

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Scuola di Scienze
Dipartimento di Fisica e Astronomia
Corso di Laurea in Fisica

Reazioni termonucleari negli interni stellari

Relatore:

Prof. Francesco Rosario Ferraro

Presentata da:

Simone Rucelli

Anno Accademico 2019/2020

Indice

Abstract	v
1 Nuclei atomici e Fusione nucleare	1
1.1 Nucleo atomico ed energia di legame	1
1.2 Barriera di potenziale ed effetto tunnel	2
1.3 Calcolo del tasso di produzione dell'energia	4
2 Fusione dell'idrogeno	9
2.1 Reazioni termonucleari	9
2.2 Catene pp	12
2.3 Ciclo CNO	16
2.4 Produzione di energia	20
2.5 Reazioni di Pre-Sequenza	21
3 Combustione dell'elio	23
3.1 Processo 3α	23
3.2 Dipendenza di ε dalla temperatura	25
3.3 Variazioni delle abbondanze di H ed He	26
3.4 Problema dell'abbondanza di elio	27
4 Formazione di elementi chimici più complessi	29
4.1 Reazioni successive alla 3α	29
4.2 Cattura α	30
4.3 Perdita di energia tramite neutrini	31
4.4 Cattura neutronica	32

Abstract

Lo scopo di questa tesi è illustrare i principali cicli di reazioni termonucleari che avvengono nelle stelle, dando così una panoramica (per quanto schematica) dei processi di formazione degli elementi chimici nell'Universo.

Il primo capitolo introduce concetti base di fisica nucleare e deriva la formula per calcolare il tasso di produzione dell'energia, parametro fondamentale per la comprensione dell'equilibrio strutturale delle stelle.

Il secondo capitolo illustra i processi di combustione dell'idrogeno in elio tramite l'analisi di due cicli fondamentali: la catena protone-protone e il ciclo CNO.

Il terzo capitolo è riservato all'elio: illustra il suo processo di combustione (il cosiddetto ciclo 3α) e descrive brevemente il "problema dell'elio" e i processi che hanno portato alla sua formazione all'epoca del Big-Bang.

L'ultimo capitolo è infine dedicato alla formazione degli elementi chimici fino al ^{56}Fe e ai processi di cattura neutronica, tramite i quali è possibile spiegare la formazione degli elementi successivi presenti nella tavola periodica.

Capitolo 1

Nuclei atomici e Fusione nucleare

1.1 Nucleo atomico ed energia di legame

Con il termine nucleo atomico si intende la porzione centrale della struttura atomica, costituita da protoni (particelle cariche positivamente) e neutroni (particelle con carica elettrica nulla).

Tali barioni sono legati tra loro mediante la *forza forte*, che è una delle quattro interazioni fondamentali, molto intensa e a corto raggio.

In fisica nucleare si è soliti indicare il nucleo atomico tramite la seguente notazione:

$${}^A_Z X_N$$

dove Z e A sono chiamati rispettivamente *numero atomico* e *numero di massa* ed indicano il numero totale di protoni e nucleoni presenti nel nucleo mentre N (spesso omesso) ed X rappresentano rispettivamente il numero di neutroni e la specie atomica considerata.

Gli elementi con uguale Z e diverso N sono inoltre chiamati *isotopi* e appartengono alla stessa specie atomica X .

Nella formazione di un nuovo nucleo stabile, parte della massa totale dei nucleoni costituenti viene trasformata in energia secondo la legge:

$$E(Z, N) = (Zm_p + Nm_n - m_{nucleo}(Z, N))c^2 \quad (1.1)$$

dove $m_p = 1.673 \times 10^{-24}$ g e $m_n = 1.675 \times 10^{-24}$ g sono rispettivamente le masse di protone e neutrone mentre $c = 2.99792 \times 10^{10}$ cm s⁻¹ è la velocità della luce. $E(Z, N)$ è chiamata *Energia di legame* e corrisponde quindi all'energia che bisogna fornire al nucleo per scinderlo nei nucleoni costituenti.

Una grandezza molto interessante da studiare è *l'energia di legame per nucleone*:

$$E(Z, N)/A$$

il cui andamento in funzione del numero di massa è riportato in figura 1.1.

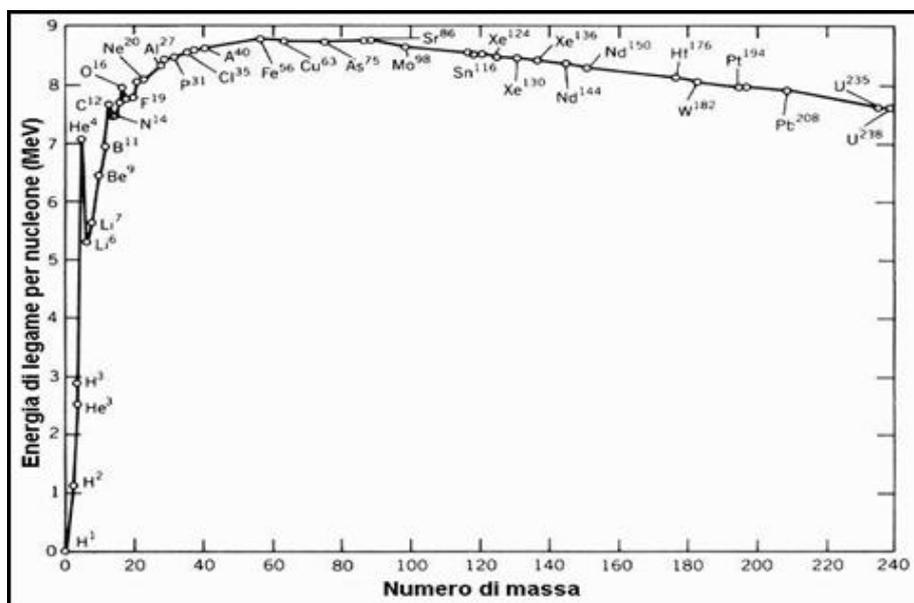


Figura 1.1: Energia di legame per nucleone

L'andamento riportato in figura 1.1 mostra chiaramente che per avere processi in grado di produrre energia (processi esoergonici) occorre applicare strategie completamente differenti nel caso di elementi chimici più pesanti o più leggeri del ^{56}Fe , in corrispondenza del quale il grafico presenta un picco assoluto (indice di forte coesione tra i nucleoni e quindi di elevata stabilità del nucleo).

Infatti, mentre è possibile produrre energia "fondendo" elementi leggeri (processi di fusione nucleare), è impossibile farlo con elementi più pesanti del ferro: dal ^{56}Fe in poi i processi di fusione diventano endo-ergonici, cioè richiedono energia.

Per produrre energia utilizzando elementi più pesanti del ^{56}Fe si dovrà utilizzare la strategia inversa e cioè spaccare tali elementi (processo di fissione).

Da notare infine il picco relativo in corrispondenza dell' ^4He , la sua elevata stabilità garantisce infatti che alcuni processi, come ad esempio quello di fotodisintegrazione del ^{56}Fe , prediligano ottenere esattamente questo tipo di particella piuttosto che altre.

1.2 Barriera di potenziale ed effetto tunnel

Le interazioni che entrano in gioco nelle reazioni termonucleari sono due:

- la forza forte, come già anticipato molto intensa, attrattiva e a corto raggio d'azione;
- la forza elettrostatica, repulsiva (poiché agente su protoni aventi entrambi carica positiva) e con intensità proporzionale all'inverso del quadrato della distanza, come noto dalla legge di Coulomb:

$$F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r^2} \quad (1.2)$$

dove $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$ è la costante dielettrica del vuoto, Z_1 e Z_2 sono i numeri atomici dei due nuclei interagenti ed $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ è l'intensità della carica elettrica dell'elettrone.

L'andamento della barriera di potenziale risultante è riportato in figura 1.2.

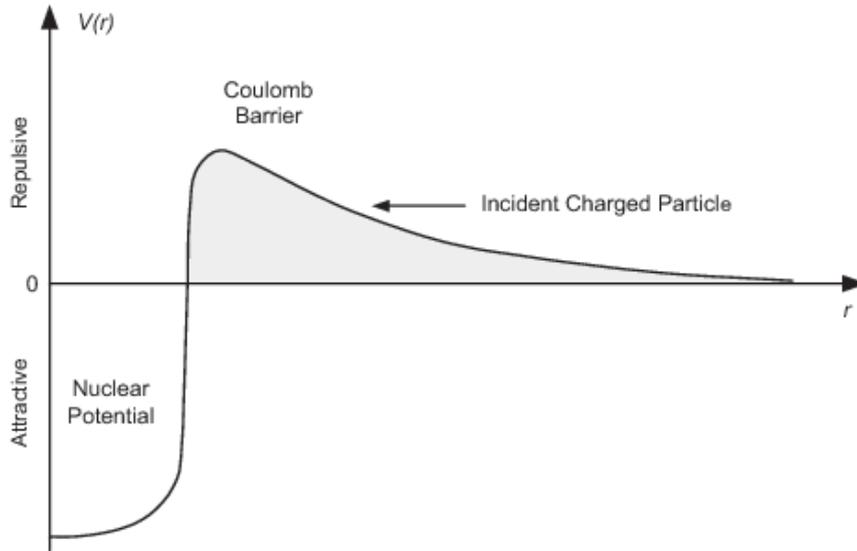


Figura 1.2: Barriera di potenziale

Secondo la fisica classica, la reazione di fusione può avvenire se e solo se il nucleo "proiettile" ha un'energia sufficientemente elevata da superare la barriera di potenziale elettrostatico, entrando così nel range d'azione (pari a circa 10^{-13} cm) della forza forte che tiene legati protoni e neutroni all'interno del nucleo.

Per comprendere l'entità del termine repulsivo elettrostatico si osservi l'esempio seguente:

Esempio 1.1:

Considerando una reazione di fusione tra protoni ad una temperatura di 10^7 K , l'energia cinetica del protone E_T è facilmente ottenibile tramite:

$$E_T = \frac{3}{2} k_B T \sim 2.0 \times 10^{-9} \text{ erg} \sim 1.3 \text{ keV} \quad (1.3)$$

dove $k_B = 1.38 \times 10^{-16} \text{ erg K}^{-1}$ è la costante di Boltzmann.

La barriera di potenziale E_C tra i due nuclei risulta invece:

$$E_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_0} \sim 2.3 \times 10^{-6} \text{ erg} \sim 1.4 \text{ MeV} \quad (1.4)$$

dove si è assunto $r_0 = 10^{-13} \text{ cm}$ come limite oltre il quale diventa dominante la forza forte.

