

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA ·

Scuola di Scienze
Dipartimento di Fisica e Astronomia
Corso di Laurea in Fisica

WINNING WAYS FOR YOUR LEARNING DAYS
ANALISI DI LIBRI DI TESTO IN FISICA

Relatore:
Prof.ssa Olivia Levrini

Presentata da:
Lorenzo Dragani

Anno Accademico 2019/2020

Abstract

Lo scopo di questo lavoro è analizzare testi che hanno avuto un grande successo nel mondo dell'insegnamento della Fisica a livello Universitario utilizzando concetti provenienti dalla psicologia per tentare di capire se e quali siano le caratteristiche che li contraddistinguono come efficaci strumenti didattici.

I testi sono stati selezionati analizzando e confrontando sia i tassi di adozione di questi presso prestigiosi Dipartimenti di Fisica sia le valutazioni e le recensioni su riviste specializzate, siti di e-commerce e rating di libri.

L'analisi è stata inoltre complementata da interviste agli autori, i quali hanno spiegato come hanno sviluppato i loro libri e l'approccio didattico che li caratterizza.

SOMMARIO

INTRODUZIONE.....	4
Capitolo 1 - ALCUNI CONCETTI FONDAMENTALI DELL'APPRENDIMENTO che saranno utilizzati nell'analisi di alcuni testi per valutarne la fruibilità	5
Capitolo 2 – Analisi testi e interviste: obiettivi e aspetti metodologici	10
INTERVISTA A DAVID GRIFFITHS	11
INTERVISTA A SANJOY MAHAJAN	12
INTERVISTA A DAVID MORIN	17
Capitolo 3 – Analisi dei testi e risultati.....	19
INTRODUCTION TO ELECTRODYNAMICS (4th ed, 2017) – GRIFFITHS	19
INTRODUCTION TO CLASSICAL MECHANICS (2008) – D. MORIN.....	25
ART OF INSIGHT IN SCIENCE AND ENGINEERING (2014) – S. MAHAJAN	31
UN CONTROESEMPIO: MATTER & INTERACTIONS (3rd ed., 2011) – CHABAY, SHERWOOD.....	36
CONCLUSIONI	42
APPENDICE - INTERVISTE	43
Intervista a David Griffiths – copia del testo dell'e-mail	43
Intervista a Sanjoy Mahajan – trascrizione della conversazione	45
Intervista a David Morin – copia del testo dell'e-mail	48
BIBLIOGRAFIA	50

INTRODUZIONE

I libri di testo sono e rimangono un componente centrale dell'educazione, ad ogni livello; stabiliscono un curriculum a livello locale e nazionale (al punto che diversi Paesi hanno, all'interno dei loro Ministeri dell'Istruzione, dipartimenti rivolti alla valutazione ed eventuale approvazione dei libri di testo ad uso delle istituzioni pubbliche) “ed aiutano gli insegnanti nel loro lavoro, perché includono esempi, applicazioni e danno un chiaro percorso di apprendimento” (Oates, 2014)

Lo scopo di questo lavoro è esaminare alcuni dei testi di Fisica più usati e apprezzati a livello internazionale e cercare di capire, anche tramite interviste agli autori ed alla luce di alcune teorie derivanti da altre discipline come la psicologia, se è possibile individuare quali elementi ne hanno determinato il successo tra studenti e docenti.

Partendo da queste premesse saranno toccati anche argomenti come lo stato attuale dell'educazione (particolarmente in Occidente), tecnologie ed approcci didattici relativamente nuovi ed alcuni possibili scenari per l'educazione in futuro.

I testi esaminati si rivolgono a studenti che (a seconda del Paese) vanno dall'ultimo anno delle scuole superiori fino ai primi due anni di Università.

Capitolo 1 - ALCUNI CONCETTI FONDAMENTALI DELL'APPRENDIMENTO che saranno utilizzati nell'analisi di alcuni testi per valutarne la fruibilità

Lo studio dell'apprendimento, termine che useremo per riferirci ad entrambe le discipline della psicologia cognitiva ed educativa, ha avuto un rapido sviluppo dalla fine del 1800, grazie ai lavori di studiosi come Hermann Ebbinghaus, Edward Thorndike, Jean Piaget e Lev Vygotsky fino agli odierni K. Anders Ericsson, Robert ed Elisabeth Bjork, Daniel Willingham, Henry Roediger III, Mark McDaniel e Daniel Schacter.

L'obiettivo del presente capitolo è presentare alcuni dei concetti principali elaborati dagli studiosi appena citati e che verranno usati nel seguito per analizzare i testi selezionati.

I concetti e gli approcci selezionati provengono dalla psicologia cognitiva: questa è stata una scelta precisa in quanto l'obiettivo è fornire non tanto una base teorica completa dell'apprendimento (dalla quale si è ancora lontani) o una panoramica delle ricerche in questo campo (che coinvolge numerose discipline, dalla psicologia, alla biofisica, all'intelligenza artificiale, alle scienze dell'apprendimento) quanto fornire alcuni strumenti, la cui efficacia sia stata comprovata nel tempo sia da test sperimentali (e la psicologia cognitiva si presta particolarmente a questo rispetto ad altre aree della psicologia) che dalla neuroscienza, che in molti casi ha dato un riferimento di tipo biologico ad alcuni di questi studi (un esempio sono gli studi sulle relazioni tra le dimensioni dell'ippocampo e la capacità di memorizzare di un soggetto.).

Un riferimento comprensivo ed interessante è il testo: "Cognition: The Thinking Animal" di Daniel Willingham.

Teoria del carico cognitivo (Cognitive load theory) (Sweller, 1994)

Secondo questa teoria, gli scopi principali dell'apprendimento sono l'acquisizione di schemi (chunks, "blocchi") e l'automatizzazione di alcune nozioni apprese. Ad esempio, è assunto come fondamentale saper usare le procedure matematiche nella risoluzione di un problema di fisica senza dover ristudiare ogni volta le stesse; per fare ciò i vari concetti matematici, limiti, derivate, integrali, ecc. devono, in una fase dell'apprendimento diventare "blocchi" indipendenti facilmente manipolabili, senza che lo studente debba, nelle situazioni di loro applicazione, tornare a pensare alla loro struttura interna, come i vari teoremi che li riguardano. La costruzione di questi "blocchi" permette allo studente di diventare padrone di discipline sempre più complesse. Per esempio, conoscenze di Analisi, Fisica Generale e Meccanica Analitica sono fondamentali per passare "agevolmente" allo studio della Fisica della Materia. In mancanza di anche uno solo di questi "blocchi" si dovrebbero immagazzinare, durante il corso di Fisica della Materia, concetti di diverse discipline contemporaneamente, cosa che ne aumenterebbe di molto il "carico cognitivo" e, dunque, la difficoltà.

Questa teoria prevede anche che la difficoltà nell'apprendere una disciplina (*carico cognitivo intrinseco*) derivi dal numero di schemi interagenti che questa richiede di possedere: la Fisica risulta quindi una materia intrinsecamente di difficile apprendimento in quanto richiede l'apprendimento dei concetti di Matematica e Fisica che vanno usati simultaneamente nella risoluzione di problemi.

Una conseguenza di questo è che risulta controproducente insegnare, p.es. Fisica Generale 1 senza aver appreso prima i rilevanti concetti di Analisi 1.

Expertise-reversal effect (Kalyuga, Ayres, Chandler, Sweller, 2003)

Questo effetto si riferisce al fatto che (studenti) principianti ed esperti differiscono drammaticamente nel tipo di “istruzioni” che necessitano per apprendere: sperimentalmente, i principianti necessitano in genere di una istruzione guidata, attraverso la quale i concetti interagenti (es. analisi matematica e meccanica) siano spiegati prima singolarmente e poi contemporaneamente, tramite l’illustrazione di esempi svolti e poi tramite la risoluzione di problemi.

Studenti più esperti, che hanno conoscenze pregresse in un argomento, sono svantaggiati da tale tipo di istruzione e ricavano più benefici dalla risoluzione di problemi e da una presentazione più schematica possibile di un argomento, in quanto capaci di supplire alla mancanza di contesto con le loro conoscenze pregresse.

Questo effetto ci indica che è bene calibrare attentamente la scelta del libro di testo al tipo di studenti: come vedremo nel seguito, un testo di Meccanica Classica come il Morin, usato alla Normale di Pisa ed Harvard, dove gli studenti sono notoriamente ben preparati (grazie alla forte scrematura dovuta a difficili test d’ingresso) sarebbe probabilmente ambizioso in un’altra Università, in quanto richiede una grande padronanza della matematica delle superiori, mentre potrebbe essere un ottimo complemento al secondo anno.

Viceversa, testi come il Griffiths e il Mahajan sono, in questa ottica, adatti ad ogni studente universitario.

Pratica deliberata (Deliberate practice) (Pool, Anders Ericsson, 2016)

Cardine della psicologia della performance esperta, la pratica deliberata è definita come “una serie di attività pianificate e progettate per migliorare la propria abilità in una data disciplina e guidati da feedback” e rappresenta, allo stato attuale delle conoscenze, un metodo di riferimento per migliorare la propria performance in un campo del sapere nel quale vi sia un chiaro modo di valutare i risultati (*kind learning environment*).

Questa metodologia consiste nell’individuare i concetti fondamentali di una disciplina (p.es. cinematica, leggi di Newton, energia, momento, momento angolare, ecc. in Meccanica Classica), e praticarli inizialmente uno alla volta¹, ad un livello di difficoltà crescente con un feedback (giusto, sbagliato, da correggersi in questa maniera) immediato, il tutto seguendo un calendario rigoroso.

Lo scopo di questa pratica è la formazione di quelle rappresentazioni mentali (“*chunks*”) che, come detto precedentemente, consentono di apprendere concetti sempre più sofisticati poiché danno modo di bypassare quel collo di bottiglia che è la nostra memoria a breve termine.

Nelle parole di Ericsson:

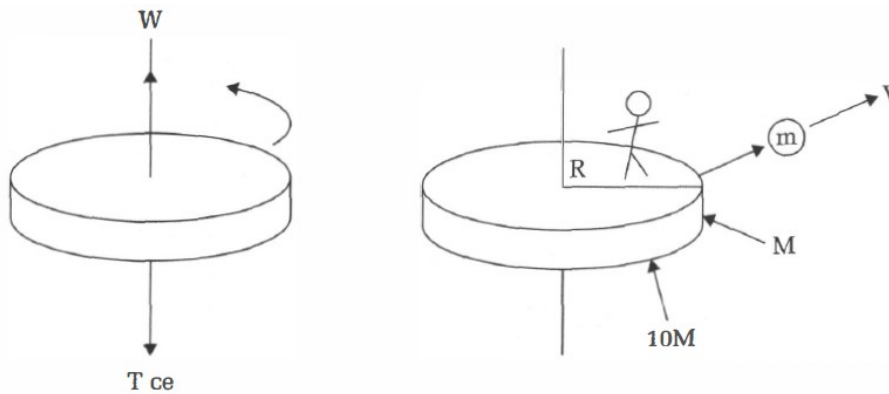
[Mental representations are] preexisting patterns of information — facts, images, rules relationships, and so on — that are held in long-term memory and that can be used to respond quickly and effectively in certain types of situations. The thing that all mental representations

¹ *una volta appresi i concetti di base è più efficace, ai fini di una migliore ritenzione dei concetti nel tempo, praticarli assieme (p. es. lavorando su problemi che richiedano l’applicazione non solo di quanto studiato nell’ultimo capitolo, ma anche dei precedenti): questa pratica è nota come *interleaving*.

have in common is that they make it possible to process large amounts of information quickly, despite the limitations of short term memory.

Lo psicologo cognitivo Daniel Willingham (*Why Don't Students Like School?*, 2010), comparando studenti di Fisica e fisici professionisti fa notare che, posti di fronte a problemi di Fisica Generale 1 (nel quale non c'è tra loro alcuna differenza riguardo ai prerequisiti richiesti per la risoluzione) la differenza tra di loro si manifesta nel modo di ragionare:

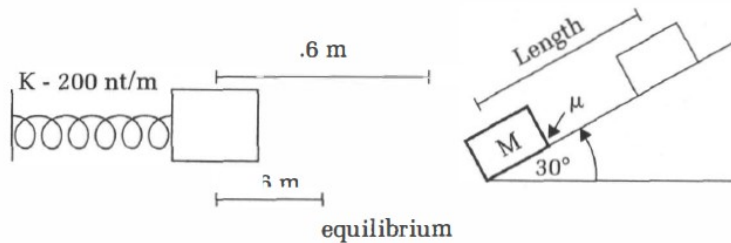
“In a classic demonstration of this idea, physics novices (undergraduates who had taken one course) and physics experts (advanced graduate students and professors) were given twenty-four problems and asked to put them into categories. The novices created categories based on the objects in the problems; problems using springs went into one category, problems using inclined planes went into another, and so on. The experts, in contrast, sorted the problems on the basis of the physical principles that were important to their solution; for example, all of the problems that relied on conservation of energy were put into the same group whether they used springs or planes.” (Willingham, 2010 p.102)



Novice 2: “*Angular velocity, momentum, circular things*”

Novice 3: “*Rotational kinematics, angular speeds, angular velocities*”

Novice 6: “*Problems that have something rotating: angular speed*”



Expert 2: “*Conservation of Energy*”

Expert 3: “*Work-Energy Theorem. They are all straightforward problems*”

Expert 4: “*These can be done from energy considerations. Either you should know the principle of Conservation of Energy, or work is lost somewhere.*”

FIGURE 3: Novices tended to put the top two figures in the same category because both figures involve a rotating disk. Experts tended to put the two figures on the bottom in the same category because both figures use the conservation-of-energy principle in their solution.

Gli studenti pensano “c’è bisogno di usare l’equazione X per ottenere il dato Y”, i fisici, d’altro canto, sottolineano che “in questo problema la chiave è la conservazione dell’energia”, mostrando come la differenza tra principianti e esperti stia nel fatto che i primi pensano per nozioni, i secondi per modelli (conservazione dell’energia, conservazione del momento, ecc.).

Transfer: l’abilità di applicare i principi fondamentali di una disciplina a nuovi problemi e contesti (Mahajan, 2007).

Fare in modo che gli studenti acquisiscano l’abilità di transfer è l’obiettivo ultimo dell’educazione in generale, ma ricerche condotte nel corso dell’ultimo secolo mostrano come questo fenomeno sia assai più limitato (al livello di principianti) di quanto usualmente

preventivato sia in termini dell'applicazione di conoscenza specifica che di abilità di ragionamento critico/scientifico.

Nelle parole di Bryan Caplan (*The Case against Education*, 2019):

“Educational psychologists who specialize in ‘transfer of learning’ have measured the hidden intellectual benefits of education for over a century. Their chief discovery: education is narrow. As a rule, students learn only the material you specifically teach them... if you’re lucky. [...] Besides just plain forgetting, people commonly fail to marshal what they know effectively in situations outside the classroom or in other classes in different disciplines. [...]

The point is not merely that college students are bad at reasoning about everyday events. The point is that college students are bad at reasoning about everyday events despite years of coursework in science and math. Believers in ‘learning how to learn’ should expect students who study science to absorb the scientific method, then habitually use that fruitful method to analyze the world. This scarcely occurs. By and large, college science teaches students what to think about topics on the syllabus, not how to think about the world.

Counterexamples do exist, but [...] effects are modest, narrow, and often only in one direction.[...]

Psychology and medical students heavily use statistics, so they improve in statistics; law and chemistry students rarely encounter statistics, so they don’t improve in statistics. [...]

