Alma Mater Studiorum · Università di Bologna

SCUOLA DI SCIENZE
Corso di Laurea in Matematica

Donne nella matematica. Sophie Germain e la lotta contro i pregiudizi e l'invisibilità.

Relatore:
Chiar.mo Prof.
André Georges Martinez

Correlatrice:
Chiar.ma Prof.ssa
Rossana Tazzioli

Presentata da:
Arianna Munari

Sessione Unica
Anno Accademico 2019/2020

Per quelli che non si sentono mai all'altezza

Indice

Introduzione

Alla base di questo studio vi è l'analisi del ruolo della donna nella storia della matematica compiuto attraverso la presentazione delle carriere di alcune delle più importanti matematiche dei secoli precedenti (come Ipazia d'Alessandria, Émilié du Châtelet, Maria Gaetana Agnesi, Sofja Kovalevskaya ed Emmy Noether) scelte come rappresentati di ciascun periodo storico preso in analisi. In questo modo si è cercato di far emergere le difficoltà interpersonali ma soprattutto lavorative che queste scienziate hanno dovuto affrontare proprio per il fatto di essere donne. In particolare, si pone l'attenzione sulla vita e le vicissitudini di Sophie Germain, matematica francese vissuta alla fine del XVIII secolo durante lo scoppio della rivoluzione, e sulle sue ricerche di teoria dell'elasticità.
Le motivazioni che mi hanno spinto ad approfondire tale tema hanno una duplice natura. La parziale assenza di figure femminili nella letteratura che ha accompagnato il mio percorso universitario ha suscitato un particolare interesse nei confronti dei pochi nomi che invece vi comparivano. Questo mi ha invogliato ad approfondire la conoscenza di queste biografie, facendo emergere che ogni figura femminile che era riuscita ad imprimere il suo nome in un libro di testo di matematica aveva dovuto lottare contro pregiudizi, discriminazioni ed ingiustizie o affiancarsi una figura maschile che le donasse credibilità e prestigio. A tante altre studiose, che invece meritavano di essere citate nei libri di testo per le loro scoperte e teorie, è invece stato destinato l'oblio.
Dopo essermi documentata sugli studi già condotti riguardo questo tema e continuando la scoperta di biografie di scienziate e matematiche, ho potuto delineare un profilo storico del ruolo della donna nella matematica dal medioevo fino ai nostri giorni valutandone la progressiva evoluzione e comprendendo le cause di questo lento e complicato percorso di inserimento nella società scientifica.
L'obiettivo di questa tesi è quello di fornire un'analisi accurata delle difficoltà di carattere sociale e culturale che le esponenti matematiche hanno dovuto combattere e subire in relazione al loro contesto storico mettendo in evidenza come queste difficoltà siano andate a modificarsi nel corso della storia, evolvendosi in analogia coi movimenti culturali e politici, ma senza mai del tutto scomparire.
I vari profili introdotti e le diverse epoche discusse in questo lavoro lasciano intuire la complessità e la molteplicità dei fattori coinvolti nell'integrazione delle donne nelle istituzioni e nel riconoscimento delle loro ricerche in ambito matematico.
L'approccio a questa ricerca non vuole essere di tipo femminista poiché la storia insegna che per entrambi i sessi le relazioni sociali, istituzionali e l'orientamento politico giocano un ruolo fondamentale nella produzione scientifica e nell'ingresso alle istituzioni accademiche. Dunque è bene ricordarsi che i fattori da considerare non sono solamente limitati al genere ma possono essere di carattere sociale, politico, disciplinare e religioso.

Questa varietà di incognite sarà possibile riscontrarla nelle carriere che vengono definite in questo lavoro. L'elaborato, in questo modo, mira a discutere le problematiche di essere un matematico in una società che disprezza e rifiuta nuove teorie e rotture epistemologiche ma soprattutto dell'esser donna in un contesto conservatore e di dominio prettamente maschile.
La tesi è articolata in due capitoli: nel primo viene fornita un'analisi generale di ciascun periodo storico soffermandosi di volta in volta sulle biografie delle matematiche che lo hanno caratterizzato, nel secondo, invece, viene presentata e analizzata la vita di Sophie Germain e le sue opere sul primo teorema di Fermat e sulla teoria matematica dell'elasticità.
Per ulteriori approfondimenti e dettagli, che vengono omessi per necessità di sintesi, si rimanda il lettore agli articoli e alle opere in bibliografia.

Elenco delle figure

Capitolo 1

L'evoluzione del ruolo femminile nell'ambito matematico/scientifico.

1.1 Dall'antichità al Medioevo

Il periodo antico non ha lasciato in eredità molti profili femminili riguardanti l'ambito matematico. La prima e probabilmente unica testimonianza dell'antichità, di cui ancora oggi si hanno dei riscontri, è Ipazia di Alessandria. Vissuta tra la metà del IV e l'inizio del V secolo, era figlia di Teone di Alessandria, filosofo e matematico considerato uno degli uomini più colti della città. Le notizie sulla sua vita sono scarse e spesso confuse, risulta quindi molto curioso che di Ipazia sia stata tramandata la bellezza. Grazie al padre riuscì ad assicurarsi una considerevole istruzione presso la biblioteca di Alessandria, sviluppando conoscenze approfondite in geometria, astronomia e matematica. Distaccandosi dalle orme di Teone si dedicò anche alla filosofia relativa a pensatori come Platone, Plotino e Aristotele. Si pensa che Ipazia non abbia intrapreso ricerche matematiche originali, quello che è certo è che affiancò il padre nel lavoro per la produzione di una versione de "Gli elementi di Euclide" che divenne la base per tutte le edizioni successive. Lavorò inoltre ad un commento di otto volumi a "Le coniche" di Apollonio di Pergamo che riguardava l'analisi matematica delle sezioni del cono tagliato da un piano. Questo lavoro fu la base dello sviluppo delle idee di iperbole, parabola ed ellissi ed attraverso Ipazia, questi concetti furono resi più semplici da comprendere, facendo si che l'opera sopravvivesse nei secoli.
Già alla fine del IV secolo Ipazia succedette al padre nell'insegnamento presso il museo di Alessandria d'Egitto, a quel tempo considerato la più importante istituzione culturale esistente, e nel 400 assunse la direzione della scuola neoplatonica di Alessandria.
Le sue principali qualità furono la generosità e la dedizione con le quali tramandò pubblicamente il sapere, preoccupandosi che le conoscenze fossero accessibili a tutti. Non per altro, Filostorgio, storico della Chiesa contemporaneo di Ipazia, attribuì a lei il merito di aver "introdotto molti alle scienze matematiche". L'impegno nella divulgazione del sapere matematico, astronomico e filosofico le permise di diventare un'autorità vera e propria, riuscendo ad ottenere un peso politico e culturale nello scenario di un'epoca dove le donne non avevano alcuna possibilità di distinguersi.

In nome della crescente religione cristiana, la cui espressione sfociava spesso in fanatismo e ripudio della scienza, Ipazia venne uccisa nel 415, probabilmente lapidata da una folla di cristiani. Questa morte dai motivi religiosi ricorda che è bene non limitarsi ad un approccio di genere all'analisi del ruolo di uno scienziato nella società e a tal proposito, lo storico francese Bertrand Lançon (1952), specialista della tarda antichità, ci ricorda che [6]: "Ipazia non è stata uccisa perché donna, né perché donna di scienza" ma piuttosto perché si opponeva con resistenza a quello che era il nuovo ordine dell'Impero Romano d'Oriente che si era convertito al Cristianesimo.
L'affermazione del Cristianesimo, però, poneva ancora di più la donna in una posizione di subordinazione nella società e di sottomissione all'uomo. In riferimento alle Sacre Scritture ed in particolare al libro della Genesi, si tramanda che la donna fosse nata dalla costola dell'uomo affinché quest'ultimo non fosse "solo nel mondo". Lo scopo della donna era quindi semplicemente quello di obbedire. Questa interpretazione favoriva l'idea che alla donna, vista esclusivamente come sposa, spettasse di occuparsi solo della sfera privata, mentre all'uomo competevano lo studio, il lavoro e la sfera pubblica.
Questa discriminazione proseguì durante tutto il Medioevo ed impedì alle donne di affermarsi in campo scientifico salvo pochissime eccezioni riscontrabili soprattutto nei più alti ranghi della società. In questi ambiti privilegiati, infatti, alcune donne furono educate su un piano paritario rispetto agli uomini ma non sono stati tramandati e non sono conosciuti nomi di matematiche medievali.
Questa mancanza di rappresentanti matematiche potrebbe avere come causa il fatto che le uniche donne che potevano permettersi un'istruzione erano quelle provenienti da famiglie di elevatissimo ceto sociale e quelle che si dedicavano alla vita monacale. Proprio per questo, le sole donne di spicco di questo periodo sono in particolare umaniste, pittrici e poetesse e molto raramente scienziate. Le attitudini artistiche e letterarie potevano infatti emergere anche senza una specifica preparazione, mentre le scienze, ed in particolare la matematica e la fisica, richiedevano studi ed una preparazione di base, senza le quali risultava impossibile progredire.

1.2 Dalla rivoluzione scientifica al XVIII secolo

Dal XVI secolo, grazie alla rivoluzione scientifica, si ebbe una vera e propria "matematizzazione della natura": rispetto alla cultura medievale in cui la matematica aveva il ruolo meramente ipotetico di fornire gli strumenti per facilitare i calcoli e prevedere i fenomeni, dopo la rivoluzione scientifica, la matematica assunse il compito più realistico di rivelare e descrivere la natura delle cose.
Il ruolo della donna nella società però non subì alcun cambiamento. Persino alcune brillanti menti tra cui Kant (1724-1804) e J.J. Rousseau (1712-1778), pur non essendo matematici, promuovevano il pregiudizio che le donne non fossero plasmate e adatte allo studio di questa disciplina.
Kant sosteneva che [2]:

> "... ogni conoscenza astratta, ogni conoscenza che sia essenziale, si avverte, deve essere lasciata alla mente solida e laboriosa dell'uomo. Per questa ragione, le donne non sapranno mai la Geometria."

Allo stesso modo Rousseau pensava [2]:

> "V'è la concezione della matematica che non ha nulla di frivolo e volubile, caratteristiche che appaiono più chiaramente collegate ad aspetti femminili, e così per una fanciulla, ma anche per una donna, non deve affatto ritenersi naturale ed adeguato lo studio della Matematica."

Nel corso del XVIII secolo si sviluppò l'Illuminismo, un movimento culturale fondato sul ragionamento, la tolleranza e la libertà di giudizio che progredì di pari passo con la rivoluzione scientifica nei paesi Europei come l'Inghilterra, l'Italia e la Francia. Ebbero enorme rilievo Isaac Newton (1642-1726) con la legge di gravitazione universale poi Keplero, Leibniz e ancora Cartesio, Pascal, Torricelli e Boyle. É significativo che non compaiano tra i maggiori esponenti di questo movimento figure femminili, ma durante questo periodo di rivoluzione non mancano esempi di donne alfabetizzate che riuscirono ad emergere con la loro intelligenza, assumendo un ruolo di rilievo nella società intellettuale. Queste figure sopravvissute all'oblio sono riuscite a farsi spazio tra i pregiudizi, la mancanza di libertà di accesso agli studi e la millenaria tradizione filosofica e scientifica che considerava le donne incapaci di pensiero oggettivo, poiché dominate da una realtà corporea invadente, e di conseguenza più emotive che razionali.
Tra queste Gabrielle Émilie Le Tonnelier de Breteuil, conosciuta come Émilie du Châtelet (1706-1749), nata a Parigi in una famiglia di elevatissimo ceto sociale fu la prima vera scienziata francese. La sua figura e il suo impegno lavorativo furono fondamentali nel rendere il paradigma newtoniano parte integrante dell'Illuminismo francese. Il suo nome viene ricordato dai posteri principalmente per la passionale relazione amorosa con Voltaire (1694-1778). Un'altra importantissima matematica del periodo è certamente Maria Gaetana Agnesi (1718-1799). Nata a Milano in una famiglia abbiente che da alcune generazioni si era arricchita grazie al commercio della seta ed ambiva a entrare a far parte della società aristocratica, Gaetana fu dunque introdotta dal padre allo studio di diverse discipline tra cui la matematica e la fisica, oltre che a diverse lingue, affinché diventasse, con la sua cultura, il collegamento con la società benestante. Grazie alla ricca istruzione che gli era stata impartita e alla sua intelligenza, Gaetana ricevette nel corso della sua brillante carriera scientifica numerose onorificenze soprattutto per i lavori di traduzione dal latino all'italiano di alcune opere matematiche e scientifiche che unificarono le diverse espressioni di alcuni argomenti.
La vita di Agnesi dopo la morte del padre subì un cambiamento radicale. Gaetana decise di dedicarsi a quella che era la sua reale vocazione: la religione. Questo cambio di direzione mostra perfettamente quella che era la situazione ed il ruolo delle donne nella società: mogli e figlie, erano totalmente dipendenti e obbedienti alle volontà dell'uomo che le affiancava.
Nei paragrafi successivi viene analizzata più approfonditamente la vita di queste due donne che sono state scelte come rappresentanti del loro periodo storico: la prima, Émilie, importante esponente dell'Illuminismo francese e la seconda, Gaetana, del periodo subito successivo.

1.2.1 Émilie du Châtelet

Émilie du Châtelet, nacque a Parigi in una famiglia di altissimo ceto sociale. Il padre aveva incarichi di grande prestigio alla corte del Re Sole, Luigi XIV, dunque fu sin da giovanissima introdotta alla corte di Versailles e stimolata a sviluppare interessi sia linguistici che scientifici, all'epoca riservati esclusivamente ai figli maschi. Émilie infatti approfittò dell'istruzione che veniva impartita ai fratelli per assimilare conoscenze in matematica, fisica e filosofia. La sua personalità eclettica la spinse ad

interessarsi anche al teatro, alla musica, alla danza e alla scrittura. La sua sete di conoscenza veniva alimentata con la partecipazione ad eventi mondani e la frequentazione dei Caffè parigini, luogo di riunione dei maggiori intellettuali europei a cui partecipavano illustri studiosi, in particolare legati alle teorie newtoniane. L'accesso a questi salotti non era consentito alle donne ma Émilie riuscì ad accedervi attraverso l'utilizzo di abiti maschili, fingendosi un ragazzo.
A 19 anni Émilie sposò il marchese Claude du Châtelet in un matrimonio dettato da ragioni sociali e politiche piuttosto che sentimentali. Questi matrimoni di convenienza erano piuttosto usuali nel passato poiché garantivano alla sposa di ottenere privilegi e libertà di cui altrimenti non avrebbe goduto. Spesso venivano organizzati dalla famiglia di provenienza della donna che desiderava assicurarsi che la giovane conducesse una vita adatta al ceto sociale.

Figura 1.1: É. du Châtelet

La lontananza del marito da casa per impegni militari e la personalità dai tratti frivoli condussero Émilie a iniziare diverse relazioni extraconiugali, la più famosa di tutte proprio quella con Voltaire. Questa relazione amorosa e intellettuale non venne mai nascosta all'opinione pubblica tanto che, quando Voltaire fece ritorno dal suo esilio in Inghilterra, i due si trasferirono ufficialmente nel Castello di Cirey, di proprietà del marito di Émilie. I due erano uniti da una forte stima a livello intellettuale, lo stesso Voltaire nella prefazione del libro "I Newton. Principes mathématiques de la philosophie naturelle" scrive di Châtelet che [24]

> "Nessuna donna è mai stata più istruita di quanto lei non fosse, eppure nessuno meritava meno di lei di essere chiamata saccente. Ha sempre parlato di scienza solo a coloro da cui pensava di poter imparare; non ne ha mai discusso per attirare l'attenzione su se stessa. [...] Per molto tempo si è mossa nei cerchi che non hanno riconosciuto il suo valore e non ha prestato attenzione a tale ignoranza. [...] L'ho vista, un giorno, dividere un numero a nove cifre per altre nove, nella sua testa, senza alcun aiuto, in presenza di un matematico incapace di starle dietro."