Nonostante siano stati scelti i valori minimi di Z_1 e Z_2 , rendendo così il valore della barriera di potenziale più basso possibile, è stata ottenuta un'energia cinetica inferiore di circa mille volte a quella repulsiva coulombiana.

L'ovvia conclusione è che classicamente i processi di fusione nucleare sono altamente improbabili.

Esistono tuttavia due considerazioni da fare:

- L'energia cinetica calcolata nell'esempio 1.1 è da intendere come media delle energie cinetiche delle singole particelle del sistema considerato. Questo vuol dire che possono comunque esistere (anche classicamente) protoni con energia sufficiente ad oltrepassare la barriera elettrostatica;
- I protoni, in quanto oggetti microscopici, rispondono alle ben note leggi della meccanica quantistica e non classica. Secondo tale teoria infatti esiste una probabilità, per quanto piccola, di oltrepassare la barriera di potenziale nonostante i protoni abbiano energie minori del valore di E_C calcolato nell'esempio 1.1. Tale fenomeno prende il nome di *Effetto tunnel*;

1.3 Calcolo del tasso di produzione dell'energia

Il tasso di produzione dell'energia ε parametrizza l'energia prodotta per unità di massa e di tempo e viene calcolato considerando la sommatoria delle energie prodotte da tutti i processi presenti in un determinato ciclo di reazioni:

$$\varepsilon = \sum E \frac{dN}{dt} \frac{1}{\rho} \quad (1.5)$$

dove E rappresenta l'energia media prodotta per reazione e verrà calcolata nei capitoli successivi, $\frac{dN}{dt}$ è il numero di reazioni nucleari nell'unità di tempo e di volume mentre ρ è la densità dei reagenti che partecipano alla singola reazione.

1.3.1 Calcolo del rate di reazioni termonucleari

Si consideri una reazione del tipo:



L'espressione per calcolare il rate di reazioni $\frac{dN}{dt}$ richiesto nella 1.5 è:

$$\frac{dN}{dt} = N_A N_B v \sigma(v) \quad (1.7)$$

dove N_A e N_B sono rispettivamente il numero delle particelle "proiettile" e "bersaglio" per unità di volume, v è la loro velocità relativa e $\sigma(v)$ è la cosiddetta *sezione d'urto* ovvero il numero di reazioni per quantità di particelle bersaglio, per unità di tempo e per flusso di particelle incidenti.

Considerando un gas con una certa distribuzione di velocità si può ottenere che:

$$\frac{dN}{dt} = N_A N_B \int_0^{+\infty} v \sigma(v) n(v) dv \quad (1.8)$$

che equivale in termini di energia a:

$$\frac{dN}{dt} = N_A N_B \int_0^{+\infty} v \sigma(E) \Pi(E) dE \quad (1.9)$$

dove $n(v)dv$ e $\Pi(E)dE$ sono le probabilità che le due particelle abbiano rispettivamente velocità compresa tra v e $v + dv$ ed energia compresa tra E ed $E + dE$.

Assumendo una distribuzione delle velocità di tipo Maxwelliano si ha che:

$$\Pi(E)dE = 2\pi \left(\frac{1}{\pi k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E}{k_B T}} E^{\frac{1}{2}} dE \quad (1.10)$$

$$v = \sqrt{\frac{2E}{M}} \quad (1.11)$$

Sostituendo quanto appena trovato nella 1.9 si ottiene facilmente che:

$$\frac{dN}{dt} \propto N_A N_B \int_0^{+\infty} e^{-\frac{E}{k_B T}} E \sigma(E) dE \quad (1.12)$$

La sezione d'urto $\sigma(E)$ dipende a sua volta da tre fattori:

- La sezione d'urto per incontro ravvicinato: $\sigma'(E)$;
- La probabilità che tale incontro porti alla penetrazione della barriera di potenziale (Fattore di Gamow): $\Pi'(E)$;
- La probabilità che la reazione abbia come esito finale la formazione di un nucleo stabile: Π'' ;

1.3.2 Sezione d'urto ravvicinato

Per il calcolo di questo fattore si assume che la sezione d'urto della particella sia un cerchio delimitato da una circonferenza avente raggio dell'ordine della lunghezza d'onda di de Broglie relativa a tale particella.

Ricavando l'espressione di λ dalla nota relazione di de Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2ME}} \quad (1.13)$$

si ottiene facilmente che:

$$\sigma'(E) = \pi \lambda^2 = \frac{\pi h^2}{2ME} \quad (1.14)$$

dove $h = 6.626 \times 10^{-27}$ ergs è la costante di Planck.

1.3.3 Fattore di Gamow

Come già anticipato, la meccanica quantistica ammette il superamento della barriera di potenziale nonostante la particella abbia energia inferiore al picco riportato in figura 1.2.

L'espressione matematica cercata risulta essere:

$$\Pi' = e^{-\left(\frac{4\pi}{h} \sqrt{2\mu} \int_{r_0}^{r_1} (E(r) - E_C)^{\frac{1}{2}} dr\right)} \quad (1.15)$$

dove r_0 è il solito raggio d'azione della forza forte, r_1 è la distanza alla quale la particella B incontra la barriera di potenziale della particella A ed infine μ è la massa ridotta del sistema formato dalle due particelle e vale:

$$\mu = \frac{m_A m_B}{m_A + m_B} \quad (1.16)$$

È inoltre possibile dimostrare che, considerando per comodità il seguente valore in erg:

$$E_0 = 1.6 \times 10^{-6} \frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2} Z_1^2 Z_2^2 \quad (1.17)$$

vale:

$$\Pi' = e^{-\sqrt{\frac{E_0}{E}}} \quad (1.18)$$

L'esempio seguente mostra il calcolo di $\Pi'(E)$ nel caso già visto dei due protoni:

Esempio 1.2:

$$E_0 = \frac{1}{2} \times 1.6 \times 10^{-6} \text{ erg} = 0.8 \times 10^{-6} \text{ erg} \quad (1.19)$$

in virtù del fatto che $A_1 = A_2 = Z_1 = Z_2 = 1$.

Utilizzando l'energia cinetica del protone ricavata nell'esempio 1.1, il cui valore è riportato per comodità di seguito:

$$E = \frac{3}{2} k_B T = 2 \times 10^{-9} \text{ erg} \quad (1.20)$$

si ottiene facilmente il fattore di Gamow:

$$\Pi' = e^{-\sqrt{\frac{E_0}{E}}} = e^{-20} \sim 2 \times 10^{-9} \quad (1.21)$$

Come anticipato, la probabilità ottenuta è piccola ma non nulla.

Inserendo la 1.14 e la 1.18 nella 1.12 si ottiene banalmente che:

$$\frac{dN}{dt} \propto N_A N_B \int_0^{+\infty} e^{-\frac{E}{k_B T}} e^{-\sqrt{\frac{E_0}{E}}} \Pi'' dE \quad (1.22)$$

L'integranda della 1.22 presenta due esponenziali. L'andamento di tali funzioni e del loro prodotto è mostrato in figura 1.3.

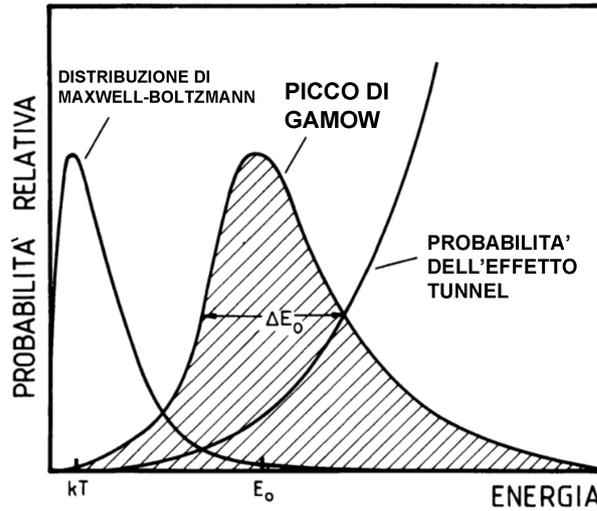


Figura 1.3: Distribuzione di Maxwell delle energie, fattore di Gamow e loro prodotto.

Come facilmente osservabile, tale prodotto è diverso da zero in un ristretto intervallo di valori e presenta un massimo (chiamato picco di Gamow) in corrispondenza del seguente valore dell'energia:

$$E_G = \left(\frac{2\pi^2 (2m)^{\frac{1}{2}} Z_1 Z_2 e^2 k_B T}{h} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (1.23)$$

1.3.4 Fattore Π''

Come premesso, questo fattore indica la probabilità che, una volta entrati in contatto, i nucleoni creino un nucleo stabile.

Il risultato della fusione si troverà generalmente in uno stato eccitato e potrà decadere sostanzialmente in due modi:

- Restituendo i nuclei originari;
- Formando un nucleo stabile con emissione dell'energia di eccitazione tramite radiazione elettromagnetica;

Definendo allora due quantità τ e t rispettivamente come il tempo in cui il nucleo prodotto dalla fusione rimane in uno stato eccitato ed il tempo necessario per l'emissione della radiazione elettromagnetica, è possibile calcolare Π'' mediante la seguente relazione:

$$\Pi'' \propto \frac{\tau}{t} \quad (1.24)$$

Generalmente Π'' viene misurato sperimentalmente tramite la sezione d'urto della reazione.

Sostituendo la 1.24 nella 1.22 e integrando si ottiene il seguente risultato fondamentale:

$$\frac{dN}{dt} = cx_A x_B \rho^2 T^{-\frac{2}{3}} e^{-1.89 \left(\frac{E_0}{k_B T} \right)^{\frac{1}{3}}} \quad (1.25)$$

dove x_A e x_B sono le abbondanze relative in massa dei singoli reagenti mentre c è data dalla seguente espressione:

$$c = \frac{4h^2}{k_B^{\frac{2}{3}} m_H^{\frac{7}{2}}} \frac{(A_1 + A_2)^{\frac{3}{2}}}{(A_1 A_2)^{\frac{5}{2}}} E_0^{\frac{1}{6}} \Pi'' \quad (1.26)$$

Sostituendo ora la 1.25 nella 1.5 è possibile ottenere l'espressione finale per il calcolo del tasso di produzione dell'energia ε cercata ad inizio paragrafo:

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^n [E_i c_i x_{A_i} x_{B_i}] \left\{ \rho T^{-\frac{2}{3}} e^{-1.89 \left(\frac{E_0}{k_B T} \right)^{\frac{1}{3}}} \right\} \quad (1.27)$$

dove la sommatoria è stata estesa ad n reazioni nucleari.

