

Alma Mater Studiorum – Università di Bologna

---

Dipartimento di Fisica e Astronomia  
Corso di Laurea in Astronomia

# **EMISSIONE DI BREMSSTRAHLUNG E APPLICAZIONI ASTROFISICHE**

Tesi di laurea

Presentata da:  
Pietro Baldini

Relatore:  
Chiar.mo Prof. Daniele Dallacasa

---

Anno accademico 2019-2020



# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>2</b>
<b>1 Bremsstrahlung</b>	<b>3</b>
1.1 Radiazione da singola interazione . . . . .	3
1.2 Bremsstrahlung in un plasma . . . . .	5
1.3 Bremsstrahlung termica . . . . .	6
1.3.1 Autoassorbimento . . . . .	8
1.3.2 Brillanza di bremsstrahlung e corpo nero . . . . .	9
1.3.3 Tempo di raffreddamento . . . . .	11
1.4 Bremsstrahlung relativistica . . . . .	11
<b>2 Applicazioni astrofisiche</b>	<b>12</b>
2.1 Regioni HII . . . . .	12
2.2 Ammassi di galassie . . . . .	13
2.3 Astronomia ai raggi gamma . . . . .	15
<b>Bibliografia</b>	<b>16</b>

# Introduzione

Il processo con cui una carica accelerata in un campo coulombiano emette radiazione elettromagnetica si definisce di *bremstrahlung* (in italiano: radiazione di frenamento). Una comprensione di tale processo e di quali grandezze lo caratterizzano risulta di importanza cruciale nel contesto dell'astrofisica, per via della presenza su varie scale di plasmi, all'interno dei quali gli elettroni irradiano per *bremstrahlung* per via di urti ravvicinati con gli ioni. Infatti, sebbene su grande scala un plasma si presenti come globalmente neutro per effetti di schermaggio, questo non è più valido su scale inferiori alla *lunghezza di Debye*:

$$\lambda_D = \left( \frac{kT}{4\pi n e^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Di seguito, sarà presentata una trattazione semiclassica della radiazione di *bremstrahlung*, partendo dalla caratterizzazione della singola interazione tra un elettrone ed uno ione, per poi affrontare il caso di interazioni multiple in un plasma, sviluppando infine nel dettaglio lo scenario di una popolazione di particelle all'equilibrio termico, ovvero per cui è valida la relazione  $\frac{3}{2}kT = \langle \frac{1}{2}mv^2 \rangle$ , essendo questo particolarmente rilevante da un punto di vista astronomico. Le necessarie correzioni quantistiche saranno poi introdotte dove necessario. Verranno infine presentate tre tipi di applicazioni legate all'astrofisica: le regioni HII (scala galattica), il gas intracluster (scala extragalattica), e in ultimo il ruolo fondamentale della *bremstrahlung* nello sviluppo delle cascate elettromagnetiche nell'atmosfera terrestre, tramite le quali è possibile studiare i raggi- $\gamma$  alle alte energie.

# Capitolo 1

## Bremsstrahlung

### 1.1 Radiazione da singola interazione

L'energia emessa nell'unità di tempo sotto forma di radiazione da parte di una carica elettrica accelerata, integrata sull'angolo solido, è espressa dalla formula di Larmor:

$$P = -\frac{dE}{dt} = \frac{2q^2 a^2}{3c^3} \quad (1.1)$$

Si consideri adesso la collisione di un elettrone (di carica  $-e$ ) con uno ione ( $Ze$ ) con parametro d'impatto  $b^1$ , e velocità relativa  $v$ .

Nel sistema di riferimento del protone, l'elettrone è soggetto ad un'accelerazione coulombiana  $a = \frac{Ze^2}{\mu x^2} \approx \frac{Ze^2}{m_e x^2}$ , dove  $\mu$  identifica la massa ridotta, che nel caso del sistema elettrone-ione è approssimabile alla massa dell'elettrone  $m_e$ , e  $x = x(t)$  la distanza tra le 2 particelle.

Inserendo questo risultato nella 1.1, si ottiene una  $P \propto m^{-2}x^{-4}$ . La radiazione emessa risulta dunque essere significativa solo nel caso di: 1) Particelle leggere 2) Urti ravvicinati.

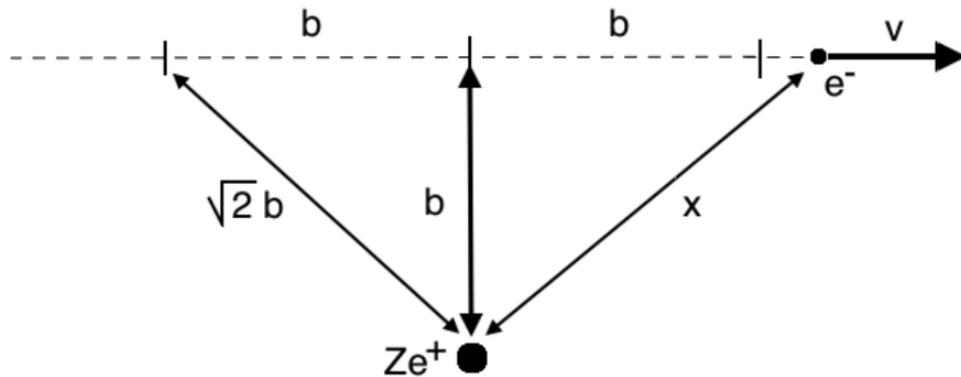


Figura 1.1: Schema della singola interazione

Il punto 1 giustifica dunque la scelta del sistema di riferimento solidale allo ione, dove è l'elettrone ad irradiare, del quale è ragionevole trascurare la componente di deflessione

<sup>1</sup>Il parametro d'impatto è definito come la distanza minima che si avrebbe tra le particelle se il loro moto non fosse deflesso da alcuna interazione.