Voltaire spinse Émilie ad approfondire sempre più gli studi scientifici e lei lo introdusse ai principi della fisica di Newton: i due condividevano la convinzione che per capire il mondo bisognasse applicare il ragionamento alle prove scientifiche ed erano anche fermamente convinti della verità della visione del mondo di Newton che a quel tempo era impopolare in Francia. Nel 1737 Émilie pubblicò la traduzione in francese de gli "Elementi della filosofia" di Newton e l'opera recava nella prefazione il nome di Voltaire come coautore, ma l'apporto teorico determinante fu sicuramente di Châtelet. Il suo importantissimo lavoro di commento e traduzione dell'opera "Philosophiae naturalis principia mathematica" di Newton (nel quale completò alcune ipotesi avanzate da Newton e aggiunse alcune correzioni nei calcoli), permise alle teorie newtoniane di essere accessibili ad un pubblico molto più vasto, toccando anche quelle persone che non avevano una conoscenza scientifica di alto livello.
Questa scienziata, come tante altre figure dell'epoca, non riscontra nei posteri la fama che merita. Nell'articolo, "L'Engouement des Femmes pour les Sciences au XVIIIe Siécle" del 1991 [19] Jeanne Peiffer, storica della matematica, spiega come questa mancanza di riconoscimento fosse un problema

ricorrente in ambito scientifico. Le donne che riuscirono a sfuggire all'oblio totale sono rare, proprio perché la comunità scientifica, di dominio prettamente maschile, tendeva ad occultare queste personalità inglobando sotto nomi maschili teorie e lavori che in realtà erano da attribuire a delle donne. Questo comportamento generale era totalmente in contrasto con i principi su cui si fondava il movimento ispirato dai "lumi della ragione".
Émilie, dopo aver concluso la relazione con Voltaire, morì prematuramente di parto all'età di 43 anni.

1.2.2 Maria Gaetana Agnesi

Maria Gaetana Agnesi nacque a Milano in una famiglia abbiente. Il padre, Pietro Agnesi, cercò di sfruttare le incredibili potenzialità della sua primogenita per entrare a far parte dell'aristocrazia dell'epoca.

Figura 1.2: M. G. Agnesi

Maria fu quindi introdotta allo studio di diverse lingue e già in tenera età conosceva il greco, il latino e l'ebraico alle quali si aggiunsero successivamente tedesco e spagnolo. Pietro aveva visto nelle potenzialità di Maria la chiave che avrebbe avvicinato la sua famiglia all'aristocrazia, dunque esibiva sua figlia nei salotti dove si svolgeva attività culturale, molto in voga in quell'epoca. La loro casa era costantemente frequentata da intellettuali e scienziati le cui trattazioni incuriosirono Maria a tal punto da spingerla a voler imparare la matematica e la fisica. Senza un'istruzione adeguata però, queste materie, così astratte, risultavano molto difficili da apprendere, ma grazie in particolare all'aiuto di un monaco che frequentava la casa , Ramiro Rampinelli (1697-1759), Maria fu in grado di ottenere ottimi risultati.
Rampinelli fu un matematico che insegnò all'università di Roma, di Bologna e di Milano. Nel corso della sua carriera conobbe e incoraggiò Maria a scrivere un libro sul calcolo differenziale in lingua italiana: "Istituzioni analitiche ad uso della gioventù italiana". Il libro, composto di due volumi, non conteneva matematica originale di produzione di Agnesi, ma piuttosto si occupava di illustrare e raccogliere, con molti esempi accuratamente selezionati, le idee della teoria sull'analisi e sul calcolo infinitesimale, al fine di rendere questi argomenti più comprensibili ai giovani italiani a cui era dedicato. Il secondo volume di questo scritto fu dichiarato "il più completo e il migliore fatto in questo campo" dai commissari dell'Accademia delle Scienze di Parigi incaricati di esaminarlo. La semplicità che caratterizza quest'opera ne assicurò la diffusione su larga scala, tanto che nel 1775 venne pubblicata una traduzione in lingua francese.
Nella prefazione di questo libro Maria Gaetana spiega che il lavoro cercava di essere più chiaro possibile al fine di riordinare e riunire le conoscenze dell'epoca, per aiutare i lettori nella comprensione di queste teorie così complesse. Questo obiettivo "generoso" rispecchiava le caratteristiche della personalità di Gaetana, da sempre incline alla beneficenza e alla carità. Nella prefazione, viene ringraziato Rampinelli al quale Gaetana attribuisce il merito di tutte le sue conoscenze.
Agnesi agì sempre in totale obbedienza nei confronti delle volontà del padre anche a causa del

suo carattere riservato e a tratti passivo. Truesdell (1919-2000), matematico e storico della scienza, scrisse nella sua opera su Agnesi (p.123) [23] che lei

> "aveva chiesto il permesso a suo padre di diventare suora. Lui inorridito dal fatto che il suo figlio più caro desiderasse lasciarlo, la pregò di cambiare idea. Lei accettò di continuare a vivere nella sua casa e di prendersi cura di lui con tre condizioni: che potesse andare in chiesa ogni volta che lei lo desiderasse, che si potesse vestire in modo semplice e umile, e che potesse abbandonare del tutto balli, teatri e divertimenti profani".

Nella pubblicazione "Istituzioni analitiche ad uso della gioventù italiana" viene presentata quella che ancora oggi è conosciuta come "Versiera di Agnesi", una curva di terzo grado. Questa cubica è conosciuta erroneamente anche come "Strega di Agnesi" probabilmente per un errore di traduzione in inglese o forse per i pregiudizi che collegavano le donne matematiche alle streghe (Michéle Audin, Remembering Sofya Kovalevskaya, p.182 [3]).
"Istituzioni analitiche ad uso della gioventù italiana" godette di larga fama e Gaetana ricevette plausi e numerose onorificenze da tutta Europa. La più importante tra tutte fu quella di Papa Benedetto XIV che in un invito ufficiale le offriva la cattedra all’Università di Bologna poiché la sua figura avrebbe dato credito all’Italia e all’Accademia. Non è chiaro se Gaetana accettò o respinse questa offerta ma quello che è certo è che dopo la morte del padre dedicò tutta la sua vita e le sue cospicue finanze in questo lavoro di beneficenza e aiuto dei più deboli: rese casa Agnesi un rifugio per donne anziane e malati, divenne prima suora e poi infermiera e morì in totale povertà nella casa di cui era stata la direttrice.

1.3 Dal XVIII secolo all’età moderna.

La matematica, così come tutte le scienze astratte, nel XVIII secolo era ancora prettamente di dominio maschile. Tutte le biografie di questo periodo che riguardano le donne matematiche classificano la scienziata come una eccezionalità. Viene così ad identificarsi una figura di matematica "mostruosa" [5], termine utilizzato nell’etimologia del suo significato ossia per indicare un individuo fuori dalla norma, non conforme alla sua specie, sia in senso positivo che in senso negativo.
La femminilità e persino l’umanità delle donne matematiche veniva messa in discussione dagli oppositori e talvolta anche dai sostenitori delle scienziate. Era ancora diffusa la credenza che la matematica potesse compromettere la salute e l’integrità fisica delle donne, i cui tratti fisiologici rendevano incapace il corpo femminile allo studio delle scienze astratte. La pratica della matematica era quindi considerata innaturale per le donne, a tal punto che molti credevano potesse avere delle vere e proprie ripercussioni psicofisiche quali disturbi comportamentali o persino secchezza degli organi.
Un esempio dell’utilizzo della caratterizzazione "mostruosa" delle matematiche si riscontra nel profilo di Sophie Germain (1776-1831). Essa veniva ed è tutt’ora considerata dai contemporanei come un essere irraggiungibile e ineguagliabile.
Questa identificazione della donna matematica, implicitamente trasmetteva alla comunità femminile che questa meravigliosa disciplina e tutti gli ambiti ad essa annessi fossero fuori dalla portata di una donna "comune" che volesse impegnarsi nello studio di questa scienza. Germain cercò di distaccarsi da quelle che erano le canoniche rappresentazioni femminili delle scienziate riuscendo

brillantemente, ma non senza difficoltà, a farsi spazio nell'ambito del sapere matematico. La vita ed i lavori di questa donna verranno presentati più approfonditamente nel Capitolo 2.
Un'altra donna "mostro" fu certamente Sofja Kovalevskaya (1850-1891), la prima matematica e filosofa russa, nonché la prima donna ad ottenere un dottorato in matematica (1874). La sua vita fu una continua lotta per la conquista del privilegio di accedere e affermarsi nello studio e nell'insegnamento, che le venne negati in quanto donna. Le vicissitudini legate al suo sesso meritano un approfondimento individuale che viene rimandato al paragrafo a lei dedicato 1.3.1.
L'ideologia di genere, oltre a ripercuotersi nell'organizzazione familiare, ebbe conseguenze anche in tutta la struttura sociale del mondo Occidentale. Le donne iniziarono ad avere accesso ai luoghi dove si creava il sapere scientifico, accademie e università, solo dal XIX secolo ed è importante prendere consapevolezza del fatto che escludendo le donne dai luoghi del conoscere si contribuì a modellare non solo le istituzioni, ma la natura, la completezza e la ricchezza del sapere stesso: più persone, dunque più menti, possono produrre molto più velocemente e approfonditamente.

1.3.1 Sofja Kovalevskaya.

Sofja Kovalevskaya nacque in una famiglia facente parte della nobiltà russa. Suo zio, Pyotr Vasilievich Krukovsky, amante della matematica, la introdusse a questa scienza che suscitò in lei immensa curiosità ed ammirazione. Sofja nel suo libro autobiografico "Memorie d'Infanzia" [14], scrisse :

Figura 1.3: Sofja K.

> Fu proprio da lui, per esempio, che sentii per la prima volta parlare della quadratura del cerchio e dell'asintoto a cui una curva si avvicina costantemente senza mai raggiungerlo, e di molti altri problemi di natura simile. Naturalmente non riuscivo ad afferrare il significato di questi concetti, ma essi agirono sulla mia immaginazione, instillando in me un sentimento reverenziale per la matematica, una scienza misteriosa ed eccelsa che spalanca ai suoi adepti un mondo nuovo di meraviglie inaccessibili ai comuni mortali.

Iniziò lo studio dell'aritmetica con il precettore di famiglia. Il padre non era propenso ad incoraggiare le tendenze intellettuali e matematiche della figlia, che secondo i suoi progetti sarebbe dovuta diventare una classica signorina di buona famiglia. Incoraggiata da un vicino di casa, professore di fisica, che aveva visto in lei delle ottime capacità, Sofja si oppose alla volontà del padre e decise di trasferirsi in Germania per intraprendere gli studi universitari di matematica. Per uscire dalla Russia, dove le donne non potevano iscriversi all'università, era necessario un passaporto. Le donne non avevano diritto ad un loro documento ma potevano solamente essere segnate su quello del padre o del marito. Il padre si rifiutò, ma Sofja si servì di quello che all'epoca era chiamato "matrimonio fittizio" o "matrimonio bianco" (Michéle Audin, Remembering Sofya Kovalevkaya, p.39 [3]) per raggiungere il suo obiettivo. Questo matrimonio era un escamotage per permettere ad un gruppetto di ragazze (sorelle e amiche) di ottenere il permesso paterno di uscire dalla Russia, appoggiandosi alla rispettabilità della coppia sposata. Sofja sposò Vladimir Onufievic Kovalevskj e questo permise a

lei e a sua sorella Anjuta di partire alla volta di Heidelberg.
Presso l'università della città, Sofja riuscì, grazie alla sua caparbietà, ad ottenere la possibilità di frequentare le lezioni anche se in modo non ufficiale, assicurandosi il permesso da ciascuno dei suoi docenti. Studiò matematica e fisica per due anni dopodiché la presenza del professor Karl Weierstrass (1815-1897), nonché maggior matematico tedesco ed europeo, alimentò in Sofja il desiderio di trasferirsi a Berlino dove al contrario di Heidelberg non le fu concesso di studiare in quanto donna. A Berlino infatti, le donne non avevano nemmeno la possibilità di accedere ai locali dell'università e nonostante gli sforzi di Weierstrass e di alcuni suoi colleghi di Heidelberg, non riuscì mai ad ottenere l'abilitazione per frequentare i corsi dell'università. Paradossalmente questo fu per lei un vantaggio, in quanto Weierstrass, riconoscendo in lei enormi potenzialità, decise di istruirla privatamente.
Il rapporto privilegiato che instaurò con Weierstrass durò per tutta la vita di lei e suscitò invidie e gelosie tra i contemporanei, tanto che venne messo in discussione il loro rapporto di professore ed alunna. Kovalevskaya sotto la supervisione del suo mentore completò tre documenti che trattavano l'esistenza della soluzione analitica del problema di Cauchy per i sistemi di equazioni differenziali alle derivate parziali, il problema di Laplace riguardante l'equilibrio degli anelli di Saturno e la riduzione di alcune classi di integrali abeliani del terzo rango a integrali ellittici.
Questi tre lavori costituirono la sua tesi che fu difesa a Gottinga poiché il suo professore, Weierstrass, sapeva bene che questa università era più "liberale" di quella di Berlino. Così nel 1874 e "in absentia" (ossia senza la presenza del laureando) le fu conferito il dottorato. La difesa della tesi "in absentia", così come la presentazione del triplo del materiale dei suoi colleghi, erano proprio dovuti al fatto che fosse una donna.
Un'altra curiosa parentesi che interessa la vita di Sofja riguarda il caso del teorema oggi conosciuto come Teorema di Cauchy-Kovalevskaya che aveva presentato in uno dei tre lavori della sua tesi. Questo teorema riguarda l'esistenza delle soluzioni di un sistema di m equazioni differenziali in n dimensioni quando i coefficienti sono funzioni analitiche e fu conosciuto per diversi anni come teorema di Cauchy-Kovalevski, con la desinenza russa del suo cognome declinata al maschile. Sofja stessa era solita firmare i suoi lavori con lo pseudonimo di Sonya Kovalevsky. Questo ancora una volta sottolinea come le donne non godessero di libertà e credibilità nella società scientifica.
Dopo la laurea, nell'autunno del 1874, Sofja e Vladimir tornarono in Russia, a San Pietroburgo, dove lei si rifiutò di insegnare matematica elementare per non lasciare che la sua laurea venisse svalutata.
Si ritrovò così a vivere come una signora della buona società, secondo quelle che erano le iniziali aspettative del padre.
Sofja riguardo alla situazione vissuta in Russia scrisse in "Memorie d'Infanzia" [14]:

> "Varie e particolari circostanze contribuirono a distogliermi da un serio lavoro scientifico: la società stessa e quelle condizioni sotto le quali si è costretti a vivere."

Nel 1881 Kovalevskaya lasciò la Russia ed il marito, in seguito a problemi economici e coniugali, e tornò in Europa, frequentando soprattutto Parigi e Berlino dove strinse contatti con i migliori matematici.
Nel 1883, Sofja apprese la notizia del suicidio del marito e, nonostante l'immenso dolore che la colpì, il cambio della sua situazione da donna separata a vedova sbloccò paradossalmente la sua nomina

all'università di Stoccolma da libero docente a docente ufficiale nel 1884.
Nel 1888 Sofja vinse il premio Bordin partecipando al concorso organizzato dall'Accademia delle Scienze di Parigi. Questo concorso, come spesso succedeva nelle comunità scientifiche, era stato organizzato per dimostrare pubblicamente le competenze e la bravura dei matematici francesi dunque l'eccellente lavoro sui corpi solidi che Sofja aveva presentato fu premiato dall'Accademia con un premio di 5000 franchi [3].
Sofja divenne quindi la prima matematica professionista della storia e tutta la sua vita è la testimonianza della grandezza dei risultati che una donna può ottenere, quando le condizioni sociali lo permettono.
Nonostante Sofja fosse riconosciuta ed apprezzata come matematica dai suoi contemporanei, la sua fama e la sua reputazione non riuscirono mai a renderle giustizia. Parafrasando Michéle Audin nel già citato libro su Kovalevskaya, si può dire che, non solo questa donna dovette lottare contro "la misoginia e la polmonite" che erano i peggiori mali della sua epoca ma anche al giorno d'oggi, in un mondo che dovrebbe essere in grado di valutare e apprezzare il suo contributo alla scienza, la sua "brillante figura" resta una figura "sospetta" a causa del suo rapporto privilegiato con il professor Weierstrass.
Morì proprio per un'influenza a 41 anni di ritorno da un viaggio a Stoccolma.