Da notare infine che, mentre i fattori tra parentesi quadre dipendono dai nuclei atomici coinvolti nelle singole reazioni, i fattori tra parentesi graffe sono caratteristici dell'ambiente circostante.

Capitolo 2

Fusione dell'idrogeno

2.1 Reazioni termonucleari

Tra le forze fondamentali coinvolte nelle reazioni nucleari discusse nel paragrafo 1.2 va in realtà aggiunta anche l'*interazione debole*.

Secondo il *Modello Standard* tale interazione è l'unica in grado di cambiare i *sapori* (vale a dire le "tipologie") delle particelle coinvolte, è molto poco intensa, porta a decadimenti lenti e agisce su piccolissimi raggi d'azione ($\sim 10^{-16}$ cm).

Un altro importantissimo risultato raggiunto nella seconda metà del secolo scorso è il cosiddetto *Modello a Quark costituenti*, il quale illustra in particolare la natura complessa di protoni e neutroni, un tempo pensate particelle elementari (quale può essere ad esempio un elettrone).

Ogni protone presente in natura è infatti composto da due *quark up* ed un *quark down* mentre il neutrone è il risultato dell'aggregazione per interazione forte di due *quark down* ed un *quark up*, ovvero:

$$p = (uud) \quad n = (udd)$$

Considerando infine le cariche elettriche dei quark up e down rispettivamente pari a $+\frac{2}{3}e$ e $-\frac{1}{3}e$, è facile ottenere le ben note cariche di protone e neutrone.

Differendo questi ultimi per la natura di un solo quark, qualora questo dovesse cambiare sapore da *up* a *down* o viceversa per interazione debole, si è soliti parlare per comodità di trasformazioni tra protoni e neutroni, nonostante sia da precisare per formalità che la forza debole agisce direttamente sulle particelle elementari (i quark appunto) più che sui nucleoni.

Nello specifico, tale fenomeno prende il nome generico di *decadimento β* ed in base alle particelle coinvolte si parla di tre differenti reazioni:

- **Decadimento β^-** : un neutrone decade in un protone, un elettrone ed un antineutrino elettronico. La reazione è esoenergetica ed avviene perciò spontaneamente:



La spontaneità di questo tipo di decadimento deriva dalla conservazione dell'energia. Essendo la massa del neutrone libero pari a $0.9395 \text{ GeV}/c^2$ mentre quelle di protone ed elettrone rispettivamente uguali a $0.9382 \text{ GeV}/c^2$ e $0.0005 \text{ GeV}/c^2$, si ha una produzione energetica di circa 0.0008 GeV che indica la natura esoenergetica di questa reazione. (La massa del neutrino non è stata presa in considerazione perché assolutamente trascurabile rispetto alle altre).

Questa riflessione porta all'ovvia conclusione che ogni neutrone libero presente in natura è destinato a decadere in tempi relativamente brevi: la vita media di tale particella è infatti di circa 14 minuti e 886 secondi.

Considerazioni analoghe, se implementate con le nozioni di energia di legame trattate nel paragrafo 1.1, permettono di comprendere come un neutrone sia invece stabile se legato all'interno di un nucleo.

- **Decadimento β^+ :** un protone decade in un neutrone, un positrone ed un neutrino elettronico. La reazione è endoenergetica e perciò non avviene spontaneamente:



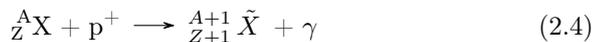
La natura endoenergetica di questo tipo di decadimento discende dal seguente ragionamento: essendo come appena visto la massa del protone minore di quella complessiva di neutrone ed elettrone, è necessario fornire energia dall'esterno (ad esempio sotto forma di energia cinetica) affinché la reazione possa avvenire senza violare il principio di conservazione dell'energia.

- **Decadimento β^- inverso:** è la *cattura elettronica* da parte di un protone, i prodotti della reazione sono un neutrone ed un neutrino elettronico:

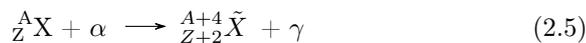


In base al tipo di particella con cui interagiscono, esistono reazioni termoneucleari importanti coinvolgenti generici nuclei di numero atomico Z e numero di massa A :

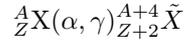
- **Cattura protonica:** chiamato anche *processo* (p, γ), prevede l'interazione con un protone e produce come risultato un nucleo di specie atomica \tilde{X} differente da quello di partenza, con numero atomico $Z + 1$ e numero di massa $A + 1$. Si ha inoltre produzione di energia:



- **Processo (α, γ):** conosciuto anche come processo di *cattura α* , richiede l'interazione con una particella α (ovvero ${}^4_2\text{He}$) e restituisce un nucleo di specie atomica \tilde{X} differente da quello di partenza, con numero atomico $Z + 2$ e numero di massa $A + 4$. Si ha anche in questo caso produzione di energia:



Una notazione più compatta della precedente formula può essere la seguente:



- **Processo (γ, α) o (γ, \mathbf{n}) :** noto anche come *fotodisintegrazione* è la scissione del nucleo di partenza in p particelle α e q neutroni a seguito dell'interazione con un fotone:



- **Processo (\mathbf{n}, γ) :** chiamato anche processo di *cattura neutronica* prevede l'interazione con un neutrone e restituisce di fatto un isotopo del nucleo di partenza:



La 2.6 e la 2.7 saranno ampiamente discusse nell'ultimo capitolo quando si tratterà della formazione di nuclei più pesanti del ferro.

Valle di stabilità

I processi appena illustrati sono di fondamentale importanza per la piena comprensione della seguente figura:

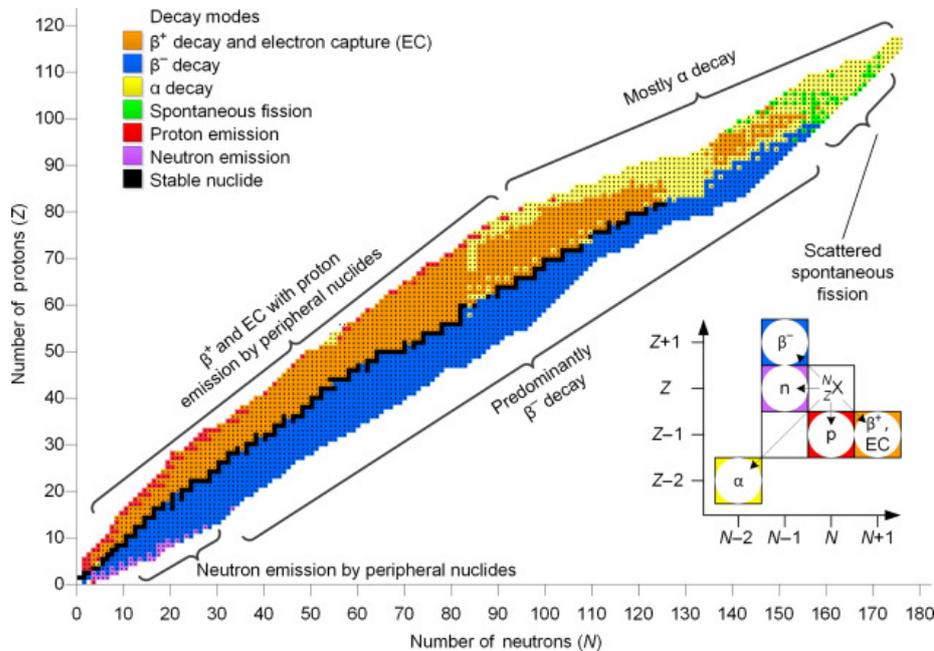


Figura 2.1: Carta dei nuclidi

Come indicato nella legenda, in nero sono riportati gli isotopi stabili delle varie specie atomiche. L'insieme di questi punti delinea la cosiddetta *valle di stabilità*, la quale ricorda molto la bisettrice del primo quadrante.

Risulta infatti che per Z bassi si abbia $Z \sim N$ mentre con il crescere del numero atomico la curva flette verso il basso indicando un eccesso di neutroni.

I nuclei instabili tendono a raggiungere la configurazione con la massima energia di legame (rappresentata dalla valle di stabilità) e decadono in base alla tipologia di nucleoni in eccesso: se possiedono troppi protoni andranno generalmente incontro al decadimento β^+ o alla cattura elettronica, se possiedono invece troppi neutroni la reazione più probabile sarà il decadimento β^- .

Nel caso di nuclei molto pesanti i processi privilegiati sono infine il decadimento α o la fissione spontanea in nuclei più leggeri.

2.2 Catene pp

La prima tipologia di bruciamento dell'idrogeno in elio che ha luogo negli interni stellari prende il nome di *catena protone-protone* (o catena pp).

Come illustrato di seguito ne esistono di tre tipi differenti e si distinguono tra le altre cose per la quantità di energia prodotta.

2.2.1 Catena ppI

Lo schema di questa catena di reazioni è riportato nella seguente figura esplicativa:

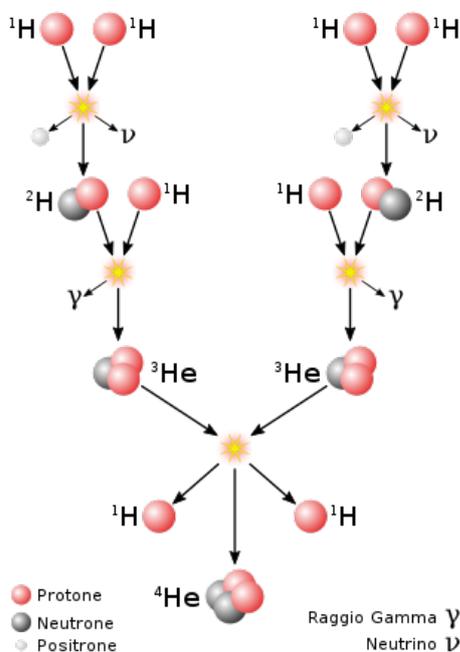


Figura 2.2: Catena ppI

La catena in esame consta di tre reazioni: la prima consiste nella fusione tramite decadimento β^+ di due nuclei di idrogeno (semplici protoni) in un nucleo di deuterio (isotopo dell'idrogeno), la seconda è una banale fusione tra prozio e deuterio nell'isotopo leggero dell'elio (^3He) mentre la terza utilizza proprio due atomi di quest'ultimo per ottenere una particella α e due atomi di idrogeno semplici ^1H .