Educational psychologists have also discovered that much of our knowledge is “inert.” Students who excel on exams frequently fail to apply their knowledge to the real world. [...] After students learn how to handle complex homework and exam problems, few apply their lessons to simple real-world cases.” (pagg. 50-57)

L’unica categoria a mostrare capacità di transfer è quella degli *esperti* i quali hanno (*Why Don’t Students Like School?*, 2010) “rappresentazioni di problemi e situazioni nelle loro memorie a lungo termine, che li rendono capaci di ignorare dettagli irrilevanti e concentrarsi sulle informazioni utili; pensare in maniera funzionale rende ovvio cosa è importante. E’ questo il motivo per il quale mostrano un buona capacità di transfer. Nuovi problemi differiscono in dettagli superficiali ma gli esperti riescono a riconoscere la struttura profonda e astratta. E’ questo anche il motivo per cui i loro giudizi sono di solito approssimativamente corretti, anche se non esattamente.” (Willingham, 2010, p.)

Una modalità nota per aumentare la capacità di transfer di un singolo concetto è quella dei *contrasting cases* ovvero (Mahajan, 2007) “dare un nome ad un’idea trasferibile (p.es. analisi dimensionale, ndr) e illustrarla con esempi da discipline diverse (si veda il libro di testo “Art of Insight in Science and Engineering” – S. Mahajan, capitolo 2).

Capitolo 2 – Analisi testi e interviste: obiettivi e aspetti metodologici

L'ipotesi alla base di questa tesi è che, considerati alcuni dei risultati ormai consolidati della psicologia cognitiva, essi si ritrovino, usati consciamente o meno dagli autori, in alcuni dei testi che hanno avuto maggior successo e viceversa non si ritrovino in testi che hanno avuto meno successo.

Per valutare questa ipotesi sono stati scelti tre testi famosi e di grande successo: *Introduction to electrodynamics* – D. Griffiths, *Introduction to classical mechanics* – D. Morin, *The Art of Insight in Science and Engineering* – S. Mahajan. Il loro valore a livello internazionale può essere misurato dal tasso di adozione presso università (favorevolmente valutati da insegnanti - OpenSyllabus) e dalle valutazioni su forum e social network (PhysicsForum.com, Physics StackExchange, GoodReads)/case editrici/siti di e-commerce (Amazon, Ibs) (favorevolmente valutati dai lettori).

L'obiettivo dell'analisi è tentare di capire, anche alla luce di alcune teorie ormai (relativamente) ben consolidate provenienti dalla psicologia illustrate nel Capitolo 2, cosa ha reso questi testi, pur complessi, fruibili da un pubblico così vasto e trarne lezioni sperabilmente generalizzabili.

La griglia di analisi utilizzata è la seguente:

- a) Obiettivi e caratteristiche del testo (a chi si rivolge, come è strutturato);
- b) Illustrazione dell'approccio didattico prendendo campioni di brani come esempi e utilizzando le teorie dell'apprendimento per capire cosa lo rende fruibile;
- c) ruolo e tipologia dei problemi;
- d) ruolo e tipologie delle immagini/nuove tecnologie;
- e) riflessioni conclusive sulla fruibilità del testo.

Per dare più robustezza all'analisi, gli autori dei testi selezionati (David Griffiths, Sanjoy Mahajan e David Morin) sono stati contattati e intervistati per capire come abbiano sviluppato il loro approccio didattico e ricavare da queste interviste informazioni preliminari da cui partire per l'analisi dei testi.

Le interviste sono state condotte seguendo il protocollo di intervista che è allegato in appendice insieme alle risposte.

David Griffiths e David Morin hanno risposto per iscritto, Sanjoy Mahajan telefonicamente: copia e trascrizione delle interviste, rispettivamente, sono nell'Appendice.

Di seguito, autore per autore, si riporta una sintesi dei punti salienti discussi, che sono la nascita del libro, l'approccio didattico e l'uso di nuove tecnologie.

Nel caso del prof. Mahajan sono state usate, per completezza, anche le numerose interviste da lui rilasciate nel corso degli anni (Bartlett, 2010), (*Natural Mathematics*). Inoltre, la natura più colloquiale dell'intervista ha consentito di trattare molti argomenti e alcune risposte sono state messe in relazione anche con altre discipline da lui citate, quali l'economia (in particolare l'analisi del sistema educativo fatta dall'economista Bryan Caplan in "The Case Against Education", 2019), la scientometria (con riferimento al lavoro del matematico Samuel Arbesman in "The Half-life of facts", 2012) e l'approccio dei modelli mentali nell'insegnamento, dei quali sono dati esempi di testi in varie materie (come la biologia e la giurisprudenza) ed è ricostruita una breve storia.

INTERVISTA A DAVID GRIFFITHS

- Nascita del testo

Griffiths ha scritto il suo libro nel corso degli anni inizialmente come insieme di note a supplemento per i corsi di elettrodinamica di base che gli era stato chiesto di tenere (poiché i suoi studenti trovavano i testi assegnati troppo pesanti) e dà a questa impostazione credito per l'approccio colloquiale che ha poi preso il suo testo e che ha riscosso così tanto successo tra i lettori.

- Approccio didattico

Di conseguenza Griffiths ha dichiarato di non aver prestato particolarmente attenzione a qualsivoglia teoria psicologica dell'apprendimento quanto piuttosto di aver cercato di scrivere una "guida all'elettrodinamica per studenti" dedicata agli aspetti che, nella sua stessa esperienza e in quella degli studenti a cui insegnava, risultassero più ostici, attenendosi a tre linee guida:

1. Ogni argomento/dimostrazione deve essere il più accessibile possibile. Questo ha implicato ampio spazio ai prerequisiti (come si evince dall'ampio preliminare matematico che è il primo capitolo) e tra una dimostrazione più breve ma più complessa e tra una più lunga ma concettualmente più semplice e trasparente è sempre stata favorita la seconda ("[...] I have always favored the simplest and most direct explanations, avoiding clever or tricky arguments.[...]");
2. Favorire lo sviluppo logico della materia (ogni argomento è sempre introdotto a partire da uno precedente, senza fare salti logici) evitando l'eccessivo formalismo matematico e l'astrazione (che secondo l'autore è nemica dell'apprendimento – "[...]I favor rigor but avoid abstraction (which is the enemy of learning [...])");
3. I problemi sono usati per illustrare un particolare principio o tecnica e sono tratti da pubblicazioni professionali come "American Journal of Physics" o dalle stesse pubblicazioni dell'autore; esercizi autoreferenziali, usati solo per mostrare un calcolo o con ipotesi troppo irrealistiche per essere fisiche sono stati evitati ("[...]I hate 'make-work' problems, and intend every exercise to illuminate a particular principle or technique.[...]");
4. Il testo viene testato ogni anno sugli studenti, da cui l'autore raccoglie commenti, e monitora abitualmente anche siti di recensioni online per avere nuove idee da inserire/rimuovere/modificare nell'edizione successiva.

- Nuove tecnologie

Griffiths si è dimostrato scettico riguardo il potenziale ruolo delle nuove tecnologie nell'apprendimento (come l'uso di video esplicativi, software di self-testing online usati dalle case editrici, software di memorizzazione come Anki, ecc.) tranne che per i software di simulazione numerica come Mathematica i quali potrebbero dar modo agli studenti di affrontare problemi ancora più realistici ("[...] the use of computers (and especially Mathematica) has opened up whole new approaches that I have yet to fully exploit").

INTERVISTA A SANJOY MAHAJAN

- Nascita del testo

Il testo è nato come compendio di circa 20 anni di esperienza dell'autore nell'insegnare corsi di "Order of magnitude physics", partendo dalla sua prima esperienza come studente di dottorato al California Institute of Technology durante il quale Mahajan si è accorto del grande potenziale di questo approccio alla disciplina, affermando di "aver imparato più in tre mesi che in tutto il corso della laurea quadriennale in Fisica (Bachelor of Science in Physics)" – ("While preparing for the physics qualifying exams and serving as a teaching assistant for the famous Order-of-Magnitude Physics course, I learned more physics than I had in the years of my undergraduate degree. Those three months showed me that physics teaching and learning had much room for improvement and how approximation and insight could fill the gap" (Matthews, 2015).

- Approccio didattico

A differenza di Griffith, l'approccio didattico di Mahajan è stato esplicitamente influenzato da teorie cognitive e si basa principalmente sulla *Cognitive Load Theory*. L'Autore cita, nello specifico, tre effetti derivanti da questa teoria che hanno caratterizzato il suo approccio:

1) *Worked-example effect*:

si tratta di un noto effetto predetto dalla teoria del carico cognitivo. Si tratta dei risultati di una pratica didattica che consiste nel mostrare agli studenti un problema svolto in dettaglio, soprattutto discutendo più esempi svolti applicati a situazioni diverse tra loro (i cosiddetti *contrasting cases*). È ritenuto più efficace, ai fini dell'apprendimento, rispetto allo spingere gli studenti a inventare soluzioni interamente da sé quando non si hanno ancora le competenze per muoversi con l'autonomia richiesta (*problem-based instruction*): in questo ultimo caso gli studenti tipicamente spendono molto più tempo a tentare di trovare un'idea o tecnica da applicare alla risoluzione del problema sul quale stanno lavorando piuttosto che sulle idee stesse. L'approccio guidato e di confronto tra casi è ritenuto particolarmente efficace per i neofiti, mentre mostra i suoi limiti in studenti che hanno già una significativa esperienza nella materia in questione, in quanto potrebbero trovare le spiegazioni aggiuntive ridondanti (*Expertise-reversal effect* - Kalyuga, Ayres, Chandler, Sweller, 2003)

2) *Self-explanation principle*:

Questo principio, come dice Mahajan, "is part of the working example effect: worked example effect is enhanced when you are asked to explain what's going on." (cfr. Appendice). Questo "principio" consiste nell'invitare gli studenti ad analizzare gli esempi di problemi svolti con opportune interruzioni all'interno del testo, chiedendo di spiegare come mai ciascun passo è stato svolto nella maniera presentata. Risultati sperimentali hanno mostrato che questa pratica aiuta gli studenti a padroneggiare il materiale molto di più rispetto alla semplice lettura.

3) *Stated example:*

Con *stated examples* si intendono problemi che seguono un paragrafo/capitolo come proseguimento degli esempi svolti nel libro. Questi, invece di richiedere che lo studente crei dal nulla la soluzione, lo invitano ad usare il problema svolto come punto di partenza e modificarlo dove necessario per arrivare alla soluzione.

Ad esempio, in un libro di Fisica Generale 1, nel capitolo sulle leggi di Newton, si esamina il caso del tiro alla fune disegnando un diagramma delle forze e calcolandole; a questo punto si chiede allo studente:

“cosa succederebbe se la massa di uno dei due che tirano raddoppiasse?”

“cosa accadrebbe se la fune non fosse più schematizzabile come ideale ma avesse massa?”

4) *Cognitive-task analysis:*

Mahajan, nella sua intervista, cita anche *cognitive task analysis* come “a method of designing instruction: you interview experts and read research and you find out how they solve problems and then you say: “how do you teach that reasoning?” I did that for my latest book: I looked at research on what misconceptions students have about Newton’s laws.” (Cfr. Appendice). Il materiale didattico è dunque progettato a partire da interviste a esperti e dall’analisi di come costruiscono la soluzione di determinati problemi. Sulla base di questa analisi, ragionamenti sono scomposti e sono riproposti agli studenti come esempi svolti da analizzare sulla base del *Self-explanation principle* e dunque massimizzare il *Worked-example effect*.

Come ricorda nell’intervista, un esempio di questa pratica si trova nell’insegnamento delle tre leggi di Newton: quando si trovano ad applicare queste tre leggi ad un problema, studenti più esperti e fisici non le applicano dalla prima alla terza, ma nell’ordine terza → prima → seconda poiché applicando la terza legge riconoscono in primis tutte le *coppie* di forze in gioco (evitando così di dimenticarsi di contarne qualcuna), applicando la prima legge si assicurano di essere in un sistema di riferimento inerziale (e quindi di non dover contare forze apparenti) per poi poter applicare in tutta sicurezza la seconda legge di Newton per ricavare la legge del moto. Questo approccio suggerisce che è più efficace insegnare questi principi in questo ordine piuttosto che in quello logico prima legge → seconda legge → terza legge.

5) *Zone of proximal development (Zona di sviluppo prossimale):*

Si tratta di un concetto sviluppato dallo psicologo russo Lev Vygotsky. La zona di sviluppo prossimale è la zona (in senso lato) nella quale uno studente può arrivare solo con un’azione di mediazione esterna (un adulto o un gruppo di pari). E’ oltre la zona di sviluppo attuale e in essa risiedono i problemi che sono un po’ al di là della attuale capacità di uno studente. Sono tuttavia problemi che uno studente potrebbe affrontare con un adeguato sostegno esterno ma anche con la ricerca autonoma di nuove strategie. Quando questo avviene, porta all’acquisizione di nuove conoscenze e nuove competenze: è il luogo intermedio tra la zona dove vi sono i problemi che richiedono competenze e conoscenze già acquisite e possedute dallo studente e quelli che troverebbe incomprensibili anche con l’aiuto di un esperto (per lo meno nell’immediato futuro).

Fornire allo studente problemi nella sua zona di sviluppo prossimale è un approccio con grandi potenzialità verso l'autonomia e verso un netto potenziamento del suo sviluppo cognitivo e conoscitivo, mentre fornire problemi al suo attuale livello di difficoltà o eccessivamente al di sopra di questo porterebbe, rispettivamente, a noia e a frustrazione.

Come sottolinea Mahajan, una metodologia didattica sviluppata sulla base di questo concetto è applicata, ad esempio, all'interno del "Project Laboratory in Mathematics" realizzato con successo all'interno del MIT nel quale "undergraduate students [...] experience some of the mystery, frustration, and thrill of discovering new mathematics. Students work in teams on three open-ended projects. They generate and examine data, find regularities, attempt to explain them mathematically, and write about and present their results. The learning goals are entirely experiential, and consequently, there is no set content for the students to master. For this reason, this [...] course [...] does not include a syllabus; there simply isn't one.[...]"

Uno dei primi corsi di questo tipo fu sviluppato da Donald Knuth negli anni '80 (*A Programming and Problem Solving Seminar*) per preparare i *graduate student* (e volentieri *undergraduate students*) al mondo della ricerca. La logica dietro questo programma era la seguente: dato che un dottorato può essere essenzialmente pensato come una serie di 3 o 4 problemi irrisolti il cui svolgimento richiede circa un anno, avendo un *term* di 10 settimane a disposizione il prof. Knuth scelse 5 problemi difficili, ma ragionevolmente affrontabili ciascuno in 2 settimane e creò dei gruppi (da due o tre persone al massimo) che dovevano lavorare come team alla risoluzione di ciascuno di essi. Questo corso ebbe grande successo nel preparare gli studenti alla loro carriera da ricercatori, come confermato dallo stesso Mahajan, che fu studente in questo corso nel 1989 (Knuth, 1989).