1.4 Il XX secolo e la situazione contemporanea

All'inizio del XX secolo più o meno in tutti i paesi del mondo, seppur con tempistiche differenti, le università furono aperte alle donne. Negli Stati Uniti l'accesso delle donne all'istruzione superiore era già avvenuto nel secolo precedente, intorno al 1850. L'Europa seguì con circa trenta anni di ritardo (1880), ad eccezione della Germania che aprì le sue università alle donne solamente nei primi anni del 1900, con qualche anno di differenza tra le diverse regioni [1].
A prescindere dalle discriminazioni di genere, il ruolo del matematico prima del XX secolo non era ancora riconosciuto come una vera e propria professione: generalmente questa figura veniva classificata come geometra o semplicemente come studioso. Per le donne il termine geometra non venne mai utilizzato piuttosto le matematiche, venivano considerate come "studiose" per indicare che erano alfabetizzate. L'espressione "donna dotta" o "donna studiosa", portava con sé due significati paralleli e contrastanti: alcuni utilizzavano questo termine per indicare una donna che si era contraddistinta per l'intelletto, altri per schernire un essere ridicolo che metteva in imbarazzo il suo stesso sesso.
Due esempi di donne che dovettero lottare contro i pregiudizi di genere e di razza furono Emmy Noether (1882-1935), a cui si dedica successivamente ilu paragrafo 1.4.1 e Hilda Geiringer (1893-1973). Hilda ed Emmy erano due donne, entrambe di origine ebraica, che subirono il peso di essere donne nella matematica ed ebree durante il nazismo.
Hilda già dal liceo aveva dimostrato ottime capacità in ambito matematico, così la famiglia l'aveva sostenuta finanziariamente negli studi presso l'Università di Vienna dove ottenne una laurea proprio in Matematica. Continuò gli studi a Vienna, e nel 1917 ottenne il dottorato di ricerca in matematica

[1] Per ulteriori approfondimenti consultare l'articolo Historie Ded Mathématiques di Renate Tobies [22]

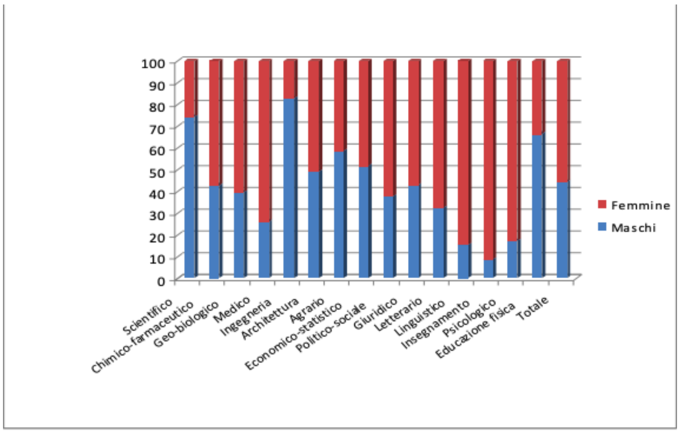
con una tesi sulle serie di Fourier in due variabili. Nel 1921 fu assunta da Richard Von Mises (1865-1981), uno scienziato e matematico che si occupava di meccanica dei solidi, dei fluidi, di statistica e di probabilità. Hilda lavorava a Berlino come assistente di laboratorio di Von Mises e, nonostante le sue ricerche di statistica e di probabilità progredirono notevolmente, il suo nome rimase per un lungo periodo nell’ombra di quello di Von Mises. Come per Emmy Noether, in seguito all’ascesa del partito nazista Hilda subì il licenziamento e nel 1933 fu costretta a emigrare a fianco di Von Mises prima a Istanbul, dove lui era stato nominato professore, e poi negli Stati Uniti.
Hilda era una donna di grande intelligenza e, sentendosi già svantaggiata nel rappresentare il ruolo di donna in un mondo prettamente maschile come quello della matematica, per avere maggiori possibilità di emigrare fu costretta a mentire sulla sua età, dichiarando in tutta la corrispondenza con la British Society for the Protection of Science and Learning e altre organizzazioni per rifugiati, di avere, nel 1933, trentasette anni anziché quaranta.
Tornò a dichiarare la sua vera età soltanto nel momento del suo matrimonio con Von Mises, quando nel 1940 in America le fu assegnato il certificato di naturalizzazione.
Nel 1939 Hilda rischiò di finire nelle mani dei Nazisti quando si trovò bloccata a Lisbona in attesa del visto americano, che riuscì ad ottenere solamente grazie al tentativo disperato di Von Mises. [2]
Hilda si interessò anche ai principi fondamentali della genetica di Gregor Mendel e probabilmente fu proprio lei uno dei pionieri delle discipline conosciute successivamente col nome di genetica molecolare, genetica umana e genetica vegetale e ancora biotecnologia, ingegneria biomedica e ingegneria genetica.
A causa del fatto che la maggior parte dei suoi lavori furono pubblicati a Istanbul su riviste turche, Hilda non ottenne il successo e i riconoscimenti che meritava. Geiringer e Von Mises si sposarono nel 1943 e alla morte di lui, nel 1953, lavorò ad Harvard dedicandosi quasi esclusivamente al completamento delle opere incompiute di Von Mises tra cui la "Teoria della matematica e della statistica" pubblicata nel 1964.
La vita di Hilda Geiringer offre la possibilità di iniziare un discorso più ampio su quelle che sono le "coppie della matematica" ossia quelle collaborazioni intellettuali, lavorative e interpersonali tra uomo e donna che, nonostante la partecipazione paritaria dei due sessi alle opere e ai lavori, sono molte volte rimaste conosciute ai posteri solamente attraverso il nome maschile. Questa parentesi significativa dell’analisi del ruolo della donna in matematica viene approfondita nella successiva sezione 1.5, dove sarà sviluppato in generale il tema dell’invisibilità delle donne in ambito matematico prendendo in considerazione diversi aspetti, tra cui la situazione di alcune coppie di matematici.
Dagli anni Ottanta, grazie allo sviluppo di approcci femministi nell’ambito delle scienze e degli "studi di genere" si ebbe una svolta storica: andò a elaborarsi una riflessione più profonda di tutti i fattori che influenzavano la partecipazione delle donne all’attività matematica.
Lo stereotipo di genere, però, seppur manifestato nella società con modalità differenti da quelle che caratterizzavano il passato, è ancora presente oggi. Un esempio banale si ritrova nelle biografie delle scienziate dove molte volte viene trattato un aspetto dell’individuo che nelle biografie maschili non

[2] Per maggiori informazioni sulla vicenda consultare l’Appendice 4.3 del libro Mathematicians Fleeing from Nazi Germany: Individual Fates and Global Impact [21]

viene preso in considerazione: l'aspetto fisico.
Quanto appena detto mostra che durante il corso della storia sono stati generati dei modelli e degli standard dello stereotipo femminile dai tratti superficiali e materialisti che sono facilmente riscontrabili nei canali della comunicazione moderna quali social network, telegiornali, show televisivi, ecc.. Una recente prova di quanto appena detto riguarda l'assegnazione nel 2014 della prima Medaglia Fields ad una donna, l'iraniana Maryam Mirzakhani (1977-2017). Dopo questa premiazione, sui social network sono comparsi numerosi commenti che associavano il suo aspetto fisico a quello di un uomo, come se il fatto di essere uno dei migliori matematici del mondo non bastasse per essere apprezzata.
E ancora, nel gennaio 2005, l'ex rettore dell'università di Harvard, Lawrence H. Summers, facendo riferimento alle difficoltà che le donne riscontravano nella carriera in ambito scientifico, aveva affermato che la causa erano "issues of intrinsic aptitude" ossia, come si può dedurre, dei problemi attitudinali intrinseci. Lawrence con il suo discorso, oltre a suscitare violenti polemiche, era andato a disseppellire quelle che erano le credenze e le discriminazioni di genere dei secoli precedenti e rivestendo un ruolo di grande spessore nella comunità, queste parole ebbero conseguenze a livello mondiale. Nonostante l'impegno per rimediare alla gaffe fu costretto a dimettersi.
Il fenomeno dell'assenza delle donne nei ruoli più alti della carriera accademica scientifica a cui faceva riferimento Lawrence, è, d'altro canto, un argomento di reale interesse che non deve essere sottovalutato.
La presenza delle donne nelle università è pari, se non superiore a quella degli uomini ma le donne sono ancora una minoranza nelle gerarchie accademiche e rivestono spesse volte un ruolo marginale in alcuni campi, tra cui la matematica. Questo fenomeno molto interessante dal punto di vista sociologico genera ancora molte domande e viene indicato con il termine "leaky pipeline" dall'inglese "conduttura che perde".
Questa immagine presa in prestito dall'ambiente idrico rende perfettamente l'idea della situazione che si verifica soprattutto in campo Europeo ma anche negli Stati Uniti: nel percorso che va dalla laurea al dottorato e poi prosegue verso la professione e i vertici delle istituzioni, il numero di donne che si ferma ai gradini più bassi della carriera è più alto di quello degli uomini.
Questo fenomeno dovrebbe essere seriamente analizzato e controllato non esclusivamente per ragioni di "equità", poiché le discriminazioni in generale, di religione, razza o genere, sono una violazione e un crimine nei confronti dei diritti dell'individuo, ma anche per un fattore di tipo economico che non può essere sottovalutato. Gli investimenti monetari per la formazione di studentesse, dottorande e scienziate a cui poi non si permette di insegnare o fare ricerca, e dunque di "restituire" alla società, possono risultare una perdita sia dal punto di vista economico sia da un punto di vista della qualità della ricerca stessa.
Questa immagine della conduttura che perde, per quanto sia utile a rappresentare iconicamente la situazione e a suscitare una certa curiosità, viene però considerata da alcuni sociologi semplicistica e a tratti fuorviante poiché banalmente presuppone l'esistenza di un unico "tubo" cioè di un unico possibile percorso di carriera. Secondo Maria Carmela Agodi e Ilenia Picardi, studiose delle questioni di genere e professoresse presso l'università di Napoli, inoltre, il sistema accademico sembra indirizzare le donne verso settori ritenuti più adeguati alle caratteristiche stereotipiche femminili,

come possono essere la cura (indirizzo Professioni Sanitarie) e l'educazione (indirizzo Scienze della Formazione). Questo presuppone che la scelta della materia di studio non sia quindi del tutto neutra rispetto al genere, ma piuttosto rispecchi e ribadisca una serie di preconcetti esistenti sul ruolo della donna nella società [4]. Il fenomeno della conduttura che perde potrebbe, dunque, essere una mera schematizzazione economicistica della situazione: considerare le donne che non proseguono la carriera accademica come uno "spreco" è una classificazione che non tiene conto delle altre possibilità di percorso esistenti. Infatti, molte donne che escono dal percorso accademico riescono ad occupare posizioni interessanti in settori innovativi, il cui prestigio non è ancora riconosciuto a livello sociale.

Si riportano in seguito due grafici che riguardano rispettivamente la ripartizione nella scelta dell'indirizzo accademico universitario in Italia (1.4) e l'altro la proporzione di uomini e donne lungo la carriera scientifica in Europa (1.5). Questi sono utili ad integrare con alcuni dati gli argomenti trattati precedentemente.



Fonte: Comitato Nazionale per la valutazione del sistema universitario

Figura 1.4: Composizione degli iscritti per genere e facoltà universitaria nel 2010 in Italia.

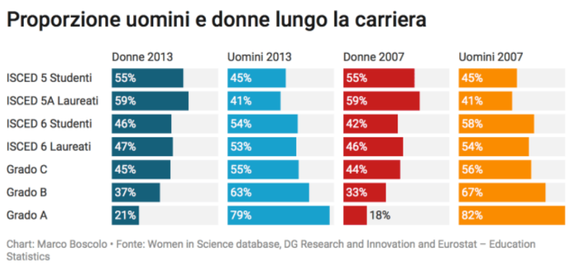


Figura 1.5: Proporzione uomini e donne durante la carriera scientifica in Italia.

Nota: Nella lettura del grafico ISCED5: istruzione terziaria di ciclo breve, ISCED6: istruzione terziala che comporta il conseguimento laurea di primo livello o di una qualifica equivalente, A,B,C: diversi livelli post-dottorato.

Oggi nel mondo esistono diverse organizzazioni lavorative che si occupano di sostenere l’impegno delle donne in matematica. In generale queste associazioni hanno come obiettivo quello di incoraggiare le donne a studiare questa disciplina e fornire visibilità alle donne matematiche.
La più importante di queste organizzazioni a livello europeo è la European Women in Mathematics (EWM) fondata nel 1986 sul modello della già esistente associazione degli Stati Uniti, la Association for Women in Mathematics (AWM), fondata nel 1971 nello stato del Massachussets. Quest’ultima conta oltre 5200 iscritte e oltre 250 istituzioni come college, università, istituti e società di ricerca matematica. L’obiettivo dell’associazione è principalmente lo stesso di quella europea ma è interessante porre l’attenzione su i numerosi premi e riconoscimenti che l’AWM sponsorizza per le donne in carriera: vengono tenute anche alcune lezioni onorarie frontali tra cui "The Noether Lectures" e "The Kovalevsky Lectures" che onorano le donne che hanno contribuito e sostenuto le scienze matematiche, che si sono distinte nella matematica applicata o computazionale e che si sono impegnate per diffondere un’educazione matematica.
La realizzazione di alcuni piani di uguaglianza di genere rappresenta un passo decisivo da compiere per scardinare ogni possibile struttura nascosta di discriminazione di genere nel settore della ricerca, che viene spesso considerato “oggettivo e meritocratico” solo perché è la scienza della matematica ad essere considerata tale.

1.4.1 Emmy Noether

Amalie "Emmy" Noether nacque nel 1882 in Germania da una famiglia di origine ebraica. Il padre Max Noether era un noto matematico attivo principalmente nella geometria algebrica che coprì l’incarico di professore nelle università di Heidelberg e Erlangen.
Dopo un iniziale interesse verso le lingue, Emmy si appassionò sempre di più allo studio della matematica, tuttavia le donne non avevano accesso alle università e potevano assistere alle lezioni esclusivamente se riuscivano ad ottenere il permesso da ciascun professore. Non era così raro che una lezione venisse cancellata proprio per la presenza di una donna in aula. Nonostante gli ostacoli, Emmy riuscì a laurearsi e nel 1907 conseguì un dottorato di ricerca in Matematica all’università di Erlangen. Noether decise di perfezionare i suoi studi a Gottinga e il suo talento non passò inosservato a David Hilbert (1862-1943) e Felix Klein (1849-1925) che la invitarono a tenere alcune lezioni sulla teoria degli invarianti, argomento della sua tesi di laurea. Queste lezioni però furono formalmente attribuite a Hilbert. Si riporta un esempio della pubblicità che appariva in un catalogo riguardo ad un corso tenuto nell’inverno tra il 1916-17:

> [18] "Seminario di Fisica Matematica: il professor Hilbert, con l’assistenza di Dr. E. Noether, lunedì 16 - 18, senza ripetizioni."

Figura 1.6: E. Noether

Emmy a Gottinga si occupò principalmente di un problema di relatività speciale: dimostrò che ad ogni trasformazione infinitesimale del gruppo di Lorentz corrisponde un teorema di conservazione. Questo risultato nella fisica

teorica viene chiamato Teorema di Noether e dimostra che vi è una relazione tra simmetrie e principi di conservazione. Viene riportato l'enunciato ed alcune definizioni utili nell'Appendice 2.2.6.
Il Teorema di Noether si trova alla base della teoria della relatività ed è stato elogiato dallo stesso Einstein che riferendosi alla bravura e al pensiero di Noether, in una lettera a Hilbert, la definì "penetrante".
Emmy era ormai una matematica affermata, ma le fu permesso di tenere delle lezioni ufficiali solamente nel 1919. Per diversi anni ricoprì il ruolo di insegnante senza percepire uno stipendio, dopodiché nel 1922 le fu assegnato un salario minimo, ma la sua retribuzione la classificava come "lettrice" e non come professoressa.
Ricevette diversi riconoscimenti tra cui l'invito al Congresso Internazionale dei Matematici di Bologna nel 1928 e poi di nuovo a Zurigo nel 1932.
Nonostante la fama, Emmy non riuscì a prendere le distanze da quella che era la canonica rappresentazione del matematico come figura prettamente maschile. In una lettera di Bartel Leendert van der Waerden del 1944 [5] si viene a conoscenza di un curioso fatto: molti a Gottinga per riferirsi a Emmy utilizzavano l'espressione "Der Noether" che si traduce dal tedesco "Il Noether" (con l'articolo maschile). Questo soprannome era utilizzato dai suoi contemporanei per schernirla del suo aspetto. Ancora oggi viene tramandato che i suoi lineamenti non fossero femminili e la sua voce fosse poco gradevole e questa è l'ennesima prova del fatto che le doti di matematica, la creatività e l'intelligenza non sono mai riuscite ad abbattere il muro di superficialità che dilagava tra i suoi contemporanei e che ancora oggi esiste. [3]
Nel 1933, con l'ascesa al potere del partito Nazista, Emmy subì il licenziamento dall'Università di Gottinga proprio perché ebrea.
La sua brillante carriera e la sua dedizione all'insegnamento terminarono senza che lei ricevesse la giusta ricompensa per il suo contributo. Emmy, infatti, non percepì alcuna pensione o qualsiasi altra forma di indennizzo, ma viste le persecuzioni e la situazione generale si considerava molto più fortunata di tante altre sue contemporanee. [4]
Morì inaspettatamente nel 1912 pochi giorni dopo un intervento per la rimozione del cancro al seno che sembrava aver avuto risvolti positivi.