Le informazioni riassuntive di queste reazioni sono riportate nella seguente tabella:

Tabella 2.1: Reazioni della catena ppI e relativi contributi energetico-temporali.

Reazione	E	Δt
$^1\text{H} + ^1\text{H} \longrightarrow ^2\text{H} + e^+ + \nu$	1.44 MeV -0.26 MeV	$1.4 \times 10^9 \text{ yr}$
$^2\text{H} + ^1\text{H} \longrightarrow ^3\text{He} + \gamma$	5.49 MeV	6 s
$^3\text{He} + ^3\text{He} \longrightarrow ^4\text{He} + ^1\text{H} + ^1\text{H}$	12.85 MeV	10^6 yr

Nel complesso quindi la catena utilizza quattro nuclei di idrogeno ^1H per ottenerne uno di elio ^4He e nel fare ciò produce un totale di 26.2 MeV.

Analizzando inoltre i tempi presenti in tabella è possibile notare come la prima reazione della catena sia nettamente la più lenta.

Come già visto infatti il decadimento β^+ è altamente improbabile, al contrario del decadimento β^- che rende il neutrone molto difficile da trovare isolato in natura.

Se così non fosse si avrebbero nel plasma stellare abbastanza protoni e neutroni liberi da poter frequentemente innescare la seguente reazione:



che sarebbe più veloce di un fattore 10^9 rispetto alla sua "controparte" coinvolgente decadimento β^+ , portando la catena ppI ad essere un processo nel complesso molto più breve.

L'ultimo dato su cui vale la pena soffermarsi è il contributo energetico negativo, pari a -0.26 MeV ovvero circa il 2% dell'energia totale, relativo all'emissione di neutrini.

Secondo il Modello standard infatti, essendo tali particelle leptoni con massa praticamente nulla e privi di carica elettrica, possono interagire solo tramite interazione debole e questo permette loro di poter attraversare l'intera struttura stellare senza mai interagire con la materia circostante.

Questo fenomeno trasporta energia fuori dalla stella raffreddandone il nucleo.

2.2.2 Catena ppII

Lo schema di questa catena di reazioni è illustrato nella seguente figura:

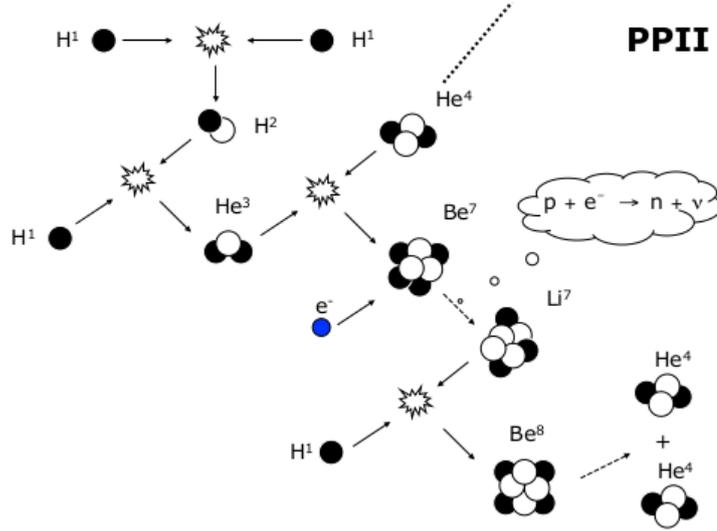


Figura 2.3: Catena ppII

Questa tipologia di catena differisce dalla ppI in quanto richiede l'interazione tra ${}^3\text{He}$ ed ${}^4\text{He}$ invece che tra due nuclei di ${}^3\text{He}$. Successivamente il nucleo di berillio (${}^7\text{Be}$) così ottenuto si trasforma in un isotopo del litio (${}^7\text{Li}$) tramite cattura elettronica. La catena termina infine con una cattura protonica che genera velocemente due particelle α .

Le informazioni generali inerenti alle singole reazioni sono riportate nella seguente tabella:

Tabella 2.2: Reazioni della catena ppII e relativi contributi energetico-temporali.

Reazione	E	Δt
${}^1\text{H} + {}^1\text{H} \rightarrow {}^2\text{H} + e^+ + \nu$	1.44 MeV -0.26 MeV	1.4×10^9 yr
${}^2\text{H} + {}^1\text{H} \rightarrow {}^3\text{He} + \gamma$	5.49 MeV	6 s
${}^3\text{He} + {}^4\text{He} \rightarrow {}^7\text{Be} + \gamma$	1.59 MeV	10^6 yr
${}^7\text{Be} + e^- \rightarrow {}^7\text{Li} + \nu$	0.86 MeV -0.80 MeV	0.4 yr
${}^7\text{Li} + {}^1\text{H} \rightarrow 2 {}^4\text{He} + \gamma$	17.35 MeV	6 min

Anche in questo caso la catena riceve in ingresso quattro nuclei di idrogeno ${}^1\text{H}$ e ne restituisce uno di elio ${}^4\text{He}$.

Questa volta però l'energia prodotta è di 25.67 MeV mentre il contributo di energia dissipata tramite neutrini ammonta a circa il 4% di tale valore.

2.2.3 Catena ppIII

Lo schema di quest'ultima catena protone-protone è il seguente:

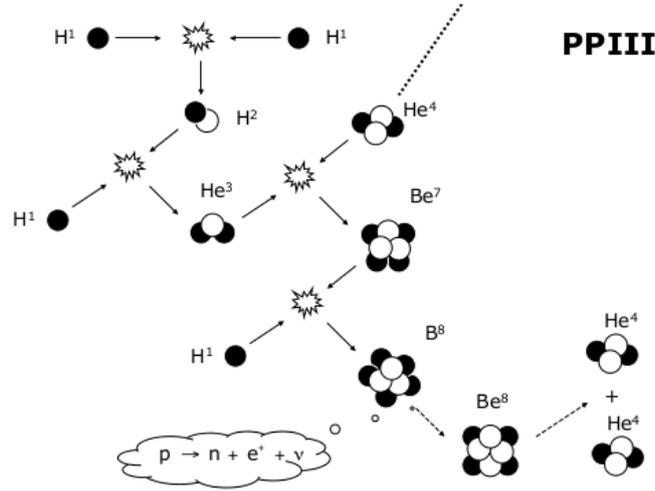


Figura 2.4: Catena ppIII

La catena in esame si differenzia dalla precedente per via dell'interazione del ${}^7\text{Be}$ con un nucleo di ${}^1\text{H}$ invece che con un elettrone. Questa reazione porta chiaramente alla formazione di una nuova specie atomica ${}^8\text{B}$ che subisce molto rapidamente un decadimento β^+ , il quale restituisce a sua volta un nucleo di ${}^8\text{Be}$, un positrone ed un neutrino. La catena si conclude con la scissione del berillio in due particelle α .

Come di consueto, nella tabella seguente sono riportate le informazioni principali delle varie reazioni:

Tabella 2.3: Reazioni della catena ppIII e relativi contributi energetico-temporali.

Reazione	E	Δt
${}^1\text{H} + {}^1\text{H} \rightarrow {}^2\text{H} + e^+ + \nu$	1.44 MeV -0.26 MeV	1.4×10^9 yr
${}^2\text{H} + {}^1\text{H} \rightarrow {}^3\text{He} + \gamma$	5.49 MeV	6 s
${}^3\text{He} + {}^4\text{He} \rightarrow {}^7\text{Be} + \gamma$	1.59 MeV	10^6 yr
${}^7\text{Be} + {}^1\text{H} \rightarrow {}^8\text{B} + \gamma$	0.135 MeV	66 yr
${}^8\text{B} \rightarrow {}^8\text{Be} + e^+ + \nu$	18.07 MeV	1 s
${}^8\text{Be} \rightarrow 2{}^4\text{He} + \gamma$	-7.20 MeV	

Mentre non si hanno differenze in merito a qualità e quantità di nuclei in entrata e in uscita dalla reazione complessiva, è facile notare come quest'ultima catena protone-protone produca molta meno energia, ovvero circa 19.3 MeV. Quasi il 28% dell'energia totale è infatti dissipata mediante neutrini.

Riassumendo, le tre tipologie di catene pp condividono le prime due reazioni, a questo punto si procede per il 69% dei casi con il canale ppI mentre il restante 31% è suddiviso a sua volta tra i rami ppII e ppIII.

Nel 99.7% dei casi il berillio ottenuto dall'interazione tra i due isotopi dell'elio cattura un elettrone generando le due particelle α come visto nella sezione 2.2.2 mentre nel restante 0.3% dei casi si ha la cattura protonica che porta al compimento della catena ppIII.

Le efficienze relative in funzione della temperatura delle tre catene sono riportate nella seguente figura:

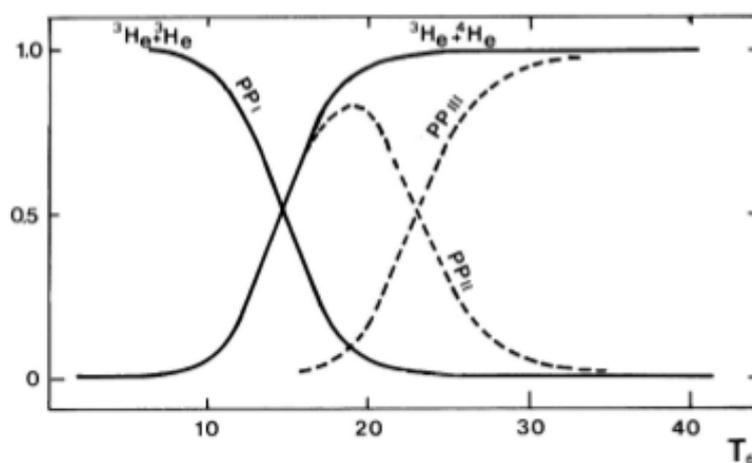


Figura 2.5: Efficienza relativa delle catene pp in funzione della temperatura (in milioni di gradi).

Si nota facilmente come a temperature più basse domini la catena ppI, la quale contribuisce alla creazione di particelle α utilizzate dalle altre due catene, che cominciano così ad essere sempre più probabili.