angolare, date le alte velocità. Il punto 2 suggerisce invece l'utilizzo dell'approssimazione impulsiva: si considera solo la componente ravvicinata dell'urto, per la quale  $x \sim b$  (dunque accelerazione costante), con un tempo caratteristico di interazione  $\Delta t \sim 2\frac{b}{v}$ . L'energia emessa diventa quindi:

$$P\Delta t = E \sim \frac{4Z^2e^6}{3c^3m_e^2b^3v} \quad (1.2)$$

Nella figura 1.2 è possibile vedere sulla sinistra l'andamento dell'emissione in funzione del tempo (linea spessa) e come risulta sotto l'assunzione di approssimazione impulsiva (linea sottile). Andando ad effettuare l'analisi di Fourier del moto della carica, si ottiene la distribuzione spettrale, ovvero l'emissione in funzione della frequenza, la quale risulta evidentemente piatta fino ad una frequenza di cut-off  $\nu = \nu_{max}$ .

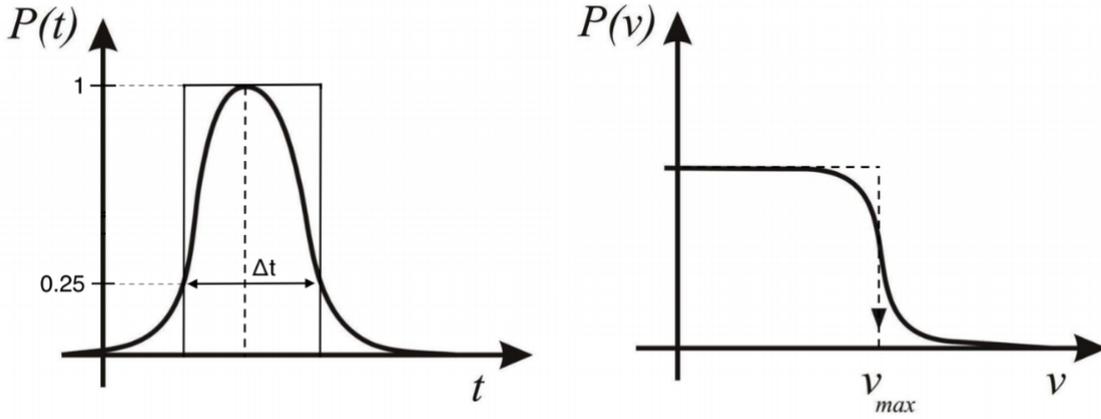


Figura 1.2: *Sinistra*: Potenza emessa in funzione del tempo. *Destra* Potenza in funzione della frequenza

Tale frequenza è data da:

$$\nu_{max} \simeq \frac{1}{2\Delta t} = \frac{v}{4b} \quad (1.3)$$

Risulta adesso possibile ottenere la l'energia emessa per unità di frequenza considerando la distribuzione spettrale come un rettangolo di base  $\nu_{max}$  e altezza  $P\Delta t$ , per cui:

$$\frac{dE}{d\nu} \simeq \frac{P\Delta t}{\nu_{max}} \sim \frac{16Z^2e^6}{3c^3m_e^2b^2v^2} \propto \frac{Z^2}{b^2v^2} \quad (1.4)$$

Si può notare dall'equazione 1.4 che l'energia irradiata cala con l'aumentare della velocità. Questo è attribuibile al fatto che particelle più veloci sono soggette ad accelerazione significativa ( $x \sim b$ ) per un tempo inferiore.

## 1.2 Bremsstrahlung in un plasma

Nel caso di un plasma, dove il numero di particelle è  $\gg 1$ , l'emissione totale risulterà essere la somma dei contributi di ogni singola interazione.

Consideriamo una nube di elettroni con densità  $n_e$  che si muova all'interno di una distribuzione uniforme di ioni, con densità  $n_i$ <sup>1</sup>, come rappresentato in figura 1.3. Un singolo elettrone di velocità  $v$ , in un intervallo di tempo  $dt$  incontrerà un numero di ioni  $dN$  con parametro d'impatto compreso tra  $b$  e  $db$  pari a  $dN = 2\pi n_i v b db dt$ . Moltiplicando allora per la densità elettronica si otterrà il numero di urti con le caratteristiche suddette che l'intera nube subisce nell'unità di volume:

$$\frac{dN}{dV} = n_e dN = 2\pi n_i n_e v b db dt \quad (1.5)$$

L'energia emessa per bremsstrahlung nella nube, per unità di tempo, frequenza e volume, sarà allora, per un dato parametro d'impatto  $b$  ed una data velocità relativa  $v$ , il prodotto delle formule 1.4 e 1.5. Per ottenere l'emissività specifica<sup>2</sup> sarà dunque necessario integrare tale risultato su tutti i possibili valori del parametro  $b$ , che risulta limitato da un valore inferiore  $b_{min}$  e un valore superiore  $b_{max}$ , di modo che l'integrale non diverge:

$$J_{br}(\nu, v) = \frac{dN dE}{dV dt d\nu} = \frac{32\pi e^6 Z^2}{3c^3 m_e^2 v} n_e n_i \int_{b_{min}}^{b_{max}} \frac{db}{b} = \frac{32\pi e^6 Z^2}{3c^3 m_e^2 v} n_e n_i \ln\left(\frac{b_{max}}{b_{min}}\right) \quad (1.6)$$

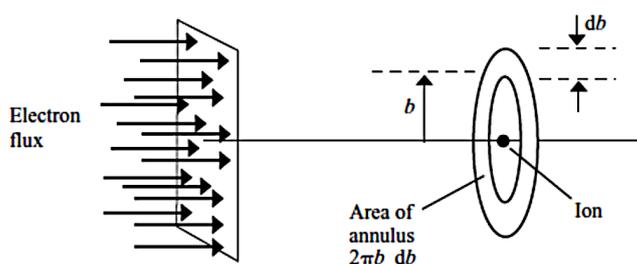


Figura 1.3: Rappresentazione grafica del sistema considerato

La formula 1.6 sembrerebbe essere indipendente dalla frequenza, tuttavia tale dipendenza è invece nascosta nei parametri  $b_{min}$  e  $b_{max}$ , la cui espressione è discussa di seguito.