"For me [Mahajan], its most surprising appearance was in the "Programming and Problem-Solving Seminar" course taught by Donald Knuth (who also created TEX, the typesetting system for this book). The course, taught as a series of two-week problems, helped first-year PhD students transition from undergraduate homework problems to PhD research problems. A homework problem requires perhaps 1 hour. A research problem requires, say, 1000 hours: roughly a year of work, allowing for other projects. (A few problems stapled together become a PhD.) In the course, each 2-week module required about 30 hours — approximately the geometric mean of the two end-points. The modules were just the right length to help us cross the bridge from homework to research." (Art of Insight)

- Nuove tecnologie

Mahajan, in questa intervista e in altre, si è espresso negativamente in generale sull'uso di tecnologie in ambito educativo come MOOCs (Massive Open Online Courses), video dimostrativi, software di self-testing online e simili ritenendoli, in base a ricerche e studi compiuti anche da lui, più dannosi che utili (egli ha, ad esempio, diretto un corso online dal titolo "Street-fighting math" – omonimo del suo primo libro pubblicato - sulla piattaforma online edX, il quale ha avuto esiti insoddisfacenti (Press, n.d.-b) tranne che in casi molto specifici. Si è spinto anche oltre, e ritiene particolarmente pernicioso l'utilizzo sovrabbondante che viene fatto di calcolatrici, grafiche e non, le quali hanno consentito che, nel corso degli ultimi decenni, buona parte della popolazione abbia perso "feeling" per i numeri e per le relazioni funzionali tra questi (si è più volte trovato ad insegnare a studenti, anche di livello avanzato che, pur abili nell' eseguire calcoli lunghi e complessi si rivelavano incapaci di capire la differenza

qualitativa tra i vari ordini di grandezza, come chi non batte ciglio di fronte ad una soluzione che suggerisce che un'automobile abbia una massa di 10,000 kg).

- Altre considerazioni

Durante l'intervista (questa ed altre precedenti) il prof. Mahajan ha espresso una serie di considerazioni di carattere generale sullo stato dell'educazione, di cui il presente stato dei libri di testo, nella sua opinione gravemente carenti, è solo un sintomo.

Queste osservazioni possono essere riassunte nei seguenti punti:

- 1) I libri di testo, particolarmente di matematica e fisica, sono declinati in qualità; un esempio di ciò è l'aumento del numero delle pagine: un testo base di Fisica generale si attesta ormai sulle 1000 pagine e tutto ciò non è accompagnato da apprezzabili miglioramenti nei risultati didattici. Questa situazione è causata dal fatto che l'adozione dei testi è fatta principalmente in base al numero di argomenti in essi trattati e prescindendo da particolari considerazioni di carattere didattico: dunque, vengono selezionati (e quindi è incentivata la produzione) di testi generalisti che coprono un enorme numero di argomenti, in continua crescita e spesso senza un filo logico tra loro. Oltre al numero di argomenti, come strategia di marketing, viene impiegata anche la "modernità" del testo: ogni concetto o esempio è corredato da numerose figure multicolore e piene di dettagli insignificanti quando non dannosi per l'apprendimento (si veda *Seductive-details effect* (Harp & Mayer, 1998)), link a video o simulazioni la cui efficacia è anch'essa dubbia; una preoccupante conseguenza di questo fenomeno è che, raggiunto oramai un numero di pagine non più ragionevolmente sostenibile, molte case editrici hanno cominciato a "spezzettare" i libri aggiungendo ulteriori capitoli on-line il cui accesso è limitato al possessore di una determinata copia del libro ed anche temporalmente, compromettendo anche l'utilizzo futuro del testo come riferimento da parte dello studente. Ripercussione degli effetti appena descritti nell'editoria è stato il drammatico aumento del costo dei libri di testo (*What's behind the Soaring Cost of College Textbooks*) che sta rendendo l'accesso ai testi proibitivamente costoso persino per studenti di università prestigiose come il MIT ("[...]my students won't read them, won't buy them, unless I force them to do so.[...]" – S. Mahajan).
- 2) Mahajan ritiene sia importante promuovere un approccio nell'insegnamento ad ogni livello non specialistico e questo è esattamente l'opposto di quello attualmente in vigore. Secondo lui si dovrebbe insegnare prima ad approssimare, a comprendere i concetti a livello qualitativo, e quantitativo entro un ordine di grandezza, per poi, al più, raffinare tale comprensione, se si ritiene, con studi più specialistici. Questo approccio non è solo di tipo metodologico, ma anche psicologico. Permetterebbe di insegnare capacità fondamentali nella vita di un cittadino consapevole e ancor di più di uno scienziato: l'affrontare problemi di difficoltà ignota, il perseverare nel tentativo di trovare una soluzione, se non esatta quanto meno approssimata, il creare modelli prima qualitativi e poi quantitativi usando pochi principi fondamentali provenienti da più materie/discipline. Approcci di questo tipo sono la "Street-fighting math" o "Order-of-magnitude physics" e hanno come slogan: "*Too much rigor leads to rigor mortis*" e "*When the going gets tough the tough lower their standards*". Questo paradigma, formato da poche nozioni essenziali da usare come strumenti ("tools") o modelli mentali

(“mental models”) per comprendere la realtà circostante, ha cominciato a fare capolino nelle università e particolarmente nelle facoltà scientifiche statunitensi alla fine degli anni '80 e primi anni '90 con i libri del fisico ed ecologo John Harte “Consider a spherical cow” (1988) e “Consider a cylindrical cow” (2001). All'incirca dal 2010 in poi, principalmente per merito di Sanjoy Mahajan e del suo collega David MacKay, ha conosciuto una più ampia diffusione (si veda anche (*Sustainable Energy - Without the Hot Air with David MacKay* (2008); *TEDxCaltech - Sanjoy Mahajan - Rote Learning Fragments the World*) e si è venuto a creare un movimento in questo senso (“[...]there is an underground current, that's there, that's growing, I think, and the people who know go look for those kinds of books”).

Esempi recenti sono (oltre ad “Art of Insight in Science and Engineering”):

Sanjoy Mahajan “Street-fighting mathematics” (2010);

Rob Phillips, Ron Milo (biofisica) “Cell Biology by the numbers” (2015);

John A. Adams, Lawrence Weinstein “Guesstimation” (2008);

David MacKay “Sustainable energy without the hot air” (2008).

Viceversa, l'insegnare una grande quantità di nozioni, senza avere uno schema nel quale inserirle (“a latticework of mental models”, Mahajan) e senza avere quasi mai occasione di applicare la conoscenza a problemi reali ha portato ad un “nuovo scolasticismo” (si veda (Mahajan & Hogg, 2006)). Questo comporta, come conseguenza, la scarsa abilità che ha la maggior parte degli studenti, anche con titoli di studio avanzati, di applicare le loro conoscenze, anche di base, in maniera feconda non tanto e non solo nel loro lavoro, ma nella loro vita di cittadini; tale opinione è corroborata anche da una serie di studi, quali, ad esempio: (P. M. Sadler *MIT Graduates Cannot Power a Light Bulb with a Battery*; B. Caplan - *The Case against Education*, 2019) . A tale situazione, secondo Mahajan, si può porre rimedio in due modi. Il primo è continuare incoraggiando la specializzazione e spingere allo studio di discipline che, si sa, verranno usate quasi certamente sul posto di lavoro. Questa soluzione implica il demandare l'analisi di ciò che è al di fuori del proprio ristretto ambito di competenza ad altri “esperti” con la conseguenza di una divisione sempre più profonda delle conoscenze, anche all'interno delle stesse discipline e sotto-discipline (si veda, a questo proposito, (*The Half-Life of Facts by Samuel Arbesman*, 2012). Il secondo modo è ripensare al curriculum e perseguire un approccio “Order-of-magnitude/Mental models” che assicurerebbe, per prima cosa, una internalizzazione delle conoscenze di base e, in secondo luogo, che tutti abbiano, perlomeno all'interno di una stessa discipline, una base culturale comune.

Quest'ultima è purtroppo una posizione minoritaria, poiché certamente più faticosa da implementare, data la sua anticonvenzionalità e il tempo in più che richiederebbe da parte degli insegnanti, sia nella fase di insegnamento che di correzione. Tuttavia sta avendo una sua diffusione nelle discipline più disparate, come in giurisprudenza (p. es. *The Legal Analyst*, W. Farnsworth, 2007), in economia (p. es. *Modern Principles of Economics*, 4th ed, T. Cowen, A. Tabarrok, 2019)) ed in matematica (p. es. *How to prove it*, 3rd ed, D. Velleman, 2019).

INTERVISTA A DAVID MORIN

- Nascita del testo

Il testo è nato dall'esperienza dell'autore come assistente istruttore del corso Physics 16 presso l'università di Harvard: essendo questo un insegnamento rivolto a studenti con una ottima preparazione di scuola superiore e quindi con un programma inusuale per un primo corso di Meccanica² (intermedio tra un corso di Fisica Generale 1 e Meccanica Analitica), non era riuscito a trovare un libro di testo adeguato ed ha colto l'occasione per scriverne uno lui stesso, usando come punto di partenza i problemi e le soluzioni di questi che aveva creato ed assegnato negli anni; poiché nello scrivere le soluzioni si era trovato a spiegare alcuni concetti fondamentali ripetutamente ha raccolto queste spiegazioni in un solo documento, che ha formato la base teorica del testo. Questo nucleo di concetti fondamentali è stato poi integrato da alcuni altri argomenti, aggiunti per completezza, ma è interessante notare come, diversamente dal solito, sia stato il testo a seguire gli esercizi e non il viceversa.

- Approccio didattico

Il testo si basa in maniera preponderante sul *problem solving*: Morin non ha compiuto studi nel campo dell'apprendimento ed ha una filosofia al riguardo piuttosto semplice: imparare le basi e poi risolvere molti problemi, dove con risolvere intende di tentare una prima soluzione, vedere cosa c'è di sbagliato e tentarne un'altra e così via fino a trovarne una corretta:

My philosophy of learning is fairly simple: Get the basics down, and then do lots of problems. By "do" I mean struggle with them, take lots of wrong turns, find out what's wrong with the wrong turns, and then eventually wind your way around to a right way of solving the problem (there could be many such ways). I don't think there's any magic bullet to learning. You just have to put in the effort in solving lots of problems.

In accordo con questo approccio il testo fornisce un grande numero di problemi, di varia difficoltà con soluzioni con commentate in dettaglio e una serie di commenti e spiegazioni addizionali, i "Remarks".

Per quanto riguarda la teoria, pur assumendo un background relativamente elevato, l'autore ha adottato un approccio che ha denominato "isola deserta": ogni concetto è spiegato completamente partendo solo dalle basi con lo scopo di rendere il testo totalmente autoconsistente:

assumed a certain background level, which was reasonably high since Physics 16 is an honors course. But given that starting point, the goal was to derive everything completely rigorously from scratch. I wanted to build the material up from ground level. So it was sort of a "desert island" approach; you start with a given foundation, and then build everything up from there

² PHYSICS 16: Newtonian mechanics and special relativity for students with good preparation in physics and mathematics at the level of the advanced placement curriculum. Topics include oscillators damped and driven and resonance (how to rock your car out of a snow bank or use a swing), an introduction to Lagrangian mechanics and optimization, symmetries and Noether's theorem, special relativity, collisions and scattering, rotational motion, angular momentum, torque, the inertia tensor (dynamic balance), gravitation, planetary motion and a little glimpse of quantum mechanics.)

working only with that foundation. The book is certainly a difficult one, but my goal was to at least make it self-contained (assuming a reasonably high starting point).

- Nuove tecnologie

Morin non ha fatto uso di software o tecnologie particolari, ma ha ammesso che l'uso ad esempio di animazioni potrebbe essere talvolta utile.

Capitolo 3 – Analisi dei testi e risultati

INTRODUCTION TO ELECTRODYNAMICS (4th ed, 2017) – GRIFFITHS

Questo è un testo rivolto a studenti del terzo/quarto anno di Fisica, per essere svolto in uno o al più due semestri per chi abbia già frequentato i corsi base di Analisi 1, 2 e Fisica Generale 1. Il testo è strutturato in una parte di fondamenti, nei primi sette capitoli (Analisi Vettoriale, Elettrostatica, Potenziali, Campi Elettrici nella Materia, Magnetostatica, Elettrodinamica) e una parte opzionale, di argomenti più avanzati e applicati (Leggi di Conservazione, Onde Elettromagnetiche, Potenziali e Campi, Radiazione, Elettrodinamica e Relatività).

Il testo ha ottime recensioni (Amazon: 595 valutazioni, 80% tra le 4 e le 5 stelle; GoodReads: 3594 valutazioni, 79% tra le 4 e le 5 stelle)

L'approccio didattico è caratterizzato dalla semplicità di linguaggio (che riflette la nascita del testo come "student's guide"), l'ampio spazio dedicato ai prerequisiti, che rende il libro autoconsistente da questo punto di vista: l'autore dedica circa il 10% del libro - tutto il capitolo iniziale - a spiegare la matematica necessaria per procedere nel testo con un taglio estremamente applicativo, tipico dei corsi di Metodi matematici: quasi ogni concetto matematico è corredato da una interpretazione geometrico/fisica. Si veda ad esempio la Fig.3.1 in cui si riporta la trattazione delle divergenze e si sottolinea che "un punto con divergenza positiva può essere visto come una "sorgente" e uno a divergenza negativa come un punto di 'drenaggio'".

■ The Divergence

From the definition of ∇ we construct the divergence:

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{v} &= \left(\hat{\mathbf{x}} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{\mathbf{y}} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{\mathbf{z}} \frac{\partial}{\partial z} \right) \cdot (v_x \hat{\mathbf{x}} + v_y \hat{\mathbf{y}} + v_z \hat{\mathbf{z}}) \\ &= \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}.\end{aligned}\tag{1.40}$$

Observe that the divergence of a vector function⁶ \mathbf{v} is itself a *scalar* $\nabla \cdot \mathbf{v}$.

Geometrical Interpretation: The name **divergence** is well chosen, for $\nabla \cdot \mathbf{v}$ is a measure of how much the vector \mathbf{v} spreads out (diverges) from the point in question. For example, the vector function in Fig. 1.18a has a large (positive) divergence (if the arrows pointed *in*, it would be a *negative* divergence), the function in Fig. 1.18b has zero divergence, and the function in Fig. 1.18c again has a positive divergence. (Please understand that \mathbf{v} here is a *function*—there’s a different vector associated with every point in space. In the diagrams, of course, I can only draw the arrows at a few representative locations.)

Imagine standing at the edge of a pond. Sprinkle some sawdust or pine needles on the surface. If the material spreads out, then you dropped it at a point of positive divergence; if it collects together, you dropped it at a point of negative divergence. (The vector function \mathbf{v} in this model is the velocity of the water at the surface—this is a *two*-dimensional example, but it helps give one a “feel” for what the divergence means. A point of positive divergence is a source, or “faucet”; a point of negative divergence is a sink, or “drain.”)

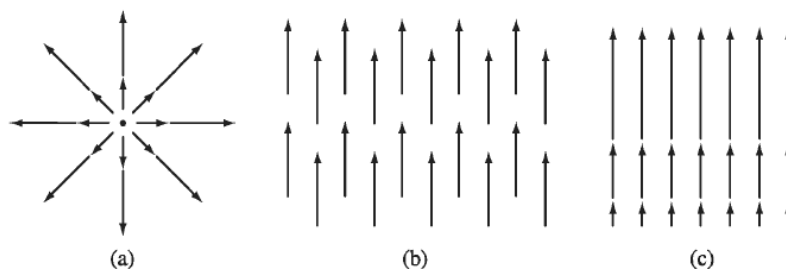


FIGURE 1.18

⁶A vector function $\mathbf{v}(x, y, z) = v_x(x, y, z) \hat{\mathbf{x}} + v_y(x, y, z) \hat{\mathbf{y}} + v_z(x, y, z) \hat{\mathbf{z}}$ is really *three* functions—one for each component. There’s no such thing as the divergence of a scalar.

