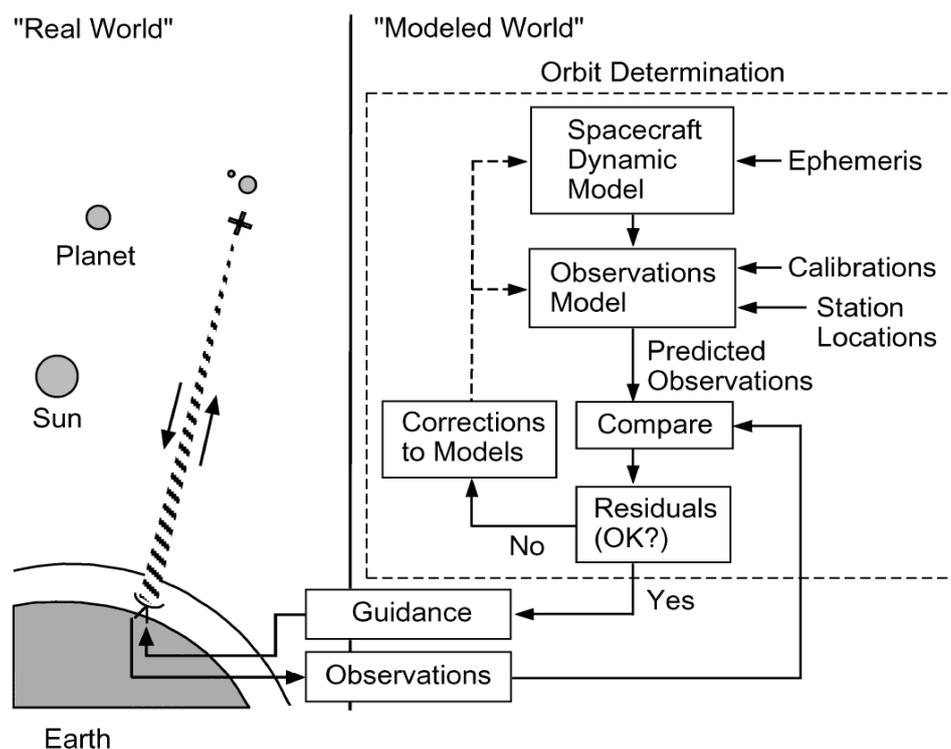


Figura 2. Processo di determinazione d'orbita statistica

La Fig. 2 mostra uno schema del processo di navigazione. La stima della distanza tra la stazione di terra e lo S/C, chiamata range, e della velocità radiale reciproca, chiamata invece range-rate, sono ottenute attraverso lo scambio di segnali elettromagnetici tra le due e la stima dell'effetto Doppler. Nel metodo di tracking two-way, ad esempio, un primo segnale è generato da una stazione di terra. Esistono diverse reti mondiali costituite da più complessi, come il Deep Space Network (DSN), l'European Space Tracking (ESTRACK), o altri. Il DSN, ad esempio, consta di tre complessi localizzati approssimativamente a una distanza angolare di circa 120 gradi di longitudine l'uno dall'altro - a Goldstone (California), Canberra (Australia) e Madrid (Spagna). Il segnale trasmesso è chiamato segnale di uplink e ha una frequenza istantanea che deve essere altamente stabile per una maggiore accuratezza nella misurazione della propagazione delle onde elettromagnetiche tra stazione e S/C [2]. La misura dell'instabilità di

frequenza in un certo intervallo di tempo di un dispositivo come un oscillatore o un orologio può essere espressa attraverso la deviazione di Allan. A oggi la deviazione di Allan raggiungibile è nell'ordine di  $10^{-15}$  per un tempo di integrazione di 1000 secondi [5], cioè è abbastanza stabile da non rappresentare un problema di accuratezza per il tracking. L'uplink è ricevuto dallo S/C per mezzo di un Phase-Locked Loop (PLL) all'interno del transponder. Esso prima segue l'andamento dell'uplink filtrandolo dal rumore e successivamente invia un secondo segnale, chiamato segnale di downlink, indietro alla stazione di terra. Il downlink è rigenerato e coerente con il segnale di uplink, ma ha una frequenza differente a esso proporzionale secondo un fattore moltiplicativo conosciuto, il turn-around ratio  $\alpha$  [4].

Il processo di acquisizione del segnale di downlink giunto alla stazione di terra viene approfondito in maniera più dettagliata nella sezione 1.4. L'idea essenziale di questo processo è che per il calcolo del range, grazie alla stabilità della frequenza iniziale utilizzata, è sufficiente utilizzare il Round Trip Light Time (RTLT), cioè il tempo di transito del segnale two-way, e la velocità della luce  $c$ .

$$\rho = \frac{1}{2} RTLT c \quad (1-1)$$

Per il range-rate, invece, occorre definire una relazione tra le diverse frequenze. Ci si riferisce alla frequenza legata alla stima dell'orbita nominale iniziale come frequenza nominale o attesa. Come detto in precedenza, invece, la frequenza del segnale di downlink ricevuta dallo S/C è in generale diversa. Essa viene chiamata frequenza di cielo, cioè quella direttamente osservata. La frequenza di cielo proveniente da uno S/C che si muove rispetto alla Terra è esprimibile in prima approssimazione in termini della frequenza trasmessa inizialmente come:

$$f_{sky} = \alpha \left( 1 - 2 \frac{\dot{\rho}}{c} \right) f_t \quad (1-2)$$

Dove  $f_{sky}$  identifica la frequenza di cielo,  $\alpha$  è il turn-around ratio,  $\dot{\rho}$  definisce il range-rate e  $f_t$  è la frequenza trasmessa inizialmente dalla stazione allo S/C. Da tale relazione si può dunque isolare il range-rate:

$$\dot{\rho} = \left(1 - \frac{f_{sky}}{\alpha f_t}\right) \frac{c}{2} \quad (1-3)$$

Nella relazione (1-2) la componente  $2\frac{\dot{\rho}}{c}f_t$  è conosciuta come componente Doppler. Essa è doppia in questo caso poiché la configurazione di tracking considerata è di tipo two-way. I dati Doppler vengono registrati di continuo a ogni passaggio di tracking dello S/C da parte di ogni antenna del DSN. Mentre per determinare l'ascensione retta, l'elevazione e la velocità radiale è sufficiente un solo passaggio, la velocità perpendicolare alla linea di vista tra una stazione e uno S/C in un'orbita interplanetaria necessita di diversi giorni di dati per essere ricavata con un'accuratezza sufficiente per il processo di OD [4].

Come detto in precedenza, la frequenza nominale legata all'orbita nominale predetta e la frequenza osservata ricevuta direttamente dallo S/C non saranno generalmente mai uguali. Se anche il modello fosse perfetto, ci sarebbe comunque una componente di rumore termico che influenza il segnale ricevuto. Per tale ragione, si definisce la frequenza residua come la differenza tra le altre due:

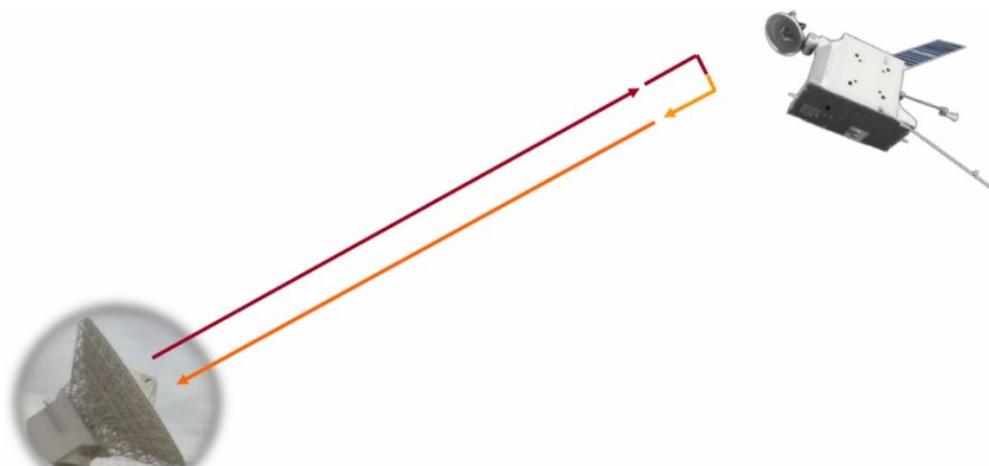
$$f_{res} = f_{sky} - f_{nom} \quad (1-4)$$

L'importanza della frequenza residua risiede nel fatto che essa è utilizzata per la correzione del modello orbitale, poiché è legata alla parte di componente Doppler che le predizioni iniziali non avevano modellato. Dopo che essa è stata stimata attraverso, ad esempio, un Phase-Locked Loop (PLL), viene sommata alla frequenza nominale, per ricavare la frequenza di cielo.

La corretta ricostruzione della frequenza di cielo è essenziale per il processo di OD ed è legata strettamente all'accuratezza con cui i dispositivi riescono a stimare la frequenza residua. Per tale motivo, molti studi sono stati svolti per il miglioramento dei sistemi di stima, come spiegato ampiamente nel capitolo 2. Un esempio di come la frequenza di cielo possa essere utilizzata per compiere il processo di OD è invece trattato alla fine di questo capitolo.

### 1.3. Configurazioni di tracking deep space

Innanzitutto, si distinguono diversi tipi di configurazioni di tracking: il two-way, spiegato in precedenza in un esempio, il three-way, il one-way e il  $\Delta$ DOR.



*Figura 3. Schema di tracking two-way*

Nel tracking two-way le misurazioni Doppler provengono da uno scambio in cui il segnale viene inviato e ricevuto nuovamente dalla stessa stazione di terra, poiché essa può rigenerare un segnale il più possibile simile a quello di uplink per il mixing e la ricostruzione della frequenza di cielo. Sfortunatamente però ciò non è sempre possibile se lo S/C si trova a grandi distanze rispetto alla Terra, a causa della rotazione di quest'ultima attorno al proprio asse [2].

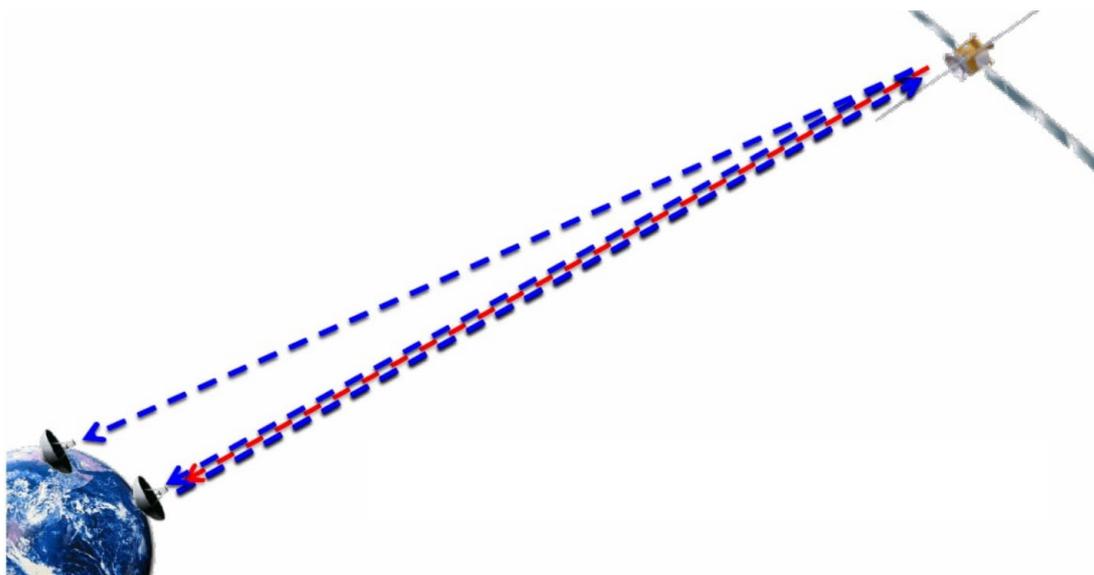


Figura 4. Schema di tracking three-way

Quando il RTLT eccede la finestra di visibilità della stazione di terra che ha inviato il segnale originale, essa esce fuori dalla linea di vista dello S/C a causa della rotazione terrestre. È dunque una seconda stazione a ricevere il segnale di downlink, e il tracking con tale geometria viene denominato three-way. Tale geometria risulta più problematica di quella two-way, in quanto il segnale generato da una seconda stazione di terra potrebbe differire rispetto a quello della prima stazione a causa di diversi errori. L'accuratezza del tracking è profondamente legata alla stabilità della frequenza di tali segnali e verrebbe perciò compromessa [2].

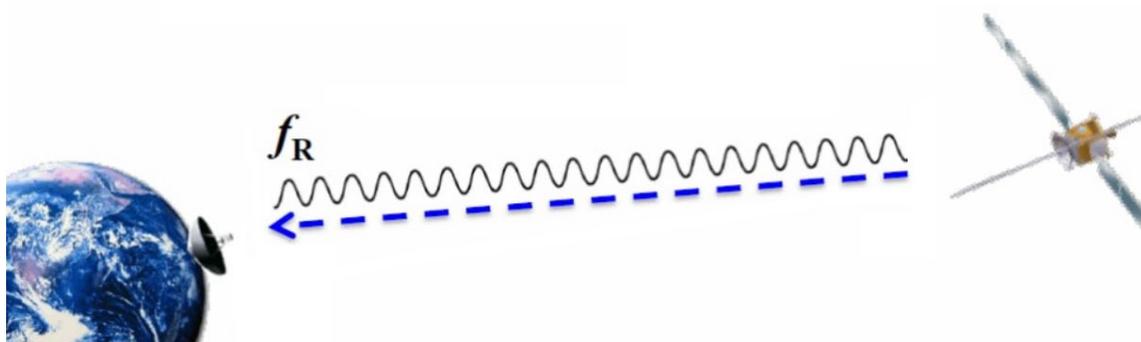


Figura 5. Schema di tracking one-way

Un'altra alternativa è quella di far generare un segnale di downlink da un oscillatore a bordo dello S/C, senza che vi sia alcuna trasmissione verso lo S/C stesso [4]. Tale metodo è impiegato ad esempio nel Global Positioning System (GPS), in quanto i suoi ricevitori a terra non hanno la capacità di inviare segnali ai satelliti della costellazione GPS, ma solo di riceverli.

Nel caso di tracking two-way, come detto in precedenza, la bontà dei dati provenienti dallo S/C sono fortemente dipendenti dalla stabilità della frequenza standard della stazione di terra. Nel tracking one-way, invece, essa è maggiormente inficiata dalla sincronizzazione temporale tra il trasmettitore di bordo e il ricevitore a terra. È del tutto preferibile nel caso di esperimenti di occultazione, in quanto il segnale deve passare una sola volta attraverso l'atmosfera del pianeta, un mezzo che presenta caratteristiche di diffrazione e assorbimento. Tuttavia, anche se gli errori causati dal mezzo di propagazione sono minori rispetto agli altri metodi, la precisione del tracking one-way è limitata dalla stabilità dell'oscillatore a bordo dello S/C, che genera il segnale. Il tracking two-way è dunque generalmente preferibile, poiché gli oscillatori nelle stazioni di terra presentano una stabilità intrinsecamente migliore rispetto a quelli di bordo [2].

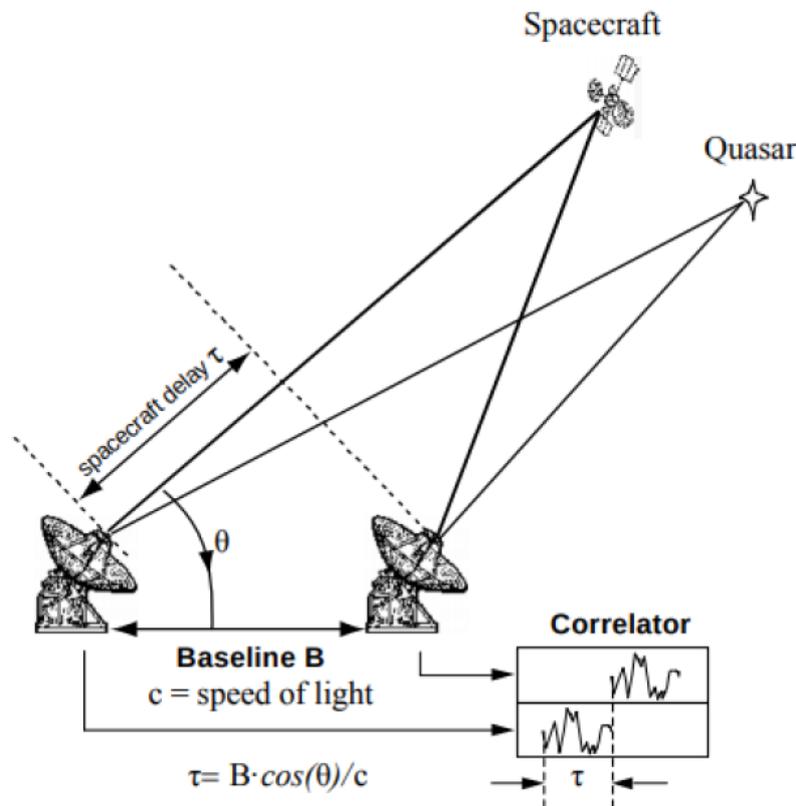


Figura 6. Schema di tracking  $\Delta DOR$

Un ultimo metodo è chiamato  $\Delta DOR$  (Delta Differential-One-Way-Ranging). Esso sfrutta le radiazioni emesse da un oggetto extra-galattico la cui posizione è ben nota, come una quasar. Il suo funzionamento prevede che due stazioni di terra che si trovano a una distanza  $B$  (baseline) tra loro, puntino entrambe verso la quasar e ricavano l'angolo di inclinazione della sorgente elettromagnetica rispetto alla baseline, secondo:

$$\theta = \arcsin\left(\frac{\tau c}{B}\right) \quad (1-5)$$

Dove  $c$  è la velocità della luce,  $\tau$  è la differenza nel tempo di ricezione del segnale elettromagnetico da parte delle due stazioni.

Le stazioni ricavano nello stesso modo l'angolo di inclinazione dello S/C e possono, infine, determinare la sua posizione angolare rispetto alla direzione identificata dalla

---

quasar. Attraverso misurazioni attuate da tre diverse stazioni le cui baseline tra loro hanno diverse direzioni, si possono ricavare l'elevazione e l'ascensione retta dello S/C.

La prima misurazione attuata sulla quasar è necessaria per compensare eventuali errori di clock delle stazioni o altri disturbi, come quelle atmosferici. Infatti, come detto inizialmente, la posizione della quasar è ben nota, in modo da poter comparare la sua reale posizione angolare con quella calcolata. Così si può stimare l'errore e attuare una calibrazione per determinare successivamente la posizione angolare dello S/C.

Esso risulta essere un metodo utile da utilizzare nel caso lo S/C sia affetto da perturbazioni orbitali mal modellate, le quali rappresenterebbero una grossa fonte di errore per gli altri tipi di tracking. Altre maggiori fonti di errori per questo metodo sono errori nelle baseline e ritardi negli strumenti, oltre che eventuali ritardi troposferici che non si è riusciti a calibrare [4].

Tutti quanti i metodi citati, d'altra parte, possono risentire di altri errori comuni. Il rumore termico (bianco), il rumore di fase dovuto all'instabilità della frequenza di trasmissione e la possibile scintillazione dovuta al plasma solare per piccoli angoli Sun-Earth-Probe (SEP) sono la sorgente preponderante di errori nell'ambito di radio scienza. Inoltre, possono presentarsi errori dovuti all'instabilità di clock di ricevitori e trasmettitori, l'errore multipath - un fenomeno di propagazione per il quale il segnale raggiunge l'antenna più volte in istanti diversi di tempo poiché è stato riflesso - errori nel sistema di riferimento inerziale preso in considerazione - e quindi la localizzazione delle stazioni di terra o l'orientazione stessa della Terra - e, infine, gli errori atmosferici - ionosferico causato dalla presenza di ioni e troposferico dall'umidità. Questi ultimi sono gli errori prevalenti per le operazioni del sistema GPS, ad esempio. Naturalmente questi fenomeni vengono ampiamente studiati al fine di modellarli e compensarli. Alcuni di essi sono trattati maggiormente nel prossimo capitolo.

#### 1.4. Catena di acquisizione

I segnali trasmessi e ricevuti dall'antenna della stazione di terra transitano nella beam waveguide (BWG), un sistema composto da un certo numero di specchi riflettenti

racchiusi nella struttura dell'antenna. Essa costituisce una guida grazie alla quale è possibile direzionare le onde elettromagnetiche. A valle di questo sistema si trovano generalmente due diversi rami per l'acquisizione dei segnali, uno Closed-Loop e uno Open-Loop.

In entrambi i casi, la catena di acquisizione comprende i seguenti passaggi: il Low-Noise Amplifier (LNA) amplifica il segnale di downlink ricevuto. Poiché esso si trova a una frequenza RF (Radio Frequency) molto alta, viene battuto e filtrato per mezzo di un mixer, il Radio-frequency to Intermediate-frequency Downconverter (RID) o non sarebbe processabile da un punto di vista pratico [6]. I tipici valori delle frequenze di downlink, infatti, variano da un minimo di 2290 MHz per banda S a un massimo di 32300 MHz per banda Ka [4]. Il battimento del segnale iniziale prevede dapprima di trasformare il segnale ricevuto nel suo equivalente segnale analitico, cioè a valori complessi senza componenti di frequenza negative. Esso viene moltiplicato per il segnale atteso coniugato, riferito al valore d'orbita nominale computato precedentemente. In questo modo si ottiene un risultato che è la somma di due componenti: una a frequenza circa doppia (la somma delle due frequenze) e una a frequenza circa nulla a meno della frequenza residua (la differenza tra le due frequenze). È perciò necessario utilizzare un filtro passa-basso all'uscita del battimento del segnale per mantenere solo la componente di differenza tra le due, cioè la residua. A questo punto il segnale possiede dunque una frequenza più bassa di prima chiamata Intermediate Frequency (IF), con cui è possibile processarlo stabilmente.

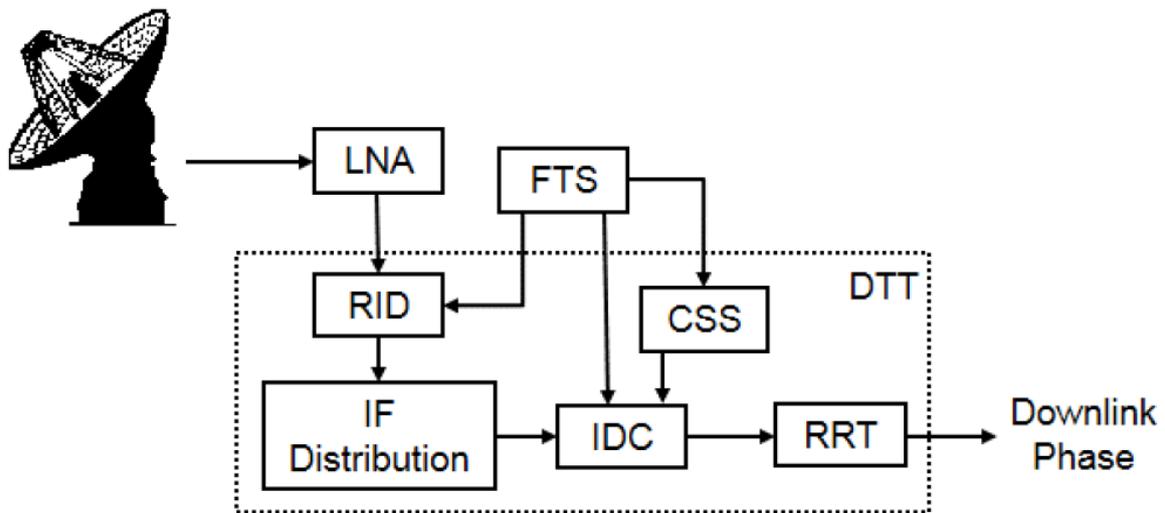


Figura 7. Acquisizione Closed-Loop

Se si lavora con il ramo Closed-Loop (DSN Block V Receiver) mostrato in Fig. 7, il segnale viene processato in tempo reale mediante un PLL analogico che, una volta entrato in condizione di lock, cioè di aggancio della fase del segnale in ingresso, fornisce in uscita un segnale digitale filtrato dal rumore, coerente con il segnale di ingresso, e una stima della sua frequenza, cioè la frequenza residua. Il grande limite di questo processo è che la banda di loop del PLL deve essere definita istantaneamente, perciò esso potrebbe sganciarsi se la dinamica del segnale è troppo elevata. In questo caso, non riuscendo più a seguire il segnale in ingresso, i dati non verrebbero più acquisiti correttamente, perdendoli. È possibile che ciò accada perché, come già spiegato, sebbene la frequenza del downlink sia stimata precedentemente a ogni sessione di tracking, variazioni più o meno grandi della frequenza attesa sono generalmente sempre presenti.

