

ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

---

**FACOLTA' DI INGEGNERIA**

**CORSO DI LAUREA SPECIALISTICA IN INGEGNERIA CIVILE**

D.I.C.A.M.

Dipartimento di Ingegneria Civile, Ambientale e dei Materiali

TESI DI LAUREA

in

**PROGETTI DI STRUTTURE LS**

**MODELLAZIONE NON LINEARE DI PILASTRI IN  
CALCESTRUZZO ARMATO IN CONDIZIONE DI  
PRESSOFLESSIONE DEVIATA**

Candidato:

Emanuele Pallavicini

Relatore:

Chiar.mo Prof. Ing. Marco Savoia

Correlatore:

Dott. Ing. Nicola Buratti

Sessione III

Anno Accademico 2009/10



# Indice

Indice.....	I
Introduzione.....	1
1 Stato dell'arte .....	3
1.1 Inquadramento del problema.....	3
1.2 Valutazione del carico ultimo (domini di interazione).....	7
1.3 Modellazione del comportamento di elementi strutturali.....	15
1.3.1 Modelli a plasticità diffusa (a fibre) .....	15
1.3.2 Modelli a plasticità concentrata.....	18
1.4 Modelli isteretici.....	18
1.5 Modelli semplificati per la progettazione.....	27
2 Elementi finiti e algoritmo di analisi .....	31
2.1 Elementi impiegati .....	31
2.1.1 Formulazione in rigidità .....	32
2.1.2 Formulazione in flessibilità.....	33

2.2	Algoritmo di analisi .....	38
2.2.1	Algoritmo in controllo di spostamento bidirezionale .....	38
2.2.2	Algoritmo pseudo-dinamico .....	41
3	Dati sperimentali e calibrazione del modello a fibre .....	45
3.1	Prove sperimentali .....	45
3.1.1	Set-up e descrizione delle prove impiegate .....	46
3.2	Modello per la descrizione dei parametri del calcestruzzo confinato .....	49
3.3	Lunghezza della cerniera plastica .....	53
3.4	Modello a plasticità diffusa: OPENSEES.....	55
3.4.1	Presentazione del software.....	55
3.5	Modellazione e basi teoriche .....	57
3.5.1	Materiali.....	57
3.6	Calibrazione modello a fibre.....	75
4	Modello a plasticità concentrata: Ruaumoko.....	93
4.1	Presentazione software .....	93
4.2	Modellazione realizzata e risultati .....	94
4.2.1	Scelte di modellazione .....	94
4.2.2	Risultati ottenuti.....	98
5	Modello a plasticità concentrata: OpenSees .....	103
5.1	Scelte di modellazione .....	103
5.2	Calibrazione dei parametri del modello e risultati .....	107
6	Estensione del modello ad un'intera struttura.....	117
6.1	Geometria, progettazione.....	117
6.2	Modellazione della struttura .....	121
6.3	Risultati: Analisi Push-Over .....	123

6.4	Risultati: Analisi Time-History .....	148
	Bibliografia.....	185
	Ringraziamenti .....	189



*Ai miei genitori*  
*per il loro continuo sostegno*



# Introduzione

---

Nella pratica esecutiva la pressoflessione deviata viene analizzata con semplificazioni che possono risultare eccessive, non considerando molti degli aspetti che sono coinvolti nella realtà fisica.

A partire dalle conoscenze sviluppate da diversi autori, sono stati sviluppati, calibrandone i parametri sulla base di dati sperimentali, modelli a fibre e a plasticità concentrata. I risultati sono stati confrontati sotto il profilo del comportamento isteretico per indagarne i limiti di applicazione sotto carichi ciclici.

I modelli sviluppati sono stati estesi alla simulazione di una struttura di dimensioni reali sottoposta ad analisi non lineari di tipo push-over e time-history evidenziandone le differenze di comportamento ottenute con i diversi modelli e le interazioni fra gli elementi.



# Capitolo 1

---

## **1 Stato dell'arte**

### **1.1 Inquadramento del problema**

Nel corso dell'ultimo secolo in Europa come nel resto del mondo la realizzazione di strutture in acciaio e calcestruzzo armato ha avuto un notevole incremento in relazione ad una serie di fenomeni socio-culturali fra i quali la sempre maggiore richiesta di spazi urbani che ha spinto lo sviluppo verticale delle strutture e il conseguente abbandono della muratura come principale sistema costruttivo per i limiti legati all'efficienza di tale sistema.

Il massiccio impiego delle strutture intelaiate in calcestruzzo armato ha reso necessari una serie di studi per comprenderne pienamente il comportamento statico e dinamico fondamentalmente diverso da quello delle strutture in muratura. Uno degli aspetti più complessi da studiare, sia dal punto di vista concettuale che analitico, è senza dubbio il comportamento delle colonne

sottoposte a pressoflessione deviata che si riscontra frequentemente sui pilastri d'angolo di strutture intelaiate.

Il tema acquista maggiore risalto nella prospettiva del comportamento sismico delle strutture intelaiate in c.a.

In molti casi nella pratica costruttiva corrente in Italia la struttura è costituita per sua natura da un sistema tridimensionale di telai in calcestruzzo armato disposti su piani ortogonali, in grado di affrontare azioni orizzontali di direzione non conosciuta a priori, quali gli effetti dinamici delle accelerazioni sismiche applicate alla base degli edifici.

Questa tipologia di strutture, per la natura e la complessità delle azioni sismiche caratterizzate da accelerazioni estremamente variabili nel tempo per intensità e direzione, richiederebbero analisi che si estendano nel campo non lineare, in cui effettivamente lavora la struttura sotto carichi sismici.

Studiare il comportamento strutturale in queste condizioni per valutarne il grado di sicurezza richiede la definizione di un grande numero di parametri e specifici comportamenti, rendendo la procedura più adatta ad analisi di verifica che non a fini progettuali.

Nella pratica progettuale corrente il dimensionamento viene ottenuto con l'impiego di analisi dinamiche modali che assumono il comportamento elastico lineare degli elementi strutturali, per determinarne valori di riferimento delle caratteristiche di sollecitazione interna, sulla base delle quali effettuare verifiche nei confronti di diversi stati limite ultimi e di esercizio.

Le condizioni di carico elementari, così come previsto dalle norme tecniche, sono combinate fra loro in modo da considerare la presenza contemporanea di effetti dovuti a condizioni di carico sismiche provenienti da direzioni ortogonali per tenere conto delle irregolarità e delle eccentricità nella distribuzione delle masse e delle rigidità degli elementi.

Di conseguenza all'interno delle colonne appartenenti a diversi telai, ovvero in generale appartenenti a telai spaziali, si determinano sollecitazioni caratteristiche di pressoflessione deviata anche in sezioni doppiamente simmetriche ed in strutture regolari in pianta ed in elevazione.

Le verifiche da condurre sulle sezioni resistenti, a questo punto, devono considerare diversi valori di azione assiale associata alle azioni flettenti agenti nelle diverse combinazioni.

E' evidente che dato il numero delle combinazioni richieste, delle sollecitazioni di progetto e delle sezioni oggetto di verifica è importante disporre di una procedura consolidata di verifica che tenga in considerazione le effettive condizioni di sollecitazione.

La norma italiana (NTC2008) indica attualmente la possibilità di effettuare verifiche a pressoflessione considerando una riduzione forfaitaria della resistenza di progetto nella verifica a pressoflessione retta per tener conto della presenza contemporanea della flessione in direzione ortogonale.

Indica peraltro senza maggiori dettagli la possibilità di valutare per l'azione assiale di progetto l'effetto della presenza contemporanea delle flessioni nelle due direzioni ortogonali (dominio di resistenza) seguendo una formulazione che, in mancanza di ulteriori approfondimenti, fa riferimento ad una sovrapposizione lineare delle componenti di sollecitazione retta agenti in ciascuna direzione, adimensionalizzate rispetto alle corrispondenti resistenze flettenti di pressoflessione retta - valutate per la azione assiale di progetto - il che può risultare alquanto cautelativo (Bresler, 1960, con  $\alpha=1$ ).

La medesima norma riconosce una generica dipendenza della formula di interazione, attraverso un parametro caratteristico, dai principali fattori quali il livello di carico assiale centrato e la percentuale meccanica di armatura, senza fornire una specifica correlazione né considerare altri potenziali fattori quali ad esempio l'azione del confinamento fornita dalle staffe, la geometria della sezione, la posizione e le dimensioni delle barre longitudinali.

Resta del tutto evidente dal confronto con le evidenze dei rilievi in sito in occasione degli eventi sismici occorsi, che la tipologia di collasso strutturale per pressoflessione deviata è molto frequente, ed in particolare nelle colonne d'angolo, anche in riferimento alle problematiche di resistenza a taglio e dei nodi, molto esposte alle sollecitazioni sismiche, forse prevalente.

Questo particolare comportamento strutturale è stato indagato nel passato nel mondo da molti studiosi, tuttavia allo stato attuale non è stato ancora possibile esprimere in forma chiusa le equazioni governanti tale fenomeno, che resta quindi materia di approfondimento e ricerca.

Di seguito vengono presentati una serie di studi volti ad indagare il fenomeno della pressoflessione deviata.

Nel secondo paragrafo vengono mostrati tutti quegli studi nei quali l'obiettivo principale era quello di individuare un dominio di interazione 3D tra sforzo assiale e i momenti nelle due direzioni principali.

Nel terzo paragrafo invece vengono mostrati alcuni modelli di analisi numerica per lo studio di questo fenomeno che sfruttano la teoria della plasticità diffusa e concentrata.

Nel quarto paragrafo vengono presentati alcuni dei più importanti modelli isteretici realizzati esclusivamente per tenere in conto del comportamento biassiale dell'elemento strutturale.

Nel quinto ed ultimo paragrafo si accenna ad alcuni modelli definiti "progettuali" in quanto forniscono in maniera pratica alcuni dei parametri fondamentali presentati in altri modelli e generalmente richiamati anche nelle normative tecniche.

## 1.2 Valutazione del carico ultimo (domini di interazione)

La prima rilevante pubblicazione scientifica volta a studiare la pressoflessione deviata si deve a Bresler (1960). Fino ad allora il criterio generale per la determinazione del carico ultimo in presenza di flessione biassiale era basato sulla limitazione della massima deformazione nel calcestruzzo.

Bresler apporta quindi una profonda innovazione introducendo delle “surfaces of failure” (Figura 1-1, Figura 1-2 e Figura 1-4), definite quali superfici che si ottengono graficizzando il carico ultimo  $P$  in funzione dei momenti  $M_x$  e  $M_y$  (ovvero delle eccentricità  $x$  e  $y$  del carico applicato), ma a causa della loro complessità non fu possibile definirle analiticamente.

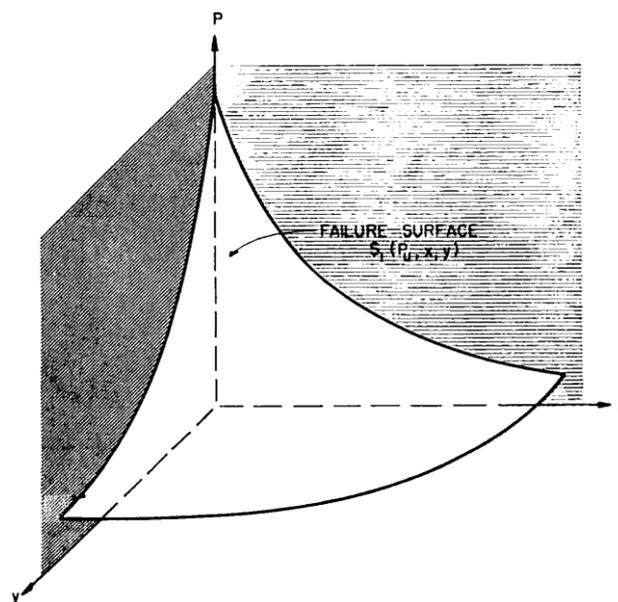


Figura 1-1 Superficie di rottura  $S_1 (P_u, x, y)$

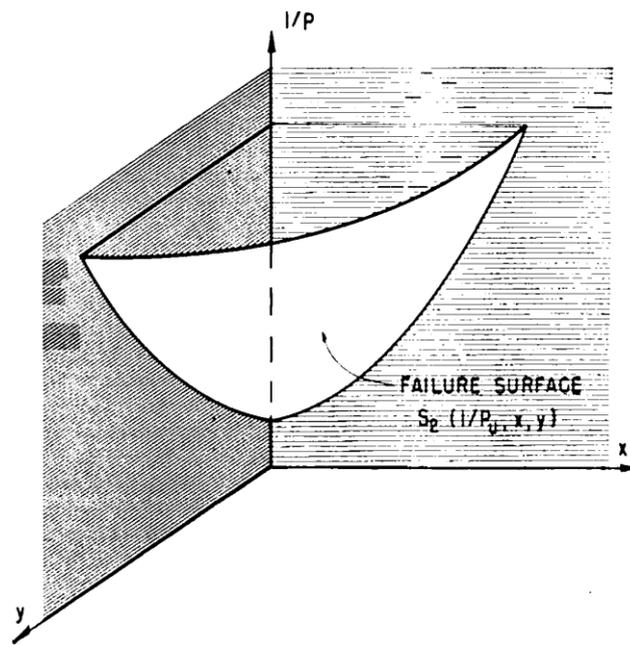


Figura 1-2 Superficie di rottura  $S_2 (1/P_0, x, y)$

La superficie  $S_2$  viene impiegata in forma semplificata mediante l'introduzione del piano  $S_2'$  (Figura 1-3) passante per i punti A e B che dipendono rispettivamente dalle sole eccentricità  $x$  e  $y$ , e C che non dipende da nessuna delle due.

$$A \left( \frac{1}{P_x} x_A, 0 \right), B \left( \frac{1}{P_y} y_B, 0 \right), \text{ and } C \left( \frac{1}{P_0}, 0, 0 \right)$$

I termini  $P_x$ ,  $P_y$  e  $P_0$  invece rappresentano rispettivamente le capacità resistenti della sezione sotto l'effetto combinato di carico assiale e momento flettente nelle due direzioni principali e del solo carico assiale.

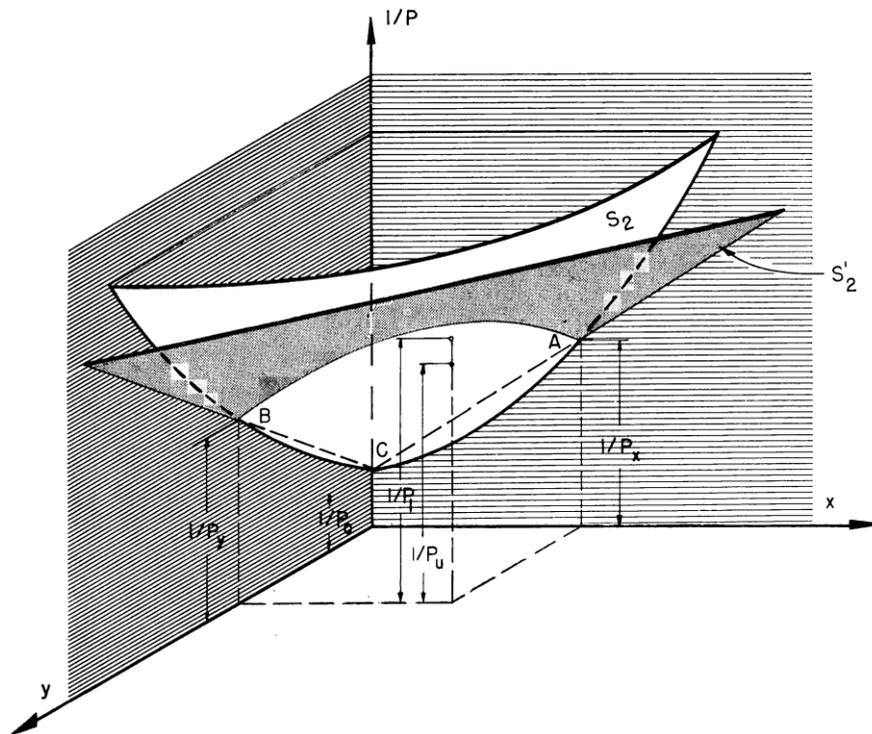


Figura 1-3 Superfici di rottura  $S_2'$

Utilizzando la superficie  $S_2$  si perviene quindi alla formulazione approssimata:

$$\frac{1}{P_t} = \frac{1}{P_x} + \frac{1}{P_y} - \frac{1}{P_o}$$

I vantaggi di questa formulazione sono :

- Forma semplice
- Parametri facili da determinare
- Metodo abbastanza generale

La seconda formulazione, utilizzata come punto di partenza per la quasi totalità degli studi successivi, è quella che si basa sulla superficie  $S_3$  ed è nota con il nome di “Load Contour” (Figura 1-4).

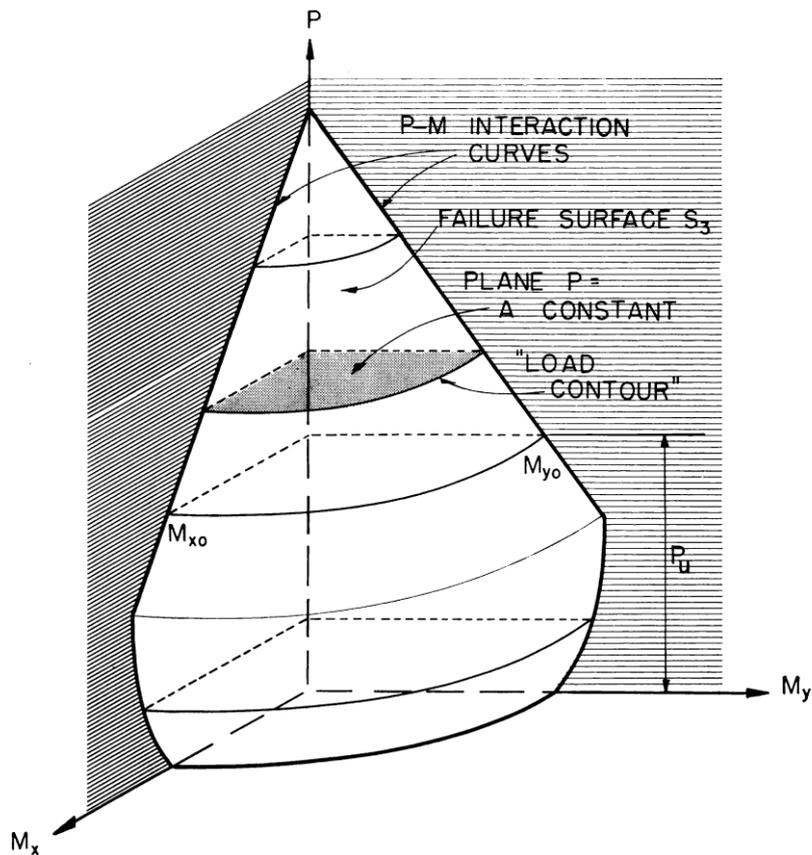


Figura 1-4 Superficie di rottura  $S_3$  ( $P_u, M_x, M_y$ )

Come già detto non è possibile esprimere la superficie matematicamente in forma chiusa quindi per ogni valore del carico  $P$  si ha una sezione orizzontale del dominio di equazione:

$$\left(\frac{M_x}{M_{x0}}\right)^\alpha + \left(\frac{M_y}{M_{y0}}\right)^\beta = 1.0$$

dove:

$$M_x = P_u y, \quad M_{x0} = P_u y_0$$

Gli esponenti  $\alpha$  e  $\beta$  sono delle costanti che vengono per semplicità considerate uguali tra loro e che dipendono dalle dimensioni della colonna,

dalla quantità e dimensione delle armature, dalla deformabilità di acciaio e calcestruzzo, dalla dimensione del copriferro e dalla dimensione delle staffe. Questi due parametri hanno valori compresi tra 1 e 4, ma per i casi pratici i valori suggeriti da prendere in considerazione sono  $\alpha=\beta= 1.15-1.55$

Qualche anno più tardi Pannell (1963) pubblica un articolo nel quale propone una nuova formulazione per i domini di interazione in cui non sono presenti gli esponenti  $\alpha$  e  $\beta$  in quanto poco funzionali ai fini della massima generalità del metodo a causa della loro grande variabilità. La relazione fornitaci è:

$$M_{fy} = \frac{M_y \sec \theta}{1 - N \sin^2 2\theta}$$

dove  $\tan\theta = \varphi M_x/M_y$ ,  $\varphi = M_{fy}/M_{fx}$  e  $N = 1-M_d/M_{fy}$

Dall'applicazione alle grandezze richieste viene fornito il dominio di interazione in funzione del carico applicato e del momento relativo al maggiore degli assi principali. Con questa formulazione l'autore dimostra di poter limitare l'errore all'1-2%.

Successivamente Alfred L. Parme (1966) pubblica un articolo nel quale invece si conferma la bontà delle ricerche di Bresler andando a studiare i parametri che influenzano maggiormente l'esponente della relazione sopracitata. Questa viene riscritta nella forma:

$$(M_x/M_{ux})^{\log 0.5/\log \beta} + (M_y/M_{uy})^{\log 0.5/\log \beta} = 1$$

con  $\beta$  che può variare tra 0.5 e 1. Viene di seguito mostrato l'andamento delle curve (sezione orizzontale del dominio) al variare del parametro  $\beta$  (Figura 1-5).

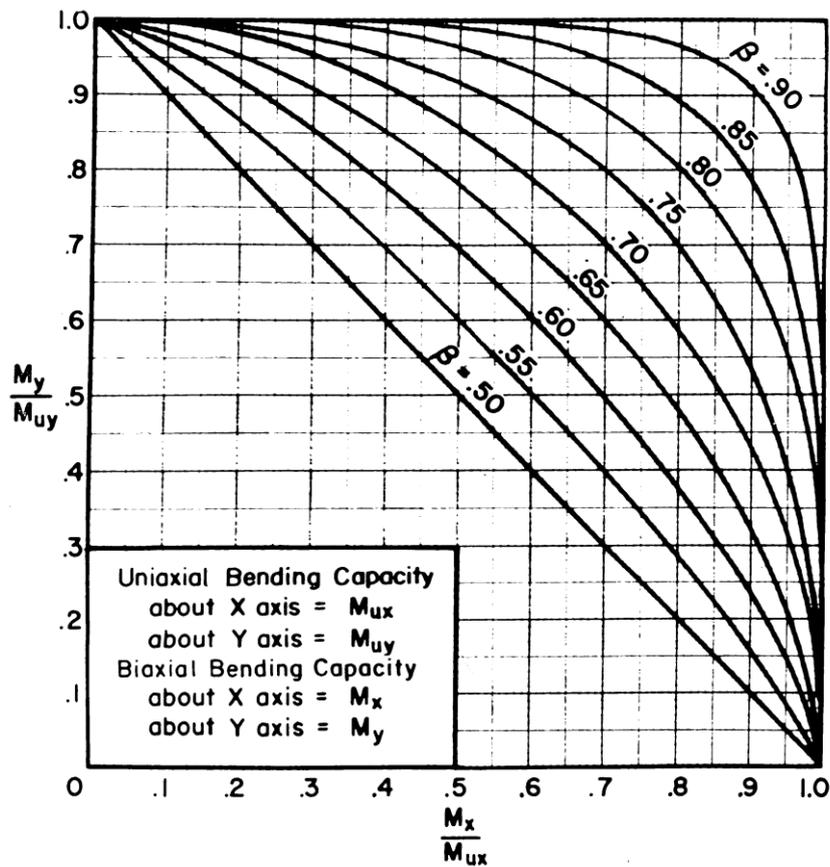


Figura 1-5 Sezione orizzontale del dominio di interazione al variare di  $\beta$

Sono state eseguite numerose prove sperimentali per varie combinazioni di carico applicato e proprietà del pilastro e si è ottenuta una correlazione molto stretta con errori limitati al 5% tra i risultati teorici e sperimentali (Figura 1-6).

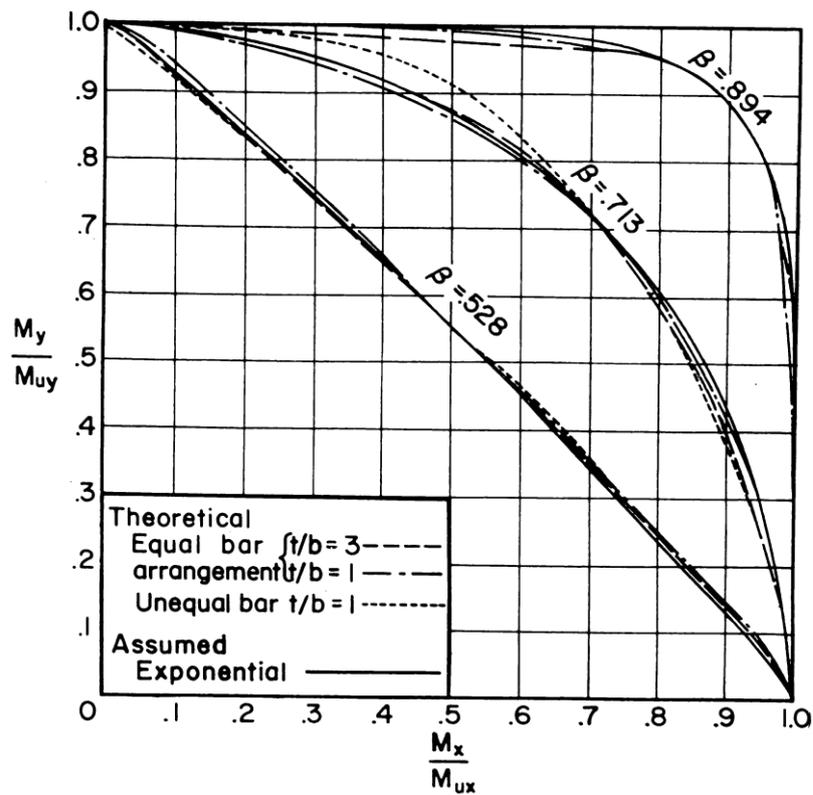


Figura 1-6 Differenza tra risultati teorici e sperimentali

Da queste prove si è potuto anche riscontrare che il parametro  $\beta$  è influenzato fondamentalmente solo dal rapporto fra il carico assiale ed il carico ultimo e dalla percentuale meccanica di armatura.

Diversi anni dopo Hsu (1988) propone un nuovo modello di “failure surface” per molti aspetti simile a quello di Bresler e Parme, ma in grado di descrivere il comportamento dell’elemento sottoposto sia a compressione che a trazione (Figura 1-7).

$$\left( \frac{P_n - P_{nb}}{P_o - P_{nb}} \right) + \left( \frac{M_{nx}}{M_{nbx}} \right)^{1.5} + \left( \frac{M_{ny}}{M_{nby}} \right)^{1.5} = 1.0$$

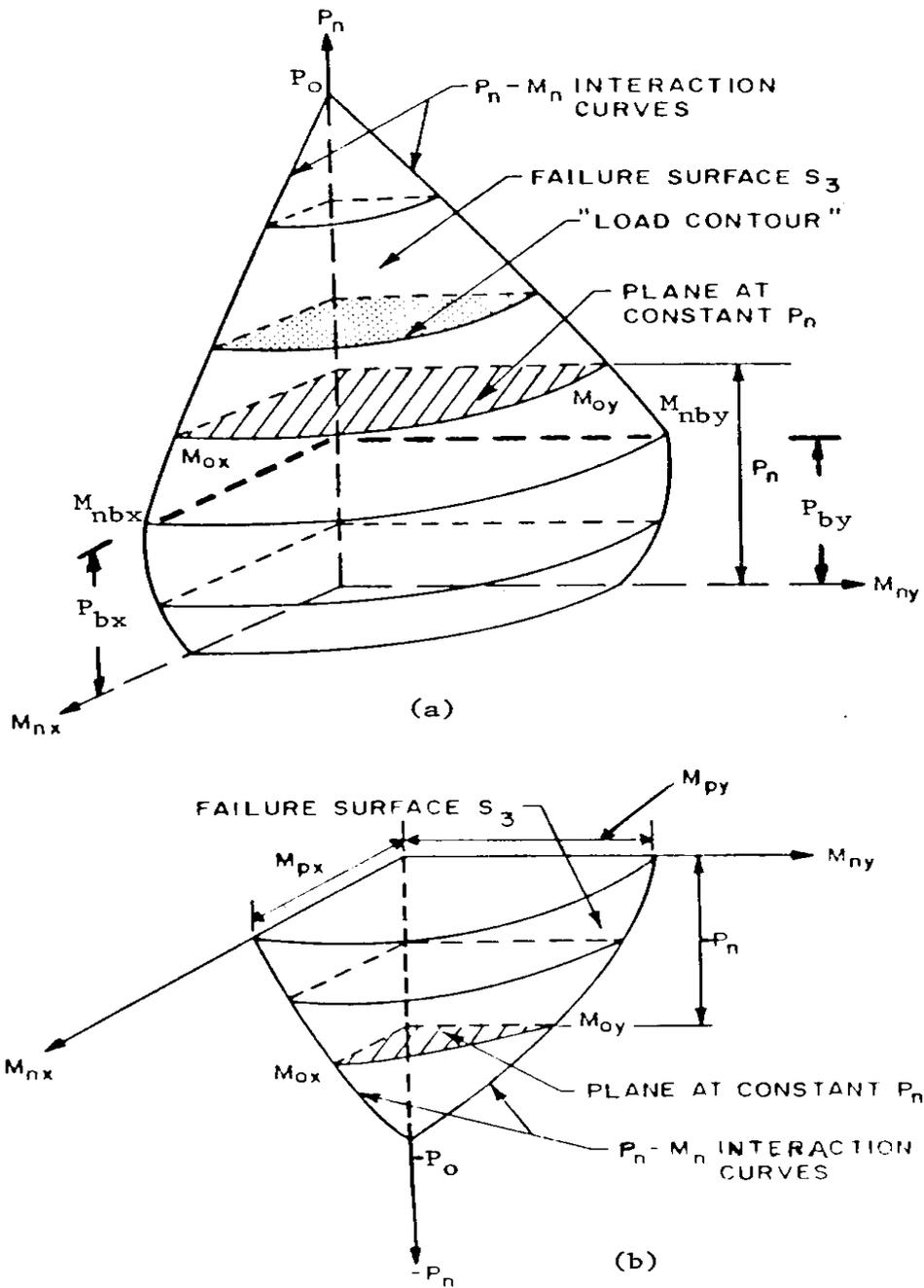


Figura 1-7 "Failure surface" per compressione (a) e trazione (b)

Per determinare i parametri presenti nell'equazione proposta è necessario conoscere i diagrammi di interazione tra carico assiale e momento relativo ai due assi principali (Figura 1-8).

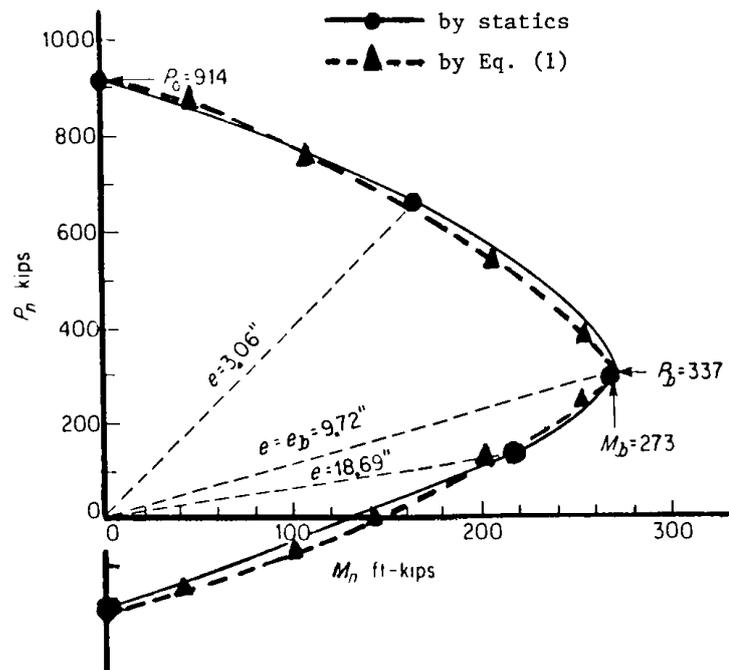


Figura 1-8 Diagramma di interazione carico assiale-momento

Viene poi mostrato che questa formulazione può essere impiegata anche per stimare, con un buon livello di accuratezza, il carico limite applicabile, per giunta senza dover calcolare i diagrammi sopracitati.

### 1.3 Modellazione del comportamento di elementi strutturali

#### 1.3.1 Modelli a plasticità diffusa (a fibre)

Con l'avvento dei calcolatori hanno avuto un rapido e largo sviluppo soprattutto in campo accademico algoritmi di risoluzione basati su modelli numerici a plasticità diffusa. La loro peculiarità è quella di discretizzare l'elemento strutturale in una serie di sezioni a loro volta suddivise in una serie di fibre; ognuna di queste ha comportamento monoassiale e lo snervamento viene concentrato all'interno di una parte dell'elemento di lunghezza finita.

In letteratura si può trovare un gran numero di pubblicazioni basate sull'impiego di una discretizzazione a fibre per studiare il comportamento di sezioni, di forma più o meno comune, sottoposte a sollecitazioni di tipo flessionale, tuttavia sono poche quelle che propongono delle vere innovazioni sul modello da applicare.

Tra esse si segnalano gli studi di Aktan e Pecknold (1974) su colonne pressoinflesse di forma circolare, e di Hsu (1989) che indaga il comportamento di elementi con sezione a T. In particolare per questo algoritmo viene utilizzato il legame costitutivo lineare a tratti di Cranston-Chatterji modificato (Hsu e Mirza (1973), Hsu(1974) ) e le equazioni di equilibrio vengono risolte con il metodo di Newton-Raphson. I risultati ottenuti con la formulazione analitica vengono poi confrontati con una serie di dati sperimentali che confermano le scelte fatte in fase di modellazione. Inoltre, grazie agli ottimi risultati ottenuti con il modello, viene condotta una serie di simulazioni che permettono di valutare l'esponente della formulazione "Load Contour" di Bresler più indicato per quel tipo di sezione.

Un altro lavoro interessante è quello di Wang e Hsu (1992) i quali in maniera analoga a quello sopracitato trattano il caso di elemento sottoposto a pressoflessione deviata con metodo a fibre, con sezioni di forma generica (piene, cave, con fori) e armatura generica (simmetrica e non). Nello studio si evidenzia che per consentire al modello di convergere rapidamente limitando gli errori accumulati durante il processo iterativo è necessario impiegare il modulo elastico secante e per garantire la convergenza è conveniente usare un passo di integrazione variabile. Inoltre l'algoritmo è in grado di lavorare sia in controllo di forza che di spostamento e se con la prima modalità permette di calcolare il massimo momento applicabile, nella seconda ottiene l'intero andamento della curva momento-curvatura (sia il ramo crescente che il ramo decrescente).

Kim e Lee (2000) sviluppano un altro studio, con impostazione simile a quelli precedenti, su una serie di pilastri a sezione quadrata e rettangolare in maniera tale da poterne valutare il comportamento, soprattutto nel ramo di softening, e calcolarne la duttilità. E' interessante notare come, per cogliere in maniera precisa soprattutto l'andamento del ramo degradante, una volta raggiunto lo snervamento la matrice di rigidezza venga continuamente aggiornata. Questa viene espressa nella forma:

$$\tilde{\mathbf{K}} = \tilde{\mathbf{K}}_0 + \tilde{\mathbf{K}}_{\text{PM}} + \tilde{\mathbf{K}}_{\text{MM}}$$

Dove  $\mathbf{K}_0$  rappresenta la matrice di rigidezza in campo elastico,  $\mathbf{K}_{\text{PM}}$  l'effetto combinato del carico assiale e dei momenti flettenti mentre  $\mathbf{K}_{\text{MM}}$  l'effetto combinato dei momenti nelle due direzioni principali.  $\mathbf{K}_{\text{PM}}$  e  $\mathbf{K}_{\text{MM}}$  risultano diversi da zero solo quando si ha una variazione della posizione dell'asse neutro e sono i termini responsabili dell'aggiornamento della matrice di rigidezza. Nel lavoro si evidenzia che il risultato dell'analisi agli elementi finiti nel ramo di softening è molto sensibile alla dimensione degli elementi scelti per la discretizzazione. Questo è dovuto al fatto che nel modello la crisi dell'elemento strutturale non si verifica all'interno della reale zona di concentrazione della plasticizzazione di lunghezza  $L_p$ , ma all'interno dell'elemento finito stesso di lunghezza  $L_e$ . Di conseguenza l'energia dissipata dipende dalla dimensione dell'elemento finito. In particolare, al diminuire della dimensione dell'elemento finito si ha all'inizio del ramo plastico una caduta di tensione più accentuata. Per risolvere questo problema e ottenere risultati consistenti è stata modificata la formulazione del modulo secante e della deformazione per ogni fibra in base alla lunghezza della zona di localizzazione delle curvature. Il confronto con i dati sperimentali e le simulazioni del modello hanno mostrato una buona corrispondenza ed in particolare hanno mostrato che il fattore amplificativo dei momenti proposto dalle norme ACI è sovrastimato per elevati carichi assiali e sottostimato per quelli bassi.

### 1.3.2 Modelli a plasticità concentrata

Un'altra tipologia di modelli di analisi prevede di concentrare le non-linearità in una zona di lunghezza ridotta (detta cerniera plastica) mentre il resto dell'elemento rimane in campo elastico. E' una delle prime tecniche di modellazione implementate sui calcolatori per la valutazione del comportamento di elementi e strutture in campo non lineare. Questo tipo di modellazione è molto vantaggiosa in quanto si lavora principalmente con elementi elastici, quindi più facilmente gestibili e computazionalmente meno onerosi ma, poiché tutte le inelasticità sono concentrate in alcuni punti discreti, affinché il modello sia in grado di descrivere in maniera precisa e completa il comportamento strutturale, è necessario impiegare, per la descrizione del comportamento delle cerniere, un modello il più completo possibile. Il caso di flessione semplice è stato abbondantemente trattato anche con questi metodi mentre per la flessione deviata le ricerche e gli studi sono rimasti un po' indietro. Vale quindi la pena puntare l'attenzione, piuttosto che sulle modalità operative con cui i vari metodi risolvono le equazioni di equilibrio, su quali siano i modelli isteretici che possono essere impiegati per descrivere il fenomeno biassiale.

## 1.4 Modelli isteretici

Uno dei primi modelli isteretici realizzati appositamente per il caso di pressoflessione biassiale è quello presentato da Takizawa e Aoyama (1976). Questo si basa sul modello trilineare degradante con fessurazione e snervamento, utilizzato nei casi di flessione monoassiale, esteso al caso biassiale sfruttando l'analogia con la teoria della plasticità. Per tenere in conto la relazione tra le componenti del momento applicato nelle due direzioni principali viene impiegata la relazione di Bresler:

$$\left| \frac{x_M}{x_{My}} \right|^\alpha + \left| \frac{y_M}{y_{My}} \right|^\alpha = 1$$

Con  $1 < \alpha < 2$

In particolare per  $\alpha=2$  si hanno rispettivamente per snervamento e fessurazione le relazioni:

$$\left. \begin{aligned} \left( \frac{x_M}{x_{My}} \right)^2 + \left( \frac{y_M}{y_{My}} \right)^2 &= 1 \\ \left( \frac{x_M}{x_{Mc}} \right)^2 + \left( \frac{y_M}{y_{Mc}} \right)^2 &= 1 \end{aligned} \right\}$$

Così come per il caso monoassiale, in cui il criterio di fessurazione comporta una traslazione del ramo pre-fessurazione senza che questo cambi dimensione, nel caso biassiale si avrà che l'ellisse che rappresenta il criterio di fessurazione nel piano dei momenti relativi agli assi principali  $M_x$  e  $M_y$  traslerà senza cambiar né forma né dimensione (Figura 1-9).

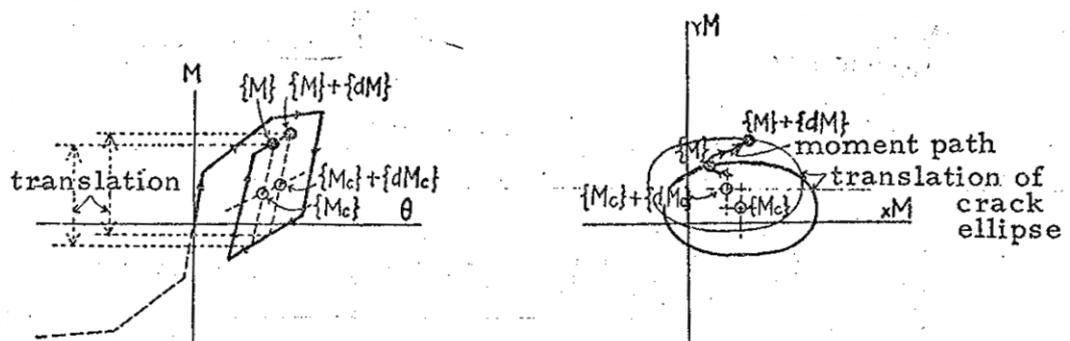


Figura 1-9 Criterio di fessurazione

Per quanto riguarda la condizione di snervamento invece, così come nel caso uni-assiale in cui si ottiene un incremento di deformazione in funzione dell'incremento di momento applicato, nel caso biassiale l'ellisse di snervamento si espande nel piano dei momenti nella direzione di

applicazione dell'incremento di carico con l'unico vincolo di contenere al suo interno l'ellisse relativa alla condizione precedente (senza l'incremento di carico) (Figura 1-10).