Fig.3.1 – Trattazione della divergenza nel libro di testo *Electrodynamics* (4th ed.), Griffiths, 2017, pag. 17

E’ evidente l’intento dell’autore di far sì che il lettore sviluppi familiarità con la manipolazione simbolica, che è un punto centrale nell’acquisizione della “maturità matematica” necessaria per affrontare problemi di Fisica più complessi (Faulkner & Herman, 2016).

Il Capitolo 1 di *Analisi Vettoriale* è anche preceduto da un *Advertisement* nel quale Griffiths fornisce una panoramica storica della Fisica, dell’Elettromagnetismo in particolare e dei principali concetti che saranno usati nel testo, come quello di campo e di carica elettrica (cfr. Fig. 3.2).

Advertisement

WHAT IS ELECTRODYNAMICS, AND HOW DOES IT FIT INTO THE GENERAL SCHEME OF PHYSICS?

Four Realms of Mechanics

In the diagram below, I have sketched out the four great realms of mechanics:

Classical Mechanics (Newton)	Quantum Mechanics (Bohr, Heisenberg, Schrödinger, et al.)
Special Relativity (Einstein)	Quantum Field Theory (Dirac, Pauli, Feynman, Schwinger, et al.)

Fig.3.2 – “Advertisement” tratto dal libro di testo *Electrodynamics* (4th ed.), Griffiths, 2017 pag. xiv

Un altro punto degno di nota è l'estrema esaustività dell'autore nelle spiegazioni: non vi sono punti nei quali la trattazione viene interrotta per passare immediatamente all'affermazione di un risultato, e questo sia nell'impostazione teorica che nella trattazione di esempi svolti; ogni passaggio è commentato e quindi il lettore non si trova quasi mai a dover supplire a mancanze del testo. Particolare attenzione viene rivolta ai concetti sui quali gli studenti hanno storicamente trovato difficoltà, come il conetto di potenziale (cfr. Fig 3.3).

■ Comments on Potential

(i) **The name.** The word “potential” is a hideous misnomer because it inevitably reminds you of potential *energy*. This is particularly insidious, because there is a connection between “potential” and “potential energy,” as you will see in Sect. 2.4. I'm sorry that it is impossible to escape this word. The best I can do is to insist once and for all that “potential” and “potential energy” are completely different terms and should, by all rights, have different names. Incidentally, a surface over which the potential is constant is called an **equipotential**.

(ii) **Advantage of the potential formulation.** If you know V , you can easily get \mathbf{E} —just take the gradient: $\mathbf{E} = -\nabla V$. This is quite extraordinary when you stop to think about it, for \mathbf{E} is a *vector* quantity (three components), but V is a *scalar* (one component). How can *one* function possibly contain all the information that *three* independent functions carry? The answer is that the three components of \mathbf{E} are not really as independent as they look; in fact, they are explicitly interrelated by the very condition we started with, $\nabla \times \mathbf{E} = \mathbf{0}$. In terms of components,

$$\frac{\partial E_x}{\partial y} = \frac{\partial E_y}{\partial x}, \quad \frac{\partial E_z}{\partial y} = \frac{\partial E_y}{\partial z}, \quad \frac{\partial E_x}{\partial z} = \frac{\partial E_z}{\partial x}.$$

This brings us back to my observation at the beginning of Sect. 2.3.1: \mathbf{E} is a very *special kind of vector*. What the potential formulation does is to exploit this feature to maximum advantage, reducing a vector problem to a scalar one, in which there is no need to fuss with components.

Fig.3.3 – Note sul concetto di potenziale tratte dal libro di testo *Electrodynamics* (4th ed.), Griffiths, 2017, pag. 80

L'autore espande sul concetto di potenziale, evidenzia i vantaggi derivanti dall'usare questo concetto e chiarisce eventuali fraintendimenti sul nascere (questo approfondimento appare immediatamente dopo l'introduzione del concetto di potenziale elettrico).

Le immagini sono usate in maniera parsimoniosa (per lo meno per gli standard odierni) ed esclusivamente per esemplificare analisi svolte algebricamente. Non vi sono immagini estranee a quelli che sono i problemi che l'autore affronta; questo evita che l'attenzione dello studente venga dispersa (Harp & Mayer, 1998).

Il testo presenta un'ampia selezione di problemi con vari livelli di difficoltà - per far sì che sia sempre possibile per lo studente sperimentare un congruo carico cognitivo che gli consentirà di sviluppare pienamente le proprie abilità, al di là del semplice livello di pedissequa applicazione numerica di formule:

"I distinguish two kinds of problems. Some have a specific pedagogical purpose, and should be worked immediately after reading the section to which they pertain; these I have placed at the pertinent point within the chapter."

e diverse tipologie. La prima tipologia riguarda i quesiti più semplici (cfr. Fig.3.4), che richiedono l'applicazione di quanto immediatamente spiegato prima sono inframmezzati al testo. Questa pratica è importante per rendere la lettura attiva e impedire che si sviluppi la cosiddetta "fluency illusion".

Example 2.2. Find the electric field a distance z above the midpoint of a straight line segment of length $2L$ that carries a uniform line charge λ (Fig. 2.6).

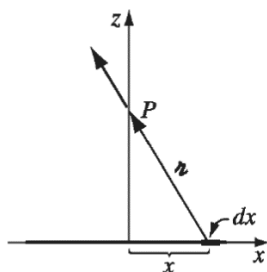


FIGURE 2.6

Fig.3.4 Esercizio per testare la capacità dello studente di saper calcolare il campo elettrico generato da una distribuzione uniforme di carica (Griffiths, 2017, p. 64).

Problemi più complessi sono invece situati alla fine del capitolo e richiedono padronanza di tutti i concetti dell'intero capitolo di riferimento (cfr. Fig. 3.5).

Problem 2.11 Use Gauss's law to find the electric field inside and outside a spherical shell of radius R that carries a uniform surface charge density σ . Compare your answer to Prob. 2.7.

Problem 2.12 Use Gauss's law to find the electric field inside a uniformly charged solid sphere (charge density ρ). Compare your answer to Prob. 2.8.

Problem 2.13 Find the electric field a distance s from an infinitely long straight wire that carries a uniform line charge λ . Compare Eq. 2.9.

Problem 2.14 Find the electric field inside a sphere that carries a charge density proportional to the distance from the origin, $\rho = kr$, for some constant k . [*Hint*: This charge density is *not* uniform, and you must *integrate* to get the enclosed charge.]

Problem 2.15 A thick spherical shell carries charge density

$$\rho = \frac{k}{r^2} \quad (a \leq r \leq b)$$

(Fig. 2.25). Find the electric field in the three regions: (i) $r < a$, (ii) $a < r < b$, (iii) $r > b$. Plot $|\mathbf{E}|$ as a function of r , for the case $b = 2a$.

Problem 2.16 A long coaxial cable (Fig. 2.26) carries a uniform *volume* charge density ρ on the inner cylinder (radius a), and a uniform *surface* charge density on the outer cylindrical shell (radius b). This surface charge is negative and is of just the right magnitude that the cable as a whole is electrically neutral. Find the electric field in each of the three regions: (i) inside the inner cylinder ($s < a$), (ii) between the cylinders ($a < s < b$), (iii) outside the cable ($s > b$). Plot $|\mathbf{E}|$ as a function of s .

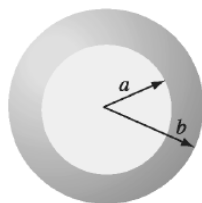


FIGURE 2.25

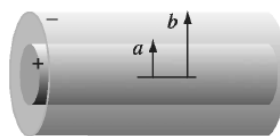


FIGURE 2.26

Problem 2.17 An infinite plane slab, of thickness $2d$, carries a uniform volume charge density ρ (Fig. 2.27). Find the electric field, as a function of y , where $y = 0$ at the center. Plot E versus y , calling E positive when it points in the $+y$ direction and negative when it points in the $-y$ direction.

Problem 2.18 Two spheres, each of radius R and carrying uniform volume charge densities $+\rho$ and $-\rho$, respectively, are placed so that they partially overlap (Fig. 2.28). Call the vector from the positive center to the negative center \mathbf{d} . Show that the field in the region of overlap is constant, and find its value. [*Hint*: Use the answer to Prob. 2.12.]

Fig. 3.5 Esempio di problemi di fine capitolo (Griffith, 2017, pag. 76)

Quando il livello di sofisticazione dello studente è adeguato, l'autore include inoltre anche esercizi di natura più realistica, nei quali sono anche talvolta accennati (ed adeguatamente semplificati) problemi presenti in letteratura (cfr. Fig. 3.6).

Problem 7.50 Electrons undergoing cyclotron motion can be sped up by increasing the magnetic field; the accompanying electric field will impart tangential acceleration. This is the principle of the **betatron**. One would like to keep the radius of the orbit constant during the process. Show that this can be achieved by designing a magnet such that the average field over the area of the orbit is twice the field at the circumference (Fig. 7.53). Assume the electrons start from rest in zero field, and that the apparatus is symmetric about the center of the orbit. (Assume also that the electron velocity remains well below the speed of light, so that nonrelativistic mechanics applies.) [Hint: Differentiate Eq. 5.3 with respect to time, and use $F = ma = qE$.]

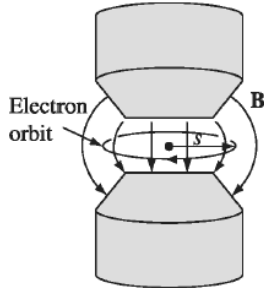


FIGURE 7.53

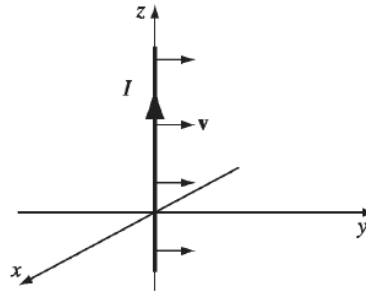


FIGURE 7.54

Problem 7.51 An infinite wire carrying a constant current I in the \hat{z} direction is moving in the y direction at a constant speed v . Find the electric field, in the quasistatic approximation, at the instant the wire coincides with the z axis (Fig. 7.54). [Answer: $-(\mu_0 I v / 2\pi s) \cos \phi \hat{z}$]

Problem 7.52 An atomic electron (charge q) circles about the nucleus (charge Q) in an orbit of radius r ; the centripetal acceleration is provided, of course, by the Coulomb attraction of opposite charges. Now a small magnetic field dB is slowly turned on, perpendicular to the plane of the orbit. Show that the increase in kinetic energy, dT , imparted by the induced electric field, is just right to sustain circular motion at the same radius r . (That's why, in my discussion of diamagnetism, I assumed the radius is fixed. See Sect. 6.1.3 and the references cited there.)

Fig. 3.6 Esempio di problema “realistico” (Griffiths, 2017, pag. 348)

Una trattazione di questo tipo “hand-holding” con un gran numero di elementi ridondanti evidenzia come il libro sia diretto per un pubblico esclusivamente “undergraduate” di studenti di Fisica/Ingegneria, come l’autore stesso specifica nell’introduzione. Il testo diventa, per questo stesso motivo, inadatto per un pubblico “graduate” o avente una maggiore maturità matematica. Questa distinzione appare confermata dalle recensioni e dai commenti sul libro che si trovano nei maggiori forum di riferimento (Math/Physics/Academia StackExchange, PhysicsForum.com, Amazon, GoodReads ...)

INTRODUCTION TO CLASSICAL MECHANICS (2008) – D. MORIN

Come già accennato, questo libro è stato scritto come testo di riferimento per i corsi del primo anno del Corso di Laurea in Fisica presso l'Università di Harvard; è tuttavia strutturato in maniera tale da poter essere usato anche come testo di riferimento per studenti di corsi più avanzati, data la mole di argomenti coperta (che include anche la Meccanica Lagrangiana) e la presenza di una corposa quantità di problemi.

E' un testo di livello certamente più elevato rispetto al Griffiths e il suo scopo è portare il lettore da un livello di comprensione di base ad un livello tale da poter affrontare problemi anche di grande complessità e con un rilevante livello di "realismo"; difatti è usato nella preparazione delle Olimpiadi della Fisica in molti Paesi, è spesso usato come testo di riferimento per i corsi "honors" di Meccanica presso varie università ed è sovente usato come "problem-solving book" per complementare i corsi standard di Fisica Generale 1 in molte università, come la Normale di Pisa in Italia (*Complementi di Meccanica Classica e Termodinamica | Scuola Normale Superiore*).

Il testo ha valutazioni molto positive (Amazon: 121 valutazioni: 86% tra 4 e 5 stelle; GoodReads: 116 valutazioni: 81% tra le 4 e 5 stelle).

Nonostante i prerequisiti siano formalmente la matematica di base delle superiori fino al calcolo differenziale ed integrale in una variabile, la risoluzione di problemi richiede una maturità matematica rara tra gli studenti *undergraduate*. L'autore punta a sviluppare questa capacità lungo tutto il testo e dedica tutto il primo capitolo a discutere tecniche base di *problem-solving* tra le quali l'analisi dimensionale, l'analisi dei casi limite, l'uso di approssimazioni e la risoluzione numerica di equazioni differenziali, che vengono messe in evidenza e utilizzate in tutto il testo (cfr. Fig. 3.7)

Chapter 1

Strategies for solving problems

Physics involves a great deal of problem solving. Whether you are doing cutting-edge research or reading a book on a well-known subject, you are going to need to solve some problems. In the latter case (the presently relevant one, given what is in your hand right now), it is fairly safe to say that the true test of understanding something is the ability to solve problems on it. Reading about a topic is often a necessary step in the learning process, but it is by no means a sufficient one. The more important step is spending as much time as possible solving problems (which is inevitably an active task) beyond the time you spend reading (which is generally a more passive task). I have therefore included a very large number of problems/exercises in this book.

However, if I'm going to throw all these problems at you, I should at least give you some general strategies for solving them. These strategies are the subject of the present chapter. They are things you should always keep in the back of your mind when tackling a problem. Of course, they are generally not sufficient by themselves; you won't get too far without understanding the physical concepts behind the subject at hand. But when you add these strategies to your physical understanding, they can make your life a lot easier.

1.1 General strategies

There are a number of general strategies you should invoke without hesitation when solving a problem. They are:

1. **Draw a diagram, if appropriate.**

In the diagram, be sure to label clearly all the relevant quantities (forces, lengths, masses, etc.). Diagrams are absolutely critical in certain types of problems. For example, in problems involving "free-body" diagrams (discussed in Chapter 3) or relativistic kinematics (discussed in Chapter 11), drawing a diagram can change a hopelessly complicated problem into a near-trivial one. And even in cases where diagrams aren't this crucial, they're invariably very helpful. A picture is definitely worth a thousand words (and even a few more, if you label things!).

Fig. 3.7 Estratto dal libro di testo di Morin relativo alle strategie di problem solving a cui il testo punta (Morin, 2008, pag. 1)

Ad ulteriore riprova di questo, il testo presenta soltanto un breve riassunto della matematica necessaria delle appendici, insufficiente a chi non abbia già una precedente preparazione in materia.

Caratteristiche che distinguono il testo sono la semplicità del linguaggio, la numerosità di problemi svolti, che illustrano ciascun paragrafo all'interno di ogni capitolo e che sono commentati in grande dettaglio (*Worked-example effect*) (cfr. Fig.3.8).