<sup>1</sup>Sebbene questa non sia una condizione fisica realistica, risulta di forte utilità nel ricavare le dipendenze e le caratteristiche che contraddistinguono l'emissione per bremsstrahlung

<sup>2</sup>definita come la luminosità monocromatica in unità di volume [ $erg s^{-1} Hz^{-1} cm^{-3}$ ]

## Parametri $b_{\min}$ e $b_{\max}$

La formula 1.3 esprimeva la frequenza  $\nu_{\max}$  oltre la cui non si ha emissione di fotoni, che diminuisce all'aumentare di  $b$ . Ad una data frequenza  $\nu$  allora,  $b_{\max}$  è definito come il valore per il quale  $\nu \leq \nu_{\max}$ , ovvero oltre il quale l'urto contribuisce in modo irrilevante all'emissività totale:

$$\frac{v}{4\nu} \geq \frac{v}{4\nu_{\max}} \equiv b_{\max} \quad (1.7)$$

Il parametro  $b_{\max}$  incapsula dunque la dipendenza di  $J_{br}(\nu)$  dalla frequenza.

Il parametro  $b_{\min}$  può essere invece definito tramite approccio classico o quantistico. Quale dei due sia da utilizzarsi dipende dalle condizioni del plasma.

Nell'approccio classico la richiesta è che la variazione di velocità a cui l'elettrone è soggetto a causa dell'accelerazione durante l'urto sia al massimo pari alla velocità relativa iniziale:

$$\Delta v = a\Delta t = \frac{2Ze^2}{m_e b v} < v \implies b_{\min,c} \equiv \frac{2Ze^2}{m_e v^2} \quad (1.8)$$

L'approccio quantistico si basa invece sul richiedere che il principio di indeterminazione di Heisenberg sia soddisfatto, ovvero, se  $\Delta x \sim b$  e  $\Delta p \sim m_e v$ :

$$\Delta x \Delta p > \hbar \implies b_{\min,q} \equiv \frac{\hbar}{m_e v} \quad (1.9)$$

Facendo il rapporto tra le formule 1.9 e 1.8 si ottiene  $b_{\min,q}/b_{\min,c} \sim 137/(Zcv)$ , che nel caso di plasma termico, per il quale  $v = \sqrt{3kT/m_e}$  (dove  $k$  è la costante di Boltzmann), si esprime come:

$$\frac{b_{\min,q}}{b_{\min,c}} = \frac{137(3k)^{\frac{1}{2}}}{Zcm_e^{\frac{1}{2}}} T^{\frac{1}{2}} \quad (1.10)$$

Si può quindi osservare che i limiti quantistici entrano in gioco nel caso di temperature sufficientemente alte. Utilizzando infatti  $Z \sim 1.3$  (valore medio per plasmi di idrogeno ed elio) risulta che  $b_{\min,q} \gtrsim b_{\min,c}$  per  $T \gtrsim 2.5 \cdot 10^5 K$ .

## 1.3 Bremsstrahlung termica

Nel caso in cui la nube di plasma si trovi all'equilibrio termico, le velocità delle particelle al suo interno saranno regolate dalla distribuzione di Maxwell-Boltzmann, che indica la probabilità che una data particella abbia  $v$  compresa tra  $v$  e  $v + dv$

$$f(v)dv = 4\pi \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv \quad (1.11)$$

Sarà dunque possibile svincolarsi dalla dipendenza dalla velocità nella formula 6 integrando su uno spettro regolato dalla 1.11, tenendo conto che la densità numerica in funzione della velocità si esprime come  $n_e(v) = f(v)n_e$ , e che  $v \sim \sqrt{T}$  all'equilibrio termico. L'estremo inferiore d'integrazione non sarà 0, ma sarà definito considerando che un elettrone non può emettere più energia di quanta non ne possiede:  $2h\nu < m_e v^2$ , per cui  $v_{min} = \sqrt{\frac{2h\nu}{m_e}}$ . L'emissività specifica in funzione della temperatura è allora data da:

$$J_{br}(\nu, T) = \int_{v_{min}}^{\infty} f(v)J_{br}(\nu, v)dv \approx 6.8 \times 10^{-38} T^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{h\nu}{kT}} n_e n_i Z^2 \bar{g}_{ff}(\nu, T) \quad (1.12)$$

Dove  $h$  è la costante di Planck e  $\bar{g}_{ff}(\nu, T)$  il fattore di Gaunt mediato sulle velocità degli elettroni, che tiene conto delle correzioni quantistiche da apportare alla formula ricavata con trattazione semiclassica, il cui andamento numerico è riportato in figura 1.4. In termini di dipendenze, considerando  $n_e \approx n_i$  si ha:

$$J_{br}(\nu, T) \propto n_e^2 T^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{h\nu}{kT}} \quad (1.13)$$

Come è possibile vedere anche dalla figura 1.5, ad una data temperatura l'emissività si mantiene piatta fino ad una frequenza di cut off  $\nu_{cut}(T)$ , dopo la quale domina la caduta esponenziale.  $\nu_{cut}(T)$  è definita come la frequenza tale per cui il termine esponenziale vale circa  $1/e$ :

$$\frac{h\nu_{cut}}{kT} \sim 1 \implies \nu_{cut} \sim \frac{kT}{h} \approx 2.1 \times 10^{10} T \text{ s}^{-1} \quad (1.14)$$

Dunque il cut off cresce linearmente con la temperatura, a differenza del continuo piatto che invece decresce con la radice quadrata di  $T$ . La dipendenza dal quadrato della densità è invece sintomo del fatto che in un plasma più denso gli urti, e dunque le perdite di energia, risultano essere più frequenti.