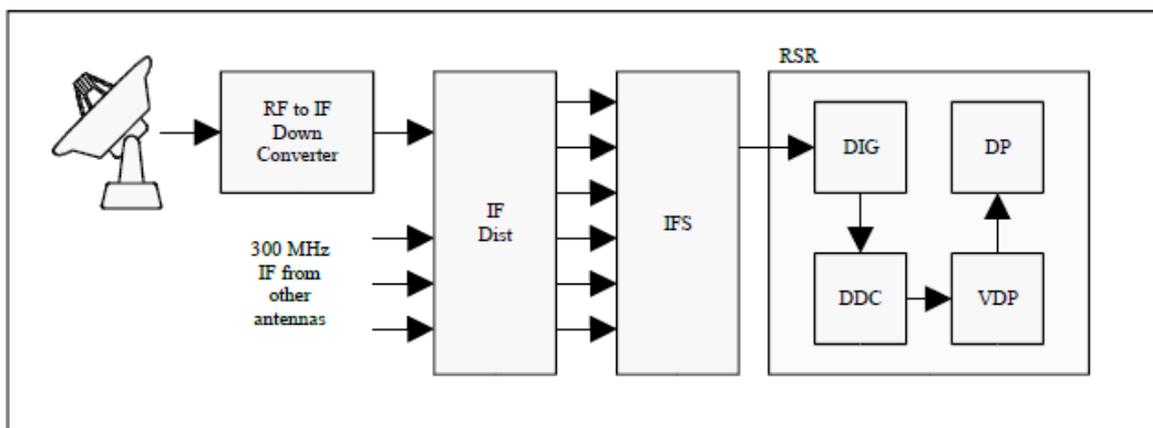


Figura 8. Percorso del segnale dall'antenna al ramo Open-Loop (RSR) e componenti del ramo

Per ovviare questo problema, si può lavorare con il ramo Open-Loop (DSN Radio Science Receiver) dove il segnale viene registrato interamente con l'utilizzo di un Analog to Digital Converter (ADC) e fino a quattro diversi sotto-canali di un filtro digitale. I campioni digitali di ogni sotto-canale sono immagazzinati su disco in tempo reale [7].

La Fig. 8 mostra l'acquisizione del segnale di downlink giunto all'antenna della stazione di terra e la conversione della sua frequenza sino alla Intermediate Frequency (IF), come spiegato in precedenza. Un dispositivo chiamato IF Selector Switch (IFS) fornisce allora tale segnale al RSR Digitizer (DIG), illustrato in dettaglio nella figura seguente.

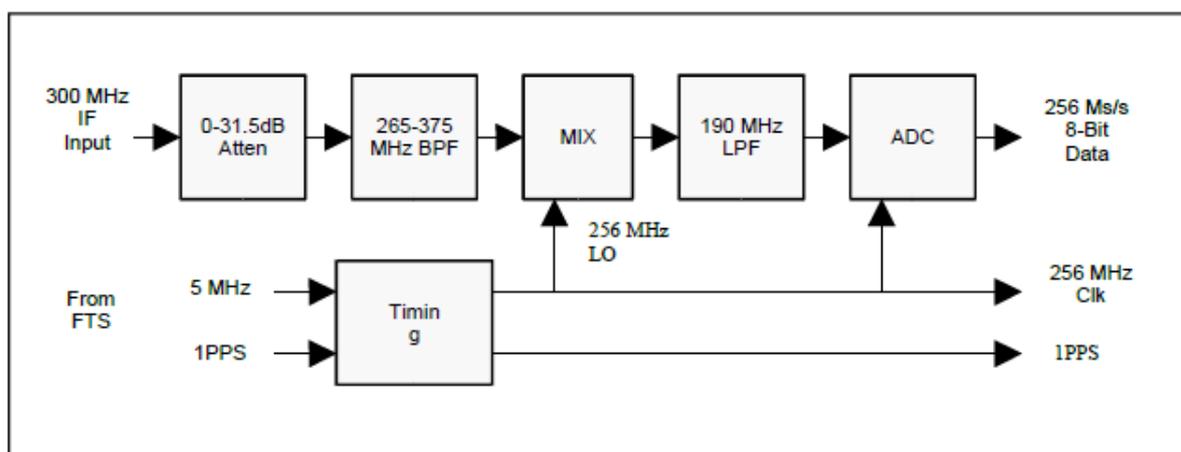


Figura 9. Percorso del segnale nel RSR Digitizer

Nel DIG il segnale entra in un attenuatore programmabile che è calibrato all'inizio degli esperimenti per fornire il corretto livello del segnale all'ADC. Successivamente, un filtro passa banda (BPF) seleziona solo la banda del segnale tra 265 MHz e 375 MHz. Il segnale così filtrato viene mixato e ulteriormente filtrato con filtro passa basso (LPF). Viene poi campionato dall'ADC che lo converte in un flusso di dati digitali 8-bit a  $256 \frac{Msample}{s}$ . Infine, il DIG fornisce anche il tempo corrispondente ai campioni attraverso un segnale 1 Pulse Per Secondo (1PPS) e un 256 MHz data clock. A questo punto il segnale digitale viene elaborato dal Digital Down Converter (DDC), in Fig. 10.

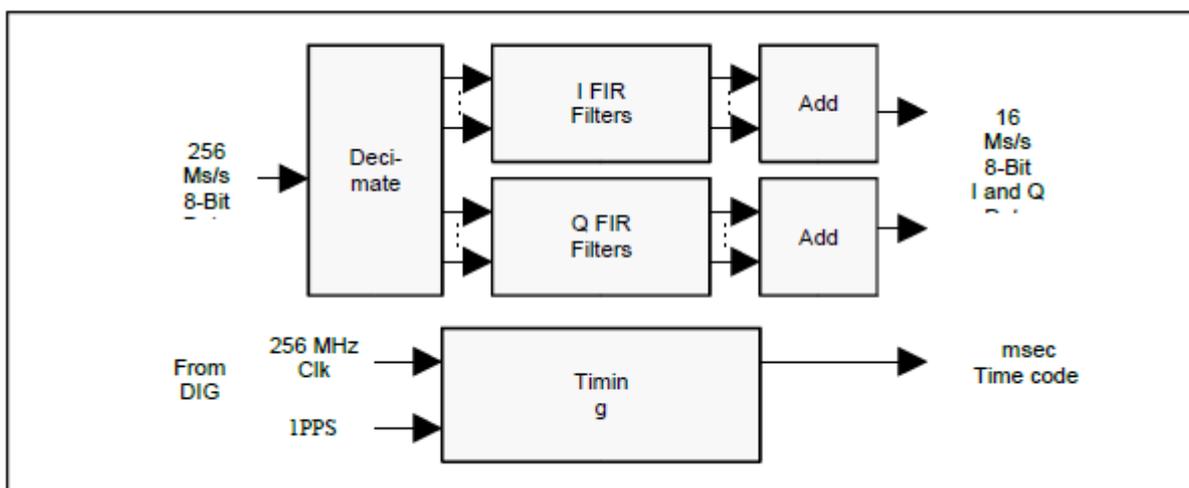


Figura 10. Percorso del segnale nel Digital Down Converter

Nel DDC il flusso completo del segnale è separato in otto parti e fornito ai due filtri del Finite Impulse Response (FIR). Uno di essi crea le componenti in fase dei dati (I) e l'altro quelle in quadratura (Q), fino a creare campioni a valori complessi in componenti I&Q in 8-bit e  $16 \frac{Msamples}{s}$ . Un time code riesce a far sì che l'istante a cui corrisponde ogni campione sia identificabile grazie ai dati di clock elaborati in precedenza dal DIG.

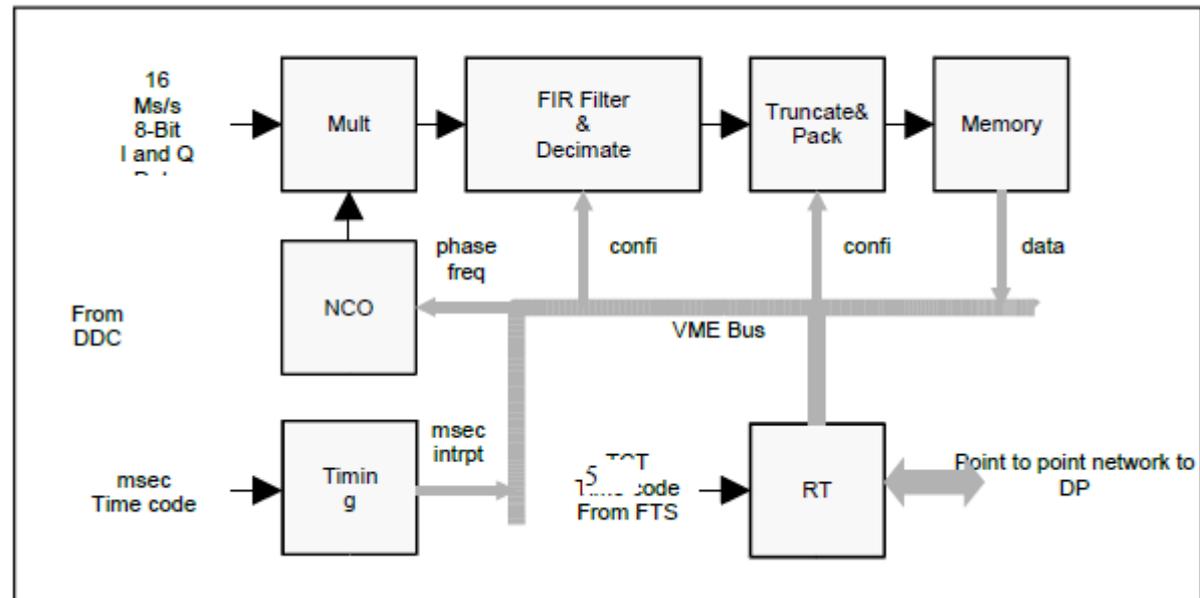


Figura 11. Percorso del segnale nel VME Data Processor

A questo punto, il segnale entra nel VME Data Processor (VDP). Esso è composto da un oscillatore controllato numericamente (NCO), un moltiplicatore di valori complessi, un filtro FIR e un dispositivo di data pack. Nel moltiplicatore sono elaborati il segnale e un secondo segnale generato dall’NCO che funziona grazie a frequenze predette dal Real-Time control computer (RT) attraverso metodi polinomiali. Il segnale in uscita dal moltiplicatore viene filtrato dal FIR. Dopodiché è necessario che la lunghezza dei campioni filtrati venga accorciata per garantire la precisione delle operazioni attuate sui dati. Sono supportate lunghezze di 1, 2, 4, 8, e 16 bit e tale riduzione è fatta mediante troncamento. Lo stesso componente “impacchetta” i dati troncati a formare data words di 32-bit in modo che i 16 bit con informazioni più importanti siano in quadratura e i restanti 16 in fase. Man mano che le parole sono completate vengono trasferite in una memoria dalla quale il RT legge continuamente. Inoltre, li passa secondo per secondo al Data Processor (DP), l’ultimo componente del RSR, che registra infine i dati ottenuti [7].

È in questo modo possibile processare il segnale successivamente (post-processing). Tale ramo, dunque, è sprovvisto di PLL, ma uno digitale può essere utilizzato a posteriori per la stima della frequenza residua senza il problema della perdita dell’acquisizione dei dati. Inoltre, ciò permette di implementare miglioramenti ai

sistemi di stima, per esempio facendo ulteriori battiture del segnale o compensando l'incertezza iniziale nell'orbita in un secondo momento.

Essendo i dati in forma digitale, i segnali processati non sono in forma tempo-continua ma tempo-discreta, ovvero costituiti da una sequenza di impulsi distribuiti in modo finito nel tempo, chiamati campioni. I loro valori sono adimensionali e quantizzati, equi-spaziati tra loro di un tempo pari all'inverso della frequenza di campionamento, chiamato appunto tempo di campionamento.

## 1.5. Determinazione d'orbita statistica

Dalla ricostruzione della frequenza ricevuta dallo S/C, possono essere messe in atto procedure per il così detto fitting orbitale. Il più semplice approccio di determinazione di orbita statistica ancor'oggi utilizzato poiché fornisce una stima in prima battuta soddisfacente è stato proposto da D. W. Curkendall e S. R. McReynolds (1969) [8], e su esso si basa gran parte della trattazione di questo capitolo. Si tratta di un fitting a sei parametri ricavati dalle osservazioni Doppler. Tale studio delinea un semplice modello matematico per la determinazione dei parametri orbitali dello S/C in un certo istante, per poi integrarli e poter predire l'orbita in istanti futuri.

È chiaro che questo metodo di stima abbia un'applicazione limitata, in particolare a situazioni in cui lo S/C stia orbitando subendo accelerazioni quasi trascurabili, e dunque non fornisce risultati accurati in presenza di grossi effetti non conservativi come ad esempio la resistenza atmosferica. Dunque, tale modello è utilizzabile, ad esempio, solo in condizione di cruise (crociera). Inoltre, la stima, che è essenzialmente lineare mentre il problema è fortemente non lineare, si degrada se l'intervallo di tempo entro cui la soluzione è propagata si allunga, a causa degli errori nella stima dei parametri orbitali utilizzando archi di durata non breve. Alla luce di ciò, si assuma che lo S/C sia soggetto ad accelerazioni trascurabili nel breve intervallo di tempo considerato.

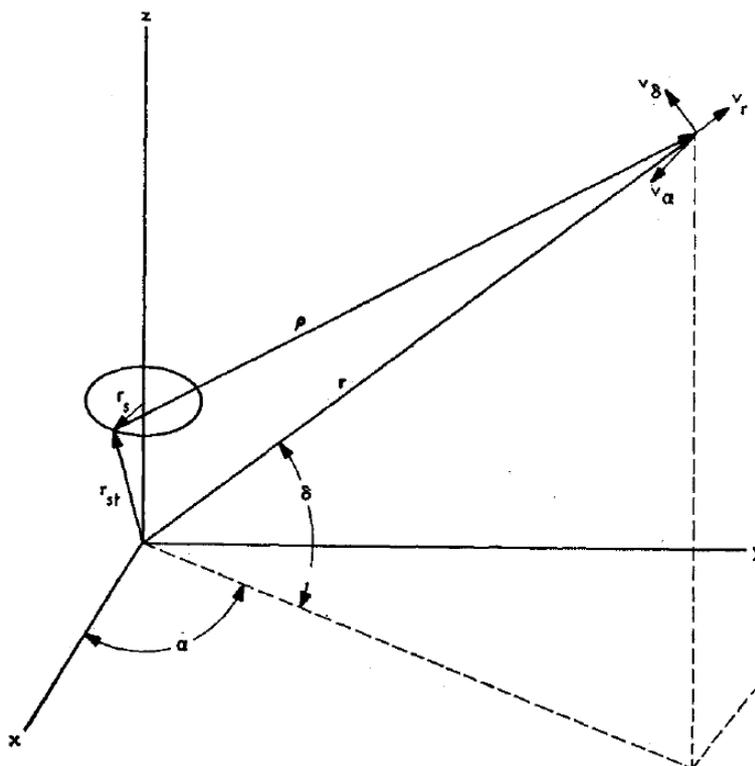


Figura 12. Sistema di riferimento geocentrico equatoriale

Per questa analisi ci si pone nel sistema di riferimento geocentrico mostrato in Fig. 12, la cui origine si trova nel centro della Terra e il piano  $xy$  coincide con il piano equatoriale. In tutte le geometrie tra stazione di terra e S/C, a meno di quelle a elevazione nulla, la componente Doppler possiede un contenuto informativo legato a sei parametri caratteristici dello S/C. In particolare, essa è esprimibile come funzione dell'elevazione  $\delta$  dello S/C. Infatti, la rotazione della Terra attorno al proprio asse imprime una modulazione di tipo sinusoidale alla componente Doppler, facendo sì che dalle sue caratteristiche di ampiezza e fase si possa ricavare la posizione angolare dello S/C. Il range-rate topocentrico  $\dot{\rho}$  può essere espresso come:

$$\dot{\rho} = \frac{(\dot{\mathbf{r}} - \dot{\mathbf{r}}_{st})(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{st})}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{st}\|} \quad (1-6)$$

Dove  $\mathbf{r}$  è il vettore distanza tra il centro della Terra e lo S/C e  $\mathbf{r}_{st}$  quello tra il centro della Terra e la stazione. Sotto l'ipotesi  $r \gg r_{st}$ , come nelle missioni interplanetarie, l'equazione può essere semplificata:

$$\dot{\rho} = \frac{(\dot{r} - \dot{r}_{st})r}{||r||} + 0\left(\frac{r}{r_{st}}\right) \quad (1-7)$$

Trascurando l'0-piccolo, viene successivamente scritta in coordinate sferiche, dove  $\alpha$  è l'ascensione retta dello S/C rispetto alla stazione di terra:

$$\dot{\rho} = \dot{r}(t) + \omega r_s \cos \delta(t) \sin [\omega t - \Delta \alpha(t)] \quad (1-8)$$

Dove  $\omega$  è la velocità di rotazione terrestre,  $t$  è il tempo espresso nel riferimento temporale universale (UTC) in secondi, e  $r_s$  è la distanza tra la stazione e l'asse di rotazione terrestre. Il seno può essere scritto mediante la sua formula di sottrazione, assumendo che  $\Delta \alpha$  sia piccolo, e quindi il suo coseno sia circa 1 e il suo seno coincida con l'angolo:

$$\sin(\omega t - \Delta \alpha) = \sin(\omega t) - \Delta \alpha \cos(\omega t) \quad (1-9)$$

In questo modo si ottiene un'interessante approssimazione della formula (1-8):

$$\dot{\rho}(t) = \dot{r}(t) + \omega r_s \cos \delta(t) \sin(\omega t) - \omega r_s \cos \delta(t) \Delta \alpha \cos(\omega t) \quad (1-10)$$

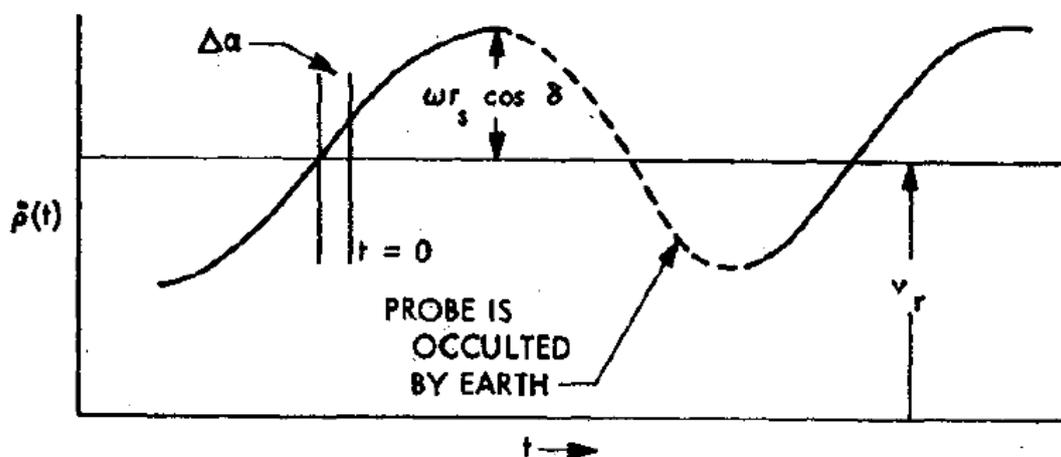


Figura 13. Range rate topocentrico di uno S/C con accelerazioni trascurabili

Come mostrato in Fig. 13, tale equazione mostra che il range rate topocentrico è la somma tra il range rate geocentrico e la proiezione della velocità di rotazione della stazione lungo la direzione che unisce stazione e S/C. Dunque, con un singolo tracking Doppler si possono ottenere informazioni riguardo: la componente radiale della velocità geocentrica  $v_r$ , che coincide con il valore meglio della sinusoide; l'ascensione retta  $\alpha$  che è legata alla fase della modulazione; e l'elevazione  $\delta$  dello S/C poiché il suo coseno è proporzionale all'intensità della modulazione.

Combinando le espansioni in serie di Taylor troncate al primo ordine delle tre quantità  $\dot{r}$ ,  $\alpha$  e  $\delta$  con l'espressione del range rate a tre parametri (1-10) si ottiene infine l'espansione a sei parametri:

$$\dot{\rho} = a + b \sin\tau + c \cos\tau + d \tau + e \tau \sin\tau + f \tau \cos\tau \quad (1-11)$$

Dove i sei parametri  $(a, b, c, d, e, f)$  sono dunque costanti incognite da determinare che rappresentano il contenuto informativo della componente Doppler. Esse sono definite nel modo seguente, mentre  $\tau = \omega t$  è il tempo adimensionalizzato:

$$a = v_r \quad b = \omega r_s \cos\delta \quad c = \omega r_s \cos\delta \Delta\alpha \quad (1-12)$$

$$d = \frac{\left[ a_{grav} + \frac{v_\alpha^2 + v_\delta^2}{r} \right]}{\omega} \quad e = -\frac{r_s \dot{\delta} \sin\delta}{r} \quad f = -r_s \dot{\alpha} \cos\delta$$

L'equazione (1-11) è quindi sostanzialmente un sistema lineare in cui i sei parametri  $(a, \dots, f)$  costituiscono il vettore delle incognite e i termini dove compare  $\tau$  sono i vettori riga di una matrice che ha tante righe quanti sono gli istanti di tempo che si vogliono prendere in esame. Infine,  $\dot{\rho}$  è il vettore dei termini noti. Infatti, esso è noto dalla frequenza di cielo ricevuta che è stata ricostruita come somma tra la frequenza nominale e la frequenza residua stimata da un PLL.

È quindi questo il concetto alla base del processo di determinazione d'orbita statistica, un semplice sistema lineare che permette di determinare i parametri orbitali sotto le ipotesi di assenza di grandi effetti dissipativi. Esso viene chiamato processo di fitting orbitale. Ovviamente, in generale, la matrice non sarà quadrata, cioè si utilizzeranno

---

più istanti di tempo rispetto al numero di incognite per la loro determinazione. Ciò comporta che la risoluzione del sistema non è né univoca né esatta ma presenta un certo errore. Per minimizzarlo, si utilizza un'approssimazione ai minimi quadrati, attraverso la matrice pseudo-inversa. Essa, per definizione, fornisce una stima dei parametri che minimizza l'errore di stima dei parametri incogniti.

Allora il procedimento prevede che un software utilizzi i dati Doppler di un passaggio dello S/C per la stima dei sei parametri  $(a, \dots, f)$  attraverso l'equazione (1-11) e l'approssimazione ai minimi quadrati. Successivamente essi vengono utilizzati per calcolare le stime dei sei parametri di interesse  $(r, \delta, \alpha, \dot{r}, \dot{\delta}, \dot{\alpha})$ , cioè la posizione e la velocità iniziale dello S/C, grazie alle relazioni descritte da (1-12). Grazie a tali stime è possibile utilizzare un propagatore per ricostruire l'orbita dello S/C negli istanti precedenti o predire quella futura. Per far ciò, si può utilizzare un semplice integratore con condizioni iniziali i parametri stimati dal fit. Per un'integrazione d'orbita molto semplificata si potrebbe modellare solo la forza gravitazionale. Ovviamente, nella realtà il problema di OD è molto più complesso, per cui bisognerebbe tenere conto di molti altri effetti agenti sullo S/C, ad esempio: l'influenza di corpi terzi, la pressione dovuta alla radiazione o al vento solare, la presenza di resistenza atmosferica, ...