2.3 Ciclo CNO

Esiste inoltre un altro processo che permette il bruciamento di idrogeno in elio e richiede la presenza nella mistura di gas che costituisce il plasma stellare di elementi pesanti catalizzatori quali carbonio (C), azoto (N) ed ossigeno (O), dai quali prende il nome di *ciclo CNO*.

2.3.1 Ciclo principale

Il ciclo CNO principale consta di sei reazioni. Supponendo di innescare il ciclo con del carbonio ${}^{12}\text{C}$, esso interagisce con un nucleo di idrogeno ${}^1\text{H}$ per formare azoto ${}^{13}\text{N}$, il quale decade piuttosto brevemente in ${}^{13}\text{C}$ tramite decadimento β^+ .

Seguono poi due catture protoniche che portano alla formazione di ^{14}N prima ed ^{15}O poi. Il nucleo di ossigeno così prodotto, altamente instabile, decade rapidamente tramite un altro decadimento β^+ in ^{15}N , il quale restituisce, a seguito dell'ennesima cattura protonica, il carbonio ^{12}C di partenza ed una particella α .

Nella figura e nella tabella seguenti sono riportati rispettivamente lo schema ed i contributi energetico-temporali del ciclo appena descritto:

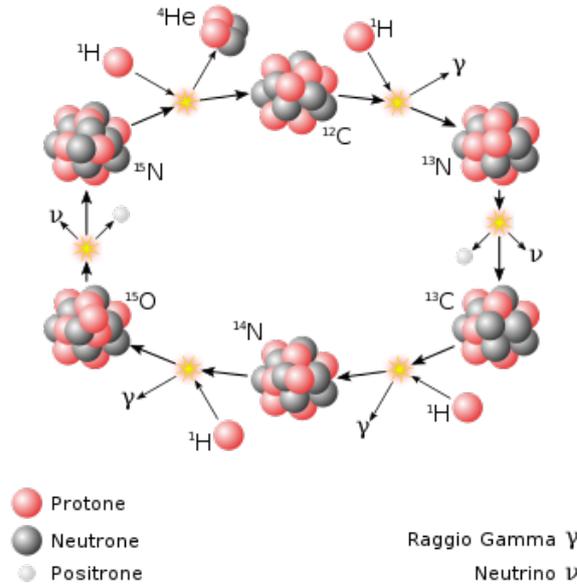


Figura 2.6: Ciclo CNO principale.

Tabella 2.4: Reazioni del ciclo CNO principale e relativi contributi energetico-temporali.

Reazione	E	Δt
$^{12}\text{C} + ^1\text{H} \longrightarrow ^{13}\text{N} + \gamma$	1.94 MeV	1.3×10^7 yr
$^{13}\text{N} \longrightarrow ^{13}\text{C} + e^+ + \nu$	2.2 MeV -0.7 MeV	7 min
$^{13}\text{C} + ^1\text{H} \longrightarrow ^{14}\text{N} + \gamma$	7.55 MeV	2.7×10^6 yr
$^{14}\text{N} + ^1\text{H} \longrightarrow ^{15}\text{O} + \gamma$	7.29 MeV	3.2×10^8 yr
$^{15}\text{O} \longrightarrow ^{15}\text{N} + e^+ + \nu$	2.7 MeV -1.0 MeV	82 s
$^{15}\text{N} + ^1\text{H} \longrightarrow ^{12}\text{C} + ^4\text{He}$	4.96 MeV	1.1×10^5 yr

Come per le catene pp, anche il ciclo CNO produce ^4He a partire da quattro nuclei di idrogeno ^1H e la produzione finale di energia equivale a circa 25 MeV.

Se da un lato al termine del ciclo non vi è produzione di elementi catalizzatori, dall'altro vi è una modifica delle loro abbondanze relative per via dei tempi scala di ogni singola reazione.

La trasformazione dell'azoto ^{14}N in ossigeno ^{16}O è infatti la reazione più lenta delle sei presenti nel ciclo, questo comporta un accumulo di ^{14}N e suggerisce una suddivisione del ciclo in due parti: una più veloce costituita dalle prime tre reazioni viste in tabella 2.4 ed una più lenta costituita dalle altre tre.

Nella seguente immagine sono riportate le abbondanze relative delle varie specie atomiche presenti nel ciclo in funzione del tempo:

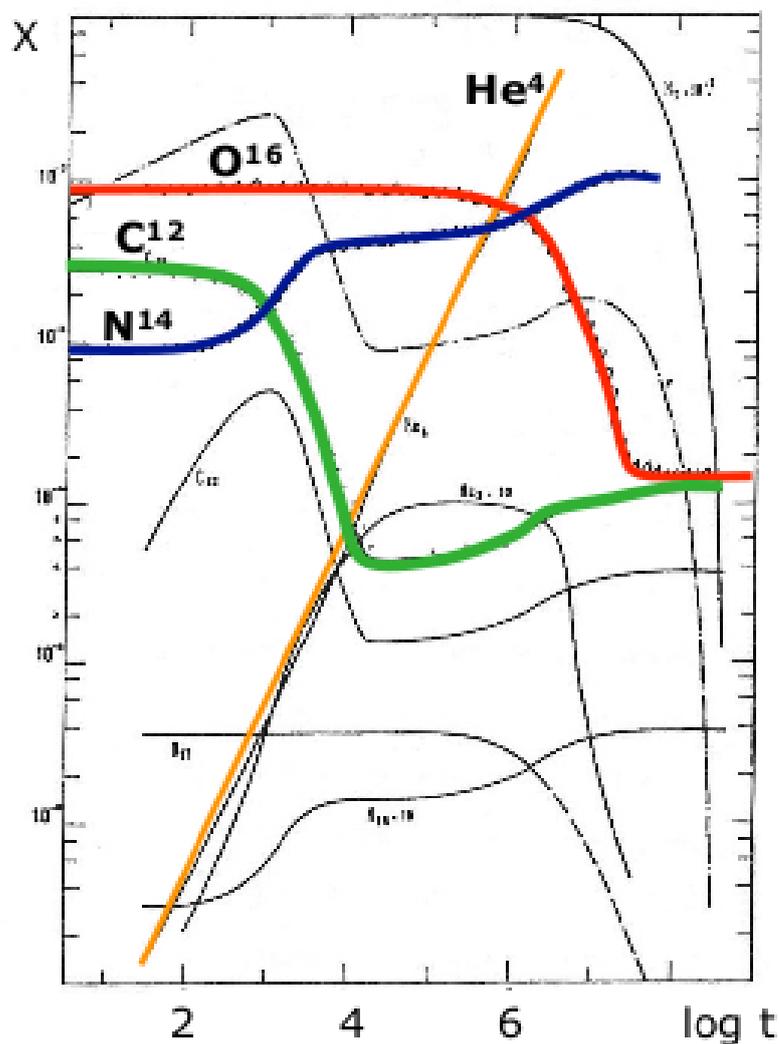


Figura 2.7: Abbondanze relative dei nuclei atomici coinvolti nel ciclo CNO in funzione del tempo.

Si può facilmente notare come si abbia un calo consistente di carbonio e ossigeno in termini di abbondanza relativa ed un conseguente aumento di azoto.

2.3.2 Ciclo secondario

Sebbene nel 99% dei casi il ciclo CNO si presenti nella forma appena vista, esistono delle varianti molto simili che sfruttano la stessa sequenza di reazioni.

Un esempio è dato dal *ciclo CNO secondario* riportato in figura:

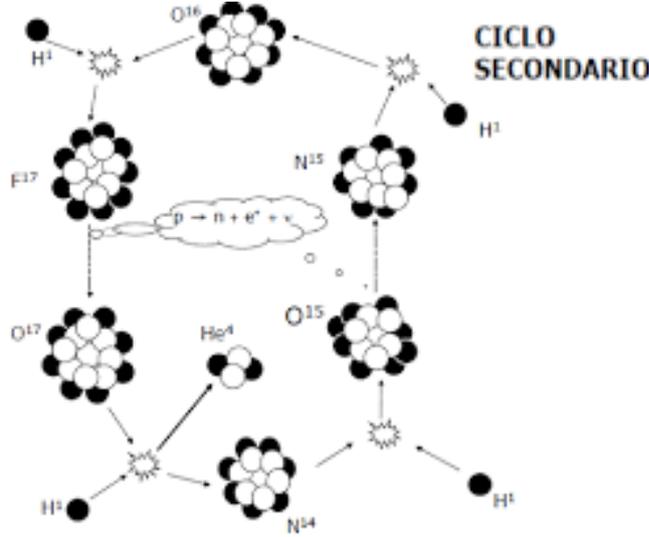


Figura 2.8: Ciclo CNO secondario.

Seppur raramente, può capitare che l'interazione tra ^{15}N e ^1H (presente anche nel ciclo primario) dia come risultato un nucleo di ^{16}O invece delle particelle ^{12}C ed α . Quest'ultima trova comunque il modo di essere prodotta al termine di questa seconda tipologia di ciclo grazie alla cattura protonica di ^{17}O , che dà inoltre origine ad un nucleo di ^{14}N portando così ad un ricongiungimento con il ramo lento del ciclo principale.

I contributi energetici del ciclo descritto sono riportati nella seguente tabella:

Tabella 2.5: Reazioni del ciclo CNO secondario e relativi contributi energetici.

Reazione	E
$^{14}\text{N} + ^1\text{H} \rightarrow ^{15}\text{O} + \gamma$	7.29 MeV
$^{15}\text{O} \rightarrow ^{15}\text{N} + e^+ + \nu$	2.7 MeV -1.0 MeV
$^{15}\text{N} + ^1\text{H} \rightarrow ^{16}\text{O} + \gamma$	1.2 MeV
$^{16}\text{O} + ^1\text{H} \rightarrow ^{17}\text{F} + \gamma$	0.6 MeV
$^{17}\text{F} \rightarrow ^{17}\text{O} + e^+ + \nu$	2.70 MeV -0.94 MeV
$^{17}\text{O} + ^1\text{H} \rightarrow ^{14}\text{N} + ^4\text{He}$	1.19 MeV

Anche in questo caso il bilancio totale è di quattro nuclei di ^1H utilizzati per ottenere una particella α mentre l'energia prodotta ammonta a 24.9 MeV.

L'ultima considerazione degna di nota riguarda in generale le catene di cattura protonica.

Questi cicli lasciano nel gas processato una firma chimica univoca dell'avvenuto processamento.

Ad esempio il ciclo CNO imprime come visto un'anticorrelazione carbonio-azoto (cioè un accumulo di azoto in corrispondenza di una diminuzione di carbonio).