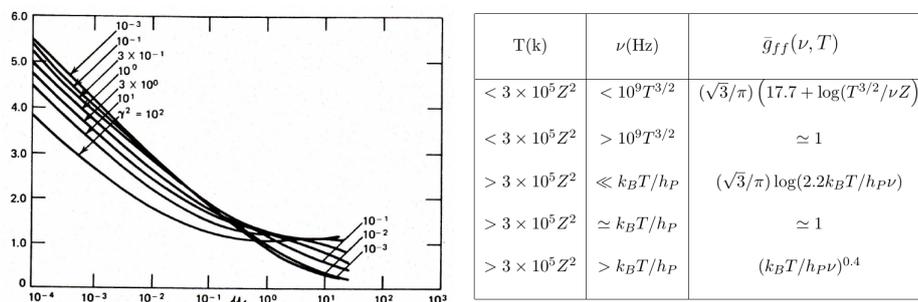


Figura 1.4: *Sinistra:* Andamento del fattore di Gaunt medio in funzione di  $u = \frac{h\nu}{kT}$  e  $\gamma = 1.5 \times 10^5 Z^2 T$  (K). *Destra:* Formule approssimate per il calcolo del fattore di Gaunt in funzione di frequenza e temperatura.

È possibile poi ottenere l'emissività totale della nube, ovvero non dipendente dalla frequenza, integrando  $J_{br}(\nu, T)$  in  $d\nu$ . Approssimando lo spettro ad un rettangolo di base  $\nu_{cut}$  e altezza  $J_{br}$  si ricava:

$$J_{br}(T) \approx J_{br}(\nu, T) \times \nu_{cut}(T) = 1.4 \times 10^{-27} T^{\frac{1}{2}} n_e n_i Z^2 \bar{g}_{ff}(T) \quad (1.15)$$

L'emissività totale dunque, a differenza di quella specifica, risulta aumentare con la radice della temperatura, nonostante il plateau della seconda si abbassi. Questo si deve all'aumento del cut off, che risulta dipendere più fortemente dalla temperatura ( $\nu_{cut} \times T^{-\frac{1}{2}} \propto T \times T^{-\frac{1}{2}} = T^{\frac{1}{2}}$ ).

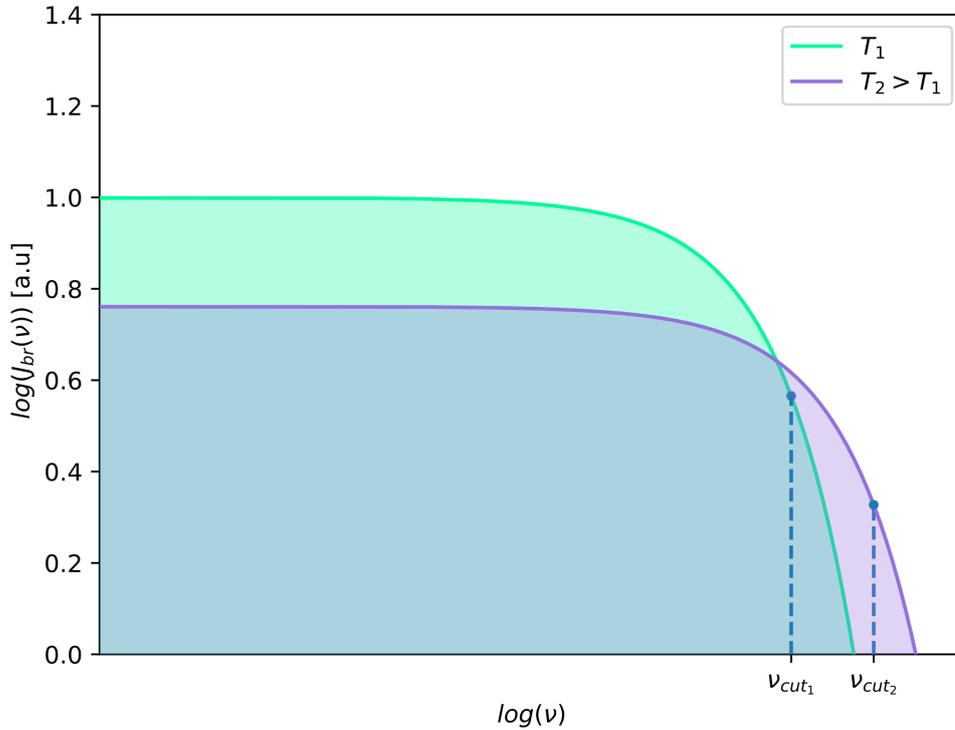


Figura 1.5: Emissività specifica di Bremsstrahlung per 2 temperature diverse in scala logaritmica. Si può osservare che per  $T_2 > T_1$  il plateau si abbassa mentre il cutoff si sposta a frequenze diverse. L'area colorata rappresenta l'emissività totale, che aumenta con  $T^{1/2}$ , per cui  $J_{br}(T_2) > J_{br}(T_1)$ .