È dunque questo l'ambito in cui si inserisce lo studio affrontato durante il lavoro di tesi, in quanto il fulcro per la realizzazione di un efficiente processo di OD è la buona riuscita del processo iterativo di fitting orbitale. Ciò è possibile grazie all'ottimizzazione della ricostruzione della frequenza residua. Per tale motivo, il lavoro proposto è volto proprio all'ottimizzazione dei metodi numerici precedentemente sviluppati durante il lavoro di tirocinio, per la stima della frequenza dei segnali, in particolare mediante PLL. Lo svolgimento e le conclusioni sono illustrati nei capitoli 3 e 4. Il prossimo capitolo è invece incentrato sulla descrizione dello stato dell'arte dei suddetti sistemi e i loro limiti, i quali si trovano all'origine degli scopi di ottimizzazione di questo studio.

## 2. I PHASE-LOCKED LOOPS NELLE TELECOMUNICAZIONI

### 2.1. Introduzione ai Phase-Locked Loop

Un Phase-Locked Loop (PLL) è essenzialmente un sistema di controllo in retroazione che, dato un segnale di riferimento in ingresso, aggancia la sua fase (entra in condizioni di lock) e fornisce in uscita un segnale coerente filtrato eventualmente dai disturbi. Esso può essere implementato in modo analogico o digitale, nel qual caso viene talvolta detto Digital PLL (DPLL). Una rappresentazione schematica dei componenti di un PLL è illustrata in Fig. 14:

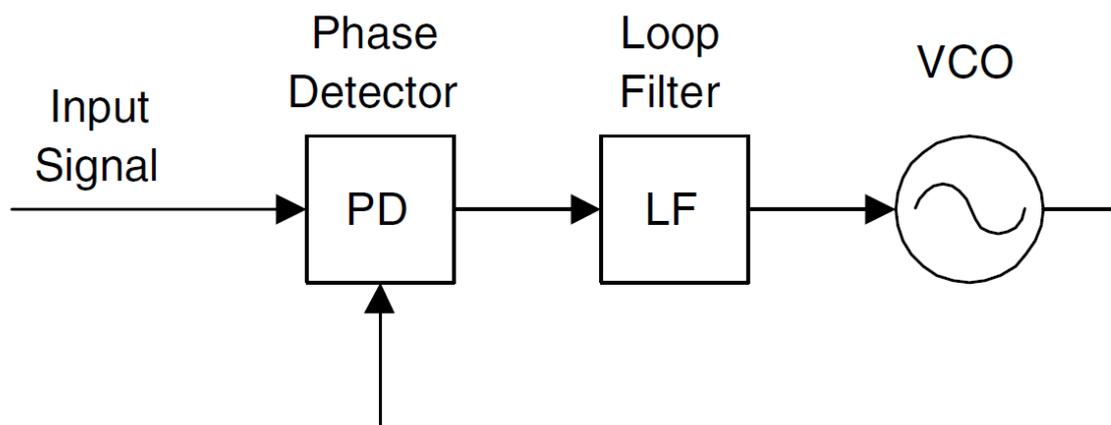


Figura 14. Schema dei componenti di un PLL

Il primo componente è il comparatore di fase (Phase Detector, PD) che, come suggerisce il nome, mette a confronto la fase del segnale di riferimento in ingresso e quella del segnale in uscita, attuando in questo modo la retroazione. L'errore di fase è dato successivamente in ingresso al secondo componente, il filtro del ciclo (Loop Filter, LF) il quale, appunto, controlla e filtra tale errore. Esso viene infine processato dal terzo e ultimo componente, un oscillatore controllato in tensione (Voltage-Controlled Oscillator, VCO) nel caso di PLL analogico, o controllato numericamente (Numerically-Controlled Oscillator, NCO) nel caso di un DPLL. In entrambi i casi esso oscilla a una frequenza di base che viene variata in modo proporzionale all'errore di fase filtrato che gli è dato in ingresso. Come detto, l'uscita finale è un segnale

---

controllato coerente col segnale di ingresso, filtrato da eventuali disturbi, ed esso viene riportato al PD mediante retrazione per la comparazione. Per ogni ciclo del segnale di ingresso corrisponde un univoco ciclo del segnale in uscita dal VCO o NCO.

La caratteristica principale di un PLL è la sua larghezza di banda di loop (Loop Bandwidth,  $B_L$ ). Essa viene misurata in Hertz e rappresenta essenzialmente la prontezza e capacità del PLL di riprodurre fedelmente il segnale in ingresso. Una  $B_L$  stretta, cioè di valore basso, ad esempio da 0.1 a 5), consente il filtraggio del rumore dal segnale con i tempi di integrazione soliti in ambito OD, ma riduce la sensibilità del PLL all'inseguimento di dinamiche più elevate. In questo caso si può dire che il PLL sia meno pronto. La relazione tra il carrier-to-noise ratio (CNR) del segnale prima e dopo essere entrato nel PLL è:

$$CNR_{out} = \frac{CNR_{in}}{B_L} \quad (2-1)$$

Al contrario, una  $B_L$  larga, cioè di valore più alto, rende il sistema molto più pronto a seguire andamenti dinamici del segnale. La conseguenza è una graduale perdita di capacità di filtraggio del rumore: a causa della più alta sensibilità del sistema, il PLL segue anche la componente dinamica di rumore. Questo effetto si fa più marcato tanto più la  $B_L$  è alta.

Infine, un altro importante fattore è l'insieme di condizioni in cui il PLL riesce a funzionare adeguatamente, cioè il suo range di funzionamento. Ciò è dovuto al fatto che tutti i PLL sono non lineari a causa del PD. Infatti, la sua curva caratteristica ha un andamento sinusoidale. Tuttavia, nell'intorno di un errore di fase nullo, che è proprio il range in cui i PLL si trovano in condizione di lock e quindi seguono il riferimento, il loro funzionamento può essere approssimato attraverso modelli lineari. Ciò è chiaramente visibile in Fig. 15:

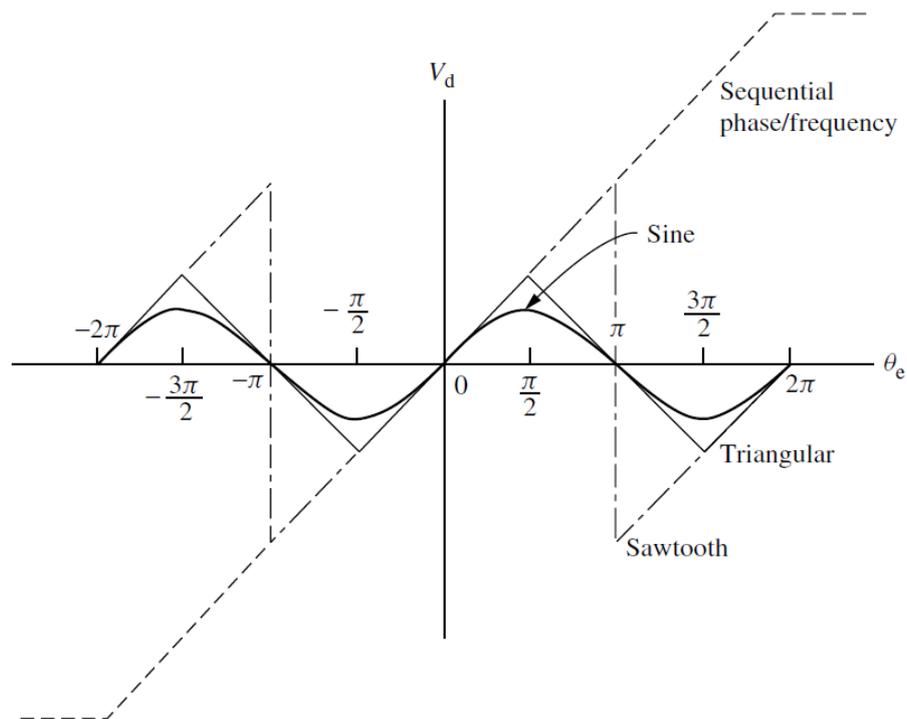


Figura 15. Caratteristica del Phase Detector

In sostanza, i PLL funzionano finché l'errore di fase non diventa troppo grande. In tal caso la frequenza in uscita e in ingresso al PLL è la stessa. Un errore piccolo e costante della fase è ammesso, fino anche a deboli fluttuazioni. Se la dinamica del segnale però è troppo elevata, il PLL potrebbe perdere la sua condizione di lock poiché esce dall'intorno approssimabile come lineare, dove il modello linearizzato non è più valido. Infine, per riuscire ad agganciarsi inizialmente, la frequenza base del VCO o NCO deve essere configurata in modo opportuno. Se essa differisce troppo rispetto alla frequenza del segnale di riferimento, cioè è fuori dal range di cattura, il PLL potrebbe non riuscire mai ad agganciare il segnale. Per tale ragione è necessario conoscere una stima a priori della frequenza del segnale in ingresso, che viene così utilizzata come frequenza base dell'oscillatore, per agevolare l'aggancio.

L'ultimo step attuato dal PLL è la stima della frequenza media del segnale in ingresso utilizzando i valori di fase del segnale generato dal VCO o NCO. Le stime sono computate all'interno di intervalli di tempo successivi della durata desiderata, il count time ( $T_c$ ), facendo una media dei valori di fase presenti al loro interno. Ciò è possibile grazie alla relazione matematica tra la fase e la frequenza di un segnale:

---

$$f = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt} \quad (2-2)$$

Dove  $f$  è la frequenza e  $\phi$  è la fase di un segnale.

Dunque, il ruolo cruciale che i PLL ricoprono all'interno del processo di OD è proprio quello di ricevere il segnale originato dal battimento del segnale durante il processo di acquisizione nelle stazioni, la cui frequenza è la frequenza residua. Esso filtra tale segnale dal rumore e segue la sua fase al fine di fornire un'accurata stima della componente Doppler, necessaria per la continuazione delle iterazioni di fitting orbitale, come approfondito nel capitolo precedente [9].

## 2.2. Sviluppi recenti

Tutt'oggi l'architettura dei moderni ricevitori delle stazioni per tracking di S/C si basa sull'utilizzo di PLL sia nel ramo di acquisizione Closed-Loop che Open-Loop. Ciò è dovuto al fatto che questi dispositivi sono stati profondamente studiati e compresi e, soprattutto, il loro funzionamento è efficiente in condizioni di segnali a dinamiche stabili. Tuttavia, le loro prestazioni sono gravemente degradate fino a farli diventare del tutto inefficaci nel caso di segnali ad alte dinamiche o la presenza di disturbi come fading marcato, effetto multipath o scintillazione ionosferica o dovuta a plasma solare [10].

Ad esempio, la scintillazione causata dal plasma solare comporta fluttuazioni nell'ampiezza e nella fase dell'onda che giunge al ricevitore. Ciò succede per mezzo delle combinazioni distruttive o costruttive di segnali casuali, originati principalmente dalle variazioni locali della densità elettronica. Nelle configurazioni a piccoli angoli SEP ciò intacca l'efficacia di acquisizione e tracking del PLL, perché l'errore di fase aumenta. Infatti, potendo supporre che l'errore dovuto al canale trasmissivo sia di tipo moltiplicativo sul segnale, ne consegue che esso generi un rumore di fase non trascurabile. In particolare, la fase del fasore che descrive il canale si somma con quella del fasore del segnale istante per istante. La frequenza istantanea ricevuta dal PLL è perciò pari a:

$$f_{ricevuta} = f_{trasmessa} + \Delta f' \quad (2-3)$$

---

Dove  $\Delta f'$  è il contributo casuale dato dal canale trasmissivo.

Di conseguenza, la frequenza istantanea potrebbe uscire dal range di stabilità dinamica del PLL, che perderebbe il lock. È possibile superare parzialmente il problema aumentando la sua banda di loop, tuttavia pur riuscendo a non perdere il lock, in tal caso il PLL seguirebbe anche l'andamento del rumore, mentre lo si vorrebbe filtrare. Per tale motivo, i modelli disponibili in letteratura sono affidabili solo per periodi in cui il Sole è in un periodo di vento solare stabile. Eventi improvvisi come l'espulsione di massa coronale causano significativi scostamenti dai modelli [9].

Altre condizioni molto sfavorevoli comprendono tutti quei casi in cui il segnale che giunge al ricevitore di terra è molto debole e la sua dinamica è spinta. Le condizioni più estreme avvengono nelle fasi di entrata in atmosfera, discesa e atterraggio (EDL) di una sonda su un pianeta [11]. Il tracking durante le fasi di EDL è quindi un obiettivo tanto arduo quanto rilevante scientificamente, infatti il Doppler shift presente nel segnale trasmesso dalla sonda durante tali fasi non è solo utile alla ricostruzione della sua traiettoria ma anche ad analizzare la composizione stessa dell'atmosfera lungo tale traiettoria sino al momento di spiegamento del paracadute. I dati ottenuti possono comprendere il profilo verticale di densità atmosferica, la pressione e la temperatura [12].

Due missioni con dinamiche Doppler molto elevate durante le fasi di EDL sono i Mars Exploration Rover (MER-A e MER-B) (NASA), infatti le derivate della frequenza residua in tal caso erano comprese tra 0 e 1200 Hz/s per la derivata prima e tra 25 e 40 Hz/s<sup>2</sup> per la derivata seconda. La decelerazione subita dalle sonde durante l'entrata in atmosfera è molto alta. Dopo aver perso sufficiente velocità, il paracadute viene spiegato e ciò causa una brusca variazione nell'accelerazione. Il movimento oscillatorio che ne consegue impartisce alte dinamiche Doppler al segnale ricevuto a terra. Sebbene queste comunicazioni non diano la possibilità di agire e correggere il processo di EDL poiché l'alto RTLT non consente di comunicare in tempo reale con la sonda, sono estremamente importanti poiché forniscono dati di altissima rilevanza per missioni successive. D'altra parte, un fallimento nell'atterraggio fornirebbe i dati più importanti di diagnostica per il futuro [13].

Diverse alternative o miglioramenti alle tradizionali architetture dei PLL sono state proposte nel tempo per risolvere i problemi dati dalle alte dinamiche e dai bassi SNR che si verificano in ambito di radio scienza. Nel caso dei MER, il Jet Propulsion Laboratory (JPL) della NASA utilizzò un metodo chiamato "della massima verosimiglianza" (Maximum Likelihood Estimation, MLE) basato sulla Fast Fourier

---

Transform (FFT). Esso è un procedimento statistico che stima i parametri del segnale in modo che i loro valori siano quelli che massimizzano la probabilità di osservare la distribuzione campionaria osservata [14]. Tuttavia, tale metodo richiede un grosso sforzo computazionale se attuato in tempo reale, soprattutto quando la frequenza di campionamento del segnale è molto alta. Per questo motivo si preferisce il suo utilizzo per analisi di post-processing. Inoltre, la sua accuratezza di tracking rimane comunque alquanto limitata [11].

Altre applicazioni come quelle terrestri sono anch'esse oggetto di interesse e sono stati fatti studi per il loro miglioramento. Ad esempio, per migliorare le capacità di tracking della costellazione GPS, nel 2008 Wei-Lung Mao e An-Bang Chen [15] hanno proposto un'architettura dual-loop, cioè che sfrutta due diversi dispositivi in retroazione. Tale combinazione prevede l'accostamento di un Frequency-Locked Loop (FLL) del secondo ordine con un PLL del terzo ordine, per sfruttare, da un lato, l'alta capacità inseguimento delle frequenze data dal FLL e, dall'altro, l'alta precisione di tracking Doppler del PLL. Un FLL segue la frequenza del segnale datogli in ingresso agganciandola, senza necessariamente sincronizzarsi con la sua fase, al contrario del PLL che segue entrambe. Come un tipico dispositivo con loop, esso è composto da un filtro, un oscillatore e un correlatore per la stima dell'errore di frequenza. L'implementazione di tale combinazione è semplice e permette di passare all'utilizzo del FLL quando le dinamiche sono elevate consentendo una maggiore robustezza e migliorando così le prestazioni rispetto al solo PLL. Il risultato dell'esperimento proposto da Mao & Chen mostra che tale implementazione garantisce un'acquisizione più rapida del segnale e un range di acquisizione più ampio per il sistema GPS con diversi tipi di carrier.

Per agevolare l'acquisizione del lock nei casi di ampie dinamiche invece, D. Yan et Al. hanno proposto nel 2015 l'utilizzo di una banda di loop variabile. Ad esempio, all'inizio del tracking viene utilizzata una BL larga per poi ridurla lentamente in modo costante durante un certo intervallo di tempo. Ciò facilita il PLL a entrare inizialmente in condizione di lock poiché più sensibile alle variazioni del segnale, garantendo al contempo un accurato inseguimento del segnale e il suo filtraggio quando la BL è stata diminuita negli istanti successivi. Naturalmente, come svantaggio, tale approccio spinge a rinunciare al filtraggio, e quindi a un accurato tracking, della prima parte del segnale [11].

È possibile migliorare l'accuratezza di tracking per segnali molto deboli e affetti da scintillazione di fase anche adottando il filtro di Kalman (KF) o il filtro di Kalman

---

adattivo (AKF). Esso è uno stimatore realizzato secondo un algoritmo ricorsivo. Diversi studi sono stati condotti a riguardo, raggiungendo anche risultati in accuratezza che superano i tradizionali PLL. Tuttavia, permane tutt'oggi una certa riluttanza verso il suo impiego. Un esempio di tali studi è stato condotto da Vilà-Valls et Al. nel 2015 [10] [16]. Il KF possiede per definizione un particolare guadagno in grado di minimizzare automaticamente l'errore quadratico medio. Inoltre, è possibile variare le sue componenti nel tempo in funzione della covarianza dell'errore stimata, cosa che equivarrebbe a utilizzare una banda di loop adattiva. Tuttavia, il suo corretto funzionamento è limitato dall'accuratezza del modello dinamico e della stima a priori dei parametri, in quanto è necessario disporre di una conoscenza il più possibile esatta dell'andamento statistico dei disturbi. Un passo in avanti è l'utilizzo del AKF, il quale adatta continuamente i parametri e le matrici del filtro in relazione alle reali circostanze di funzionamento utilizzando un approccio sviluppato ad-hoc. I risultati ottenuti da Vilà-Valls et Al. mostrano come l'adozione del AKF permetta di ottenere migliori performance rispetto al semplice KF in situazioni di presenza di scintillazione di fase.

Infine, un'altra modifica all'architettura del PLL per migliorare le sue performance di tracking in caso di alte dinamiche fa uso della trasformata discreta wavelet ed è la così detta tecnica di Wavelet de-noising. Essa è stata studiata ad esempio da Lian Ping nel 2004 [17]. Tale tecnica si propone di sopprimere la parte rumorosa del segnale per recuperare quello originale. La grande differenza con la trasformata di Fourier è che l'analisi basata sulla trasformata wavelet è attuata sul dominio temporale e non frequenziale. Tale alternativa ha dimostrato di riuscire a ottimizzare l'errore quadratico medio e smussare la forma delle sinusoidi affette da rumore, riducendolo sotto una certa soglia. La sua applicazione all'interno dei PLL permette di ridurre il rumore del segnale prima che esso venga processato dal filtro del loop per poter utilizzare una banda di loop più alta e seguire dinamiche maggiori. Lo svantaggio, tuttavia, è che eventuali componenti del segnale più basse della soglia andrebbero perse [17].

### 2.3. Il caso Juno

La trattazione di questa sezione, dedicata alla missione Juno, è tratta dallo studio di Dustin R. Buccino et Al. [3].



*Figura 16. La sonda Juno in orbita attorno a Giove*

Juno è una missione della NASA volta a studiare l'origine e l'evoluzione del pianeta Giove. Il suo lancio avvenne nel 2011 e la sonda arrivò in orbita attorno a Giove circa cinque anni dopo. Il suo obiettivo è quello di determinare la struttura e la composizione atmosferica del pianeta, creare una mappatura del suo campo magnetico e gravitazionale ed esaminare la sua magnetosfera. Per raggiungere tale scopo, grandi quantità di dati vengono raccolti durante i passaggi della sonda al perigio, cioè al punto di minima distanza dal centro del pianeta. Infatti, il tipo di orbita di Juno è polare ed estremamente ellittica, con un periodo di 53 giorni. Poiché a ogni passaggio il campo gravitazionale gioviano esercita una forza diversa sulla sonda, impartendogli una diversa accelerazione, attraverso il tracking della componente Doppler dei segnali inviati da Juno alle stazioni di terra del DSN è possibile realizzare la mappatura di tale campo. I dati radiometrici vengono acquisiti contemporaneamente da entrambi i rami, Closed-Loop (BVR) e Open-Loop (RSR).

Come spiegato nello scorso capitolo, nel ramo OL il segnale viene convertito dalla sua frequenza di arrivo (RF) a una più bassa (IF). Un oscillatore sintonizzato sul profilo Doppler atteso (cioè la frequenza nominale ricavata dall'orbita nominale predetta) è utilizzato per creare una sequenza di valori in fase e in quadratura I&Q al segnale

ricevuto a una data frequenza di campionamento, che viene registrata. Il segnale ottenuto in questo modo si trova alla frequenza residua, la quale corrisponde all'errore tra il profilo Doppler atteso e quello realmente osservato. Essa è dovuta principalmente alle incertezze dell'orbita nominale predetta.

Un PLL processa tali valori I&Q utilizzando una banda di loop ( $B_L$ ) e un count time ( $T_c$ ) desiderati e fissati. Esso fornisce in uscita un segnale la cui fase è agganciata con quella del riferimento. Attraverso i valori di fase esso stima la frequenza media all'interno di ogni  $T_c$ . Come già spiegato, la banda di loop è il parametro più importante di un PLL perché definisce la sua capacità di filtraggio e prontezza. Riducendo  $B_L$  si riduce il rumore del segnale, ed esiste un suo particolare valore che ottimizza il rumore termico a un dato CNR.

Innanzitutto, l'incertezza nella stima della frequenza causata dal rumore termico in funzione di  $B_L$  e CNR è esprimibile come [18]:

$$\sigma_{termico} = \frac{\sqrt{2B_L \frac{N_0}{C}}}{2\pi\tau_{termico}} \quad (2-4)$$

Dove  $N_0$  è la densità di potenza del segnale [ $WHz^{-1}$ ],  $C$  è la potenza della carrier [W] e  $\tau_{termico}$  in questo caso è  $T_c$ , cioè l'intervallo di misurazione in secondi.

La  $B_L$  ottima per un dato  $T_c$  e CNR si esprime come [2]:

$$B_{Lopt} = \frac{1}{2T_c} \quad (2-5)$$

Un tipico valore di  $T_c$  è 1 secondo, che implica una  $B_L$  pari a 0.5 Hz. Tuttavia, il caso di Juno non consente di base l'utilizzo di bande così basse, poiché i segnali trasmessi dalla sonda raggiungono dinamiche fino a 0.5 Hz/s. Si tratta delle peggiori dinamiche affrontate finora per una sonda in orbita attorno a un pianeta, che sono causate dalla forma estremamente ellittica della sua orbita.

La tecnica di miglioramento proposta da Buccino et Al. è la realizzazione di una contro-rotazione del segnale residuo, per la compensazione della sua dinamica e la

possibilità di ri-processare i dati utilizzando bande più strette. La contro-rotazione fornisce un nuovo segnale a valori I&Q ricavato come se la frequenza nominale fosse in realtà la frequenza ricevuta dallo S/C. Infatti, la frequenza ricevuta (di cielo) viene ricostruita come somma di quella predetta e la residua stimata dal PLL con  $B_L$  non ottima. Su di essa viene attuato il fit orbitale, tramite software e modelli dedicati, ad esempio con il metodo descritto nel capitolo 1.5, per ottenere una nuova orbita nominale.