1.5 L'invisibilità delle donne nell'ambito della matematica.

Il problema dell'invisibilità delle donne in matematica è riscontrabile non appena si cerca di approcciarsi a questo tema: la prima difficoltà che si incontra è in effetti la mancanza di letteratura e documentazione a riguardo.
Le cause di questa carenza sono probabilmente da ricercarsi nella scarsa considerazione che possedevano le donne in ambito matematico/scientifico che veniva alimentata da quei pregiudizi secondo cui le caratteristiche del genere femminile erano in antitesi con le materie "astratte".
Solamente negli ultimi decenni, con lo sviluppo di alcuni movimenti femministi e la nuova ideologia

[3] Per ulteriori informazioni si consulti Constance Reid, Hilbert, pp. 142-169, [20]

[4] Per ulteriori informazioni consultare il paragrafo 8.S.1 del libro di Reinhard Siegmund-Schultze del 2009 [21]

di uguaglianza, questo tema è stato analizzato e trattato con adeguata attenzione.
Oltre alle associazioni AWM ed EWM che abbiamo già citato, ormai da alcuni anni sono stati istituiti in diverse parti del mondo numerosi enti che si occupano di organizzare eventi e manifestazioni che promuovono la partecipazione delle donne nella comunità scientifica e cercano di colmare quella che è l'assenza di materiale informativo e soprattutto di "quote rosa" in ambito matematico e scientifico. Per esempio il "Ada Lovelace Day" (ALD) è una giornata internazionale che si svolge ad ottobre al fine di celebrare le conquiste delle donne nell'ambito della scienza, della tecnologia, dell'ingegneria e della matematica (materie che si raggruppano sotto l'acronimo STEM). Lo scopo di questo genere di eventi è, come già detto, quello di aumentare il numero delle donne nelle materie STEM e parallelamente di creare nuovi modelli che possano incoraggiare più ragazze a intraprendere una carriera in queste materie.
Quello che deve far riflettere in questo caso è il fatto che nel XXI secolo siano ancora necessarie manifestazioni e propagande di sensibilizzazione contro le discriminazioni di genere ma soprattutto che questi movimenti siano proprio necessari ad avvicinare il genere femminile alle materie scientifiche che resterebbero altrimenti, per una serie di strutture sociali, prettamente di dominio maschile.
Alcune importanti aziende hanno deciso di investire fondi nella ricerca di informazioni sul tema dell'assenza delle donne nelle materie matematiche. In Germania, per esempio, La Volkswagen Foundation spinta dal fatto che solo il 3.4% delle cattedre universitarie siano occupate da donne, ha avviato un progetto interdisciplinare in cui matematici, storici della matematica e psicologi sociali lavorano insieme per stabilire quali siano i diversi fattori coinvolti nello sviluppo della carriera di uomini e donne in matematica [22]. Questa analisi comincia proprio con una ricerca storiografica attraverso la revisione della letteratura esistente sull'argomento e quello che si può subito constatare consultando il manuale "Reader's guide to the History of Science" è proprio una mancanza di titoli sull'argomento. Il libro dà ampio spazio sia alla storia della matematica che al tema "donne e scienza", ma non presenta un solo riferimento specifico a "donne e matematica" [22].
Per comprendere meglio le cause dell'invisibilità delle donne nella letteratura scientifica è necessario analizzare il rapporto della donna e in particolare della donna matematica con l'altro sesso, poiché l'uomo, sia esso il padre, il fratello, il marito o l'amante, riveste un ruolo fondamentale nella vita di quest'ultima. In passato, le donne non avevano un'indipendenza economica ed erano quindi costrette ad appoggiarsi alle finanze dell'uomo che le affiancava e, allo stesso modo, la credibilità delle scoperte di una matematica dipendeva necessariamente dalla vicinanza di un uomo. I lavori e le teorie delle matematiche spesso non venivano pubblicati sulle riviste scientifiche e, quando invece avevano la fortuna di ottenere qualche pagina, accadeva che il loro nome venisse modificato in un nome maschile (caso del Teorema di Cauchy-Kovalevsky) oppure che le teorie venissero direttamente attribuite al padre o al marito (caso di Agnesi).
Il ruolo delle donne nelle coppie di studiosi matematici era molto spesso ridotto ufficialmente ad un ruolo marginale anche quando proprio loro erano le protagoniste delle teorie e dei teoremi che venivano pubblicati. Un esempio di questa invisibilità e mancata riconoscenza di merito è la vita di Claudine Poullet, conosciuta come Madame Picardet dal suo primo matrimonio.
Claudine era una traduttrice di origine francese che a differenza di tante sue colleghe riuscì a farsi spazio nella società scientifica internazionale traducendo almeno 20 tra i più importanti chimici e

mineralogisti dell'epoca in 4 lingue differenti. Patrice Bret nel suo articolo su Madame Picardet [7] racconta come questa donna non abbia mai ricevuto pubblicamente un adeguato riconoscimento per i suoi importanti lavori di traduzione e rielaborazione.

Alla morte di Picardet, persino il necrologio a lei dedicato dall'editore Claude-Nicolas Amanton sul Journal de Dijion fu piuttosto insolito: invece di elogiare l'immenso lavoro da lei compiuto, Amanton affermava che il merito delle traduzioni che Picardet aveva effettuato era in realtà da attribuire esclusivamente a due uomini: Jacques Magnien, che si occupava della parte linguistica, e Louis-Bernard Guyton de Moirveau (1737-1816) enciclopedista e chimico, nonché secondo marito di Claudine, che si occupava della parte scientifica. Secondo Amanton, a Picardet spettava quindi il ruolo molto più superficiale ed estetico di "abbellire" ed "impreziosire" gli abbozzi dei suoi collaboratori.

Questa descrizione di Madame Picardet probabilmente era il frutto della scarsa informazione dello scrittore del necrologio che si basava solamente sui lavori ufficiali di quest'ultima. La stessa descrizione viene definita da Bret "misogina" [7] poiché dalla corrispondenza privata della traduttrice è invece noto che tradusse dallo svedese Scheele, dall'inglese Werner e Arthur Young, Marsilio Landriani dall'italiano, Francisco Angulo dallo spagnolo e tanti altri importanti chimici, mineralogisti e cristallografi che privatamente la ringraziavano per la sua grande professionalità e bravura nella traduzione, dedicandole talvolta alcune righe nelle loro pubblicazioni. Il suo lavoro non si limitava ad una semplice traduzione ma, con l'aiuto di Moirveau, Picardet si impegnava nella ricerca del termine più adatto che potesse al meglio esprimere i concetti di queste materie, inventando anche alcuni neologismi.

La signora Picardet, che visse in un contesto culturale molto favorevole, divenne la musa ispiratrice dell'Accademia di Dijion perorando insieme a Guyton de Moirveau la causa della necessità di fornire un'istruzione alle donne con l'idea che questo potesse essere un vero e proprio "bene per la scienza" [7].

La carriera di Claudine Picardet, come il percorso professionale di Hilda Geiringer, é in realtà un'eccezione a quella che era la "normale" situazione delle matematiche nel XIX e XX secolo. Come già accennato, l'integrazione femminile nell'ambito culturale era facilitata se non determinata dal matrimonio con uno scienziato o un matematico poiché permetteva alle matematiche di produrre e divulgare le proprie idee.

La figura della matematica veniva molto spesso declassata a quella di "moglie del matematico" e molte altre donne con una posizione sociale più elevata di quelle citate furono inspiegabilmente destinate all'oblio.

Nel corso della sua carriera, invece, Hilda Geiringer ricoprì una posizione di rilievo in diversi istituti superiori di matematica e, nonostante fosse esclusa dai centri di ricerca proprio per il fatto di essere una donna, svolse le sue ricerche in parallelo con la sua carriera di insegnante e la sua figura non fu mai ridotta al semplice ruolo di assistente del marito Richard Von Mises (1883-1953), tranne probabilmente all'inizio del suo percorso lavorativo.

La situazione generale era però differente: la coppia russa dei coniugi Woytinsky è un esempio calzante del mancato riconoscimento del ruolo femminile. I due matematici collaborarono nella produzione di numerose opere nel campo della statistica che portano tutte unicamente il nome di Wladimir.

Queste furono dedicate da Wladimir alla moglie, nonché sua collaboratrice, alla quale il marito si riferì con il termine di "angelo custode".
La dedica di Wladimir alla moglie è una delle tante dichiarazioni d'amore che spesso si trovano negli scritti di matematica e in generale scientifici. Purtroppo, questi "gesti romantici" contribuivano ad affermare l'immagine di genere della moglie del matematico, la cui carriera veniva vista come realizzata se volta a sostegno del marito.
Dopo l'emigrazione della coppia russa negli Stati Uniti, fu proprio Wladimir ad ottenere una carica istituzionale come direttore del Dipartimento di Statistica di Berlino rendendo la rappresentazione moglie-assistente e marito-matematico ancora più sorprendente poiché era in realtà Emma, la moglie, l'unica della coppia ad aver effettivamente conseguito una laurea in matematica.
Un'altra coppia interessante da prendere in considerazione è quella dei matematici inglesi Grace Chisholm (1868-1944) e William Henry Young (1863-1942). Grace studiò all'università di Gottinga, dove ottenne il dottorato in matematica nel 1895. Qui ebbe possibilità di studiare a fianco di Felix Klein (1849-1925) e nel 1901 iniziò insieme al marito Henry la pubblicazione di alcuni libri che riguardavano la teoria degli insiemi. Grace ebbe un ruolo molto attivo nella ricerca e nelle pubblicazioni della coppia ricevendo persino alcuni riconoscimenti, ma istituzionalmente la sua carica era quella di "moglie del matematico". Il marito, invece, rivestì diversi incarichi in tutto il mondo, mentre Grace si occupava dei figli trasferendosi a Ginevra.
I coniugi Nikodym, al contrario, offrono un'immagine della coppia di matematici molto diversa. Entrambi avevano ottenuto nel 1925 il dottorato in matematica all'Università di Varsavia e nonostante fosse Otton (1877-1974), il marito, il più grande produttore di articoli e libri della coppia, era Stanislawa (1897-1988), la moglie, a ricoprire ruoli importanti nei congressi internazionali. Dopo l'esilio imposto dalla seconda guerra mondiale la situazione dei coniugi si ribaltò, costringendo Stanislawa a occuparsi esclusivamente di supportare il marito nella produzione delle opere. Al contrario, Otton aveva continuato la sua carriera accademica, ottenendo un posto da insegnante presso il Kenyon College (USA).
Gli esempi di coppie di matematici riportati in questo paragrafo permettono quindi di affermare che la carriera e la visibilità di una matematica dipendono certamente dal matematico che le sta accanto ma ancor prima dal contesto che le si figura intorno.
Le questioni di genere non possono quindi essere analizzate separatamente rispetto quelle dell'origine sociale e religiosa, dalla posizione politica e dall'ambito matematico di ricerca. Tutte queste variabili rendono l'itinerario professionale di un matematico, indipendentemente dal sesso, molto sensibile ed è quindi necessario essere particolarmente cauti quando si compie un'analisi di genere della situazione.

Capitolo 2

Sophie Germain e la teoria dell'elasticità

2.1 Biografia e contesto storico

Marie Sophie Germain nacque a Parigi nel 1776. Era la secondogenita di Marie-Madelaine Gruguelin e Ambroise-François, un ricchissimo mercante di seta che divenne successivamente direttore della Banca di Francia e riuscì a farsi nominare rappresentante del Terzo Stato nell'Assemblea Costituente del 1789. La casa di Sophie era quindi un luogo di incontro per coloro che erano interessati alle riforme liberali e sin dai suoi primi anni di vita Sophie fu esposta a discussioni politiche e filosofiche. Sophie nacque nell'era della rivoluzione francese e lo spirito rivoluzionario e innovatore ne permearono lo stile e le scelte di vita.

Il suo amore per la matematica nacque proprio quando scoppiò la rivoluzione, nel 1789. Germain era affascinata a tal punto da questa materia così astratta che decise sin da bambina che la matematica sarebbe diventata la sua professione. Approfittò della ricca biblioteca del padre per approfondire il suo interesse, leggendo qualsiasi tipo di libro che potesse informarla ed istruirla sulla matematica, tra cui anche alcuni testi di Eulero e Newton.

I genitori inizialmente si opposero a questo suo interesse poiché, come si può evincere dall'articolo di Amy-Dahan Dalmedico del 1992 [9], "Essi ritenevano che tanto interesse per la materia fosse sbalorditivo per la sua età e sconveniente per il suo sesso" proprio perché secondo i canoni della società una materia così astratta come la matematica non era adatta ad una giovane donna dell'aristocrazia.

Sophie per un lungo periodo fu quindi costretta a studiare di nascosto, ma dopo svariati tentativi di

dissuaderla[1], i genitori furono convinti dalla sua tenacia e le permisero di dedicarsi alla sua passione, finanziandola in tutto il suo percorso di studi.
Jeanne Peiffer nel suo articolo del 1991 [19] spiega come l'Illuminismo e i suoi ideali di uguaglianza avessero instillato nelle donne il desiderio di conoscenza e di apprendimento, tuttavia nel XVIII secolo le donne dell'aristocrazia ricevevano dagli insegnanti privati una preparazione scientifica attraverso opere divulgative scritte appositamente per loro.
Alle donne veniva quindi riservata una conoscenza superficiale tramandata attraverso una letteratura "alla portata di tutti", dai tratti frivoli e leggeri, che doveva "cospargere di fiori" gli elementi di fisica, storia naturale e matematica. Questa letteratura cercava di tenere a debita distanza le donne dalle materie scientifiche poiché il genere maschile temeva, tacitamente, di vederle eccellere in questo ambito. Veniva dunque negato alle donne un vero e proprio apprendimento del linguaggio e soprattutto dei metodi della scienza che stavano diventando invece sempre più tecnici e specifici.[2]
Questa "matematica per signorine" non era di certo in grado di soddisfare il desiderio di conoscenza di Sophie, che decise quindi di proseguire i suoi studi da autodidatta.
Nel 1794, quando Sophie era appena diciottenne, fu aperta a Parigi l'École Polytechnique, istituzione destinata alla formazione superiore di scienziati e matematici e sarebbe stata la scuola ideale per lei se solo alle donne fosse stato permesso di accedere ai corsi.
La ragazza, spinta dalla sua grande determinazione e dalla fame di apprendimento, assunse un'identità maschile facendosi passare per Antoine-August Le Blanc, uno studente che risultava iscritto all'École, ma che aveva in realtà abbandonato gli studi. Per non essere scoperta, si astenne dal frequentare i corsi, presentando comunque le sue elaborazioni scritte ai docenti.
Il professor Lagrange, uno dei matematici più importanti dell'epoca, fu molto colpito dall'improvviso e notevole salto di qualità dei lavori di Antoine-August Le Blanc e chiese con insistenza un incontro con questo studente. Dopo tanti tentativi di rimanere nell'anonimato, Sophie dunque fu costretta a rivelare la sua vera identità e Lagrange, pur essendo stupito nell'incontrare una ragazza, si complimentò con lei per il suo talento invitandola a proseguire gli studi.
Con il sostegno di un mentore come Lagrange, Sophie si dedicò alla ricerca matematica più avanzata interessandosi alla teoria dei numeri. Nel corso di queste ricerche arrivò a individuare un particolare tipo di numero primo che da lei prese il nome di numero primo di Sophie Germain.
Negli stessi anni venne pubblicato, ad opera di Carl Friederich Gauss, un trattato di teoria dei numeri, le "Disquisitiones Arithmeticae", dove erano contenute idee e tecniche nuove. Sophie studiò approfonditamente questo manuale riuscendone a dimostrare anche qualche risultato e nel 1804 decise di scrivere a Gauss poiché sentiva il bisogno di confrontarsi con il maggior esperto di teoria dei numeri.
Instaurò con il professore una corrispondenza privata di notevole importanza ma, temendo di non essere presa sul serio in quanto donna, la studiosa utilizzò nuovamente lo pseudonimo di Le Blanc. Nel 1806 quando le armate di Napoleone invasero la Prussia, dove Gauss viveva, Sophie fu costretta

[1] Per approfondimenti https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Germain/

[2] Per ulteriori approfondimenti sull'istruzione delle donne nel XVIII secolo consultare l'intero articolo L'Engouement des Femmes pour les Sciences au XVIIIe Siécle di Jeanne Peiffer riportato in bibliografia [19]

a rivelare la sua identità: la giovane si era raccomandata con un generale dell'esercito amico di famiglia di riservare al professor Gauss un trattamento di riguardo. Questo mantenne la promessa rivelando però che questa premura gli era stata assicurata da Sophie Germain che era anche Antoine-August Le Blanc.
Al contrario di ciò che temeva, Germain ricevette da parte del professor Gauss diversi elogi per il suo talento e il suo coraggio. Nel carteggio con Sophie, Gauss non mancò di esprimere tutta la sua ammirazione:

> Una donna, a causa del suo sesso e dei nostri pregiudizi, incontra molti più ostacoli di un uomo nel familiarizzarsi con problemi complessi. Tuttavia, quando supera queste barriere e penetra nelle profondità più recondite, rivela di possedere il coraggio più nobile, un talento straordinario e un genio superiore.