### 1.3.1 Autoassorbimento

Quanto detto fin'ora non tiene conto dei processi di assorbimento di radiazione da parte dello stesso plasma che la emette. All'equilibrio termico è possibile utilizzare la legge

di Kirchhoff per determinare il coefficiente di assorbimento  $\mu(\nu, T)$ :

$$\frac{j(\nu, T)}{\mu(\nu, T)} = B_{BB}(\nu, T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (1.16)$$

dove  $B_{BB}(\nu, T)$  è la legge di corpo nero, che è dimensionalmente una brillantezza, e  $j(\nu, T)$  il coefficiente di emissione, esprimibile come l'emissività specifica per unità di angolo solido [ $erg\ s^{-1}\ Hz^{-1}\ cm^{-3}\ ster^{-1}$ ]

Per un plasma che emetta isotropicamente per bremsstrahlung  $j(\nu, T) = J_{br}(\nu, T)/4\pi$ , per tanto:

$$\mu(\nu, T) = \frac{J_{br}(\nu, T)}{4\pi B_{BB}(\nu, T)} \approx 3.7 \times 10^8 T^{-\frac{1}{2}} n_e n_i Z^2 (1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}}) \bar{g}_{ff} \nu^{-3} \quad cm^{-1} \quad (1.17)$$

Dalla formula 1.17 si osserva che la dipendenza del coefficiente di assorbimento dalla frequenza è molto forte, in particolare l'assorbimento risulta significativo solo alle basse frequenze, dove l'esponenziale diventa trascurabile, e  $\mu \propto \nu^{-3}$ .

Si può allora semplificare ulteriormente l'espressione del coefficiente  $\mu(\nu, T)$  considerando solo il regime di Rayleigh-Jeans ( $h\nu \ll kT$ ), per cui vale l'approssimazione  $(1 - e^{-h\nu/kT}) \times \nu^{-3} \approx (h\nu) \times (kT)^{-1} \times \nu^{-3} \propto \nu^{-2} \times T^{-1}$ .

Numericamente si ha:

$$\mu(\nu, T) \approx 0.018 \times T^{-\frac{3}{2}} \nu^{-2} n_e n_i Z^2 \bar{g}_{ff} \quad (1.18)$$

### 1.3.2 Brillanza di bremsstrahlung e corpo nero

Si consideri l'equazione del trasporto radiativo per una nube in autoassorbimento, che esprime la brillantezza  $B(\nu)$  in funzione dello spessore ottico  $\tau(\nu) \equiv \mu(\nu)l$ , dove  $l$  è la dimensione della nube

$$B(\nu) = \frac{J_{br}(\nu)}{4\pi\mu(\nu)} (1 - e^{-\tau(\nu)}) = B_{BB}(\nu) (1 - e^{-\tau(\nu)}) \quad (1.19)$$

Considerando anche l'autoassorbimento si identificano allora 3 regimi per la brillantezza  $B(\nu)$ :

- $h\nu \gtrsim kT$ : l'autoassorbimento risulta trascurabile, e il cut-off esponenziale domina l'andamento della brillantezza:

$$B(\nu) \propto e^{-\frac{h\nu}{kT}} \quad (1.20)$$

◦  $h\nu \ll kT$ :

- $\tau(\nu) \ll 1 \implies$  *regime otticamente sottile*: Essendo nel regime di Rayleigh-Jeans:  $B(\nu, T) = B_{BB}(\nu, T)(1 - e^{-\tau(\nu)}) \propto T\nu^2\tau(\nu)$ , e, dato  $\tau \propto \mu$ , dove le dipendenze del coefficiente di assorbimento sono date dalla formula 1.18, allora:

$$B(\nu, T) \propto T\nu^2 T^{-\frac{3}{2}} \nu^{-2} \propto T^{-\frac{1}{2}} \nu^0 \quad (1.21)$$

Dunque la brillantezza non dipende dalla frequenza, e lo spettro si mostra piatto, coerentemente con il caso non autoassorbito.

- $\tau(\nu) \gg 1 \implies$  *regime otticamente spesso*: in questo caso la brillantezza sarà  $B(\nu, T) = B_{BB}(\nu, T)(1 - e^{-\tau(\nu)}) \sim B_{BB}(\nu, T)$ . Considerando allora il regime di Rayleigh-Jeans della legge di corpo nero:

$$B_{\nu, T} \propto T\nu^2 \quad (1.22)$$

Il regime otticamente spesso è dunque, come ci si aspetta, l'unico a mostrare differenze rispetto alla trattazione senza autoassorbimento. Si noti inoltre che, sebbene non esplicitata, permane una dipendenza dal fattore di Gaunt.

Nella formula 1.18 si può apprezzare che  $\mu \propto n^2$  (con  $n_e \approx n_i$ ). Ciò implica che in condizioni di densità particolarmente elevate tutta la regione di Rayleigh-Jeans può essere otticamente spessa. Nel caso in cui questo si verifichi, il plateau della brillantezza scompare e l'emissione risulta caratterizzata da un picco, che separa un regime in cui  $B(\nu) \propto \nu^2$  da uno in cui  $B(\nu) \propto e^{-\frac{h\nu}{kT}}$ . L'emissione diventa a tutti gli effetti un'emissione di corpo nero, grazie all'equilibrio termico che si instaura tra processi di assorbimento e di emissione.

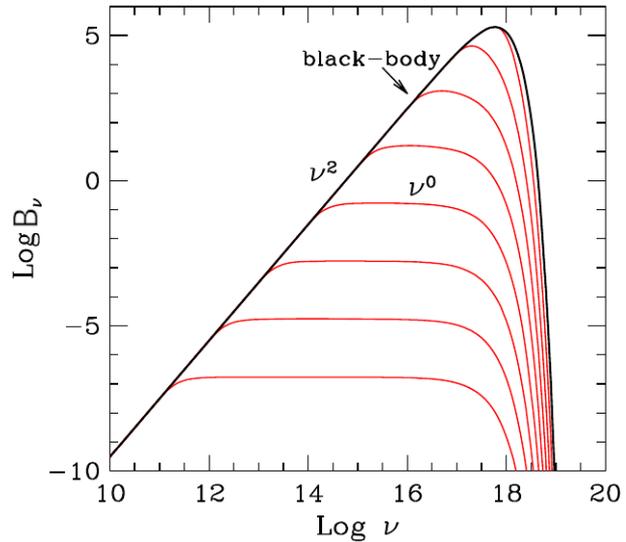


Figura 1.6: Andamento dello spettro di bremsstrahlung autoassorbita al variare dell'estensione della densità  $n_e$