Allora, matematicamente, il nuovo segnale residuo è mixato da quello vecchio secondo:

$$z_{new}(t) = z_{old}(t)e^{2\pi j\phi(t)} \quad (2-6)$$

Dove la fase  $\phi$  è calcolata attraverso:

$$\phi(t) = \phi(t - 1) - \frac{f_{new}(t) - f_{old}(t)}{f_s} \quad (2-7)$$

In questa espressione,  $f_s$  è la frequenza di campionamento,  $f_{old}$  è la vecchia frequenza nominale e  $f_{new}$  è quella nuova, proveniente dalla ricostruzione del moto dello S/C basata sul profilo Doppler realmente osservato.

A seguito della contro-rotazione il nuovo segnale in valori I&Q è processato nuovamente dal PLL con  $B_L$  ottima, il quale fornisce la stima finale della frequenza residua. I risultati ottenuti nello studio di Dustin R. Buccino et al. mostrano un miglioramento tra il root mean square (RMS) della frequenza residua del primo run e quella del secondo run del PLL. Per il primo run viene utilizzata  $B_L$  pari a 3 Hz, poiché la  $B_L$  ottima di 0,5 Hz ( $T_c = 1$  secondo) risulta troppo piccola per le dinamiche della prima predizione del segnale, causando la perdita di lock per il PLL.

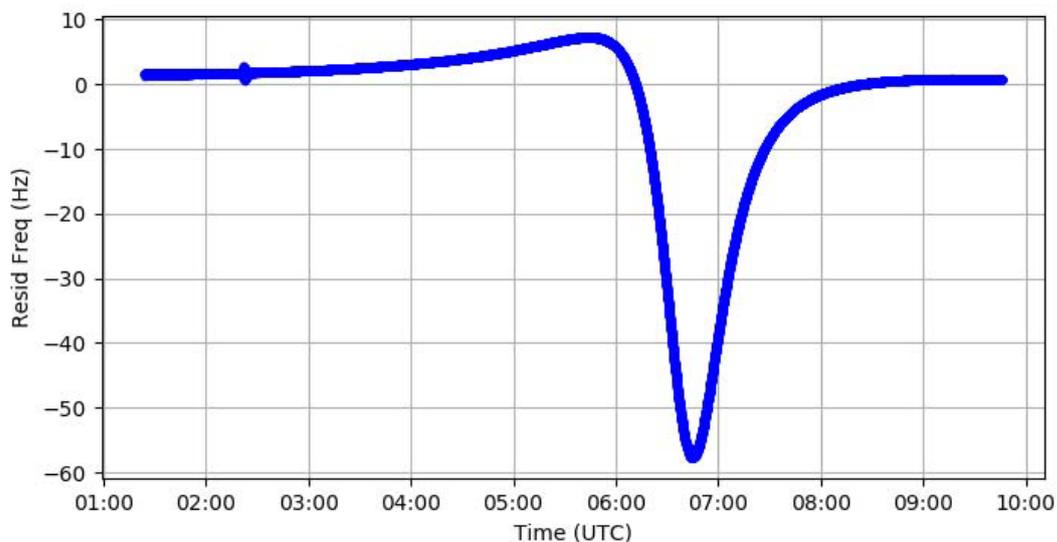


Figura 17. Frequenza residua durante il perigiorno PJ 06 fortemente segnata da accelerazioni non inerziali

Dopo la contro-rotazione, il secondo run del PLL viene svolto con BL pari a 0.5 Hz, cioè il valore ottimo per minimizzare il rumore termico. La frequenza residua in questo caso ha l'andamento mostrato in Fig. 18:

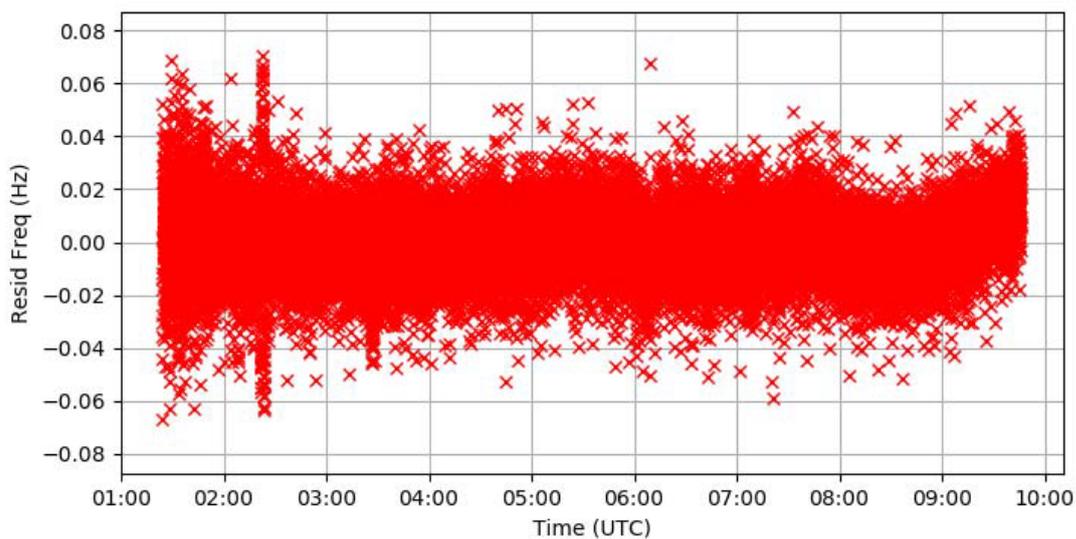


Figura 18. Frequenza residua dopo la contro-rotazione

Il suo andamento è dovuto principalmente al rumore termico. Naturalmente, i valori si distribuiscono centrandosi attorno alla frequenza zero. Ciò accade poiché la contro-rotazione, se avvenuta correttamente, annulla la rotazione del fasore del segnale predetto inizialmente mediante moltiplicazione con il fasore del segnale fornito dal primo run del PLL ma coniugato, cioè contro-rotante rispetto al primo. L'approfondimento matematico del suo funzionamento verrà affrontato più in dettaglio nel prossimo capitolo.

Il procedimento descritto viene applicato a ogni passaggio di Juno al perigiovio. Come esempio, viene analizzato il sesto passaggio in banda Ka. Il risultato ottenuto da Buccino et Al. è un nuovo RMS della frequenza residua quasi dimezzato rispetto al valore iniziale: il primo run fornisce infatti un RMS pari a 25.1 mHz mentre l'RMS dopo la contro-rotazione vale 12.9 mHz. Per concludere, la crescente spinta verso un'innovazione rispetto ai tradizionali metodi di tracking facenti affidamento sui PLL risulta ampiamente comprensibile alla luce degli svariati limiti di tali strumenti. Tuttavia, la motivazione del loro radicato utilizzo, è proprio la loro potenzialità di accoppiamento con algoritmi di post-processing e la possibilità di sviluppare metodi ottimizzati per migliorarne le prestazioni.

Su tali considerazioni si basa il lavoro proposto in questa tesi, che si prefigge di migliorare il modello di PLL sviluppato precedentemente durante il tirocinio sul software MATLAB. L'ottimizzazione dell'inseguimento dei segnali è effettuata sulla base dello studio sulla contro-rotazione appena presentato, con l'obiettivo di convalidarne i risultati.

### 3. LAVORO PROPOSTO

#### 3.1. Modello matematico del PLL

Durante il lavoro di tirocinio sono stati implementati su Matlab due PLL, uno del secondo (II) e uno del terzo (III) ordine. La funzione di trasferimento del PLL II ha al denominatore un polinomio di secondo grado, mentre quella del PLL III di terzo grado.

Il metodo matematico utilizzato per definire le equazioni dei componenti dei PLL nel dominio tempo-discreto è il metodo delle equazioni alle differenze finite. Una differenza finita è un'espressione matematica nella forma di una differenza tra valori assunti da una funzione in specifici punti o istanti. In analisi numerica tali equazioni sono largamente utilizzate per risolvere equazioni differenziali, grazie alla facilità con cui esse esprimono i rapporti incrementali. Dalla definizione di derivata come rapporto incrementale:

$$\dot{f}(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h} \quad (3-1)$$

Una funzione tempo-continua è definita  $\forall t \in \mathbb{R}$  quindi è possibile far tendere l'incremento  $h$  del rapporto incrementale a zero per ottenere la derivata puntuale. Invece una funzione tempo-discreta è definita solo per certi istanti equi-spaziati di un certo periodo  $T$ , cioè  $f = f[nT]$ ,  $n \in \mathbb{N}$ . Allora l'equazione (3-1) diventa:

$$\dot{f}_n = \dot{f}[n] = \frac{f[nT] - f[(n-1)T]}{nT - (n-1)T} = \frac{f_n - f_{n-1}}{T} \quad (3-2)$$

Per il PLL sviluppato è stata utilizzata la forma (3-2) per le derivate prime. Siccome il LF del PLL III contiene un doppio integratore, è necessario definire anche la derivata seconda in contesto tempo-discreto:

$$\ddot{f}_n = \frac{(f_n - f_{n-1})}{T} = \frac{f_n - 2f_{n-1} + f_{n-2}}{T^2} \quad (3-3)$$

Il periodo  $T$  nel caso del PLL è il periodo di campionamento  $T_s$ , cioè l'inverso della frequenza di campionamento. Si considerino i segnali nella loro rappresentazione a componenti I&Q. Il PD può essere allora progettato come un semplice moltiplicatore. Infatti, moltiplicando il segnale di riferimento con il coniugato del segnale in uscita dall'NCO nello stesso istante, si ottiene un nuovo segnale la cui fase è, campione dopo campione, la differenza tra le fasi dei segnali moltiplicati. Poiché sappiamo che l'errore di fase si mantiene piccolo durante il corretto funzionamento del PLL, il seno dell'errore di fase si confonde con l'errore stesso, quindi esso è ricavabile in approssimazione isolando la parte immaginaria. L'equazione tempo-discreta del PD è allora semplicemente:

$$err_{fase}[n] = \frac{K_d}{|r_{if}[n]nco[n]|} \Im\{(I_{rif}[n] + jQ_{rif}[n])(\overline{I_{nco}[n] + jQ_{nco}[n]})\} \quad (3-4)$$

Dove  $K_d$  è il guadagno costante del PD ed è stata semplificata la notazione indicando solo  $[n]$  al posto di  $[nT]$ . Inoltre, il guadagno deve essere diviso per le ampiezze del riferimento e del segnale generato dall'NCO, per normalizzare la parte immaginaria isolata. Altrimenti essa avrebbe un effetto sulla stabilità del sistema.

È il tipo di LF scelto che determina l'ordine del PLL. Nell'ambito di questo studio verrà utilizzato il PLL III, in quanto esso riesce a fornire, a parità di riferimento, errori di fase a regime nulli per segnali in ingresso descritti da polinomi di ordine superiore rispetto al PLL II. In particolare, con un riferimento a frequenza variabile in modo quadratico, il PLL II non riesce a seguire la fase, il cui errore aumenta indefinitamente nel tempo. Il PLL III invece riesce a seguirla, presentando un errore di fase a regime finito.

Il LF del PLL III contiene una parte proporzionale e una parte integratrice doppia di guadagni costanti, rispettivamente,  $K_p$ ,  $K_I$  e  $K_q$ . La sua equazione nel dominio tempo-discreto è:

$$\begin{aligned} err_{fil}[n] = & 2err_{fil}[n-1] - err_{fil}[n-2] \\ & + K_p(err_{fase}[n] - 2err_{fase}[n-1] + err_{fase}[n-2]) \\ & + K_I(err_{fase}[n] - err_{fase}[n-1])T_s + K_qerr_{fase}[n]T_s^2 \end{aligned} \quad (3-5)$$

Infine, l'NCO è essenzialmente un integratore. Esso genera un'oscillazione a una certa frequenza base  $f_0$  che viene variata in modo proporzionale all'errore di fase stimato. La fase dell'NCO è computata in dominio tempo-discreto attraverso:

$$\phi_{nco}[n] = \phi_{nco}[n-1] + 2\pi f_0 T_s + K_{nco} err_{fil}[n] T_s \quad (3-6)$$

Dove  $K_{nco}$  è il guadagno dell'NCO. Infine, il segnale completo è semplicemente:

$$nco[n] = e^{j\phi_{nco}[n]} = I_{nco}[n] + jQ_{nco}[n] \quad (3-7)$$

Per la trattazione riguardo la stabilità del sistema e i tipi di errori a regime si rimanda all'elaborato di tirocinio [9].

Infine, ogni count time  $T_c$  viene stimata la frequenza media utilizzando le fasi fornite dall'NCO. Per ogni intervallo [a:b] di durata  $T_c$ , il PLL calcola:

$$f_{stimata} = \frac{1}{2\pi} \frac{\phi_b - \phi_a}{T_c} \quad (3-8)$$

Alcune correzioni e miglioramenti preliminari sono inoltre stati effettuati rispetto al lavoro di tirocinio, in particolare: il PLL è stato corretto per l'inseguimento di valori di frequenza costante diversi da 1 Hz e di valori di ampiezza diversi da 1, anche variabili nel tempo; è stato implementato un sistema interno al PLL che effettua una stima durante il primo intervallo di segnale lungo un count time del contenuto frequenziale medio. Ciò è stato realizzato attraverso la Fast Fourier Transform (FFT) per poter individuare un valore di picco di frequenza che identifichi la frequenza della carrier, per fissarla come frequenza base dell'NCO. In questo modo, l'acquisizione della condizione di lock viene agevolata. Tale implementazione è giustificata dal fatto che durante reali tracking la frequenza residua non è completamente sconosciuta ma si conosce un suo andamento stimato, proprio per evitare che il PLL non riesca ad agganciare il segnale.

### 3.2. Battimento del segnale

Dato un certo segnale di riferimento la cui frequenza corrisponde alla frequenza residua di un esperimento di radio scienza, il primo run del PLL fornisce la stima di tale frequenza, una per ogni count time, secondo l'equazione (3-8). Un esempio di banda di loop utilizzabile è  $B_L=3$  Hz, con  $T_c=1$  s. Tale stima sarà affetta da una certa

---

incertezza, misurata in termini di RMS. Durante lo studio proposto, si è implementata su MATLAB una funzione di battimento del segnale ispirata alle ricerche di Buccino et Al. [3].

Lo scopo è quello di verificare il funzionamento del metodo di contro-rotazione del primo segnale residuo mediante la stima del PLL, che fornisce il nuovo vettore delle frequenze residue finali. Inoltre, si vuole dimostrare il miglioramento nell'RMS di tale frequenza residua finale, che viene stimata attraverso un secondo run del PLL. Naturalmente, i segnali vengono utilizzati durante questa trattazione sempre nelle loro componenti I&Q.

Il battimento ha come obiettivo quello di annullare la rotazione del fasore del segnale di riferimento. Annullarne la rotazione equivale ad annullare la frequenza del segnale. Ciò viene attuato attraverso una moltiplicazione con un secondo fasore che ruota alla stessa velocità angolare ma con verso opposto. Annullando la rotazione, e poi filtrando il segnale, è possibile ottenere un nuovo riferimento che, se il battimento è andato a buon termine, ha frequenza costante e praticamente nulla. Naturalmente ciò è vero a meno di componenti casuali dovute al rumore termico che creano una nuvola di punti centrata nel punto  $(A,0)$  nel piano complesso, dove  $A$  è l'ampiezza del fasore. Inoltre, la riuscita del battimento è strettamente legata alla bontà della ricostruzione della frequenza fatta dal PLL, poiché altrimenti non si conoscerebbe la frequenza del segnale di riferimento e non si potrebbe generare un fasore controrotante che riesca ad annullarla efficacemente. Un esempio di battimento inefficace è proposto al termine di questo capitolo, e riguarda la presenza di discontinuità nella frequenza residua originale che fa uscire il PLL dalla condizione di lock e quindi compromette il successo dell'annullamento della rotazione.

Prima di approfondire tali aspetti e le equazioni stesse del battimento, occorre soffermarsi sul metodo matematico che è stato utilizzato per ricostruire l'andamento continuo delle stime di frequenza computate dal PLL. Infatti, come è stato detto, tali stime corrispondono alla sola frequenza media stimata all'interno di ogni  $T_c$ . Per poter portare a termine il processo di annullamento della rotazione del fasore, occorre conoscere l'andamento della frequenza nell'intero intervallo. Per farlo viene sfruttata la funzione spline.

La spline è una funzione matematica costituita da polinomi raccordati tra loro, quindi ritardati man mano nel tempo. Il suo scopo è quello di interpolare un insieme di punti in modo che la funzione complessiva risulti continua fino a un certo ordine di

derivazione in ogni punto dell'intervallo. Tale metodo utilizza polinomi di un certo grado  $p$  fissato, che non varia al variare del numero di punti da interpolare. Allora polinomi successivi si vedono imposta la condizione di continuità delle prime  $p-1$  derivate nel loro punto di raccordo.

La funzione built-in di MATLAB chiamata *spline* genera per ogni intervallo di tempo tra due stime successive i coefficienti di un polinomio di terzo grado, che è quindi una spline cubica, che verifichi le condizioni descritte sopra. I polinomi si trovano nella forma:

$$f(x) = a(x - x_1)^3 + b(x - x_1)^2 + c(x - x_1) + d \quad (3-9)$$

Dove  $x_1$  è l'inizio dell'intervallo in cui il polinomio è definito  $[x_1: x_2]$ .

Per poter creare spline che ricoprano l'intera durata del segnale, è necessario stimare inizialmente altri due valori di frequenza: quello al primo istante di segnale e all'ultimo. Infatti, dato un certo count time, le stime di frequenza fornite dal PLL possono essere pensate come centrate nel mezzo di ogni intervallo, poiché si tratta di frequenze medie nel periodo. Ad esempio, con un  $T_c$  pari a 1 secondo le stime saranno centrate agli istanti 0.5, 1.5, 2.5, ... All'istante  $t = 0$  e  $t = N \cdot f_s$ , con  $N$  il numero di campioni e  $f_s$  la frequenza di campionamento, dunque, viene ipotizzata una frequenza pari, rispettivamente, all'istante successivo e a quello precedente. Questo è necessario per poter compensare, seppur approssimativamente, la rotazione del fasore.

A questo punto, la funzione *spline* definisce i polinomi all'interno di ogni count time, e, in aggiunta, nei due count time dimezzati iniziale e finale. Il battimento viene attuato su ognuno di tali intervalli in modo indipendente e, alla fine, tutti i segmenti battuti vengono concatenati tra loro. La funzione di battimento richiede dunque in ingresso il segnale originale e i coefficienti della spline nell'intervallo desiderato, il valore dell'istante iniziale di tale intervallo, e la frequenza di campionamento del segnale originale.

Inizialmente viene creato il vettore degli istanti di tempo:

$$time = \left[ t_{iniz}; N \cdot f_s - \frac{1}{f_s} \right] \quad (3-10)$$

Naturalmente, essendo nel dominio tempo-discreto, i valori del vettore *time* sono istanti ben definiti ed equispaziati tra loro dal tempo di campionamento. La lettera *n* viene utilizzata nella seguente trattazione per individuare la componente definita all'istante *n*-esimo delle diverse grandezze.

Dapprima viene attuato un battimento volto all'annullamento della rotazione ma non della fase iniziale del segnale di riferimento. Il vettore della frequenza residua viene ricostruito valutando la frequenza in tutti gli istanti del vettore *time* attraverso i coefficienti della spline come:

$$f[n] = d + c(\text{time}[n] - t_{iniz}) + b(\text{time}[n] - t_{iniz})^2 + a(\text{time}[n] - t_{iniz})^3 \quad (3-11)$$

Non conoscendo a priori la fase iniziale del segnale originale, essa viene posta a zero per il momento, e vengono calcolati passo passo i valori successivi di fase  $\Phi[n]$  per ogni altro istante del vettore *time*, integrando i valori di frequenza  $f_n$ :

$$\Phi[n] = \Phi[n - 1] + \frac{2\pi f[n]}{f_s} \quad (3-12)$$

Allora il segnale  $S[n]$  viene ricostruito secondo:

$$S[n] = e^{j\Phi[n]} \quad (3-13)$$

Dove *j* è l'unità immaginaria.

Infine, viene attuato il battimento, moltiplicando il segnale di riferimento per quello appena creato ma controrotante, cioè coniugato:

$$s_{new}[n] = (\text{rif}[n])(\bar{S}[n]) \quad (3-14)$$

Il nuovo segnale così ottenuto appare nel piano complesso come una nuvola di punti centrati attorno a un certo punto che, in generale, non si troverà lungo l'asse reale come mostrato in Fig. 19. Per l'esempio proposto è stato usato un segnale di ampiezza 1 a frequenza costante pari a 200 Hz e un CNR=40 dB-Hz. Il segmento battuto è la porzione di segnale da 0.5 a 1.5 secondi.

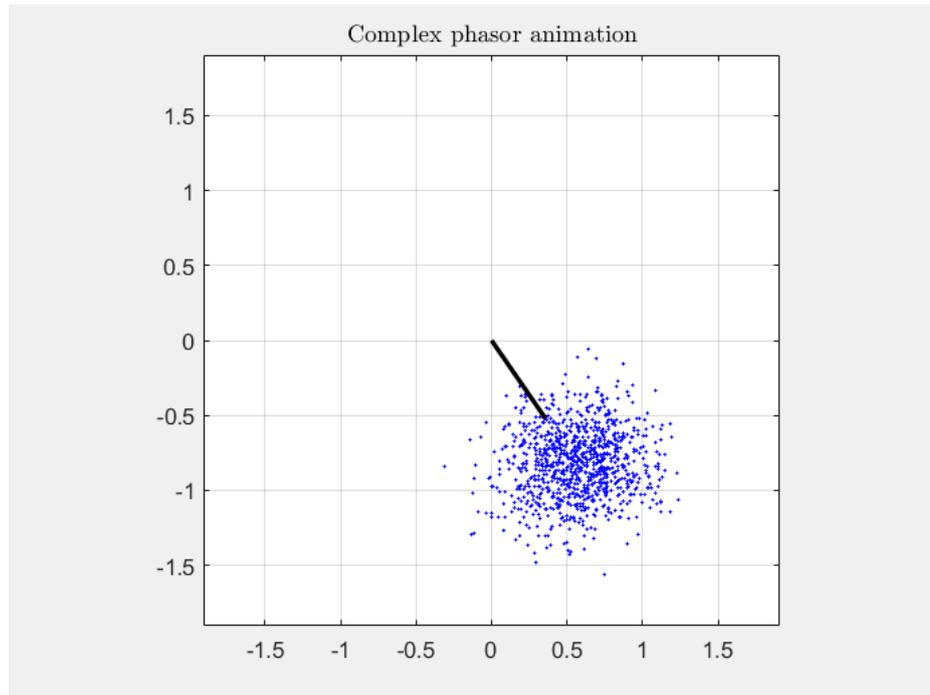


Figura 19. Fasore con rotazione annullata e fase iniziale non compensata

Si sfrutta ora il segnale ricavato per stimare la fase iniziale del riferimento. Tale stima viene calcolata come media degli angoli di ogni componente del nuovo segnale. Questa soluzione è in prima approssimazione valida, in quanto la maggior parte dei canali può essere modellata come rumore additivo gaussiano, il quale non va ad alterare la fase media di un fasore non rotante. Dopodiché la fase viene ricostruita nuovamente partendo dal nuovo valore di fase iniziale fino a raggiungere un nuovo segnale battuto che avrà non solo rotazione annullata, ma sarà anche centrato attorno al punto  $(A,0)$ , come mostrato in Fig. 20:

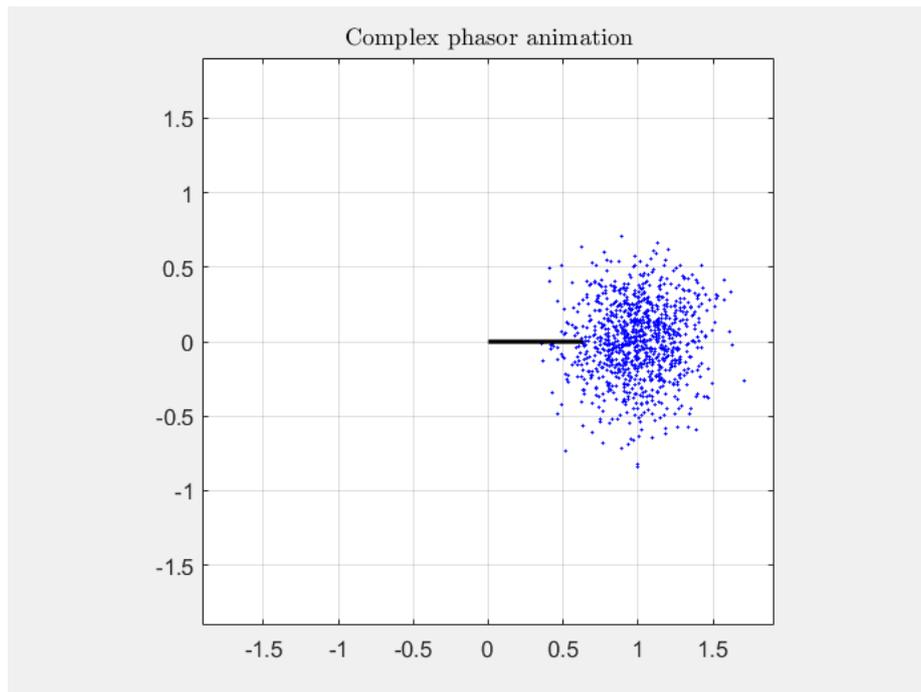


Figura 20. Fasore con rotazione annullata e fase iniziale compensata

Nel caso di segnali reali, il risultato del battimento deve essere filtrato mediante filtro passa-basso. Infatti, moltiplicando tra loro due sinusoidi si ottengono due componenti, una la cui fase è la differenza delle fasi delle due e un'altra la cui fase ne è la somma. La dimostrazione di ciò risulta semplice se si ricordano le formule trigonometriche di addizione e sottrazione del coseno:

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta \quad (3-15)$$

Allora si ottiene:

$$\begin{aligned} \sin\phi_{rif}\sin\phi_{nco} &= \frac{1}{2}[2\sin\phi_{rif}\sin\phi_{nco}] \\ &= \frac{1}{2}[\cos\phi_{rif}\cos\phi_{nco} + \sin\phi_{rif}\sin\phi_{nco} - \cos\phi_{rif}\cos\phi_{nco} \\ &\quad + \sin\phi_{rif}\sin\phi_{nco}] = \frac{1}{2}[\cos(\phi_{rif} - \phi_{nco}) - \cos(\phi_{rif} + \phi_{nco})] \end{aligned} \quad (3-16)$$

Dove  $\phi_{rif}$  è la fase del riferimento e  $\phi_{nco}$  è la fase del segnale stimato dal PLL.