Il loro scambio epistolare si interruppe nel 1808 quando Germain scrisse a Gauss descrivendogli quello che si sarebbe rivelato il suo contributo più brillante alla teoria dei numeri.
Sophie era riuscita a dimostrare che se x, y e z sono numeri interi e se $x^5 + y^5 = z^5$ allora necessariamente o x o y o z deve essere divisibile per 5.
Questo teorema, noto come Teorema di Germain, nonostante sia rimasto in gran parte sconosciuto, fu estremamente utile per la dimostrazione del teorema di Fermat nel caso in cui n sia uguale a 5.
Gauss non fece alcun commento su questo risultato poiché a quel tempo era stato da poco nominato professore presso l'Università di Gottinga e aveva abbandonato gli studi di teoria dei numeri, logorato da questioni di carattere professionale e personale.
Senza l'appoggio di Gauss, Sophie, non si sentì di continuare il lavoro sulla teoria dei numeri e si dedicò ad altre linee di ricerca che raggiunsero comunque eccellenti livelli di applicazione in fisica teorica.
Nel 1809 l'Accademia delle scienze francese indisse un concorso per trovare una spiegazione matematica agli esperimenti del fisico Ernst Chladni sulle vibrazioni delle superfici elastiche. Sophie Germain si dedicò quindi a questa nuova sfida e nonostante fosse la sola a presentare un lavoro, la commissione si rifiutò di riconoscerle il premio a causa di alcuni errori. Lo stesso Lagrange, membro della commissione giudicatrice, l'aiutò nell'ottenere la soluzione corretta del problema della piastra, ma ancora una volta questo risultato conteneva al suo interno degli errori e non fu premiato. La teoria che Lagrange e Germain avevano presentato al concorso è stata per molto tempo nota come equazione differenziale di Lagrange e solo recentemente la soluzione viene più correttamente citata come equazione di Germain-Lagrange.
Nel 1815, al terzo tentativo di vincere il concorso, Sophie fu premiata, ottenendo finalmente il riconoscimento cercato. Germain però si rifiutò di partecipare alla cerimonia di premiazione perché pensava che i giudici non avessero apprezzato pienamente il suo lavoro e che la comunità scientifica non le manifestasse il rispetto dovuto: avrebbe desiderato che i membri della giuria discutessero e interagissero con lei alla pari, come avrebbero fatto con un concorrente di sesso maschile, dandole la possibilità di correggere alcuni errori e migliorare la sua teoria.[3] Questo senso di esclusione dal

[3]http://www.enciclopediadelledonne.it/biografie/marie-sophie-germain/

resto della comunità scientifica la accompagnò per il resto della sua vita, creando probabilmente alcune lacune nelle sue teorie che potevano essere evitate semplicemente attraverso il confronto con i colleghi.
La vittoria del concorso però la consacrò definitivamente come uno dei grandi matematici del tempo. All'età di quarant'anni, in seguito alla ricerca sulle vibrazioni delle superfici elastiche e al suo lavoro sull'ultimo teorema di Fermat (maggior contributo all'Ultimo Teorema di Fermat dopo quello di Eulero del 1738 e fino al 1840 con Kummer)[4], fu la prima donna ammessa a frequentare le sessioni dell'Accademia delle Scienze, un privilegio che fino ad allora era riservato esclusivamente agli uomini o alle mogli degli scienziati membri.
Il Teorema di Germain è il lavoro per cui Sophie è maggiormente conosciuta, tuttavia non fu mai pubblicato. È possibile trovarlo in una nota a piè pagina di una Memoria del 1823 di Legendre, suo corrispondente.
I manoscritti contenenti le sue teorie sono custoditi a Firenze e Parigi e negli ultimi anni sono tornati ad essere oggetto di studio portando ad una rivalutazione del lavoro di Sophie e della sua persona. Questi risultati contengono idee brillanti e risultati molto interessanti ma purtroppo, a causa dell'anonimato in cui Sophie operò, principalmente per il fatto di esser donna, il suo lavoro è rimasto ignorato per quasi due secoli.
Nonostante i suoi grandi meriti scientifici, non riuscì mai ad ottenere una laurea poiché non completò gli studi all'École Polytechnique. Nel 1830 l'università Georg-August di Gottinga, su pressione di Gauss, decise di assegnarle una laurea honoris causa, ma prima che le fosse consegnata l'onorificenza Sophie Germain morì di tumore al seno, dopo aver lottato contro questa malattia per due anni.
Prima di morire, Sophie abbozzò un saggio filosofico che rimase però incompiuto e fu pubblicato postumo col titolo di Considérations générales sur les Sciences et les Lettres. In questo saggio Sophie cercava di identificare i processi intellettuali che accomunano tutte le attività umane. Sophie riteneva che l'universo intellettuale fosse colmo di analogie e che lo spirito umano, riconoscendole, potesse guidarci alla scoperta dei fenomeni e delle leggi naturali. Una visione dell'universo e del genere umano che spiega la tenacia con cui questa donna riuscì da autodidatta a perseguire la sua vocazione.

2.2 La teoria delle superfici elastiche

Sophie Germain è nota soprattutto per i suoi studi sulla teoria dei numeri, ma nel corso della sua vita si occupò anche di acustica e teoria dell'elasticità.
La teoria matematica dell'elasticità è un tentativo di calcolare lo stato di tensione (o relativo spostamento) all'interno di un corpo solido soggetto ad un sistema di forze in equilibrio o che si trova in uno stato di moto relativo interno. Tutto questo attraverso l'utilizzo di dati e assiomi fisici assunti in precedenza con il fine di ottenere risultati importanti per alcune branche come l'ingegneria, l'architettura e tutte le altre arti di costruzione in cui il materiale che viene utilizzato è di tipo solido.

[4]Osserviamo che il Teorema di Fermat fu dimostrato solamente nel 1994 da Andrew Wiles attraverso l'utilizzo di sviluppate teorie che furono elaborate solamente nel ventesimo secolo

Dunque, riassumendo, la teoria dell'elasticità è la branca della meccanica del continuo che studia il moto e la deformazione dei corpi solidi elastici sotto assegnate condizioni di carico.
Sophie rimase molto incuriosita dagli esperimenti del fisico tedesco Ernst Chladni: l'attiravano le figure che Chladni riusciva ad ottenere versando della sabbia fine su una lastra di vetro che veniva messa in vibrazione strofinandone il bordo con un archetto. La sabbia rimbalzava lontano dalle regioni in vibrazione per accumularsi nei "nodi", ossia i luoghi dei punti che restavano immobili.
Dopo alcuni secondi la lastra si ricopriva di una serie di curve fatte da granelli di sabbia che si disponevano secondo affascinanti schemi simmetrici: cerchi, stelle e altre figure geometriche (figura 2.1) che rappresentavano un vero punto d'incontro fra arte e scienza. Le caratteristiche delle configurazioni che venivano a formarsi dipendevano dalla forma della superficie, dalla collocazione dei suoi sostegni e dalla frequenza della vibrazione.
Nel 1808 l'Accademia delle Scienze di Parigi annunciò una competizione per la migliore tesi sulla teoria matematica alla base dell'elasticità delle piastre. Nonostante Sophie si presentò come unica partecipante, le prime due proposte di tesi presentavano alcuni errori significativi che non le permisero di vincere il concorso. La competizione fu estesa ulteriormente al 1815 e la terza memoria di Sophie aiutata dai suoi mentori Lagrange e Legendre, presentata ancora una volta come unica competitrice, riuscì a vincere il premio.
In questo lavoro Sophie aveva cercato di estendere la sua teoria alle superfici curve, ma il suo lavoro risultava ancora piuttosto lacunoso. La commissione costituita da Poisson, Laplace, Legendre, Poinsot e Biot, decise di conferirle un premio con riserva poiché i membri affermavano che l'equazione fondamentale della tesi fosse corretta ma non chiaramente ricavata dalle ipotesi, piuttosto era stata dedotta dal confronto fatto con i risultati osservati da Chaldni.
Secondo Mary W. Gray, matematica, autrice e statistica, la filosofia che governava quel periodo storico era quella che veniva promossa dal matematico francese d'Alembert, che consigliava ai suoi colleghi matematici: "Vai avanti e la fede verrà da te." ([11]). Nelle poche pagine che Gray dedica alla presentazione della vita di Sophie Germain, essa afferma che nel suo lavoro sull'elasticità, Sophie sembra seguire alla lettera questo metodo di lavoro, soprattutto perché non godeva di una vera e propria formazione professionale su argomenti quali le basi dell'integrazione e il calcolo delle variazioni.
Nel 1821 Sophie pubblicò a sue spese la memoria con il titolo di "Recherches sur la théorie des surfaces élastiques". Tuttavia non andò a ritirare il riconoscimento poiché si trovava in disaccordo con i comportamenti ostili di alcuni membri della commissione, fra cui Poisson.
Per dedicarsi alla teoria delle vibrazioni Germain intraprese lo studio di opere come "Mécanique Analytique" di Lagrange e i saggi di Eulero sulle vibrazioni delle barre elastiche. Ella cercò di spiegare il comportamento delle superfici elastiche applicando il metodo di Eulero. Questi aveva ipotizzato che una forza applicata a una barra fosse contrastata da una forza elastica interna ad essa e proporzionale alla curvatura della barra in ogni punto della stessa. I saggi di Eulero indussero la Germain a formulare un'ipotesi analoga. Secondo Germain, in ogni punto di una superficie la forza elastica è proporzionale alla somma delle curvature principali della superficie in quel punto. Le curvature principali sono il valore massimo e il valore minimo della curvatura tra tutte le curve che si originano da sezioni normali alla superficie.

Per la presentazione del lavoro di Sophie e un breve accenno alle teorie di Eulero e alle successive critiche di Poisson, è stato principalmente analizzato l’articolo "Mécanique et théorie des surfaces: les travaux de Sophie Germain" di Amy-Dahan Dalmedico, dove viene descritta in maniera molto accurata l’intuizione che sta alla base dell’ipotesi che porterà Sophie Germain a definire una nuova teoria che naviga tra geometria e meccanica, in cui le nozioni di "curvatura media", "sfera media" e "superficie delle distanze" rispondono alle esigenze di matematizzare la nozione di forma di una superficie.

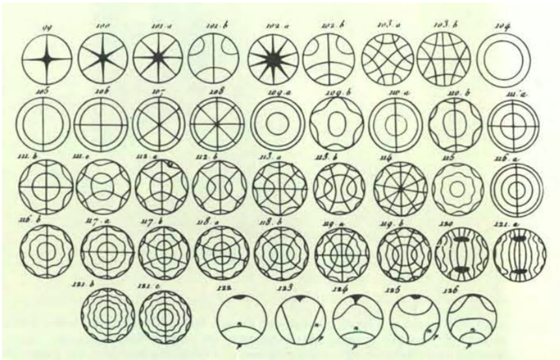


Figura 2.1: Le figure di Chladni

Questa figura è tratta dall’edizione del 1809 del Traité d’Acoustique di Ernst F. F. Chladni.

2.2.1 Le teorie di Eulero e Meusnier alla base dei lavori di Germain

Amy-Dahan Dalmedico nel suo articolo presenta anche quelle che sono le teorie di Eulero sulle quali Sophie Germain impostò tutto il suo lavoro. Eulero, intorno al 1760, si era occupato della determinazione del raggio osculatore (ossia il raggio di curvatura del cerchio osculatore) di una qualsiasi sezione piana (normale in un punto e non) di una superficie e del confronto di questi raggi osculatori in relazione alla loro inclinazione.
Eulero ottenne due espressioni equivalenti per il calcolo del raggio di curvatura:

$$r = \frac{1}{L + Mcos(2\Phi)} = \frac{2fg}{f + g - (f-g)cos(2\Phi)} \tag{2.1}$$

dove L ed M sono due costanti, f e g sono i raggi di curvatura estremi tra tutti i raggi di curvatura delle sezioni normali (queste sezioni saranno chiamate sezioni principali), Φ è l’angolo del piano della sezione normale considerato con il piano di una delle sezioni principali.
Da queste due espressioni riuscì a ricavare il rapporto tra il raggio di curvatura di una qualsiasi sezione normale e i raggi di curvatura principali:

$$\frac{1}{r} = \frac{cos^2(\Phi)}{f} + \frac{sin^2(\Phi)}{g} \tag{2.2}$$

La relazione tra due raggi di curvatura di due sezioni normali perpendicolari tra loro risultava quindi essere:

$$\frac{1}{r} = \frac{f+g-(f-g)cos(2\Phi)}{2fg} \qquad \frac{1}{r'} = \frac{f+g-(f-g)cos(2\Phi+\pi/2)}{2fg} \tag{2.3}$$

da cui si ottiene un risultato che avrà un ruolo molto importante in futuro:

$$\frac{1}{r} + \frac{1}{r'} = \frac{1}{f} + \frac{1}{g}. \tag{2.4}$$

Negli anni successivi, Eulero si interessò alle aste piegate e alla vibrazione dei piatti (anche campane e tamburi) scoprendo che molte delle sue teorie erano errate soprattutto a causa di un insufficiente sviluppo della geometria differenziale: i principi meccanici che Eulero aveva utilizzato erano corretti e correttamente applicati ma mancavano le descrizioni differenziali di molti elementi delle curve e delle superfici.
Nel 1785 venne introdotta da Jean-Baptiste Meusnier de La Place (1754-1793) una nuova interpretazione geometrica sulla curvatura di una superficie che Eulero aveva studiato. Meusnier cercava per le superfici un analogo della proprietà delle curve piane di essere approssimate fino al secondo ordine dal loro cerchio osculatore (il vettore tangente le approssima fino al primo ordine). Meusnier considerò dunque un toro generato dalla rotazione di un cerchio di raggio R_1, attorno ad un asse Δ situato nel piano ad una distanza R_2 dal suo centro. In questa situazione, è possibile verificare facilmente che in un qualsiasi punto M del toro (vedi figura 2.2) tale che $OM = R_1 + R_2$, i due raggi di curvatura principali sono uguali a R_1 e $R_1 + R_2$.
Essi corrispondono alle due sezioni normali, definite:

- la prima da Δ a M
- la seconda attraverso il piano perpendicolare in M fino alla prima sezione normale

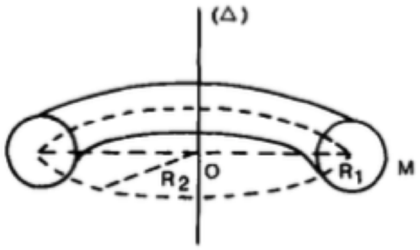


Figura 2.2: Toro in sezione

A partire da questo esempio, Meusnier stabilì che è possibile approssimare fino al secondo ordine qualsiasi elemento di superficie in prossimità di un dato punto, considerandolo come generato da una rotazione infinitamente piccola di un arco di cerchio (situato in una delle due sezioni principali con il corrispondente centro di curvatura principale come centro) attorno ad un asse situato nel piano del cerchio, parallelo al piano tangente dell'elemento e passante per l'altro centro di curvatura

principale.
La modalità di generazione dell'elemento di superficie che Meusnier considera equivale alla sostituzione della superficie in prossimità di un punto con un particolare toro oscillante il cui asse è parallelo al piano tangente.