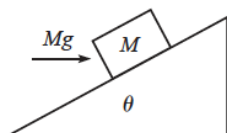


Fig. 2.1

Example (Block on a plane): A block of mass M rests on a fixed plane inclined at an angle θ . You apply a horizontal force of Mg on the block, as shown in Fig. 2.1. Assume that the friction force between the block and the plane is large enough to keep the block at rest. What are the normal and friction forces (call them N and F_f) that the plane exerts on the block? If the coefficient of static friction is μ , for what range of angles θ will the block in fact remain at rest?

Solution: Let's break the forces up into components parallel and perpendicular to the plane. (The horizontal and vertical components would also work, but the calculation would be a little longer.) The forces are N , F_f , the applied Mg , and the weight Mg , as shown in Fig. 2.2. Balancing the forces parallel and perpendicular to the plane gives, respectively (with upward along the plane taken to be positive),

$$\begin{aligned} F_f &= Mg \sin \theta - Mg \cos \theta, \\ N &= Mg \cos \theta + Mg \sin \theta. \end{aligned} \quad (2.2)$$

INTERMEDIATE REMARKS:

1. If $\tan \theta > 1$, then F_f is positive (that is, it points up the plane). And if $\tan \theta < 1$, then F_f is negative (that is, it points down the plane). There is no need to worry about which way it points when drawing the diagram. Just pick a direction to be positive, and if F_f comes out to be negative (as it does in the figure above, because $\theta < 45^\circ$), then it actually points in the other direction.
2. F_f ranges from $-Mg$ to Mg as θ ranges from 0 to $\pi/2$ (convince yourself that these limiting values make sense). As an exercise, you can show that N is maximum when $\tan \theta = 1$, in which case $N = \sqrt{2}Mg$ and $F_f = 0$.
3. The $\sin \theta$ and $\cos \theta$ factors in Eq. (2.2) follow from the angles θ drawn in Fig. 2.2. However, when solving problems like this one, it's easy to make a mistake in the geometry and then label an angle as θ when it really should be $90^\circ - \theta$. So two pieces of advice: (1) Never draw an angle close to 45° in a figure, because if you do, you won't be able to tell the θ angles from the $90^\circ - \theta$ ones. (2) Always check your results by letting θ go to 0 or 90° (in other words, does virtually all of a force, or virtually none of it, act in a certain direction when the plane is, say, horizontal). Once you do this a few times, you'll realize that you probably don't even need to work out the geometry in the first place. Since you know that any given component is going to involve either $\sin \theta$ or $\cos \theta$, you can just pick the one that works correctly in a certain limit. ♣

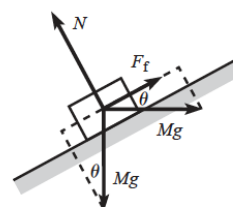


Fig. 2.2

The coefficient μ tells us that $|F_f| \leq \mu N$. Using Eq. (2.2), this inequality becomes

$$Mg|\sin \theta - \cos \theta| \leq \mu Mg(\cos \theta + \sin \theta). \quad (2.3)$$

The absolute value here signifies that we must consider two cases:

- If $\tan \theta \geq 1$, then Eq. (2.3) becomes

$$\sin \theta - \cos \theta \leq \mu(\cos \theta + \sin \theta) \implies \tan \theta \leq \frac{1 + \mu}{1 - \mu}. \quad (2.4)$$

We divided by $1 - \mu$, so this inequality is valid only if $\mu < 1$. But if $\mu \geq 1$, we see from the first inequality here that any value of θ (subject to our assumption, $\tan \theta \geq 1$) works.

- If $\tan \theta \leq 1$, then Eq. (2.3) becomes

$$-\sin \theta + \cos \theta \leq \mu(\cos \theta + \sin \theta) \implies \tan \theta \geq \frac{1 - \mu}{1 + \mu}. \quad (2.5)$$

Putting these two ranges for θ together, we have

$$\frac{1 - \mu}{1 + \mu} \leq \tan \theta \leq \frac{1 + \mu}{1 - \mu}. \quad (2.6)$$

REMARKS: For very small μ , these bounds both approach 1, which means that θ must be very close to 45° . This makes sense. If there is very little friction, then the components along the plane of the horizontal and vertical Mg forces must nearly cancel; hence, $\theta \approx 45^\circ$. A special value for μ is 1, because from Eq. (2.6), we see that $\mu = 1$ is the cutoff value that allows θ to reach both 0 and $\pi/2$. If $\mu \geq 1$, then any tilt of the plane is allowed. We've been assuming throughout this example that $0 \leq \theta \leq \pi/2$. The task of Exercise 2.20 is to deal with the case where $\theta > \pi/2$, where the block is under an overhang. ♣

Fig. 3.8 Esempio di problema svolto e commentato tratto dal libro di Morin (2008, pagg. 24-25-26)

I problemi, presenti alla fine di ogni capitolo, mai banali, richiedono la padronanza di tutti i concetti del capitolo in questione e sovente, per i più difficili, anche dei capitoli precedenti (*interleaving*); sono inoltre presentati in genere ordine di difficoltà crescente (il livello dei problemi è contraddistinto dal numero di asterischi ad esso assegnati) e per molti di questi problemi vengono proposti più metodi di risoluzione commentati, facendo vedere pregi e difetti di ciascun approccio e consentendo allo studente di controllare sia i propri calcoli che i ragionamenti che li sottendono: è un chiaro esempio di *pratica deliberata*.

2. **Double Atwood's machine** **

A double Atwood's machine is shown in Fig. 3.12, with masses m_1 , m_2 , and m_3 . Find the accelerations of the masses.

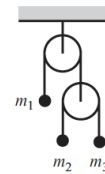


Fig. 3.12

3. **Infinite Atwood's machine** ***

Consider the infinite Atwood's machine shown in Fig. 3.13. A string passes over each pulley, with one end attached to a mass and the other end attached to another pulley. All the masses are equal to m , and all the pulleys and strings are massless. The masses are held fixed and then simultaneously released. What is the acceleration of the top mass? (You may define this infinite system as follows. Consider it to be made of N pulleys, with a nonzero mass replacing what would have been the $(N + 1)$ th pulley. Then take the limit as $N \rightarrow \infty$.)

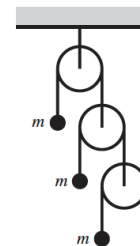


Fig. 3.13

4. **Line of pulleys** *

$N + 2$ equal masses hang from a system of pulleys, as shown in Fig. 3.14. What are the accelerations of all the masses?

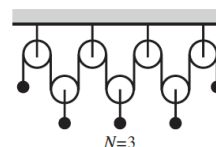


Fig. 3.14

5. **Ring of pulleys** **

Consider the system of pulleys shown in Fig. 3.15. The string (which is a loop with no ends) hangs over N fixed pulleys that circle around the underside of a ring. N masses, m_1, m_2, \dots, m_N , are attached to N pulleys that hang on the string. What are the accelerations of all the masses?

6. **Sliding down a plane** **

- (a) A block starts at rest and slides down a frictionless plane inclined at an angle θ . What should θ be so that the block travels a given horizontal distance in the minimum amount of time?
- (b) Same question, but now let there be a coefficient of kinetic friction μ between the block and the plane.

Fig. 3.9 Esempi di problemi di fine capitolo, indicati col loro livello di difficoltà (Morin, 2008, p. 71)

3.3. Infinite Atwood's machine

FIRST SOLUTION: If the strength of gravity on the earth were multiplied by a factor η , then the tension in all of the strings in the Atwood's machine would likewise be multiplied by η . This is true because the only way to produce a quantity with the units of tension (that is, force) is to multiply a mass by g . Conversely, if we put the Atwood's machine on another planet and discover that all of the tensions are multiplied by η , then we know that the gravity there must be ηg .

Let the tension in the string above the first pulley be T . Then the tension in the string above the second pulley is $T/2$ (because the pulley is massless). Let the downward acceleration of the second pulley be a_2 . Then the second pulley effectively lives in a world where gravity has strength $g - a_2$. Consider the subsystem of all the pulleys except the top one. This infinite subsystem is identical to the original infinite system of all the pulleys. Therefore, by the arguments in the above paragraph, we must have

$$\frac{T}{g} = \frac{T/2}{g - a_2}, \quad (3.63)$$

which gives $a_2 = g/2$. But a_2 is also the acceleration of the top mass, so our answer is $g/2$.

REMARKS: You can show that the relative acceleration of the second and third pulleys is $g/4$, and that of the third and fourth is $g/8$, etc. The acceleration of a mass far down in the system therefore equals $g(1/2 + 1/4 + 1/8 + \dots) = g$, which makes intuitive sense.

Note that $T = 0$ also makes Eq. (3.63) true. But this corresponds to putting a mass of zero at the end of a finite pulley system (see the following solution). ♣

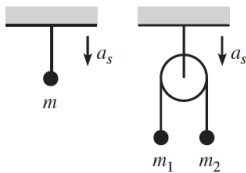


Fig. 3.38

SECOND SOLUTION: Consider the following auxiliary problem.

Problem: Two setups are shown in Fig. 3.38. The first contains a hanging mass m . The second contains two masses, m_1 and m_2 , hanging over a pulley. Let both supports have acceleration a_s downward. What should m be, in terms of m_1 and m_2 , so that the tension T in the top string is the same in both cases?

Answer: In the first case, we have

$$mg - T = ma_s. \quad (3.64)$$

In the second case, let a be the acceleration of m_2 relative to the support (with downward taken to be positive). Then we have

$$m_1g - \frac{T}{2} = m_1(a_s - a), \quad \text{and} \quad m_2g - \frac{T}{2} = m_2(a_s + a). \quad (3.65)$$

If we define $g' \equiv g - a_s$, then we may write the above three equations as

$$mg' = T, \quad m_1g' - \frac{T}{2} = -m_1a, \quad m_2g' - \frac{T}{2} = m_2a. \quad (3.66)$$

Eliminating a from the last two of these equations gives $T = 4m_1m_2g'/(m_1 + m_2)$. Using this value of T in the first equation then gives

$$m = \frac{4m_1m_2}{m_1 + m_2}. \quad (3.67)$$

Note that the value of a_s is irrelevant. We effectively have a fixed support in a world where the acceleration due to gravity is g' (see Eq. (3.66)), and the desired m can't depend on g' , by dimensional analysis. This auxiliary problem shows that for any a_s the two-mass system in the second case can equivalently be treated like a mass m , given by Eq. (3.67), as far as the upper string is concerned. ■

Now let's look at our infinite Atwood's machine. Assume that the system has N pulleys, where $N \rightarrow \infty$. Let the bottom mass be x . Then the auxiliary problem shows that the bottom two masses, m and x , can be treated like an effective mass $f(x)$, where

$$f(x) = \frac{4mx}{m+x} = \frac{4x}{1+(x/m)}. \quad (3.68)$$

We can then treat the combination of the mass $f(x)$ and the next m as an effective mass $f(f(x))$. These iterations can be repeated, until we finally have a mass m and a mass $f^{(N-1)}(x)$ hanging over the top pulley. So we must determine the behavior of $f^N(x)$, as $N \rightarrow \infty$. This behavior is clear if we look at the plot of $f(x)$ in Fig. 3.39. We see that $x = 3m$ is a fixed point of $f(x)$. That is, $f(3m) = 3m$. This plot shows that no matter what x we start with, the iterations approach $3m$ (unless we start at $x = 0$, in which case we remain there). These iterations are shown graphically by the directed lines in the plot. After reaching the value $f(x)$ on the curve, the line moves horizontally to the x value of $f(x)$, and then vertically to the value $f(f(x))$ on the curve, and so on. Therefore, since $f^N(x) \rightarrow 3m$ as $N \rightarrow \infty$, our infinite Atwood's machine is equivalent to (as far as the top mass is concerned) just two masses, m and $3m$. You can then quickly show that the acceleration of the top mass is $g/2$. Note that as far as the support is concerned, the whole apparatus is equivalent to a mass $3m$. So $3mg$ is the upward force exerted by the support.

Fig. 3.10 Esempio di due svolgimenti dello stesso problema tratto dal libro di Morin (2008, pagg. 85-86)

Anche in questo caso, la grafica è minimale, le figure sono stilizzate per enfatizzarne le componenti fondamentali e ne è fatto un uso parsimonioso.

Questo testo è molto adottato nei corsi universitari dedicati all’insegnamento delle “stime alla Fermi”³ e ha valutazioni molto positive su Amazon⁴, GoodReads (31 valutazioni, 86% tra le 4 e le 5 stelle) e su riviste specializzate di matematica e fisica (Science, Physics Today, Mathematical Association of America, American Journals of Physics).

Come già anticipato, il libro è stato scritto come testo di riferimento per i corsi di “order-of-magnitude physics”; l’obiettivo dell’autore è di fare in modo che gli studenti acquisiscano la *forma mentis* del fisico professionista imparando a padroneggiare alcuni “modelli mentali” che possano, accoppiati ad alcuni principi base della fisica, spiegare in maniera approssimativa ma soddisfacente il mondo intorno a loro (cfr. Fig.3.10).

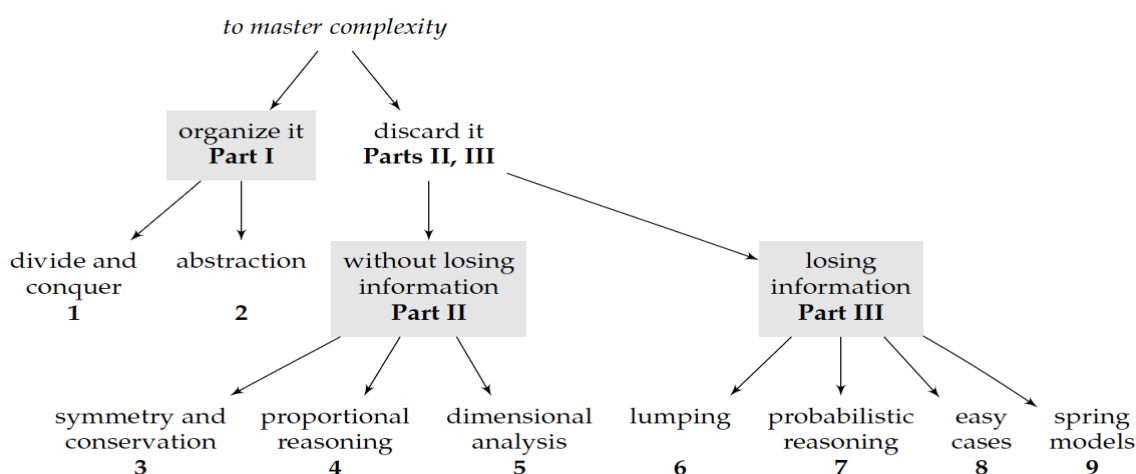


Fig. 3.11 I modelli mentali proposti dall’autore per “gestire la complessità”. Immagine tratta da Mahajan, 2014, p. xv

Secondo l’autore, questo approccio è importante poiché:

“Highly successful students, as measured by grades and by scores on the Force Concept Inventory [un questionario elaborato da Hestenes e collaboratori su concetto di forza (Hestenes, Malcolm Wells, Swackhamer (1992)], still struggle with fundamental concepts in mathematics and physics. These difficulties, which turn physics into parrot learning and include confusing velocity and acceleration or being unable to reason with graphs, are revealed by problems requiring estimation and conceptual reasoning.” (Mahajan, 2005)

³ Si vedano ad esempio i corsi: ASTRONOMY 250: ORDER-OF-MAGNITUDE PHYSICS presso l’Università di Berkeley; Ph 101: Order-of-Magnitude Physics presso il California Institute of Technology, PHYSICS 216: Back-of-the-envelope physics presso l’Università di Stanford ed “Art of Approximation in Science and Engineering” presso il MIT.