In presenza di un'elevata abbondanza di idrogeno e a temperature via via crescenti, possiamo immaginare l'attivazione di cicli di cattura protonica che tendono a coinvolgere elementi sempre più pesanti (sodio, neon, alluminio, etc.).

Questi cicli trasformano sempre quattro protoni in un nucleo di elio, lasciando anticorrelazioni via via più complesse come la sodio-ossigeno e la ossigeno-alluminio.

Di converso dunque l'osservazione di una specifica anticorrelazione nelle atmosfere stellari segnala che il gas da cui la stella si è formata sia stato processato da un ciclo di cattura protonica ad una specifica temperatura.

2.4 Produzione di energia

Inserendo nella 1.27 i valori delle energie riportati nelle tabelle illustrate in questo capitolo, è finalmente possibile completare il calcolo del tasso di produzione dell'energia per ogni catena di reazioni vista.

Si ottengono così le seguenti espressioni:

$$\varepsilon_{pp} = 2.36 \times 10^6 x_H^2 \rho T_6^{-\frac{2}{3}} e^{-33.81/T_6^{1/3}} \Phi(T) \quad (2.9)$$

$$\varepsilon_{CN} = 7.21 \times 10^{27} x_H Z_{CN} \rho T_6^{-\frac{2}{3}} e^{-153.31/T_6^{1/3}} \Phi(T) \quad (2.10)$$

dove T_6 è la temperatura espressa in milioni di gradi mentre $\Phi(T)$ è una funzione che tiene conto dell'effetto di schermatura degli elettroni che circondano i nuclei: essi riducono infatti la barriera di potenziale aumentando così la penetrabilità.

Risulta inoltre molto utile definire i seguenti fattori "e", che permettono di rendere i tassi di produzione dell'energia appena trovati funzioni della sola temperatura:

$$e_{pp} = \frac{\varepsilon_{pp}}{\rho x_H^2} \quad (2.11)$$

$$e_{CN} = \frac{\varepsilon_{CN}}{\rho x_H Z_{CN}} \quad (2.12)$$

L'andamento di queste due quantità è riportato nella figura seguente:

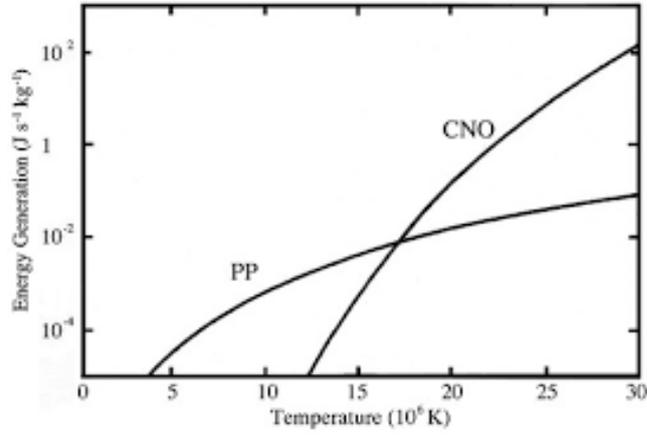


Figura 2.9: Produzione di energia della catena pp e del ciclo CNO in funzione della temperatura.

Si può facilmente notare come la produzione di energia avvenga prevalentemente tramite la catena pp fino ad una temperatura di circa 17 milioni di kelvin, a temperature superiori comincia invece a dominare il ciclo CNO.

2.5 Reazioni di Pre-Sequenza

Esistono infine altre reazioni termonucleari coinvolgenti elementi leggeri ed in grado di produrre i vari isotopi dell'elio. Come mostrato nella tabella seguente, avvengono inoltre a temperature minori di quelle necessarie all'innesco della catena pp:

Tabella 2.6: Reazioni di Pre-Sequenza e relative temperature d'innesco.

Reazione	T
${}^2\text{H} + {}^1\text{H} \rightarrow {}^3\text{He}$	$0.5 \times 10^6 \text{ K}$
${}^6\text{Li} + {}^1\text{H} \rightarrow {}^3\text{He} + {}^4\text{He}$	$2.0 \times 10^6 \text{ K}$
${}^7\text{Li} + {}^1\text{H} \rightarrow 2 {}^4\text{He}$	$2.4 \times 10^6 \text{ K}$
${}^9\text{Be} + 2 {}^1\text{H} \rightarrow {}^3\text{He} + 2 {}^4\text{He}$	$3.2 \times 10^6 \text{ K}$
${}^{10}\text{B} + 2 {}^1\text{H} \rightarrow 3 {}^4\text{He}$	$4.9 \times 10^6 \text{ K}$
${}^{11}\text{B} + {}^1\text{H} \rightarrow 3 {}^4\text{He}$	$4.7 \times 10^6 \text{ K}$

Capitolo 3

Combustione dell'elio

3.1 Processo 3α

Una volta che nelle regioni più interne della stella è stato bruciato quasi tutto l'idrogeno presente (tramite i processi ampiamente descritti nel capitolo precedente), cominciano a verificarsi i seguenti fenomeni:

- contrazione del nucleo;
- innalzamento delle temperature fino a circa 1.5×10^8 K;
- innesco della reazione di fusione dell'elio.

La combustione dell'elio avviene secondo il semplice processo riportato in figura 3.1, mentre nella tabella 3.1 sono riportate le singole reazioni coinvolte con i relativi contributi energetici:

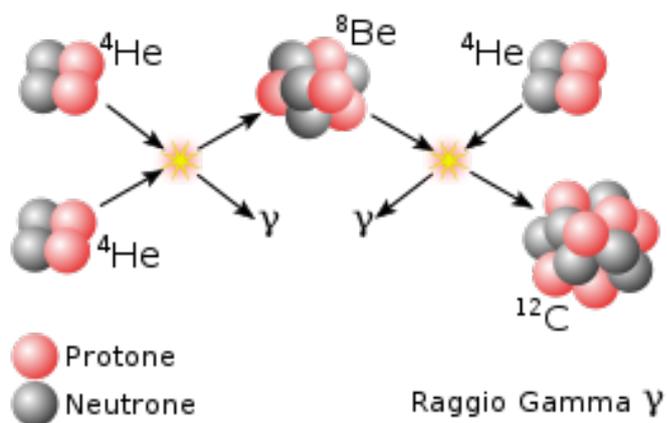


Figura 3.1: Processo 3α

Tabella 3.1: Reazioni del processo 3α e relativi contributi energetici.

Reazione	E
${}^4\text{He} + {}^4\text{He} \rightarrow {}^8\text{Be}$	-0.1 MeV
${}^8\text{Be} + {}^4\text{He} \rightarrow {}^{12}\text{C} + \gamma$	7.4 MeV

Il processo consta quindi di due reazioni: una fusione tra due particelle α in berillio ed una successiva cattura α che porta alla formazione di carbonio.

Data l'elevata instabilità del ${}^8\text{Be}$, occorre che l'abbondanza di elio sia enorme affinché l'intero processo possa funzionare.

L'energia complessiva prodotta è pari a 7.3 MeV.

In maniera del tutto analoga a quanto fatto nel paragrafo 2.4, è possibile calcolare il tasso di produzione dell'energia per il processo 3α :

$$\varepsilon_{3\alpha} = 3.5 \times 10^{17} Y^3 \rho^2 \frac{e^{-4320/T_6}}{T_6^3} \Phi(T) \quad (3.1)$$

dove con Y è solitamente indicata l'abbondanza in massa dell'elio.

La conoscenza di questo fenomeno porta ad aggiornare immediatamente la figura 2.9:

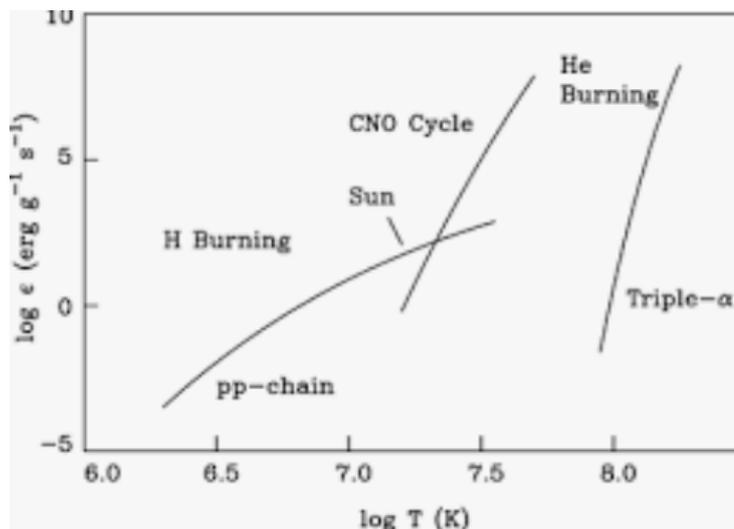


Figura 3.2: Produzione di energia della catena pp, del ciclo CNO e del processo 3α in funzione della temperatura.

A conferma di quanto anticipato ad inizio capitolo, si può osservare come il processo 3α (e quindi il bruciamento dell'elio) si attivi per temperature dell'ordine di 10^8 K.

In figura 3.2 è inoltre riportata la produzione energetica all'interno del Sole, nel nucleo della nostra stella vale infatti:

$$\frac{\varepsilon_{pp}}{\varepsilon_{CNO}} \sim 100$$

3.2 Dipendenza di ε dalla temperatura

L'espressione ideale per il tasso di produzione dell'energia ε risulta essere per comodità una semplice legge di potenza:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \rho T^\alpha \quad (3.2)$$

dove α è una costante ed è esplicitata la dipendenza dalle variabili ρ e T come effettivamente trovato nella 2.9, nella 2.10 e nella 3.1. Tuttavia, la complessità della dipendenza dalla temperatura nelle medesime equazioni permette al massimo di ottenere una relazione di questo tipo:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \rho T^\nu \quad (3.3)$$

dove l'esponente ν risulta anch'esso dipendente dalla temperatura e la cui espressione è il risultato delle considerazioni successive.

Prendendo il logaritmo della 1.27 si ottiene:

$$\ln \varepsilon \propto \ln \rho - \frac{2}{3} \ln T - 1.89 \left(\frac{E_0}{k_B T} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.4)$$

che derivata restituisce (dopo alcuni semplici passaggi algebrici):

$$\frac{d\varepsilon}{\varepsilon} \propto \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dT}{T} \left[\frac{1.89}{3} \left(\frac{E_0}{k_B T} \right)^{\frac{1}{3}} - \frac{2}{3} \right] \quad (3.5)$$

da cui discende, assumendo una densità costante:

$$\left(\frac{d\varepsilon}{\varepsilon} / \frac{dT}{T} \right)_\rho = 0.63 \left(\frac{E_0}{k_B T} \right)^{\frac{1}{3}} - 0.67 \quad (3.6)$$

che per comodità viene appunto indicata con la lettera ν .