Sostituendo la relazione tra fase e frequenza e ricordando che le frequenze del riferimento e del segnale stimato sono circa uguali, si ottiene una componente con frequenza circa nulla e un'altra a frequenza circa doppia:

$$\begin{aligned} \sin(2\pi f_{rif}t) \sin(2\pi f_{nco}t) &= \frac{1}{2} \cos(2\pi(f_{rif} - f_{nco})t) - \frac{1}{2} \cos(2\pi(f_{rif} + f_{nco})t) \\ &\approx \frac{1}{2} \cos(0) - \frac{1}{2} \cos(4\pi f_{rif}t) \end{aligned} \quad (3-17)$$

Dove  $f_{rif}$  è la frequenza del segnale di riferimento e  $f_{nco}$  è la frequenza del segnale stimato dal PLL.

Alla luce di ciò il nuovo segnale viene filtrato attraverso un filtro passa-basso con una frequenza di taglio abbastanza bassa, ad esempio 10 Hz, che è lecita se il battimento viene attuato correttamente poiché la frequenza che interessa mantenere ha valori attorno allo zero. In tal modo si ottiene infine il segnale battuto.

Tuttavia, nel caso studiato i segnali considerati sono complessi, perciò il filtraggio non è necessario. Ricordando la formula (3-15) e la formula trigonometrica di addizione del seno:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta \quad (3-18)$$

E definendo la pulsazione come  $\omega = 2\pi f$ :

$$\begin{aligned} [\cos(\omega_{rif}t) + j\sin(\omega_{rif}t)][\cos(\omega_{nco}t) + j\sin(\omega_{nco}t)] &= \cos(\omega_{rif}t)\cos(\omega_{nco}t) - \sin(\omega_{rif}t)\sin(\omega_{nco}t) \\ &+ j[\sin(\omega_{rif}t)\cos(\omega_{nco}t) + \cos(\omega_{rif}t)\sin(\omega_{nco}t)] \\ &= \cos((\omega_{rif} + \omega_{nco})t) + j\sin((\omega_{rif} + \omega_{nco})t) \end{aligned} \quad (3-19)$$

Dato che il segnale ricostruito dal PLL è coniugato,  $\omega_{nco}$  è negativo e le pulsazioni sono in valore assoluto circa uguali, poiché il segnale dell'NCO è la stima del segnale di riferimento, si ottiene infine che la moltiplicazione tra i due segnali complessi risulta:

$$\begin{aligned} [\cos(\omega_{rif}t) + j\sin(\omega_{rif}t)][\cos(\omega_{nco}t) + j\sin(\omega_{nco}t)] &\approx \cos(0t) + j\sin(0t) \\ &= 1 \end{aligned} \quad (3-20)$$

Cioè la frequenza del segnale battuto viene annullata senza necessità di filtrare il segnale.

Un'ultima importante considerazione riguarda l'eventuale presenza di discontinuità nella frequenza residua elaborata dal PLL durante il primo run. Le discontinuità prese in considerazione sono del primo tipo, dove la funzione in un punto compie un "salto" istantaneo. Una funzione di questo tipo si trova nella forma:

$$f_d(x) = \begin{cases} f(x), & x < x_d \\ f(x) + b, & x \geq x_d, b \neq 0 \end{cases} \quad (3-21)$$

Dunque, vale:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow x_d^-} f_d(x) &= f(x_d) \\ \lim_{x \rightarrow x_d^+} f_d(x) &= f(x_d) + b, b \neq 0 \end{aligned} \quad (3-22)$$

Tale salto comporta per il PLL la perdita momentanea di capacità di stima della frequenza. La sua capacità di riacquisizione è legata strettamente al valore della sua banda di loop [6]. Una  $B_L$  stretta può far sì che il PLL ci metta molto tempo a stimare correttamente il segnale. Nel caso di ore e ore di dati di segnale ricevuto, a seconda dell'entità della discontinuità, analogamente a cosa succederebbe con dinamiche troppo elevate, esso potrebbe impiegare ore, fino addirittura a non riuscire nella stima. Più la banda di loop viene aumentata, più il PLL sarà pronto, con lo svantaggio però di filtrare meno rumore termico, che invece si desidererebbe filtrare il più possibile.

È stata fatta una simulazione su MATLAB utilizzando un segnale ad ampiezza unitaria con una frequenza variabile in modo lineare secondo la legge:

$$F(t) = 0.3t \text{ Hz}$$

Dopo 50 secondi, tuttavia, la frequenza compie un salto istantaneo che la porta a valere 70 Hz per poi continuare da lì con lo stesso andamento precedente per altri 100 secondi. Il canale di trasmissione fa sì che il CNR del segnale processato valga 40 dB-Hz. Il segnale attorno al secondo 50 dove avviene il brusco aumento di frequenza è raffigurato in Fig. 21:

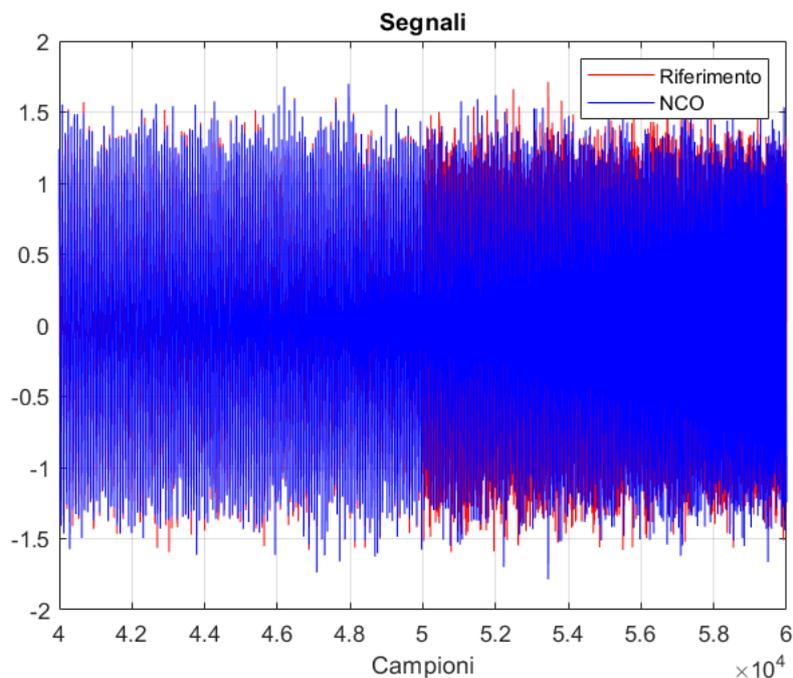


Figura 21. Profilo del segnale di riferimento e del segnale generato dall'NCO attorno al punto di brusco cambio di frequenza dovuto alla discontinuità

Utilizzando una banda di loop di 3 Hz e un count time di 1 secondo, le fasi del riferimento e del segnale in uscita dall'NCO sono mostrate in Fig. 22, e la frequenza stimata in Fig. 23. Il risultato mostra che in corrispondenza della discontinuità il PLL non stima la frequenza correttamente per qualche secondo. Il PLL rimane in condizione di lock perché la differenza tra la fase del riferimento e quella dell'NCO si mantiene piccola e costante; tuttavia, esso è lento nell'inseguimento e la fase dell'NCO è in ritardo rispetto a quella del riferimento a causa del basso valore della banda di loop che rende il PLL poco pronto.

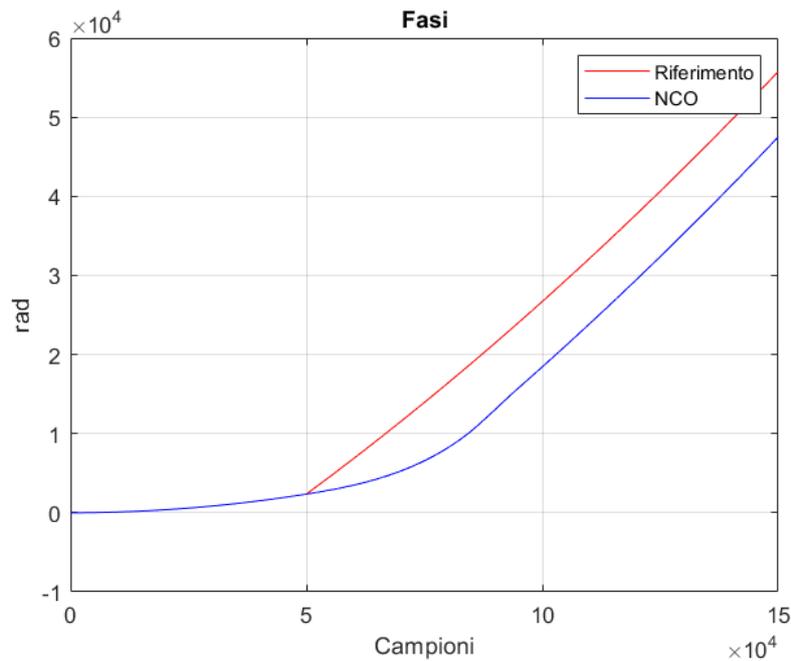


Figura 22. Confronto fra la fase del riferimento e la fase dell'NCO con  $BL=3$  Hz quando è presente una discontinuità di frequenza

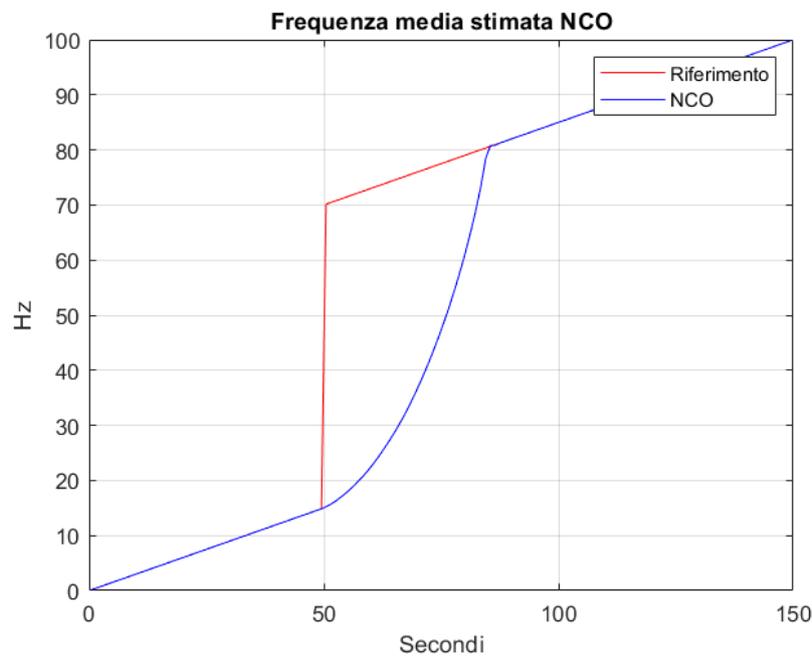
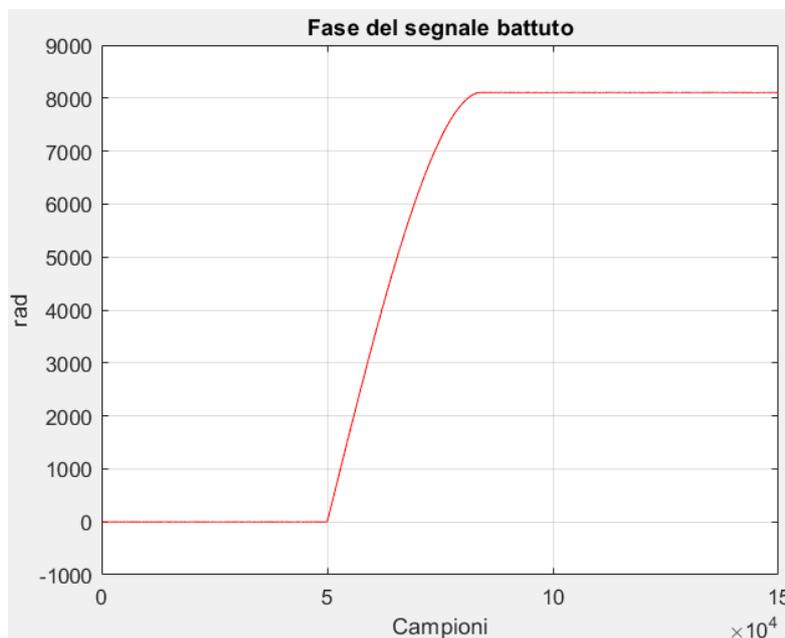


Figura 23. Frequenza media stimata dal PLL con  $BL=3$  Hz quando è presente una discontinuità

Attuando il battimento del segnale in queste condizioni, l'annullamento della rotazione avviene correttamente nei primi 50 secondi di segnale, cioè prima della

discontinuità. Successivamente la contro-rotazione non è più efficace finché il PLL non stima nuovamente in modo corretto la frequenza con la quale annulla la rotazione del fasore di riferimento. Ciò risulta chiaro graficando la fase “srotolata” (unwrapped) del segnale battuto, che rimane a zero per i primi 50 secondi poi aumenta progressivamente fino a tornare stabile quando la frequenza è di nuovo stimata correttamente. Essa è mostrata in Fig. 24:



*Figura 24. Fase unwrapped del segnale battuto in presenza di una discontinuità non corretta nella frequenza, che il PLL non riesce a seguire istantaneamente*

Naturalmente, utilizzando una banda più larga, il PLL sarebbe molto più sensibile alle variazioni del segnale, e l'intervallo di tempo in cui la frequenza non è stimata correttamente si accorcerebbe. Portando questo ragionamento all'estremo, con una banda di loop molto larga come 100 Hz, il PLL seguirebbe istantaneamente la fase, senza ritardi, e stimerebbe sempre correttamente la frequenza, come mostrato in Fig. 25 e 26 rispettivamente.

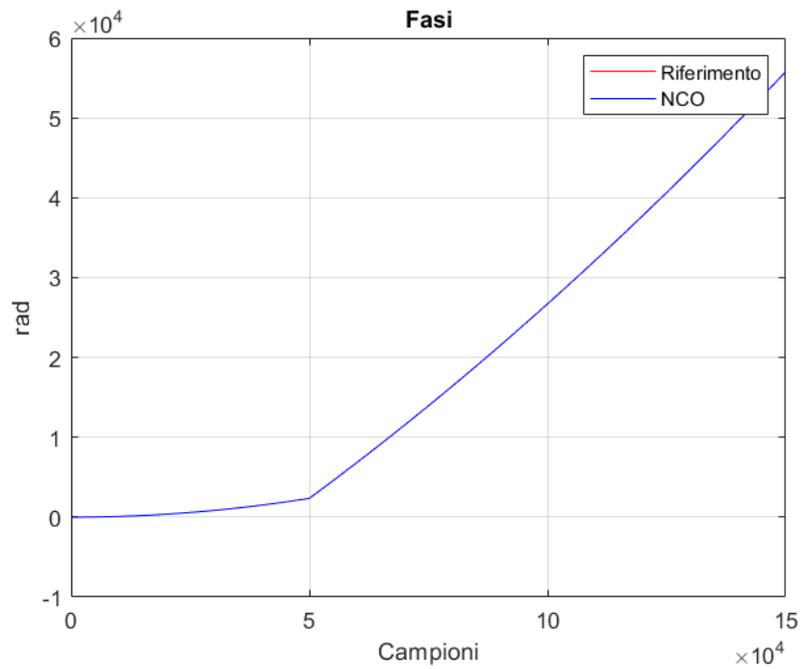


Figura 25. Confronto fra la fase del riferimento e la fase dell'NCO con  $BL=100$  Hz quando è presente una discontinuità di frequenza

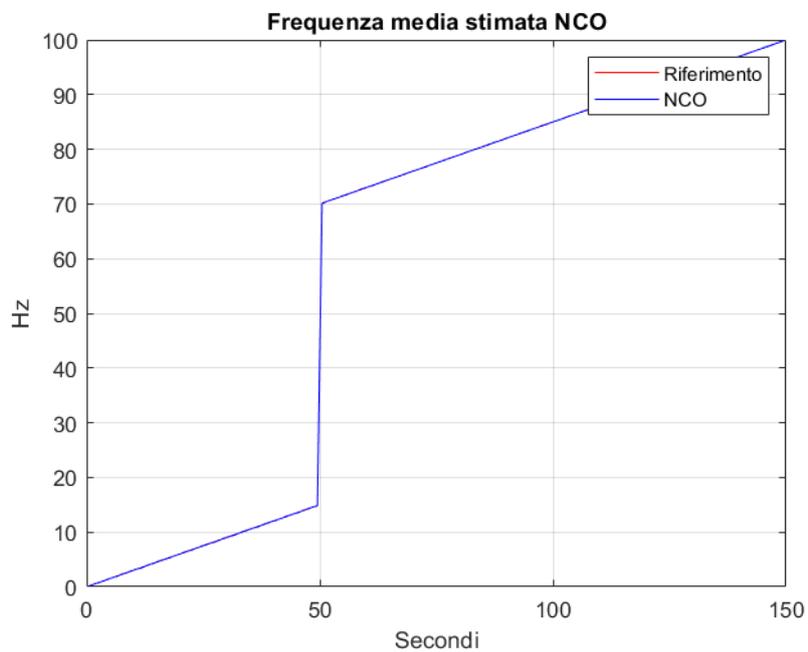


Figura 26. Frequenza media stimata dal PLL con  $BL=100$  Hz quando è presente una discontinuità

Sebbene il PLL sia in questo caso molto pronto e il battimento non subisca danneggiamento dalla presenza di una discontinuità, non è desiderabile utilizzare bande così larghe poiché il filtraggio del rumore viene compromesso.

Di conseguenza, si può dunque concludere che le discontinuità di frequenza devono essere individuate precedentemente per garantire la buona riuscita del battimento con l'utilizzo di bande strette per il filtraggio del rumore. Per tale motivo è stato implementato un sistema che rilevi gli istanti in cui il PLL è lento nell'inseguimento a causa di una discontinuità, per poi sostituirli con la giusta frequenza. Per far ciò, si suppone di conoscere la massima dinamica raggiungibile dal segnale e di utilizzarla, con un certo margine, come soglia limite per la derivata della frequenza stimata dal PLL. Si assume dunque che quando tale derivata eccede in valore assoluto la soglia, vi è la presenza di una discontinuità. L'ipotesi di conoscere a priori la dinamica raggiunta dal segnale è giustificata dal fatto che nel ramo di ricezione Open-Loop i dati vengono registrati completamente ed è dunque possibile valutare in post-processing la dinamica e fare esperimenti con bande diverse. Il margine utilizzato in questo caso, visto che la dinamica massima del segnale vale 0.3 Hz/s, è 0.35 Hz/s.

Individuati i valori di frequenza corrispondenti all'intervallo in cui il PLL non sta stimando la frequenza correttamente, le soluzioni alternative sono le seguenti:

- Si possono sostituire le stime di frequenza di tali istanti con un'interpolazione del profilo di frequenza successivo, in modo da ricreare il profilo di frequenza atteso, o stimato in condizione più rumorosa tramite PLL con banda più larga.
- Si possono ignorare le stime di frequenza nell'intervallo individuato, in modo da non aggiungere informazioni errate alla stima e non peggiorare l'RMS dei residui.

Nel primo caso, i nuovi valori di frequenza vengono derivati tramite approssimazione di Taylor partendo dal valore di frequenza e della sua derivata quando la stima si è stabilizzata nuovamente. Allora, calcolando la derivata col metodo delle equazioni alle differenze finite come:

$$\dot{f}_n = \frac{f_{lock_{n+1}} - f_{lock_n}}{IT} \quad (3-23)$$

Si ricostruisce l'andamento della frequenza negli istanti precedenti mediante espansione di Taylor troncata al primo ordine:

$$f_{new_n} = f_{lock_n} + \dot{f}_n(n - n_{lock}) \quad (3-24)$$

Naturalmente, tale stima introduce un errore a causa della linearizzazione, ma la teoria è estendibile a ordini superiori al primo. La frequenza così corretta è mostrata in Fig. 27:

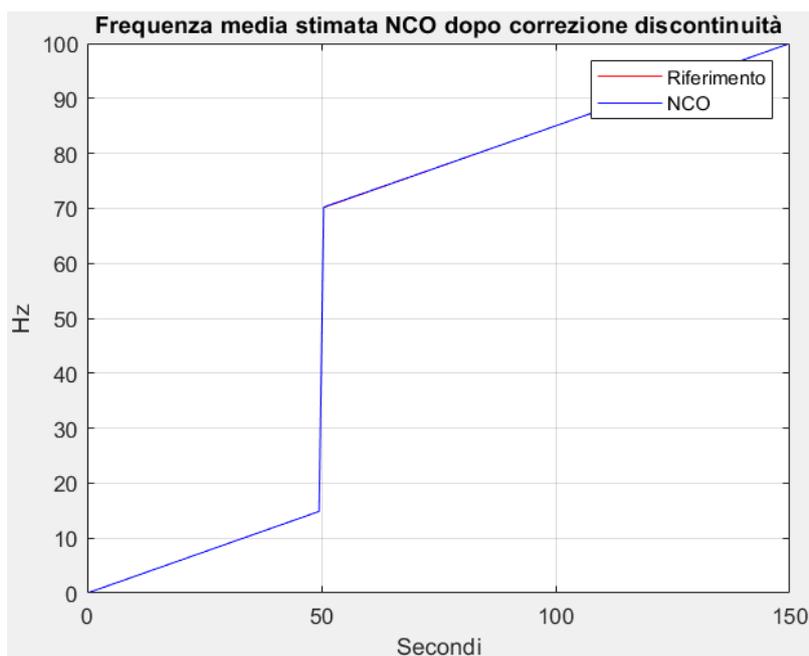
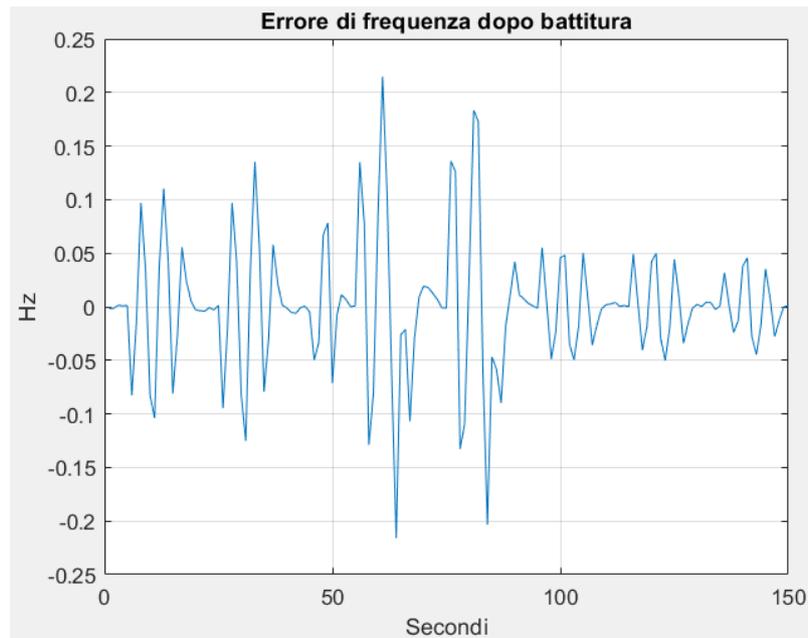


Figura 27. Frequenza media stimata dal PLL in seguito alla ricerca e correzione automatica delle discontinuità di frequenza

Grazie a tale correzione, il battimento del segnale viene eseguito correttamente e la frequenza stimata dal PLL nel secondo run è raffigurata in Fig. 28. Per il secondo run, viene utilizzata una BL più bassa rispetto a quella del primo, per filtrare più rumore. Si può notare che l'errore è ben centrato attorno allo zero, ma mantiene dei picchi d'incertezza più alti nell'intervallo in cui è stata corretta la discontinuità.