### 1.3.3 Tempo di raffreddamento

È possibile definire, per un plasma che emetta per bremsstrahlung, un tempo caratteristico di raffreddamento come il rapporto tra la densità di energia termica contenuta nella nube ( $\frac{3}{2}nkT$ ) e l'emissività totale:

$$t_{cool,br} \equiv \frac{\epsilon}{J_{br}} = \frac{3/2(n_e + n_i)kT}{1.4 \times 10^{-27} n_e n_z Z^2 T^{1/2} g_{ff}} \quad (1.23)$$

Utilizzando ancora una volta  $n_e \sim n_i$  e  $Z \sim 1.3$  per un plasma astrofisico di idrogeno e elio, si ottiene:

$$t_{cool,br} \approx \frac{6 \times 10^3}{n_e g_{ff}} T^{1/2} \quad (1.24)$$

Dunque, a pari densità, una regione più calda impiegherà più tempo a raffreddarsi, mentre a pari temperature una densità più alta comporterà un  $t_{cool,br}$  inferiore.

## 1.4 Bremsstrahlung relativistica

Si noti che anche elettroni relativistici possono emettere per bremsstrahlung. In tal caso è necessario modificare opportunamente le formule. La 1.6 diventa infatti:

$$J_{br}(\nu, \nu) = \frac{32\pi e^6}{3c^3 m_e^2 \nu} n_e n_i Z(Z + 1.3) \ln\left(\frac{183}{Z^{1/3}}\right) \quad (1.25)$$

Nei casi di rilievo astrofisico, la distribuzione d'energia di una popolazione relativistica di particelle è generalmente rappresentata da una legge di potenza del tipo:

$$n(E) = n_0 E^{-\delta} \quad (1.26)$$

Considerando  $v \sim c$  e procedendo ad integrare la 1.25 sullo spettro delle energie, come già visto nel caso termico, è possibile ottenere l'emissività specifica come:

$$J_{br}(\nu) \propto \int_{h\nu}^{\infty} n_e(E) dE \sim \frac{E^{-\delta+1}}{1-\delta} \quad (1.27)$$

Ricordando la relazione  $E = h\nu$  si nota che  $J_{br}(\nu) \propto \nu^{-\delta+1}$ . Dunque anche l'emissività di bremsstrahlung è una legge di potenza, sebbene meno ripida rispetto a quella rappresentativa della distribuzione d'energia degli elettroni di un fattore uno. Si noti anche come non sia presente alcuna dipendenza dalla temperatura, essendo questo un concetto applicabile esclusivamente a plasmi all'equilibrio termico.

# Capitolo 2

## Applicazioni astrofisiche

### 2.1 Regioni HII

Le regioni HII sono fasi ionizzate dell'ISM che emettono per bremsstrahlung. Tali regioni sono localizzate attorno a stelle di tipo O o B in grado di emettere, data la loro elevata temperatura, radiazione fotoionizzante. Avendo tali stelle tempi di permanenza in main sequence dell'ordine del milione di anni, ed essendo i tempi di raffreddamento per bremsstrahlung delle regioni HII ancora più brevi, queste ultime sono allora traccianti di attività di formazione stellare. I valori tipici delle grandezze associate a tali regioni sono infatti  $n_e \sim 10^2$  e  $T \sim 10^4$ , che forniscono (dalla formula 1.24) tempi tipici di raffreddamento  $t_{cool,br} \sim 10^4$  anni. Ciò significa che se si osserva una regione HII, allora la sorgente di ionizzazione deve essere ancora attiva. Si può inoltre osservare dalla 1.14 che il cut-off corrisponde a  $\nu_{cut} \sim 10^{3-4}$ , nell'infrarosso, dunque la maggior parte dell'emissione per bremsstrahlung cade nel radio. Nell'ottico sono invece osservabili i processi di ricombinazione, dunque in riga.

L'estensione della sfera di gas ionizzato attorno ad una sorgente è parametrizzata dal raggio di Strömgren  $R_s \propto 3Q_\star^{1/3} n^{-2/3}$ , dove  $Q_\star$  è il rate di fotoni ionizzanti. Le dipendenze sono intuitivamente spiegabili: a parità di densità, una sorgente più intensa riuscirà a ionizzare zone più lontane, al contrario, a parità di sorgente, una densità maggiore del mezzo circostante ostacolerà la propagazione di fotoni ionizzanti e per tanto il valore di  $R_s$  risulterà essere inferiore.

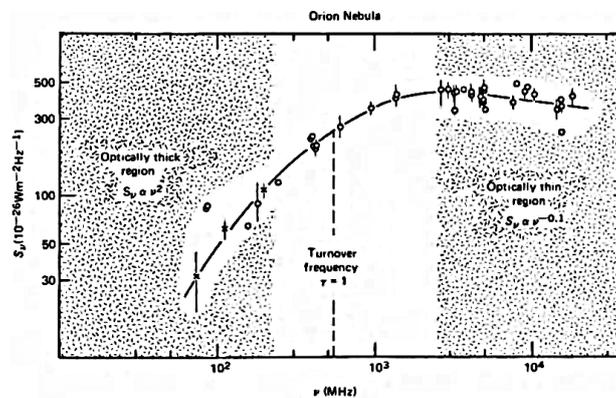


Figura 2.1: *Sinistra*: M42 vista da HST. *Destra*: spettro di bremsstrahlung di M42