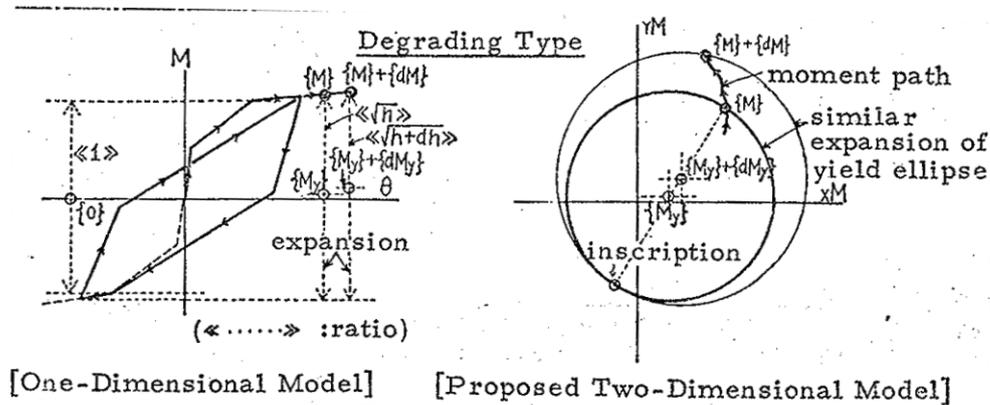


Figura 1-10 Criterio di snervamento

Il modello è ben definito matematicamente e i parametri necessari possono essere ricavati direttamente dai dati sperimentali ottenuti da prove monoassiali.

Tra i lavori più rilevanti, quello di Park, Wen e Ang (1986), i quali partendo dal modello di Bouc successivamente modificato da Wen (1980) lo estendono al caso biassiale. Viene presentato per un sistema ad un solo grado di libertà (SDOF) sottoposto ad un'eccitazione generica in due direzioni ortogonali

$$[m] \begin{Bmatrix} \ddot{u}_x \\ \ddot{u}_y \end{Bmatrix} + [c] \begin{Bmatrix} \dot{u}_x \\ \dot{u}_y \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} q_x \\ q_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_x \\ f_y \end{Bmatrix}$$

Le grandezze che ci interessano sono le forze di richiamo  $q_x$  e  $q_y$  che vengono espresse come una combinazione lineare della forza di richiamo elastica pre-snervamento e di quella relativa al ramo post-snervamento. In particolare la seconda viene espressa come una coppia di equazioni differenziali accoppiate:

$$\begin{aligned}\dot{Z}_x &= A\dot{u}_x - \beta|\dot{u}_x Z_x|Z_x - \gamma\dot{u}_x Z_x^2 - \beta|\dot{u}_y Z_y|Z_x - \gamma\dot{u}_y Z_x Z_y \\ \dot{Z}_y &= A\dot{u}_y - \beta|\dot{u}_y Z_y|Z_y - \gamma\dot{u}_y Z_y^2 - \beta|\dot{u}_x Z_x|Z_y - \gamma\dot{u}_x Z_x Z_y\end{aligned}$$

Viene adottato un modello isteretico monodimensionale del tipo (Figura 1-11):

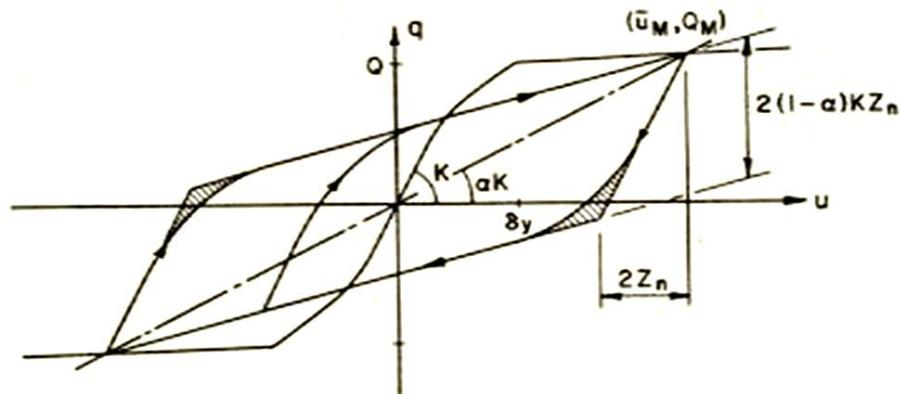


Figura 1-11 Modello isteretico monodimensionale

Il comportamento isteretico adottato in condizioni monoassiali permette di descrivere completamente le proprietà isteretiche in condizioni biassiali. Queste, modellate dalle relazioni precedentemente mostrate, sono assunte variare in relazione al valor medio della massima deformazione sulla curva di involuppo relativa al diagramma forza-spostamento e alla quantità di energia dissipata per ogni ciclo di isteresi.

Un altro modello che si basa sempre sulla teoria di Bouc successivamente modificata da Wen ed estesa al caso biassiale è quello di Kunnath e Reinhorn (1990). Per impostazione, il modello, è simile a quello presentato da Park, Wen e Ang i quali però lo usano in un'equivalente forma linearizzata modificando i parametri adimensionali che tengono conto dell'effetto di riduzione di rigidezza e resistenza per studiare le vibrazioni casuali nei sistemi isteretici. Ciò, essendo in violazione delle leggi basilari della viscoplasticità, porta ad avere un modello senza un vero significato

fisico. Si può arrivare al caso limite in cui per certi valori assunti da questi parametri, per uno spostamento impresso in una direzione si ottiene la risposta nella direzione opposta.

L'accoppiamento del comportamento nelle due direzioni viene realizzato come fatto in precedenza da Park, ma in questo caso i parametri  $Z_x$  e  $Z_y$  che rappresentano le forze isteretiche nelle due direzioni vengono espressi forma adimensionale, mentre le forze e gli spostamenti in termini di momenti e curvature. Il sistema di equazioni prende la forma:

$$\begin{pmatrix} M_x \\ M_y \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} (EI)_x & 0 \\ 0 & (EI)_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_x \\ \phi_y \end{pmatrix} + (1 - \alpha) \begin{pmatrix} M_x^p & 0 \\ 0 & M_y^p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_x \\ Z_y \end{pmatrix}$$

con

$$\begin{pmatrix} \dot{Z}_x \\ \dot{Z}_y \end{pmatrix} = (A[I] - B[\Omega])[F] \begin{pmatrix} \dot{\phi}_x \\ \dot{\phi}_y \end{pmatrix}$$

La relazione appena proposta esprime in forma compatta l'accoppiamento delle componenti plastiche nelle due direzioni principali nonché i fenomeni di degrado di rigidezza e resistenza. Il primo fenomeno dipende dalla massima deformazione impressa all'elemento nei vari cicli di carico, ed in particolare all'aumentare della massima deformazione raggiunta per ogni ciclo si ha una riduzione sempre maggiore di rigidezza che dipende dalla relazione:

$$A_k = A_o e^{(-s|\mu_k)}$$

Per quanto riguarda il secondo fenomeno citato, questo dipende dalla quantità di energia dissipata per ciclo, ed in particolare, all'aumentare dell'energia dissipata, la riduzione di resistenza dell'elemento cresce. La relazione che governa questo secondo fenomeno vale:

$$M_{x,y}^y = M_{x,y}^y \left( 1.0 - s_2 \int Z_{x,y} d\phi \right)$$

I parametri  $s_1$  e  $s_2$ , che controllano questi fenomeni, dipendono dalle caratteristiche meccaniche dell'elemento da studiare (ad esempio la quantità di armature trasversali ecc.) e dal carico assiale applicato. Il confronto tra i risultati ottenuti con il presente modello, con quello di Takizawa e Aoyama e con le prove sperimentali ha mostrato quanto quello di Kunnath sia efficiente e in grado di rappresentare il reale comportamento dell'elemento grazie alla possibilità di calibrare i parametri più importanti in base ai risultati delle prove sperimentali.

Nei primi anni 2000 un nuovo approccio sempre basato sull'idea di cerniera plastica viene proposto da Marante e Flòrez-López (2002). L'idea è quella di combinare il concetto di cerniera plastica con quello di meccanica della frattura, danneggiamento continuo e incrudimento cinematico. L'intera teoria si fonda sull'ipotesi forte che il danneggiamento nelle due direzioni ortogonali sia disaccoppiato e che quindi i coefficienti di danneggiamento che verranno introdotti siano funzione solo dell'evoluzione del fenomeno in quella direzione (Figura 1-12)



Figura 1-12 Coefficienti di danneggiamento

Il modello di danneggiamento viene espresso sulla base di matrice di flessibilità e funzione di snervamento. In particolare la prima è data dalla combinazione lineare tra la matrice di flessibilità elastica e una matrice di flessibilità aggiuntiva dovuta al danneggiamento del calcestruzzo. I

coefficienti di quest'ultima vengono valutati utilizzando il criterio di Griffith secondo il quale una fessura presente in un corpo propaga quando la variazione di energia potenziale disponibile  $G$  uguaglia (o supera) la variazione di energia per creare nuove superfici ( $R$ ). Per quanto riguarda la superficie di snervamento si assume quale punto di partenza quella proposta da Bresler e modificata secondo la teoria dell'incrudimento cinematico per rappresentare l'effetto Baushinger, ovvero la migrazione della superficie di plasticizzazione. Si ottiene quindi:

$$f_i = \left[ \max \left( \frac{1}{M_{0y}^+(n)} \left\langle \frac{m_{iy}}{1-d_{iy}^+} - c_y^+(n) \phi_{iy}^p \right\rangle_+; \frac{1}{M_{0y}^-(n)} \left\langle \frac{-m_{iy}}{1-d_{iy}^-} + c_y^-(n) \phi_{iy}^p \right\rangle_+ \right) \right]^v + \left[ \max \left( \frac{1}{M_{0z}^+(n)} \left\langle \frac{m_{iz}}{1-d_{iz}^+} - c_z^+(n) \phi_{iz}^p \right\rangle_+; \frac{1}{M_{0z}^-(n)} \left\langle \frac{-m_{iz}}{1-d_{iz}^-} + c_z^-(n) \phi_{iz}^p \right\rangle_+ \right) \right]^v - 1$$

I risultati ottenuti dal confronto con le prove sperimentali hanno mostrato una buona correlazione che permetterebbe di considerare valida l'ipotesi iniziale di danneggiamento disaccoppiato nelle due direzioni.

Romao, Costa e Delgado (2004) partono dal modello di Bouc-Wen modificato da Park per il caso biassiale riscrivendo le equazioni relative alle forze di richiamo in una formulazione alternativa in maniera tale da esprimerle nella forma:

$$\begin{cases} \dot{F}_{x_i} = \dot{F}_{uni-x_i} + C_{fxi} \\ \dot{F}_{y_i} = \dot{F}_{uni-y_i} + C_{fyi} \end{cases}$$

Dove  $\dot{F}_{uni-x_i}$  e  $\dot{F}_{uni-y_i}$  possono essere ricavate dal caso monoassiale e in particolar modo per il lavoro in esame dal modello isteretico di Costa-Costa, mentre  $C_{fxi}$  e  $C_{fyi}$  sono i fattori di interazione che tengono in conto l'effetto della deformazione nella direzione ortogonale a quella considerata. In realtà è possibile modificare il modello utilizzando qualunque tipo di diagramma isteretico per descrivere il comportamento dell'elemento. Come anticipato

viene utilizzato quello lineare a tratti (PWL) di Costa-Costa che risulta una generalizzazione del modello trilineare di Takeda in grado di cogliere il pinching (Figura 1-13) e la riduzione di rigidezza (Figura 1-14) e resistenza (Figura 1-15)

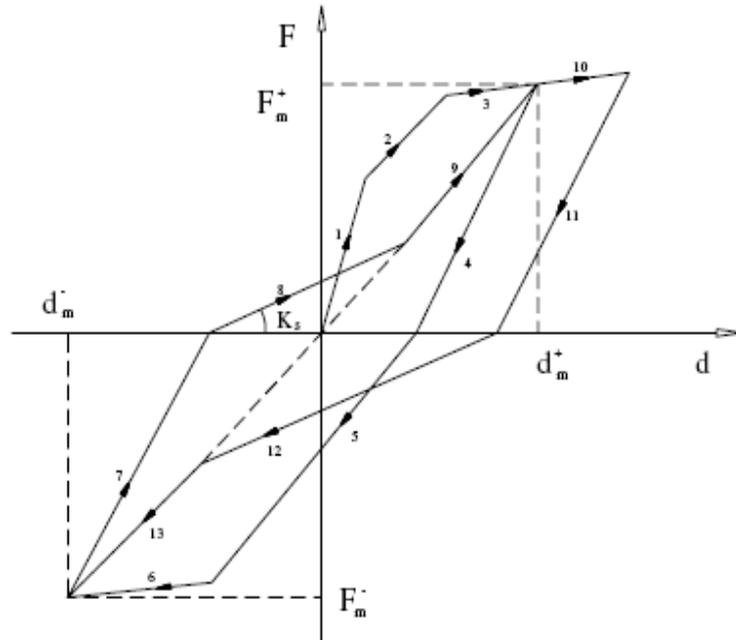


Figura 1-13 Pinching nel mod. Costa-Costa

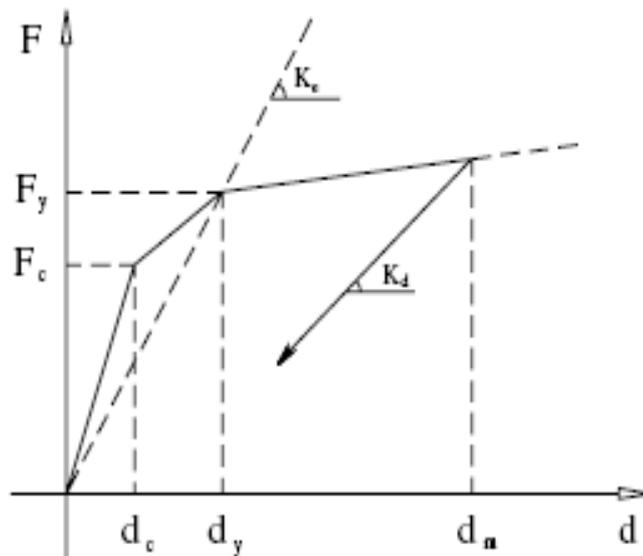


Figura 1-14 Riduzione di rigidezza nel mod. Costa-Costa

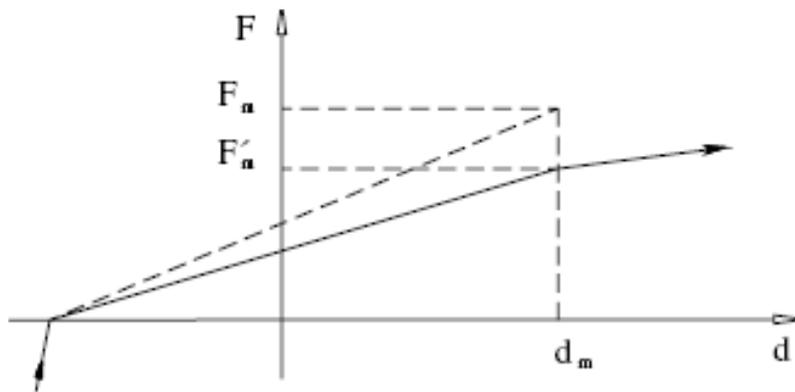


Figura 1-15 Riduzione di resistenza nel mod. Costa-Costa

Il confronto dei risultati del modello con i dati sperimentali raccolti mostra una buona correlazione. È importante rilevare che la qualità della simulazione sarà tanto maggiore quanto migliore e complesso sarà il modello isteretico utilizzato. Inoltre è interessante notare dalle prove come il danneggiamento in una direzione porti a una diminuzione del massimo carico applicabile nell'altra, il che equivale ad affermare che il danneggiamento nelle due direzioni non può essere considerato disaccoppiato.

Quanto appena detto risulta in contrasto con l'ipotesi di base del LDM proposto da Marante e Flórez-López i quali spiegano come tale comportamento riscontrato nelle prove di Romao, Costa e Delgado dipenderebbe da presunte perturbazioni del carico assiale (che dovrebbe rimanere costante) avvenute durante lo svolgimento della prova. Queste perturbazioni però sarebbero di scarsa entità e quindi difficilmente in grado di generare due comportamenti così diversi. Ad ogni modo, come proposto da Romao, sarebbe necessario condurre altri studi sperimentali e analitici per accertare il fenomeno.

## 1.5 Modelli semplificati per la progettazione

Vengono definiti “progettuali” quei modelli estremamente semplici e facilmente implementabili sul calcolatore che tuttavia sono in grado di garantire risultati con un livello di precisione consono per gli standard progettuali.

Fafitis (2001) partendo dalla teoria dei metodi a fibre che, pur essendo molto precisi sono estremamente complessi e onerosi, sfrutta il teorema di Green semplificando le equazioni che governano il problema. Si passa infatti da integrali doppi definiti sull'area dell'elemento strutturale a integrali singoli sulla linea che racchiude l'area stessa.

$$\iint_A (\partial Q/\partial x - \partial P/\partial y) dx dy = \oint_L P dx + \oint_L Q dy$$

Il presente metodo impiegato per realizzare i domini di interazione risulta essere molto efficiente in quanto richiede la risoluzione di un integrale singolo per ogni lato della parte compressa della sezione.

Un altro metodo, fondamentalmente diverso da quello proposto in precedenza, ma altrettanto facile da implementare sul calcolatore è quello proposto da Rodriguez (1999). Questo si basa sull'individuazione della singola curva sul dominio di interazione di Bresler relativa ad un determinato rapporto tra i momenti applicati. Pur nella sua semplicità, richiedendo la risoluzione di pochi integrali, il metodo è molto flessibile in quanto al variare dei parametri noti e incogniti è possibile: calcolare il carico massimo applicabile per una sezione di data geometria nota l'eccentricità del carico, progettare le armature per una sezione di geometria nota con carichi noti e studiare gli effetti del creep e del confinamento sull'elemento. Dal punto di vista prettamente analitico il sistema di

equazioni non lineari viene risolto con il “Quasi-Newton method” proposto da Yen (1991), grazie alla sua elevata stabilità e velocità di convergenza.

Anche se non propriamente ricompresi fra i modelli di risoluzione del problema della pressoflessione deviata meritano di essere comunque annoverati in questo paragrafo alcuni studi recenti volti a determinare in maniera rapida l'esponente più appropriato da introdurre nell'espressione del dominio di interazione di Bresler in modo da poter valutare rapidamente i momenti massimi applicabili al generico pilastro.

Cedolin, Cusatis, Eccheli e Roveda (2006) ipotizzano una dipendenza tra l'esponente cercato e il carico assiale, la percentuale di armatura e la dimensione del copriferro adimensionalizzata. Per la determinazione del valore cercato si è imposto alla curva di Bresler di passare per un particolare punto di rottura, cioè quello che porta l'asse neutro in posizione parallela rispetto a una diagonale della sezione retta. I tre punti per i quali passerà la curva relativa al carico “ $v$ ” sono

$$(\mu_{Rux}(v), 0), (0, \mu_{Ruy}(v)), (\mu_{Rux1}(v), \mu_{Ruy1}(v))$$

che adimensionalizzati diventano:

$$\mu_{Rux}(v) = \mu_{Ruy}(v) = \mu_{Ru}(v) \text{ e } \mu_{Rux1}(v) = \mu_{Ruy1}(v) = \mu_{Ru1}(v).$$

Si ottiene quindi per l'esponente di Bresler l'espressione:

$$\alpha(v) = \frac{\ln 2}{\ln [\mu_{Ru}(v) / \mu_{Ru1}(v)]}$$

Da confronto con dati sperimentali si è ottenuta una buona correlazione che avvalora il metodo.

Molto rapidamente si riporta anche il contributo di Monti e Alessandrini (2006) che propongono un approccio approssimato per la determinazione, anche in questo caso, del coefficiente esponenziale di Bresler. La relazione fornita è:

$$\alpha = c \cdot \left( \frac{b}{h} \right)^{\gamma} \cdot \mu_{sx}^{\eta_{sx}} \cdot \mu_{sy}^{\eta_{sy}} \cdot n_{Sd}^{\omega}$$

in cui  $\mu_{sx}$  e  $\mu_{sy}$  sono le percentuali meccaniche di armatura riferite ai lati paralleli rispettivamente a  $x$  e  $y$ ,  $n_{Sd}$  è il carico assiale normalizzato,  $b$  e  $h$  sono le grandezze che definiscono la geometria della sezione mentre tutti gli esponenti sono dei coefficienti di modello da stimare. Anche in questo caso è stata mostrata un'efficiente procedura per la rapida stima di questo parametro progettuale confermata da dati sperimentali.



## Capitolo 2

---

### **2 Elementi finiti e algoritmo di analisi**

#### **2.1 Elementi impiegati**

L'analisi non lineare di singoli elementi strutturali (o di strutture intere) richiede l'utilizzo di un modello numerico nell'ambito di un programma agli elementi finiti che sia in grado di garantire un buon livello di accuratezza senza richiedere un onere computazionale troppo elevato. Un aspetto fondamentale diventa quindi la scelta della metodologia di modellazione delle inelasticità. Esistono fondamentalmente due grandi categorie di modelli, ovvero quelli che distribuiscono le inelasticità lungo l'elemento e quelli che invece le concentrano in specifiche zone. I primi sono definiti modelli a "plasticità diffusa", mentre i secondi sono detti modelli a "plasticità concentrata".

OpenSees è in grado di lavorare con entrambe queste categorie di modelli e propone, per i modelli a plasticità diffusa, diversi tipi di elementi finiti da impiegare che sfruttano le seguenti formulazioni:

1. Formulazione in rigidità (*displacement-based element*);
2. Formulazione in flessibilità (*force-based element*);

mentre per quelli a plasticità concentrata propongono la formulazione:

1. Beam with Hinges ( basata sul modello *force-based element*);

### 2.1.1 Formulazione in rigidità

Rappresenta la metodologia più comunemente utilizzata, in cui il campo delle deformazioni sull'elemento viene ottenuto dagli spostamenti dei nodi di estremità attraverso opportune funzioni interpolanti. In questo tipo di elemento finito, che in letteratura viene chiamato *displacement-based element*, la compatibilità delle deformazioni è dunque assicurata, mentre l'equilibrio delle forze lungo di esso è soddisfatto soltanto quando viene discretizzato in un numero adeguato di elementi finiti. La limitazione fondamentale di un tale approccio è legata alla scarsa precisione nel descrivere comportamenti altamente non-lineari, senza dover raffittire eccessivamente la mesh, a causa dell'inadeguatezza nella rappresentazione dell'andamento delle curvature lungo l'elemento. Poiché a causa delle grandi deformazioni raggiunte nel corso delle simulazioni il comportamento dell'elemento sarà fortemente non-lineare questo tipo di elemento finito non è stato impiegato, per cui non verrà approfondito il discorso a tal proposito.

### 2.1.2 Formulazione in flessibilità

In questo tipo di formulazione le funzioni di forma vengono impiegate per descrivere l'andamento delle sollecitazioni sull'elemento strutturale in base alle forze nodali, il che equivale a dire che l'equilibrio è sempre soddisfatto. Per quanto riguarda invece le funzioni di forma che descrivono il campo di spostamenti, queste si modificano durante l'analisi al diffondersi delle deformazioni inelastiche nell'elemento; in altre parole, la congruenza è soddisfatta per via integrale. Tale tipo di modello, pur con un onere computazionale maggiore, è in grado di assicurare anche per elementi con comportamento fortemente non-lineare una soluzione accurata.

Esiste tuttavia un aspetto del problema che ne sconsiglia l'impiego per il caso in esame legato alla presenza di comportamenti sezionali di tipo "softening". Infatti mentre per comportamento "hardening" della sezione la risposta dell'elemento converge ad un'unica soluzione, per sezioni con comportamento "softening", in cui le deformazioni si localizzano in una sezione di dimensioni ridotte, la soluzione risulta funzione della lunghezza di tale zona. In particolare tutte le non-linearità tendono a concentrarsi nell'ultimo punto di integrazione, motivo per cui la soluzione sarà funzione del "*peso*" - nell'algoritmo di integrazione numerica - di quel punto, perdendo così di obiettività.

#### 2.1.2.1 Beam with hinges

Questo tipo di modello, descritto fra i modelli a plasticità concentrata, in realtà rappresenta una tipologia ibrida tra questi e quelli a plasticità diffusa in quanto in esso vengono raggruppati in un unico modello i punti di forza di entrambe le formulazioni. Ciò è possibile mediante l'impiego, nella formulazione dell'elemento strutturale, di due tipologie di sottoelementi:

una di queste viene impiegata per rappresentare la zona nella quale vengono concentrate le inelasticità, nota con il nome di cerniera plastica ed un'altra che viene impiegata per descrivere il comportamento della parte di elemento che resta in campo elastico. Quest'ultima viene analizzata impiegandone la relativa matrice di flessibilità elastica, mentre la parte inelastica viene studiata trattandola come un elemento finito a plasticità distribuita *force-based*.

Supponendo di avere un elemento strutturale alle cui estremità si formano due cerniere plastiche di lunghezza  $l_{pI}$  e  $l_{pJ}$ , la generica relazione di compatibilità per l'intero elemento sarà:

$$\mathbf{v} = \int_0^L \mathbf{b}^T \mathbf{e} dx \quad 2.1$$

Dove  $\mathbf{b}$  è la matrice delle funzioni di interpolazione ed  $\mathbf{e}$  è il vettore che esprime le componenti di deformazione della sezione.

La 2.1 può essere riscritta per il caso in questione mettendo in evidenza i contributi dei vari termini:

$$\mathbf{v} = \int_0^{l_{pI}} \mathbf{b}^T \mathbf{e} dx + \int_{l_{pI}}^{L-l_{pJ}} \mathbf{b}^T \mathbf{e} dx + \int_{L-l_{pJ}}^L \mathbf{b}^T \mathbf{e} dx \quad 2.2$$

Da questa relazione si può notare subito come tale metodo sia in stretto rapporto con il relativo modello a fibre in quanto per:

$$l_{pI} + l_{pJ} = L \quad 2.3$$

si ritorna ad avere il solo metodo a fibre.

Le deformazioni sezionali nelle cerniere plastiche vengono integrate numericamente mentre il contributo dell'elemento elastico viene valutato tramite la propria flessibilità. Si perviene quindi alla relazione:

$$\mathbf{v} = \sum_{i=1}^{N_p} (\mathbf{b}^T \mathbf{e}|_{x=\xi_i}) \omega_i + \mathbf{f}_{int}^e \mathbf{q} \quad 2.4$$

Dove  $\xi$  e  $\omega$  sono rispettivamente le posizioni dei punti di integrazione e i pesi localizzati relativi ai punti stessi, mentre  $\mathbf{f}$  è proprio la matrice di flessibilità dell'elemento elastico.

Per rappresentare il comportamento degradante bisogna scegliere una legge di integrazione delle cerniere plastiche come la 2.4 in grado di soddisfare i seguenti criteri:

1. Per ogni campione delle forza di sezione alle estremità dell'elemento, il momento flettente è maggiore in assenza di carichi distribuiti;
2. Integrare esattamente i polinomi quadratici per fornire la soluzione esatta per la distribuzione della curvatura;
3. Integrare le deformazioni sulle lunghezze definite  $l_{pI}$  e  $l_{pJ}$  usando una singola sezione in ogni zona delle cerniere plastiche.

Il modello Gauss-Lobatto che viene impiegato abitualmente per l'integrazione di elementi finiti force-based soddisfa solo i punti 1 e 2 mostrati in precedenza, ma non il terzo in quanto la lunghezza della cerniera plastica è implicita nel numero di punti impiegati e nel peso attribuito agli stessi. Per poter impiegare il metodo è stato quindi necessario utilizzare un altro modello di integrazione. Tale modello è stato identificato nella legge di quadratura di Gauss-Radau modificata.

La legge di quadratura dei due punti di Gauss-Radau è molto simile a quella di Gauss-Lobatto in quanto, come nel primo, vengono impiegati due punti di integrazione, ma nel secondo metodo solo uno dei due è posizionato ad un'estremità dell'elemento, mentre l'altro si trova in un punto interno. Ciò dona alla legge di quadratura una precisione  $2N_p-2$ , di un grado superiore al Gauss-Lobatto con la capacità quindi di integrare in maniera esatta una distribuzione lineare di curvatura. I punti di integrazione saranno disposti nelle sezioni posizionate a  $[0, 2/3]$  dalla sezione iniziale dell'elemento, per cui facendo riferimento al caso in cui si hanno due cerniere plastiche alle estremità dell'elemento strutturale, la mappatura dei punti di integrazione lungo l'ascissa dell'elemento sarà:

$$\xi = \left\{ 0, \frac{2l_{pI}}{3}, \frac{L-2l_{pJ}}{3}, L \right\} \quad 2.5$$

Con i rispettivi pesi:

$$\omega = \left\{ \frac{l_{pI}}{4}, \frac{3l_{pI}}{4}, \frac{3l_{pJ}}{4}, \frac{l_{pJ}}{4} \right\} \quad 2.6$$

Nella Figura 2-1 (a) Figura 2-2 viene illustrato lo schema appena presentato.

Il metodo di quadratura appena presentato ha due proprietà interessanti che vale la pena di evidenziare:

1. Quando la somma delle lunghezze delle cerniere plastiche diventa uguale alla lunghezza dell'elemento strutturale si torna ad avere un metodo a plasticità diffusa a 4 punti di integrazione.
2. Quando si ha la condizione  $l_{pI}=l_{pJ}=L/2$  il metodo di Gauss-Radau coincide con quello 3/8 di Simpson che ha un grado di precisione in più rispetto a Gauss-Radau permettendo l'integrazione esatta di polinomi cubici.

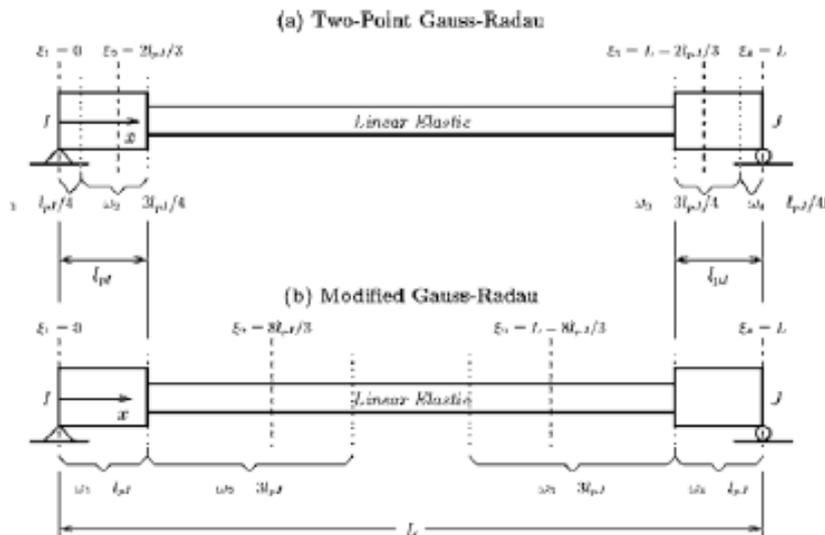


Figura 2-1 Schema del modello di quadratura dei due punti di Gauss-Radau (a) e Gauss-Radau modificato (b)

Pur soddisfacendo i criteri 1 e 2 presentati in precedenza, come per il metodo Gauss-Lobatto non si riesce a soddisfare anche il terzo in quanto, poiché la deformazione degradante si concentrerà nell'ultimo elemento, al quale come abbiamo visto precedentemente è assegnato un peso di  $l_p/4$ , le inelasticità si concentreranno su questa lunghezza, ovviamente inferiore rispetto a  $l_p$ . Ciò comporterà che l'elemento si scaricherà più velocemente rispetto al dovuto per mantenere l'equilibrio.

Per garantire che la lunghezza sulla quale si concentreranno le inelasticità coincida con la lunghezza della cerniera plastica, è necessario modificare il metodo appena illustrato in modo tale da far coincidere i pesi di integrazione dei punti di estremità con  $l_p$ . Per far ciò si applica il metodo di Gauss-Radau su un lunghezza di  $4l_{pI}$  piuttosto che  $l_p$  generando così un nuovo schema di posizioni e pesi come mostrato in Figura 2-1 (b)

$$\xi = \left\{ 0, \frac{8 l_{pI}}{3}, \frac{L-8 l_{pI}}{3}, L \right\} \quad 2.7$$

$$\omega = \{ l_{pI}, 3l_{pI}, 3l_{pJ}, l_{pJ} \} \quad 2.8$$

In questo modo la lunghezza caratteristica sarà uguale alla lunghezza specifica della cerniera plastica quando si ha il comportamento degradante della sezione per cui anche il punto 3 della lista precedentemente mostrata è soddisfatto.

Poiché le simulazioni svolte nel corso di questo studio hanno avuto tutte ad oggetto elementi strutturali con comportamento “*softening*” è stato necessario scegliere un elemento finito del tipo Beam with Hinges per ottenere risultati soddisfacenti.

## 2.2 Algoritmo di analisi

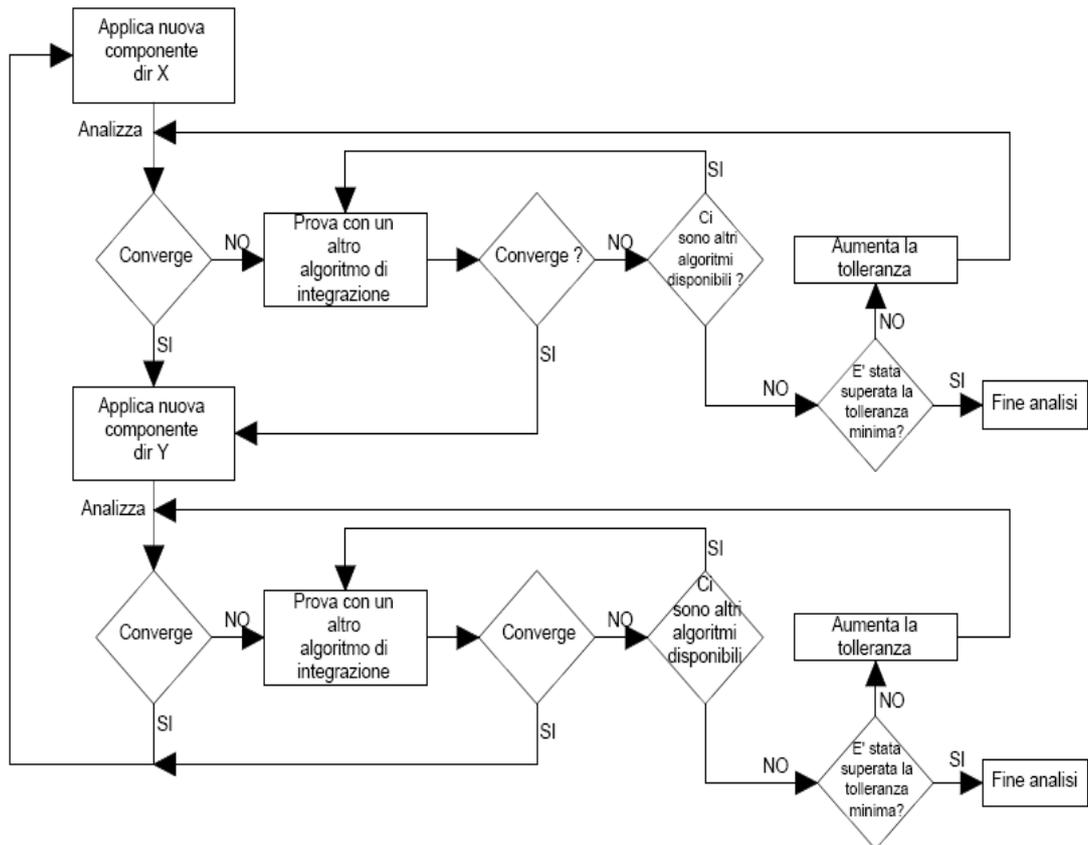
Una volta realizzato il modello, definiti i materiali e gli elementi finiti da impiegare per la simulazione è necessario definire il tipo di analisi che il software dovrà sviluppare. In questo caso è richiesta un'analisi statica in controllo di spostamento bidirezionale con carico assiale applicato. Essendo un'analisi molto particolare, questa non si trova nella libreria di OpenSees per cui è stato necessario realizzare un algoritmo di risoluzione ad hoc.

Sono stati scritti e testati due algoritmi molto differenti tra loro. Il primo di questi esegue un'analisi in controllo di spostamento in due direzioni, il secondo realizza una particolare analisi dinamica time-history considerando la massa e lo smorzamento dell'elemento strutturale nulli. Tale analisi, vista l'assenza di fenomeni inerziali e dissipativi e l'indipendenza dello spostamento dal tempo, perdendosi quindi i contributi dinamici veri e propri, può essere definita pseudo-dinamica.

### 2.2.1 Algoritmo in controllo di spostamento bidirezionale

L'idea alla base della compilazione di questo algoritmo deriva dall'osservazione della realizzazione delle prove sperimentali bidirezionali nelle quali gli spostamenti vengono impressi all'elemento strutturale alternatamente nelle due direzioni.

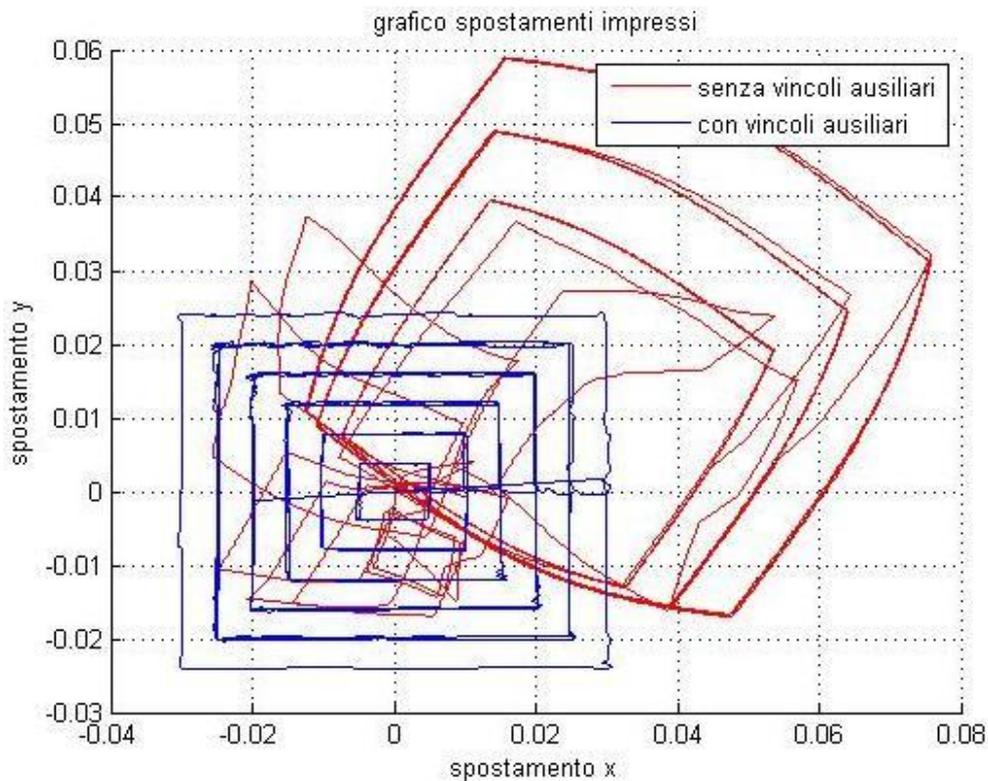
Operativamente l'algoritmo segue il percorso mostrato nello Schema 2-1



Schema 2-1 Diagramma di flusso algoritmo in controllo di spostamento bidirezionale

Quale primo passo è necessario definire il vettore delle coordinate che il nodo a cui dovranno essere impressi gli spostamenti dovrà seguire nel corso della prova. Ogni step di spostamento viene diviso in due passi, risolti separatamente prima di applicare lo step successivo.

Viene quindi applicato uno spostamento in direzione X introducendo un vincolo fittizio nell'altra. Questo accorgimento è necessario per evitare che gli spostamenti "parassiti" che si verificano nel corso della simulazione modifichino il set di spostamenti impressi. Tale fenomeno viene mostrato in Figura 2-2, in cui si può vedere come la simulazione eseguita senza bloccare lo spostamento nell'altra porti ad avere uno stravolgimento degli spostamenti impressi e conseguentemente una simulazione totalmente falsata.



*Figura 2-2 Set di spostamenti impressi con l'introduzione di vincoli ausiliari e senza*

A questo punto il solutore di OpenSees impiegando uno degli algoritmi di integrazione implementati (Newton-Raphson) calcola la forza necessaria per ottenere lo spostamento impresso e risolve la struttura definendo tutte le componenti di deformazione e sforzo all'interno dell'elemento.

Nel caso in cui la procedura di integrazione con un errore inferiore rispetto al valore di tolleranza scelto non dovesse riuscire a convergere, vengono impiegati altri algoritmi di integrazione (Broyden e successivamente Newton With Line Search).

Se anche in questo caso non si riesce ad ottenere la convergenza, la tolleranza viene aumentata di un ordine di grandezza e si ripete il procedimento sopracitato fino al raggiungimento della convergenza o di una tolleranza limite oltre la quale l'analisi viene terminata per evitare di ottenere soluzioni affette da errori troppo considerevoli.