2.2.2 Il primo concorso del 1808

Nel 1808, Sophie presentò al concorso organizzato dall'Accademia delle Scienze di Parigi una teoria che aveva sviluppato in analogia con il ragionamento seguito da Eulero nel 1779 per il caso unidimensionale delle aste. L'idea di Eulero (e di Jacques Bernoulli) si basava sul concetto che in un punto le forze elastiche interne, che controbilanciano le forze esterne applicate nello stesso punto, sono proporzionali al raggio di curvatura dell'asta in quel punto.
Sophie descrisse un'equazione bidimensionale senza però spiegare ai lettori come fosse riuscita ad ottenerla:

$$\int dzdy \int Pds + \int dzdx \int Qds - 2\int dxdy \int Rds = V\left[\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right] \tag{2.5}$$

Questa equazione doveva rappresentare l'equilibrio di una superficie elastica vibrante supponendo che, per un punto qualunque di questa superficie, siano state stabilite tre coordinate ortogonali chiamate x, y e z in modo che l'elemento di superficie sia espresso attraverso l'equazione

$$ds = dxdy[1 + (\partial_x z)^2 + (\partial_y z)^2]^{\frac{1}{2}} \tag{2.6}$$

e dunque la massa di questo elemento fosse $\int ds$.
Nell'equazione (2.5), il membro di sinistra dovrebbe rappresentare l'effetto delle forze esterne applicate, le cui componenti sui tre assi ortogonali sono P, Q ed R mentre nel membro a destra, che rappresenta la forza elastica, V è una costante di elasticità legata alla natura del materiale, che si presume sia uniforme in tutte le direzioni, e l'espressione $\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right)$ rappresenta la somma delle curvature principali.
Come Eulero, Sophie propose diverse ipotesi sui movimenti e sulle rotazioni delle lastre ottenendo però un'equazione differenziale del sesto ordine (falsa) di cui cercò le soluzioni sotto forma di serie trigonometriche. Ciò che Sophie Germain chiamerà sempre "la mia ipotesi" ("mon hypothése"), ottenuta procedendo in analogia con quanto stabilito da Eulero, è il fatto che la forza elastica è proporzionale alla somma delle curvature principali.
In realtà, molti punti della sua memoria sono contestabili e nell'insieme la sua teoria sembra essere errata. In particolare, l'equazione di partenza (2.5) non ha un reale significato ed il procedimento matematico utilizzato da Sophie, presenta numerose lacune. La nozione di forza elastica è essa stessa non chiara poiché vengono confuse la definizione euleriana di forza elastica e la nozione lagrangiana di momento elastico (chiamata oggi lavoro), quantità scalare presentata nella "Mecanique Analytique".
L'ipotesi sulla quale Sophie Germain basò tutto il suo lavoro, cioè l'idea di far giocare alla somma delle curvature principali lo stesso ruolo nella teoria delle superfici della curvatura della linea elastica nella teoria delle aste, è, invece, un'idea originale.
La comunità scientifica mosse diverse critiche alla teoria di Germain, tuttavia, al contrario di quanto

lei pensasse, queste critiche non erano direttamente rivolte alla sua ipotesi, piuttosto erano indirizzate alla mancata spiegazione del risultato ottenuto. La bontà della sua idea avrebbe trovato poi conferma nel fatto che Lagrange l'avrebbe riutilizzata come punto di partenza per ottenere la corretta equazione della vibrazione delle piastre, aggiungendovi le condizioni al bordo appropriate e correggendo alcuni errori di analisi matematica.
Giustificare e dimostrare la sua ipotesi sarà dunque la costante preoccupazione di Sophie. Nella memoria del 1811, si limitò a specificare che aveva mantenuto l'espressione $\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right)$, perché per piccole vibrazioni i termini in $\left(\frac{1}{rr'}\right)$ o in altre funzioni delle curvature principali, erano trascurabili rispetto alla loro somma.

2.2.3 Il secondo concorso del 1813 e le critiche di Poisson e Legendre

Nel 1813, l'Accademia delle Scienze di Parigi indisse un secondo concorso alla quale Sophie Germain partecipò presentando lo stesso progetto con cui aveva partecipato nel 1808, cercando però di giustificare la sua ipotesi con considerazioni geometriche sulla deformazione di un piano a cui inizialmente appartengono quattro punti scelti con le rispettive coordinate:

$$P_1 = (x,\, y,\, z) \qquad P_2 = (x,\, y + dy,\, z + dz)$$
$$P_3 = (x + dx,\, y,\, z + dz) \qquad P_4 = (x + dx,\, y + dy,\, z + 2dz + d^2z)$$

Sophie cercò nuovamente di estendere per analogia il principio utilizzato da Eulero nel caso di una semplice curva. Questo principio prevedeva che la forza di elasticità derivasse dalla resistenza, e che gli elementi successivi dell'asta si opponessero fino ad essere piegati uno sull'altro cambiando il loro attuale angolo di contingenza (principio che verrà ripreso anche da Lagrange).
Per estendere questa idea ad una superficie, Sophie cercò di calcolare l'angolo determinato dai piani che passano rispettivamente per P_1, P_2 e P_4 e per P_1, P_3 e P_4. Questo tentativo fu molto criticato da Legendre che espresse tutto il suo disappunto in una lettera del 1789 in cui sosteneva che il ragionamento di Sophie Germain fosse "oscuro", poiché non esistevano per le superfici degli elementi analoghi a quelli che Lagrange aveva considerato come elementi consecutivi in una curva elastica (misurando l'angolo tra i due elementi).
A posteriori, è possibile affermare che quello che mancava a Sophie Germain era proprio una conoscenza approfondita di teoria geometrica delle superfici.
Poisson, scienziato e professore professionista, nel 1814 dichiarò di voler arrivare senza alcuna ipotesi alle equazioni di equilibrio delle superfici elastiche. Per fare ciò, iniziò ad analizzare tutte le precedenti opere sull'argomento tra cui anche i lavori di Germain. Da questa revisione Poisson dedusse che in generale erano stati utilizzati due approcci differenti: o le vibrazioni del corpo venivano studiate come somma di semplici linee indivisibili (è il caso di Eulero nel suo lavoro sulle campane), oppure il corpo veniva considerato come composto da due sistemi di linee perpendicolari che vibravano come se fossero incollate l'una all'altra ma senza ostacolarsi a vicenda (Eulero per i tamburi, Jacques II Bernoulli nel 1787 sulle placche).
Poisson voleva distaccarsi da questi metodi di scomposizione geometrica della superficie le cui vibrazioni erano oggetto di studio e decise di non esprimere la reazione della superficie attraverso

le reazioni parziali delle curve da cui è composta. Rifiutava la tradizione strettamente geometrica della meccanica euleriana e dovette quindi adottare un modello molecolare cercando di dedurre l'equazione della piastra dall'equilibrio di una singola molecola della superficie.
Nella Correspondance de l'Ecole Polytechnique del 1816, Poisson indicò che un'altra ipotesi oltre a quella di Germain, per esempio che la forza elastica sia proporzionale alla differenza delle curvature principali, determinerebbe la stessa equazione differenziale.
Nella versione integrale delle memorie pubblicate da Poisson nel 1814, sostenne addirittura che l'applicazione del metodo variazionale di Lagrange non interessava quelle espressioni della forma

$$\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}\right)^2 = C\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}\right) \tag{2.7}$$

dove C è una costante arbitraria, dentro l'equazione della vibrazione delle placche. Ecco perché Poisson diede così poco credito all'ipotesi di Sophie Germain.
Inoltre, un aspetto interessante dell'approccio variazionale al problema della curvatura delle placche è che, se si assume come Germain che la forza sia proporzionale a $V\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}\right)$, si può ottenere, come ha fatto Lagrange, l'equazione corretta per il moto dei punti interni, ma alcune delle equazioni che determinano il comportamento ai bordi delle placche risulterebbero errate.
Fu Kirchhoff a dover chiarire la questione nel 1850, ma, a parte le delicate tecniche variazionali, il suo metodo richiedeva necessariamente la nozione d'invariante di una superficie curva, cioè lo studio della memoria di Gauss del 1827.

2.2.4 Il terzo concorso del 1815 e una nuova idea di Germain

Sophie Germain, al contrario di Poisson, cercò di continuare la tradizione euleriana, utilizzando i metodi variazionali di Lagrange, ma certamente le mancava la padronanza completa degli strumenti tecnici e concettuali.
Sophie stava però acquisendo una crescente fiducia nella sua ipotesi a cui nel 1815 voleva conferire lo status di teorema, logicamente dedotto da un postulato che le sembrava indiscutibile. Questo postulato è l'argomento tanto descritto da d'Alembert nella sua discussione con Eulero sui principi della meccanica: l'effetto è proporzionale alla causa che lo produce. Cercando di difendere la sua ipotesi, Sophie Germain scrisse che era riuscita ad offrire delle conclusioni ovvie attraverso un ragionamento così semplice e intuitivo (cioè quello che una forza è proporzionale all'effetto che produce o tende a produrre) da non poter essere messo in discussione.
Sophie aveva in mente una situazione di triplice tipo: una causa esterna induceva la deformazione di una superficie e questa deformazione era la causa stessa delle forze elastiche. Il rapporto "ovvio" di proporzionalità che interessava Sophie, era quello tra deformazione superficiale e forze elastiche. La matematizzazione della nozione di forma fu posta direttamente da Sophie, mentre la deformazione veniva concepita come differenza tra due forme che vennero denotate con un semplice e intuitivo simbolo letterale: I per la forma iniziale ed E per la forma finale elastica.
Questi simboli diventavano matematicamente operativi solo attraverso la nozione di curvatura, che veniva identificata nel caso dell'asta, poiché il raggio del cerchio osculatore (e dunque il suo inverso) misurava la deformazione rispetto alla forma rettilinea iniziale.

Una superficie elastica deformata presenta però una moltitudine di possibili curve in ogni punto, che sono le sezioni della superficie lungo tutti i piani che passano per quel punto.
Sophie Germain postulò che, considerando la somma di tutte le curvature relative a tutte le curve prodotte dalle diverse sezioni piane della superficie, si otteneva un'espressione che avrebbe matematizzato la nozione della forma della superficie in quel punto. Propose quindi implicitamente una procedura integrale per il calcolo della curvatura di una superficie.
In questo caso esistono si possono distinguere due ragionamenti che derivano da due intuizioni distinte:

1. ragionamento matematico: una superficie è la somma delle sue linee nel senso del calcolo del continuo e poi del calcolo integrale

2. ragionamento propriamente fisico: studiando un solido elastico di piccolo spessore in relazione alle altre dimensioni, Sophie pensò di considerarlo come suddiviso in un numero infinito di strati infinitamente sottili. Durante il movimento questi assumerebbero figure simili a quelle che i vari strati realmente separati prenderebbero se, a parità di condizioni, venissero scossi in modo isolato.

L'approccio di Sophie è in questo caso molto simile a quello di Eulero e che Poisson aveva criticato.
Nella terza memoria del 1815, Sophie Germain sostenne che era possibile ridurre la somma di tutte le curvature solamente a due termini: le due curvature principali, cioè la curvature massima e la curvatura minima tra tutte le curvature relative alle sezioni normali in un dato punto.
Eulero aveva già supposto che per studiare le proprietà di curvatura di una superficie si potessero mettere da parte le sezioni oblique. Inoltre, il risultato di Meusnier pubblicato nel 1785 stabiliva che la curvatura di una sezione obliqua contenesse il coseno dell'angolo di inclinazione. Dunque, prendendo per ciascuna delle posizioni di un piano normale la somma di tutte le curvature di tutte le sezioni inclinate, ogni valore del coseno interveniva due volte con segni opposti e in un'integrazione da 0 a π rispetto all'angolo di inclinazione il risultato è nullo.
Risultava quindi del tutto legittimo occuparsi solamente delle sezioni normali.
Per riassumere le curve relative alle sezioni normali, Germain utilizzò i risultati di Eulero, già illustrati nel primo sottoparagrafo 2.2.1 e che ora vengono ricordati:

$$\frac{1}{r} = \frac{f+g-(f-g)cos(2\Phi)}{2fg} \qquad \frac{1}{r'} = \frac{f+g-(f-g)cos(2\Phi+\pi/2)}{2fg}$$

da cui deriva che

$$\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}=\frac{1}{f}+\frac{1}{g}.$$

Fu probabilmente quest'ultima proprietà a suggerire l'idea per l'ipotesi di Germain. Infatti, riferendosi a tale formula, Sophie nel 1821 scrisse che:

> "Così la somma delle ragioni inverse dei raggi di curvatura di tutte le curve prodotte dalle diverse sezioni della superficie si riduce alla somma delle ragioni inverse dei due raggi di curvatura principali della stessa superficie, prese un numero infinito di volte. L'idea dell'infinito è qui presentata solo per la ripetizione di una stessa misura, che è in realtà quella della curvatura della superficie. "

Quest'ultima frase si traduce in:

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\rho(\varphi)} d\varphi + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{1}{\rho(\varphi)} d\varphi = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \left[\frac{1}{\rho(\varphi - \frac{\pi}{2})} + \frac{1}{\rho(\varphi)} \right] d\varphi = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \left[\frac{1}{f} + \frac{1}{g} \right] d\varphi \tag{2.8}$$

dove ρ è il raggio di curvatura della sezione normale delimitato dall'angolo φ che si ottiene con la sezione che determina la curvatura massima.
In questo modo, Sophie Germain arrivò al risultato che la somma integrale di tutte le curvature, relative a tutte le possibili curve ottenute dall'intersezione delle sezioni piane (passanti per un punto) con la superficie, è proporzionale alla somma delle due curvature principali e questo risultato analitico, insieme al postulato metodologico dell'effetto proporzionale alla causa, le sembrava stabilire in modo inconfutabile la validità della sua ipotesi per la teoria delle superfici elastiche.

2.2.5 Un dominio misto tra geometria e meccanica

Sophie Germain non aveva la fortuna di interagire con un vero e proprio interlocutore intellettuale nella comunità scientifica, nonostante possedesse buone amicizie come quella di Legendre e più tardi di Fourier. In assenza di una precisa comprensione dei suoi errori matematici e di fronte ai sostenitori del modello molecolare contro il quale concentrava i suoi sforzi, Sophie fece pochi progressi concettuali reali. Le sue opere ebbero poco peso nel nuovo campo della teoria dell'elasticità che si aprì negli anni Venti del XIX secolo con le opere di Navier (1785-1836), Cauchy (1789-1857) e poi Poisson (1781-1840).
Navier fu il primo a studiare le equazioni generali di equilibrio e vibrazione dei solidi elastici. Egli partì dall'ipotesi attribuita a Newton che le reazioni elastiche derivano da variazioni delle forze intermolecolari successive a cambiamenti nella configurazione molecolare del solido stesso. Egli assunse che la forza tra due molecole che venivano leggermente allontanate era proporzionale al prodotto dell'aumento della distanza e a qualche funzione della distanza iniziale.
Le equazioni ottenute erano espresse in termini dello spostamento della molecola e coinvolgevano l'utilizzo di una costante elastica relativa al materiale che veniva supposto fosse isotropo (stesse caratteristiche in tutte le direzioni).
Navier successivamente costruì un'altra espressione per il lavoro svolto da tutte le forze che agiscono su una molecola in un piccolo spostamento relativo e ciò venne descritto come somma dei momenti (nel senso della Meccanica Analitica) delle forze esercitate da tutte le altre molecole su una particolare molecola. Egli dedusse, mediante un'applicazione del calcolo delle variazioni, non solo le equazioni differenziali, ma anche le condizioni al bordo che definiscono la superficie del corpo. Ciò rese il memoriale molto importante, tuttavia le argomentazioni che Navier aveva portato ora non sarebbero accettate: in primo luogo perché l'espressione che definiva la forza tra due molecole dopo lo spostamento è fondamentalmente errata, ed anche l'espressione per le componenti in tutte le direzioni della forza agente su una sola molecola era discussa erroneamente.
Inoltre questa espressione comportava una sommatoria tripla, e Navier aveva sostituito le somme con delle integrazioni. Dalle successive ricerche di Cauchy e Poisson risultò che questo passaggio fosse inutile, e, se la forza tra due molecole veniva considerata semplicemente come una funzione della loro distanza, portava, quando funzionava correttamente, a risultati assurdi.