*Figura 28. Errore nella frequenza media stimata dal PLL del segnale battuto a seguito della correzione della discontinuità nella frequenza*

In ogni caso, a seguito del battimento, la dinamica del segnale viene diminuita drasticamente. Ciò permette di ri-processare il segnale battuto dal PLL, questa volta utilizzando una banda di loop più bassa rispetto al primo run in modo da poter filtrare ancora più rumore. In particolare, viene utilizzata la banda di loop ottimale per la minimizzazione del rumore termico descritto nella formula (2-4). Ad esempio, per un count time di 1 secondo, la BL ottima vale 0.5 Hz (per la relazione 2-5).

I risultati sono illustrati e discussi nel prossimo capitolo.

## 4. RISULTATI

Nelle seguenti sezioni sono riportati l'inseguimento della fase e la stima della frequenza media in risposta ad alcuni segnali tipici: con frequenza costante, variabile in modo lineare, in modo quadratico, cubico e sinusoidale. Non è riportato l'errore di ampiezza in quanto esso risulta in ogni caso minore dell' $\epsilon$  di macchina, cioè è un errore solo dovuto all'approssimazione numerica.

Dei grafici degli errori di fase e frequenza si riportano, a titolo di esempio, solo quelli delle simulazioni in cui si sono utilizzati segnali con  $\text{CNR} = 40 \text{ dB-Hz}$ . La radice dell'errore quadratico medio (RMS) della stima di frequenza, invece, viene riportata a diversi CNR.

### 4.1. Frequenza costante

$$F_1(t) = 100 \text{ Hz}$$

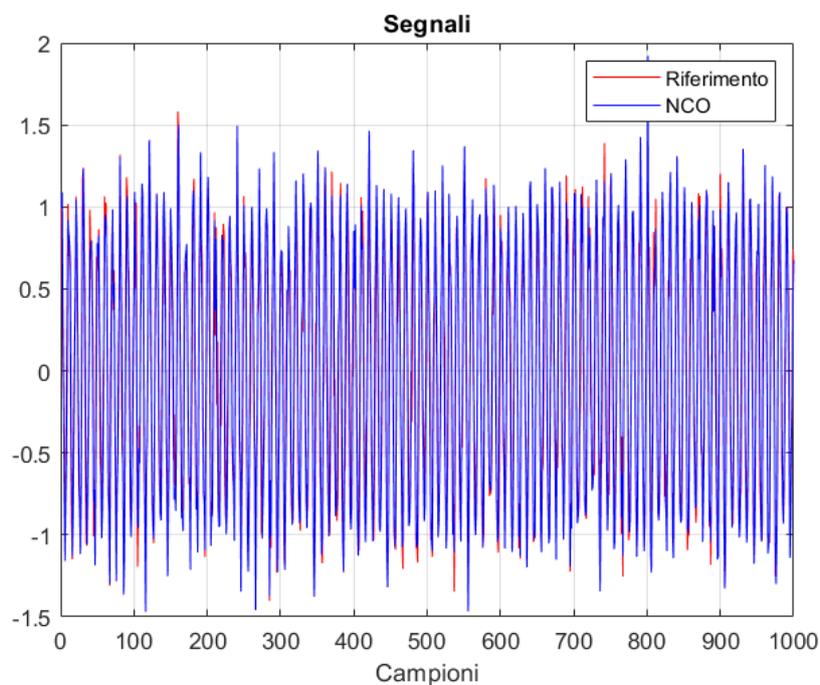


Figura 29. Primo secondo di segnale campionato a 1000 Hz. Frequenza costante  $F(t) = 100 \text{ Hz}$  con ampiezza unitaria e  $\text{CNR} = 40 \text{ dB-Hz}$ .

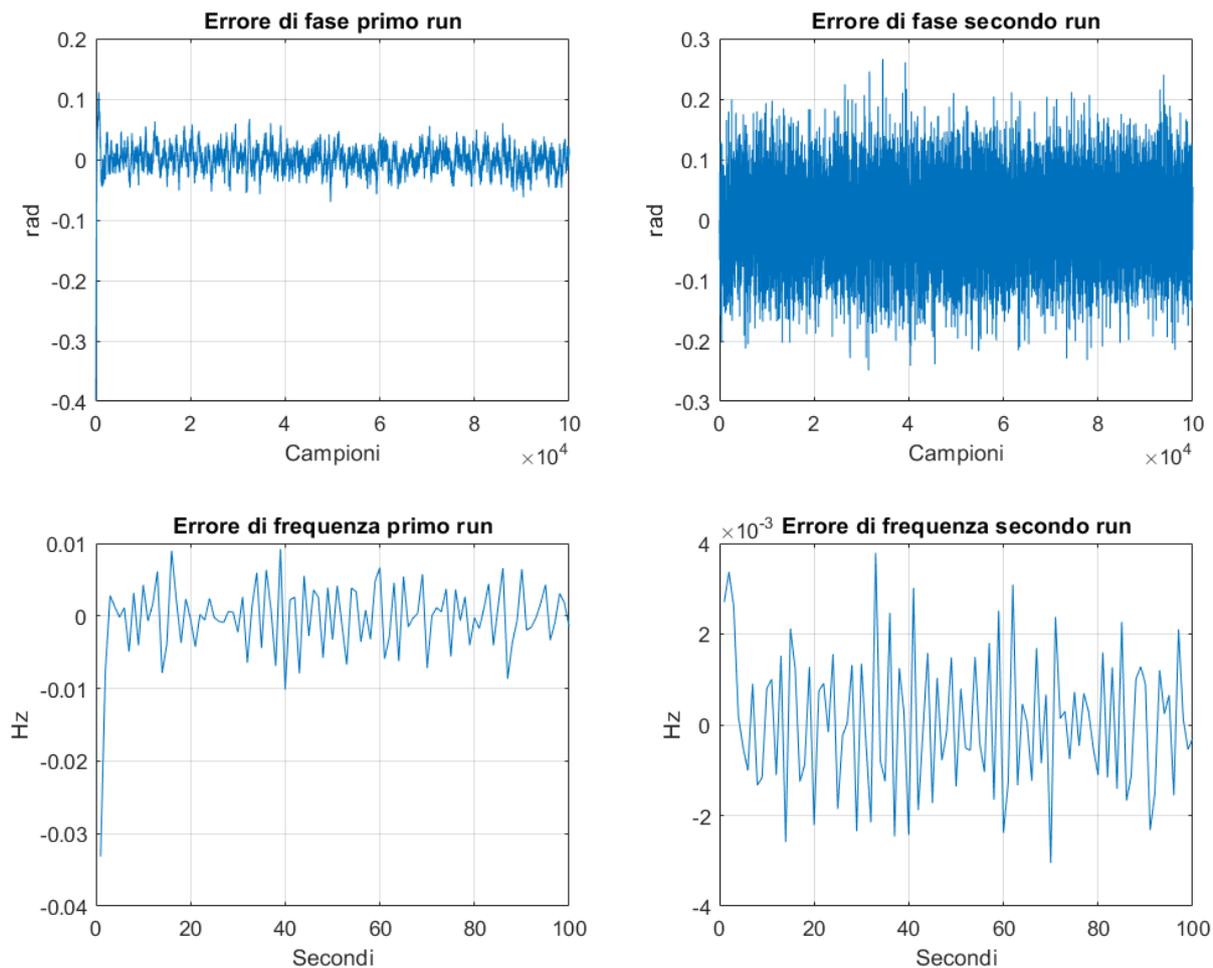


Figura 30. Errori di fase e frequenza prima e dopo il battimento. Segnale originale campionato a 1000 Hz, a frequenza costante  $F(t) = 100$  Hz, ampiezza unitaria, durata 100 s, e  $\text{CNR} = 40$  dB-Hz. Il PLL opera a  $BL = 3$  Hz nel primo run,  $BL = 0.5$  Hz nel secondo run, usando  $T_c = 1$  s.

L'inseguimento della fase e la stima della frequenza avvengono correttamente nel primo run. Ciò comporta che il battimento venga effettuato in maniera efficace e ne consegue un ridotto errore di fase e frequenza anche del secondo run.

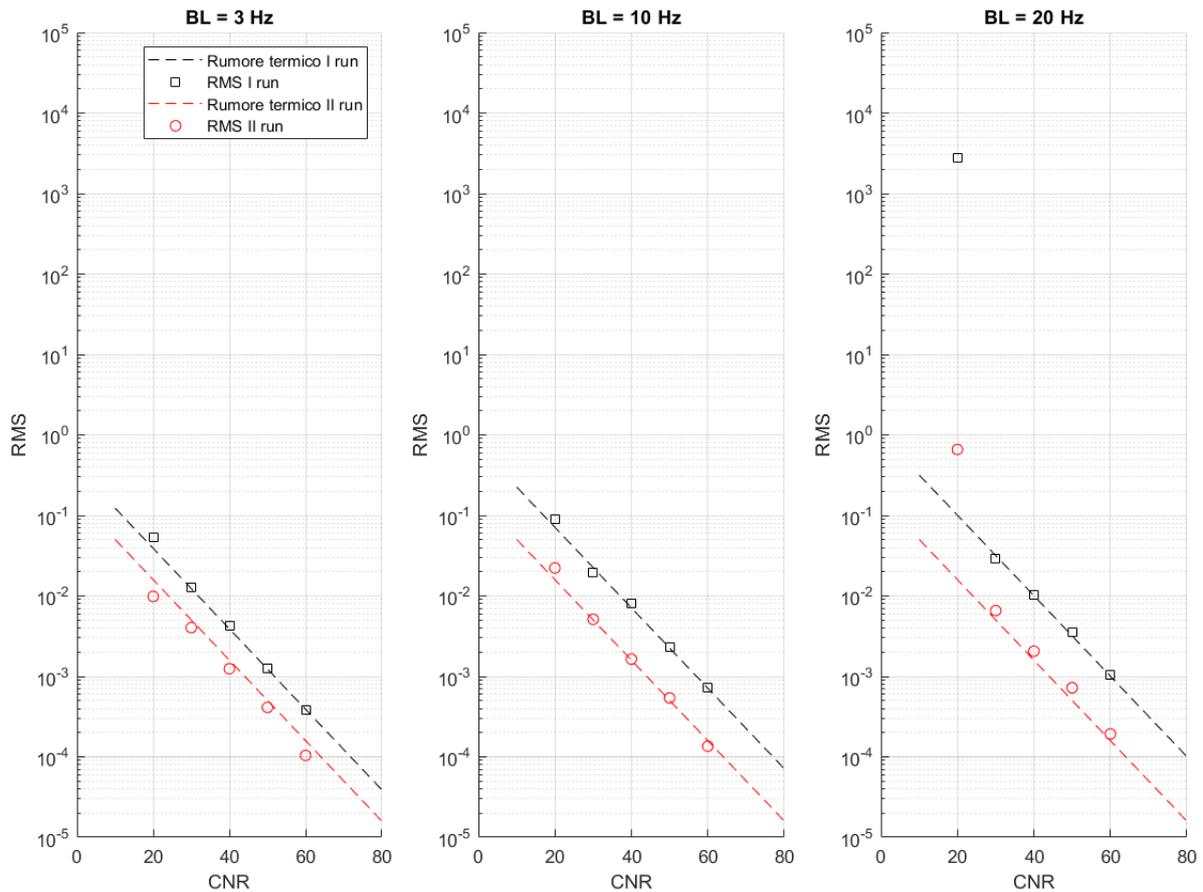


Figura 31. RMS della stima di frequenza di un segnale a frequenza costante  $F(t) = 100$  Hz per tre diversi BL di primo run. le due linee tratteggiate corrispondono al limite di accuratezza causato dal rumore termico (quella nera secondo il BL del primo run, quella rossa secondo il BL del secondo run, cioè quello ottimo). Il quadratino nero rappresenta l'RMS della stima del primo run, e il cerchietto rosso quella dopo il battimento del segnale.

In questo caso, il battimento migliora l'RMS della stima della frequenza in ognuno dei casi proposti. Sia l'RMS del primo run sia quello del secondo sono inoltre molto accurati, in linea con il limite di accuratezza teorico dato dal rumore termico, definito dalla formula (2-4) e rappresentato nella figura con delle linee tratteggiate. L'unica eccezione è il caso di  $BL = 20$  Hz quando il  $CNR = 20$  dB-Hz. In tal caso, la sensibilità più elevata del PLL alle variazioni di frequenza fa sì che esso segua in parte anche l'andamento dell'alto rumore presente, invece che filtrarlo. Ciò aumenta notevolmente l'RMS. Infatti, per bassi CNR la fase jittera con ampiezze maggiori e quindi il modello del rumore termico perde accuratezza per via delle oscillazioni preponderanti della fase.

## 4.2. Frequenza variabile linearmente

$$F_2(t) = 0.2t \text{ Hz}$$

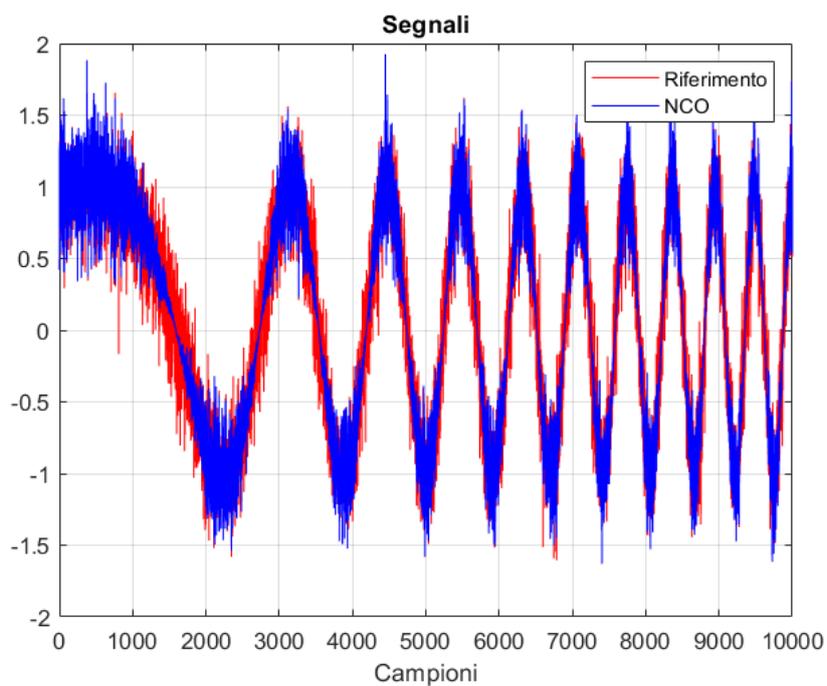


Figura 32. Primi dieci secondi di segnale campionato a 1000 Hz. Frequenza variabile linearmente  $F(t) = 0.2t$  Hz con ampiezza unitaria e  $\text{CNR} = 40$  dB-Hz.

Come mostra la figura seguente, analogamente alla frequenza costante, gli errori nell'inseguimento della fase e nella stima della frequenza sono centrati attorno allo zero sia prima che dopo il battimento.

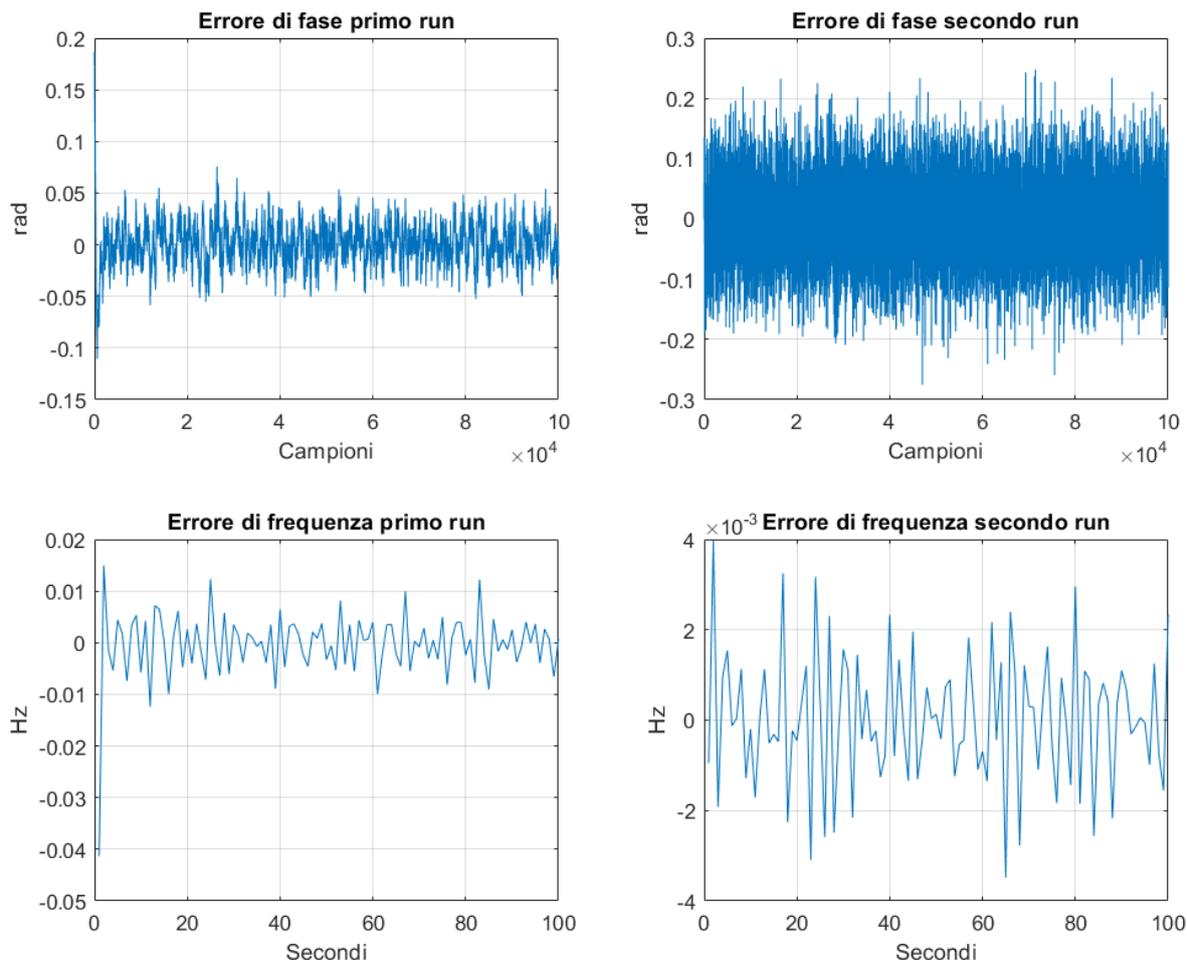


Figura 33. Errori di fase e frequenza prima e dopo il battimento. Segnale originale campionato a 1000 Hz, a frequenza variabile linearmente  $F(t) = 0.2t$  Hz, ampiezza unitaria, durata 100 s, e  $\text{CNR} = 40$  dB-Hz. Il PLL opera a  $BL = 3$  Hz nel primo run,  $BL = 0.5$  Hz nel secondo run, usando  $T_c = 1$  s.

Infine, con una frequenza variabile linearmente nel tempo, il comportamento per quanto riguarda l'RMS della stima delle frequenze risulta simile a quello con frequenza costante. Come prima, fatta eccezione per i segnali a  $\text{CNR} = 20$  dB-Hz, l'accuratezza della stima segue il limite teorico dato dal rumore termico. Tuttavia, anche quando il segnale a  $\text{CNR} = 20$  dB-Hz viene stimato accuratamente e il suo battimento garantisce un abbassamento dell'RMS – seppur di piccola entità – i segnali con  $\text{CNR} = 30$  dB-Hz presentano problemi di battimento. Ne consegue un aumento nell'incertezza della stima della loro frequenza. Tale comportamento dovrà essere approfondito meglio in futuro.

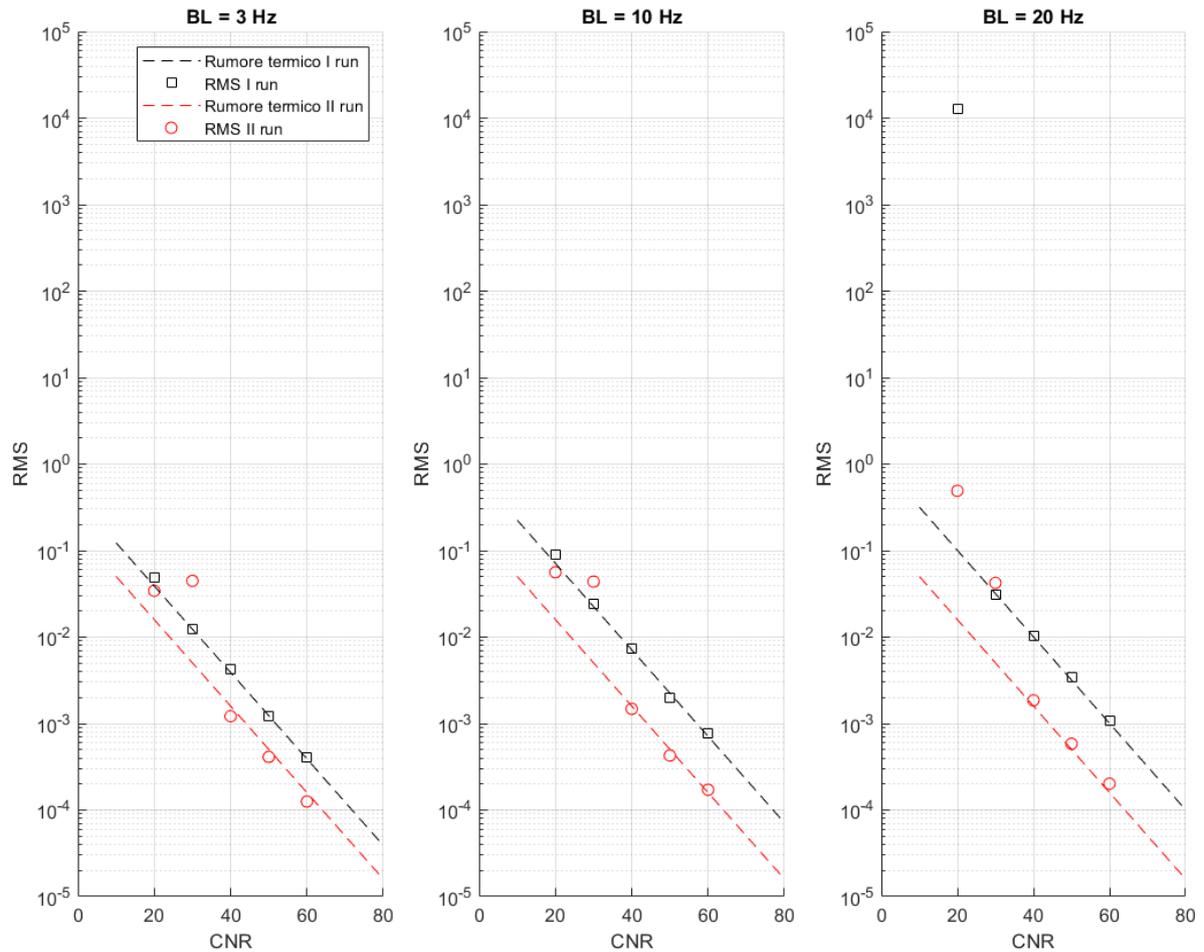


Figura 34. RMS della stima di frequenza di un segnale a frequenza variabile in modo lineare  $F(t) = 0.2t$  Hz per tre diversi BL di primo run. le due linee tratteggiate corrispondono al limite di accuratezza causato dal rumore termico (quella nera secondo il BL del primo run, quella rossa secondo il BL del secondo run, cioè quello ottimo). Il quadratino nero rappresenta l'RMS della stima del primo run, e il cerchietto rosso quella dopo il battimento del segnale.