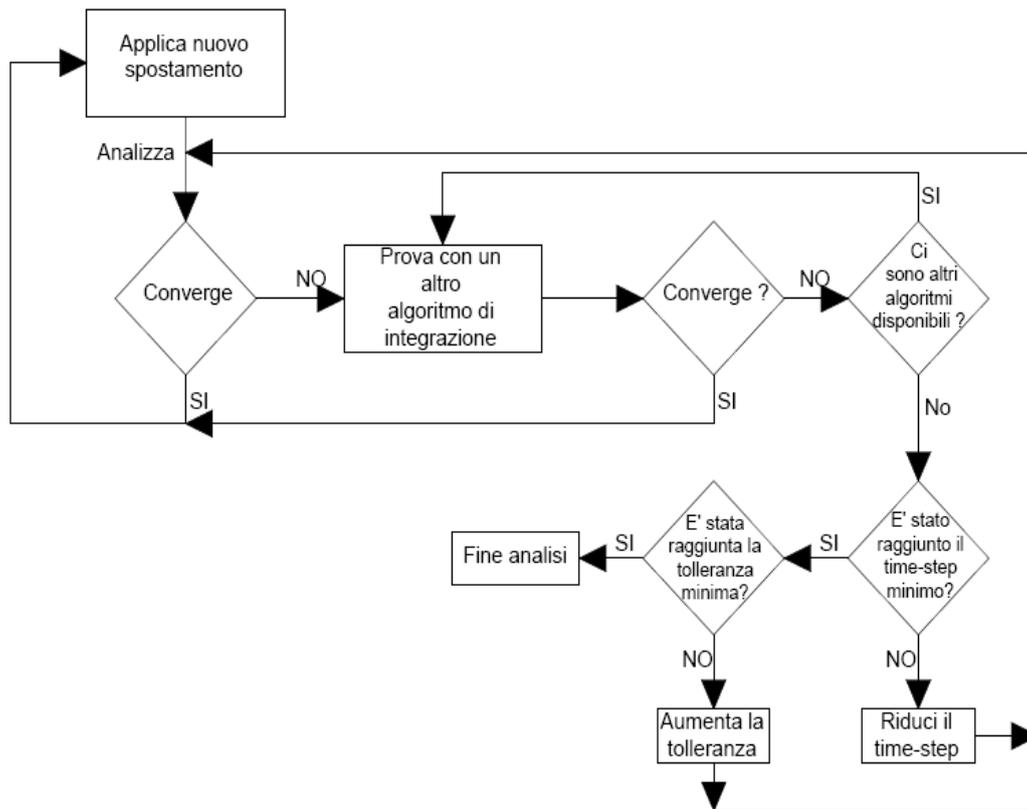
Se la convergenza viene raggiunta vengono rimossi i vincoli ausiliari nella direzione Y e aggiunti nella direzione X, ripristinata la tolleranza iniziale e si procede anche nell'altra direzione esattamente come mostrato in precedenza. Se anche nella direzione Y si raggiunge la convergenza si procede allo step di spostamenti successivo ripetendo il ciclo di istruzioni fino alla conclusione della storia di spostamenti o alla mancata convergenza.

Tale algoritmo di analisi pur nella sua correttezza concettuale è stato impiegato solo in fase preliminare e successivamente rimpiazzato dal metodo pseudo-dinamico in quanto rispetto ad alcune storie di spostamento la convergenza non veniva assicurata o comunque veniva raggiunta con tolleranze molto alte, portando così a errori inaccettabili. Una possibile causa di tali comportamenti potrebbe essere imputabile direttamente al solutore di OpenSees che sovente ha mostrato problemi di convergenza sulle analisi in controllo di spostamento unidirezionali.

### **2.2.2 Algoritmo pseudo-dinamico**

E' il secondo algoritmo realizzato per sopperire ai problemi di convergenza e affidabilità mostrati da quello in controllo di spostamento bidirezionale. Come accennato il programma svolge un'analisi a tutti gli effetti dinamica in quanto viene impiegato il comando "transient analysis". Per eliminare gli effetti inerziali e dissipativi che inevitabilmente si avrebbero con questo tipo di analisi, ma che nella prova sperimentale non si verificano vista la lentezza con la quale sono applicati gli spostamenti, viene definita nulla la massa dell'elemento strutturale così come lo smorzamento.

Scendendo più nel dettaglio (Schema 2-2) si può notare che questo tipo di analisi rispetto a quella precedentemente presentata risolve ad ogni step la struttura in un unico passo.



Schema 2-2 Diagramma di flusso algoritmo pseudo-dinamico

Gli spostamenti impressi questa volta vengono registrati in due vettori separati, ognuno dei quali rappresenta la storia di spostamenti di una sola delle due componenti di spostamento. Queste vengono applicate contemporaneamente dal solutore come se fossero due input sismici agenti in due direzioni ortogonali tra loro, ma in questo caso applicati in corrispondenza del nodo in testa.

Come nel caso precedente una volta applicati gli spostamenti il solutore di OpenSees applica uno degli algoritmi di integrazione implementati per risolvere l'elemento strutturale e quindi determinare tutte le componenti di tensione e deformazione. Nel caso in cui con il primo algoritmo impiegato (nel caso in questione Newton-Raphson) non si riesca a ottenere la convergenza con un errore inferiore al valore di tolleranza richiesto viene impiegato un altro algoritmo (nell'ordine, Newton with initial tangent, Newton with line search e Broyden).

Se anche con tutti questi non si raggiunge la convergenza viene ridotto della metà il passo temporale di integrazione e lo spostamento che viene applicato, non essendo definito per quell'istante temporale lo spostamento impresso, viene ottenuto mediante interpolazione lineare con i due spostamenti immediatamente precedenti e successivi.

Per ogni riduzione di time-step si ripetono i tentativi di integrazione con i metodi precedentemente impiegati fino al raggiungimento del numero massimo di riduzioni di time-step.

In questa circostanza non si può fare altro che aumentare la tolleranza e ripetere tutti i passi precedentemente mostrati fino alla convergenza dello step o al raggiungimento della tolleranza limite, raggiunta la quale verrà bloccata l'analisi.

Rispetto all'algoritmo precedentemente illustrato questo ha mostrato una stabilità e una velocità di convergenza molto maggiori, che permettono quindi di poter impiegare modelli molto complessi per la descrizione del comportamento dei materiali.



## Capitolo 3

---

### **3 Dati sperimentali e calibrazione del modello a fibre**

#### **3.1 Prove sperimentali**

Lo studio numerico di un comportamento strutturale per quanto raffinato non può esimersi dal confrontare i risultati con i corrispondenti valori risultanti da sperimentazioni dirette, per convalidare le scelte fondamentali operate, le approssimazioni introdotte e le assunzioni adottate nel corso della modellazione, in modo da poter conferire consistenza al modello così realizzato.

Diventa quindi di cruciale importanza realizzare prove appositamente predisposte per lo studio da sviluppare ovvero riuscire a reperire i risultati di ricerche sperimentali svolte da altri autori su argomenti simili.

Per quanto concerne la tematica sviluppata in questo studio, i dati sperimentali a supporto sono relativamente limitati in quanto il fenomeno

analizzato è stato fin ad oggi poco studiato. Inoltre una parte dei risultati disponibili si riferiscono a prove ormai poco significative in quanto le tecniche realizzative e i materiali impiegati nella pratica costruttiva sono molto cambiati nel corso di questi ultimi anni e di conseguenza l'impiego di sperimentazioni così datate diventa poco interessante per lo studio in questione.

Tra le campagne di prova sperimentali pubblicate quella più adatta alla presente ricerca è risultata essere quella svolta da Qiu et al. (2002).

### **3.1.1 Set-up e descrizione delle prove impiegate**

Le prove presentate nel lavoro citato sono state realizzate con l'obiettivo di studiare il comportamento di pilastri in calcestruzzo armato sottoposti ad azioni orizzontali cicliche secondo due direzioni ortogonali.

E' stata realizzata una serie di colonne in calcestruzzo armato in scala che sono state sottoposte a prove semi-statiche in controllo di spostamento bidirezionale. I provini impiegati sono dei pilastri a sezione quadrata delle dimensioni di 20x20 cm, altezza 90 cm, armati simmetricamente con n°3 barre  $\phi$  12 per lato ancorati in un plinto di fondazione di dimensioni 70x70x30 cm e con 2 staffe  $\phi$ 6 ad interasse 5cm (Figura 3-1).

Gli spostamenti sono impressi alla testa del pilastro ad una distanza di 20 cm dalla sezione finale mediante due martinetti idraulici disposti ortogonalmente. Il carico assiale viene applicato mediante un terzo martinetto che spinge verticalmente ed è vincolato alla fondazione mediante delle barre d'acciaio (Figura 3-2)

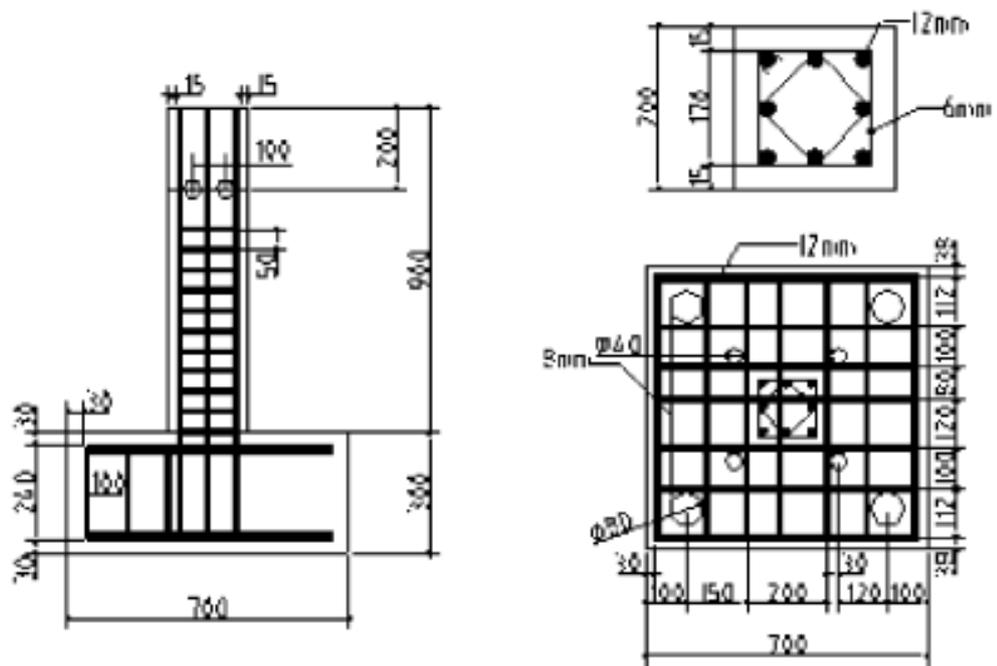


Figura 3-1 Schema delle dimensioni e delle armature dei provini

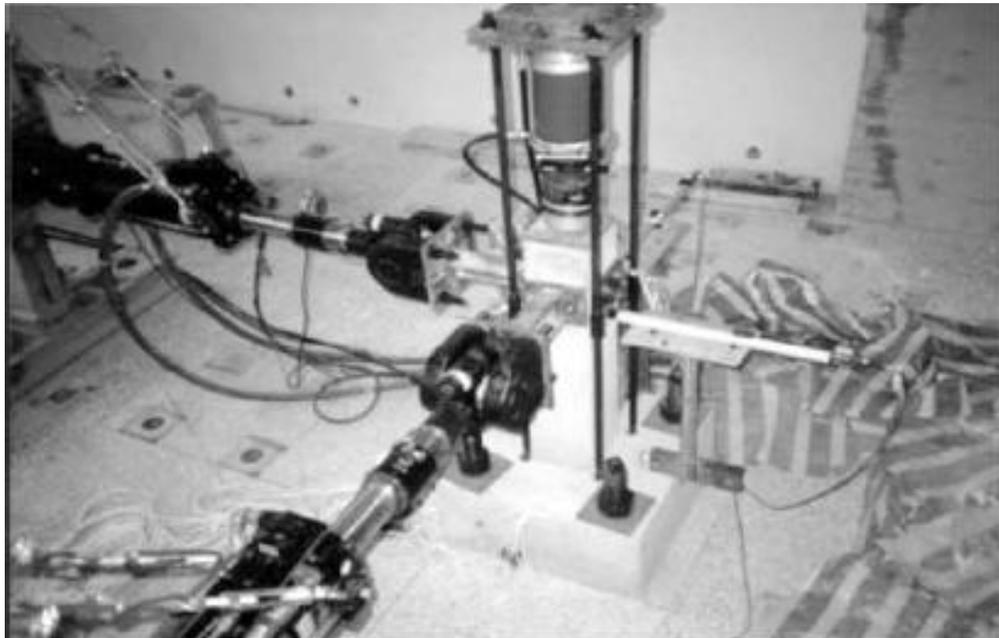


Figura 3-2 Set-up di prova

Gli spostamenti impressi hanno seguito percorsi di forma diversa mantenendo però costanti gli incrementi ad ogni ciclo nelle due direzioni. Inoltre per ogni ampiezza il ciclo viene ripetuto 3 volte in maniera tale da

mettere in evidenza anche i fenomeni di degrado e danneggiamento che non si rileverebbero incrementando lo spostamento ad ogni ciclo.

Tra le prove eseguite e pubblicate è stato possibile reperire i dati solo di alcune di queste ed in particolare delle prove denominate RC1, RC3 ed RC5 che descrivono rispettivamente un percorso lineare, quadrato e ellittico nel piano degli spostamenti  $x,y$  (Figura 3-3).

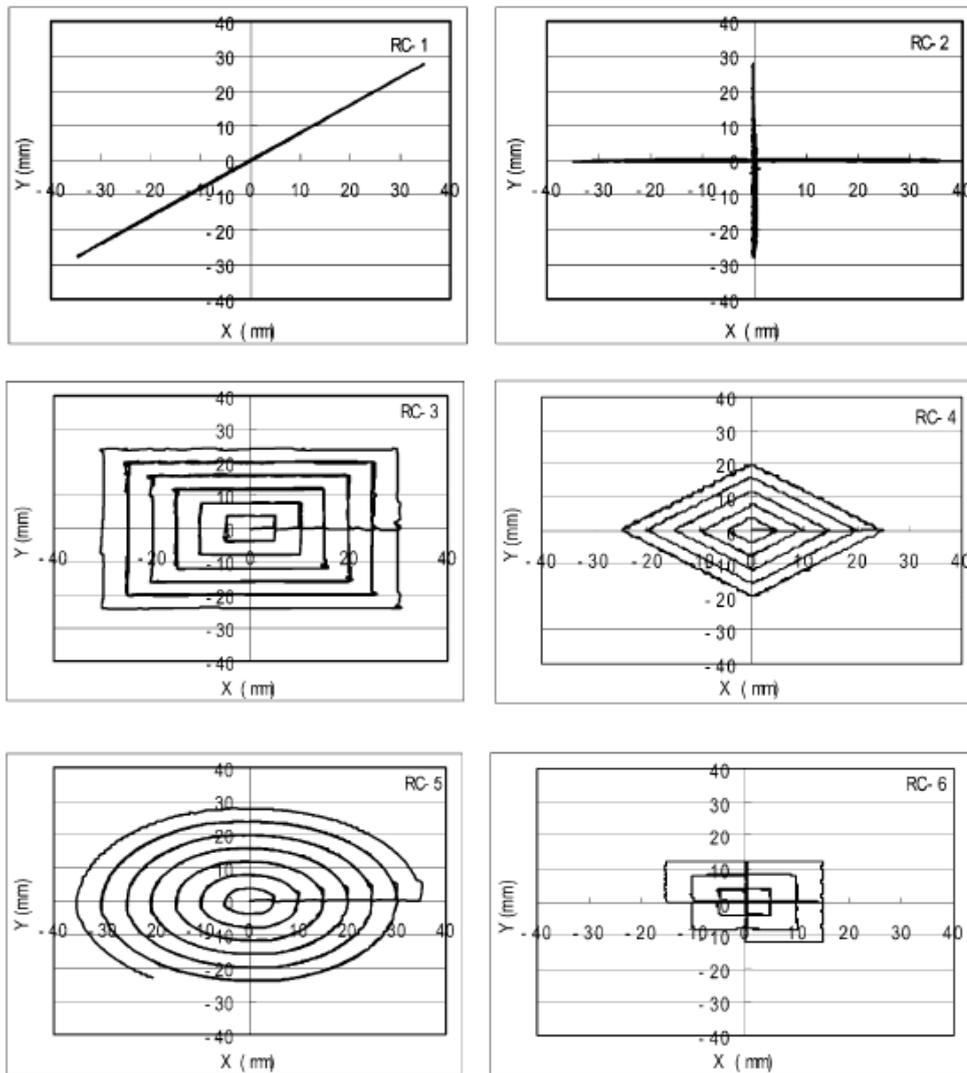


Figura 3-3 Percorsi di spostamento impressi nelle varie prove

Gli spostamenti imposti in queste prove vengono di seguito riassunti nella Tabella 3-1, ricordando che ogni ciclo viene ripetuto per 3 volte.

Prove	Cicli	SPOSTAMENTI (mm)						
		I	II	III	IV	V	VI	VII
RC1	Dx	5	10	15	20	25	30	35
	Dy	4	8	12	16	20	24	28
RC3	Dx	5	10	15	20	25	30	
	Dy	4	8	12	16	20	24	
RC5	Dx	5	10	15	20	25	30	35
	Dy	4	8	12	16	20	24	28

*Tabella 3-1 Storia di spostamenti impressi*

Vale la pena mettere in evidenza che in relazione alle modalità di realizzazione del set-up di prova, in seguito allo spostamento della testa del pilastro la direzione del carico verticale varia ed in particolare genera una componente orizzontale che si somma a quella impressa dai martinetti. Tale componente può essere facilmente calcolata mediante considerazioni di carattere geometrico, pertanto i risultati sperimentali sono stati corretti e depurati da questo contributo aggiuntivo.

### **3.2 Modello per la descrizione dei parametri del calcestruzzo confinato**

Nella modellazione a fibre della sezione dell'elemento strutturale è stata operata una distinzione tra due regioni della sezione di calcestruzzo con

comportamento meccanico molto differente. La zona relativa ai copriferro è più debole sia per la mancanza di confinamento del calcestruzzo con cui è formata che a causa della vicinanza con le cassaforme nella fase di getto che determinano la presenza di una serie di impurità e problematiche che ne limitano molto le capacità meccaniche. La zona interna alla gabbia di armature (detta nucleo) proprio grazie alla presenza di queste beneficia dell'effetto del confinamento che ha un effetto positivo sulle caratteristiche di resistenza e deformazione del calcestruzzo (Figura 3-4).

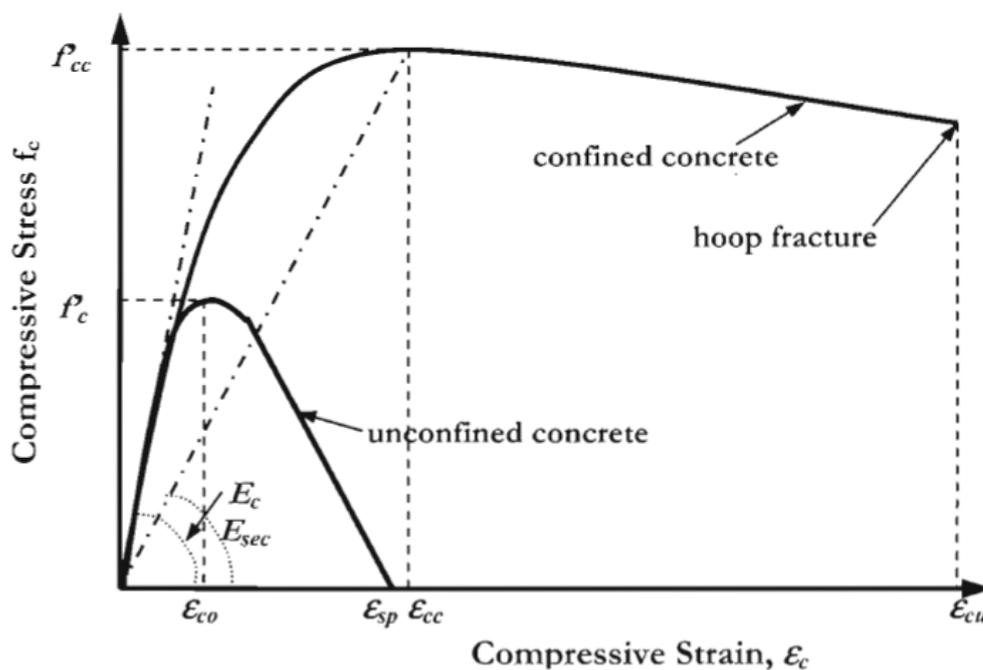


Figura 3-4 Diagramma tensione-deformazione del calcestruzzo confinato e non

Tra i vari modelli esistenti per stimare le proprietà del calcestruzzo confinato uno dei più validi e utilizzati è quello che fa riferimento alla teoria di Mander, Priestley e Park (1988).

Tale teoria si basa sul calcolo dell'effettiva tensione laterale di confinamento. E' necessario parlare di tensione effettiva in quanto in base alla geometria della sezione e alla disposizione delle armature solo una parte di calcestruzzo risulta effettivamente confinata, motivo per cui la massima tensione di confinamento si riduce in base alla quota parte di calcestruzzo

confinata rispetto al totale. Questo fenomeno è dovuto alla presenza di archi di scarico tra una barra di armatura (cui è impedito lo spostamento) e l'altra, nonché tra due staffe adiacenti, riducendo ovviamente l'efficacia del confinamento (Figura 3-5).

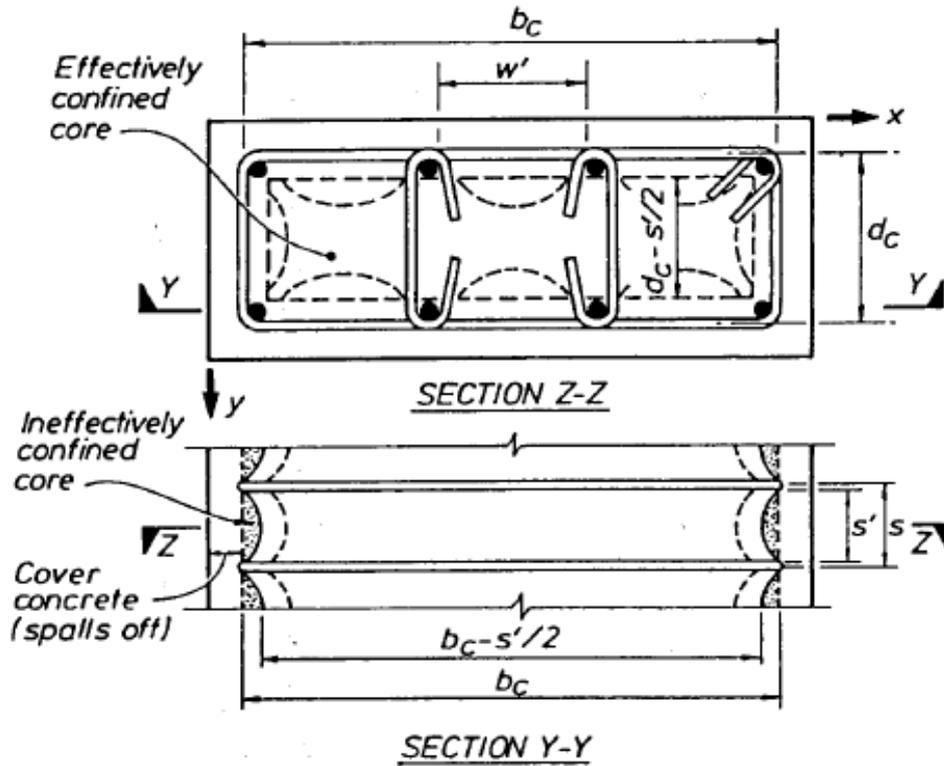


Figura 3-5 Schema delle zone confinate e non in una sezione rettangolare

In linea teorica infatti, se il rinforzo fosse continuo sia nel piano della sezione che in altezza il confinamento sarebbe massimo e la tensione laterale di confinamento andrebbe calcolata con la formula di Mariotte:

$$f_l = \frac{2f_{yst}}{D}$$

La tensione laterale effettiva è data dalla relazione:

$$f_l = 0.5K_e\rho_v f_{yh}$$

Dove  $f_{yh}$  è la tensione di snervamento delle staffe,  $\rho_v$  rappresenta la quantità di rinforzo in relazione alla dimensione del nucleo e  $K_e$  la parte di

calcestruzzo confinata rispetto al totale. Per colonne rettangolari o quadrate  $\rho_v$  è dato da:

$$\rho_v = \rho_x + \rho_y$$

$$\rho_x = \frac{A_{sx}}{s d_c} \quad \rho_y = \frac{A_{sy}}{s b_c}$$

Dove  $s$  è il passo delle staffe e  $b_c$  e  $d_c$  sono le dimensioni del nucleo.

Il termine  $K_e$  tiene in conto il volume di calcestruzzo confinato rispetto al totale ed è funzione del numero di barre di armatura e della loro distanza, nonché del passo delle staffe.

$$k_e = \frac{\left(1 - \sum_{i=1}^n \frac{(w'_i)^2}{6b_c d_c}\right) \left(1 - \frac{s'}{2b_c}\right) \left(1 - \frac{s'}{2d_c}\right)}{(1 - \rho_{cc})}$$

Una volta calcolati questi parametri la relazione che definisce il legame tensione-deformazione per il calcestruzzo confinato vale:

$$f_c = \frac{f'_{cc} x \cdot r}{r - 1 + x^r}$$

Dove  $f'_{cc}$  rappresenta la tensione di picco del calcestruzzo confinato ed  $r$  è il rapporto dei moduli elastici.

$f'_{cc}$  è dato dalla relazione:

$$f'_{cc} = f'_{co} \left( -1.254 + 2.254 \sqrt{1 + \frac{7.94 f'_i}{f'_{co}}} - 2 \frac{f'_i}{f'_{co}} \right)$$

Dove  $f'_{c0}$  è la tensione ultima del calcestruzzo non confinato e  $f'_l$  tensione laterale efficace precedentemente illustrata.

Per quanto riguarda  $r$ , questo vale:

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}}$$

Con  $E_{sec}$  pari al modulo secante del calcestruzzo confinato che può essere calcolato una volta nota la deformazione in corrispondenza del picco, che vale:

$$\varepsilon_{cc} = 0.002 \left( 1 + 5 \left( \frac{f'_{cc}}{f'_c} - 1 \right) \right)$$

### 3.3 Lunghezza della cerniera plastica

Tutti i modelli impiegati, siano essi a plasticità concentrata ovvero a fibre (illustrati in precedenza), richiedono, tra i dati in ingresso, la lunghezza del tratto di cerniera plastica, o comunque della zona nella quale vengono concentrate le inelasticità.

Tra le varie relazioni a disposizione si è scelto di impiegare quella di Priestley, Seible e Calvi (1996), largamente conosciuta ed impiegata sia in ambito accademico che professionale.

La distribuzione di curvatura lungo la colonna viene assunta lineare in accordo con la schematizzazione bilineare del diagramma momento-curvatura per il tratto non interessato dalle deformazioni plastiche, mentre nel tratto di sviluppo della cerniera plastica si considera la curvatura costante e pari al suo valore massimo alla base della colonna.

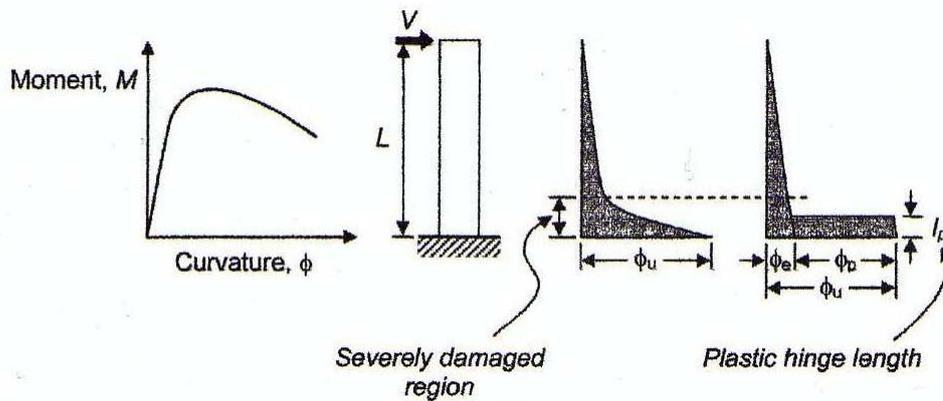


Figura 3-6 Semplificazione progressiva e schematizzazione del modello

La lunghezza complessiva della cerniera plastica ( $L_p$ ) ottenuta con il presente modello deriva dalla somma di due contributi; uno di questi è relativo alla concentrazione delle curvature alla base, l'altro è dovuto alla presenza delle barre di armatura del pilastro che si ancorano in fondazione e tale contributo è detto "strain penetration length" ( $L_{sp}$ ).

Più in dettaglio in Figura 3-7 si può notare la schematizzazione dell'andamento delle curvature rispetto all'andamento reale e i due contributi della  $L_p$ .

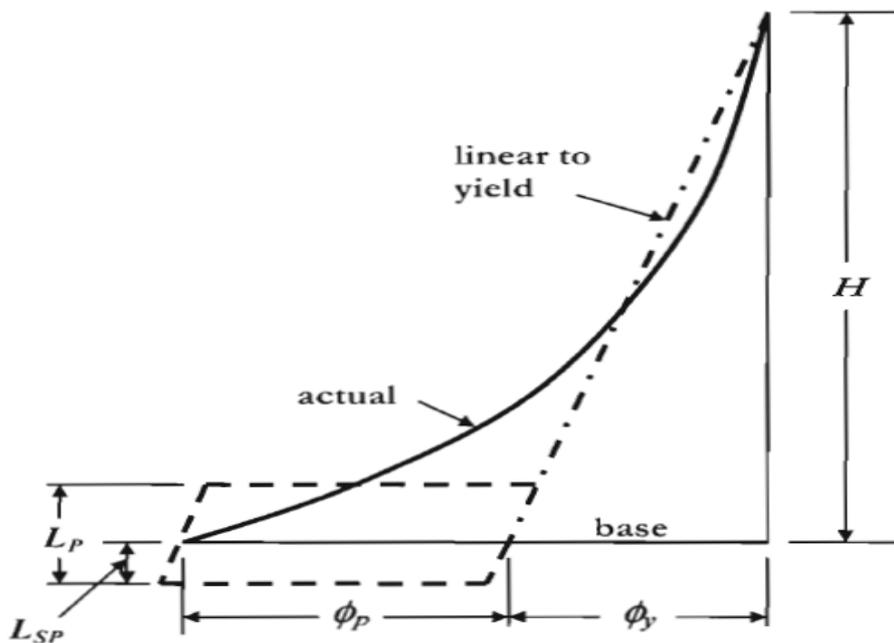


Figura 3-7 Approssimazione sulle curvature

Scendendo nel dettaglio delle relazioni che definiscono tali grandezze, la  $L_p$  è data da:

$$L_p = kL_c + L_{SP} \geq 2L_{SP}$$

ove  $L_c$  rappresenta la distanza dal punto di inversione del segno del diagramma del momento flettente e  $k$  risulta pari a:

$$k = 0.2 \left( \frac{f_u}{f_y} - 1 \right) \leq 0.08$$

La strain penetration length viene definita:

$$L_{SP} = 0.022 f_{ye} d_{bl} \quad (f_{ye} \text{ in MPa});$$

Funzione del diametro  $d_{bl}$  e della tensione di snervamento  $f_{ye}$  delle barre longitudinali.

### 3.4 Modello a plasticità diffusa: OPENSEES

#### 3.4.1 Presentazione del software

The Open System for Earthquake Engineering Simulation, più conosciuto con l'acronimo OpenSees, è un software per la simulazione del comportamento strutturale non lineare e geotecnico di elementi sottoposti ad azione sismica. Il software è stato sviluppato originariamente per essere impiegato come strumento computazionale per ricerche di “performance-based earthquake engineering” presso il Pacific Earthquake Engineering Research Center (PEER) e dal 2004 viene utilizzato anche dal Network for

Earthquake Engineering Simulation (NEES), i quali sono due tra i più importanti centri di ricerca sui terremoti a livello mondiale.

Il grande successo di questo software deriva da alcuni aspetti quali la grande quantità di modelli, sia di analisi che sui materiali, già implementati, la sua distribuzione di tipo “open-source” e la possibilità di modificare a proprio piacimento il codice di calcolo.

Il primo aspetto è di fondamentale importanza in quanto grazie alla vasta libreria di modelli già disponibili è possibile eseguire simulazioni estremamente precise, eliminando quindi gran parte delle approssimazioni che si trovano nei software commerciali, che quindi risultano meno validi nel campo della mera ricerca. E' possibile quindi modellare il comportamento di un elemento realizzato con un certo materiale introducendo gradi di complessità sempre maggiori. Allo stesso modo il modello matematico applicato alla schematizzazione dell'elemento stesso, può essere variato nella sua complessità, valutandone il comportamento anche qui con l'obiettivo di raggiungere la massima precisione possibile, compatibilmente con i tempi e le intrinseche condizioni numeriche.

La distribuzione “*open-source*” del software, quindi a licenza gratuita, insieme alla possibilità di modificarne il codice, ne ha permesso una rapida diffusione. Il sito di riferimento fornisce tutte le informazioni necessarie sull'architettura del programma, l'accesso al codice sorgente e lo sviluppo dello stesso, in modo da permettere a tutti gli utenti qualificati, che siano studenti, ricercatori o docenti, di poter modificare e finalizzare a scopi specifici il codice, migliorando il lavoro precedentemente sviluppato da altri. Questo ovviamente permette di avere un programma in continua evoluzione e sempre al passo con le nuove teorie formulate.

### **3.5 Modellazione e basi teoriche**

#### **3.5.1 Materiali**

Per la realizzazione del modello oggetto dello studio sono stati utilizzati una serie di materiali scelti tra quelli presenti nella libreria di OpenSees. Ognuno di questi deriva dall'implementazione di una specifica teoria che, in relazione al suo grado di complessità, è in grado di simulare meglio di altri un certo aspetto del comportamento del materiale in questione. Ovviamente all'aumentare della complessità e della precisione attesa dal modello che descrive il comportamento del materiale, cresce il numero di parametri necessari a definirlo compiutamente. Questo aspetto è particolarmente importante in quanto va accuratamente considerato in riferimento al comportamento che si intende simulare di un elemento strutturale. Solo nella misura in cui le proprietà dei materiali siano adeguatamente conosciute l'utilizzo di teorie particolarmente sofisticate è indicato; viceversa ove non tutti i parametri costitutivi siano noti con un buon grado di approssimazione il rischio di ottenere risultati che si discostano molto dalla realtà non compensa le maggiori informazioni che se ne potrebbero trarre.

Posto che il modello di studio può solo tentare di cogliere una visione riduttiva del reale comportamento del materiale studiato e ogni teoria tende a cogliere meglio alcuni specifici aspetti del problema piuttosto di altri, risulta determinante la scelta del modello da impiegare nei confronti del comportamento più interessante ai fini dello studio.

### 3.5.1.1 Calcestruzzo

Tra i vari modelli presenti in OpenSees per la modellazione del calcestruzzo sono stati individuati ed impiegati nelle varie analisi e confronti i seguenti materiali:

1. Concrete01 Material -- Zero Tensile Strength;
2. Concrete04 Material -- Popovics Concrete Material;
3. Concrete07 – Chang & Mander's 1994 Concrete Model;
4. ConfinedConcrete01 Material;
5. Concrete06 Material;

Il primo di questi è stato impiegato nella fase iniziale della modellazione per rappresentare il comportamento del calcestruzzo non confinato. Questo fa riferimento al modello di Kent, Scott e Park di calcestruzzo con degrado lineare della rigidità nei rami di scarico e ricarico in accordo con i lavori di Karsan e Jirsa,(1969) e senza tenere in conto della resistenza a trazione (Figura 3-8).

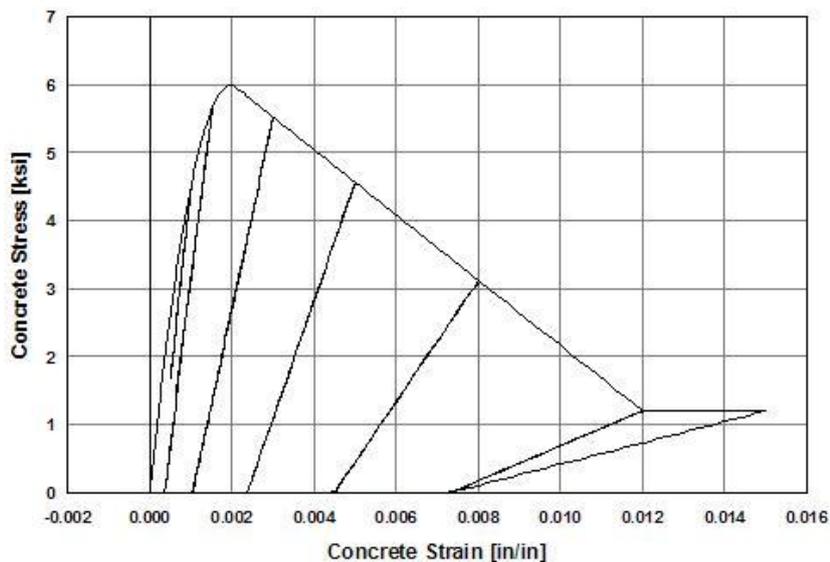


Figura 3-8 Grafico tensione-deformazione relativo al modello Concrete 01

Il modello in questione, che per la sua semplicità richiede solo quattro parametri (tensione e deformazione di picco e tensione e deformazione ultime) è stato tuttavia accantonato nelle successive modellazioni in quanto non è in grado di rappresentare i cicli di isteresi che si osservano sperimentalmente ad ogni scarico/ricarico e che sono fondamentali per rappresentare il degrado di resistenza e rigidità, tipico delle prove cicliche.

Il secondo modello impiegato (Concrete04) fa riferimento al modello di calcestruzzo proposto da Popovics (1973). Questo per certi aspetti è simile al modello precedentemente descritto in quanto anche per questo non si hanno cicli isteretici nei rami di scarico/ricarico, tuttavia non viene trascurata la resistenza a trazione del calcestruzzo (Figura 3-9).

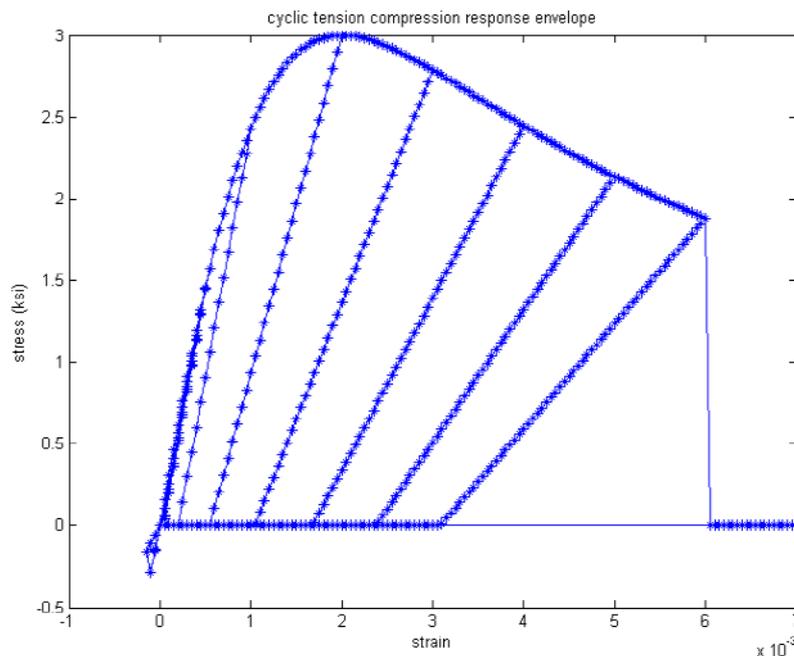


Figura 3-9 Grafico tensione-deformazione relativo al modello Concrete 04

Il numero di parametri richiesti per il modello in questione è maggiore rispetto al caso precedente ed in particolare è possibile modificare l'andamento e quindi la forma del ramo di softening e il punto in corrispondenza del quale lo si interrompe. Tale modello è stato impiegato nelle prime fasi dell'analisi per modellare il calcestruzzo del nucleo

confinato le cui caratteristiche sono state calcolate con la teoria di Mander, Priestley e Park (1988).

Il terzo modello proposto (Concrete07) è un'implementazione di quello proposto da Chang e Mander (1994) con curve di scarico/ricarico semplificate (Figura 3-10). Questo modello è in grado di esprimere il comportamento del calcestruzzo sia confinato che non, semplicemente modificando il valore di resistenza e deformazione di picco in quanto la forma della curva di involucro resta la stessa. La regola isteretica utilizzata per descrivere il comportamento ciclico del materiale segue le indicazioni degli autori che si sono basati sull'analisi di regressione statistica di un considerevole numero di prove cicliche realizzate in quegli anni.

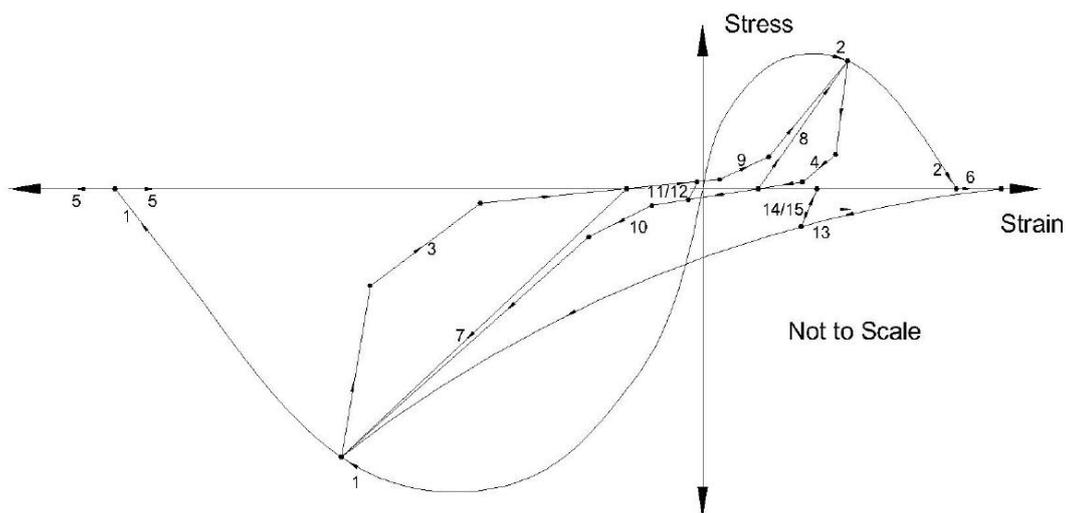


Figura 3-10 Grafico tensione-deformazione relativo al modello Concrete 07

Questa regola è già implementata nel codice di calcolo e non è possibile intervenire su di essa in quanto non vengono richiesti all'utente parametri che permettano di modificarla. Tuttavia il numero di parametri necessari per il corretto funzionamento del modello non sono pochi, e soprattutto di difficile determinazione in assenza di prove sperimentali ben documentate. Proprio quest'ultimo aspetto ha indotto ad abbandonare l'impiego di questo

tipo di modello, preferendone uno leggermente più semplice, ma più adatto ai limiti di questo studio.