Ecco allora che per piccoli intervalli di temperatura è possibile ottenere:

$$\varepsilon \sim T^\nu \quad (3.7)$$

che è esattamente l'andamento riportato nella 3.3.

Sostituendo la 1.17 nella 3.6 si ha il seguente risultato:

$$\nu = 14.17 \left(\frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2} \frac{Z_1^2 Z_2^2}{T_6} \right)^{1/3} - 0.67 \quad (3.8)$$

da cui si nota la dipendenza di ν dagli elementi coinvolti nella reazione oltre che dalla temperatura.

Calcolando questo parametro per i processi di fusione dell'idrogeno visti nel secondo capitolo si ottengono le seguenti espressioni:

$$\nu_{pp} = 11.25 T_6^{-1/3} - 0.67 \quad (3.9)$$

$$\nu_{CN} = 50.67 T_6^{-1/3} - 0.67 \quad (3.10)$$

Nella seguente tabella sono riportati alcuni valori tipici di ν :

Tabella 3.2: Esempi di calcolo del parametro ν in funzione della temperatura (in milioni di gradi kelvin).

pp		CN	
T_6	ν	T_6	ν
4 – 6	6	14 – 16	20
6 – 10	5	16 – 24	18
3 – 13	4.5	21 – 31	16
11 – 17	4	24 – 36	15
16 – 24	3.5	36 – 50	13

Alla luce di quanto appena illustrato è possibile riscrivere le equazioni 2.9, 2.10 e 3.1 rispettivamente come:

$$\varepsilon_{pp} = \varepsilon_1 X^2 \rho T_6^{\nu_{pp}} \quad \text{con } \nu_{pp} \in [3.5 - 6] \quad (3.11)$$

$$\varepsilon_{CN} = \varepsilon_2 X X_{CN} \rho T_6^{\nu_{CN}} \quad \text{con } \nu_{CN} \in [13 - 20] \quad (3.12)$$

$$\varepsilon_{3\alpha} = \varepsilon_3 Y^3 \rho^2 T_8^{\nu_{3\alpha}} \quad \text{con } \nu_{3\alpha} \in [20 - 30] \quad (3.13)$$

Confrontando la quantità di energia prodotta dal processo 3α con quella della catena pp si trova un rapporto di circa 1 a 10, da cui è possibile concludere che l'elio bruci molto più rapidamente dell'idrogeno.

3.3 Variazioni delle abbondanze di H ed He

La combustione di un elemento in uno più complesso ne altera le abbondanze nel guscio della struttura stellare considerato.

Se al tempo $t = 0$ le abbondanze di idrogeno ed elio sono rispettivamente X_0 ed Y_0 , per via delle reazioni termonucleari viste al tempo $t + \Delta t$ saranno:

$$X = X_0 + \left(\frac{dX}{dt} \right)_0 \Delta t \quad (3.14)$$

$$Y = Y_0 + \left(\frac{dY}{dt} \right)_0 \Delta t \quad (3.15)$$

Non rimane dunque che calcolare le espressioni per $\frac{dX}{dt}$ e $\frac{dY}{dt}$.

Considerando le energie emesse per grammo di particelle formate:

$$E_{pp}^* = \frac{E_{pp}}{4m_H} = 6.3 \times 10^{18} \text{ erg g}^{-1} \quad (3.16)$$

$$E_{CN}^* = \frac{E_{CN}}{4m_H} = 6.0 \times 10^{18} \text{ erg g}^{-1} \quad (3.17)$$

$$E_{3\alpha}^* = \frac{E_{3\alpha}}{12m_H} = 5.9 \times 10^{17} \text{ erg g}^{-1} \quad (3.18)$$

dove E_{pp} , E_{CN} ed $E_{3\alpha}$ sono i bilanci energetici totali dei relativi processi trovati nei capitoli 2 e 3, si ottiene facilmente quanto cercato:

$$\frac{dX}{dt} = -\frac{\varepsilon_{pp}}{E_{pp}^*} - \frac{\varepsilon_{CN}}{E_{CN}^*} = -4m_H \left(\frac{\varepsilon_{pp}}{E_{pp}} + \frac{\varepsilon_{CN}}{E_{CN}} \right) \quad (3.19)$$

$$\frac{dY}{dt} = \frac{\varepsilon_{pp}}{E_{pp}^*} + \frac{\varepsilon_{CN}}{E_{CN}^*} - \frac{\varepsilon_{3\alpha}}{E_{3\alpha}^*} = 4m_H \left(\frac{\varepsilon_{pp}}{E_{pp}} + \frac{\varepsilon_{CN}}{E_{CN}} - 3 \frac{\varepsilon_{3\alpha}}{E_{3\alpha}} \right) \quad (3.20)$$

3.4 Problema dell'abbondanza di elio

Misurazioni e stime accurate indicano che l'abbondanza di elio nell'intero Universo risulta troppo elevata per poter essere spiegata tramite il solo bruciamento di idrogeno negli interni stellari. Sorge dunque spontaneo interrogarsi sulla provenienza dell'elio in eccesso.

Come prima cosa si cerca di stimare la quantità di elio prodotta dalle stelle da quando si è formato l'Universo, ovvero in un tempo di Hubble (t_H) pari a circa tredici miliardi di anni.

Eseguito il conto sulla Via Lattea e assumendo che quest'ultima abbia una massa (M_G) pari a circa mille miliardi di masse solari (M_\odot), una luminosità (L_G) di circa cento miliardi di luminosità solari (L_\odot) e che tale luminosità provenga interamente dal bruciamento di idrogeno in elio e sia rimasta costante nel tempo, è possibile ottenere l'energia totale prodotta nelle modalità e nei tempi descritti tramite il seguente semplice calcolo:

$$E_{TOT} = L_G t_H = 10^{11} L_\odot \times 13 \times 10^9 \text{ yr} = 1.6 \times 10^{62} \text{ erg} \quad (3.21)$$

dove per L_\odot è stato assunto un valore di $4 \times 10^{33} \text{ erg s}^{-1}$.

Considerando l'energia di legame di un nucleo di elio E_b^{He} pari a circa $4.5 \times 10^{-5} \text{ erg}$, il numero di atomi di ${}^4\text{He}$ formati in un tempo di Hubble è:

$$N_{He} = \frac{E_{TOT}}{E_b^{He}} = 3.5 \times 10^{66} \quad (3.22)$$

perciò la massa totale di elio prodotta risulta essere:

$$M_{He} = N_{He} m_{He} = 2.4 \times 10^{43} \text{ g} \quad (3.23)$$

dove $m_{He} \sim 6.64 \times 10^{-24} \text{ g}$ è la massa di un atomo di elio.

È ora finalmente possibile calcolare la frazione in massa dell'elio:

$$Y = \frac{M_{He}}{M_G} = \frac{M_{He}}{10^{12} M_\odot} \sim 0.01 \quad (3.24)$$

dove per M_\odot si è utilizzato il valore di 2×10^{33} g.

Considerando un'abbondanza di elio misurata tra 0.24 (nelle stelle vecchie di popolazione II) e 0.28 (come ad esempio nel Sole), il calcolo appena fatto dimostra quanto anticipato ad inizio paragrafo, sebbene infatti siano state fatte alcune approssimazioni, il valore ottenuto nella 3.24 è circa venti volte inferiore a quello atteso.

La discrepanza in questione può essere spiegata dalla *teoria del Big Bang caldo*.

Secondo tale modello l'Universo cominciò la sua espansione da uno stato iniziale estremamente denso ($\rho \sim 10^{15}$ g cm⁻³) e caldo ($T \sim 10^{13}$ K), ovvero in condizioni tali da conferire alle particelle energie talmente elevate da cancellare qualunque struttura nucleare eventualmente presente.

Dopo pochissimi secondi dal Big Bang e ad una temperatura di circa 10^{10} K, essendo il tempo scala del decadimento β^- relativamente molto lungo (~ 15 min), fu possibile la presenza di molti neutroni liberi (circa cinque ogni sei protoni).

In queste condizioni fu frequente inoltre la reazione 2.8, la quale portò alla formazione di nuclei di deuterio molto stabili.

Sempre per una questione di tempi scala molto lunghi, risulta evidente in questa fase l'impossibilità della produzione di elio tramite le catene termonucleari viste nel secondo capitolo.

Furono tuttavia possibili le seguenti reazioni:



Consultando la figura 2.1 è possibile notare l'assenza di nuclei stabili con numero di massa pari a 5 e 8, per cui le reazioni del tipo:



portarono eventualmente alla creazione di isotopi altamente instabili, i quali decaddeero quasi subito tramite le rispettive reazioni inverse.

In conclusione, è possibile affermare che la continua aggregazione di neutroni e/o protoni portò ad un accumulo di ${}^4\text{He}$, confermando l'ipotesi secondo cui l'eccessiva abbondanza di elio osservata nell'Universo sia dovuta ai processi primordiali appena illustrati.

Capitolo 4

Formazione di elementi chimici più complessi

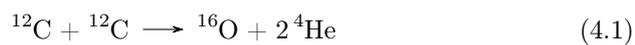
4.1 Reazioni successive alla 3α

Analogamente a quanto visto nel caso dell'idrogeno, quando l'elio disponibile comincia ad esaurire si hanno nuovamente i fenomeni di contrazione del nucleo stellare e di innalzamento della temperatura visti all'inizio del capitolo 3.

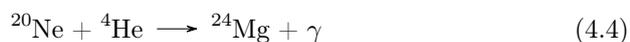
Queste condizioni portano alla combustione del carbonio ottenuto dal processo 3α e una volta bruciato anche questo si passa al successivo secondo le stesse modalità e così via, fino ad ottenere nuclei sempre più complessi.