⁴ Su Amazon il testo ha ricevuto 15 valutazioni in totale di cui 10 hanno assegnato (motivandole) 5 stelle; delle altre 5 recensioni 2 hanno assegnato 3 stelle (non motivando il giudizio) e 3 hanno assegnato 1 stella (due non motivando la loro decisione, uno facendo riferimento alla qualità della stampa della versione e-book): alla luce delle altre valutazioni su GoodReads e su riviste di matematica e fisica, si possono considerare questi 5 giudizi trascurabili.

Il testo è diviso in tre macroaree, ciascuna delle quali contiene rispettivamente due, tre e quattro modelli mentali: ad ogni modello mentale è dedicato un capitolo, e all'interno di ciascun capitolo tale modello mentale viene esplorato in ciascun paragrafo applicandolo a più argomenti, anche non direttamente attinenti alla Fisica (*contrasting cases*) e facendo uso anche dei modelli mentali presentati precedentemente (*interleaving*).

4

Proportional reasoning

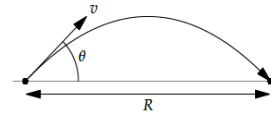
4.1 Population scaling	103
4.2 Finding scaling exponents	105
4.3 Scaling exponents in fluid mechanics	117
4.4 Scaling exponents in mathematics	123
4.5 Logarithmic scales in two dimensions	126
4.6 Optimizing flight speed	128
4.7 Summary and further problems	135

Fig.3.12 Il modello mentale “ragionamento proporzionale” applicato a problemi che vanno dalla demografia alla fluidodinamica (Mahajan, 2014, p. 103)

Anche in questo caso l'autore, come i due precedenti, è estremamente meticoloso nel riportare e commentare ogni passaggio usato nell'arrivare ad un risultato, facendo anche uso di diagrammi riassuntivi a margine, e presenta esercizi inframmezzati al testo che sono una diretta continuazione dell'esempio appena svolto: è questo un esempio dell'uso dei *Worked-example effect* e *Self-explanation principle*.

4.2.3 Projectile range

In the previous examples, only one variable was independent; changing it changed all the others. However, many problems contain multiple independent variables. An example is the range R of a rock launched at an angle θ with speed v . The traditional derivation uses calculus. You solve for the position of the rock as a function of time, solve for the time when its height is zero (the ground level), and then insert that time into the horizontal position to find the range. This analysis is not wrong, but its result still seems like magic. I leave unsatisfied, thinking, "The result must be true. But I still do not know *why*."



That "why" insight comes from proportional reasoning, which discards the nonessential complexity. Let's begin with our doubling question.

► How does doubling each of the independent variables affect the range?

The independent variables include the launch velocity v , the gravitational acceleration g (because gravity returns the rock to Earth), and the launch angle. However, angles do not fit so easily into proportional reasoning, so we won't explore the role of θ here (we will handle it in Section 8.2.2.1 using the tool of easy cases, or you can try Problem 4.9).

Because the only forces are vertical, the rock's horizontal velocity remains constant throughout its flight (an invariant!). Thus, the range is given by

$$R = \text{time aloft} \times \text{initial horizontal velocity}. \quad (4.34)$$

The time aloft is determined by the initial vertical velocity, because gravity steadily reduces it (at the rate g):

$$\text{time aloft} \sim \frac{\text{initial vertical velocity}}{g}. \quad (4.35)$$

Problem 4.8 Missing dimensionless prefactor

What is the missing dimensionless prefactor in the preceding expression for the time that the rock stays aloft?

Now double the launch velocity v . That change doubles the initial horizontal and vertical components of the velocity. Doubling the vertical component doubles the time aloft. Because the range is proportional to the horizontal velocity and to the time aloft, when the launch velocity doubles, the range quadruples. The scaling exponent connecting v to R is 2: $R \propto v^2$.

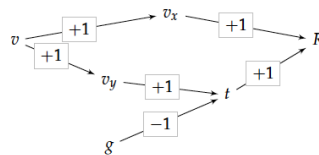
► What is the effect of doubling g ?

Doubling g doesn't change the horizontal velocity or the initial vertical velocity, but it halves the time aloft and therefore the range as well. The scaling exponent connecting g to R is -1 : $R \propto g^{-1}$.

The combined scaling relation, which gives the dependence of R on both g and v , is

$$R \propto \frac{v^2}{g}. \quad (4.36)$$

Using v_x and v_y for the horizontal and vertical components of the launch velocity, the graphical representation of this reasoning is



This graph shows a new feature: two independent variables, v and g . We'll need to track the powers of v and g separately.

The range R has two incoming paths. The path via the horizontal velocity v_x contributes $+1 \times +1 = +1$ powers of v but no powers of g . The path via t also contributes $+1$ powers of v , and contributes -1 powers of g . The diagram compactly represents how R became proportional to v^2/g .

The full range formula, including the launch angle θ is

$$R \sim \frac{v^2}{g} \sin \theta \cos \theta. \quad (4.37)$$

The dependence on v and g is just as we predicted.

The moral of this example is that you can derive and understand relations by ignoring constants of proportionality and instead concentrating on the

scaling exponents. Furthermore, you can use this ability in order to spot mistakes: Just check each independent variable's scaling exponent. For example, if someone proposes that projectile range R is proportional to v^3/g , think, "The $1/g$ makes sense from the time aloft. But what about the v^3 ? One power of v comes from the horizontal velocity and one power from the time aloft, which explains two powers of v . But where does the third power come from? The range should instead contain v^2/g ."

Problem 4.9 Angular factors in projectile range

Explain the $\sin \theta$ and $\cos \theta$ factors by using the relation

$$\text{range} = \text{time aloft} \times \text{horizontal velocity.} \quad (4.38)$$

Fig. 3.13 Esempio dell'uso dei *Worked-example effect* e *Self-explanation principle* nella trattazione di problemi, tratto da Mahajan, 2014, pagg. 113-114-115

Gli esercizi, mai banali e multidisciplinari, sono di difficoltà varia e si riferiscono anche questi non solo agli argomenti del capitolo in questione ma anche ai precedenti (cfr. Fig.3.14).

Problem 9.12 Driving a spring at high frequency

Sunlight driving an electron in nitrogen is the easy-case regime $\omega \ll \omega_0$. The opposite regime is $\omega \gg \omega_0$. This regime includes metals, where the electrons are free (the spring constant is zero, so ω_0 is zero). Estimate, using characteristic or typical values, the amplitude x_0 of a spring-mass system driven by a force

$$F = F_0 \cos \omega t, \quad (9.134)$$

where $\omega \gg \omega_0$. In particular, find the scaling exponent n in the transfer function $x_0/F_0 \propto \omega^n$.

Problem 9.13 High-frequency scattering

Use the result of Problem 9.12 to show that, in the $\omega \gg \omega_0$ regime (for example, for a free electron), the scattering cross section P_{dipole}/F is independent of ω and is the Thomson cross section σ_T .

Problem 9.14 Fiber-optic cable

A fiber-optic cable, used for transmitting telephone calls and other digital data, is a thin glass fiber that carries electromagnetic radiation. High data transmission rates require a high radiation frequency ω . However, scattering losses are proportional to ω^4 , so high-frequency signals attenuate in a short distance. As a compromise, glass fibers carry "near-infrared" radiation (roughly 1-micrometer in wavelength). Estimate the mean free path of this radiation by comparing the density of glass to the density of air.

Problem 9.15 Resonance

In Problem 9.12, you analyzed the case of driving a spring at a frequency ω much higher than its natural frequency ω_0 . The discussion of blue skies in Section 9.4.1 required the opposite regime, $\omega \ll \omega_0$. In this problem, you analyze the middle regime, which is called resonance. It is a lightly damped spring-mass system driven at its natural frequency.

Assuming a driving force $F_0 \cos \omega t$, estimate the energy input per radian of oscillation, in terms of F_0 and the amplitude x_0 . Using Problem 9.11(b), estimate the energy lost per radian in terms of the amplitude x_0 , the natural frequency ω_0 , the quality factor Q , and the mass m .

By equating the energy loss and the energy input, which is the condition for a steady amplitude, find the quotient x_0/F_0 . This quotient is the gain G of the system at the resonance frequency $\omega = \omega_0$. Find the scaling exponent n in $G \propto Q^n$.

Problem 9.16 Ball resting on the ground as a spring system

A ball resting on the ground can be thought of as a spring system. The larger the compression δ , the larger the restoring force F . (Imagine setting weights on top of the ball so that the extra weight plus the ball's weight is F .) Find the scaling exponent n in $F \propto \delta^n$. Is this system an ideal spring (for which $n = 1$)?

Fig. 3.14 Esempi di problemi tratti da Mahajan, 2014, p. 354

Questo testo non presenta soluzioni e questo, assieme al fatto che il libro richiede di usare con padronanza tutta la matematica e la fisica di livello liceale, lo rende un testo adatto a studenti maturi (“Expertise-Reversal Effect” (Kalyuga et al., 2003.)).

UN CONTROESEMPIO: MATTER & INTERACTIONS (3rd ed., 2011) – CHABAY, SHERWOOD

Finiamo il capitolo con l'esempio di un libro completamente diverso da quelli trattati. Questo testo nasce dal tentativo degli autori di porre rimedio a quelle che, secondo loro, sono le inadeguatezze degli attuali curricula di Fisica di base, tra le quali lo scarso rilievo che vengono dati ai principi fondamentali (come la conservazione dell'energia, del momento e del momento angolare) a favore di una sovraesposizione della cinematica, un quasi inesistente collegamento con altre aree della Fisica come la termodinamica, la meccanica statistica e quantistica, un distacco dal mondo reale dovuto al fatto che i problemi proposti nei curricula usuali riguardano spesso sistemi totalmente irreali:

“[...] a special “physics” world of rigid objects on frictionless surfaces connected by massless strings in an airless environment [...]” (Chabay & Sherwood, 2004)

Gli autori, per contro, propongono un curriculum basato sull'obiettivo di coinvolgere lo studente nel tentativo di spiegare e predire una vasta gamma di fenomeni basandosi su un piccolo numero di principi fondamentali (conservazione dell'energia, del momento e del momento angolare). Il testo richiede di costruire modelli, anche computazionali, utilizzando stime e approssimazioni e includendo anche la Fisica Moderna (p. es. quantizzazione dell'energia, reazioni nucleari, ecc.)

Il curriculum, in breve, è il seguente:

“Momentum

- types of matter and types of interactions
- using the momentum principle to predict future motion a ball-and-spring model of a solid

Energy

- energy conservation including relativistic energy
- energy in macroscopic systems including thermal energy
- energy quantization
- Applications of the energy and momentum principles to multiparticle systems
- multiparticle systems and the point-particle system
- collisions including relativistic particle collisions

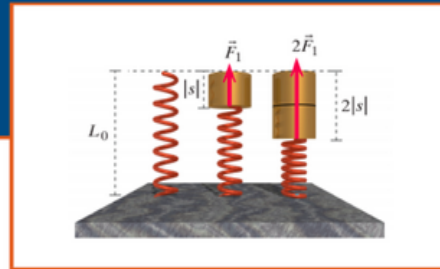
Angular momentum and quantized angular momentum

- applications requiring all three fundamental principles

Thermal physics

- statistical mechanics; Boltzmann factor
- kinetic theory
- heat engines” (Chabay & Sherwood, 2004)

The Momentum Principle



OBJECTIVES

After studying this chapter, you should be able to

- Use both iterative and analytical techniques to predict the future motion of a system that is subjected to a constant net force.
- Use an iterative approach to predict the future momentum of an object that is subjected to a varying net force.
- Draw and interpret graphs of the components of position or velocity vs. time.
- Calculate the force exerted by a spring on an object in contact with it.
- Calculate the approximate gravitational force on an object near the Earth's surface.

2.1 THE MOMENTUM PRINCIPLE

In many real situations, the momentum (and therefore the velocity) of a moving object are continually changing due to interactions of the object with its surroundings. In order to predict the motion of such a system, whether it is a meteor, a tennis ball, or an electron, we need to be able to express mathematically the relationship between interaction and momentum change. The Momentum Principle makes a quantitative connection between amount of interaction and change of momentum.

The Momentum Principle is the first of three fundamental principles of mechanics that together make it possible to predict and explain a very broad range of real-world phenomena. The other two fundamental principles we will encounter are the Energy Principle (Chapter 6) and the Angular Momentum Principle (Chapter 11). A fundamental principle is powerful because it applies in absolutely every situation. In its most general form, a fundamental principle expresses the idea that certain important quantities are *conserved*; that is, that the total value of the quantity in the Universe does not change. However, in order to predict the details of what will happen to a system we will often write the principle in a form relating the change in a quantity to the details of the interaction causing the change.

System and Surroundings

The Momentum Principle relates an interaction quantitatively to a change in momentum. To analyze a change in momentum, we need to specify clearly the objects whose momentum change we wish to know. One or more objects can be considered to be a "system." Everything that is not included in the system

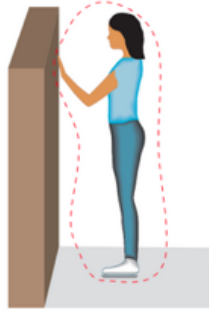


Figure 2.1 A skater pushes off from a wall. If we choose the skater as the system (indicated by the dashed line), the wall, the ice, the air, and the Earth are included in the surroundings.

is part of the “surroundings.” For example, the red dashed line in Figure 2.1 indicates that we have chosen the skater as the system, and that therefore all other objects, including the wall, the ice, the air, and the Earth, are part of the surroundings. The Momentum Principle relates the change in momentum of a system to the amount of interaction with its surroundings. No matter what system we choose, the Momentum Principle will correctly predict the behavior of the system.

In this chapter we will always consider a single object to be the system, and everything else in the Universe to be the surroundings. However, in later chapters we will see that it is possible, and often useful, to choose a system comprising several objects. A fundamental principle such as the Momentum Principle applies to any system, no matter how complex.

Cause and Effect

The Momentum Principle is a fundamental principle that is also known as Newton’s second law. It restates and extends Newton’s first law of motion in a quantitative, causal form that can be used to predict the behavior of objects. The validity of the Momentum Principle has been verified through a very wide variety of observations and experiments, involving large and small objects, moving slowly or at speeds near the speed of light. It is a summary of the way interactions affect motion in the real world.

THE MOMENTUM PRINCIPLE

$$\Delta \vec{p} = \vec{F}_{\text{net}} \Delta t$$

The change of momentum of a system (the effect) is equal to the net force acting on the system times the duration of the interaction (the cause).

The time interval Δt must be small enough that the net force is nearly constant during this time interval.

The Momentum Principle is a fundamental principle because: it applies to every possible system, no matter how large or small (from clusters of galaxies to subatomic particles), and no matter how fast it is moving; it is true for every kind of interaction (electric, gravitational, etc.); it relates an effect (change in momentum) to a cause (an interaction).