Il quarto modello proposto (Confined concrete 01) si basa sulla teoria di Braga, Gigliotti e Laterza (2006) che è in grado di rappresentare direttamente il comportamento del calcestruzzo confinato (Figura 3-11). Anche in questo caso la resistenza a trazione viene trascurata e il percorso di scarico/ricarico non è in grado di generare cicli di isteresi, ma grazie alla vasta libreria di schemi di confinamento è possibile scegliere caso per caso quello più simile alla configurazione da simulare (Figura 3-12). In aggiunta è possibile simulare anche il confinamento dovuto ai rinforzi esterni in FRP.

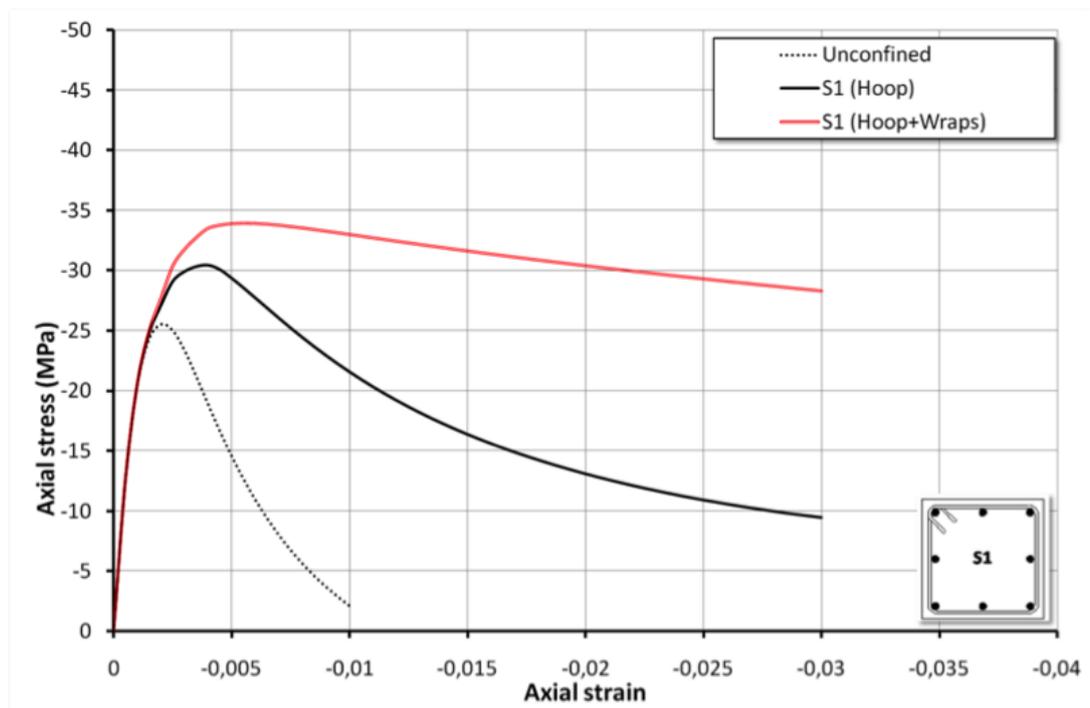


Figura 3-11 Grafico tensione-deformazione relativo al modello *Confined Concrete01*

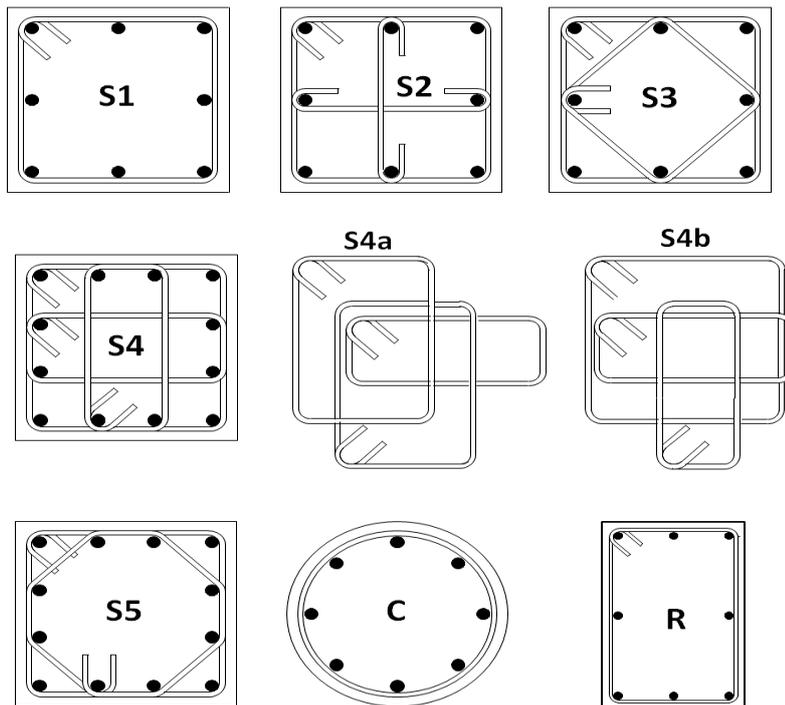


Figura 3-12 Modelli di staffatura per confinamento

Grazie all'elevato numero di possibili tipi di staffatura questo modello è in grado di simulare al meglio il fenomeno del confinamento su tutta la lunghezza dell'elemento. Tuttavia pur risultando estremamente valido per analisi statiche o push-over, la sua incapacità di descrivere in modo corretto il comportamento ciclico ne compromette l'utilità nel caso di analisi dinamiche o semplicemente cicliche.

Il quinto modello proposto (Concrete 06) è stato sviluppato sulla base dei primi modelli trattati, in modo da essere abbastanza semplice, modificandone però il comportamento in condizione di scarico/ricarico in maniera tale da permettere la formazione di un piccolo ciclo isteretico che permette al modello di guadagnarne in precisione, necessaria nei comportamenti ciclici ed in più considera anche la resistenza a trazione.

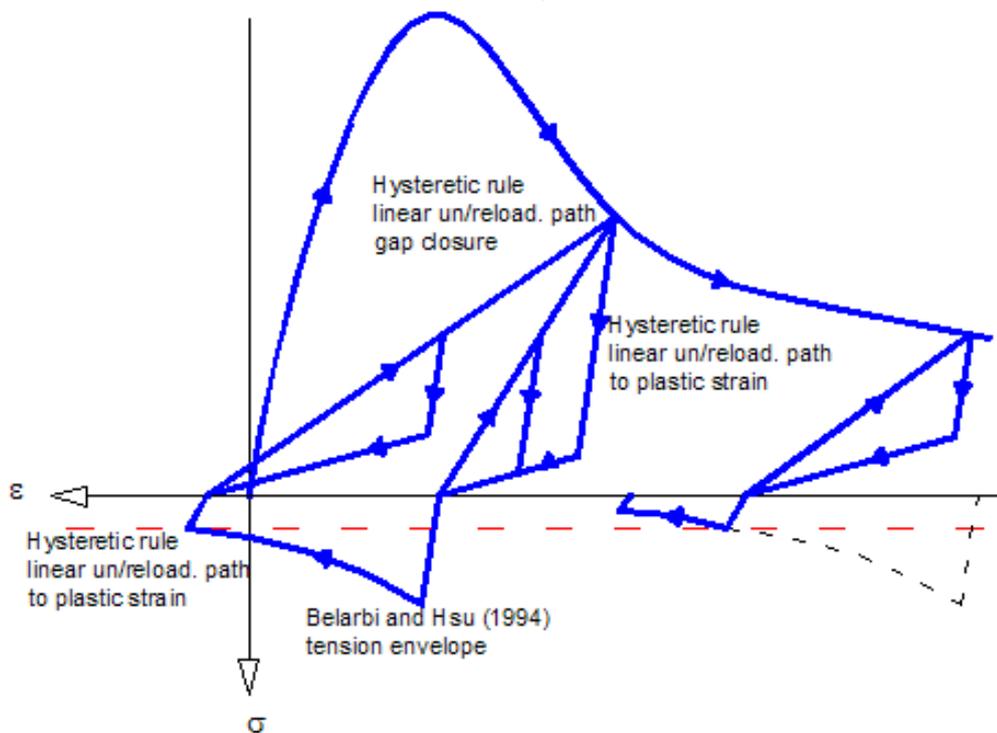


Figura 3-13 Grafico tensione-deformazione relativo al modello Concrete 06

I parametri necessari a definire il modello sono complessivamente nove, di cui cinque definiscono la forma del ramo di softening e del comportamento isteretico. Questo aspetto potrebbe costituire un problema in assenza di prove specifiche, tuttavia i parametri di correlazione raccomandati dal manuale di OpenSees permettono di ottenere ottimi risultati.

In conclusione, tra i modelli di calcestruzzo esaminati, l'ultimo si è rivelato quello in grado di permettere di ottenere le simulazioni più accurate e verrà impiegato in tutte le simulazioni che verranno eseguite nel seguito con il software OpenSees.

### 3.5.1.1.1 Confronto tra i vari modelli di calcestruzzo.

Vengono di seguito mostrate le differenze riscontrate nelle simulazioni al variare del modello di calcestruzzo impiegato. Per il momento il confronto anche con i dati sperimentali servirà solo per rendere più evidente quale tra i modelli presentati in precedenza segue meglio l'andamento delle prove sperimentali, in quanto il modello base non è stato arricchito con tutti gli accorgimenti che verranno discussi in seguito, in modo da rendere più evidenti le differenze legate al modello del calcestruzzo scelto. Vengono presi in considerazione solo i due casi più rilevanti, cioè quelli riferiti all'impiego del modello Concrete 06 e la coppia Concrete 01, per simulare il comportamento del calcestruzzo non confinato, e Concrete 04, per simulare il comportamento del calcestruzzo confinato.

Nella Figura 3-14 viene mostrato il confronto tra il comportamento dell'elemento modellato con il calcestruzzo Concrete 01 e 04 (linea rossa) e i dati sperimentali della prova ciclica (linea blu).

Ad una prima immediata osservazione che può farsi, in una direzione il carico ultimo sembrerebbe essere stimato correttamente mentre nell'altra sovrastimato.

In realtà questo fenomeno è solo apparente in quanto i risultati della prova sperimentale non sono simmetrici, pur essendo la colonna esaminata a sezione quadrata e armata simmetricamente. Questo fenomeno può addebitarsi ad asimmetrie realizzative, probabilmente verificatesi per lo spostamento di una o più barre di armatura nel corso del getto del calcestruzzo nella cassaforma, e a causa delle esigue dimensioni del pilastro, questa piccola imperfezione ha amplificato i suoi effetti.

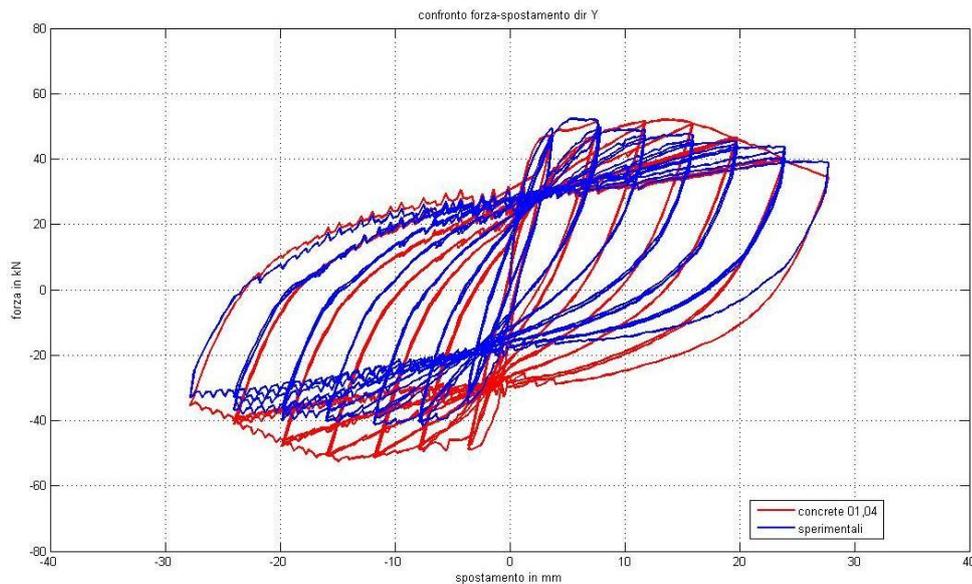


Figura 3-14 Confronto tra dati sperimentali e modello concrete 01,04

Si può notare una buona adesione tra il modello e i dati sperimentali anche se in realtà il carico massimo (che corrisponde al taglio alla base della colonna) dovrebbe solo scendere, cosa che in questo caso non avviene in quanto si presenta un picco in corrispondenza del quarto step di spostamenti.

Con il modello Concrete 06 invece si ottiene un comportamento differente come mostrato in Figura 3-15. Si può notare che, pur ottenendo un carico di picco maggiore rispetto a quello sperimentale (più avanti verrà mostrato come l'introduzione di altri parametri modifichi positivamente questo effetto), l'andamento dei picchi ottenuto segue più fedelmente quello reale in quanto ad ogni ciclo c'è una riduzione di carico ultimo. Ciò è dovuto al danneggiamento sempre maggiore dell'elemento all'aumentare dell'intensità degli spostamenti impressi, con una conseguente diminuzione della rigidezza e quindi del taglio alla base.

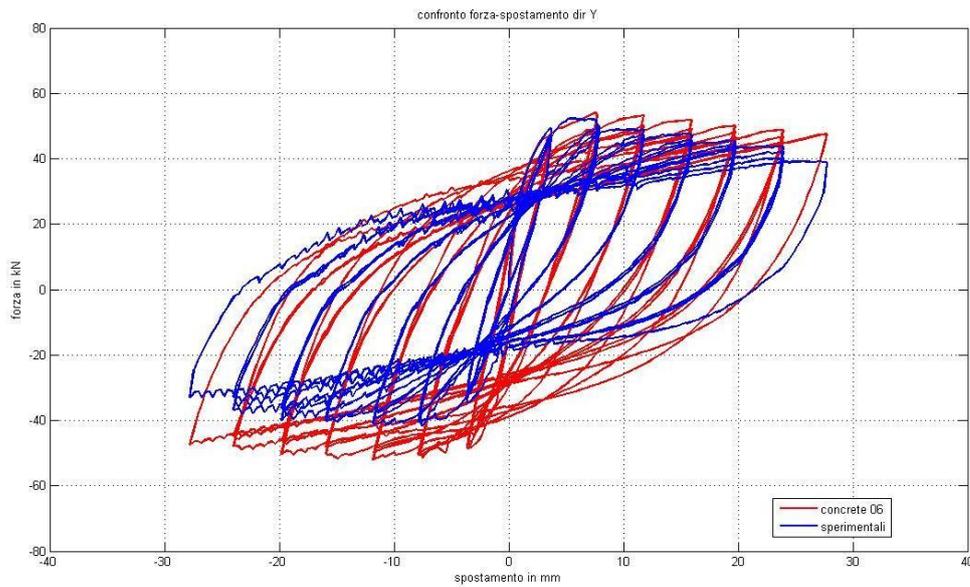


Figura 3-15 Confronto tra dati sperimentali e modello concrete 06

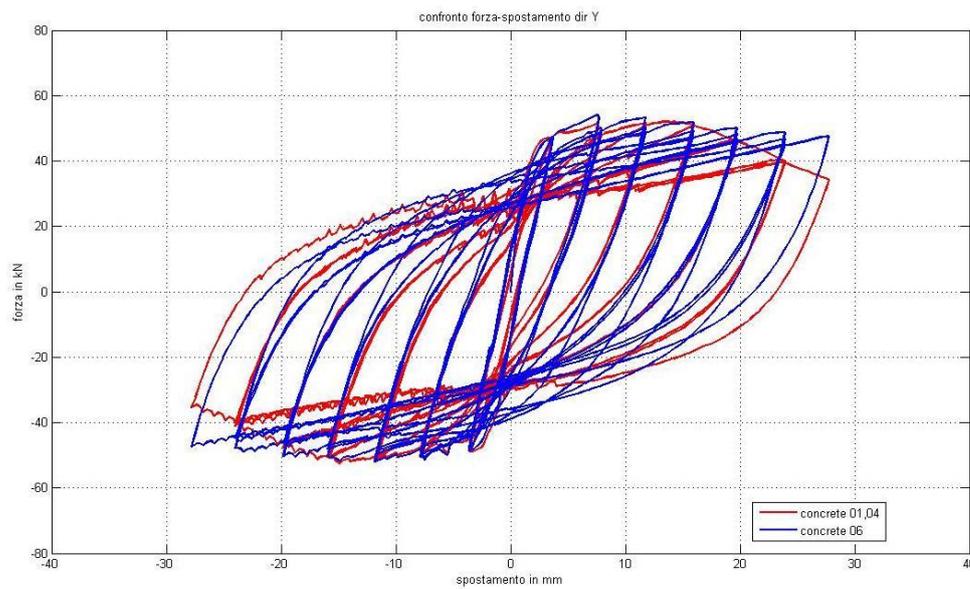


Figura 3-16 Confronto tra i risultati dei due modelli

Risulta ancora più evidente la differenza tra i due modelli nella Figura 3-16

Qui si nota distintamente il diverso comportamento dei modelli in cui in un caso si ha una crescita e poi una riduzione del carico massimo ad ogni ciclo (curva rossa per il modello Concrete 01,04) mentre nell'altro si riscontra la



ampiezza costante (Figura 3-18). Questo fenomeno permette di simulare in maniera molto accurata il fenomeno di danneggiamento e degrado dovuto al caricamento ciclico, in quanto si può notare che la diminuzione del carico massimo per ogni ciclo è molto simile a quella riscontrata nella prova sperimentale.

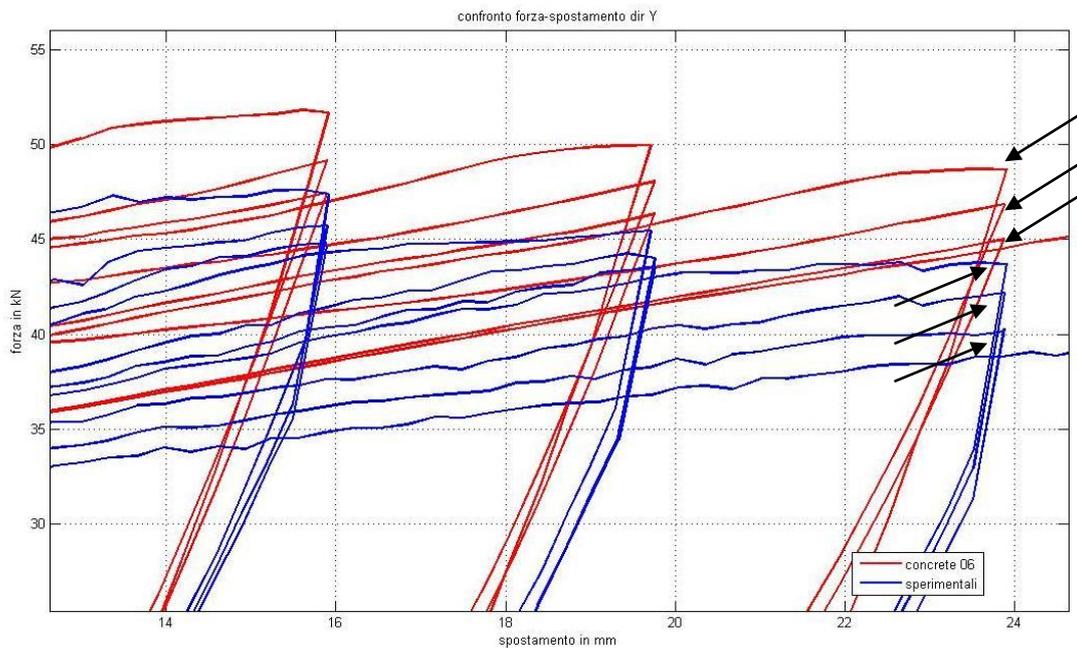


Figura 3-18 Dettaglio dei picchi per il Concrete 06

### 3.5.1.2 Acciaio

Anche per quanto riguarda la modellazione delle barre d'armatura OpenSees propone una serie di modelli che differiscono tra di loro in complessità e nel tipo di comportamento che sono in grado di descrivere compiutamente. In realtà, poiché l'acciaio ha un comportamento molto più stabile e facilmente modellabile rispetto al calcestruzzo, la principale differenza tra i vari modelli proposti si basa fondamentalmente sul livello di complessità e quindi sul numero di parametri necessari.

Nel seguito verranno presentati questi 3 modelli:

1. Steel 01 Material;
2. Steel 02 Material--Giuffr -Menegotto-Pinto
3. Reinforcing Steel Material;

Il primo modello (Figura 3-19)   ovviamente quello pi  semplice e necessita di soli 3 parametri, tensione di snervamento, modulo elastico e strain-hardening ratio, per poter funzionare. Pur non essendo mai stato preso in considerazione ed impiegato nelle simulazioni di questo studio a causa della sua scarsa capacit  di simulare fenomeni di danneggiamento e degrado (molto importanti nei comportamenti ciclici) viene riportato per mettere in risalto le differenze con altri modelli pi  raffinati.

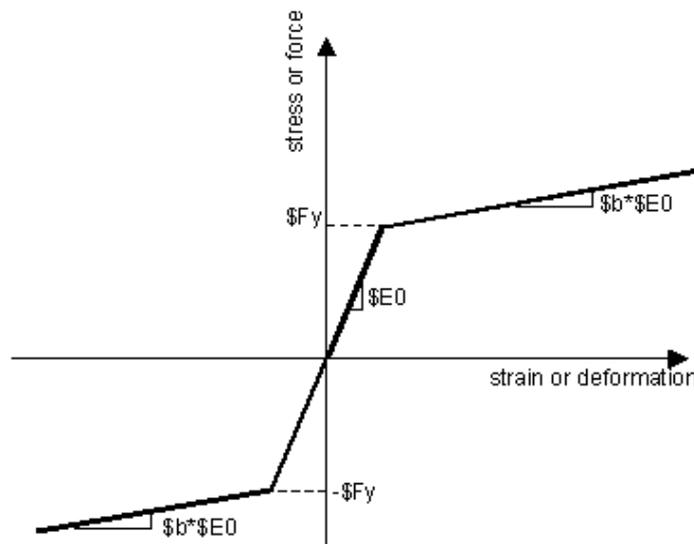


Figura 3-19 Grafico tensione-deformazione relativo al modello Steel 01

Il comportamento bilineare perfettamente elastico con incrudimento cinematico del modello crea cicli di isteresi tutti di ugual forma e quindi non permette di simulare danneggiamento, instabilit  o fatica delle barre di armatura mostrando un comportamento molto regolare nelle analisi cicliche.

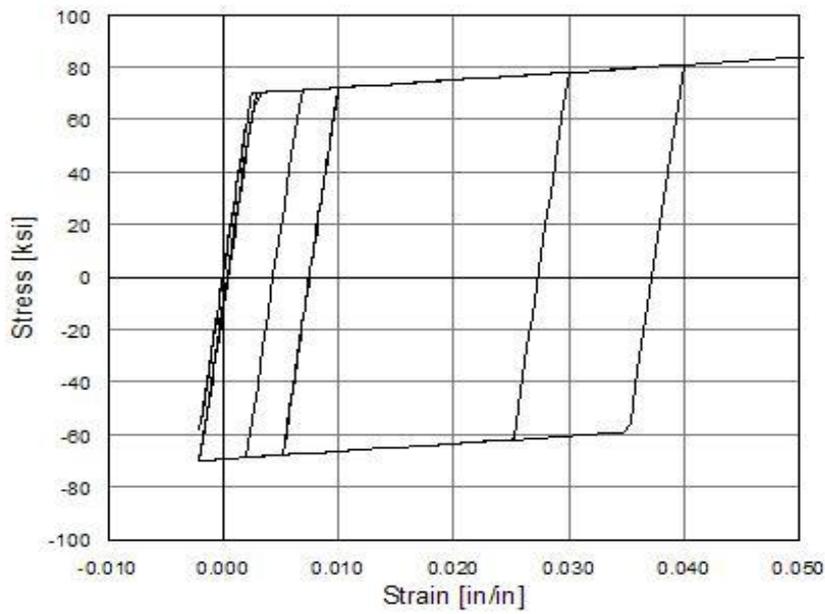


Figura 3-20 Comportamento ciclico del modello Steel 01

Il secondo modello proposto (Steel 02) deriva da quello di Giuffré, Menegotto e Pinto. Questo è abbastanza simile allo Steel 01 in maniera tale da possedere i requisiti di semplicità richiesti, ma se ne differenzia per quanto concerne il comportamento ciclico.

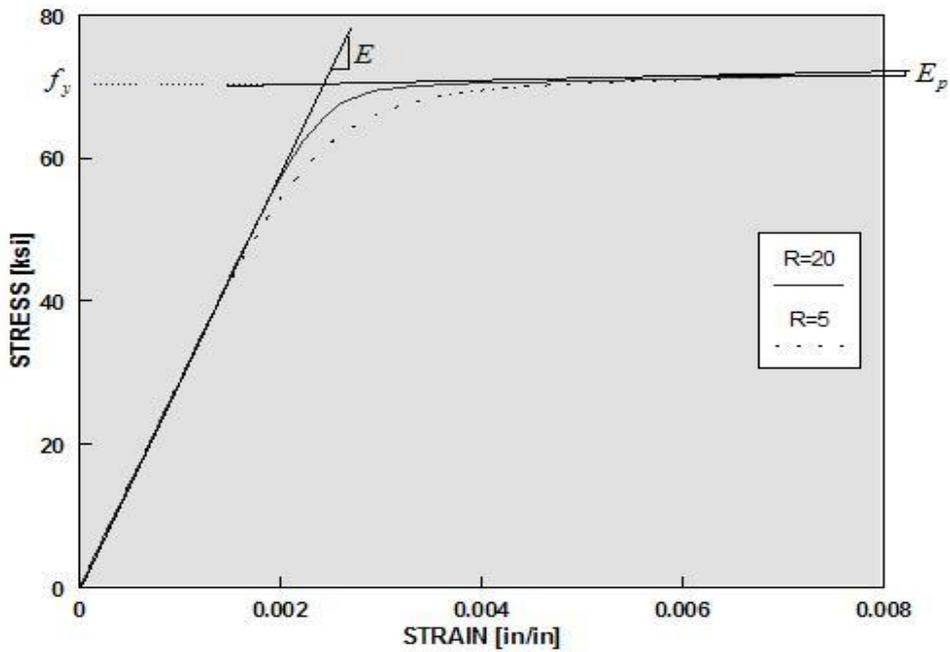


Figura 3-21 Grafico tensione-deformazione relativo al modello Steel 02

In questo caso (Figura 3-21) si può notare come scompaia il “ginocchio” tra il ramo elastico e quello plastico e lo si sostituisca con un raccordo la cui ampiezza dipende da un parametro modificabile dall’utente. Per quanto riguarda il comportamento ciclico (Figura 3-22), questo è molto migliore rispetto al modello presentato in precedenza.

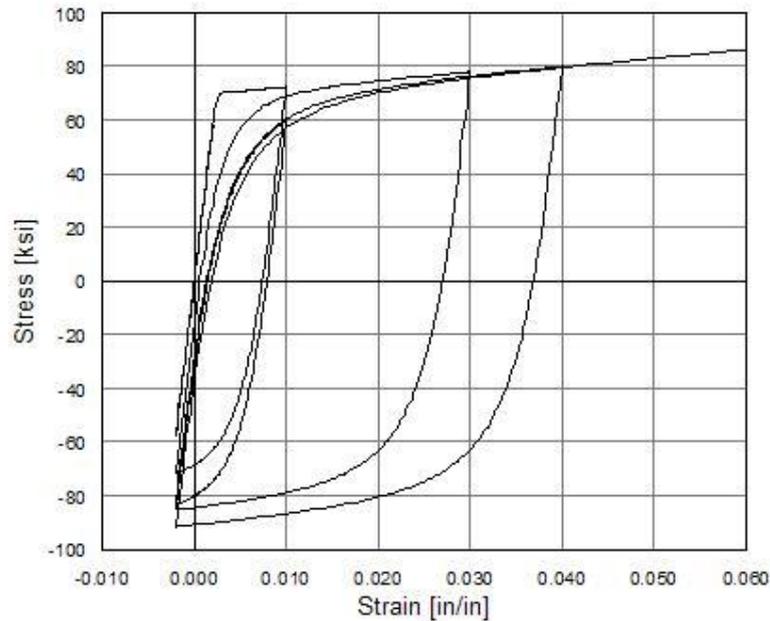


Figura 3-22 Comportamento ciclico del modello Steel 02

Si può notare infatti una riduzione della rigidità e un differente percorso di ricarica nei vari cicli. Questi due aspetti permettono quindi al modello di cogliere in parte il comportamento degradante che si verifica nei casi reali. Tale modello, alla luce dei buoni risultati che è in grado di ottenere pur nella semplicità dei dati richiesti, è stato largamente impiegato nella prima fase di analisi, in cui proprio la semplicità era un requisito fondamentale.

Il terzo modello citato (Reinforcing Steel Material) è quello che meglio interpreta il comportamento delle barre d’armatura soggette a carichi ciclici. La curva di caricamento monotono del modello viene mostrata in Figura 3-23.

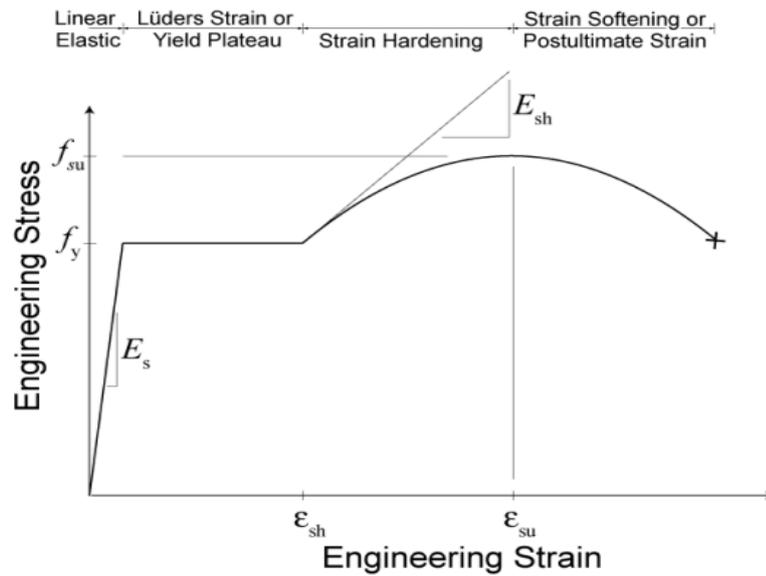


Figura 3-23 Grafico tensione-deformazione relativo al modello Reinforcing Steel

Anche in questo caso il modello sembra essere estremamente semplice e regolare ma, a differenza degli altri, è possibile inserire una serie di parametri opzionali che permettono di simulare la riduzione di rigidezza nei caricamenti ciclici dovuta all'instabilizzazione delle barre e al fenomeno della fatica (Figura 3-24).

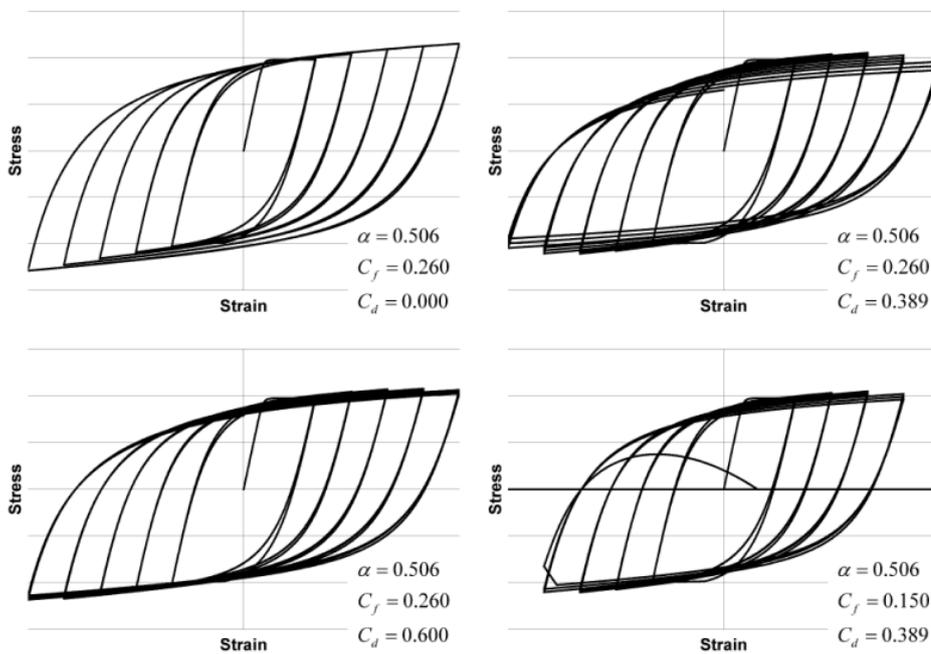


Figura 3-24 Differenti comportamenti ciclici al variare dei parametri di degrado

Il modello appena presentato risulta quindi essere il più completo, motivo per il quale è stato impiegato in tutte le simulazioni mostrate successivamente.

### 3.5.1.2.1 Confronto tra i vari modelli di acciaio

Di seguito viene mostrato un confronto tra i risultati che si ottengono con i due modelli di acciaio e tra i due modelli e i dati sperimentali. Anche in questo caso, come è stato già fatto per il calcestruzzo i confronti verranno eseguiti senza introdurre tutti i dettagli e gli accorgimenti che invece vengono introdotti per la modellazione effettiva in quanto in questa fase l'obiettivo principale è quello di mostrare le differenze tra le due tipologie di materiale.

Facendo riferimento al primo dei due, ovvero lo steel 02 si osserva, come mostrato in Figura 3-25, che pur cogliendo con una certa approssimazione la

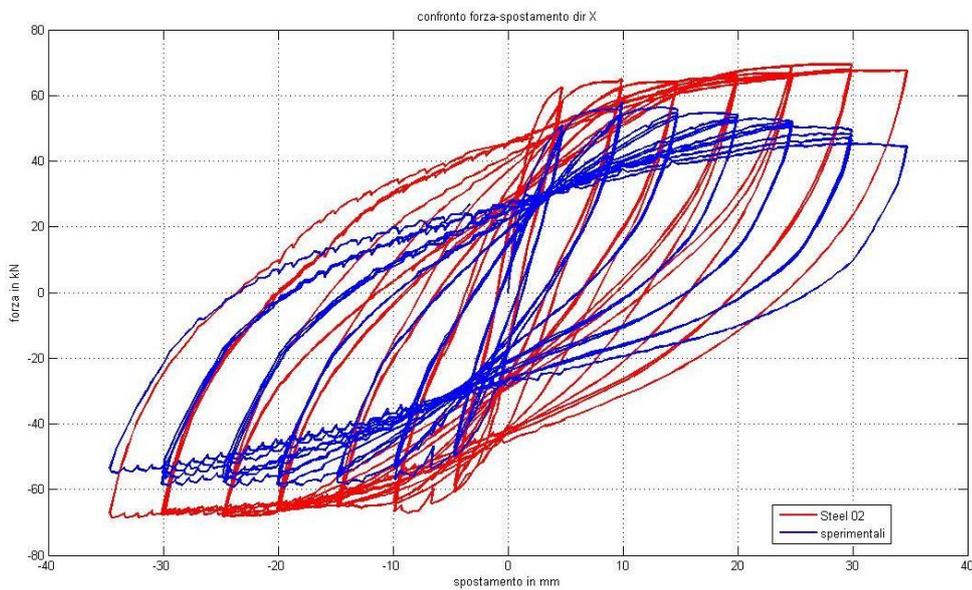


Figura 3-25 Confronto tra dati sperimentali e modello steel 02

riduzione di rigidità, non riusciamo a cogliere quella di resistenza in quanto, come può notarsi nel grafico, all'aumentare dello spostamento impresso il carico massimo tende comunque a crescere. Tale fenomeno ovviamente è un errore ed un limite del modello (curva rossa) facilmente prevedibile a priori, e di cui abbiamo conferma anche dai dati sperimentali (curva blu).

Per quanto riguarda il Reinforcing Steel, i risultati sono stati nettamente migliori (Figura 3-26).

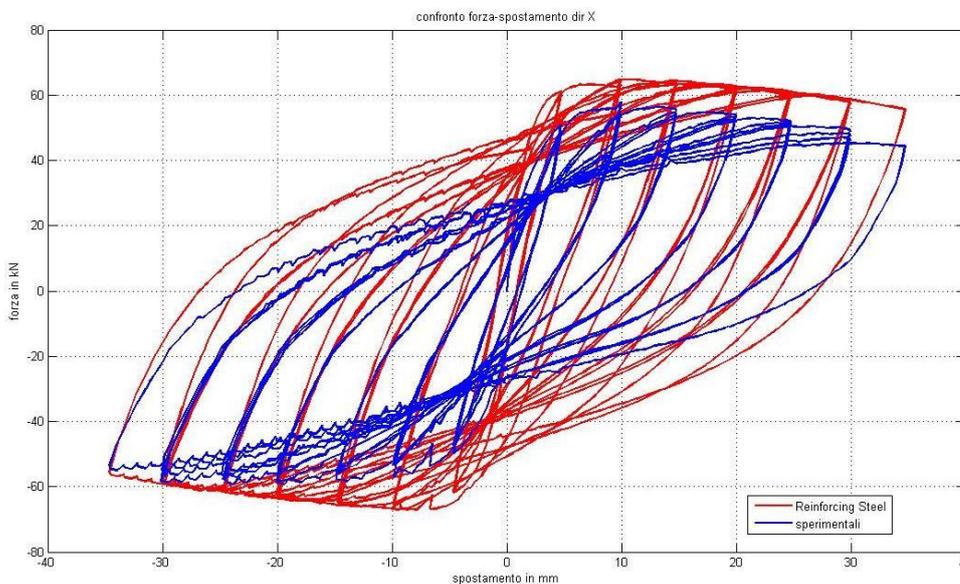


Figura 3-26 Confronto tra dati sperimentali e modello reinforcing steel

Si può notare come la curva del modello (curva rossa) segua perfettamente l'andamento di quella sperimentale (curva blu). In questo caso infatti, come anticipato, i fenomeni di degrado vengono colti in maniera molto più precisa dal modello in questione, al punto da ottenere un andamento praticamente parallelo tra la curva sperimentale e quella simulata.

Per concludere viene riportato un confronto tra i risultati ottenuti con i due modelli implementati (Figura 3-27). Da questo confronto è possibile notare ancor più chiaramente il differente comportamento precedentemente illustrato nonché l'unico fenomeno che il modello steel 02 è in grado di

cogliere meglio rispetto al Reinforcing Steel, ovvero il pinching, che nel secondo caso viene sottostimato.

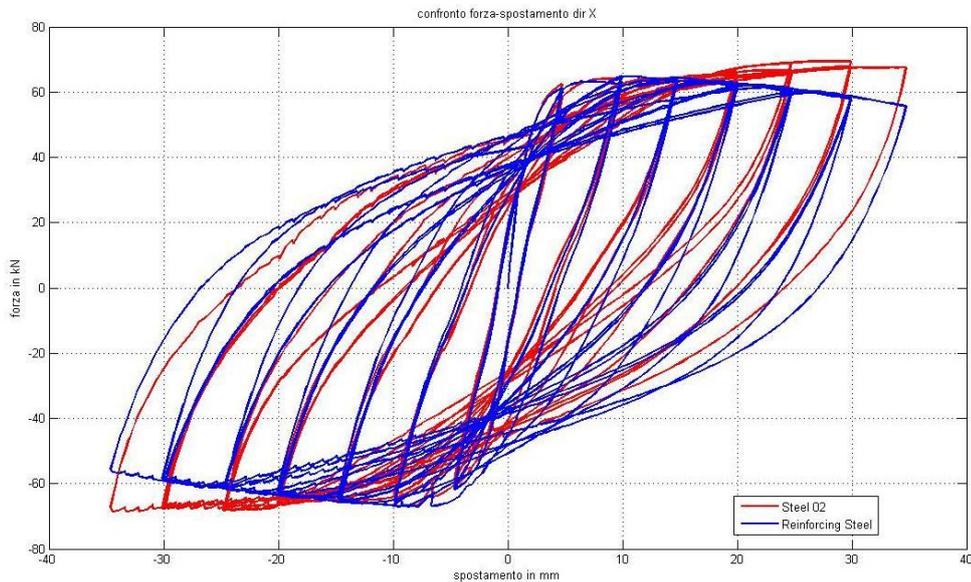


Figura 3-27 Confronto tra il modello steel 02 e il modello reinforced steel

### 3.6 Calibrazione modello a fibre

Sulla base dei dati sperimentali precedentemente mostrati sono stati calibrati i modelli numerici impiegati nelle simulazioni eseguite. In questo caso il processo di calibrazione non è stato necessario per la scelta dei parametri più opportuni a ricalcare il comportamento sperimentale, ma per selezionare fra i modelli di comportamento presenti nella libreria di OpenSees quello in grado di cogliere, con la precisione richiesta, il comportamento reale dell'elemento.

Precedentemente sono già stati commentati in dettaglio i modelli ritenuti poco validi, quelli impiegati e le motivazioni che hanno portato a utilizzarli nel modello finale. A questo punto, operate le scelte di modellazione più importanti quali il tipo di elemento finito da impiegare, il tipo di modello di

materiale e di analisi non ci resta che calibrare i parametri meno legati a schemi fissati.

In Figura 3-28 e Figura 3-29 viene mostrato un confronto tra i dati sperimentali (curva in blu) ottenuti nella prova RC1 e il modello (curva in rosso), nelle due direzioni in cui sono stati impressi gli spostamenti.