Sono riportate di seguito le possibili reazioni di bruciamento dei vari elementi in un nucleo non degenere, con le relative temperature di innesco:

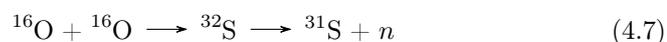
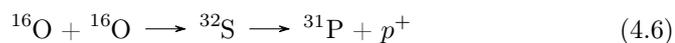
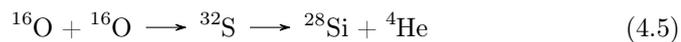
Bruciamento del carbonio ($T \sim 5 - 6 \times 10^8$ K)

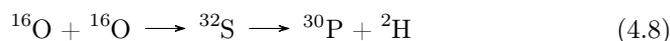


Bruciamento del neon ($T \sim 1.2 - 1.9 \times 10^9$ K)



Bruciamento dell'ossigeno ($T \sim 1.5 - 2.6 \times 10^9$ K)





Bruciamento del silicio ($T \sim 2.3 \times 10^9 \text{ K}$)



Quest'ultimo fenomeno non è altro che una catena di fotodisintegrazioni che produce particelle α .

Nella prossima tipologia di reazione illustrata verrà utilizzato esattamente questo tipo di particelle per la produzione di nuclei pesanti (fino al ${}^{56}\text{Fe}$).

4.2 Cattura α

A temperature maggiori di $6 \times 10^8 \text{ K}$ si innescano i processi di cattura α (si veda la 2.5) che portano alla formazione di nuclei complessi fino al ${}^{56}\text{Ni}$.

Alcune di queste reazioni sono riportate nella tabella seguente:

Tabella 4.1: Processi di cattura α e relativi contributi energetici.

Reazione	E
${}^{12}\text{C} + {}^4\text{He} \longrightarrow {}^{16}\text{O} + \gamma$	7.6 MeV
${}^{16}\text{O} + {}^4\text{He} \longrightarrow {}^{20}\text{Ne} + \gamma$	4.7 MeV
${}^{20}\text{Ne} + {}^4\text{He} \longrightarrow {}^{24}\text{Mg} + \gamma$	9.3 MeV
${}^{24}\text{Mg} + {}^4\text{He} \longrightarrow {}^{28}\text{Si} + \gamma$	9.9 MeV
${}^{28}\text{Si} + {}^4\text{He} \longrightarrow {}^{32}\text{S} + \gamma$	6.9 MeV
${}^{32}\text{S} + {}^4\text{He} \longrightarrow {}^{36}\text{Ar} + \gamma$	6.6 MeV

L'ultima cattura α non endotermica risulta essere:



la quale produce un isotopo del nichel talmente instabile da decadere abbastanza rapidamente in ${}^{56}\text{Fe}$ (passando per il ${}^{56}\text{Co}$) tramite due catture elettroniche consecutive.

I nuclei prodotti da ogni singola reazione di questa tipologia sono detti *elementi α* , vengono liberati nel mezzo interstellare da supernovae di tipo II ed i tempi scala con cui vengono prodotti sono tanto più brevi quanto più è grande il loro numero atomico.

4.3 Perdita di energia tramite neutrini

Come visto nei bilanci energetici dei processi di combustione dell'idrogeno nel capitolo 2 l'emissione di neutrini comporta una perdita di energia, la quale diviene importante a partire da temperature di alcune centinaia di milioni di gradi. In queste condizioni infatti i neutrini in questione possono essere prodotti direttamente dal plasma stellare secondo i tre processi illustrati di seguito:

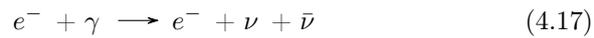
- **Produzione di una coppia di neutrini:** Ad una temperatura di circa 6×10^9 K risulta possibile la produzione di coppie elettrone-positrone tramite la seguente reazione:



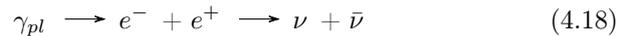
che in ambienti estremamente densi e caldi restituiscono coppie neutrino-antineutrino nella maniera seguente:



- **Fotoproduzione di neutrini:** A temperature minori di quelle richieste nel processo precedente esiste la possibilità che un elettrone assorba un fotone e riemetta una coppia neutrino-antineutrino:



- **Produzione di plasma-neutrini:** Quando la densità degli interni stellari diviene elevata i fotoni cominciano a comportarsi come il plasma e posso dunque trasformarsi direttamente nella solita coppia neutrino-antineutrino:



Quest'ultimo processo non può avvenire per un ordinario fotone nel vuoto per via della conservazione del momento e dell'energia.

Nella figura seguente sono riportate le condizioni di densità e temperatura alle quali avvengono i processi appena illustrati:

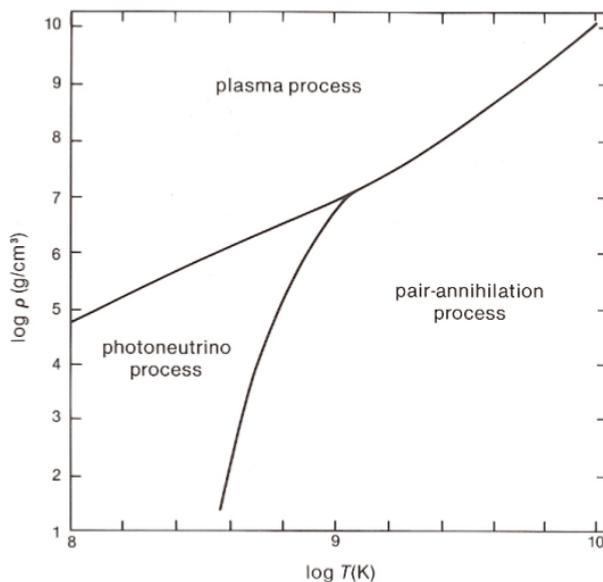


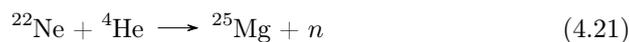
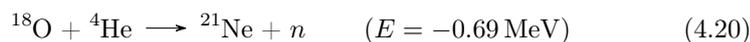
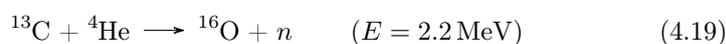
Figura 4.1: Densità e temperature dei processi di produzione di neutrini.

4.4 Cattura neutronica

Come spiegato nel paragrafo 1.1, le reazioni termonucleari di fusione che avvengono negli interni stellari portano al massimo alla formazione di nuclei di ferro.

Gli elementi più pesanti sono invece formati da processi di *cattura neutronica*, i quali avvengono nelle varie fasi evolutive della stella (compresa quella finale di esplosione di supernova).

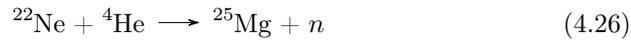
Affinché possa attivarsi questo tipo di reazioni è necessaria in primis una fonte di neutroni liberi, da identificare ad esempio in alcuni processi di cattura α o nella fotodisintegrazione del ferro:



I neutroni così prodotti possono essere assorbiti da elementi pesanti per formare nuclei anche molto complessi (fino al ^{209}Bi).

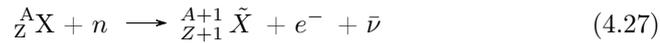
Si hanno in particolare due tipologie di processi: se i tempi caratteristici che intercorrono tra due catture neutroniche successive da parte di uno stesso nucleo sono più grandi dei tempi caratteristici di decadimento degli elementi instabili prodotti, si parlerà di *processi s*, altrimenti si avranno i cosiddetti *processi r*.

Una tipica successione di reazioni che porta alla formazione di neutroni utili ai processi s è ad esempio la seguente:

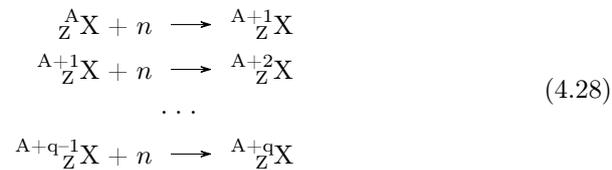


Mentre un esempio di reazione che produce neutroni utili ai processi r è fornito dalla 4.22.

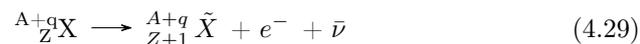
Il nucleo ottenuto in seguito alla cattura neutronica (si veda la 2.7) va spesso incontro ad un processo di decadimento β^- per cui si ottiene il seguente risultato:



Tuttavia può anche accadere che si verifichino numerose catture neutroniche:



prima che il nucleo prodotto decada spontaneamente:



Con la precedente reazione si completa dunque il quadro dei principali processi di nucleosintesi stellare.

34CAPITOLO 4. FORMAZIONE DI ELEMENTI CHIMICI PIÙ COMPLESSI

Per maggiore chiarezza si consulti la tabella riassuntiva riportata di seguito:

Tabella 4.2: Principali processi nucleari trattati, con relative temperature di innesco e tempi scala.

Processo	T	τ
Pre-Sequenza	$\sim 10^6$ K	$\sim 10^5$ yr
Catena pp	$\sim 10^7$ K	$\sim 10^{10}$ yr
Ciclo CNO	$\sim 10^7$ K	10^9 yr
3α	$> 10^8$ K	10^7 yr
Bruciamento Carbonio	$\sim 10^9$ K	10^5 yr
Bruciamento Ossigeno	$> 10^9$ K	10^5 yr
Processo s	$> 10^8$ K	$10^3 - 10^7$ yr
Processo r	$> 10^{10}$ K	$10 - 100$ s

Bibliografia

- [1] Ferraro, Francesco Rosario, *Slides del corso di astrofisica stellare*, 2018
- [2] Castellani, Vittorio, *Astrofisica stellare*, Bologna, Zanichelli, 1986
- [3] Semprini Cesari, Nicola, *Slides del corso di fisica nucleare e subnucleare*, 2019

Ringraziamenti

Vorrei infine dedicare le prossime righe a tutti coloro che mi sono stati vicini in questi tre anni.

Ringrazio in primo luogo il professor Ferraro, per avermi seguito con immensa disponibilità e grande attenzione nella stesura di questa tesi.

Ringrazio inoltre tutti gli amici, da quelli di vecchia data dei gruppi *Castumcari* e *5G*, a quelli conosciuti più di recente in facoltà: i *Bolo Physicists*. In entrambi i casi non potevo chiedere di meglio. Grazie di cuore per aver reso spensierati i momenti di svago ed indimenticabili le giornate passate insieme.

Un ringraziamento va sicuramente a tutte le zie, gli zii ed i cugini, che hanno sempre dimostrato affetto e vicinanza nei miei confronti durante tutto il percorso universitario.

Il ringraziamento più grande va infine ai nonni, alla mamma, al babbo e a mio fratello, per non avermi mai fatto mancare nulla e per essere stati di gran lunga le migliori figure di riferimento possibili.