Un'importante osservabile per lo studio di regioni che emettono per bremsstrahlung è la *misura di emissione*, definita come il quadrato della densità elettronica integrato sull'estensione della sorgente:

$$E.M = \int_{l_o} n_e^2 dl = \overline{n_e^2} l_o \quad (2.1)$$

dove  $\overline{n_e^2}$  indica il valore medio del quadrato di  $n_e^2$ . Dalla definizione di spessore ottico e l'espressione 1.18 del coefficiente di assorbimento risulta evidente che  $\tau \propto E.M$ . numericamente si ha:

$$\tau \approx 3.014 \times 10^{-2} \left(\frac{T}{K}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{\nu}{GHz}\right)^{-2} \left(\frac{E.M}{pc \text{ cm}^{-6}}\right) \bar{g}_{ff}(\nu, T) \quad (2.2)$$

Il fattore di Gaunt contiene a sua volta dipendenze da  $\nu$  e  $T$ , esplicitabili tramite approssimazione numerica, che trasformano la 2.2 nella 2.3

$$\tau \approx 3.28 \times 10^{-7} \left(\frac{T}{10^4 K}\right)^{-1.35} \left(\frac{\nu}{GHz}\right)^{-2.1} \left(\frac{E.M}{pc \text{ cm}^{-6}}\right) \quad (2.3)$$

Ricordando le considerazioni del paragrafo 1.3.2, si può notare che identificando la frequenza alla quale si ha la transizione tra il regime otticamente spesso e sottile (*frequenza di turnover*), per cui  $\tau \sim 1$  si può risalire alla misura di emissione, e pertanto alla densità numerica media della nube.

Si consideri l'esempio della Nebulosa di Orione (M47), tra le più note regioni HII all'interno della nostra galassia, con un'estensione di circa 7.3 pc. In figura 2.1 sono riportati lo spettro di emissione per bremsstrahlung e la regione a cui avviene il cambio di regime ottico. Assumendo una temperatura  $T = 10^4 K$  e utilizzando come frequenza di turnover  $\nu = 10^{2.5} MHz$  si ottiene:

$$n_e \sim \left[ \frac{1}{3.28 \times 10^{-7} \times 10^{1.05} \times 7.3} \right]^{\frac{1}{2}} = 1.9 \times 10^2 \text{ cm}^{-3} \quad (2.4)$$

Che risulta dunque essere coerente con le densità tipiche delle regioni HII.

## 2.2 Ammassi di galassie

Gli ammassi di galassie sono i sistemi gravitazionalmente legati più estesi e massicci presenti nell'universo. Hanno dimensioni dell'ordine del Mpc e contengono migliaia di galassie, sebbene la maggior parte della materia barionica sia contenuta nel *intracluster*

*medium* (ICM), l'alone di gas caldo e rarefatto responsabile dell'emissione X-ray per bremsstrahlung. La materia barionica tuttavia costituisce solo il  $\sim 16\%$  della massa totale, che risulta invece dominata dalla materia oscura (le masse tipiche dei cluster sono dell'ordine di  $10^{14-15} M_{\odot}$ ).

L'ICM emette negli X in virtù di temperature tipiche dell'ordine di  $10^7-8 K$ , che corrispondono ad un frequenza di cut-off dell'ordine del KeV. Essendo le densità tipiche  $n_e \sim 10^{-3} cm^{-3}$ , i tempi di raffreddamento sono dell'ordine di  $10^{10} yr$ , dunque paragonabili al tempo di Hubble. Questo implica che l'ICM, virtualmente, non si raffredda mai.

Se le osservazioni disponibili godono di buona risoluzione angolare, è possibile ricavare dagli spettri X i profili radiali di densità e di temperatura.

Assumendo simmetria sferica, la  $T$  su un anello è infatti ricavabile dalla 1.14, da cui poi, dal flusso misurato, con la 1.15 si può risalire al valore di  $n_e$  associato allo stesso guscio.

Tramite questo tipo di studi è emersa l'esistenza di ammassi i cui core sono più freddi rispetto all'ICM circostante (cool-core clusters), per via del fatto che al centro della buca di potenziale la densità è maggiore, e di conseguenza l'emissività di bremsstrahlung aumenta. Conseguentemente, i cool-core clusters mostreranno una spike nelle regioni centrali del profilo di brillantezza superficiale, che non sarà invece presente nei non-cool-core clusters, come mostrato in figura 2.3.

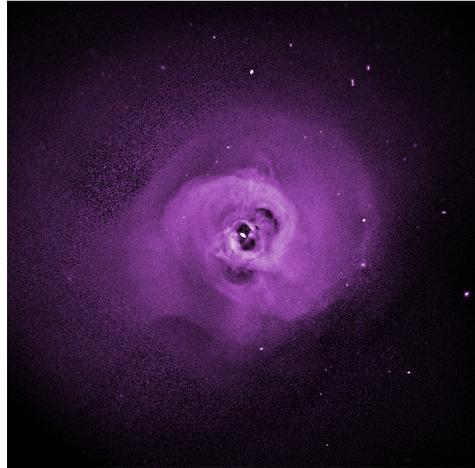


Figura 2.2: Ammasso di Perseo visto da *Chandra X-Ray Observatory*

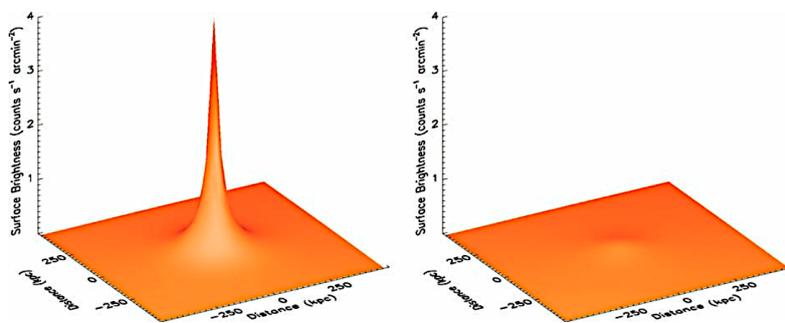


Figura 2.3: *Sinistra*: Brillantezza superficiale del cool-core cluster Abel 2029. *Destra*: Brillantezza superficiale del non-cool-core cluster Abel 2319.