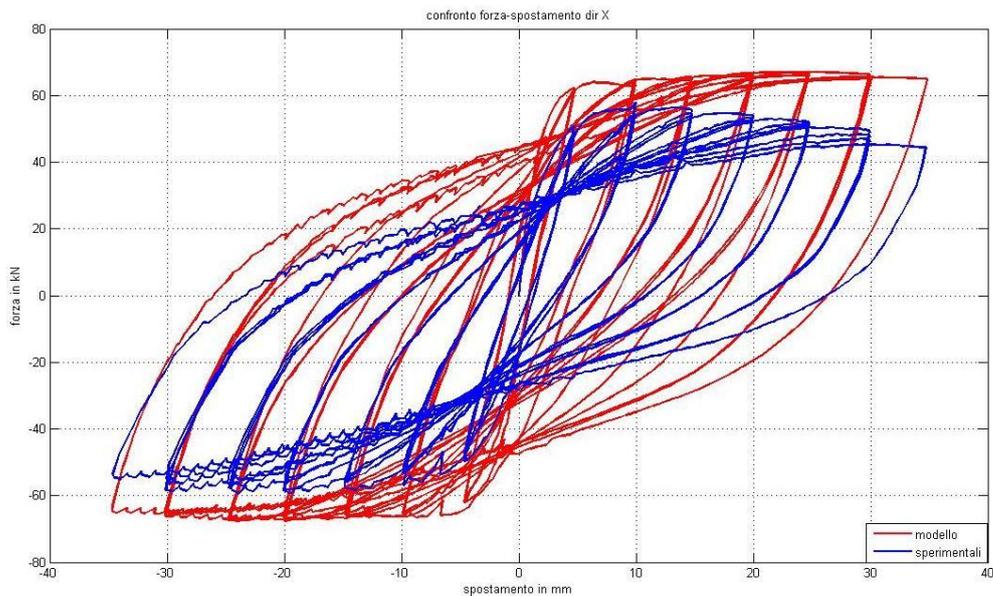


Figura 3-28 Diagramma Forza spostamento per la prova RC1 in direzione X

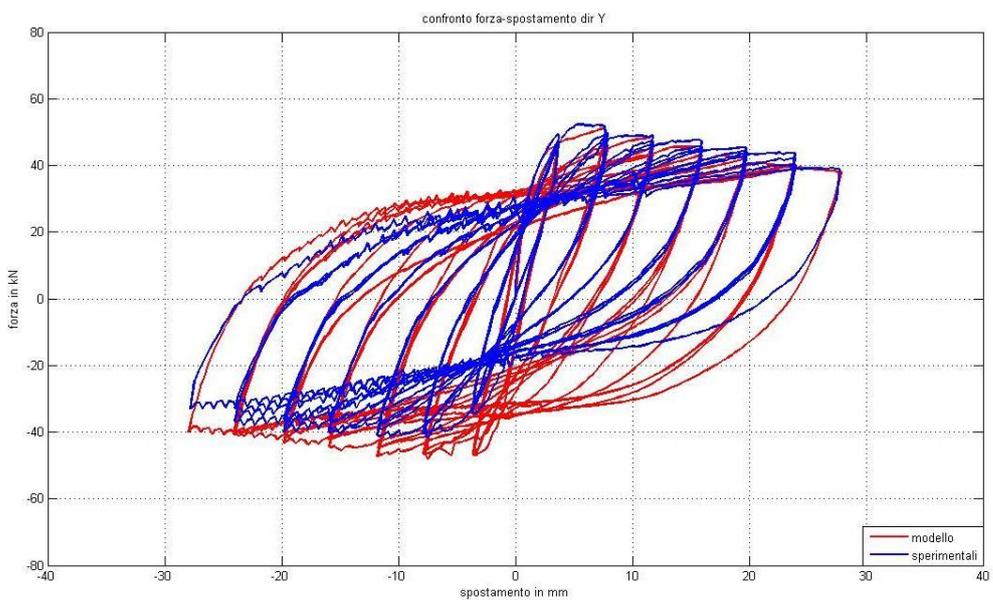


Figura 3-29 Diagramma Forza spostamento per la prova RC1 in direzione Y

Oltre ad un confronto visivo dell'andamento dei cicli, può essere utile confrontare anche le energie di deformazione ottenute nella prova sperimentale e nel modello. Questa dalla simulazione è risultata essere +51% in direzione X e +28% in direzione Y rispetto ai dati sperimentali.

Per la prova RC3 mostrata in Figura 3-30 e Figura 3-31

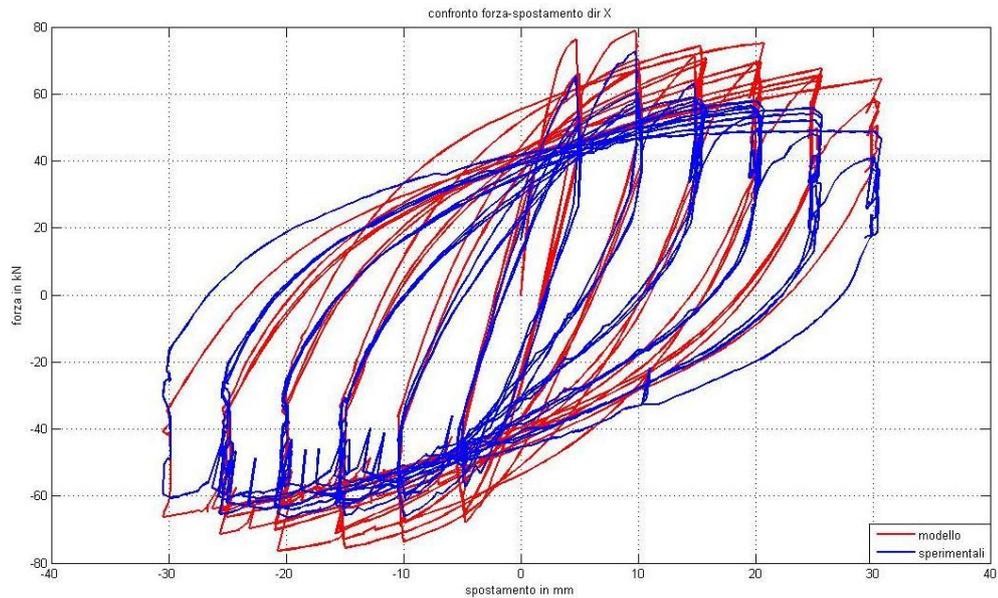


Figura 3-30 Diagramma Forza spostamento per la prova RC3 in direzione X

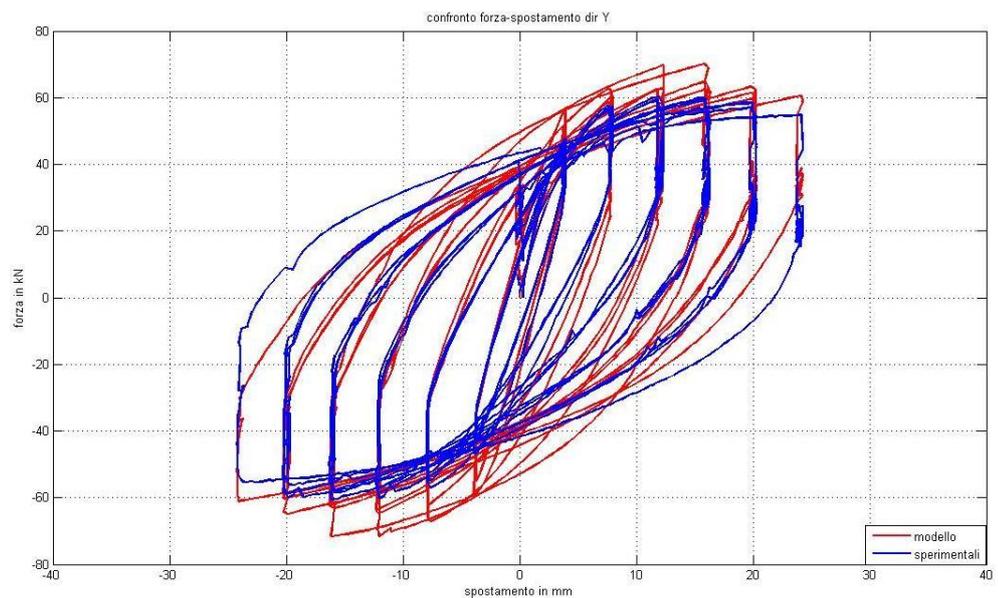


Figura 3-31 Diagramma Forza spostamento per la prova RC3 in direzione Y

i risultati appaiono migliori rispetto alla simulazione della prova RC1. In questo caso l'energia dissipata è risultata essere per la prova sperimentale +13% per la direzione X e +9% per la direzione Y rispetto ai dati sperimentali.

Per la prova RC5 i risultati hanno mostrato una sovrastima rispetto a quelli sperimentali come mostrato da Figura 3-32 e Figura 3-33.

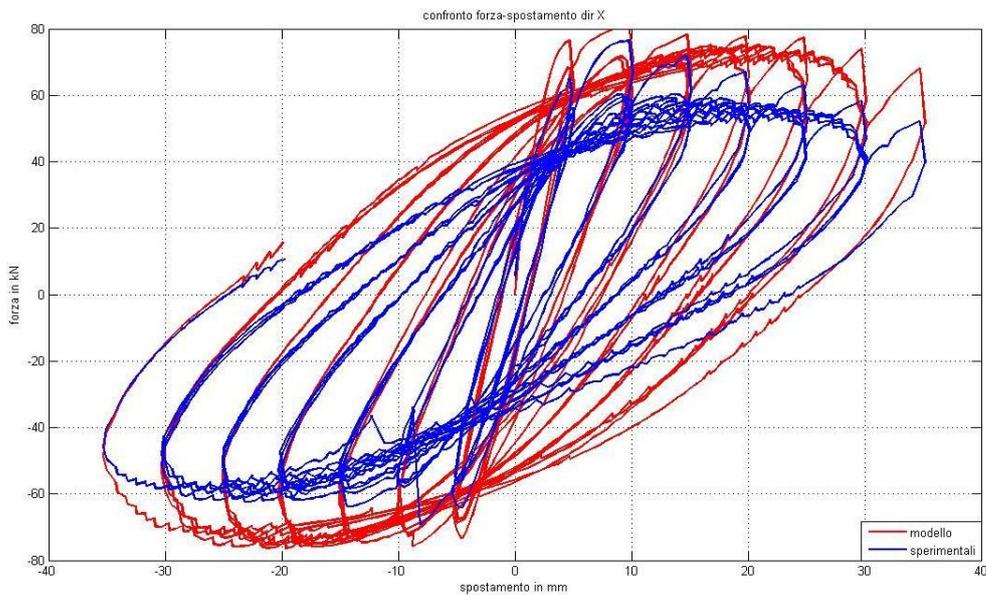


Figura 3-32 Diagramma Forza spostamento per la prova RC5 in direzione X

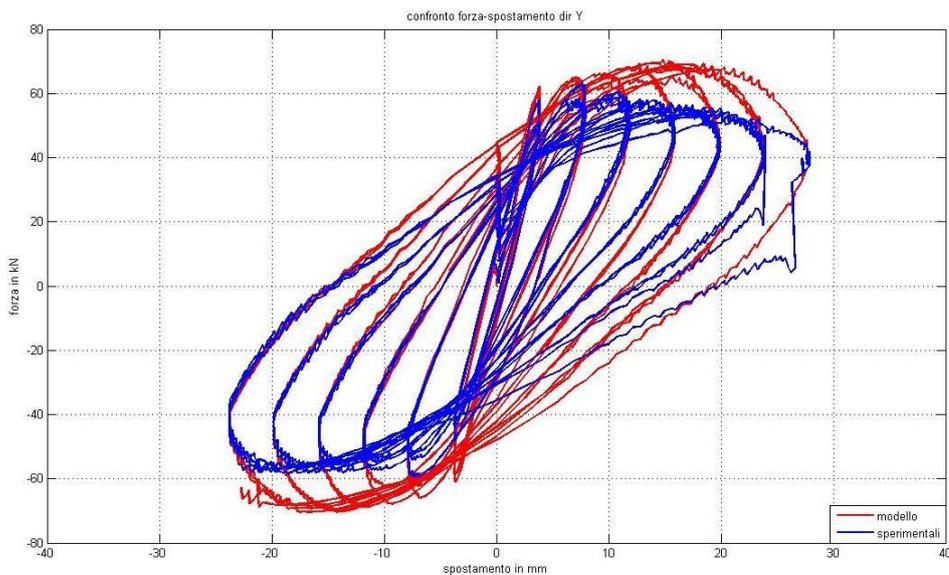


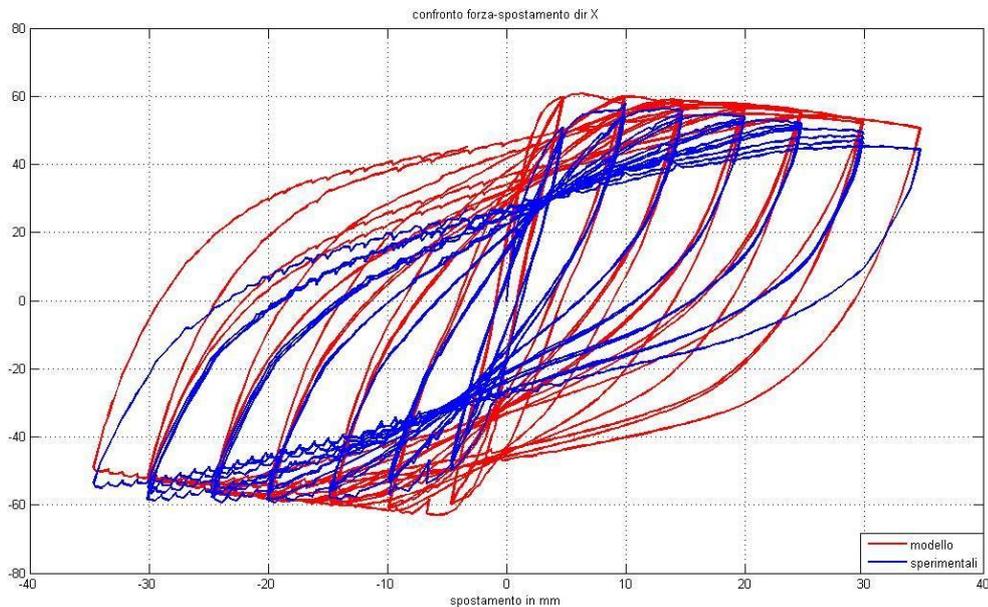
Figura 3-33 Diagramma Forza spostamento per la prova RC5 in direzione Y

In questo caso l'energia di deformazione è risultata essere del +49% in direzione X e del +34% in direzione Y rispetto ai dati sperimentali.

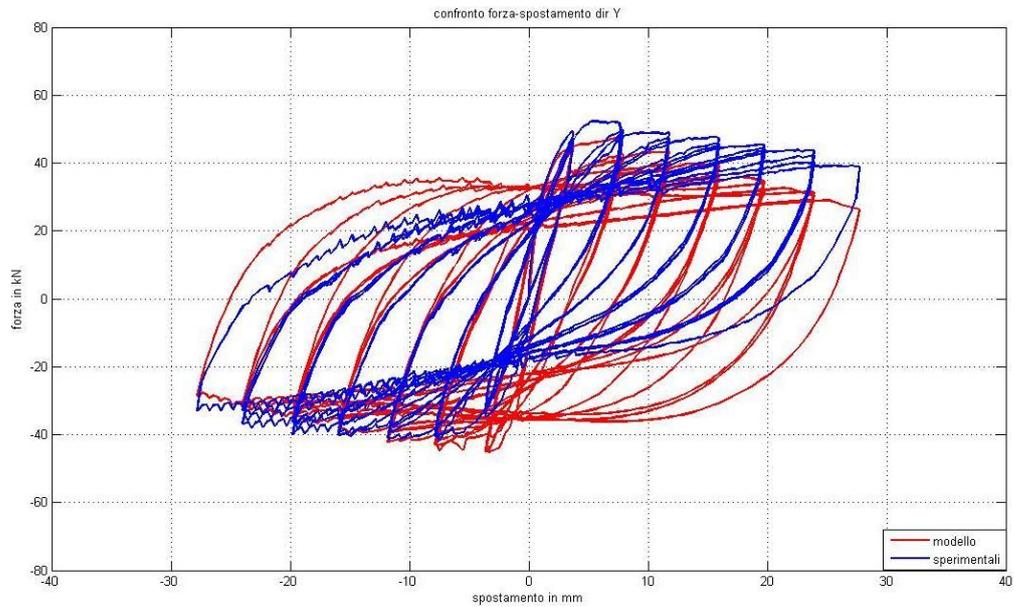
In tutti e tre i casi si è potuto riscontrare una forte sovrastima del carico massimo, soprattutto al crescere degli spostamenti, e una sottostima del pinching. Per risolvere il primo difetto si può introdurre la valutazione delle non linearità geometriche (effetti  $P-\Delta$ ) che dovrebbero, al crescere degli spostamenti, ridurre la forza di picco, mentre per risolvere la sottostima del pinching si può lavorare sulla resistenza a trazione del calcestruzzo.

Quindi sono stati dapprima introdotti gli effetti del secondo ordine nell'analisi mantenendo la resistenza a trazione invariata rispetto ai risultati mostrati in precedenza.

Per la prova RC1 sono stati ottenuti i risultati mostrati in Figura 3-34 e Figura 3-35



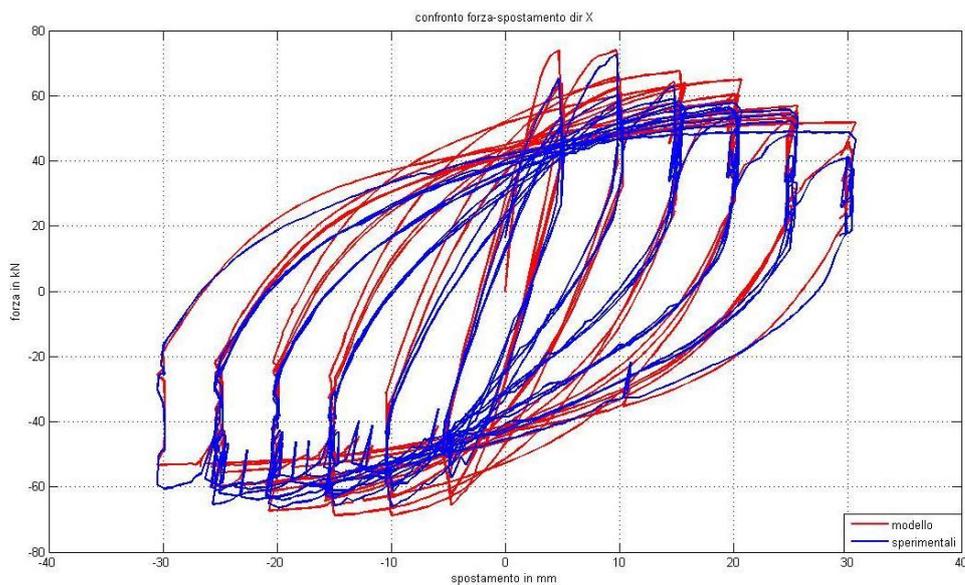
*Figura 3-34 Diagramma Forza spostamento per la prova RC1 in direzione X introducendo gli effetti  $P-\Delta$*



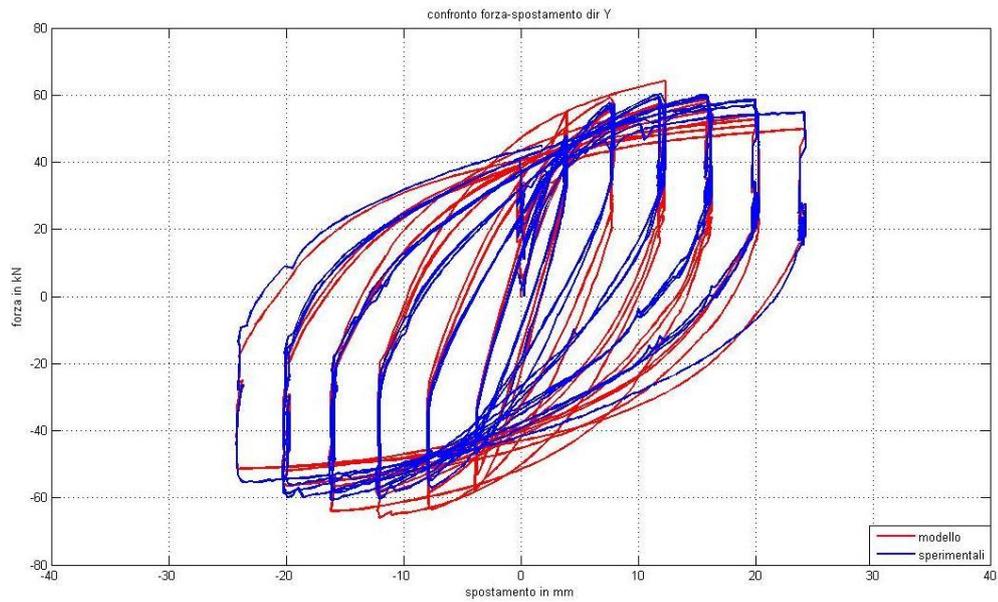
*Figura 3-35 Diagramma Forza spostamento per la prova RC1 in direzione Y introducendo gli effetti P- $\Delta$*

In questo caso l'energia di deformazione è il +47% in direzione X e il +25% in direzione Y rispetto a quella misurata nella prova sperimentale.

Per la prova RC3 i risultati vengono mostrati nella Figura 3-36 e Figura 3-37



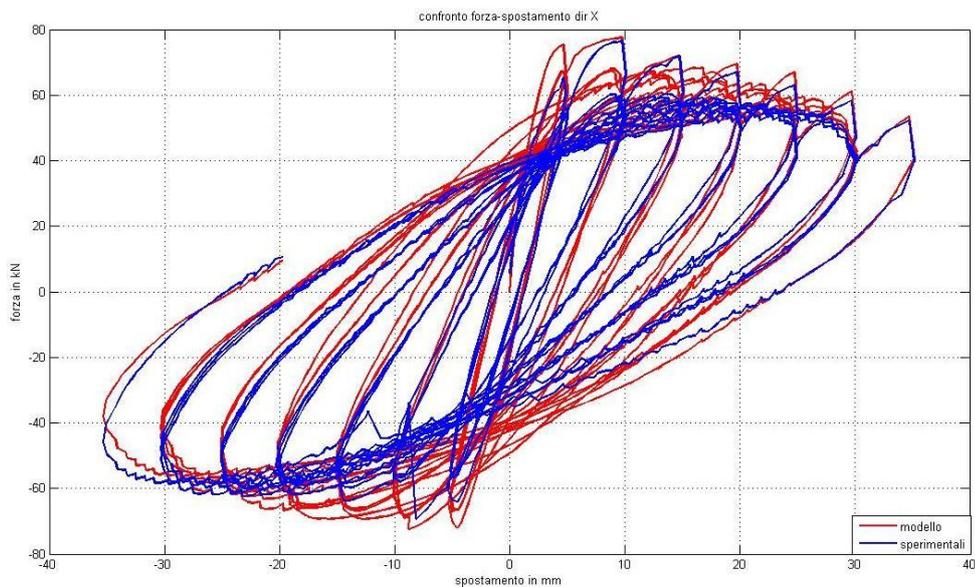
*Figura 3-36 Diagramma Forza spostamento per la prova RC3 in direzione X introducendo gli effetti P- $\Delta$*



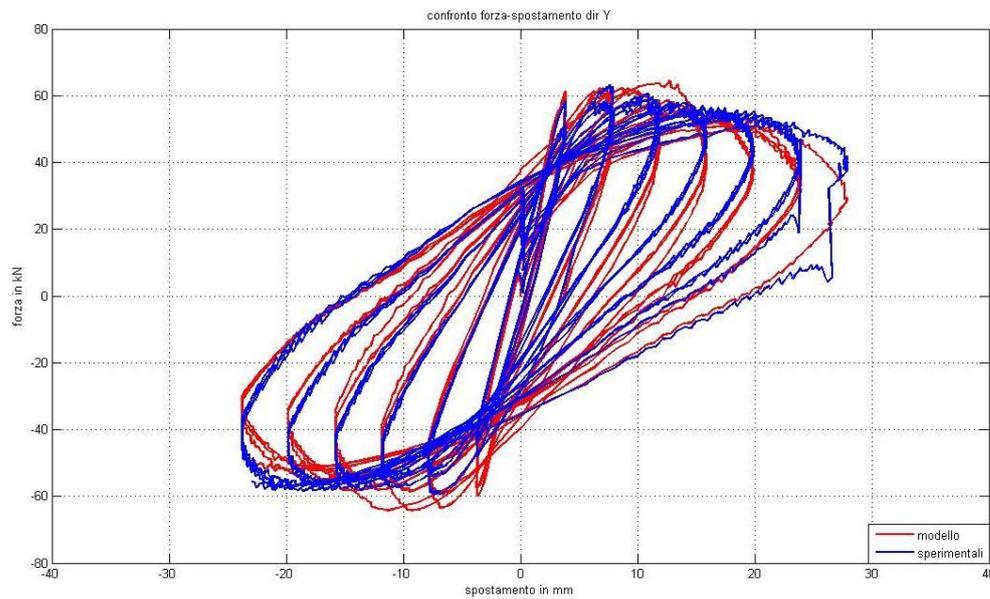
*Figura 3-37 Diagramma Forza spostamento per la prova RC3 in direzione Y  
introducendo gli effetti P- $\Delta$*

In questa prova l'energia di deformazione è il +14% in direzione X e il +11% in direzione Y rispetto a quella misurata nella prova sperimentale.

Per la prova RC5, in presenza di effetti P- $\Delta$  i risultati sono mostrati nella Figura 3-38 e Figura 3-39



*Figura 3-38 Diagramma Forza spostamento per la prova RC5 in direzione X  
introducendo gli effetti P- $\Delta$*



*Figura 3-39 Diagramma Forza spostamento per la prova RC5 in direzione Y introducendo gli effetti P-Δ*

In questo caso l'energia di deformazione della simulazione risulta essere il +24% in direzione X e il +10% in direzione Y rispetto ai dati sperimentali.

Rispetto al caso precedente si può notare come lo scarto tra le energie di deformazione ottenute con la simulazione e la prova sperimentale diminuisca sensibilmente, segno che la modifica eseguita porta dei miglioramenti al modello. Questo elemento tuttavia non può essere letto indipendentemente da un'osservazione della forma reale dei diagrammi Forza-Spostamento, in quanto l'energia rappresenta solo l'area racchiusa nei cicli, senza dare alcuna informazione sulla forma di quest'ultimi.

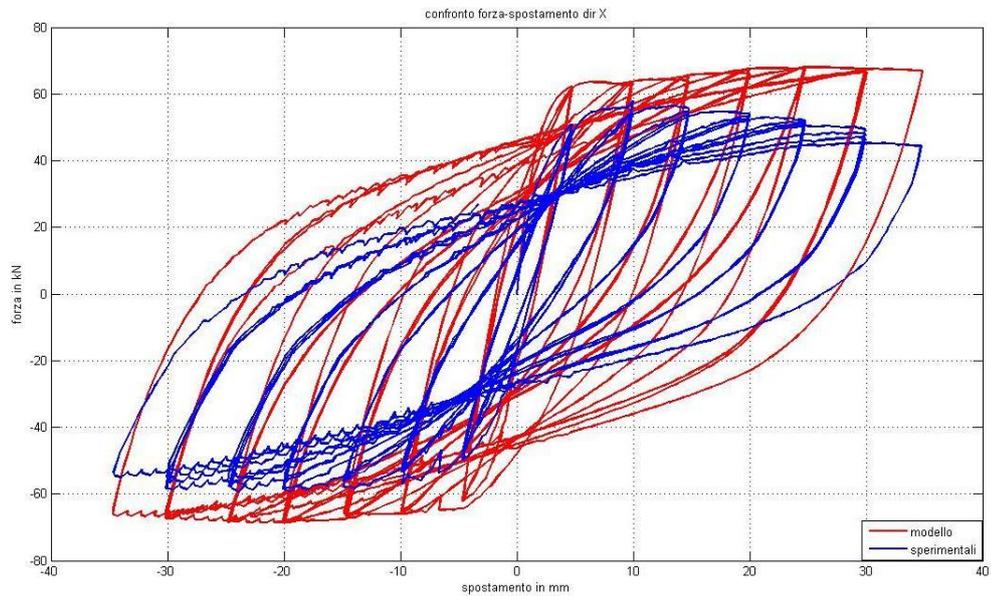
Il passo successivo è quello di capire se e quanto una riduzione di resistenza a trazione del calcestruzzo può portare benefici al modello. Inizialmente questa grandezza era stata calcolata in accordo con il modello di Chang e Mander (1994) secondo il quale può esprimersi come:

$$f_t = 0.62\sqrt{f'_{c0}}$$

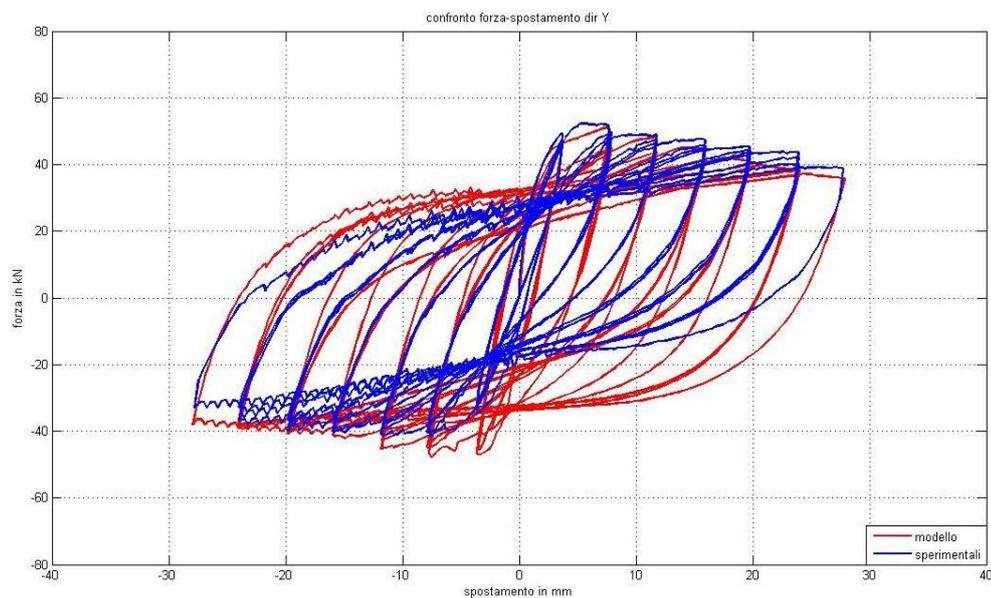
Successivamente gli è stato assegnato arbitrariamente un valore di 0.5 MPa.

Si riportano quindi i risultati delle simulazioni eseguite modificando la resistenza a trazione senza però introdurre gli effetti P- $\Delta$ .

Per la prova RC1 i risultati vengono mostrati in Figura 3-40 e Figura 3-41.



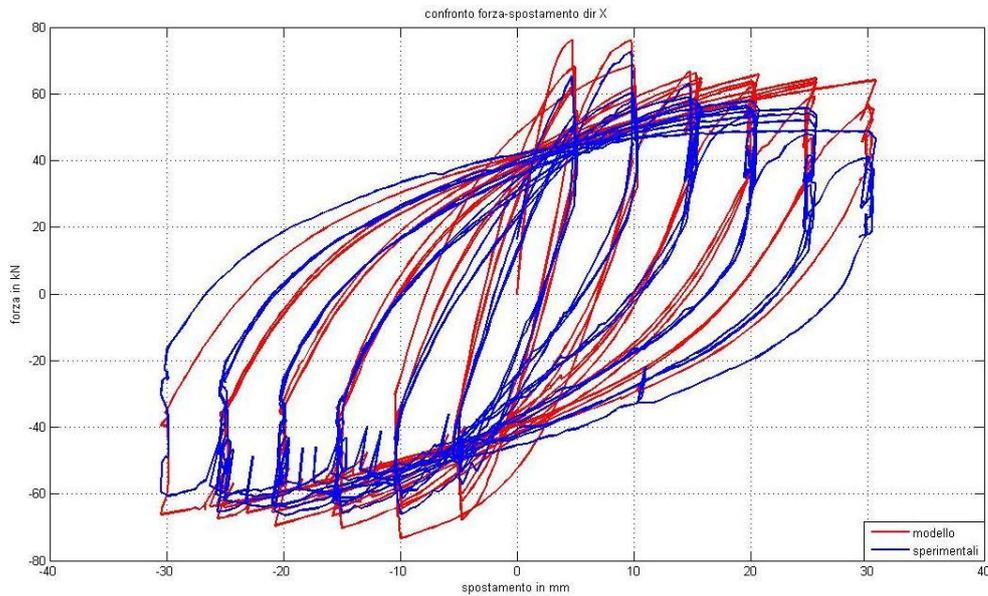
*Figura 3-40 Diagramma Forza spostamento per la prova RC1 in direzione X riducendo la resistenza a trazione*



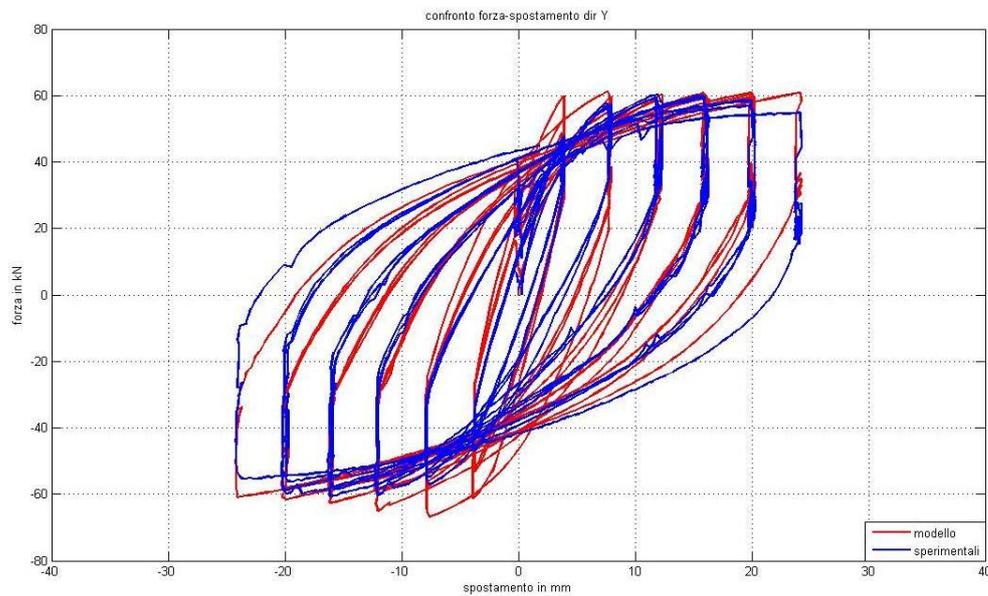
*Figura 3-41 Diagramma Forza spostamento per la prova RC1 in direzione Y riducendo la resistenza a trazione*

In questa prova l'energia di deformazione è stata del +53% per la direzione X e del +32% per la direzione Y rispetto ai dati sperimentali.

Per la prova RC3 i risultati vengono mostrati in Figura 3-42 e Figura 3-43.



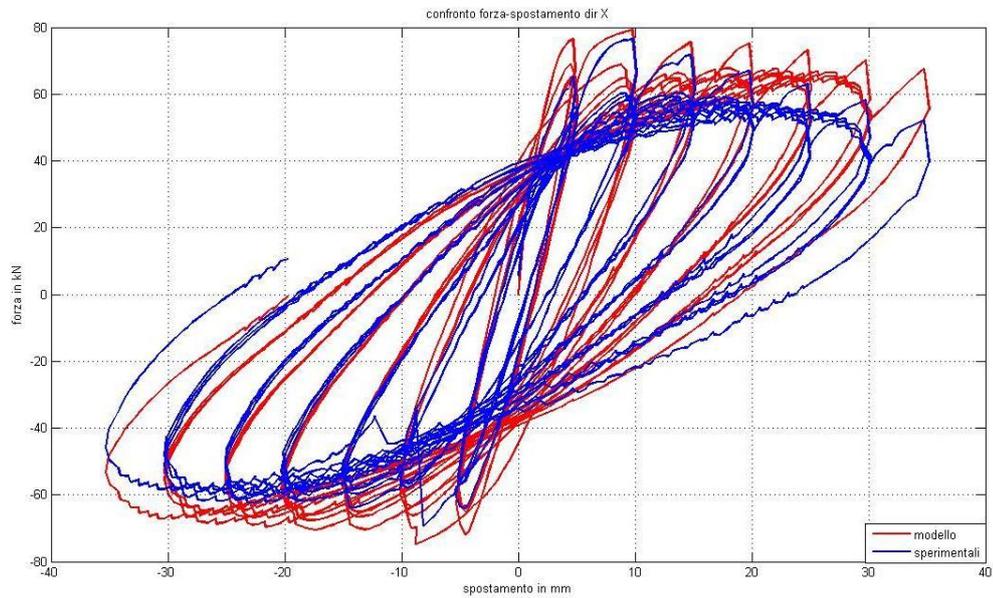
*Figura 3-42 Diagramma Forza spostamento per la prova RC3 in direzione X  
riducendo la resistenza a trazione*



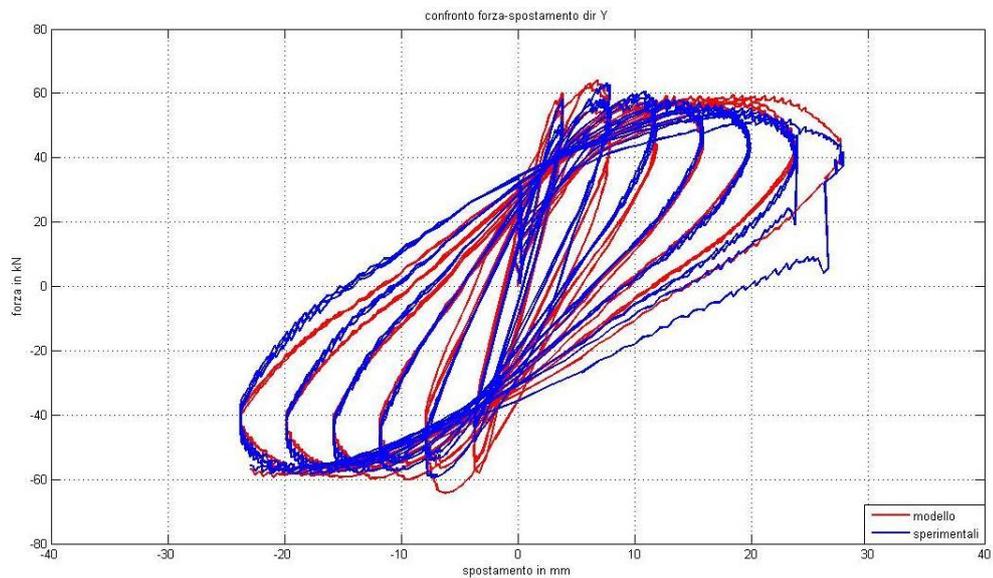
*Figura 3-43 Diagramma Forza spostamento per la prova RC3 in direzione Y  
riducendo la resistenza a trazione*

L'energia di deformazione è stata del +4% per la direzione X e del +2% per la direzione Y rispetto ai dati sperimentali.

Nella prova RC5 i risultati sono stati i seguenti (Figura 3-44 e Figura 3-45)



*Figura 3-44 Diagramma Forza spostamento per la prova RC5 in direzione X riducendo la resistenza a trazione*



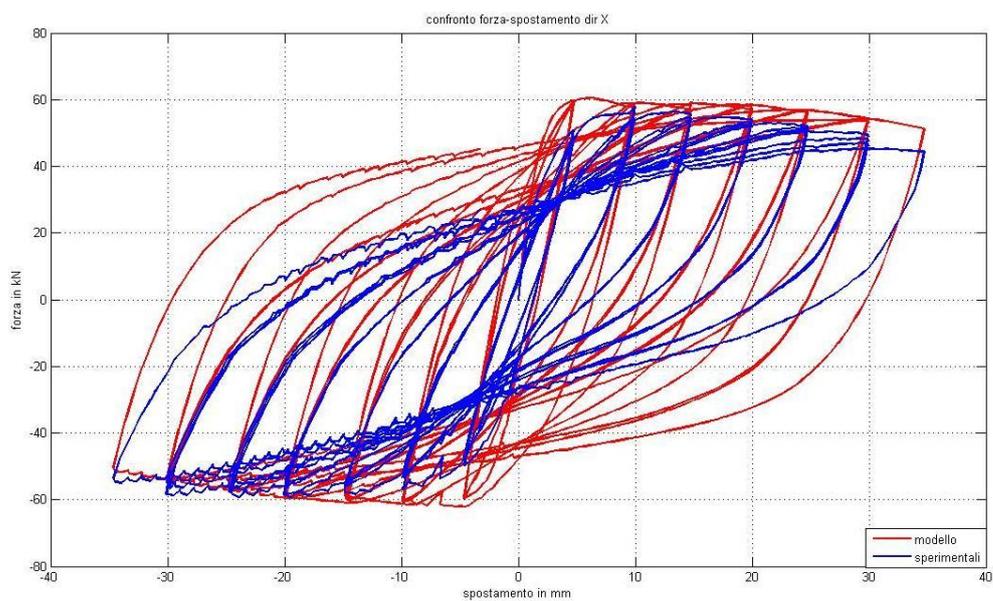
*Figura 3-45 Diagramma Forza spostamento per la prova RC5 in direzione Y riducendo la resistenza a trazione*

L'energia di deformazione è stata del +12% per la direzione X e del +1% per la direzione Y rispetto ai dati sperimentali.

Ciò dimostra che anche una diminuzione della resistenza a trazione porta un miglioramento del modello, apparentemente maggiore rispetto a quello introdotto dagli effetti P- $\Delta$ , ma che verrà commentato meglio in seguito.

L'ultimo passo è quello di controllare i miglioramenti del modello con l'impiego sia degli effetti P- $\Delta$  che di una riduzione della resistenza a trazione.