### 4.3. Frequenza variabile in modo quadratico

$$F_3(t) = 0.1t^2 \text{ Hz}$$

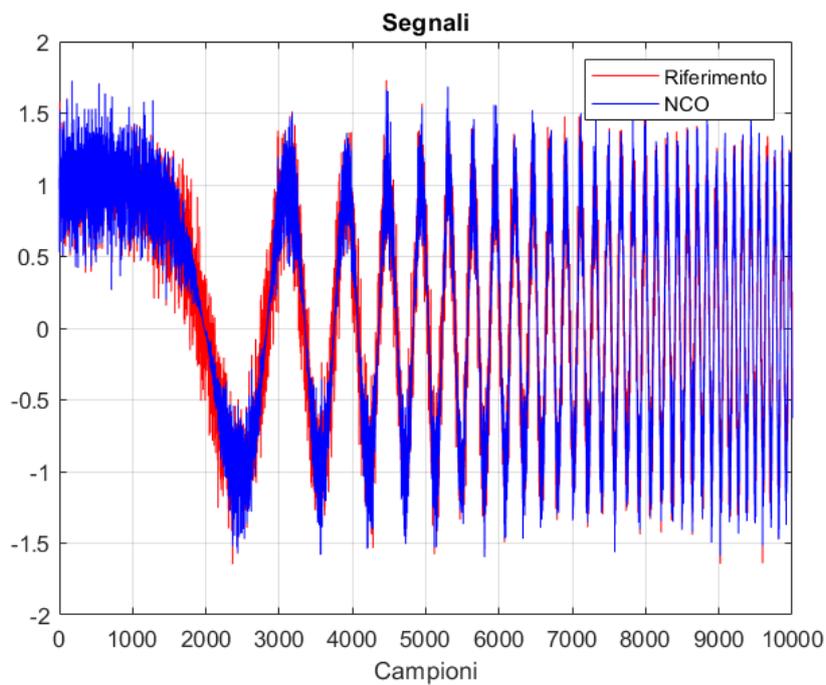


Figura 35. Primi dieci secondi di segnale campionato a 1000 Hz. Frequenza variabile in modo quadratico  $F(t) = 0.1t^2$  Hz con ampiezza unitaria e  $\text{CNR} = 40$  dB-Hz.

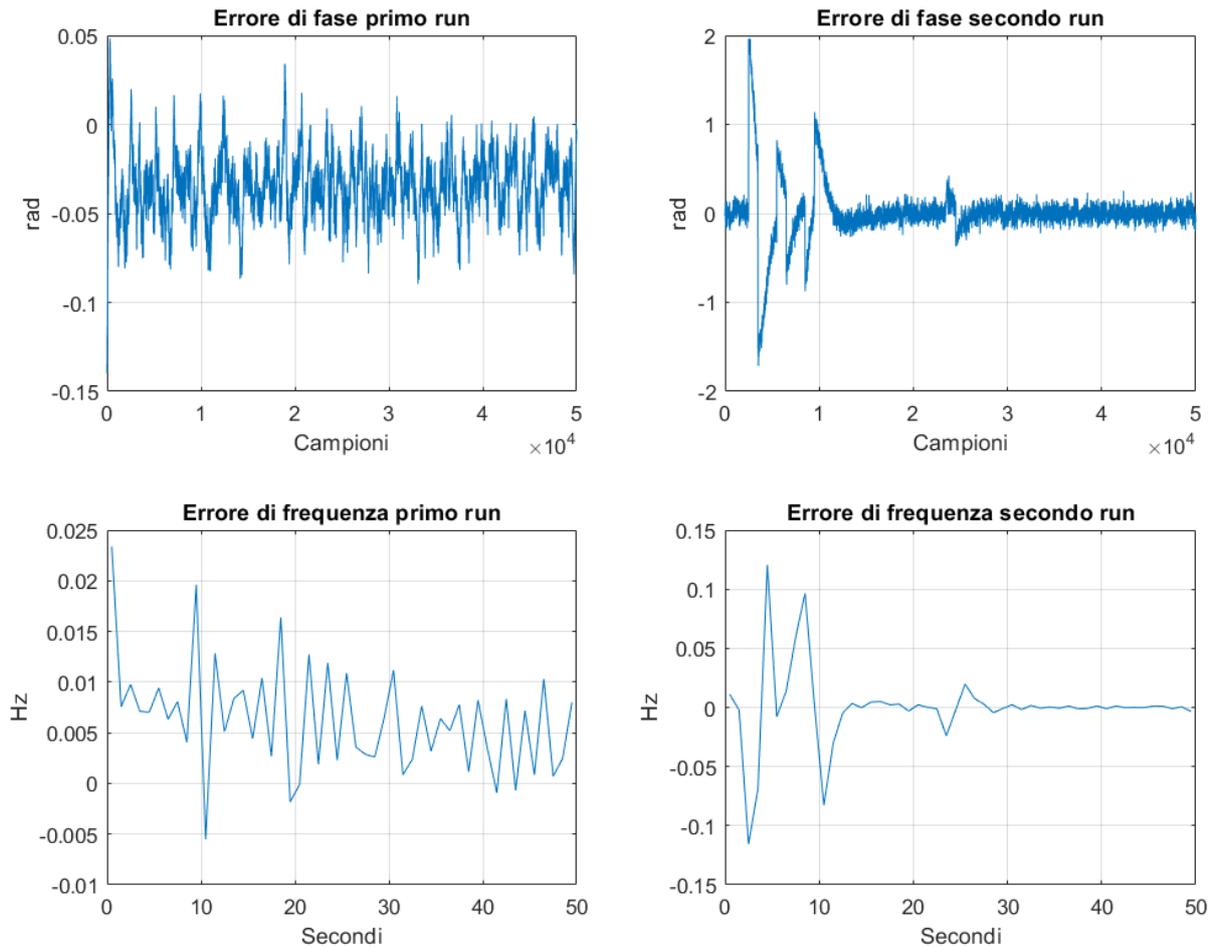


Figura 36. Errori di fase e frequenza prima e dopo il battimento. Segnale originale campionato a 1000 Hz, a frequenza variabile in modo quadratico  $F(t) = 0.1t^2$  Hz, ampiezza unitaria, durata 50 s, e  $CNR = 40$  dB-Hz. Il PLL opera a  $BL = 3$  Hz nel primo run,  $BL = 0.5$  Hz nel secondo run, usando  $T_c = 1$  s.

Come ci si aspettava, con riferimento alla tabella C-1 di [6] modulo 207A, un segnale con frequenza variabile in modo quadratico, cioè fase cubica, non presenta un errore di fase a regime nullo nel primo run, poiché il PLL è di ordine III. L'errore di fase del primo run è quindi costante e piccolo, e comporta un'incertezza nella frequenza stimata che si riflette sul battimento successivo. In particolare, gli errori nel secondo run sono comunque centrati attorno allo zero, tuttavia, sono anche presenti alcune oscillazioni che peggiorano l'RMS complessivo a valle del battimento. L'efficacia del battimento del segnale e l'RMS della stima di frequenza a valle di essa peggiorano al diminuire del CNR, come mostrato nella Fig. 37:

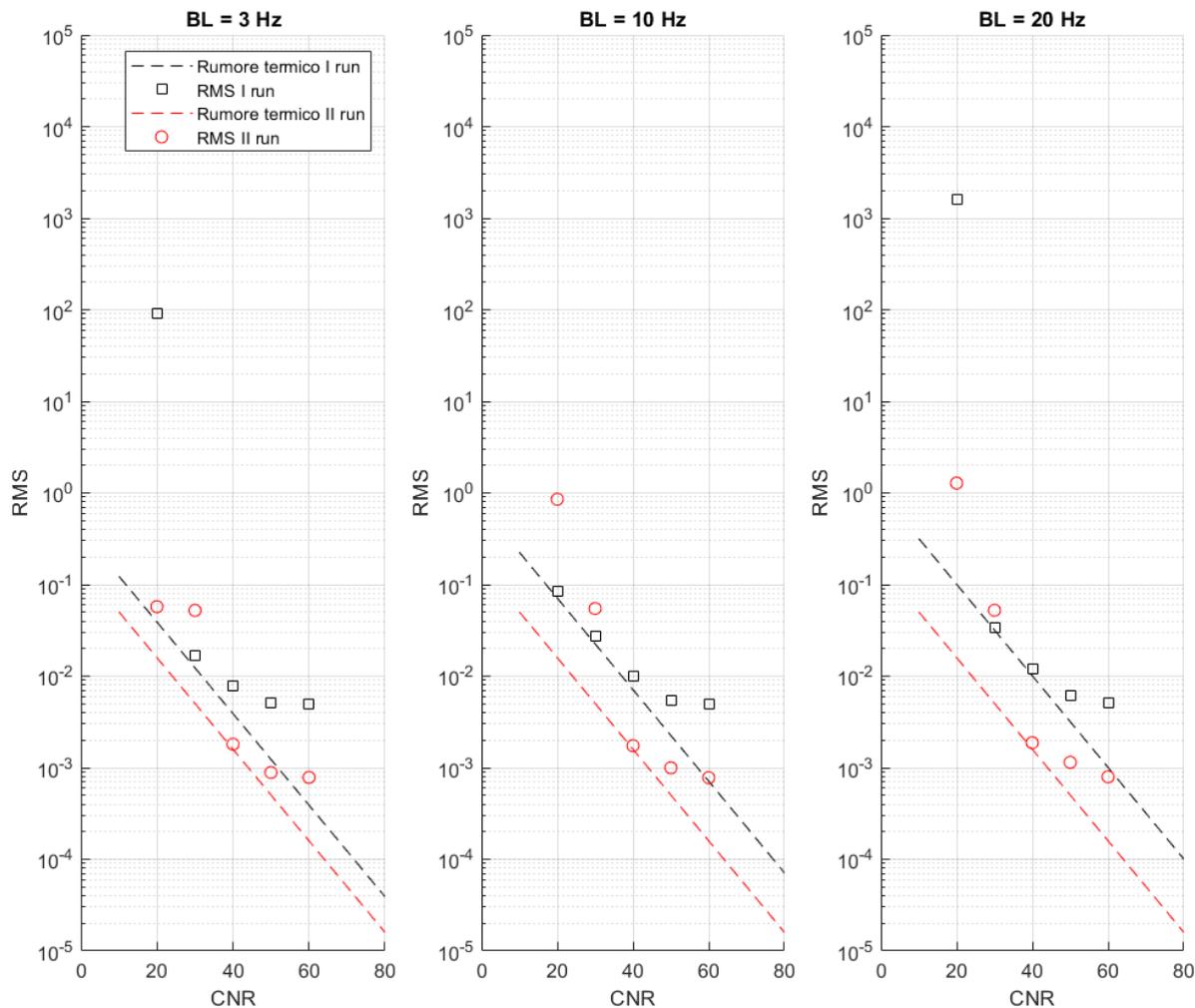


Figura 37. RMS della stima di frequenza di un segnale a frequenza variabile in modo quadratico  $F(t) = 0.1t^2$  Hz per tre diversi BL di primo run. le due linee tratteggiate corrispondono al limite di accuratezza causato dal rumore termico (quella nera secondo il BL del primo run, quella rossa secondo il BL del secondo run, cioè quello ottimo). Il quadratino nero rappresenta l'RMS della stima del primo run, e il cerchietto rosso quella dopo il battimento del segnale.

Per CNR maggiori o uguali a 40 dB-Hz conviene in ogni caso attuare il battimento del segnale, poiché il nuovo RMS è inferiore a quello del primo run. Inoltre, per CNR maggiori di 50 dB-Hz l'effetto della dinamica del segnale è preponderante rispetto al rumore termico, perciò l'RMS si discosta dal valore teorico.

#### 4.4. Frequenza variabile in modo cubico

$$F_4(t) = 0.01t^3 \text{ Hz}$$

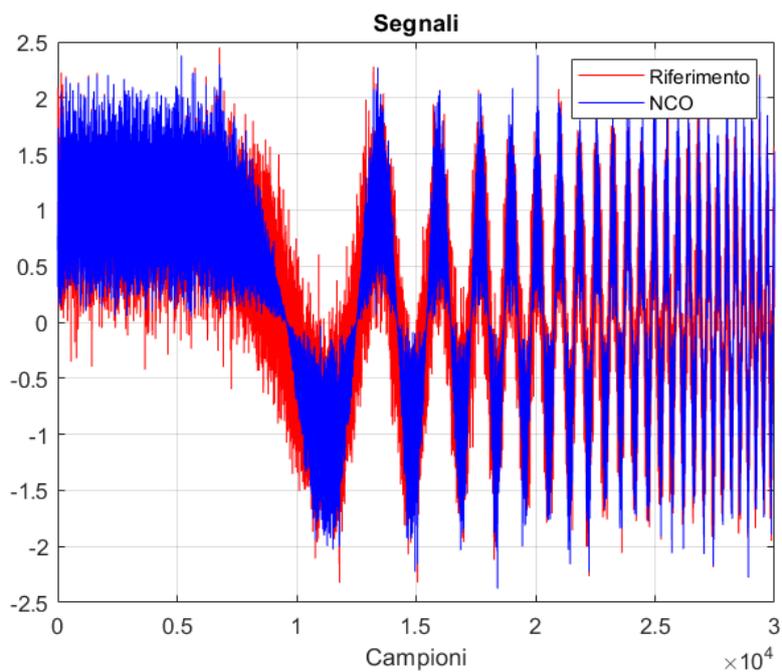


Figura 38. Primi dieci secondi di segnale campionato a 3000 Hz. Frequenza variabile in modo cubico  $F(t) = 0.01t^3$  Hz con ampiezza unitaria e  $\text{CNR} = 40$  dB-Hz.

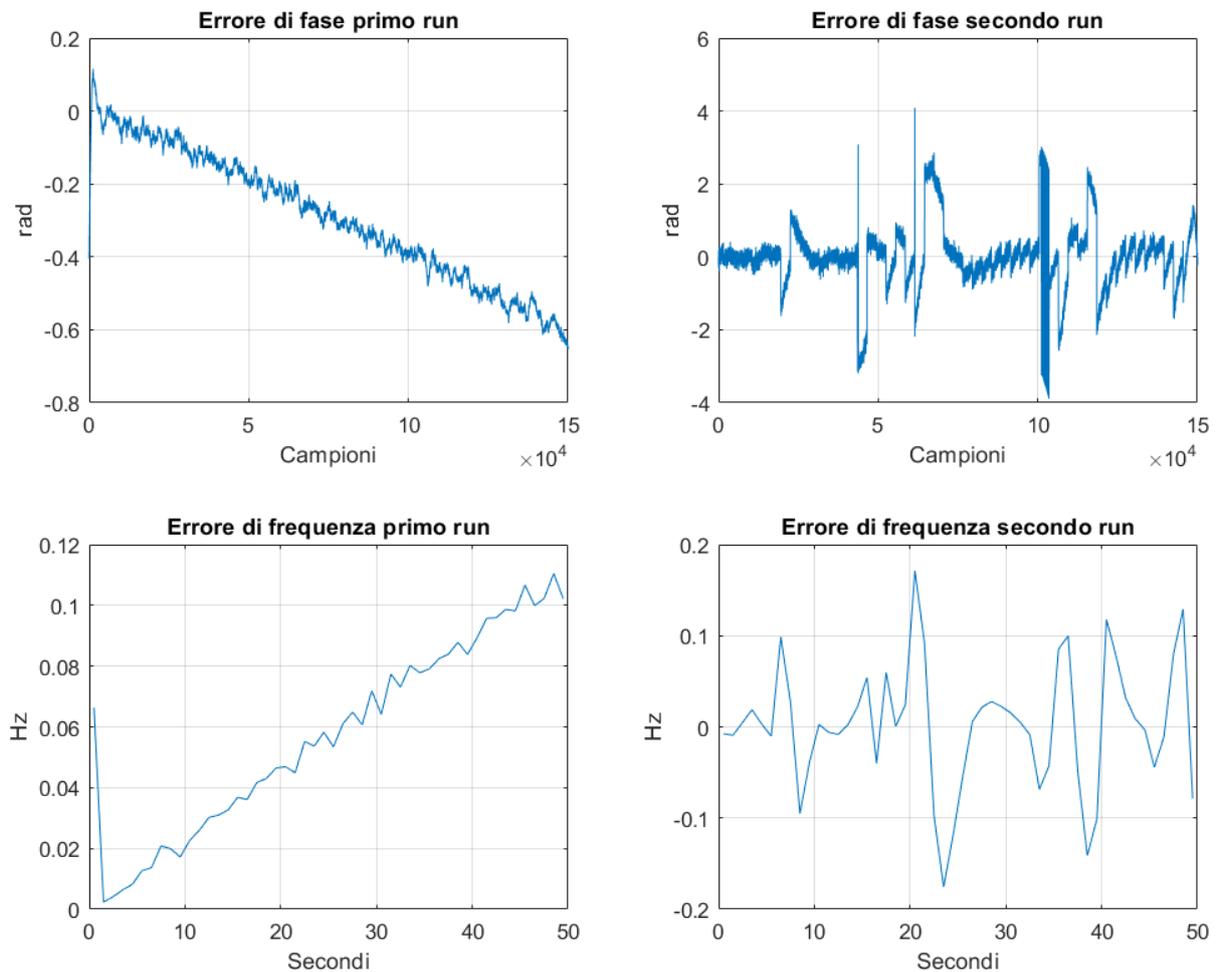


Figura 39. Errori di fase e frequenza prima e dopo il battimento. Segnale originale campionato a 3000 Hz, a frequenza variabile in modo cubico  $F(t) = 0.1t^3$  Hz, ampiezza unitaria, durata 50 s, e  $CNR = 40$  dB-Hz. Il PLL opera a  $BL = 3$  Hz nel primo run,  $BL = 0.5$  Hz nel secondo run, usando  $T_c = 1$  s.

Una frequenza variabile in modo cubico presenta una dinamica troppo elevata, per essere seguita dal PLL con un errore a regime nullo. Del resto, ci si aspettava che una frequenza variabile in modo cubico comportasse un errore di fase a regime divergente se processata con un PLL di ordine III [9]. Sebbene nel primo run siano presenti, dunque, piccoli errori nella fase e nella frequenza che divergono col passare del tempo, il battimento del segnale riesce a migliorare la stima della frequenza, come mostrato anche in Fig. 40, dove si vede che l'RMS a valle del battimento è sempre minore, seppur di poco, rispetto a quello senza battimento. Unica eccezione è fatta per i segnali a  $CNR = 30$  dB-Hz che presenta lo stesso problema di battimento citato in precedenza per le due bande più larghe. Inoltre, è importante considerare che più il segnale ha lunga

durata, più il secondo run fornirebbe valori di RMS migliori rispetto a quelli del primo, poiché con il passare del tempo la prima stima del PLL diverge indefinitamente.

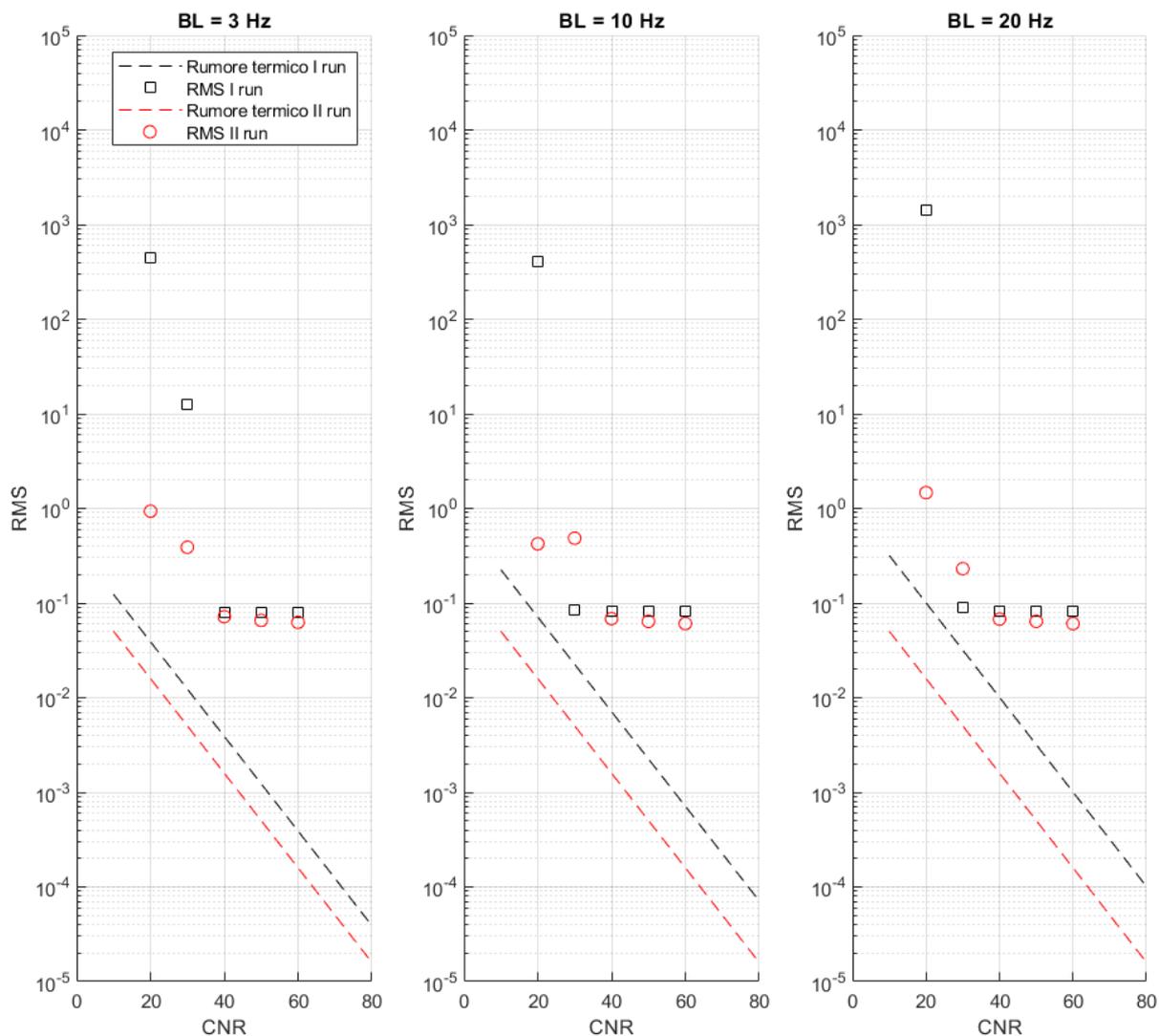


Figura 40. RMS della stima di frequenza di un segnale a frequenza variabile in modo cubico  $F(t) = 0.01t^3$  Hz per tre diversi BL di primo run. le due linee tratteggiate corrispondono al limite di accuratezza causato dal rumore termico (quella nera secondo il BL del primo run, quella rossa secondo il BL del secondo run, cioè quello ottimo). Il quadratino nero rappresenta l'RMS della stima del primo run, e il cerchietto rosso quella dopo il battimento del segnale.