L'idea di Cauchy, invece, valutava tre modi differenti per arrivare alle equazioni, di cui due dedotti da un'ipotesi molecolare simile a quella di Navier. Cauchy suppose che il solido consistesse in un numero molto elevato di punti materiali, con una legge di forza che governava le coppie in funzione della loro distanza. In un primo momento definì un'espressione per le forze che agiscono su una singola molecola e da questa dedusse le equazioni differenziali. Nel caso di un solido isotropo, queste equazioni contenevano due costanti di elasticità.
Nel secondo caso le espressioni erano definite per le tensioni su qualsiasi piano disegnato nel solido. Se lo stato iniziale era a tensione zero, e il solido di tipo isotropo, la sollecitazione veniva espressa in termini di tensione per mezzo di una singola costante, e dunque una delle costanti della memoria precedente doveva sparire. Le equazioni risultavano essere quindi identiche a quelle di Navier, ma erano state ottenute senza sostituire le somme con l'integrazione.
La prima memoria di Poisson sulla teoria dell'elasticità fu presentata all'Accademia di Parigi solamente nel 1828 con un lavoro molto interessante soprattutto per le numerose applicazioni della teoria generale a problemi speciali. Tuttavia la sua trattazione delle equazioni generali era più scarsa di quella di Cauchy.
Come Cauchy, Poisson ottenne prima le equazioni di equilibrio in termini di fattori di tensione, e poi stimò la tensione su qualsiasi piano derivante dalle forze intermolecolari. Le espressioni per la sollecitazione in termini di tensione comportavano delle somme rispetto a tutte le molecole, situate nella regione di attività molecolare di una molecola inizialmente data. Poisson giustamente decise di non sostituire le somme con le integrazioni, ma assunse che questo poteva essere fatto sotto particolari condizioni. Le equazioni così ottenute risultavano essere identiche a quelle di Navier.
La teoria lineare dell'elasticità dei solidi continui tridimensionali nacque quindi attorno al 1820 con il lavoro di Cauchy sui corpi continui tridimensionali, mentre contemporaneamente si stava sviluppando la teoria corpuscolare di Navier. Nei successivi anni, sempre ad opera di Cauchy, Navier e Poisson, le due diverse formulazioni si confrontarono in accese discussioni scientifiche che gradualmente portarono a evidenziare i limiti del modello molecolare. I successivi sviluppi della teoria dell'elasticità furono pertanto nel quadro del modello continuo, quello che, la stessa Sophie si era impegnata a sostenere. Le idee di Germain, grazie alle dovute correzioni di Lagrange, furono dunque la base della teoria dell'elasticità moderna.
Il memoriale che ottenne il premio dell'Accademia delle Scienze di Parigi fu pubblicato nel 1821 da Sophie e rispetto alla memoria precedente, era stato aggiunto solamente un saggio di "dimostrazione" della sua ipotesi ispirata a quella di Jacques Bernoulli del 1705 per l'elasticità.
L'applicazione alle piastre che Sophie Germain pensò era in realtà una mossa ingenua e poco convincente.
Nelle sue ultime opere iniziò una nuova dialettica tra matematica e fisica e a proposito della nozione di superficie elastica nel 1826 scrisse:

> "È in qualche modo mescolata tra quella della superficie geometrica e quella del solido. Da un lato, la superficie geometrica, che non ha una reale esistenza, rifiuta ogni idea di movimento, e dall'altro, le molecole che compongono lo spessore del solido non possono essere confuse con quelle del solido, cosa che avviene solo in condizioni particolari [...] questo suppone che, un solido dotato di elasticità e il cui spessore è molto piccolo rispetto alle altre dimensioni, riceve

il nome di superficie elastica quando è sottoposto alla condizione che, trascurando il tempo, ciascuno degli strati in cui si può suddividere il suo spessore si comporta come se fosse isolato durante il movimento di questo solido."

Così Sophie Germain andò a definire le superfici elastiche: attraverso l'ipotesi che era servita da modello quindici anni prima.
La sua "Memoria sulla curvatura delle superfici" del 1831 faceva parte di questo dominio misto tra geometria e fisica e mirava a sviluppare una "teoria dinamica della curvatura" e non una teoria puramente geometrica delle superfici stesse. Sophie sosteneva che la curvatura messa in relazione con le quantità dinamiche veniva inconsciamente trattata come una quantità dello stesso tipo e dunque le superfici non potevano più essere considerate come in relazione solo a se stesse.
Si trattava quindi di definire una quantità dinamica risultante dalla curvatura, che non dipendeva però dalla forma delle superfici ma da una condizione soddisfatta da un numero infinito di superfici differenti.
La teoria sulla curvatura di una superficie espressa da Germain in questo modo conteneva l'idea di invarianza senza la quale ogni superficie data risultava essere radicalmente diversa da un'altra rendendo impossibile esibire delle classificazioni.
L'invarianza rispetto alla forma delle superfici che Sophie Germain aveva idealizzato era adattata al preciso quadro della teoria dinamica delle superfici elastiche mentre, al contrario, l'invarianza della teoria gaussiana era pensata rispetto a determinate trasformazioni geometriche, in particolare l'isometria della superficie.
Il progetto di Sophie era quello di offrire un'interpretazione geometrica all'espressione della forza elastica di una superficie deformata, misurandola attraverso il raggio di una certa sfera e dare un contenuto fisico alla curvatura che descrive come una quantità fisica misurabile (la quantità di curvatura), di cui si propose di studiare la legge di distribuzione.
Sophie Germain introdusse nuovi strumenti:

1) Curvatura media e sfera media:

Utilizzando i risultati di Eulero e la sua stessa presentazione, nel 1815, Sophie Germain introdusse i "piani medi" che corrispondono ai valori $\Phi = 45°$, e $\Phi = 45° + 90°$ degli angoli di questi piani con una delle sezioni principali.
I raggi di curvatura delle curve appartenenti a questi piani medi sono uguali tra loro e quindi si ha che:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right) \tag{2.9}$$

Questa curvatura, definita come metà della somma delle curvature principali, è chiamata curvatura media. Non si tratta soltanto di una curvatura che rappresenta una media tra le diverse curvature lineari distribuite attorno ad un punto della superficie, ma piuttosto si tratta veramente di una "curvatura media della superficie stessa", che svolge un ruolo sintetico nel rappresentare la forma della superficie, almeno da un punto di vista meccanico.
Sophie Germain definisce inoltre il concetto di sfera media, ossia una sfera centrata sulla normale alla superficie in un punto e il cui raggio è definito con precisione dalla relazione di cui sopra (2.9).
I cerchi massimi di questa sfera hanno come curvatura lineare proprio la curvatura media.
È possibile dire che una data superficie e la sua sfera media hanno la stessa curvatura media.

Tuttavia, la sfera media non può svolgere il ruolo di superficie osculatrice della superficie data, come faceva il toro osculatore di Meusnier, poiché il contatto tra le due superfici è solamente del primo ordine (cioè hanno solo lo stesso piano tangente).
L'utilità di questa sfera media era quella di mostrare che esiste, sotto il rapporto dinamico, una quantità di curvatura indipendente dalla forma delle superfici.
Sophie Germain in un primo momento si limitò al caso in cui i due raggi di curvatura principali sono diretti sullo stesso lato della normale (cioè quando f e g hanno lo stesso segno). È il caso delle cosiddette superfici concavo-concave o convesso-convesse (terminologia utilizzata da Gauss nel suo libro del 1827).
Sophie nelle ultime pagine del suo memoriale cercò di dedicarsi agli altri casi ma quello delle superfici concavo-convesse (f e g di segni opposti) e in particolare delle superfici a curvatura media zero (f e g uguali e opposte) non potevano essere trattati seguendo il suo modello.
Quest'ultimo caso (f e g uguali e opposte) è molto importante: Meusnier dimostrò che tali superfici sono soluzioni dell'equazione alle derivate parziali di Lagrange che si riferiscono alle superfici minime.
2) Superficie delle distanze e superficie delle distanze medie:
Sophie Germain ci ricorda che, nel caso delle curve piane, la prima cosa da fare per conoscere la curvatura è quella di confrontare la curva con la sua tangente: più una curva si discosta dalla sua tangente, maggiore sarà la sua curvatura e maggiore è, in termini meccanici, la forza che deve essere applicata ad essa.
Sophie definì per una data curva la linea della distanza in un punto, cioè la distanza tra la fine dell'arco di lunghezza unitaria partendo sulla curva dal punto e la tangente. (In realtà la linea della distanza indica sia il segmento perpendicolare alla tangente così definita, sia la sua misura). È facile verificare che la curvatura è proporzionale alla linea di distanza.
Questo punto di vista è in un certo senso vicino a quello di Newton che si interessò alla traiettoria di un movimento, descrivendola attraverso la deviazione della curva in relazione alla sua tangente.
Sophie a tal proposito scrisse che:

> "Se supponiamo che una linea sia curva quando la vediamo deviare dalla direzione di una linea retta che la tocca, l'idea di curvatura in relazione alle superfici ci viene suggerita anche dall'osservazione della distanza che separa il piano tangente dai punti della superficie vicini al punto di tangenza... La questione delle curvature medie può essere definita in questi termini: trovare l'espressione della distanza media tra il piano tangente e i punti della superficie che circondano il punto di tangenza."

Per rispondere a questa domanda, Sophie Germain considerò tutte le sezioni normali in un determinato punto M della superficie. Gli estremi degli archi sono unità contate su tutte queste curve a partire da M e queste estremità determinano sulla superficie una direttrice che è una curva verso sinistra. La superficie delle distanze è quindi definita come la superficie formata da tutte le linee di distanza tracciate dai punti della direttrice. Si tratta di una porzione di superficie cilindrica poiché tutte le linee di distanza sono perpendicolari al piano tangente alla superficie in M.
Per analogia, Sophie dedusse che nel punto M dato la curvatura della superficie è proporzionale alla superficie delle distanze descritte intorno a questo punto.

La "curvatura di una superficie" non era però ancora stata definita e dunque ammettere che si trattasse per analogia di un numero proporzionale all'area della "superficie delle distanze" equivaleva ad ammettere la famosa ipotesi di Sophie Germain sulla proporzionalità delle forze elastiche alla somma delle curvature principali.
Infine, Sophie Germain introdusse la superficie delle distanze medie in un punto come la "superficie delle distanze" della sfera media in quel punto.
Siccome la direttrice veniva tracciata sulla sfera media, questa doveva necessariamente essere un cerchio di questa sfera, situato su un piano parallelo al piano tangente alla superficie in M. La "superficie delle distanze medie" risultava quindi essere una porzione di cilindro tra il piano tangente alla superficie e la sfera media.
Data una certa superficie, Germain riuscì a mostrare che la "superficie delle distanze" e la "superficie delle distanze medie" avevano aree uguali. Infatti, queste risultavano essere entrambe delle superfici espandibili che lei riuscì a confrontare elemento per elemento.
Il risultato a cui conduce tutta la sua trattazione è il seguente:

> "Se per due superfici diverse, di dimensioni diverse, le somme delle curve principali sono uguali, allora le rispettive "superfici delle distanze medie" saranno identiche e le "superfici delle distanze" avranno la stessa area".

La dimostrazione di quanto appena detto risulta immediata poiché, molto banalmente, se per due superfici diverse la somma delle curvature principali è la stessa, allora queste due superfici avranno la stessa curvatura media e quindi la stessa sfera media. Di conseguenza le due superfici avranno la stessa "superficie delle distanze medie" e dunque la stessa area (secondo la proposizione precedente) di ciascuna delle rispettive "superfici delle distanze" delle due superfici iniziali considerate.
Così Sophie Germain pensò di aver identificato due invarianti (locali) per le superfici che hanno la stessa somma delle curvature principali. Queste invarianti sono la sfera media e la superficie delle distanze e sembrano adattarsi perfettamente quando si cerca di rappresentare l'azione delle forze dovute alla curvatura.
Dal punto di vista meccanico che regola l'introduzione di queste varie superfici e dell'intera costruzione concettuale, la superficie delle distanze materializza in un certo senso l'azione della curvatura e dà una rappresentazione fisica di quella che si chiama la legge di distribuzione della curvatura.
Poiché la "superficie delle distanze medie" ha la stessa area della "superficie delle distanze" che dipende dalla forma della superficie data, Sophie Germain affermò che dal punto di vista dell'azione delle forze, tutto avviene come se la figura fosse sferica.
Sophie poté quindi concludere che:

> "..considerando l'insieme delle forze, si scopre che la curvatura uniforme della sfera di curvatura media è equivalente a qualsiasi altra forma di superficie in cui la condizione di uniformità non sarebbe più rispettata."

2.2.6 Curvatura media e curvatura Gaussiana

Avendo scoperto il rapporto della curvatura di una superficie con quella della sfera di curvatura media (attraverso le rispettive "superfici delle distanze"), Sophie fornì "un'idea completa del modo

in cui la curvatura è distribuita intorno ad un dato punto".
Paragonò il suo tentativo a quello di Gauss, il cui libro "Recherches Generales sur les Surfaces Courbes" pubblicato nel 1828, era passato solo per poco tempo tra le sue mani.
Alla fine del suo libro di memorie del 1831, Sophie commentò il suo lavoro paragonandolo a quello di Gauss. Secondo Germain, l'"illustre autore" aveva analizzato da un punto di vista puramente geometrico le curvature confrontando tra loro quelle tracciate sulla superficie con quelle che sarebbero state realizzate sulla superficie della sfera.
Sophie era molto rammaricata di aver potuto leggere solo rapidamente il lavoro di Gauss poiché, nonostante ci fossero delle differenze radicali tra le loro idee, questi due risultati potevano essere in qualche modo d'aiuto l'uno per l'altro. Sophie pensava infatti che alcuni dei risultati di Gauss avrebbero potuto dare un riscontro e dunque una "raccomandazione" ai suoi lavori, favorendo lo sviluppo di tutta la sua ricerca.
Ancora emarginata dalla comunità scientifica, Sophie Germain non ebbe mai la possibilità di studiare approfonditamente l'opera di Gauss e di cogliere a pieno la vastità della sua teoria, che avrebbe poi potuto utilizzare per il suo progetto.
Bisogna infatti riconoscere che il ruolo della rappresentazione della sfera media nel saggio di Sophie Germain, e della sfera unitaria nella teoria gaussiana, hanno in realtà poco a che fare uno con l'altro, nonostante la curvatura media e la curvatura gaussiana siano certamente due funzioni molto semplici delle curvature principali: una è la somma, l'altra è il prodotto.
La convinzione di Sophie Germain, acquisita verso il 1810, che la somma delle curvature principali caratterizzasse completamente una superficie, almeno nel campo della teoria elastica, la portò, una ventina d'anni dopo, alla definizione della nozione di sfera media.
Inoltre, questa convinzione può essere spiegata più facilmente rendendola plausibile attraverso il risultato di Eulero ricapitolato in precedenza (2.2.1).
La sfera media era quindi solo un'immediata concretizzazione della semisomma delle curvature principali.
Gauss, utilizzando un approccio puramente geometrico, sfruttò la rappresentazione sferica di una superficie, offertagli dall'astronomia: a qualsiasi punto M della superficie, per il quale il vettore normale alla superficie in M ha come coseno direttore X_1, Y_1 e Z_1, Gauss associò il punto m di coordinate (X_1, Y_1, Z_1) e che quindi appartiene alla sfera unitaria $(X_1^2 + Y_1^2 + Z_1^2 = 1)$. Gauss si avvicinò molto alla nozione di curvatura di una superficie in un punto, partendo dal quoziente tra l'area dell'elemento di superficie intorno a quel punto e l'area della sua immagine su questa superficie sferica ausiliaria. Definì quindi la curvatura, chiamata curvatura gaussiana, come il limite dell'inverso di questo quoziente.
Il calcolo analitico dimostrò successivamente che questa curvatura gaussiana era uguale al prodotto delle due curvature principali e che quindi caratterizzava la geometria intrinseca della superficie.
In effetti, Gauss aveva scritto l'elemento lineare della superficie (il "ds" della superficie) nella forma:

$$ds^2 = E(p, q)dp^2 + 2F(p, q)dpdq + G(p, q)dq^2 \tag{2.10}$$

dove p e q sono le coordinate gaussiane (che sono coordinate parametriche di superficie).
La curvatura gaussiana veniva quindi espressa solamente in funzione dei coefficienti E, F, G, dell'elemento lineare e delle loro derivate prime e seconde (rispetto a p e q).