Per la prova RC1 i risultati vengono mostrati in Figura 3-46 e Figura 3-47



*Figura 3-46* Diagramma Forza spostamento per la prova RC1 in direzione X con effetto P- $\Delta$  e riducendo la resistenza a trazione

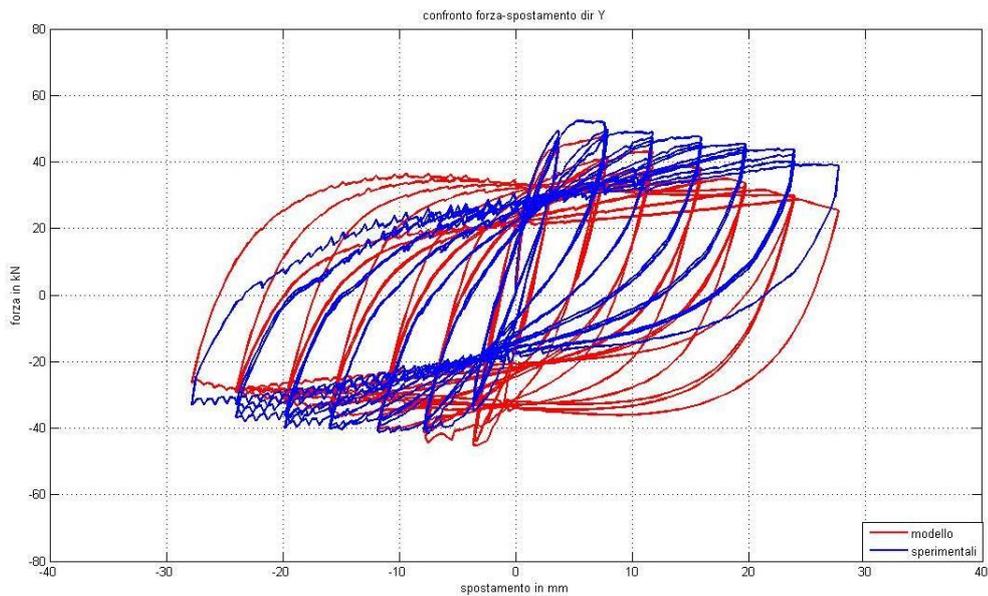


Figura 3-47 Diagramma Forza spostamento per la prova RC1 in direzione Y con effetto  $P-\Delta$  e riducendo la resistenza a trazione

In questa prova l'energia di deformazione è il +47% in direzione X e il +11% in direzione Y rispetto a quella misurata nella prova sperimentale.

Per la prova RC3 i risultati a cui fare riferimento sono presentati in Figura 3-48 e Figura 3-49.

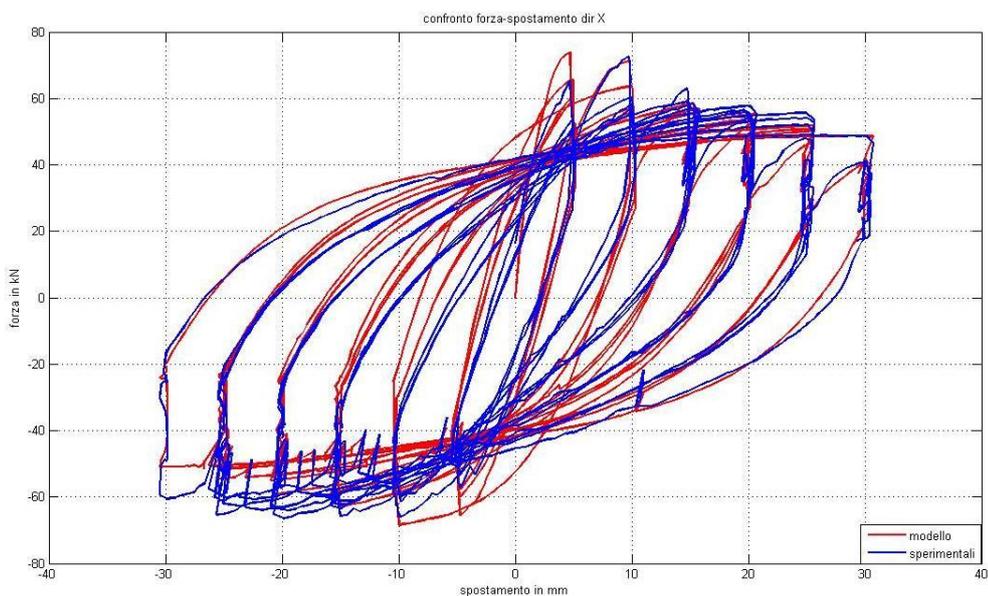


Figura 3-48 Diagramma Forza spostamento per la prova RC3 in direzione X con effetto  $P-\Delta$  e riducendo la resistenza a trazione

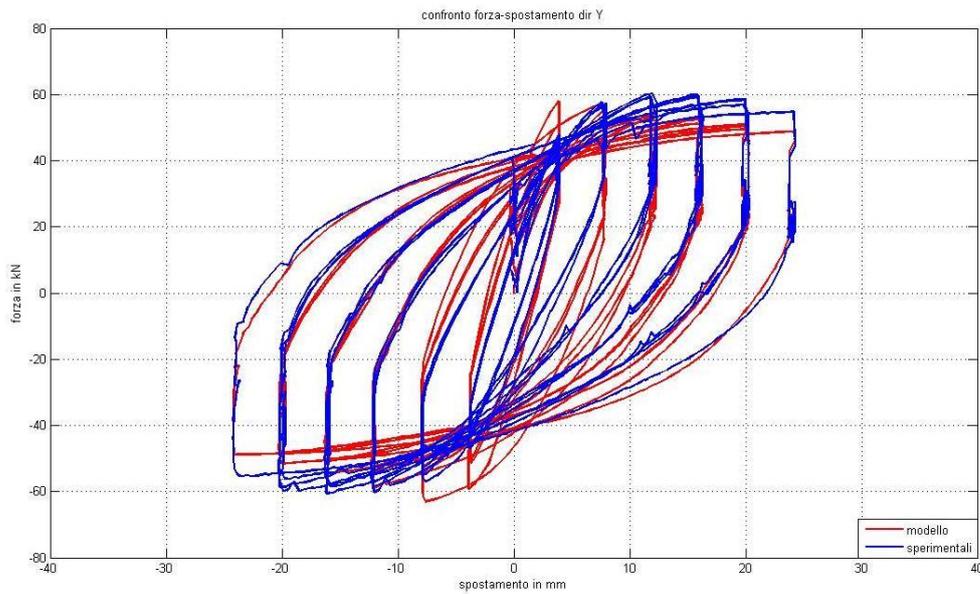


Figura 3-49 Diagramma Forza spostamento per la prova RC3 in direzione Y con effetto  $P-\Delta$  e riducendo la resistenza a trazione

L'energia di deformazione in questa prova è il +3% in direzione X e il +2% in direzione Y rispetto a quella misurata nella prova sperimentale.

Per la prova RC5 i risultati si fa riferimento alla Figura 3-50 e Figura 3-51

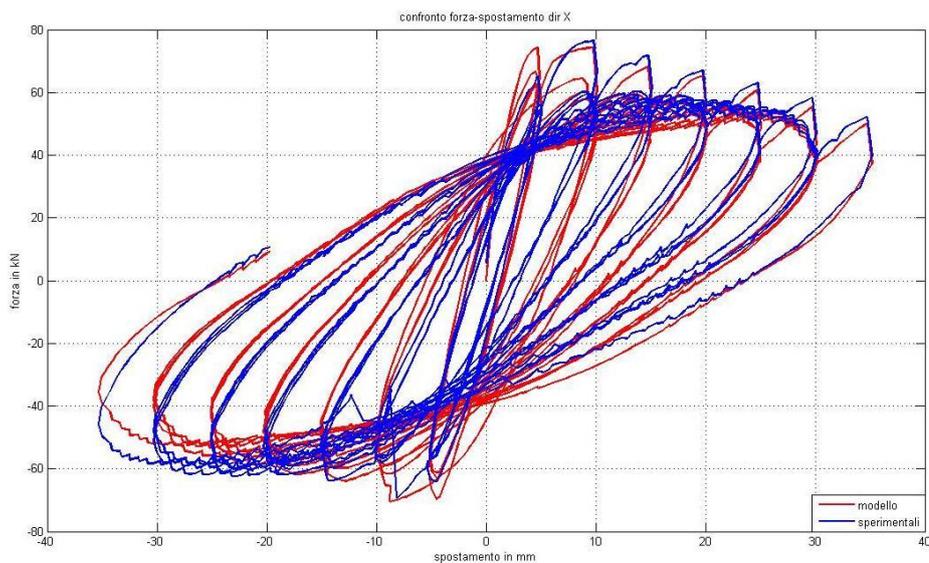
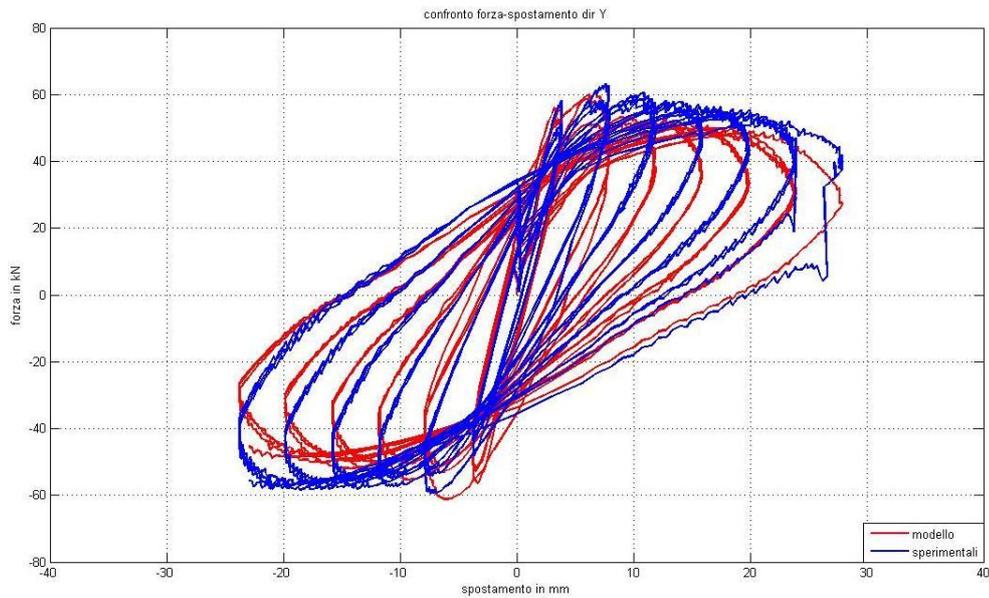


Figura 3-50 Diagramma Forza spostamento per la prova RC5 in direzione X con effetto  $P-\Delta$  e riducendo la resistenza a trazione



*Figura 3-51* Diagramma Forza spostamento per la prova RC5 in direzione Y con effetto  $P-\Delta$  e riducendo la resistenza a trazione

In questo caso l'energia di deformazione è il +12% in direzione X e il +0.6% in direzione Y rispetto a quella misurata nella prova sperimentale.

Come accennato in precedenza, non è facile capire se un modello è in grado di simulare in maniera corretta un certo comportamento strutturale in quanto non esiste un indice o una grandezza in particolare da prendere come riferimento. In questo studio per valutare la correttezza del modello si è impiegata la valutazione dell'errore sulla stima dell'energia di deformazione e un confronto visivo sul diagramma Forza-Spostamento tra modello e dati sperimentali.

Per chiarezza vengono riassunti i confronti sull'energia di deformazione per le due direzioni e per le varie prove mostrate (Figura 3-52 e Figura 3-53)

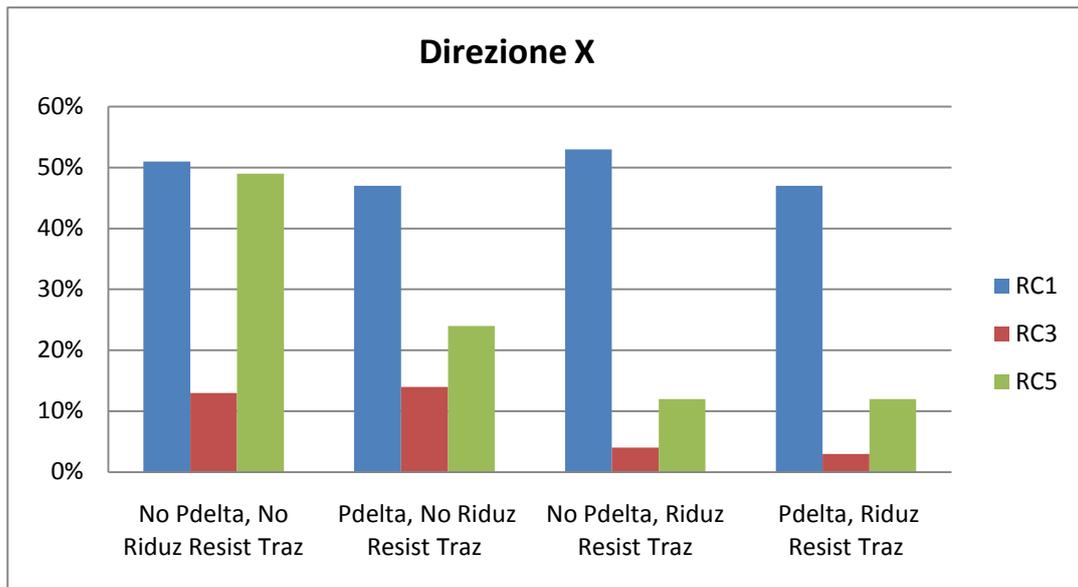


Figura 3-52 Errore nella stima dell'energia isteretica con riferimento alle prove sperimentali per i diversi modelli provati, in direzione X

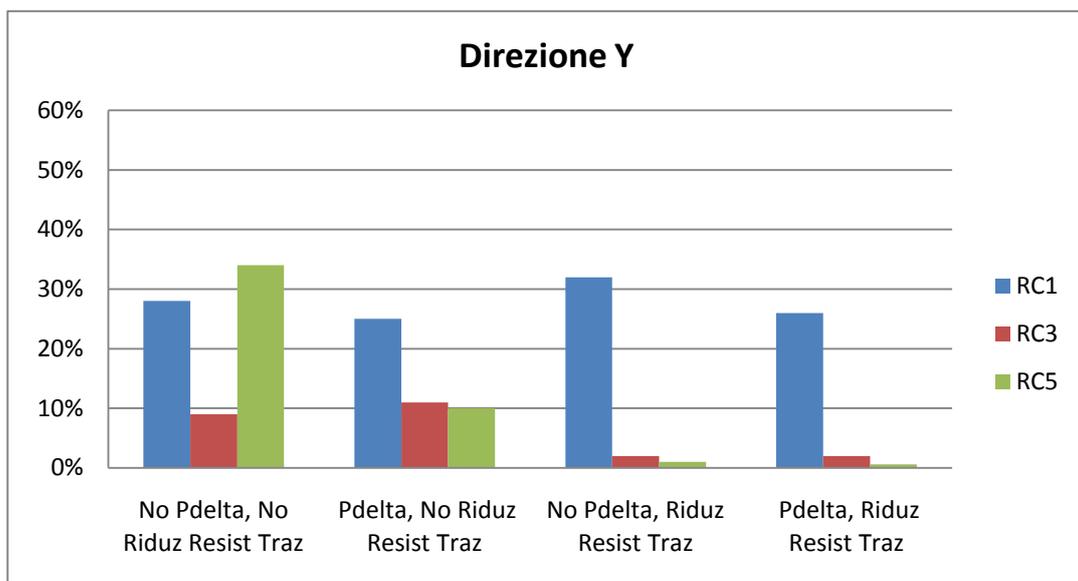


Figura 3-53 Errore nella stima dell'energia isteretica con riferimento alle prove sperimentali per i diversi modelli provati, in direzione X

Andando a osservare con più attenzione i risultati mostrati al variare dei due parametri in questione (effetti P- $\Delta$  e resistenza a trazione) sia sui due grafici appena mostrati che sugli andamenti delle curve, si può notare che

l'introduzione degli effetti  $P-\Delta$  permette di cogliere meglio i picchi di forza in ogni prova pur non permettendo una stima appropriata del pinching.

Il discorso opposto vale per la riduzione di resistenza a trazione che va ad influire sulla pendenza del ramo di scarico/ricarico, e quindi sul pinching, senza riuscire ad influenzare l'andamento dei picchi.

Per quanto detto, la scelta corretta di entrambi questi parametri diventa condizione necessaria per una buona simulazione.



## Capitolo 4

---

### **4 Modello a plasticità concentrata: Ruaumoko**

#### **4.1 Presentazione software**

Il software Ruaumoko è stato sviluppato dal “Department of Civil Engineering” della “University of Canterbury” (New Zealand) a cura del Prof. Ing. A.J.Carr e impiega per le analisi la teoria della plasticità concentrata. Viene utilizzato per realizzare analisi non-lineari di tipo “time-history” e “push-over” su strutture 2D e 3D. Tra le peculiarità del programma si annovera l’estesa libreria di modelli isteretici e le varie tipologie di elementi impiegabili che permettono di descrivere, nel caso 2D e 3D l’interazione tra le azioni nelle varie direzioni.

## 4.2 Modellazione realizzata e risultati

### 4.2.1 Scelte di modellazione

È stata svolta un'analisi non lineare in controllo di spostamento nelle due direzioni principali .

Tra i vari elementi presenti nella libreria di Ruaumoko sono stati presi in considerazione il “Giberson beam-column” e il “Reinforced concrete beam-column”, i quali risultando entrambi elementi a plasticità concentrata differiscono sostanzialmente per il tipo di dominio di interazione utilizzato.

Il primo dei due elementi fa riferimento alla teoria di Giberson (1969) (Figura 4-1)

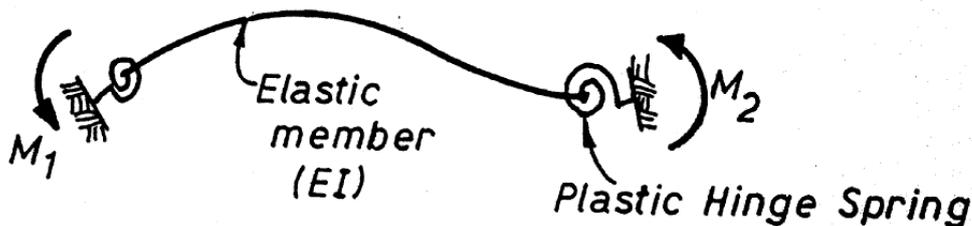


Figura 4-1 Elemento Giberson one component

I parametri richiesti per poter impiegare questo tipo di elemento sono relativamente pochi in quanto il dominio di interazione impiegato è molto semplice. I parametri più importanti sono i momenti di snervamento nelle due direzioni principali  $M_y$  e  $M_z$  per un valore assegnato dello sforzo assiale e il parametro  $\alpha$  che definisce la forma del dominio (Figura 4-2). Per quanto appena detto risulta chiaro che se si impiegasse tale elemento per modellare una struttura in cui i carichi assiali nei pilastri variano notevolmente (edifici alti) in funzione delle azioni variabili nel tempo (ad esempio il sisma) si avrebbero errori considerevoli in quanto momento di snervamento e carico assiale sono strettamente collegati.

La forma del dominio di interazione, come detto in precedenza, è legata al parametro  $\alpha$  secondo la relazione:

$$\left\{ \frac{M_z^*}{M_{Zz}^*} \right\}^\alpha + \left\{ \frac{M_y^*}{M_{Yy}^*} \right\}^\alpha = 1.0$$

Per  $\alpha=2$  si ottiene la superficie di forma ellittica mentre per  $\alpha=0$  si ottiene quella rettangolare, che equivale a dire che non c'è interazione tra i comportamenti nelle 2 direzioni.

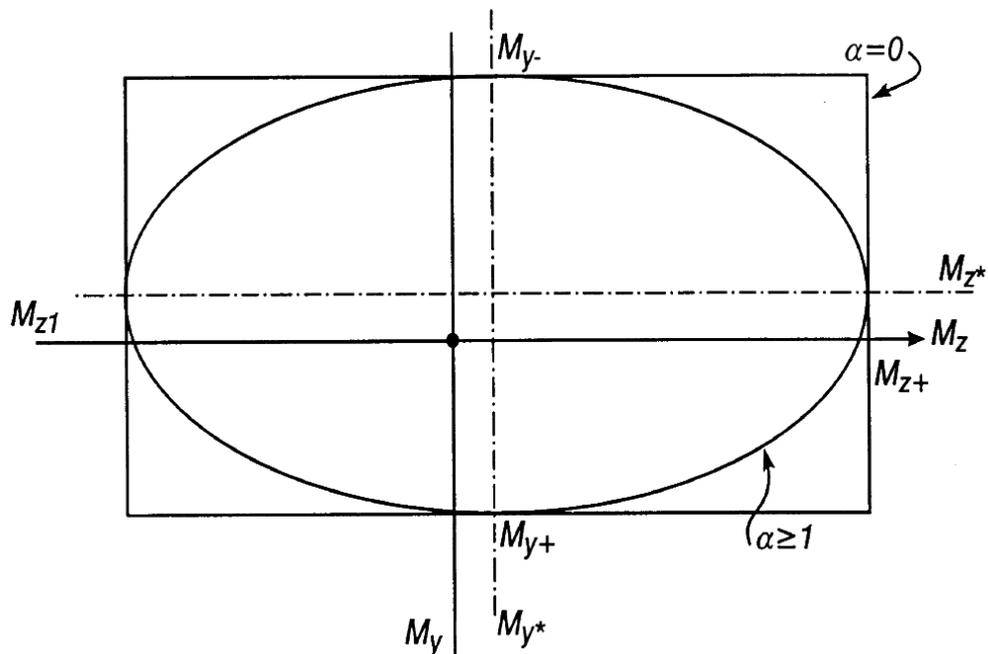


Figura 4-2 Dominio di interazione impiegato nel modello di Giberson

Il secondo elemento impiegato è il “Reinforced concrete beam-column” che differisce dal primo per la forma e l’espressione del dominio di interazione (Figura 4-3). In questo caso si ha una vera e propria superficie di interazione 3D, essendo possibile tener conto del valore dello sforzo assiale presente in quanto la forma del dominio è funzione dello sforzo assiale applicato.

Il dominio impiegato è quello di Hsu (1988), presentato nel Capitolo 1, di equazione:

$$\left\{ \frac{P - P_B}{P_y - P_B} \right\}^\beta + \left\{ \frac{M_z}{M_{Bz}} \right\}^\alpha + \left\{ \frac{M_y}{M_{By}} \right\}^\alpha = 1.0$$

Come si può osservare il modello è caratterizzato dall'impiego di un maggior numero di parametri per la sua definizione.

In particolare si tiene conto anche di valori del carico assiale di snervamento e del carico assiale in corrispondenza del massimo valore di momento flettente.

Per quanto riguarda i valori da assegnare ai parametri  $\alpha$  e  $\beta$ , molti autori propongono valori risultanti da propri studi, tuttavia in generale questi possono dirsi compresi tra 1.5 e 2.0.

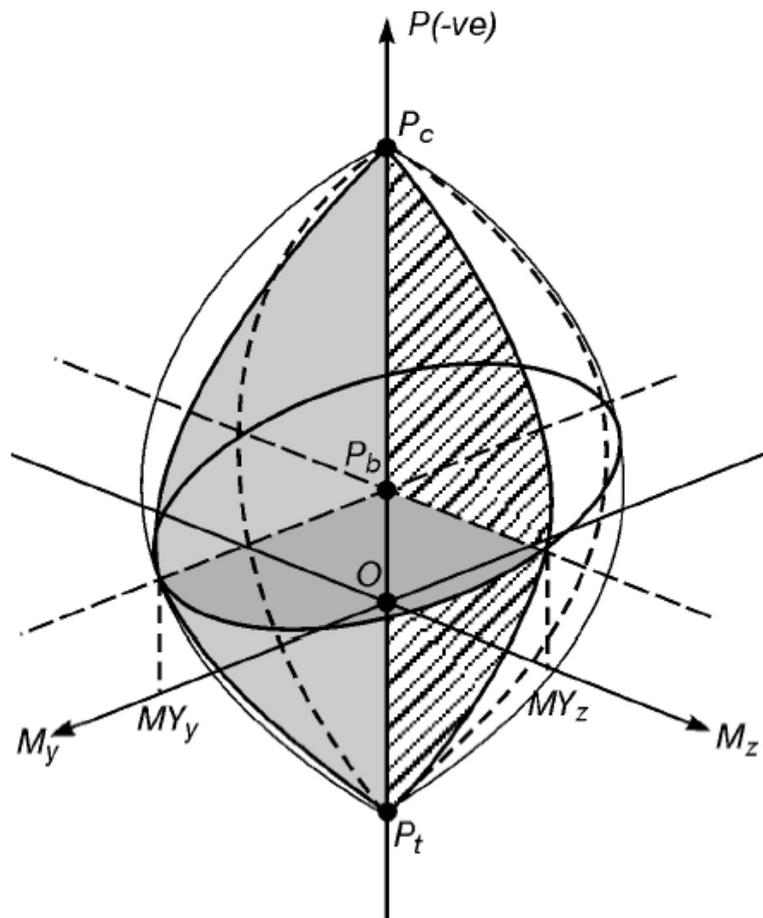


Figura 4-3 Superficie di interazione impiegata nel Reinforced concrete beam-column

Per quanto riguarda la determinazione della lunghezza della cerniera plastica da impiegare, per coerenza con quanto è stato fatto impiegando l'altro modello implementato, si è fatto riferimento alla teoria di Priestley, Seible e Calvi (1996).

Come già stato accennato in precedenza, la libreria di modelli isteretici del software Ruaumoko è estremamente vasta, il che permette di scegliere il modello da impiegare in base al grado di complessità dell'analisi che deve essere svolta.

Ovviamente però modelli più completi richiedono un numero considerevole di parametri da definire e calibrare che, in assenza di prove monotone, non possono essere definiti. D'altra parte tali modellazioni, visto il grado di complessità che presentano, sono raramente utilizzate preferendosi modelli più semplici che possano tuttavia essere impiegati anche in fase di progettazione, motivo per il quale possono risultare implementati spesso nei programmi di calcolo commerciali.

Per questo motivo si è deciso di impiegare uno dei modelli più semplici ma allo stesso tempo più apprezzati e impiegati, ovvero il modello di Takeda (Figura 4-4).

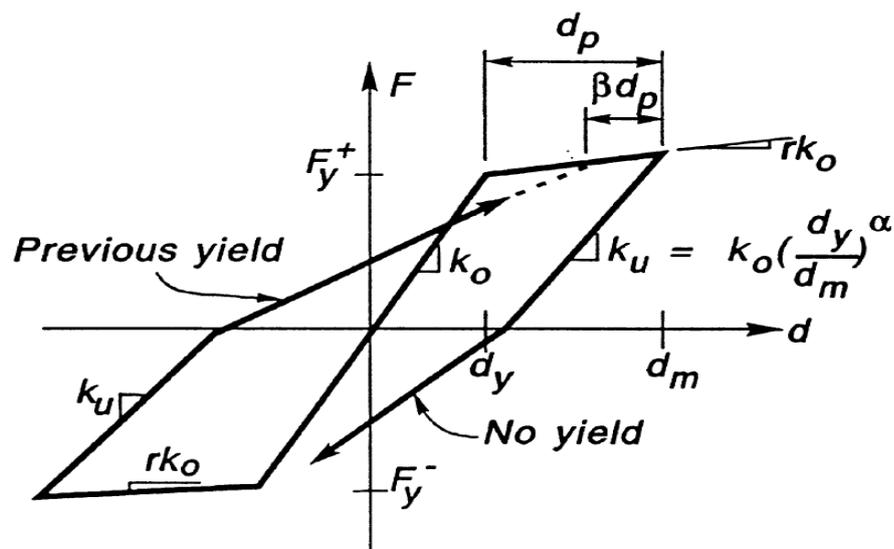


Figura 4-4 Modello isteretico di Takeda

È un modello bilineare con incrudimento e degrado. Mediante il parametro “ $r$ ” detto “bilinear factor” si definisce la pendenza del ramo incrudente mentre con i parametri  $\alpha$  e  $\beta$  si definiscono rispettivamente le pendenze di scarico e ricarica. Una volta ben calibrati i parametri, il modello è in grado di descrivere in maniera accurata il carico di picco, cogliendo in maniera più approssimata l’andamento dei tratti di scarico/ricarico nel diagramma forza-spostamento.

#### **4.2.2 Risultati ottenuti**

L’impiego di questo software ha prodotto risultati poco soddisfacenti in quanto al variare del percorso di spostamento impresso e mantenendo invariati i parametri del modello, i valori ottenuti sono risultati molto lontani dall’andamento reale.

Di seguito vengono proposti i confronti tra i risultati ottenuti dalla simulazione con Ruaumoko e i dati sperimentali delle prove mostrate in precedenza.

I risultati migliori sono stati ottenuti nella simulazione della prova RC1, impiegata per calibrare i parametri del modello (Figura 4-5 e Figura 4-6).

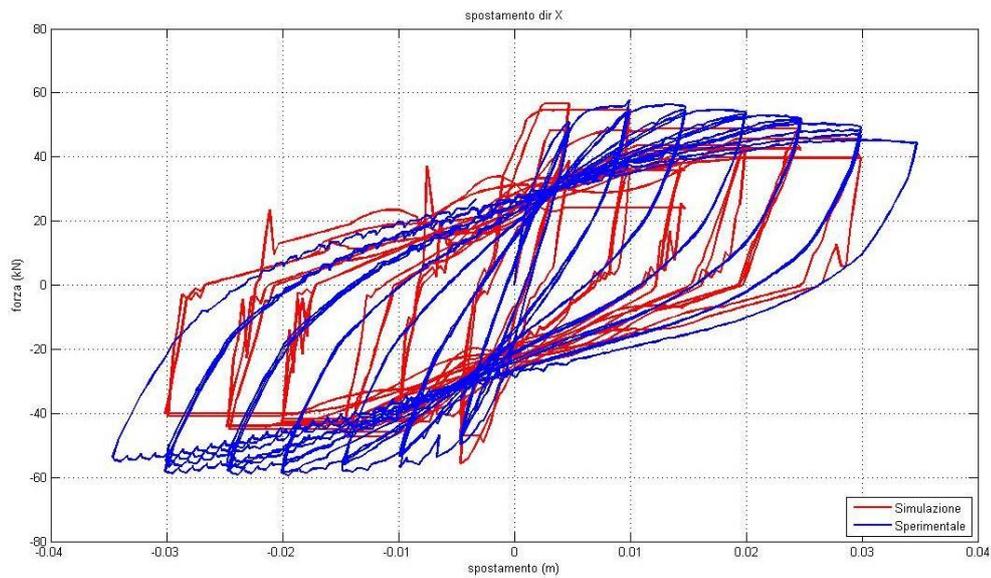


Figura 4-5 Confronto tra dati sperimentali e simulazione per la prova RC1 in direzione X

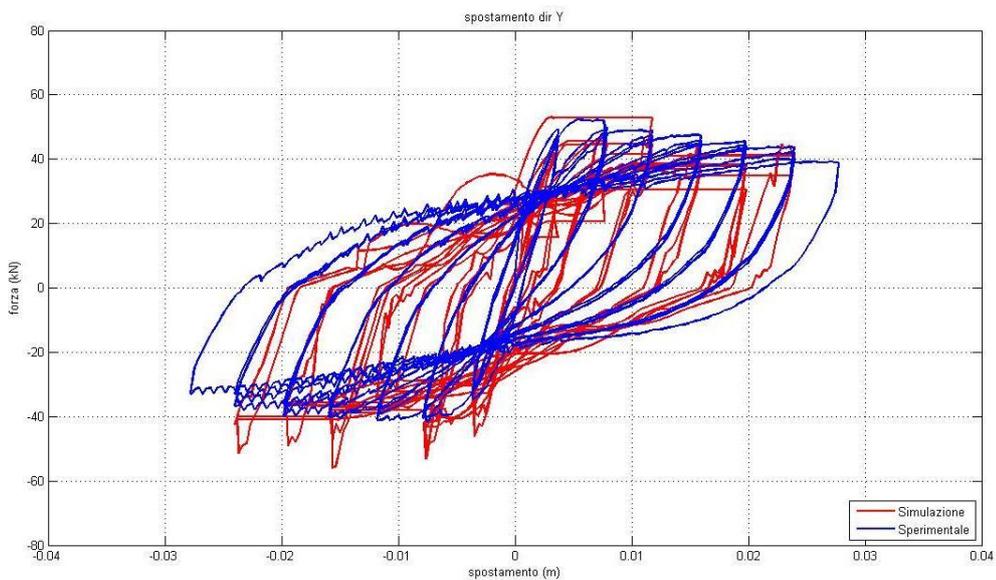
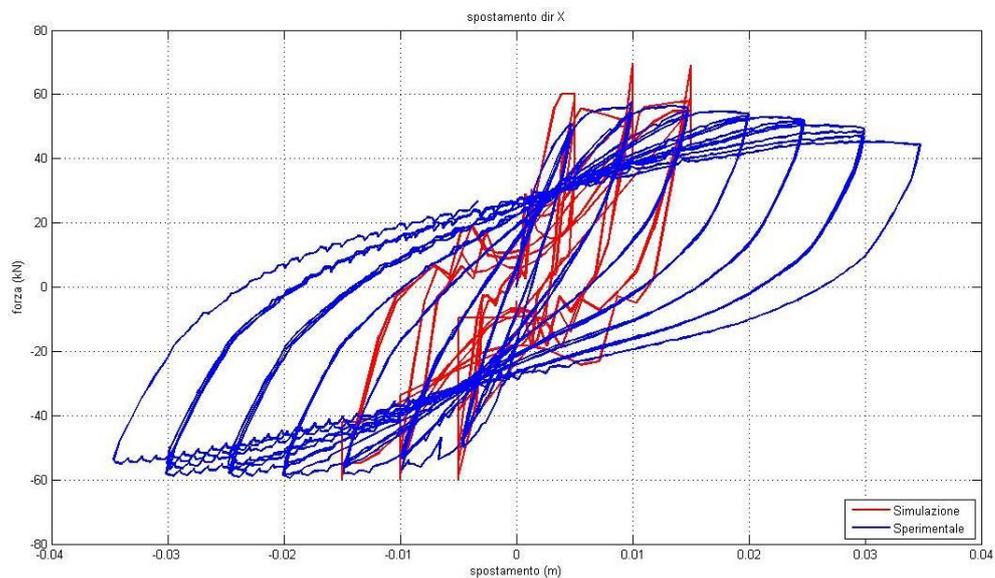


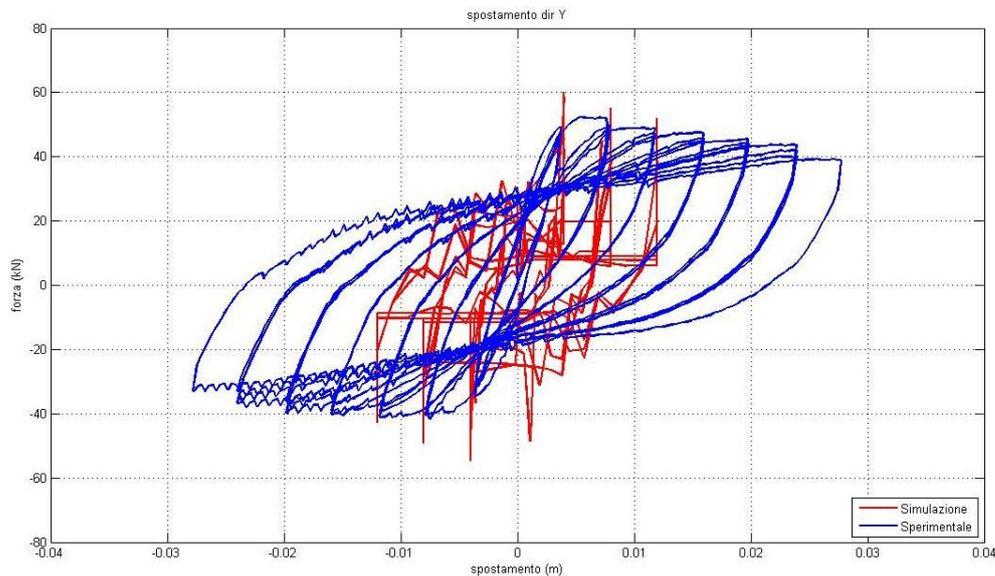
Figura 4-6 Confronto tra dati sperimentali e simulazione per la prova RC1 in direzione Y

Per la prova RC3 (Figura 4-7 e Figura 4-8), visti i pessimi risultati ottenuti, sono stati simulati solo i primi cicli in maniera da mostrare l'andamento, anche se molto lontano dalla realtà sperimentale, ottenuto con la simulazione, che invece non si riuscirebbe a cogliere se fossero stati

considerati tutti i cicli a causa degli errori eccessivi accumulati nel corso della prova.



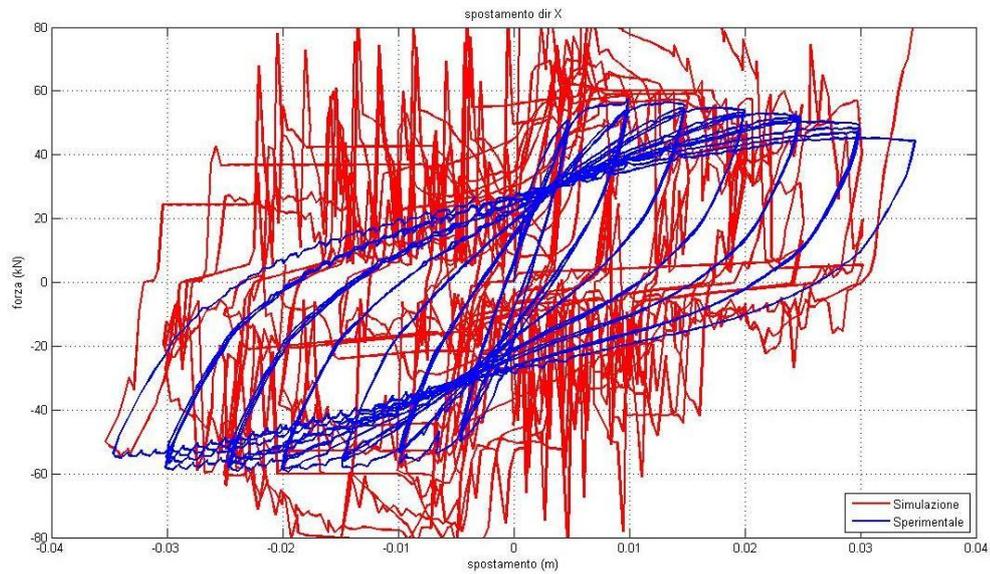
*Figura 4-7 Confronto tra dati sperimentali e simulazione per la prova RC3 in direzione X*



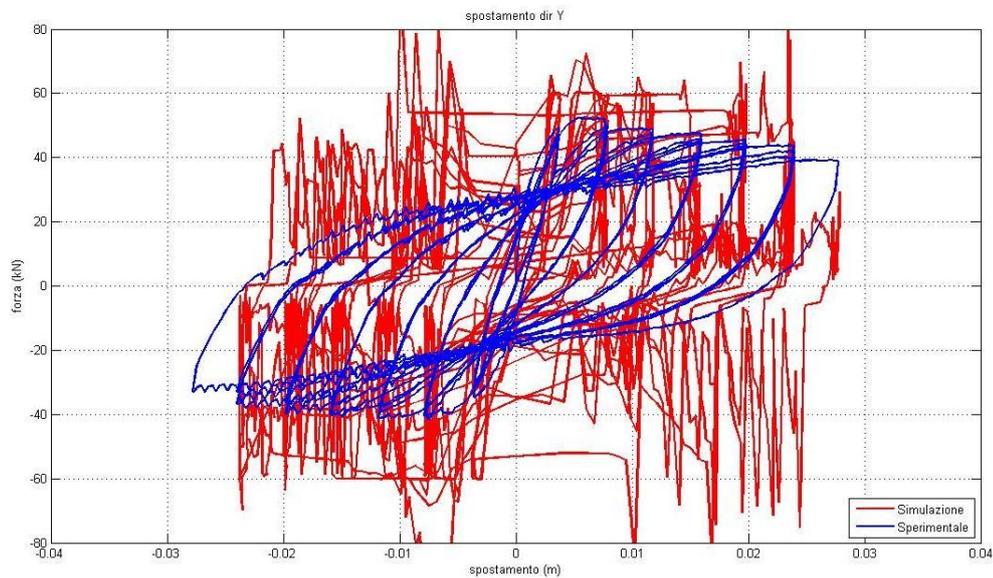
*Figura 4-8 Confronto tra dati sperimentali e simulazione per la prova RC3 in direzione Y*

Per la RC5 invece vengono mostrati i risultati ottenuti con una simulazione completa della prova. Tali risultati sono privi di significato a causa degli

errori accumulati nel corso della simulazione, tuttavia è utile riportarli per completezza.



*Figura 4-9 Confronto tra dati sperimentali e simulazione per la prova RC5 in direzione X*



*Figura 4-10 Confronto tra dati sperimentali e simulazione per la prova RC5 in direzione Y*

Le prove riportate sono quelle relative all'impiego dell'elemento alla Giberson, mentre quelle relative all'uso del "Reinforced concrete" sono

state omesse in quanto i risultati ottenuti sono quasi coincidenti con quelli appena mostrati. Ciò è ovviamente dovuto al fatto che per un carico assiale costante i domini di interazione per i due elementi sono uguali. Si sarebbero riscontrate delle differenze solo nel caso in cui lo sforzo assiale fosse stato variabile.

Vista l'inconsistenza del software appena mostrato si è deciso di svolgere analisi a plasticità concentrata impiegando, come per quelle a plasticità diffusa, il software OpenSees.

## Capitolo 5

---

### 5 Modello a plasticità concentrata: OpenSees

#### 5.1 Scelte di modellazione

Si è già illustrato ampiamente in precedenza il software OpenSees, approfondendo tuttavia solo gli aspetti relativi ad una modellazione a fibre. In realtà è possibile modellare un elemento strutturale anche in plasticità concentrata mediante l'uso di particolari elementi finiti che simulano la presenza di una cerniera.