## 4.5. Frequenza variabile in modo sinusoidale

L'ultimo esempio preso in considerazione è una frequenza variabile con andamento sinusoidale. Sebbene tale andamento non abbia nulla a che vedere con le frequenze residue ricavate da esperimenti di radio scienza, il suo utilizzo è utile poiché permette di controllare agevolmente la massima dinamica gestibile dal PLL. In questo caso viene utilizzata una frequenza variabile secondo la legge:

$$F_5(t) = \frac{1}{4\pi} \sin(2\pi t) \text{ Hz}$$

In tal modo la sua maggior dinamica ciclicamente raggiunge  $0.5 \frac{\text{Hz}}{\text{s}}$  non eccedendola mai, poiché la sua derivata vale:

$$\dot{F}_5(t) = \frac{1}{2} \cos(2\pi t) \frac{\text{Hz}}{\text{s}}$$

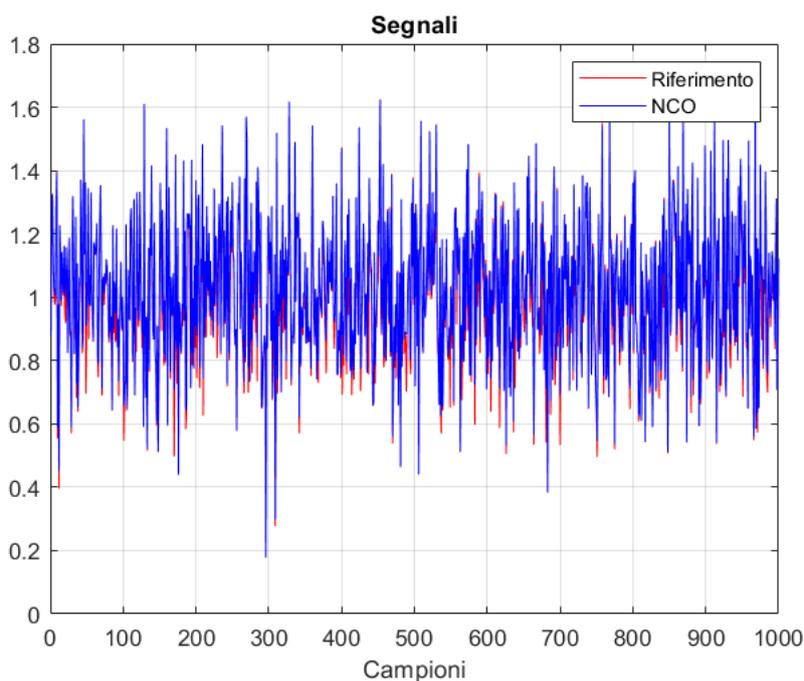


Figura 41. Primo secondo di segnale campionato a 1000 Hz. Frequenza variabile in modo sinusoidale

$$F(t) = \frac{\sin(2\pi t)}{4\pi} \text{ Hz con CNR} = 40 \text{ dB-Hz.}$$

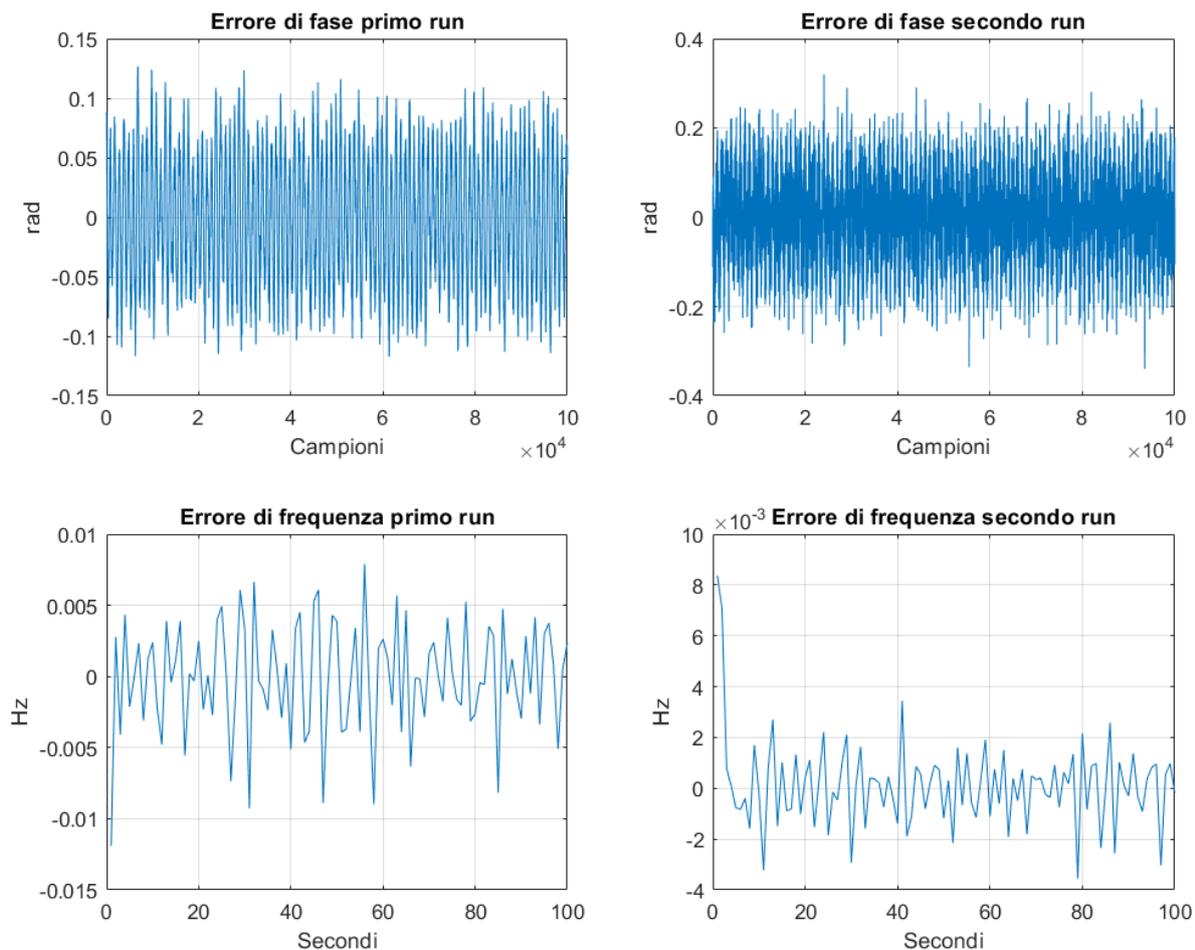


Figura 42. Errori di fase e frequenza prima e dopo il battimento. Segnale originale campionato a 1000 Hz, a frequenza variabile in modo sinusoidale  $F(t) = \frac{\sin(2\pi t)}{4\pi}$  Hz, ampiezza unitaria, durata 100 s, e  $CNR = 40$  dB-Hz. Il PLL opera a  $BL = 3$  Hz nel primo run,  $BL = 0.5$  Hz nel secondo run, usando  $T_c = 1$  s.

Anche in questo caso il segnale nel primo run è seguito adeguatamente dal PLL e il battimento risulta in questo modo efficace. Inoltre, i risultati ottenuti per l'RMS delle stime di frequenza confermano i risultati teorici, fatta nuovamente eccezione per il segnale a  $CNR = 20$  dB-Hz quando è processato con una banda  $BL = 20$  Hz. Ciò è mostrato nella figura seguente.

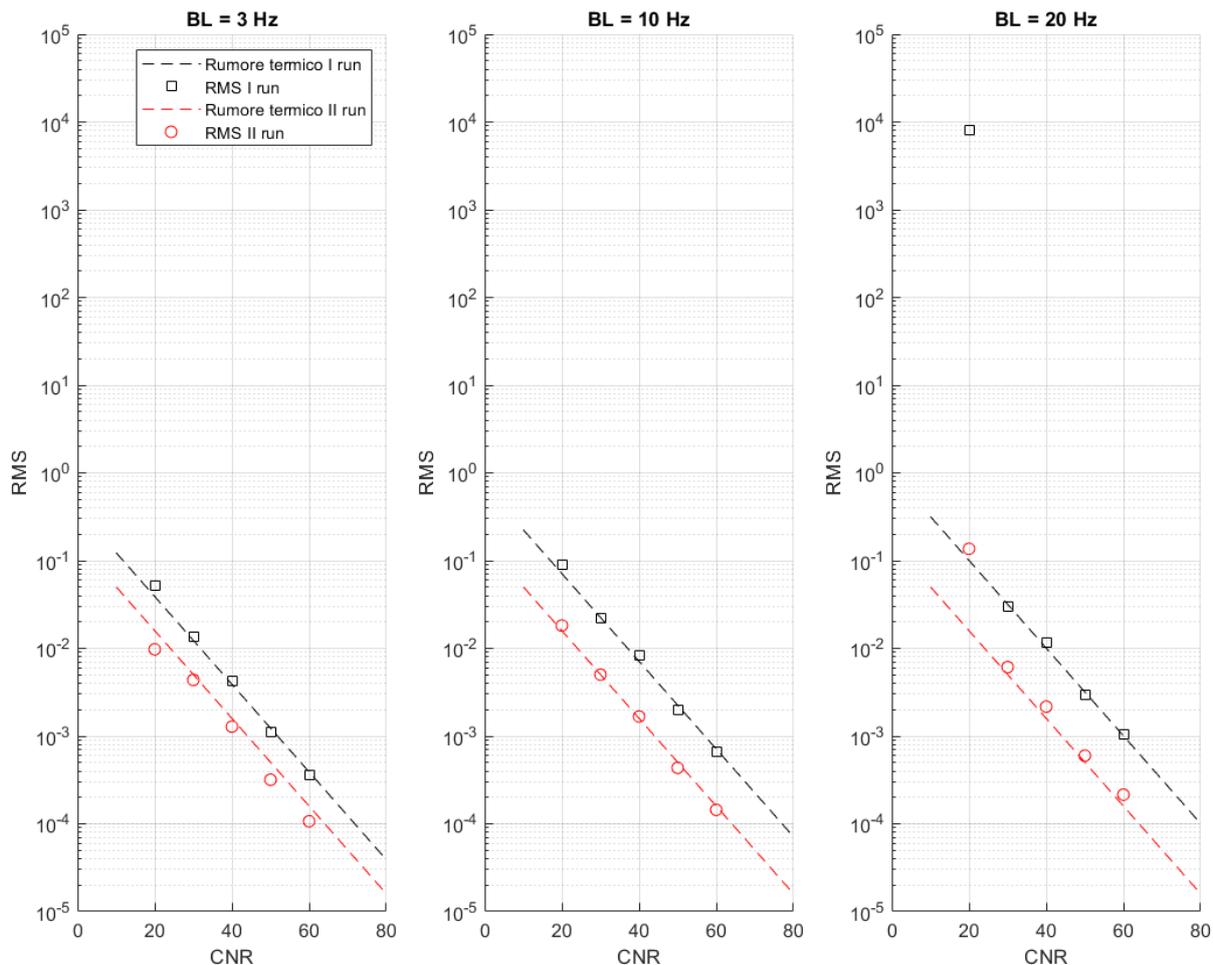
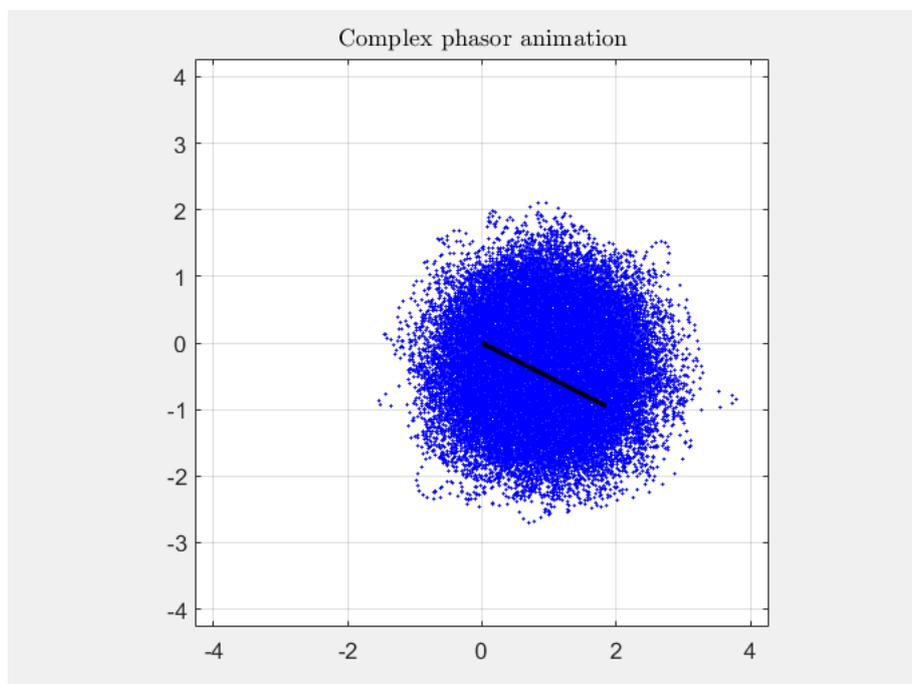


Figura 43. RMS della stima di frequenza di un segnale a frequenza variabile in modo sinusoidale  $F(t) = \frac{\sin(2\pi t)}{4\pi}$  Hz per tre diversi BL di primo run. le due linee tratteggiate corrispondono al limite di accuratezza causato dal rumore termico (quella nera secondo il BL del primo run, quella rossa secondo il BL del secondo run, cioè quello ottimo). Il quadratino nero rappresenta l'RMS della stima del primo run, e il cerchietto rosso quella dopo il battimento del segnale.

La capacità del PLL e del sistema di battimento di fornire stime accurate di frequenza in presenza di un riferimento così variabile, mostra la bontà del sistema implementato, il quale risulterebbe idoneo nell'inseguimento e nella stima di segnali provenienti da esperimenti di radio scienza. Essi, infatti, presentano normalmente valori delle proprie dinamiche simili a quelle presi in considerazione durante questo studio.

Occorre in ultimo notare che in generale, per ogni tipo di profilo di frequenza, l'accuratezza della sua stima si degrada man mano che il CNR diminuisce. Tale comportamento è dovuto al fatto che quando il rumore diventa molto alto, sebbene il processo di battimento annulli con successo la frequenza del segnale, la nuvola di

componenti diventa troppo ampia, arrivando a ricoprire anche la zona del piano complesso a valori reali negativi. Tale effetto è mostrato in Fig. 41:



*Figura 44. Nuvola di componenti casuali dovute al rumore termico a valle del battimento. È molto estesa a causa del basso valore del CNR del segnale battuto.*

Tale nuvola si allarga col diminuire progressivo del CNR, perciò la presenza di componenti casuali che si estendono talmente nel piano complesso compromette la misura dell'RMS a valle del battimento tanto più CNR è basso. Questo, nello specifico, è dovuto alla sporadica e casuale variazione istantanea della fase che passa da  $\approx 0$  a  $\approx \pi$ , causando un errore nella stima del PLL.

---

## 5. CONCLUSIONI E RISVOLTI FUTURI

In questo studio è stato descritto il metodo di battimento di segnali implementato sul software MATLAB a supporto di un PLL digitale, per l'ottimizzazione della stima della frequenza di segnali Open-Loop in ambito OD. Grazie a un sistema di individuazione automatico delle discontinuità di frequenza e all'affidabilità delle stime iniziali del PLL, il processo di battimento è stato portato a termine con successo nella maggior parte dei segnali testati. I risultati mostrano un generale abbassamento dell'incertezza di stima indipendentemente dal tipo di segnale elaborato. In particolare, i valori di RMS riscontrati confermano i risultati teorici circa il limite di accuratezza raggiungibile a causa del rumore termico bianco. Poiché i segnali tipici utilizzati presentano dinamiche analoghe alla maggioranza dei segnali provenienti da sonde deep space, si può concludere che il sistema di battimento dei segnali implementato è adeguato e valido per l'utilizzo in esperimenti di radio scienza.

Il lavoro può essere ampliato ulteriormente mediante il miglioramento del sistema di individuazione e correzione delle discontinuità di frequenza che, allo stato attuale, adopera una semplice espansione di Taylor troncata al primo ordine. In alternativa è possibile identificare l'istante di discontinuità utilizzando una banda molto larga che permette al PLL di essere molto sensibile alla dinamica e quindi di seguire fedelmente il riferimento. Noto l'istante di discontinuità, si può allora troncare il segnale in due parti e utilizzare una banda stretta per elaborare le due porzioni di segnale in modo indipendente, in modo da stimarle correttamente filtrando contemporaneamente il rumore. Infine, ulteriori sforzi possono essere fatti per correggere il processo di battimento a  $\text{CNR} = 30 \text{ dB-Hz}$  che mostra un andamento anomalo nel caso di alcuni segnali. Inoltre, diverse fonti di disturbo al di là del rumore termico (come il rumore di fase o la scintillazione) potrebbero essere introdotte nei segnali testati, per verificare se il sistema di battimento possa avere un effetto positivo sulla stima dei segnali anche in tali circostanze.

## RINGRAZIAMENTI

Dedicato all'Elena del passato, del presente e del futuro

Grazie a chi c'è stato e mi ha fatto giungere qui, così come sono

Grazie a chi ci sarà e mi farà giungere là dove ancora non so, come ancora non so

Grazie a Kai, sempre –

Grazie al fuoco che divampa  
e alla pioggia che lo spegne.

*Sincerely, Elena.*

---

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Vetter, Jerome R. "Fifty years of orbit determination." *Johns Hopkins APL technical digest* 27.3 (2007): 239.
- [2] Border, J. S., and E. R. Kursinski. "Deep space tracking and frequency standards." *Proceedings of the 45th Annual Symposium on Frequency Control 1991*. IEEE, 1991.
- [3] Buccino, Dustin R., et al. "Extraction of Doppler observables from open-loop recordings for the Juno radio science investigation." *2018 United States National Committee of URSI National Radio Science Meeting (USNC-URSI NRSM)*. IEEE, 2018.
- [4] Thornton, Catherine L., and James S. Border. *Radiometric tracking techniques for deep-space navigation*. John Wiley & Sons, 2003.
- [5] Kinman, Peter W. "Doppler tracking of planetary spacecraft." *IEEE Transactions on microwave theory and techniques* 40.6 (1992): 1199-1204.
- [6] Network, Deep Space. "DSN Telecommunications Link Design Handbook." *Pasadena, CA: JPL* (2010).
- [7] 820-013, Deep-Space Mission System (DSMS) External Interface Specification, JPL D-16765, *0159-Science- Radio Science Receiver Standard Formatted Data Unit (SFDU)*, 28 February 2001
- [8] Curkendall, D. W., and S. R. McReynolds. "A simplified approach for determining the information content of radio tracking data." *Journal of Spacecraft and Rockets* 6.5 (1969): 520-525.
- [9] Tonucci, Elena. "Sviluppo e caratterizzazione di metodi numerici per analisi di segnali Open-Loop per tracking deep space." *Elaborato finale di tirocinio curricolare A.A.2020-2021 Alma Mater Studiorum, Università di Bologna*.
- [10] Vilà-Valls, Jordi, et al. "Are PLLs dead? A tutorial on Kalman filter-based techniques for digital carrier synchronization." *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine* 32.7 (2017): 28-45.

- 
- [11] Deng, Tao, et al. "High-Precision Carrier Tracking Algorithm for Extremely Weak and High-Dynamic Signals." *Radio Science* 56.5 (2021): e2021RS007277.
- [12] Withers, Paul. "Trajectory and atmospheric structure from entry probes: Feasibility study of a real-time reconstruction technique using a radio link." *Planetary and Space Science* 117 (2015): 345-355.
- [13] Satorius, E., et al. "Direct-to-earth communications and signal processing for Mars exploration rover entry, descent, and landing." *The Interplanetary Network Progress Report* (2003): 42-153.
- [14] Vilnrotter, Victor A., Sami Hinedi, and Rajendra Kumar. "Frequency estimation techniques for high dynamic trajectories." *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 25.4 (1989): 559-577.
- [15] Mao, Wei-Lung, and An-Bang Chen. "Mobile GPS carrier phase tracking using a novel intelligent dual-loop receiver." *International Journal of Satellite Communications and Networking* 26.2 (2008): 119-139.
- [16] Vila-Valls, Jordi, Pau Closas, and Carles Fernández-Prades. "On the identifiability of noise statistics and adaptive KF design for robust GNSS carrier tracking." *2015 IEEE Aerospace Conference*. IEEE, 2015.
- [17] Lian, Ping. *Improving tracking performance of PLL in high dynamic applications*. University of Calgary, Department of Geomatics Engineering, 2004.
- [18] Withers, Paul. "Prediction of uncertainties in atmospheric properties measured by radio occultation experiments." *Advances in Space Research* 46.1 (2010): 58-73.

---

## FONTI DELLE FIGURE

Fig. 1 - Vetter, Jerome R. "Fifty years of orbit determination." *Johns Hopkins APL technical digest* 27.3 (2007): 239.

Fig. 2 - Thornton, Catherine L., and James S. Border. *Radiometric tracking techniques for deep-space navigation*. John Wiley & Sons, 2003.

Fig. 6 - Ramamurthy, C. et al. "Delta differential One-way ranging (DDOR) transmitter onboard Mars Orbiter Mission (MOM)." *2015 International Conference on Signal Processing and Communication Engineering Systems* (2015): 458-463.

Fig. 7 - Network, Deep Space. "DSN Telecommunications Link Design Handbook." *Pasadena, CA: JPL* (2010). (202C)

Fig. 8 - 820-013, Deep-Space Mission System (DSMS) External Interface Specification, JPL D-16765, *0159-Science- Radio Science Receiver Standard Formatted Data Unit (SFDU)*, 28 February 2001

Fig. 9 - 820-013, Deep-Space Mission System (DSMS) External Interface Specification, JPL D-16765, *0159-Science- Radio Science Receiver Standard Formatted Data Unit (SFDU)*, 28 February 2001

Fig. 10 - 820-013, Deep-Space Mission System (DSMS) External Interface Specification, JPL D-16765, *0159-Science- Radio Science Receiver Standard Formatted Data Unit (SFDU)*, 28 February 2001

Fig. 11 - 820-013, Deep-Space Mission System (DSMS) External Interface Specification, JPL D-16765, *0159-Science- Radio Science Receiver Standard Formatted Data Unit (SFDU)*, 28 February 2001

Fig. 12 - Curkendall, D. W., and S. R. McReynolds. "A simplified approach for determining the information content of radio tracking data." *Journal of Spacecraft and Rockets* 6.5 (1969): 520-525.

Fig. 13 - Curkendall, D. W., and S. R. McReynolds. "A simplified approach for determining the information content of radio tracking data." *Journal of Spacecraft and Rockets* 6.5 (1969): 520-525.

Fig. 14 - Gardner, Floyd M. *Phaselock techniques*. John Wiley & Sons, 2005.

Fig. 15 - Gardner, Floyd M. *Phaselock techniques*. John Wiley & Sons, 2005.

Fig. 16 - NASA/JPL-Caltech. <https://www.nasa.gov/feature/jpl/nasa-juno-mission-prepares-for-december-11-jupiter-flyby>

Fig. 17 - Buccino, Dustin R., et al. "Extraction of Doppler observables from open-loop recordings for the Juno radio science investigation." *2018 United States National Committee of URSI National Radio Science Meeting (USNC-URSI NRSM)*. IEEE, 2018.

Fig. 18 - Buccino, Dustin R., et al. "Extraction of Doppler observables from open-loop recordings for the Juno radio science investigation." *2018 United States National Committee of URSI National Radio Science Meeting (USNC-URSI NRSM)*. IEEE, 2018.