Infine, la curvatura gaussiana è un'invariante per isometria dell'elemento lineare, cioè quelle trasformazioni della superficie senza flessioni o piegamenti, né allungamenti.
Questo risultato costituisce il famoso "Teorema Egregio di Gauss": la curvatura gaussiana caratterizza la superficie, indipendentemente dallo spazio euclideo in cui questa è immersa.
Gauss, successivamente si dedicò allo studio delle geodetiche di una superficie descrivendone la loro determinazione analitica. Definì prima di tutto la somma degli angoli di un triangolo geodetico che gli permise di affermare il seguente risultato fondamentale: la somma degli angoli di un triangolo formato da linee geodetiche in una qualsiasi superficie è:

- superiore a π, se questa superficie è concavo-concave
- inferiore a π, se è concavo-convesse,

di una quantità che ha come misura l'area del triangolo sferico corrispondente nella rappresentazione sulla sfera unitaria (contando l'area totale di quest'ultima come 4π).
Per dimostrare questo teorema, Gauss introdusse due sistemi di curve, che si intersecavano ortogonalmente sulla superficie e uno dei quali era di tipo geodetico. Questi sistemi costituiranno le coordinate locali sulla superficie e saranno molto utili per descrivere il movimento di un punto su una superficie vibrante.
Gauss stesso descrisse la rottura epistemologica di cui era artefice come:

> "considera una superficie non come il limite di un solido, ma piuttosto come un solido flessibile, inestensibile, una cui dimensione dovrebbe svanire...e quindi si interessa alle proprietà assolute e invariabili di quella superficie indipendentemente dalla sua forma"

Questo portò allo studio delle superfici, non nel loro rapporto con lo spazio circostante, ma da un punto di vista intrinseco, ponendosi sulla superficie stessa. È padroneggiando questo punto di vista che gli studiosi di elasticità della seconda metà del XIX secolo riuscirono a compiere importanti progressi nella teoria delle superfici elastiche di varie forme iniziali.
Tuttavia, le nozioni di sfera media e soprattutto di superficie delle distanze, troppo direttamente concrete e legate alla rappresentazione meccanica, si opponevano a questo punto di vista. Ancora una volta, queste incongruenze erano dovute proprio alla mancanza di una determinazione analitica di molti elementi legati alla superficie che Sophie Germain non possedeva nel suo bagaglio culturale.
Il passaggio ad una teoria matematica autonoma, potente e profonda si rivelò quindi indispensabile nel complesso campo delle superfici elastiche ma, come è stato già più volte sottolineato, non aveva né il tempo né i mezzi per convincersi di questa necessità.

Appendice A

Il Teorema di Noether

Il Teorema di Noether è uno dei risultati più noti relativi alla fisica Matematica. Questo teorema mette in luce la relazione che intercorre tra simmetrie di un sistema fisico e integrali primi del moto, ossia quantità conservate. Prima di darne l'enunciato, sono necessarie delle premesse[1]:

Definizione A.0.1. Siano $q_1, q_2, ..., q_n$ parametri lagrangiani, $q = (q_1, ..., q_n)$.
Sia $F = -\nabla V$ la somma di tutte le forze agenti sul sistema, dove $V : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ è l'energia potenziale del sistema. Se l'applicazione $t \to q(t)$, di classe C^1 denota un moto, sia $T = T(q, \dot{q})$ l'energia cinetica del sistema. Definiamo la funzione di *Lagrange* (o *Lagrangiana*) del sistema come la quantità $L = T - V$, o più precisamente l'unica funzione $L : \mathbb{R}^{2n} \to \mathbb{R}$ tale che ogni moto $t \to q(t)$ si ha $L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - V(q(t))$.

Definizione A.0.2. Per un generico percorso $t \to q(t) \in \mathbb{R}^n$ con $t \in [t_0, t_1]$ si definisce l'*azione lungo q(t)* come

$$S(q) = \int_{t_0}^{t_1} L(q(t), \dot{q}(t))dt \tag{A.1}$$

Definizione A.0.3. Sia Ω un insieme aperto e limitato di $\mathbb{R}^n$. Sia $q_0 : [t_0, t_1] \to \Omega$ una funzione di classe C^1.
Si dice che q_0 *rende stazionaria l'azione* se e solo se $\forall q : [t_0, t_1] \to \Omega$ con $q(t_0) = q_0(t_0)$ e $q(t_1) = q_1(t_1)$ si ha che $S(q) - S(q_0) = O(N(q - q_0)^2)$ dove $N(q - q_0) = sup_{[t_0,t_1]} \sqrt{||q - q_0||^2 + ||\dot{q} - \dot{q}_0||^2}$.

Definizione A.0.4. Una trasformazione $h : \Omega \to \mathbb{R}^d$ è detta *ammissibile* se e solo se:

- h è un diffeomorfismo da Ω su $h(\Omega)$
- $\forall (q, \dot{q}) \in \Omega \times \mathbb{R}^d$, $L(h(q), dh(q)\dot{q}, t) = L(q, \dot{q}, t)$.

Estendiamo tale definizione al caso di sistemi vincolati a una sottovarietà M.
Diciamo che il diffeomorfismo $h_0 : \mathbb{R}^{3N} \to \mathbb{R}^{3N}$ è ammissibile se

[1]La teoria di questo appendice è stata sviluppata attraverso la consultazione degli Appunti del corso di Fisica Matematica 3 del professor André Georges Martinez.

- h_0 è ammissibile per L_0 (cioè $L_0(h_0(P), dh_0(P)\dot{P}, t)$=$L_0(P, \dot{P}, t)$),
- h_0 manda M in M.

In particolare $\forall P(q) \in M$ t.c. $h_0(P(q)) \in M$, $\exists q' \in \Omega$ t.c. $h_0(P(q)) = P(q')$.
Poniamo $h(q) = q'$, ossia h: $\Omega \to \Omega$ è definita da

$$h_0(P(q)) = P(h(q)). \tag{A.2}$$

Proposizione A.0.1. *h è un'applicazione ammissibile per L*

Dimostrazione. Differenziando la (A.1) si ottiene

$$dh(P(q)) \circ d(P(q)) = dP(h(q)) \circ dh(q)). \tag{A.3}$$

Siccome la funzione a sinistra dell'uguale è iniettiva in quanto è composizione di due funzioni iniettive, si ha che $\forall$q d$h(q)$ è un isomorfismo di $\mathbb{R}^d$.
Proviamo che h lascia invariata la Lagrangiana.

$$L(h(q), dh(q)\dot{q}, t) = L_0(P(h(q))(d(h(q)\dot{q}), t) = L_0(h_0(P(q)), d(h_0 \circ P)(q)\dot{q}, t) =$$
$$L_0(h_0(P(q)), dh_0(P(q))(dP(q)\dot{q}), t) = L_0(P(q), dP(q)\dot{q}, t) = L(q, \dot{q}, t).$$

□

Possiamo dunque enunciare il teorema di Noether:

Teorema A.0.2 (Teorema di Noether). *Sia un sistema di Lagrangiana L=L(q,$\dot{q}$,t), supponiamo che esista una famiglia $(h^s)_{s\in(-s_0,s_0)}$ (con $s_0 > 0$) di trasformazioni ammissibili per L t.c.*

- *per s=0, h^0=Id,*
- *$\forall q$, $(s, q) \to h^s(q)$ è di classe C^2.*

Allora la quantità

$$J =< \nabla_{\dot{q}} L(q, \dot{q}, t), \frac{\partial h^s(q)}{\partial s}_{|s=0} > \tag{A.4}$$

è un integrale primo del moto.

Dimostrazione. Consideriamo un moto t→q(t), poniamo $\gamma(s,t)$=h$^s(q(t))$.
Siccome h^s è un'applicazione ammissibile, ∀s $L(\gamma(s,t),\dot{\gamma}(s,t),t)$=$L(q(t),\dot{q}(t),t)$.
Derivando rispetto a s, si ottiene

$$\nabla_q L(\gamma, \dot{\gamma}, t)\frac{\partial \gamma}{\partial s} + \nabla_{\dot{q}} L(\gamma, \dot{\gamma}, t)\frac{\partial \dot{\gamma}}{\partial s} = 0$$

Introduciamo un lemma per completare la dimostrazione del teorema:

Lemma A.0.3. *Per ogni h applicazione ammissibile e* $\forall\ t \to q(t)$ *soluzione delle equazioni di Eulero-Lagrange*

$$\frac{d}{dt}(\nabla_{\dot{q}} L(q_0(t), \dot{q}_0(t), t)) = \nabla_q L(q_0(t), \dot{q}_0(t), t)) \tag{A.5}$$

si ha che $\forall\ t \to h(q(t))$ *è anch'essa soluzione delle equazioni di Eulero-Lagrange (A.5).*
(La soluzione q(t) di queste equazioni differenziali di secondo ordine rappresenta il moto fisico di un sistema meccanico.)

Dimostrazione. Supponiamo senza dimostrarlo che il moto q(t) sia soluzione delle equazioni di Eulero-Lagrange se e solo se rende stazionaria l'azione

$$S(h(q)) = \int_{t_0}^{t_1} L(h(q), dh(q)\dot{q}, t)dt = \int_{t_0}^{t_1} L(q, \dot{q}, t)dt = S(q) \tag{A.6}$$

Inoltre, siccome h è un diffeomorfismo locale, $\forall q, q_0 \in C^1([t_0, t_1])$
$N(q - q_0) \sim N(h(q) - h(q_0)) \Rightarrow$ se q_0 rende stazionaria l'azione, lo fa anche $h(q_0)$ □

Da questo lemma otteniamo che $\forall s\ t \to h^s(q(t))$ è soluzione dell'equazione di Eulero-Lagrange (A.5) ossia

$$\frac{\partial}{\partial t}\nabla_{\dot{q}} L(\gamma, \dot{\gamma}, t) = \nabla_q L(\gamma, \dot{\gamma}, t)$$

Possiamo dunque scrivere

$$\frac{\partial}{\partial t}\nabla_{\dot{q}} L(\gamma, \dot{\gamma}, t)\frac{\partial \gamma}{\partial s} + \nabla_{\dot{q}} L(\gamma, \dot{\gamma}, t)\frac{\partial^2 \gamma}{\partial t \partial s} = 0 \tag{A.7}$$

cioè

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\nabla_{\dot{q}} L(\gamma, \dot{\gamma}, t)\frac{\partial \gamma}{\partial s}\right] = 0 \tag{A.8}$$

quindi $\forall s$ la quantità

$$< \nabla_{\dot{q}}(h^s(q), dh^s(q)\dot{q}, t), \frac{\partial h^s(q)}{\partial s} > \tag{A.9}$$

è un integrale primo del moto. Ed in particolare, prendendo s=0 si ottiene esattamente la tesi del teorema. □

Enunciamo senza però dimostrarla anche la versione 2.0 del Teorema di Noether che riguarda i sistemi vincolati.

Teorema A.0.4 (**Teorema di Noether 2.0**). *Sia t →q(t)* $\in M$ *un moto fisico su M tale che l'applicazione (t,s)* $\to h_0^s(P(t))$ *sia di classe* C^2. *Supponiamo che la famiglia* $(h_0^s)_s$ *sia ammissibile per il sistema vincolato di Lagrangiana* $L_0(P(q(t)), dP(q(t))\dot{q}, t)$.
Allora

$$J =< \nabla_{\dot{P}} L_0(P, \dot{P}, t), \frac{\partial h_0^s(P)}{\partial s}_{|s=0} > \tag{A.10}$$

è un integrale primo del moto.

Bibliografia

[1] «Ada Lovelace Day». In: (). URL: https://findingada.com/.

[2] Marco Andreatta. «Le donne nella ricerca Matematica». In: (2014).

[3] Michèle Audin. *Remembering Sofya Kovalevskaya*. Springer Science & Business Media, 2011.

[4] Marco Boscolo. «Le donne e la carriera scientifica». In: *Oggi scienza* (2018).

[5] Jenny Boucard e Isabelle Lémonon. ««Women in Mathematics: Historical and Modern Perspectives» Réflexions sur les femmes en mathématiques». In: (2018).

[6] Patrice Bret. «Conclusion. Réintégrer les femmes dans la République des Sciences». In: *Femmes des sciences de l'Antiquité au xixe siécle. Réalités et raprésentations. Sous la dir. d'A. Gargnan et P. Bret. Dijion: Éditions universitaires de Dijion.* (2014), pp. 309–317.

[7] Patrice Bret. «Madame Picardet, traductrice scientifique ou cosmétique des Lumiéres». In: *Pour la science* 446 (2014), pp. 70–73.

[8] Amy Dahan-Dalmedico. «Mecanique et theorie des surfaces: les travaux de Sophie Germain». In: *HISTORIA MATHEMATICA* (1987), pp. 347–365.

[9] Amy Dahan-Dalmedico. «Sophie Germain». In: *Le scienze* 282 (1992), pp. 71–75. URL: http://download.kataweb.it/mediaweb/pdf/espresso/scienze/1992_282_7.pdf.

[10] Paola Govoni. «Donne e scienza nelle università italiane, 1877–2005». In: *Donne di Scienza* (2008).

[11] MARY W. GRAY. «Sophie Germain». In: *Complexities: Women in Mathematics*. Princeton University Press, 2005, pp. 68–74. URL: http://www.jstor.org/stable/j.ctt1dr35cc.23.

[12] Margherita Hack. «I contributi delle donne alla scienza: ieri e oggi». In: *Donne di scienza* (2008).

[13] Arne Hessenbruch. *Reader's Guide to the History of Science*. Routledge, 2000.

[14] Sofja Kovalevskaya. *Memorie d'infanzia*. Pendragon, 2000.

[15] Augustus Edward Hough Love. *A treatise on the mathematical theory of elasticity*. Cambridge university press, 2013.

[16] Emilia Mezzetti e Maura Ughi. In: (). URL: http://www.enciclopediadelledonne.it/biografie/sofia-vasilyevna-kovalevskaya/#nota1.

[17] LE DŒUFF Michèle. «Le sexe du savoir». In: *Paris, Flammarion, coll.«Champs* (1998).

[18] J. J. O'Connor e Ef. Robertson. «Female mathematicians: Emmy Noether». In: *School of Mathematics and Statistics University of St Andrews, Scotland* (). URL: http://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Indexes/Women.html.

[19] Jeanne Peiffer. «L'Engouement des Femmes pour les Sciences au XVIIIe Siécle». In: *HAASE-DUBOSQ, D. et VIENNOT, E.(eds.) Femmes et Pouvoir sous l'Ancien Régime. Paris, Editions Rivages* (1991), pp. 196–222.

[20] Constance Reid. *Hilbert-Courant*. Springer Science & Business Media, 1986.

[21] Reinhard Siegmund-Schultze. *Mathematicians fleeing from Nazi Germany: Individual fates and global impact*. Princeton University Press, 2009.

[22] Renate Tobies. «HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES». In: *SOMMAIRE DU N o 90* (), p. 26.

[23] C. Truesdell. «Maria Gaetana Agnesi». In: *Archive for History of Exact Sciences* 40.2 (1989), pp. 113–142. ISSN: 00039519, 14320657. URL: http://www.jstor.org/stable/41133864.

[24] Voltaire. *Preface on the Marquise du Châtelet, in I Newton, Principes mathématiques de la philosophie naturelle*. Tome I, II, Reprint of the 1759 French edition. 1759.

Ringraziamenti

Prima di tutto ci tengo a ringraziare la professoressa Tazzioli e il professor Martinez per la disponibilità e la premura con cui mi hanno seguita durante la stesura di questo lavoro.
Dopodichè, non posso che rivolgere il ringraziamento più sentito alla mia famiglia per avermi sostenuto con ogni loro mezzo, giorno dopo giorno. Grazie a mamma Gilberta perché nonostante le incomprensioni, con la sua dolcezza e la sua intelligenza ha sempre saputo aiutarmi e spingermi oltre ogni ostacolo, anche quelli che tante volte ero io a costruire. Grazie a papà Roberto per la sua leggerezza e positività, necessarie a superare qualsiasi periodo nero. Grazie a Gian Marco, mio fratello e porto sicuro, che nonostante le difficoltà da affrontare e gestire, ha sempre trovato il tempo di supportarmi e spronarmi a fare meglio, consolandomi con l'amore che solo un fratello maggiore sa dare. Grazie anche a Serena e Rio per la spensieratezza e la gioia con cui hanno riempito i pomeriggi che dedicavo interamente allo studio.
Un grazie di cuore a tutti i miei compagni di corso e ai ragazzi conosciuti in dipartimento per tutti gli appunti, i consigli e le informazioni che hanno condiviso con me ma soprattutto per aver reso piacevoli e divertenti anche le ore di studio più scomode.
Voglio ringraziare anche tutte le persone che a modo loro mi hanno dedicato un messaggio, un pensiero o qualche semplice parola per trasmettermi la loro vicinanza e la loro stima. In particolare grazie a Lorenzo per essere la spalla su cui poggiarmi ormai da tanti anni e perché tante volte si è fatto carico di tutti i problemi e le frustrazioni, grazie ai Chesapeake per avermi regalato le migliori risate e alcune delle esperienze più belle della mia vita. Grazie a Irene, a Giulia, a Giorgia e a Ilaria perché ciascuna di loro ha sempre risposto "presente" ad ogni mia richiesta, dedicandomi tutto il loro tempo anche quando avevano impegni e problemi molto più grandi dei miei.
Come ultima cosa, voglio dire grazie a me perché per tutte le volte che ho pensato che non ce l'avrei fatta, non ho mai mollato e oggi posso essere orgogliosa di aver raggiunto il mio primo grande obiettivo.
Grazie.