A questo scopo OpenSees offre la possibilità di impiegare per la modellazione strutturale i seguenti tipi di elemento:

- Elastic beam-column element
- Zero Length element

Il primo dei due viene impiegato per rappresentare il comportamento del tratto di trave che resta in campo elastico. I parametri che vengono richiesti

sono quindi pochi e semplici da calcolare. In particolare vengono richieste le caratteristiche della sezione come l'area, il modulo elastico del materiale e i momenti di inerzia nelle tre direzioni.

Se la semplicità dell'elemento citato non richiede maggiore illustrazione, vale la pena descrivere in maniera più accurata il secondo tipo di elemento, lo "Zero Length element", anche in relazione alla sua importanza per il compito che ha di descrivere il comportamento non lineare.

L'elemento in questione ha lunghezza nulla in quanto i due nodi di estremità attraverso cui è definito sono coincidenti. Per quanto attiene le caratteristiche meccaniche dell'elemento è necessario definire dei legami tensione-deformazione (o in alternativa forza-spostamento) da associare ai singoli gradi di libertà. In questo modo è possibile realizzare un elemento "spring" con differenti proprietà in funzione del grado di libertà a cui si fa riferimento.

Purtroppo questa circostanza porta a non poter tenere conto dell'interazione nelle due direzioni durante l'analisi del fenomeno, generando di conseguenza sovrastime del carico massimo rispetto al risultato sperimentale.

Nel caso di questo studio ciò che interessa implementare è il comportamento flessionale nelle due direzioni principali, quindi è stato necessario realizzare il diagramma momento-rotazione relativo all'elemento strutturale.

Per ottenere tale diagramma è necessario partire dalla definizione del diagramma momento-curvatura, che è stato ottenuto mediante un'analisi push-over svolta impiegando uno script simile a quello utilizzato in precedenza per svolgere l'analisi in controllo di spostamento bidirezionale.

Ciò è stato ottenuto semplicemente applicando monotonicamente lo spostamento in una sola delle due direzioni. A titolo di verifica si è calcolato lo stesso diagramma con l'impiego del software "Cumbia", che è in grado di definire le proprietà sezionali di un pilastro.

A partire dal diagramma momento-curvatura, ritenendo valida l'ipotesi di andamento costante della curvatura lungo la lunghezza della cerniera plastica, si è passati al diagramma momento-rotazione semplicemente moltiplicando le curvature per la lunghezza della cerniera plastica (se l'andamento non fosse costante sarebbe necessario svolgere un'integrazione sulla lunghezza di plasticizzazione).

Il diagramma così calcolato però, non può essere utilizzato tal quale poiché al suo interno tiene in conto il comportamento elastico ed inelastico dell'elemento, mentre nella modellazione il comportamento elastico viene simulato con l'elemento elastico collegato alla cerniera.

Se non si tenesse in conto di questo fenomeno e si impiegasse direttamente il diagramma ottenuto dalla push-over, si andrebbe a sottostimare molto la rigidità dell'elemento strutturale in quanto per i due elementi finiti in serie si sommerebbero le rispettive cedevolezza, quindi, ove le rigidità dei due elementi finiti fossero uguali, per una forza assegnata si otterrebbe uno spostamento in testa all'elemento strutturale doppio rispetto a quello reale.

Risulta quindi evidente la necessità di depurare della componente elastica il comportamento della cerniera. Si è intervenuti in tal senso trasformando il comportamento semplificato bilineare elasto-incrudente (Figura 5-1) utilizzato per descrivere l'andamento Momento-Rotazione della cerniera, in un diagramma rigido-incrudente (Figura 5-2).

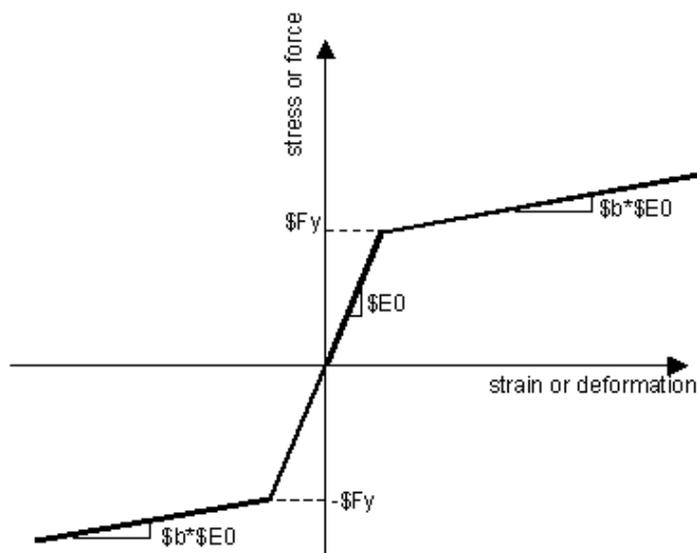


Figura 5-1 Comportamento semplificato bilineare elasto-incrudente

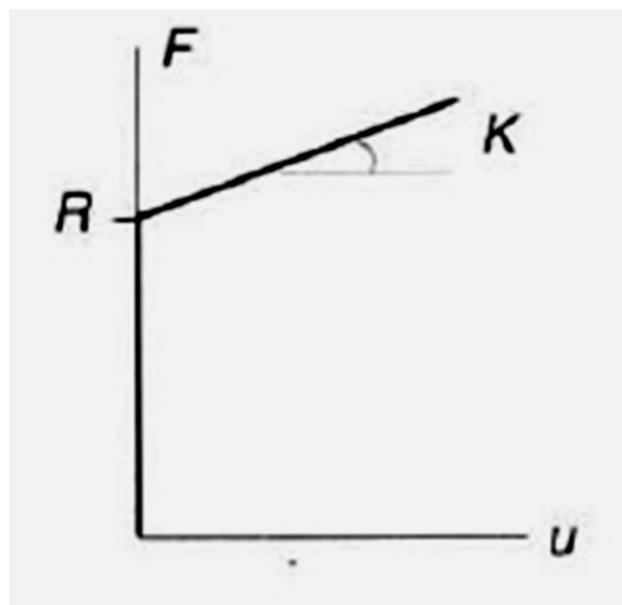


Figura 5-2 Comportamento semplificato bilineare rigido-incrudente

In fase di impiego del modello tuttavia il software ha mostrato problemi di natura numerica per la presenza del tratto rigido e vista l'impossibilità di impiegare il modello teorico perfetto, si è impiegato comunque un andamento bilineare elastico-incrudente con la presenza di un tratto elastico di rigidità talmente elevata da introdurre un errore trascurabile nell'analisi.

## 5.2 Calibrazione dei parametri del modello e risultati

L'unico parametro che è stato necessario calibrare è quello relativo al danneggiamento dell'elemento strutturale ed in particolare alla riduzione del carico massimo applicabile.

La calibrazione è stata molto agevole ma ha mostrato subito i limiti del modello di materiale impiegato presente nella libreria di OpenSees.

Il parametro in questione applica una riduzione proporzionale all'energia dissipata nel corso della prova. Ciò porta a non poter valutare il parametro in maniera univoca in funzione solo delle caratteristiche del materiale stesso, come invece sarebbe stato auspicabile, ma a tenere conto anche del tipo di storia di spostamenti a cui sarà soggetto. Questo è ovviamente impossibile, soprattutto se si pensa di voler impiegare il modello per simulare il comportamento dell'elemento o della struttura sottoposta ad azioni sismiche. In aggiunta l'andamento della simulazione è estremamente sensibile al valore di tale parametro, per cui una anche piccola differenza del valore impiegato rispetto a quello corretto porta a risultati poco significativi.

Per tali ragioni si è preferito escludere il danneggiamento dall'analisi.

I risultati ottenuti vengono di seguito proposti.

Per la prova RC1 sono stati ottenuti i risultati presentati in Figura 5-3 e Figura 5-4.

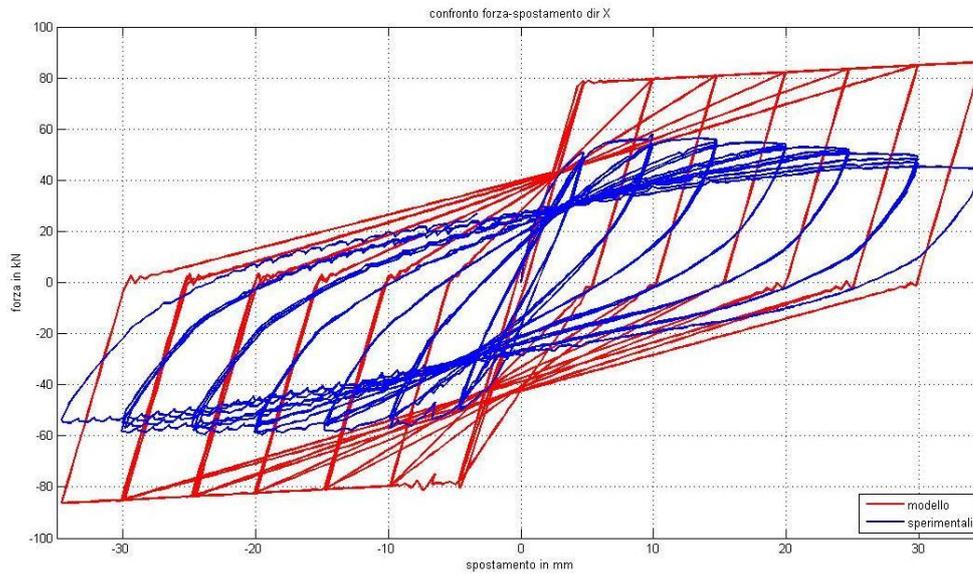


Figura 5-3 Diagramma forza-spostamento per la prova RC1 in direzione X

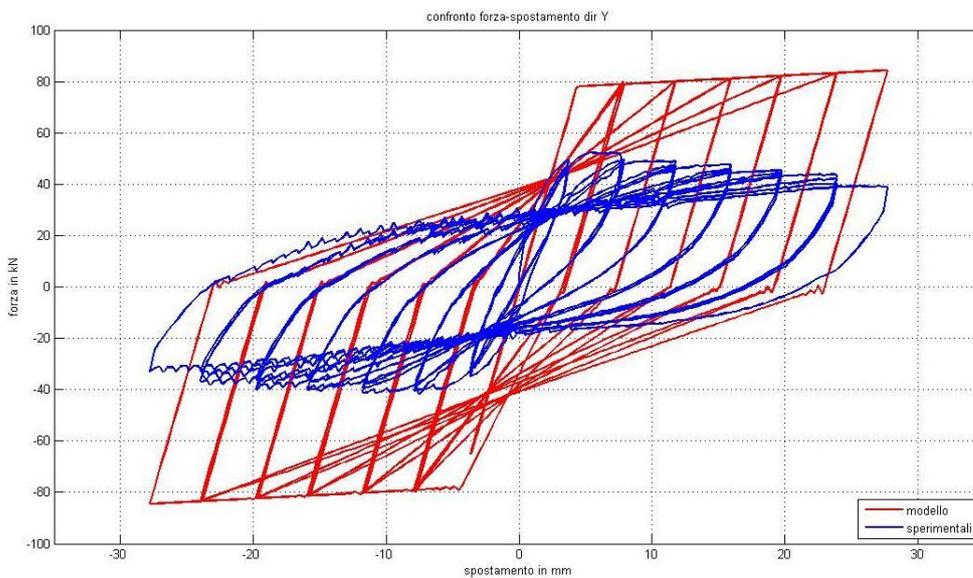


Figura 5-4 Diagramma forza-spostamento per la prova RC1 in direzione Y

I risultati ottenuti per la prova RC3 vengono presentati in Figura 5-5 e Figura 5-6.

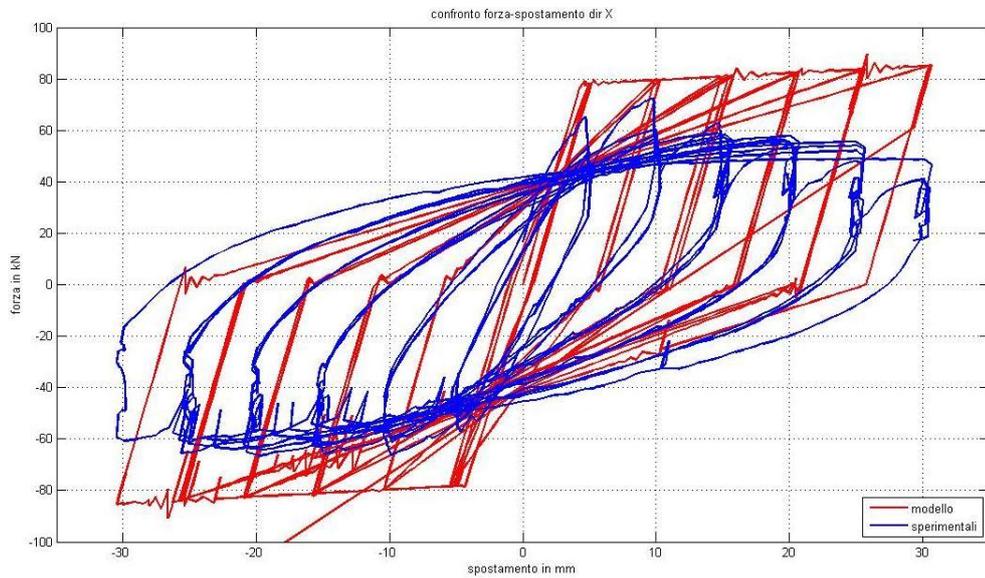


Figura 5-5 Diagramma forza-spostamento per la prova RC3 in direzione X

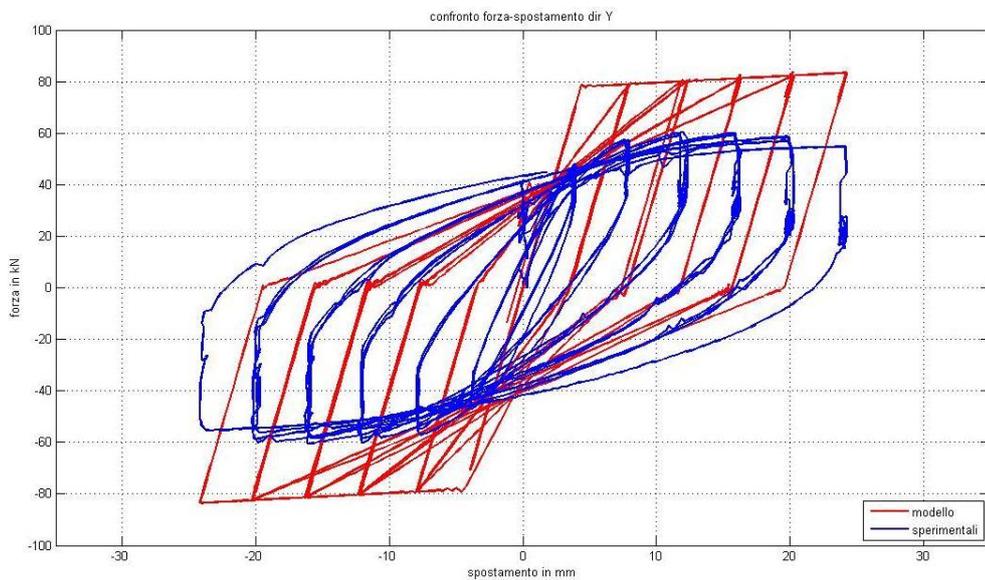


Figura 5-6 Diagramma forza-spostamento per la prova RC3 in direzione Y

I risultati relativi alla prova RC5 vengono presentati in Figura 5-7 e Figura 5-8.

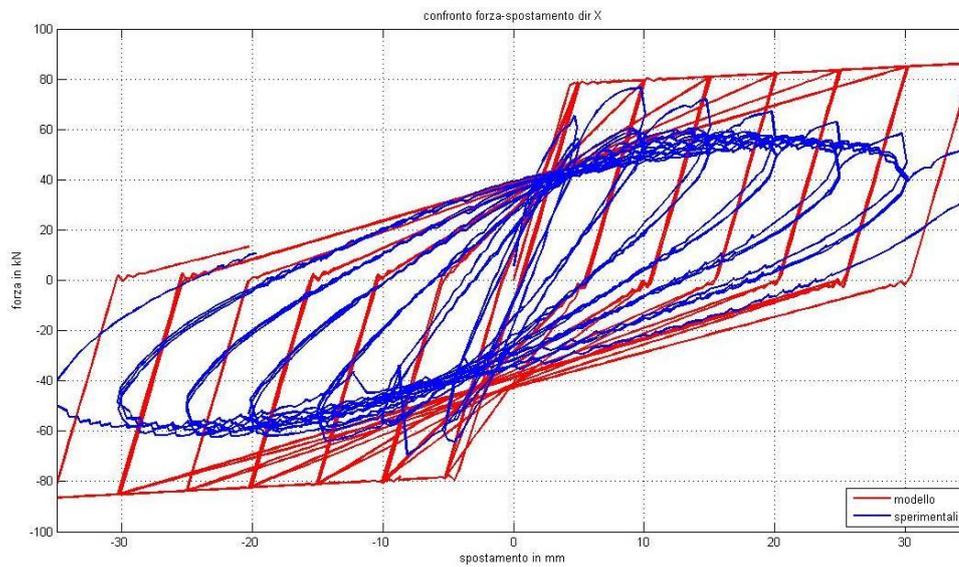


Figura 5-7 Diagramma forza-spostamento per la prova RC5 in direzione X

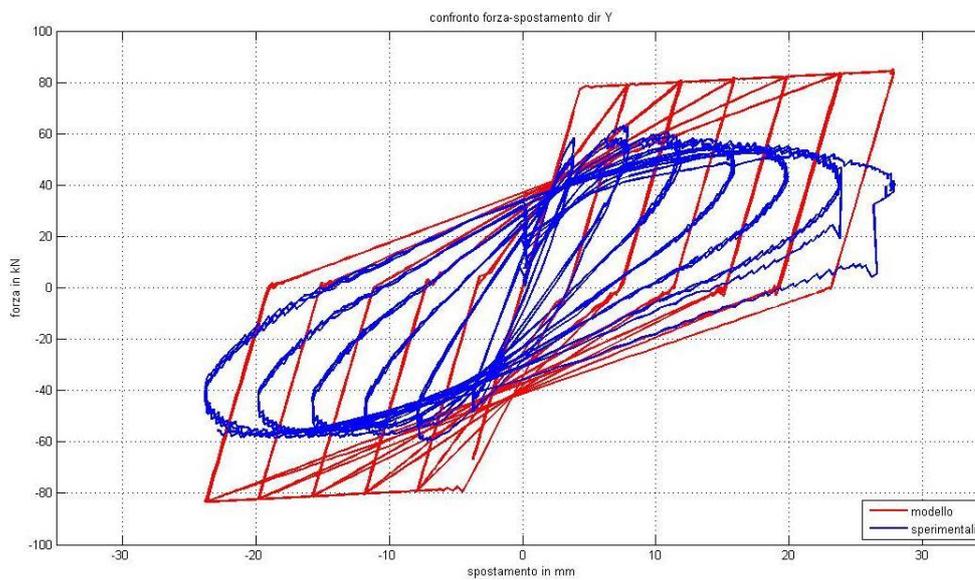


Figura 5-8 Diagramma forza-spostamento per la prova RC5 in direzione Y

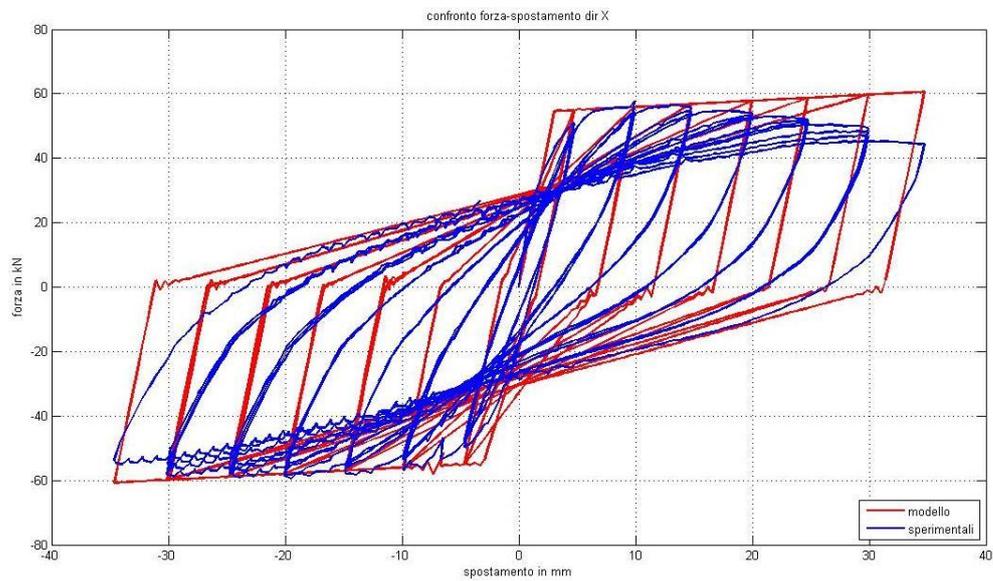
Si nota immediatamente che i risultati del modello sono molto meno aderenti a quelli della prova sperimentale a differenza di quelli ottenuti con il modello a fibre, come è da attendersi in dipendenza dalla forma del diagramma isteretico associato ai differenti gradi di libertà, che in questo caso è bilineare. Pur nella sua semplicità il modello mostra comunque una buona previsione del comportamento dell'elemento pur raggiungendo un carico massimo molto maggiore rispetto alla prova sperimentale. Tale fenomeno è dovuto alla mancanza dell'interazione tra le due direzioni.

La normativa tecnica, ed in particolare il DM 14.01.08, nel paragrafo §7.4.4.2.2.1 relativo alle verifiche a pressoflessione in zona sismica indica: *” La verifica a presso-flessione deviata può essere condotta in maniera semplificata effettuando, per ciascuna direzione di applicazione del sisma, una verifica a presso-flessione retta nella quale le sollecitazioni vengono determinate come indicato nel § 7.4.4.2.1 e la resistenza, calcolata come indicato nel § 4.1.2.1.2, viene ridotta del 30%”.*

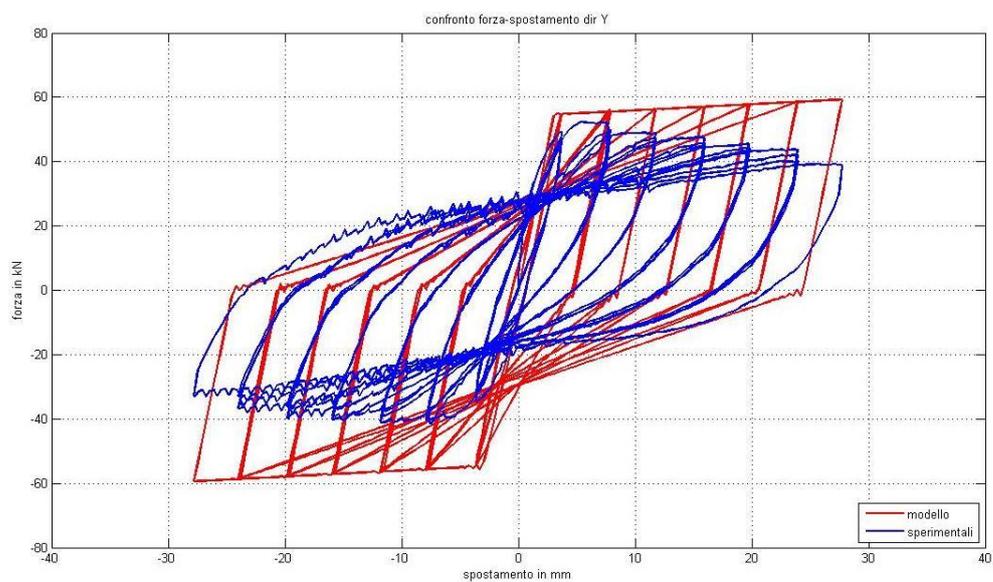
Si è quindi provveduto a ridurre del 30% la capacità resistente nel modello appena presentato per tentare di tenere in conto dell'interazione nelle due direzioni.

I risultati ottenuti vengono di seguito presentati.

Per la prova RC1 si sono ottenuti i seguenti risultati (Figura 5-9 e Figura 5-10):

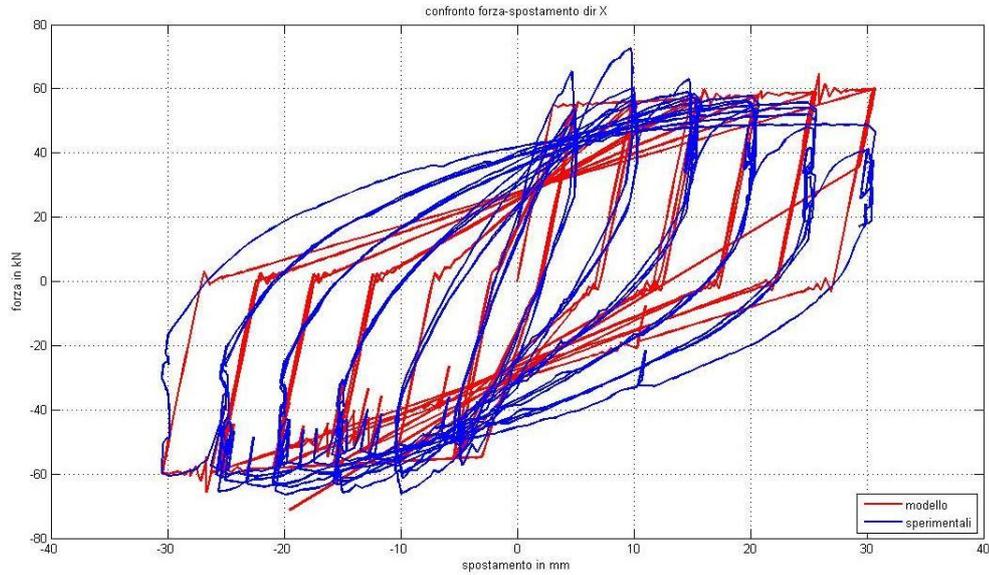


*Figura 5-9 Diagramma forza-spostamento per la prova RC1 in direzione X con resistenza ridotta del 30%.*

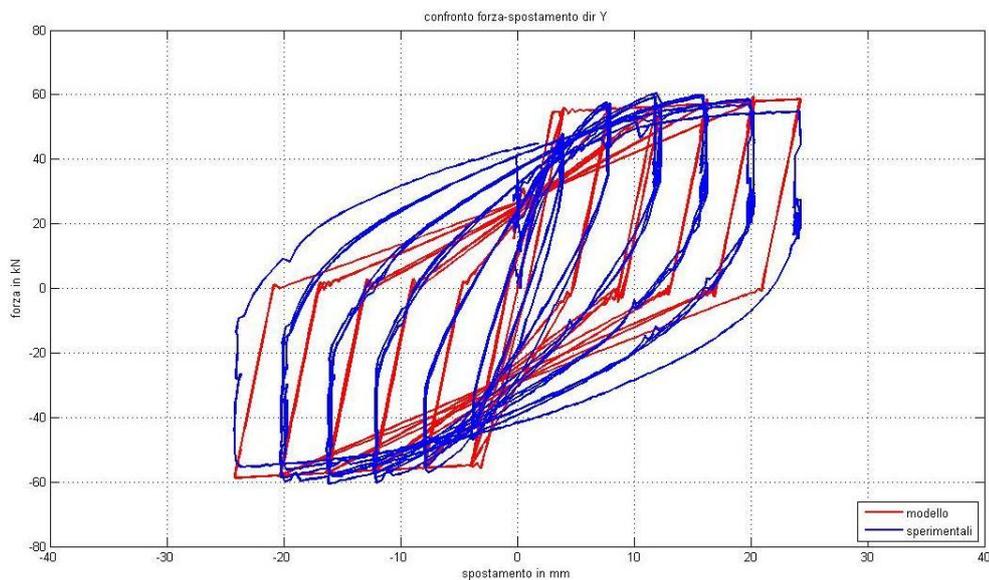


*Figura 5-10 Diagramma forza-spostamento per la prova RC1 in direzione Y con resistenza ridotta del 30%.*

Per la prova RC3 i risultati sono stati i seguenti (Figura 5-11 e Figura 5-12):

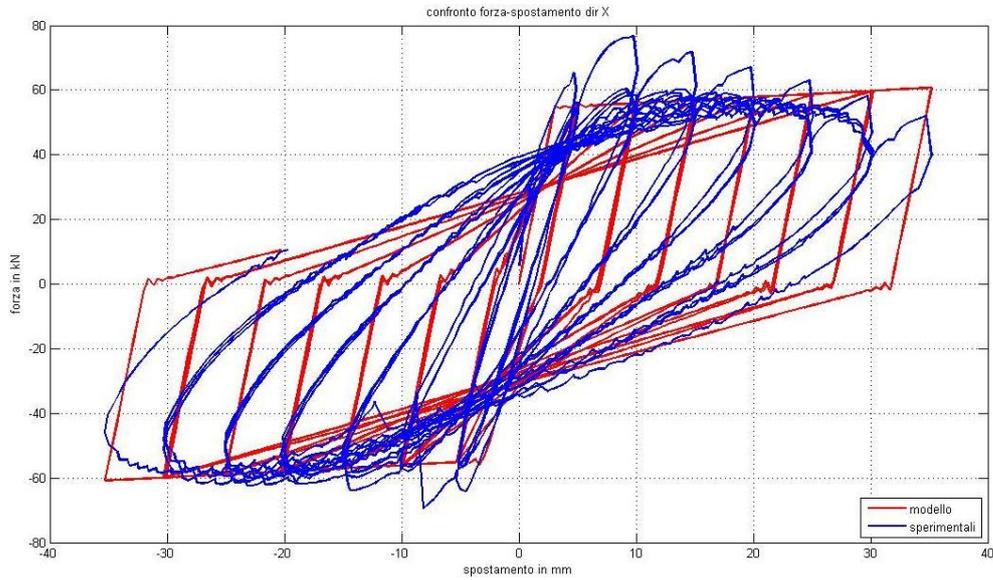


*Figura 5-11 Diagramma forza-spostamento per la prova RC3 in direzione X con resistenza ridotta del 30%.*

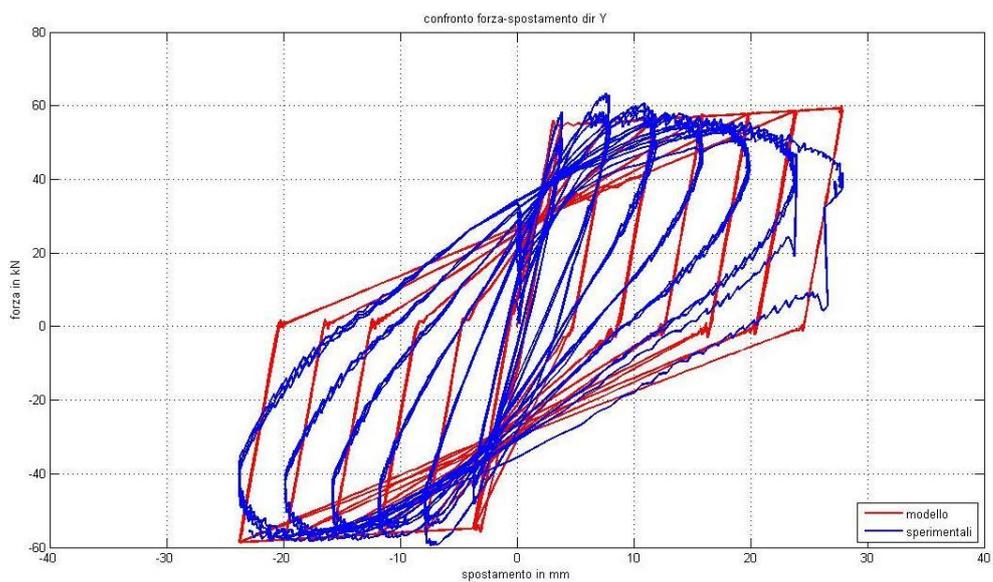


*Figura 5-12 Diagramma forza-spostamento per la prova RC3 in direzione Y con resistenza ridotta del 30%.*

Per la prova RC5 invece i risultati sono quelli mostrati in Figura 5-13 e Figura 5-14.



*Figura 5-13 Diagramma forza-spostamento per la prova RC5 in direzione X con resistenza ridotta del 30%.*



*Figura 5-14 Diagramma forza-spostamento per la prova RC5 in direzione Y con resistenza ridotta del 30%.*

Come si può vedere in questi ultimi grafici la riduzione del 30% sul carico massimo ha portato ottimi risultati in quanto in questo modo si riesce a cogliere in maniera precisa anche il carico massimo oltre al pinching.



## Capitolo 6

---

### **6 Estensione del modello ad un'intera struttura**

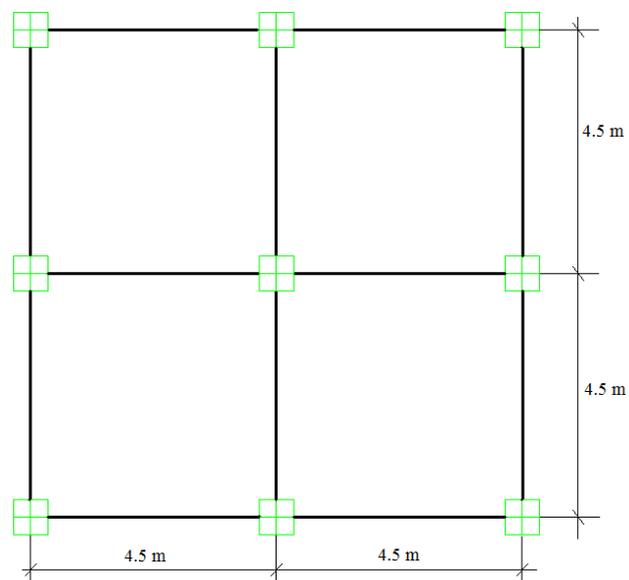
#### **6.1 Geometria, progettazione**

Fino a questo punto sono state svolte analisi e simulazioni su un singolo elemento strutturale con lo scopo di comprenderne al meglio sia il comportamento, sia i parametri necessari per svolgere una corretta modellazione.

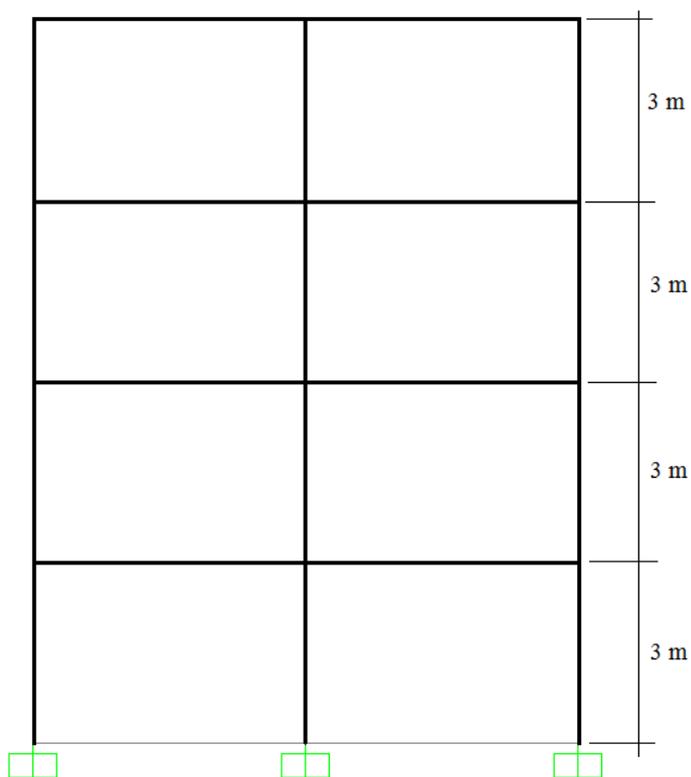
Sulla base dei risultati ottenuti con le prove precedentemente svolte è possibile quindi implementare il modello sviluppato fino a considerare una struttura di dimensioni reali, sviluppata in altezza piuttosto che in estensione e sottoposta ad azioni sismiche, nella quale come in molti casi della pratica costruttiva corrente degli ultimi decenni, il comportamento sotto carichi sismici possa dare luogo a meccanismi di collasso a piano debole.

La struttura alla quale si fa riferimento è un edificio semplice con telai in cemento armato di 4 piani con 2 campate per lato che conta per ogni piano 9

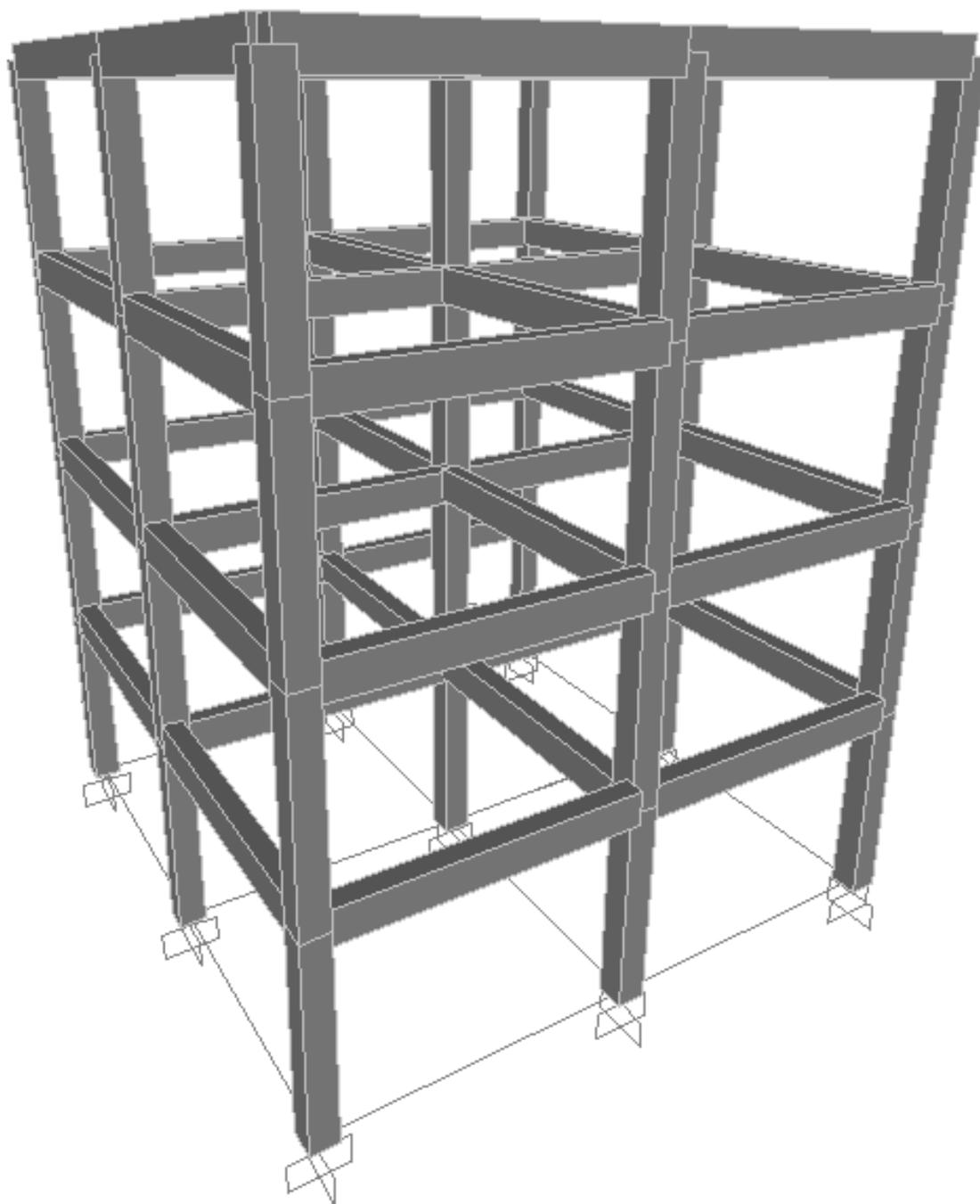
pilastrini e 12 travi. Vengono riportati per chiarezza la pianta (Figura 6-1), il prospetto (Figura 6-2) e una vista 3D dell'intera struttura (Figura 6-3).



*Figura 6-1 Pianta della struttura*



*Figura 6-2 Prospetto della struttura*



*Figura 6-3 Vista 3D della struttura*

La struttura ha una pianta quadrata con lato di 9.00 m, suddiviso in entrambe le direzioni in due campate di 4.50 m l'una. I singoli piani sono alti 3.00 m per un'altezza complessiva della struttura di 12.00 m.

Per poter svolgere le simulazioni alle quali si è già accennato in precedenza è stata necessaria una prima fase di dimensionamento.

Sono stati dapprima individuati i pesi propri dei solai considerando l'impiego di solai standard in latero-cemento e sono state quindi predimensionate travi e pilastri per determinarne approssimativamente le dimensioni degli elementi e la massa complessiva della struttura.

Vista la simmetria in pianta e la regolarità in elevazione è stata svolta, in accordo con quanto riportato nel DM2008 un'analisi statica equivalente per tenere conto delle azioni orizzontali introdotte da un evento sismico. Per mantenere una certa genericità, si è preferito evitare di realizzare lo spettro elastico e di progetto richiesto dalla normativa, ed è stata considerata direttamente una pseudo-accelerazione di progetto  $S_d=0.2g$ .

Scelte le dimensioni dei singoli elementi, e quindi le azioni orizzontali e verticali agenti, è stata svolta un'analisi statica della struttura impiegando il software Sap2000 per determinare l'andamento delle sollecitazioni sui vari elementi.

Il comportamento che stiamo studiando è il meccanismo di crisi per pressoflessione deviata nei pilastri, che si verifica in condizioni di crisi per piano debole. Questo tipo di crisi è ovviamente sfavorevole in quanto non permette lo sviluppo della duttilità massima della struttura. Per evitare questo comportamento il DM2008 rende obbligatorio il “*capacity design*” imponendo nel dimensionamento che la crisi per flessione e taglio nelle travi preceda quella nei pilastri.

Sulla base delle sollecitazioni massime sono stati svolti i dimensionamenti facendo riferimento al DM2008 per quanto riguarda le verifiche a flessione semplice per le travi e a pressoflessione per i pilastri - non considerando il capacity-design - mentre si è utilizzato il DM'96 per le verifiche a taglio.