## 2.3 Astronomia ai raggi gamma

Il processo di bremsstrahlung risulta fondamentale nella rilevazione di raggi- $\gamma$  da terra. Fotoni con energie  $> 30$  GeV, infatti, interagendo con il campo coulombiano presente nell'atmosfera, producono una coppia elettrone-positrone, i quali a loro volta, per la presenza dello stesso campo, emettono ciascuno un nuovo fotone per bremsstrahlung. Il processo poi si ripete a catena, sviluppando una *cascata elettromagnetica*, illustrata schematicamente in figura 2.4

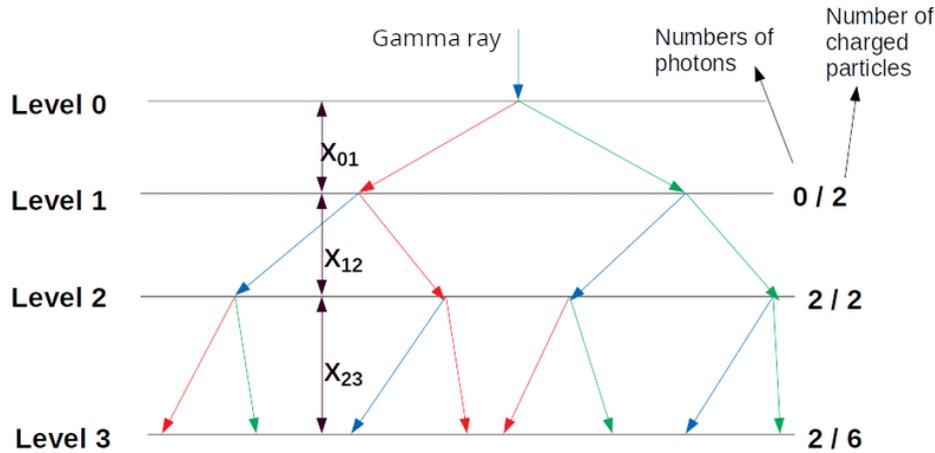


Figura 2.4: Schematizzazione dello sviluppo di una cascata elettromagnetica

Date le alte energie dei raggi in questione, le particelle generate nella cascata si muoveranno a velocità ultrarelativistiche, maggiori della velocità della luce nel mezzo attraversato (l'atmosfera), con conseguente emissione di radiazione Cherenkov<sup>1</sup>.

La cascata elettromagnetica non si espande all'infinito: dato che l'energia del fotone iniziale viene suddivisa tra le particelle generate, si arriverà ad un punto (*shower max*) in cui le energie saranno dell'ordine dell'energia critica  $E_c \sim 0.1$  GeV, valore per il quale le perdite per ionizzazione risultano dominanti rispetto a quelle per bremsstrahlung, e di conseguenza si assisterà ad un arresto del processo di espansione della cascata.

Il numero di particelle prodotte allo shower max da un fotone primario di energia  $E_0$  è circa

$$N_{s.m} = \frac{E_0}{E_c} \quad (2.5)$$

Essendo il numero di fotoni Cherenkov legato al numero di particelle cariche secondarie prodotte, e dunque all'energia iniziale del raggio- $\gamma$ , è possibile tramite sistemi IACT (Imaging Atmospheric Cherenkov Telescope) ricostruire l'energia del fotone primario e la sua direzione di provenienza.

<sup>1</sup>La radiazione Cherenkov è un'emissione generata dal moto superluminale di una carica elettrica in un mezzo costituito da molecole polarizzate. Per ulteriori dettagli si veda la risorsa [4].

# Bibliografia

- [1] Roberto Fanti e Carla Fanti. *Una finestra sull'Universo Invisibile - Lezioni di radioastronomia*. Dispense. 2012.
- [2] Gabriele Ghisellini. *Radiative Processes in High Energy Astrophysics*. Springer International Publishing, 2013.
- [3] Emilio Ceccotti. *Processi di radiazione e MHD*. Appunti. 2017.
- [4] George B. Rybicki e Alan P. Lightman. *Radiative processes in astrophysics*. Wiley, 1979.
- [5] Daniele Dallacasa. *Processi di radiazione e MHD*. Dispense.
- [6] Malcolm Longair. *High energy astrophysics*. Cambridge University Press, 2011.
- [7] James J. Condon e Scott M. Ransom. *Essential Radio Astronomy*. 2018. URL: <https://www.cv.nrao.edu/~sransom/web/xxx.html>.
- [8] Andrea Cimatti, Filippo Fraternali e Carlo Nipoti. *Introduction to galaxy formation and evolution : from primordial gas to present-day galaxies*. Cambridge University Press, 2020.
- [9] Gerrit L. Verschuur e Kenneth I. Kellermann. *Galactic and Extragalactic Radio Astronomy*. Springer New York, 1988.
- [10] *Hubble Space Telescope*. URL: <https://www.spacetelescope.org/>.
- [11] *Chandra X-ray Observatory*. URL: <https://chandra.harvard.edu/>.
- [12] E. T. Million e S. W. Allen. “Chandra measurements of non-thermal-like X-ray emission from massive, merging, radio halo clusters”. In: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 399.3 (ott. 2009), pp. 1307–1327.
- [13] S.N. Ekoume et al. “A mini-imaging air Cherenkov Telescope”. In: *Journal of Instrumentation* 15.04 (apr. 2020).