To begin to understand this equation, we will consider each quantity involved.

$$\Delta \vec{p} = \vec{F}_{\text{net}} \Delta t$$

Change of Momentum $\Delta \vec{p}$

As we saw in the previous chapter, the change in momentum $\Delta \vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i$ of a system can involve a change in the magnitude of momentum, the direction of momentum, or both magnitude and direction.

$$\Delta \vec{p} = \vec{F}_{\text{net}} \Delta t$$

Force \vec{F}

Scientists and engineers employ the concept of “force” to quantify interactions between two objects. Force is a vector quantity because a force has a magnitude and is exerted in a particular direction. Examples of forces include the following:

- The repulsive electric force a proton exerts on another proton
- The attractive gravitational force the Earth exerts on you
- The force that a compressed spring exerts on your hand
- The force on a spacecraft by expanding gases in a rocket engine
- The force of the surrounding air on the propeller of an airplane

Fig. 3.14 Presentazione della seconda legge di Newton come “Principio del Momento” e non nella forma differenziale, ma in una adatta ad essere applicata computazionalmente (Chabay & Sherwood, 2010, p.48)

Il testo presenta inoltre in ogni capitolo, numerosi esempi svolti in dettaglio che mostrano come applicare i tre principi fondamentali (*Worked-example effect*), passo per passo (cfr. Fig.3.15).

EXAMPLE Striking a Hockey Puck

In a video of a hockey game, we see a 0.16 kg hockey puck sliding across the ice, as shown in Figure 2.11. A player hits the puck sharply with a hockey stick; the stick breaks, and the direction of motion of the puck changes. From examining the video frame by frame, we find that before it was hit the velocity of the puck was $\langle 20, 0, 0 \rangle$ m/s, and after the impact the velocity of the puck was $\langle 20, 0, 31.7 \rangle$ m/s. When we pile weights on the side of a similar hockey stick we find that the stick breaks under a force of about 1000 N (this is roughly 225 lb). How long was the puck in contact with the hockey stick? Explain what assumptions were made in the solution.

Solution This problem can't be solved simply by plugging numbers into an equation. Instead, as will often be the case, we need to start from a fundamental principle, and work forward until the solution emerges. We will start by writing down the Momentum Principle, which relates change in momentum of a system to net impulse applied. If we can find both the change in momentum of the

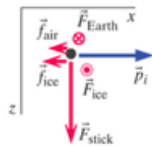


Figure 2.12 Free-body diagram for the hockey puck during the impact. The viewpoint is above the ice, looking down at the xz plane.

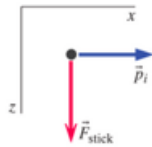


Figure 2.13 Simplified free-body diagram, taking into account assumptions and deductions. The viewpoint is above the ice, looking down at the xz plane.

puck and the net force applied to it, we will be able to deduce the contact time Δt .

System: The hockey puck
 Surroundings: Earth, ice, hockey stick, air (free-body diagram: Figure 2.12)
 Initial time: When stick first makes contact with puck
 Final time: When stick breaks

$$\vec{p}_f - \vec{p}_i = \vec{F}_{\text{net}} \Delta t$$

$$0.16 \text{ kg} \cdot \langle 20, 0, 31.7 \rangle \text{ m/s} - 0.16 \text{ kg} \cdot \langle 20, 0, 0 \rangle \text{ m/s} = \vec{F}_{\text{net}} \Delta t$$

$$\langle 0, 0, 5.072 \rangle \text{ m/s} = \vec{F}_{\text{net}} \Delta t$$

Only the z component of the puck's momentum changed, so the net impulse must have been in the z direction. (This implies that the downward gravitational force by the Earth and the upward force by the ice are equal in magnitude and opposite in direction. In Chapter 4 we will see how the solid ice can exert an upward force.) Assuming that the forces by the air and the ice are small compared to the force on the puck by the hockey stick, we can now simplify the free-body diagram, as shown in Figure 2.13.

The direction of the force is the unit vector \hat{F} :

$$\hat{F} = \langle 0, 0, 1 \rangle$$

Because the stick broke, the magnitude of the force must have been about 1000 N. Therefore

$$\vec{F}_{\text{net}} = |\vec{F}| \hat{F} = \langle 0, 0, 1000 \rangle \text{ N}$$

From the Momentum Principle:

$$\langle 0, 0, 5.072 \rangle \text{ m/s} = \langle 0, 0, 1000 \rangle \text{ N} \Delta t$$

QUESTION Since we can't divide by a vector, how do we solve for Δt ?

Recall that a vector equation can be written as three separate equations, one for each component. To solve for Δt we must consider the z component separately:

$$p_{fz} - p_{iz} = F_{\text{net},z} \Delta t$$

$$\Delta t = \frac{p_{fz} - p_{iz}}{F_{\text{net},z}} = \frac{5.072 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{1000 \text{ N}}$$

$$\Delta t = 0.005 \text{ s}$$

We assumed that:

- The force by the hockey stick on the puck was constant during the contact time.
- The friction force due to the ice surface was negligible during the contact time.
- Air resistance was negligible during the contact time.

QUESTION How good were our assumptions?

The neglect of sliding friction and air resistance is probably pretty good, since a hockey puck slides for long distances on ice with nearly constant speed.

We know the hockey stick exerts a maximum force of $F_{\text{stick}} = 1000$ N, because we observe that the stick breaks. We approximate the force as nearly constant during contact. Actually, this force grows quickly from zero at first contact to 1000 N, then abruptly drops to zero when the stick breaks.

I problemi, inframmezzati sia nel testo che presenti in grande quantità alla fine di ogni capitolo, coprono un'ampia gamma di difficoltà, riguardano spesso aree diverse della fisica (astrofisica, fisica delle particelle, ...) e richiedono l'uso di approssimazioni, l'applicazione di tutti e tre i "principi" menzionati nel testo ed è anche presente una sezione di problemi da risolversi computazionalmente (cfr. Fig. 3.16).

spacecraft, shown in Figure 3.69, contained television cameras that transmitted close-up pictures of the Moon back to Earth as the spacecraft approached the Moon. The spacecraft did not have retro-rockets to slow itself down, and it eventually simply crashed onto the Moon's surface, transmitting its last photos immediately before impact.

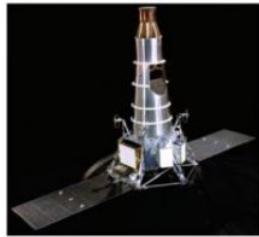


Figure 3.69 (Image courtesy of NASA)

Figure 3.70 is the first image of the Moon taken by a U.S. spacecraft, *Ranger 7*, on July 31, 1964, about 17 minutes before impact on the lunar surface. To find out more about the actual *Ranger* lunar missions, see <http://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/lunar/ranger.html>.



Figure 3.70 (Image courtesy of NASA)

Create a computational model of the *Ranger 7* mission. Start your model when the spacecraft, whose mass is $= 173 \text{ kg}$, has been brought to 50 km above the Earth's surface ($5 \times 10^4 \text{ m}$) by several stages of large rockets, and has a speed of around $1 \times 10^4 \text{ m/s}$. All fuel has been used up, and the spacecraft now coasts toward the Moon. Data for the Earth and Moon may be found on the inside back cover of the textbook.

For this simple model, keep the Earth and Moon fixed in space during the mission, and ignore the effect of the Sun. (a) Compute and display the path of the spacecraft, having it leave a trail. (b) Determine experimentally the approximate *minimum* initial speed needed to reach the Moon, to three significant figures (this

is the speed that the spacecraft obtained from the multistage rocket, at the time of release above the Earth's atmosphere). (c) Check your result by decreasing the time step size until your results do not change significantly. (d) Use a launch speed 10% larger than the approximate minimum value found in part (b). How long does it take to go to the Moon, in hours or days? (e) What is the "impact speed" of the spacecraft (its speed just before it hits the Moon's surface)? Make sure that your spacecraft crashes on the surface of the Moon, and not at its center!

•••P72 In the *Ranger 7* model, take into account the motion of the Moon around the Earth and the motion of the Earth around the Sun. In addition, the Sun and other planets exert gravitational forces on the spacecraft.

•••P73 In the *Ranger 7* analysis (the Moon voyage), you used a simplified model in which you neglected among other things the effect of Venus. An important aspect of physical modeling is making estimates of how large the neglected effects might be. Venus and the Earth have similar size and mass. At its closest approach to the Earth, Venus is about 40 million km away ($4 \times 10^{10} \text{ m}$). In the real world, Venus would attract the Earth and the Moon as well as the spacecraft, but to get an idea of the size of the effects, imagine that the Earth, the Moon, and Venus are all fixed in position. (See Figure 3.71.)



Figure 3.71

If we take Venus into account, make a rough estimate of whether the spacecraft will miss the Moon entirely. How large a sideways deflection of the crash site will there be? Explain your reasoning and approximations. If you expect a significant effect, modify your program to include the effects of Venus.

•••P74 Create a computational model of the motion of a three-body gravitational system, with all three objects free to move, and plot the trajectories, leaving trails behind the objects. Calculate all of the forces before using these forces to update the momenta and positions of the objects. Otherwise the calculations of gravitational forces would mix positions corresponding to different times.

Try different initial positions and initial momenta. Find at least one set of initial conditions that produces a long-lasting orbit, one set of initial conditions that results in a collision with a massive object, and one set of initial conditions that allows one of the objects to wander off without returning. Report the masses and initial conditions that you used.

Fig. 3.16 Esempio di problema computazionale: modellizzare la missione Ranger 7 sulla Luna (Chabay & Sherwood, 2010, pagg. 136-137)

Il testo fa anche amplissimo uso di figure e illustrazioni dettagliate e multicolore, presenti quasi in ogni pagina e anche di diversi colori, font, grafici e diagrammi (*Seductive details effect* – Cap. 1).

Nonostante le lodevoli intenzioni, la cura ed il tempo che sono chiaramente confluiti in quest'opera, ormai alla quarta edizione, i risultati sono stati, proprio alla luce di ciò, deludenti: comparati con studenti che seguono i corsi di Fisica Generale tradizionali, quelli educati con

questo curriculum non solo non hanno in genere mostrato particolare miglioramenti, ma in alcuni casi anche dei risultati negativi (Bujak et al., 2010).

Un'interpretazione di questo fenomeno è possibile alla luce delle teorie esposte nel Capitolo 1: la capacità di condensare un corpus di conoscenze in una serie di principi generali (*chunks/modelli mentali*) applicabili in più campi, ovvero con capacità di *transfer* è tipica degli esperti e, ad oggi, non è noto se sia possibile insegnarla a priori se non tramite un lungo e difficile processo di *pratica deliberata*; tentativi in tal senso in genere falliscono (*Why Don't Students Like School?*, Willingham, 2010) (Pool, Ericsson, 2016) in quanto ciò che rende così facile per un esperto applicare una regola è che sa adattare la situazione che ha di fronte ad una delle tante simili che ha già visto in passato: questo processo di apprendistato precedente al proficuo utilizzo di modelli mentali appare ineludibile.

Appare quindi più sensato l'approccio di Mahajan di usare un tale approccio solo con studenti che hanno già affrontato i corsi di Fisica di base.

CONCLUSIONI

Lo scopo di questo lavoro è presentare un compendio ragionato di alcuni principi che potrebbero risultare utili nella progettazione, valutazione e selezione di materiale didattico in Fisica, ed alcuni esempi di come questi siano stati, più o meno consapevolmente, usati nella pratica.

È da sottolineare come i testi presi in considerazione siano stati, in tutti i casi, frutto di anni (spesso decenni) di lavoro e studio continuo: questo dà l'idea di come neanche per i migliori professionisti scrivere un libro di testo sia qualcosa di semplice.

È interessante notare come, nonostante la diversa origine dei testi e il diverso background degli autori, i testi prodotti siano tutti arrivati ad avere caratteristiche didattiche spesso simili (come illustrato nel capitolo precedente) nonostante l'approccio puramente *trial-and-error* di Griffiths e Morin e un approccio teorico, basato su un pluriennale studio della psicologia, di Mahajan.

Raccolgo qui alcune considerazioni che ho incontrato nelle mie letture e che ho trovato interessanti:

- Sarebbe utile possedere, in un prossimo futuro, un database con i libri di testo adottati per ciascun corso, in quali istituti, per quali studenti (undergraduate/graduate), recensioni di studenti, docenti, lettori e con soluzioni commentate: questo darebbe modo a studenti e docenti di fare scelte ragionate in merito ai testi da assegnare (p. es. a partire da un singolo syllabo per un corso, sarebbe così possibile selezionare più testi, compatibili con una più vasta gamma di studenti); qualche progresso in tale senso si sta vedendo con la nascita di piattaforme come OpenSyllabus.org.
- A causa del moltiplicarsi della conoscenza in generale, e scientifica in particolare, è inevitabile che i curricula dovranno continuare ad adattarsi per coprire un ventaglio sempre più ampio di nozioni: l'impossibilità di estendere gli anni di studio in maniera indefinita comporta necessariamente il dover compiere una scelta su cosa tenere e cosa eliminare all'interno di questi. Vi sono all'apparenza due indirizzi possibili: specializzare gli studenti il prima possibile, con il conseguente rischio di perdita di un base culturale comune oppure continuare a dare una formazione di base di ampio respiro ma apportando modifiche come l'uso, dove opportuno (si veda l'intervista a S. Mahajan nel Capitolo 2) di un approccio meno "rigoroso" ma più efficiente; è utile a questo scopo consultare i testi "The half-life of facts" di S. Arbesman e visionare il curriculum "Physics of Energy" presso il MIT.
- È interessante l'idea di introdurre test post formazione universitaria analoghi ai test di follow-up usati dai medici con i pazienti dimessi: questi test consentirebbero di testare gli studenti anni dopo la loro uscita dall'università e darebbero modo di vedere se la formazione impartita ha trasmesso veramente dei fondamenti o solo delle nozioni, rapidamente decadute nel tempo: questo feedback sarebbe importante per valutare più obiettivamente le conoscenze, indipendentemente dai condizionamenti dell'ambito nel quale sono state apprese; si consiglia a questo proposito la lettura di "The case against education" di B. Caplan (Caplan, 2019).

APPENDICE - INTERVISTE

Intervista a David Griffiths – copia del testo dell'e-mail

1. *why did you decide to write this book?*

(was there a practical reason related to specific requirements of some courses or maybe a deeper reason like the feeling that the textbooks already existing were not up to the task?)

>>> I never really decided to write this book. My first post-doctoral position included an instructional component, and I was assigned to teach electrodynamics at the third-year level. They also chose the textbook (without consulting me). [...] The students found it very confusing, and I began distributing notes to clarify problematic passages. The next year I was assigned the same course, and the same textbook (again, without consultation). This time, forewarned, I distributed more notes than before. Later, at Mount Holyoke College, I was again assigned to teach electrodynamics, and this time they had selected (without consulting me) Reitz Milford Christie, which I thought was a pretty good book, but the students found it very dry. So again I handed out notes, which, over the next two or three years, became more and more complete. At that point a publisher's representative came around promoting some intro textbook, and as he left he asked whether I was writing anything. I gave him the latest set of mimeographed notes and thought nothing more about it. A couple of months later they called me and told me they wanted to publish it. But in truth, I had never intended it to become a book---it was just an instructional aid, a help to students who were struggling with the assigned texts.

2. *which principles/guidelines informed your writing? (e.g. amount of rigor, selections of exercises, cognitive psychology principles, ...)*

>>> My main aim was to make the arguments crystal clear and accessible. I have always favored the simplest and most direct explanations, avoiding clever or tricky arguments. I emphasize the logical structure of the subject; I favor rigor but avoid abstraction (which is the enemy of learning). I hate "make-work" problems, and intend every exercise to illuminate a particular principle or technique.

My writing is certainly *not* informed by cognitive psychology, but I am acutely conscious of issues that confused me when I was a student, and I put special emphasis on clarifying them.

3. *what characterizes your textbook with respect to others? what are its inner and characteristic features?*

>>> Well, I hope the features identified in item 2 characterize my book. But they aren't specifically principles of writing---I write the way I teach, the way I talk.

4. *why do you think it appeals to a such wide audience?*

>>> I wish I knew. I think it has a lot to do with the informal, user-friendly style, which is a result of the way they were produced (as supplements to my lectures). To me, most electrodynamics textbooks at this level are interchangeable; everybody agrees about what the content should be, and even the order of presentation.

The differences are really rather small. Quantum mechanics is completely different, in this respect.

5. *did you study principles/models/theories of learning before writing your book? If so, which ones?*

>>> No. With a very few exceptions I have not found this stuff helpful for teaching.

6. *how do you test your textbook and refine it over time?*

>>> I get a lot of suggestions from readers, which is very useful. I read widely in the literature (especially the American Journal of Physics), and incorporate interesting ideas when they seem relevant. And my own research has contributed a lot. But above all I have taught the course many times, and I learn more every time, both about the subject, and about improving my explanations.

7. *do you think that new technologies would be a fruitful addition to a textbook or just a nuisance?*

>>> Mostly the latter. However, the use of computers (and especially Mathematica) has opened up whole new approaches that I have yet to fully exploit.

1. *What are the principles of psychology that you used?*

There were several, and they are all based on *cognitive load*.

One is *worked example effect*: the idea is that showing students the full solution and having them understand the solution is much more effective than having them try to invent the solution, when they spend most of their short-term working memory resources on searching for what idea to use and very little on the actual ideas, the content. So, by giving a worked example the student can focus on the physics ideas in use. And then following from that there's the *self-explanation principle* which is part of the worked example effect: worked example effect is enhanced when you are asked to explain what's going on. Then the next part is the *stated example*: problems which follow from the problems in the book, which are given as exercises and the full solutions are available: the students can use what they learned in the book and then modify the solutions to do the problems that are asked. An example in my newest book is tug-of-war: what are the forces on two people holding a rope and trying to pull each other over? And then the stated example is: now what happens if one person is more massive than the other, e.g. double the mass? Or what happens if the rope has mass? All those are stated examples. And the other one is *cognitive task analysis*, a method of designing instruction: you interview experts and read research and you find out how they solve problems and then you say: "how do you teach that reasoning?" I did that for my latest book: I looked at research on what misconceptions students have about Newton's laws. What I realized is that you have to do Newton's third law first because if you don't understand that forces come in pairs and are part of an interaction, you're completely confused, you use the wrong forces and then the second law and everything goes wrong because you didn't use the 3rd law first. Then you teach the first law and you teach it as a test for using the second law: you find something with no interactions and you see if it moves in a straight line at a constant speed: if it does it passed the first law test and you can use the 2nd law: that prevents all the mistakes where people use the 2nd law in rotating or accelerating reference frames. If you do it in that order, as experts do, you never make mistakes. The structure of the whole book is the result of cognitive task analysis.

2. *Do you think there is something amiss in modern textbook design?*

They have surface flaws and deeper flaws. They are a thousand pages long, they have too many colors, they are so confusing; as a physics student you want to learn that you are supposed to make approximations, make really simple models of the world, and everything in the textbooks that you see now fights against that. Every trivial detail, like shades of color or shadows of the figures, is included and they are just confusing. It is actually adding on the cognitive load, even if you realize it is rubbish you have to spend some mental effort pushing the rubbish out of your mind. So textbooks are bad in that way on the surface, but they are also bad in that they don't ever look at how they should teach the subject. The way they construct them is: the marketing people have to sell them to professors on the adoption committees and then the professors force the student to buy them so it doesn't matter what the students think of the book. And the adoption committees are all faculty members and conservative in their temperament and if a textbook doesn't cover every topic that they want in their physics course then they'll change that textbook so the textbooks marketing departments make their textbook contain every topic that anyone anywhere may use, that way they can sell it to every single

person and every single university in the country so all the textbooks become huge and also they don't want to do it in any different way because in that case some adoption committees will say "that's great!" but it is unlikely because most committees are conservative and they'll say "no let's use the standard textbook" and so the textbooks become copies of each other. And the whole thing is going to collapse because the students aren't buying these textbooks anymore. The older books, like Kleppner and Kolenkow's 'Introduction to mechanics' and Landau and Lifshitz's 'Mechanics' are by far better. There has also been a lowering in the level of exams and problems and it's worldwide problem: in the UK, in France, in the US, A bad thing that happened in the '60 was student-centered instruction.

3. *What do you think about the resources publishers put online to accompany textbooks? (video, extra chapters and exercises)*

I don't think they do any good. There are places where video is helpful (e.g. when you are trying to explain a process, like disassembling a motor) but just a random video because the students don't want to read, just converting a text, which is clear, into a video is terrible because in a text you can use the whole page as accessory to your short term memory, you don't have to remember everything, you can see the whole argument at once; in the video you just get one step with the argument at a time and you then have to try to remember all the previous steps and figure out where is it going, so you spend most of your effort on remembering (where you are and where you are going) and very little on learning. So most of the videos are completely useless and harmful. They are just pandering to the students, who are too lazy to read, and that's partly because they haven't been taught to read, they have been taught to read terribly, they can't read very well so anything that helps them not read, they want to do and the publishers are pandering to that. Also, these materials pander to the lecturers, that don't have to spend any time preparing the lectures, they can use the slides that are already there and that is because teaching is completely devalued in the universities.

4. *If we started to take the route of math/physics Olympiads, training people on hard problems with immediate feedback, would that be a solution?*

Donald Knuth was my teacher when I was an undergraduate and I took a course from him: "*The programming and problem solving seminar*" and he designed it especially to solve this problem: the idea was that you had been an undergraduate solving homework problems that required one to six hours but now you needed to become a graduate student and your problems needed maybe a year to be solved: two, three or four problems like that and you have a Phd, so how do you transition to that? And he took the geometric mean: in the 10 weeks of the term he picked five problems and divided us into groups and we worked on five two week problems and it was a research seminar and we would work in our groups and we would come together like once or twice a week, discussed what we figured out and he would give advice ("that's an interesting idea...", "think about this too", ...) and then we would go back and work on the problems more. It wasn't really clear what the solution was, they were small research problems and that was our transition to research problems and it was designed to making us comfortable with figuring out what questions we should ask, think, use without even knowing where you're going to start. I think you can do that without problem. The problem is if the students don't know anything, and you do that, and you say: go find your problem. Then you get junk, they produce rubbish. So it is right that you have to know your subject well, I don't know if you have to know it at the level of the math Olympiad but you have to understand physics pretty deeply before you can start formulating deep questions in it.

5. *This approach of teaching science as mental tools/mental models, I'm seeing many more textbooks now that use that approach: do you see the tide turning in favor of this approach?*

It's a Vygotskian approach and there's an underground current that's growing and the people who know go look for that kind of books.

There's also a gap in understanding that's growing, most people believe everything that's in the newspaper, they don't have the mental tools to do the thinking.

1. why did you decide to write this book?

For a few years after graduate school, I was a teaching assistant for Harvard's honors freshman mechanics course (Physics 16). It's a rather unusual course, with all sorts of crazy fun topics that normally aren't covered in a freshman course. It didn't match up with any book that was available at the time, so it was a shame to see all of the enthusiastic students using a text that wasn't written specifically for them. There are many good books at the Halliday/Resnick level, and also at the upper-undergraduate level, but few in between. So I thought this was the perfect opportunity to write one. Aside from that reason, I also very much enjoy writing up solutions to problems I create. And I thought up a huge number of them for the recitation sections that I taught over the years.

2. which principles/guidelines informed your writing?

The book centers around problem solving. In writing it, I actually started with the problems and solutions. When writing those up, I found myself explaining some important concepts over and over in similarly-themed problems. So I put those things in the text, where I could say them once and for all and not have to keep repeating myself. That formed the basis of the text, and then I rounded it out by adding other topics here and there for completeness. In most textbook writing, the text writing come first, and the problems are added later.

I assumed a certain background level, which was reasonably high since Physics 16 is an honors course. But given that starting point, the goal was to derive everything completely rigorously from scratch. I wanted to build the material up from ground level. So it was sort of a "desert island" approach; you start with a given foundation, and then build everything up from there working only with that foundation. The book is certainly a difficult one, but my goal was to at least make it self-contained (assuming a reasonably high starting point).

Roughly half of the problems in the book have solutions included, so students can check their answers; I call these "Problems." The other half don't have solutions included, so that they can be used for homework problems in courses; I call these "Exercises."

3 what characterizes your textbook with respect to others? what are its inner and characteristic features?

Three main things separate my book from most others. One is the very large number of solved problems, with detailed solutions. The second is the plethora of additional remarks scattered throughout the book, separated off in a different-sized font. These remarks are where I say things that other books might not mention. These are comments that would disrupt the overall flow of the argument in the text, or perhaps make the explanation of a concept seem much longer than it actually is. So it works much better to collect all the odds and ends of thoughts and present them after the fact. The third thing that makes my book different is, of course, the limericks. Their main point is just to lighten things up, although many of them have the bonus effect of being educational.

4. why do you think it appeals to a such wide audience?

I believe the main appeal of the book is all the solved problems. They have a wide range of difficulty, so there is something for everyone. Students find all the remarks and added explanations helpful too, but I think the main appeal is the solved problems.

5. did you study principles/models/theories of learning before writing your book? If so, which ones?

I didn't study any theories of learning before writing the book. My philosophy of learning is fairly simple: Get the basics down, and then do lots of problems. By "do" I mean struggle with them, take lots of wrong turns, find out what's wrong with the wrong turns, and then eventually wind your way around to a right way of solving the problem (there could be many such ways). I don't think there's any magic bullet to learning. You just have to put in the effort in solving lots of problems. The saying "no pain, no gain" is overused, but that doesn't mean it's not true in this case.

6. how do you test your textbook and refine it over time?

We used the book as a coursepack in Physics 16 for close to ten years before I finally published it for real. During that time, I kept adding content and making improvements. So the book had been seen by quite a large number of students before it was finally published, and they provided many suggestions. I would always give students one dollar for a typo and \$5 for an actual error. But the last year before the book was published, I raised it to \$5 per typo and \$20 for an actual error. I did give out one \$20 bill - completely worth it! Additionally, a few professors at other colleges used the book in coursepack form, and I received some great feedback from them.

7. do you think that new technologies would be a fruitful addition to a textbook or just a nuisance?

Some animations in Mathematica/etc. could definitely be useful. If I ever write a second edition I'll look into that.

BIBLIOGRAFIA

- Bartlett, T. (2010). The Gospel of Well-Educated Guessing. *The Chronicle of Higher Education*. <https://www.chronicle.com/article/The-Gospel-of-Well-Educated/65351>
- Cowen T., Tabarrok A., *Modern Principles of Economics*, 4th ed. (2018)
- Bujak, K. R., Catrambone, R., Caballero, M. D., Marr, M. J., Schatz, M. F., & Kohlmyer, M. A. (2010). *Comparing the Matter and Interactions Curriculum with a Traditional Physics Curriculum: A Think Aloud Study*.
- Chabay, R. W., & Sherwood, B. A. (2004). Modern mechanics. *American Journal of Physics*, 72(4), 439–445. <https://doi.org/10.1119/1.1646134>
- Chabay, R. W., Sherwood, B. A. (2010), *Matter & Interactions*, 3rd ed. *Complementi di Meccanica Classica e Termodinamica | Scuola Normale Superiore*. from <https://www.sns.it/it/didattica/corso-ordinario/corsi-studio/chimica-geologia/complementi-meccanica-classica-termodinamica>
- Harte J., *Consider a Cylindrical Cow: More Adventures in Environmental Problem Solving*, (2001), University Science Books
- Harte J., *Consider a Spherical Cow*, (1988). University Science Books
- Faulkner, B., & Herman, G. (2016). Espoused Faculty Epistemologies for Engineering Mathematics: Towards Defining “Mathematical Maturity” for Engineering. *2016 ASEE Annual Conference & Exposition Proceedings*, 26735. <https://doi.org/10.18260/p.26735>
- Griffiths, D. J., *Introduction to electrodynamics*, 4th ed. (2017), Cambridge University Press *Guesstimation*. (2008). <https://press.princeton.edu/books/paperback/9780691129495/guesstimation>

Harp, S. F., & Mayer, R. E. (1998). How seductive details do their damage: A theory of cognitive interest in science learning. *Journal of Educational Psychology*, 90(3), 414–434. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.90.3.414>

Kalyuga, S., Ayres, P., Chandler, P., & Sweller, J. (2003). *The Expertise Reversal Effect*.

Knuth, D. (1989). *A Programming and Problem Solving Seminar*.

Mahajan, S. (2014). *Street-Fighting Mathematics* | *The MIT Press*.

Mahajan, S. (2007). Teaching for transfer. *ArXiv:0704.1854 [Physics]*.

<http://arxiv.org/abs/0704.1854>

Mahajan, S. (2005) Observations on teaching first-year physics

<http://arxiv.org/abs/physics/0512158>

Mahajan, S., & Hogg, D. W. (2006). Introductory physics: The new scholasticism.

ArXiv:Physics/0412107. <http://arxiv.org/abs/physics/0412107>

Mahajan, S. *The Art of Insight in Science and Engineering* (2014), MIT Press

Matthews, J. N. A. M. J. N. A. (2015). *Questions and answers with Sanjoy Mahajan* (world).

<https://doi.org/10.1063/PT.5.3027>

MIT graduates cannot power a light bulb with a battery, from:

https://www.youtube.com/watch?v=aIhk9eKOLzQ&feature=emb_logo

Morin D., *Introduction to Classical Mechanics* (2008), Cambridge University Press

Natural Mathematics: Intuition and Insight, from:

https://www.youtube.com/watch?v=NZIR0_9AEic

Oates, Tim (2014) - *Why Textbooks Count*

Philips, R., Milo R. (2015). *Cell Biology by the Numbers*. Garland Science

Pool R., Ericsson A., *Peak*. (2016), Eamon Dolan/Houghton Mifflin Harcourt

Project Laboratory in Mathematics. MIT OpenCourseWare, from:

<https://ocw.mit.edu/courses/mathematics/18-821-project-laboratory-in-mathematics-spring-2013/>

Sanjoy Mahajan interview—Inquiring Minds. Inquiring Minds, from:

<https://inquiring.show/episodes/show-notes-episode-81-sanjoy-mahajan>

Sustainable Energy—Without the Hot Air with David MacKay. (2008). from

<https://www.youtube.com/watch?v=GFosQtEqzSE>

Sweller, J. (1994). Cognitive load theory, learning difficulty, and instructional design.

Learning and Instruction, 4(4), 295–312. [https://doi.org/10.1016/0959-4752\(94\)90003-5](https://doi.org/10.1016/0959-4752(94)90003-5)

TEDxCaltech—Sanjoy Mahajan—Rote Learning Fragments the World, from:

<https://www.youtube.com/watch?v=4CdbBHzw8yQ&t=48s>

Caplan, B., *The Case against Education*. (2019), Princeton University Press

Arbesman, S., *The Half-Life of Facts* by Samuel Arbesman (2012), Penguin Random House

Farnsworth, W., *The Legal Analyst*. (2007), The University of Chicago Press

Kristof, K., *What's behind the soaring cost of college textbooks*. (2018), from:

<https://www.cbsnews.com/news/whats-behind-the-soaring-cost-of-college-textbooks/>

Velleman D., *How to prove it*, 3rd ed. (2019), Cambridge University Press

Willingham D., *Why Don't Students Like School?: A Cognitive Scientist Answers Questions*

About How the Mind Works and What It Means for the Classroom | Wiley. (2010)

Willingham D., *Cognition: The Thinking Animal*, 4th ed (2019), Cambridge University Press