Con quest'ultima scelta pur verificando le sezioni, si ottengono naturalmente nei pilastri quantità di staffe inferiori rispetto alle travi, in

maniera tale da avere anche un confinamento ridotto che porti i pilastri in campo non lineare molto prima delle travi, generando così la crisi di piano debole a cui si è appena accennato.

## 6.2 Modellazione della struttura

In fase di modellazione si è ritenuto di semplificare il tutto permettendo solo ai pilastri del piano terra di manifestare un comportamento inelastico, mentre i pilastri dei piani superiori sono stati modellati come elementi perfettamente elastici.

Così come è stato fatto per lo studio del pilastro isolato, anche per la struttura sono state impiegate le due modellazioni a plasticità diffusa e concentrata calibrate in precedenza.

Per quanto riguarda le travi, anche in questo caso, solo quelle del primo piano sono state realizzate con elementi a plasticità concentrata in grado di esplicitare il comportamento inelastico, mentre tutte quelle dei piani superiori sono state modellate con elementi elastici.

Per semplicità si è scelto di adottare elementi strutturali con uguali caratteristiche meccaniche e geometriche per tutte le travi e i pilastri, dimensionati in base alle massime sollecitazioni calcolate a seguito dell'analisi statica.

Ogni piano è stato considerato rigido; ciò porta ad avere lo spostamento dei nodi di piano funzione dello spostamento e della rotazione del nodo Master, ovvero del nodo in cui si considera concentrata la massa dell'intero piano.

Il nodo Master ricopre un ruolo molto importante in quanto è quel nodo a cui vengono applicati gli spostamenti nell'analisi push-over ed in cui è concentrata la massa di piano, fondamentale nelle analisi time-history.

Poiché nell'analisi è determinante un comportamento bidirezionale, e trattandosi di una struttura simmetrica in pianta il cui baricentro delle rigidità coincide con il baricentro geometrico, è necessario attribuire un'eccentricità a questo nodo in maniera tale da generare i fenomeni torcenti responsabili del comportamento bidirezionale. Sempre per dare generalità allo studio si è scelto di utilizzare come eccentricità nelle due direzioni quella minima da normativa, pari al 5% della dimensione in pianta della struttura.

Inizialmente si era pensato di modellare il solo livello inferiore di colonne, sostituendo alla parte superiore della struttura le relative sollecitazioni trasmesse alla parte inferiore, ma in seguito, come già accennato in precedenza, si è preferito modellare tutta la struttura, ad eccezione del piano terra, con elementi elastici. Tale decisione discende dalla considerazione che pur non essendo interessati a studiare il comportamento in elevazione della struttura, la presenza di questa parte diventa necessaria per descrivere la variazione dei momenti flettenti e dello sforzo assiale trasmesso da travi e pilastri agli elementi di base nel corso della prova.

Le colonne di base sono stati quindi modellate utilizzando gli elementi `BeamWithHinges` con sezione scomposta in fibre per lo studio a plasticità diffusa, mentre per il modello a plasticità concentrata il `BeamWithHinges` in cui le caratteristiche della sezione sono state definite impiegando leggi isteretiche separate nelle due direzioni.

Mentre il primo elemento è stato descritto abbondantemente nei capitoli precedenti, vale la pena di spendere qualche parola sul secondo.

Nella prima parte del lavoro infatti, gli elementi a plasticità concentrata erano stati modellati con l'elemento `ZeroLength` al quale venivano associati due comportamenti isteretici per le due direzioni ortogonali. In una prima fase di modellazione della struttura l'impiego di questo elemento ha inaspettatamente generato numerosi problemi nelle elaborazioni di calcolo delle sollecitazioni statiche, la cui persistenza a dispetto di modifiche e

semplificazioni del modello ha indotto a proseguire cambiando l'elemento finito.

Per compatibilità con quanto già sviluppato in precedenza, è stato impiegato l'elemento `BeamWithHinges`. È stato possibile impiegare lo stesso modello usato per l'analisi a plasticità diffusa in quanto le caratteristiche della sezione sono state definite attraverso l'uso di due leggi isteretiche, come per l'elemento `ZeroLength`.

Si deve osservare tuttavia che mentre nell'elemento `ZeroLength` i diagrammi isteretici sono del tipo  $M-\varphi$ , in cui  $\varphi$  viene calcolato moltiplicando la lunghezza della cerniera plastica per la curvatura, nell'elemento `BeamWithHinges` deve essere fornito direttamente il diagramma isteretico  $M-\chi$  in base al quale il programma integra direttamente sulla lunghezza di plasticizzazione fornitagli. Per assicurare che questo cambio di elemento finito porti a risultati compatibili con quanto simulato in precedenza con l'altro, è stata eseguita una simulazione sul singolo pilastro, ovviamente senza modificare in alcun modo i parametri calibrati, ed i risultati così ottenuti sono risultati perfettamente coincidenti con i precedenti, a conferma della corretta scelta di sostituzione dell'elemento finito in questione.

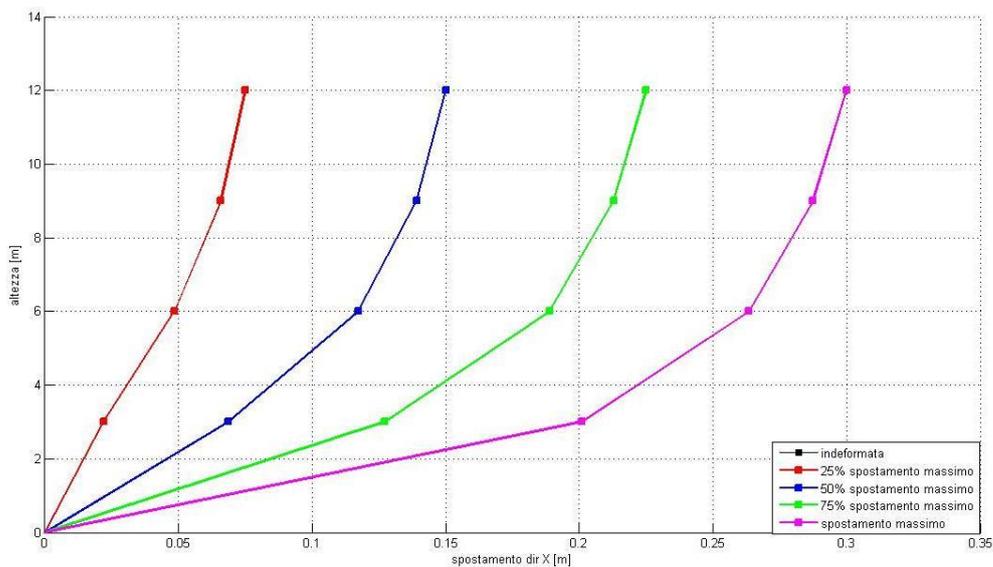
### 6.3 Risultati: Analisi Push-Over

Le prime simulazioni operate sulla struttura sono state di tipo push-over per determinare la capacità resistente della struttura.

Come già accennato il set di forze orizzontali statiche viene applicato ai nodi master di ogni piano che hanno un'eccentricità rispetto al baricentro delle rigidezze in modo da generare fenomeni torcenti e flessionali nella direzione ortogonale a quella di applicazione del carico.

L'analisi di cui sopra è stata svolta impiegando due diversi valori di eccentricità, in particolare il 5% e il 10% della dimensione in pianta della struttura (corrispondenti rispettivamente a 45cm e 90cm)

Di seguito viene mostrato l'andamento degli spostamenti nei vari piani per la simulazione in cui gli elementi strutturali sono stati modellati a fibre ed in cui è stata considerata un'eccentricità del 5%. I risultati sono stati riportati in corrispondenza del raggiungimento del 25%, 50%, 75% e 100% dell'analisi (nel seguito si farà riferimento a questi con "step1", "step2", "step3" e "step4") in modo da mostrare l'evoluzione nell'andamento degli spostamenti.



*Figura 6-4 Spostamento in direzione X in vari step di analisi per i vari piani con eccentricità del 5% per modello a fibre*

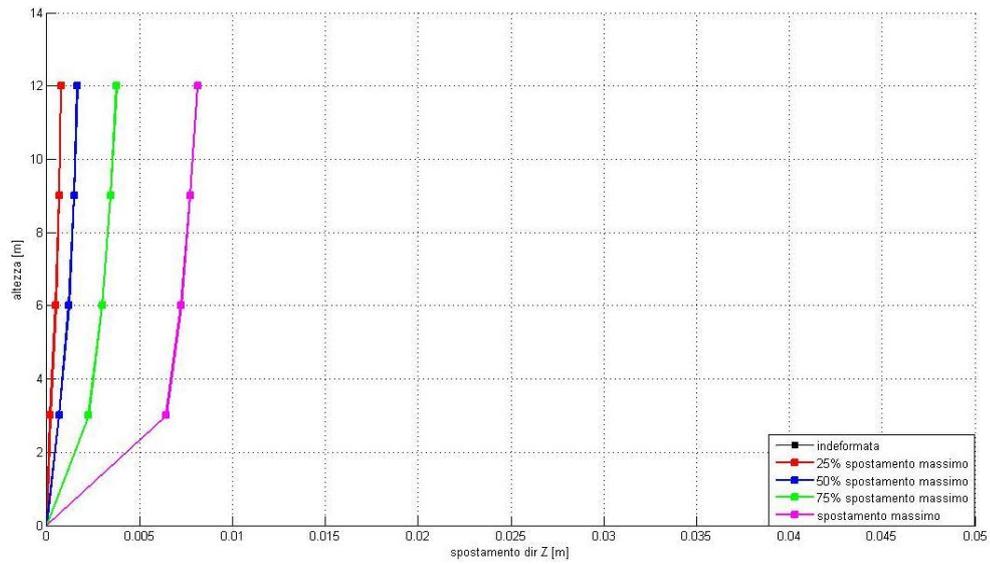


Figura 6-5 Spostamento in direzione Z in vari step di analisi per i vari piani con eccentricità del 5% per modello a fibre

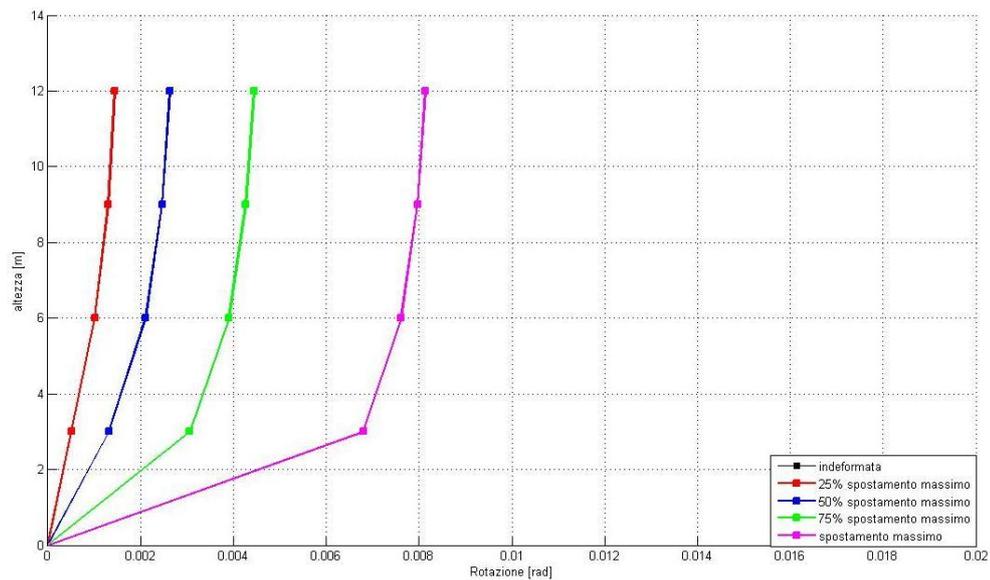


Figura 6-6 Rotazione assoluta in vari step di analisi per i vari piani con eccentricità del 5% per modello a fibre

Di seguito viene mostrato l'andamento degli spostamenti visto in pianta di tutti i piani per i differenti step di analisi.

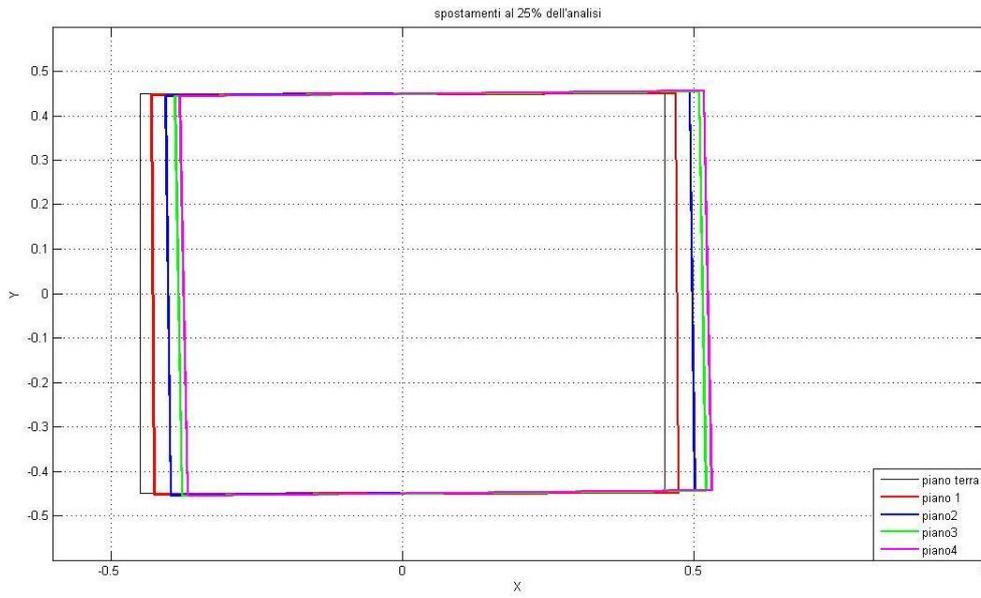


Figura 6-7 Spostamento dei vari piani al 25% dell'analisi con eccentricità del 5% per modello a fibre

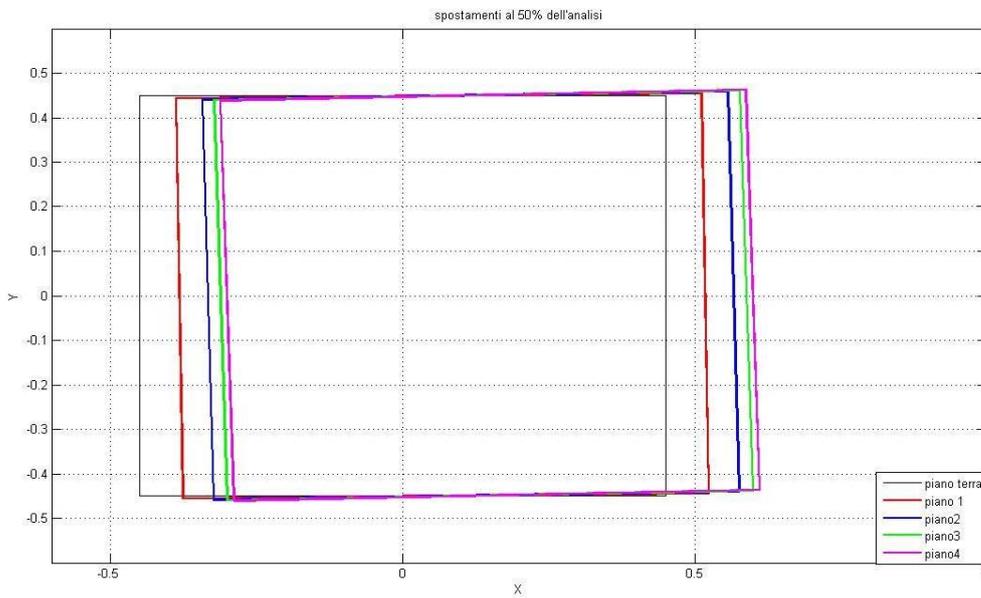
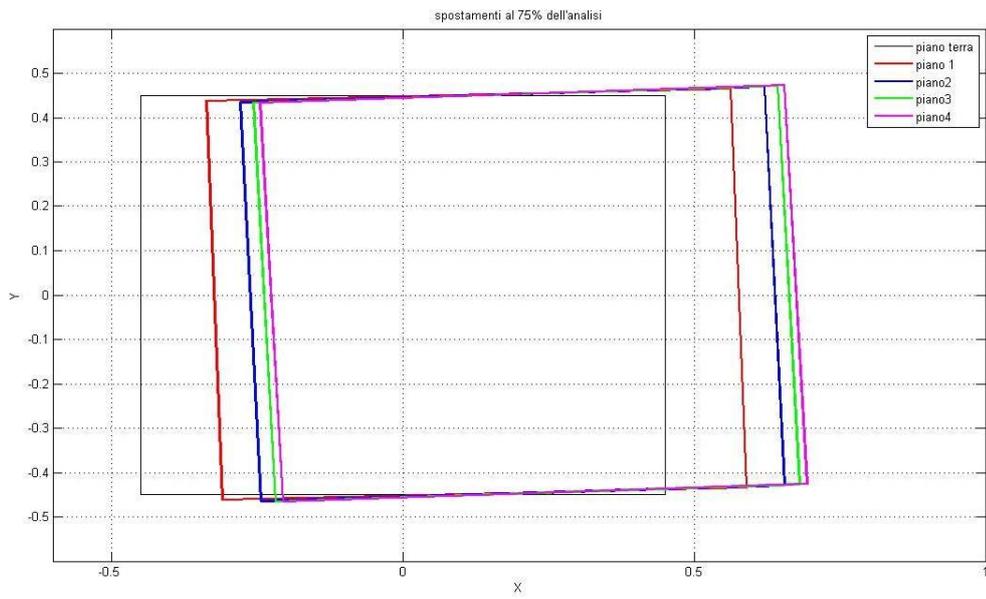
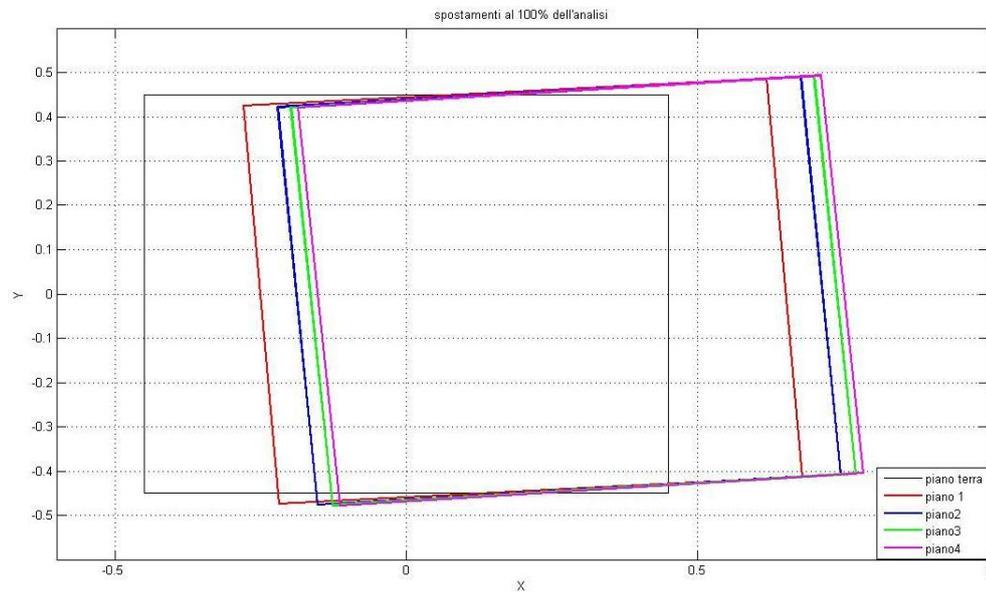


Figura 6-8 Spostamento dei vari piani al 50% dell'analisi con eccentricità del 5% per modello a fibre



*Figura 6-9 Spostamento dei vari piani al 75% dell'analisi con eccentricità del 5% per modello a fibre*



*Figura 6-10 Spostamento dei vari piani al 100% dell'analisi con eccentricità del 5% per modello a fibre*

Per quanto riguarda il modello a plasticità concentrata con eccentricità del 5% i grafici relativi agli spostamenti sono mostrati di seguito.

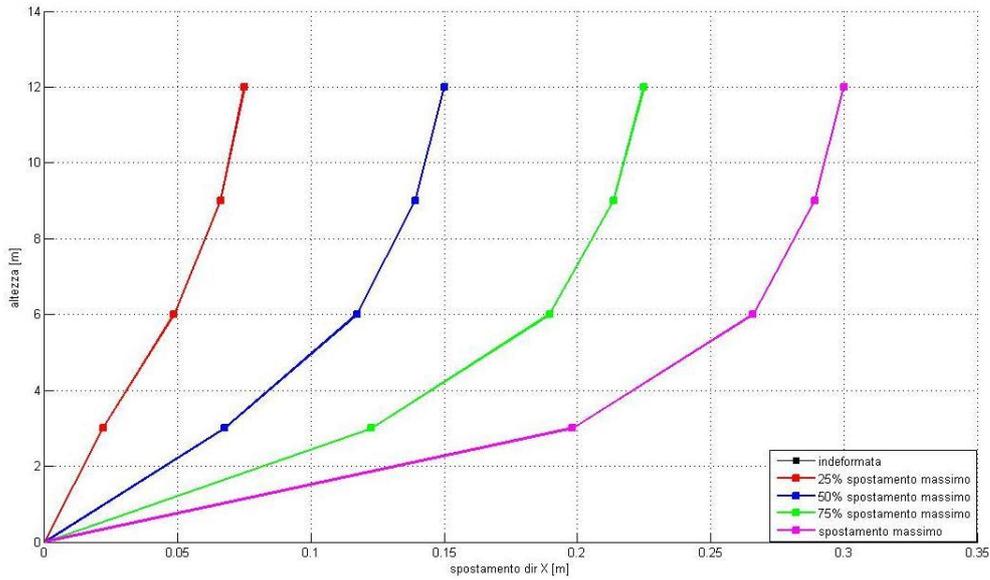


Figura 6-11 Spostamento in direzione X in vari step di analisi per i vari piani con eccentricità del 5% per modello a plasticità concentrata

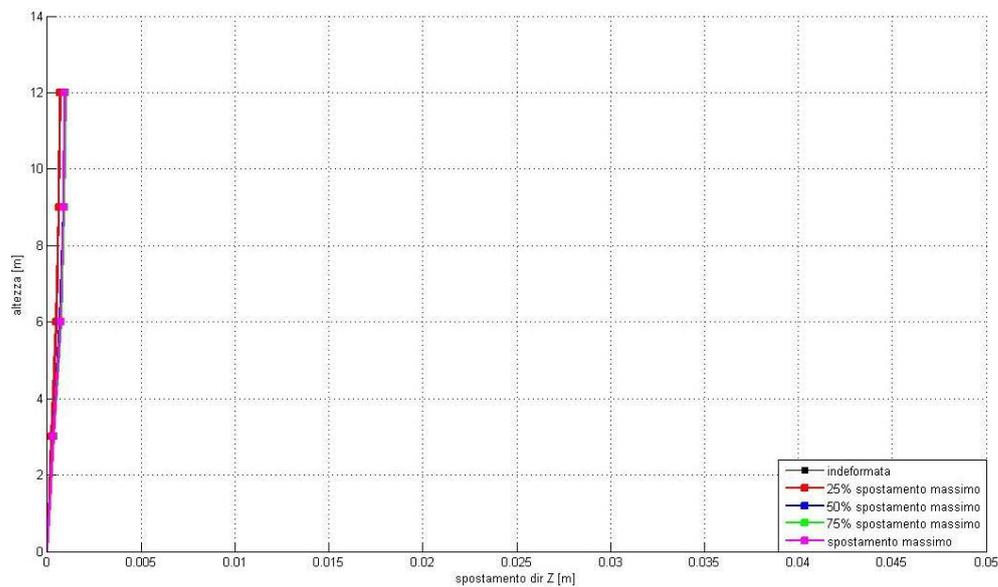


Figura 6-12 Spostamento in direzione Z in vari step di analisi per i vari piani con eccentricità del 5% per modello a plasticità concentrata

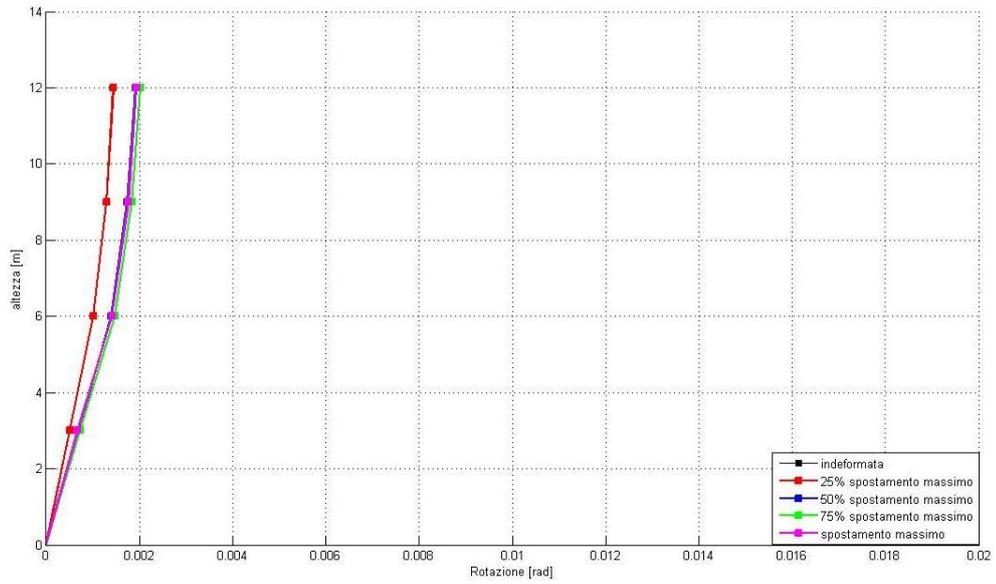


Figura 6-13 Rotazione assoluta in vari step di analisi per i vari piani con eccentricità del 5% per modello a plasticità concentrata

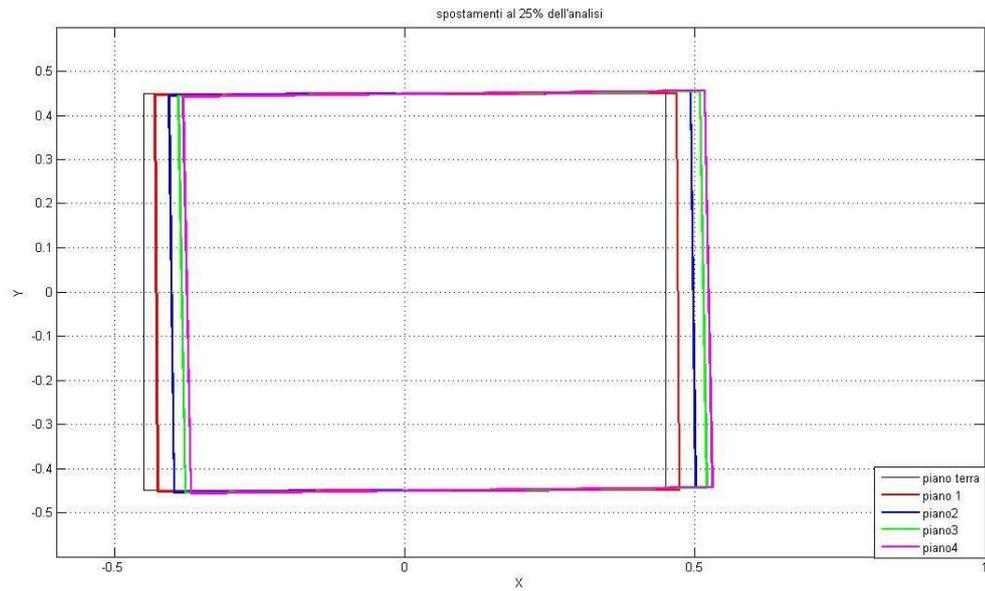


Figura 6-14 Spostamento dei vari piani al 25% dell'analisi con eccentricità del 5% per modello a plasticità concentrata

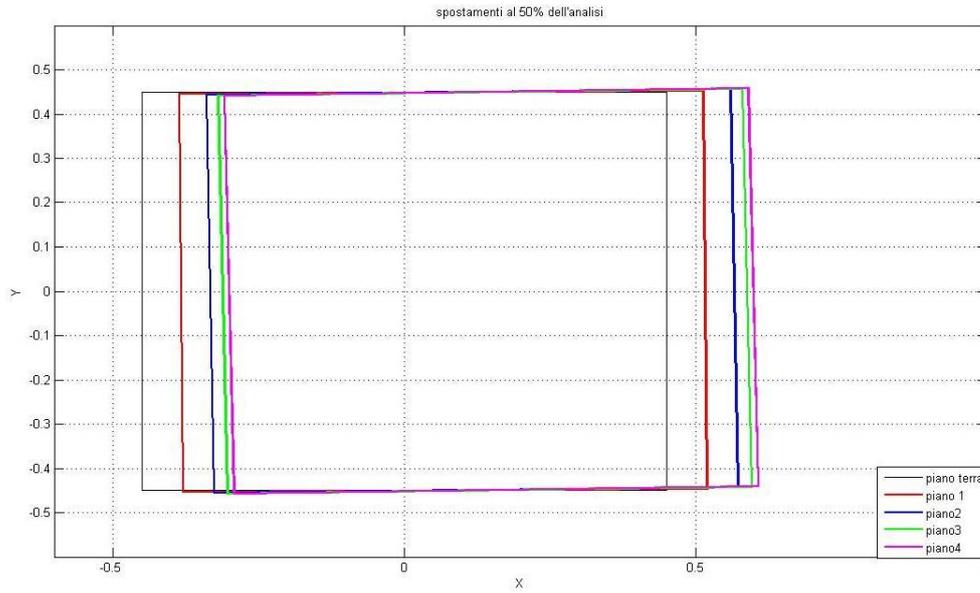


Figura 6-15 Spostamento dei vari piani al 50% dell'analisi con eccentricità del 5% per modello a plasticità concentrata

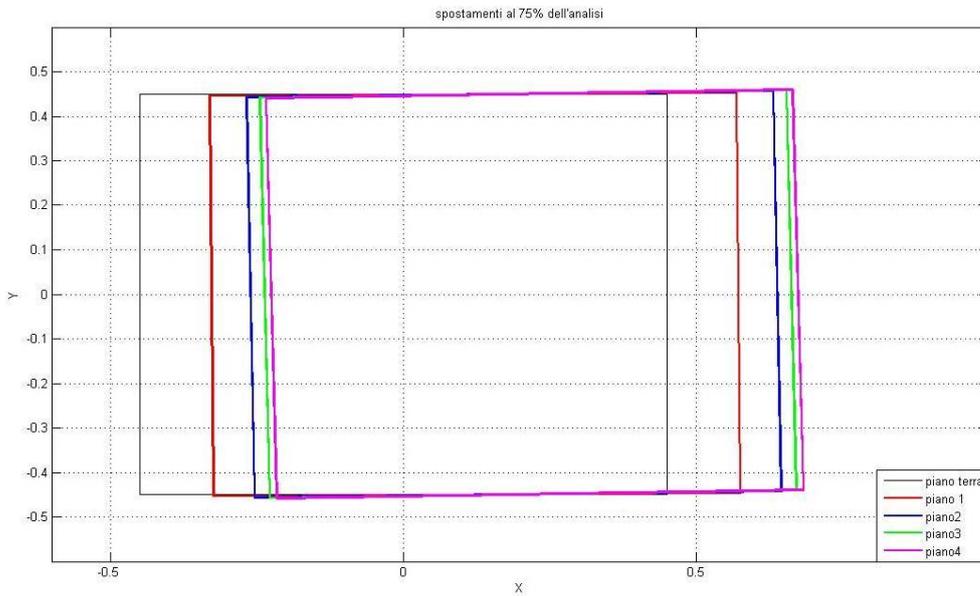
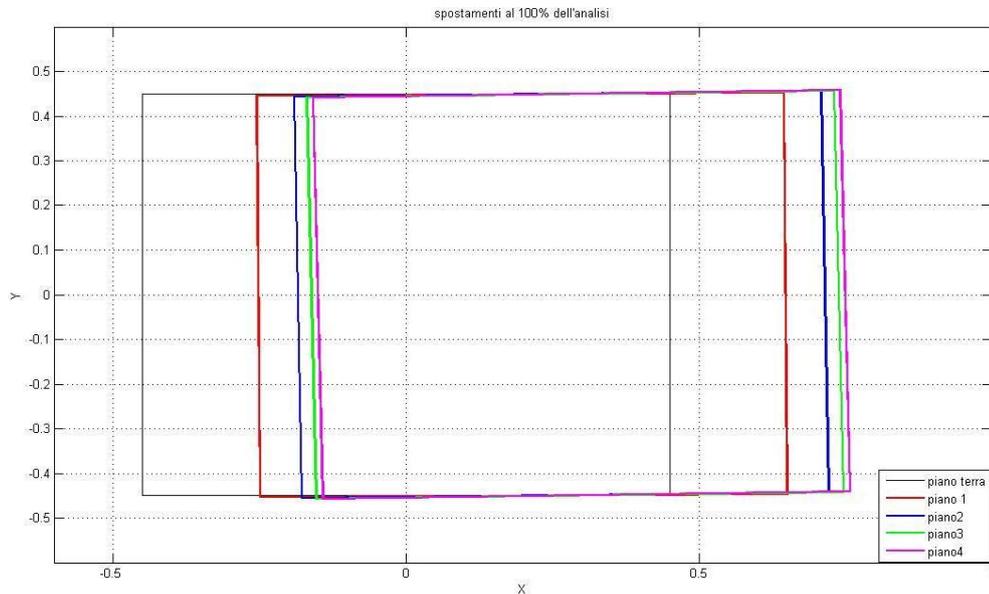


Figura 6-16 Spostamento dei vari piani al 75% dell'analisi con eccentricità del 5% per modello a plasticità concentrata



*Figura 6-17 Spostamento dei vari piani al 100% dell'analisi con eccentricità del 5% per modello a plasticità concentrata*

In questi primi grafici si può notare, come ci si aspettava, che lo spostamento si concentra per la maggior parte nei pilastri di base, dandoci una prima conferma del corretto funzionamento del modello. In più, si può riscontrare che nel modello a plasticità diffusa, essendo presente l'interazione nelle due direzioni, gli spostamenti in direzione Z e le rotazioni del piano alla base sono molto maggiori rispetto al quanto si verifica nel modello a plasticità concentrata in cui la rotazione diventa quasi trascurabile. Va puntualizzato che nei grafici in cui si riportano gli spostamenti in pianta dei piani, le dimensioni della pianta sono state scalate di un ordine di grandezza in maniera tale da far risultare più evidenti gli spostamenti, lasciandoli invariati in modulo.

Pur essendo questi grafici molto interessanti, per comprendere il comportamento complessivo della struttura è necessario osservare le curve

di capacità per le 3 componenti di spostamento (Figura 6-18, Figura 6-19 e Figura 6-20).

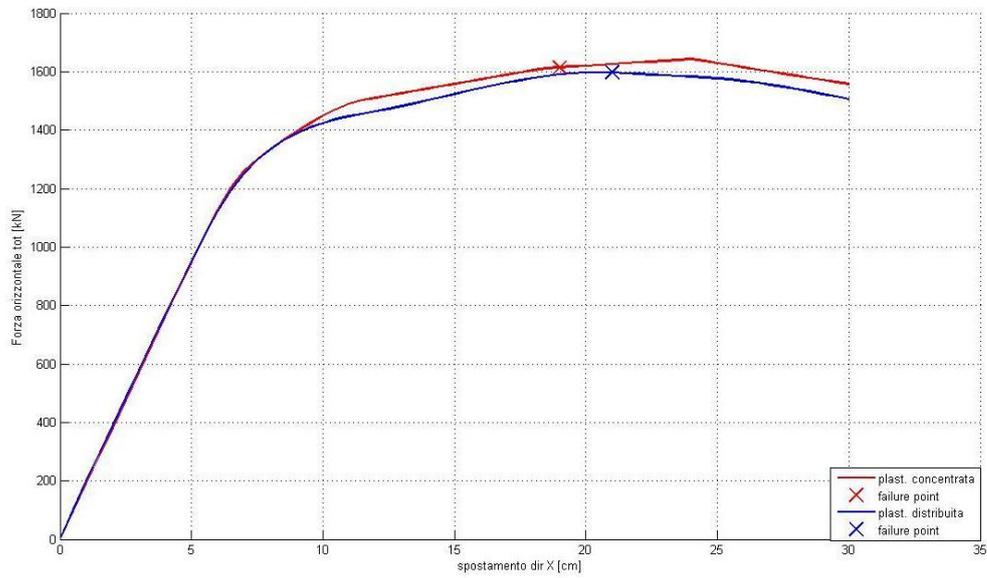


Figura 6-18 Curva di capacità per eccentricità 5% in direzione X

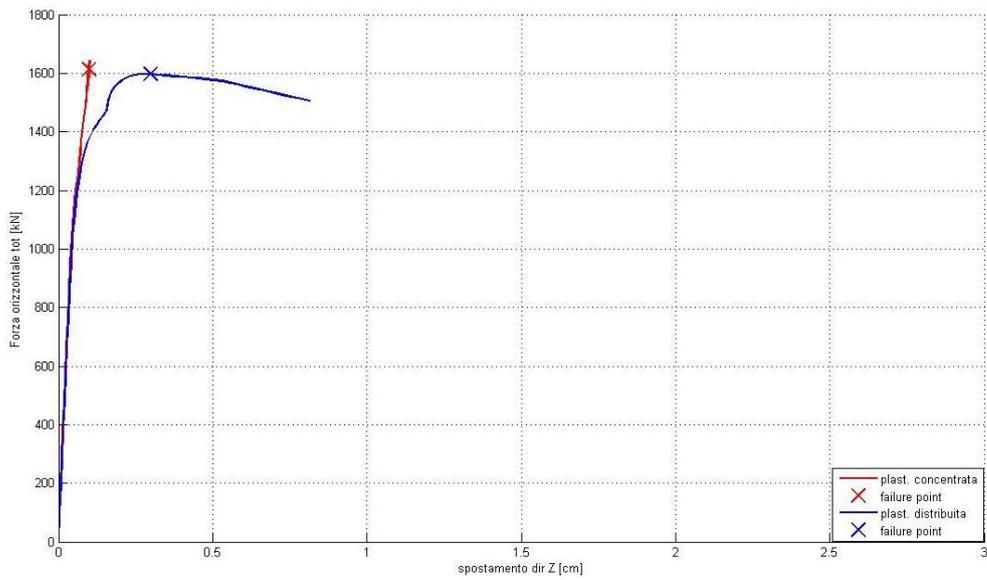


Figura 6-19 Curva di capacità per eccentricità 5% in direzione Z

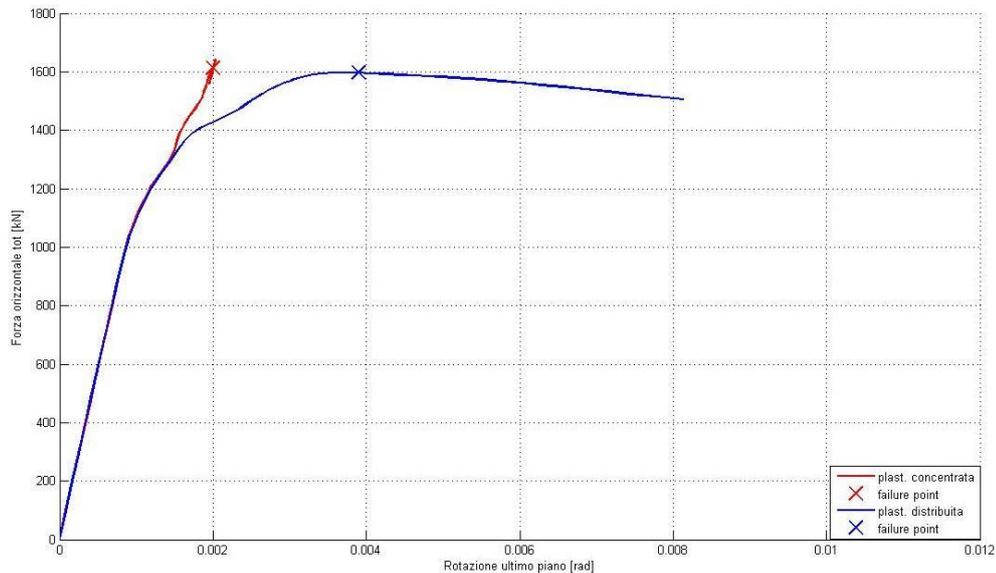


Figura 6-20 Curva di capacità per eccentricità 5% relativa alla rotazione

Dalla Figura 6-18 si può notare come il comportamento monodirezionale viene colto in maniera corretta da entrambi i modelli, così come era stato evidenziato anche nell'analisi della singola colonna. La piccola differenza di carico ultimo raggiunto è naturale conseguenza dei differenti modelli di materiale impiegati nella valutazione delle caratteristiche meccaniche della cerniera plastica rispetto a quelle impiegate dal software a fibre. Nella Figura 6-19 e Figura 6-20 risultano invece evidenti le differenze maggiori tra i due modelli impiegati. Si può notare infatti come, mentre per il modello a plasticità diffusa per un certo valore di carico si raggiunge lo snervamento, in quello a plasticità concentrata l'andamento continua ad essere crescente linearmente in quanto non verificandosi il danneggiamento dovuto all'interazione con l'altra direzione l'elemento si trova soggetto ad uno spostamento molto inferiore rispetto a quello di snervamento monodirezionale, per cui resta in campo elastico (è da tenere presente che nella Figura 6-19 e Figura 6-20 sono stati graficizzati gli spostamenti e le rotazioni del nodo master dell'ultimo piano in funzione non della reazione a

alla base in quella direzione, ma del carico esterno complessivamente applicato)

In questi grafici viene mostrato anche il punto in cui si può pensare che la struttura raggiunga il collasso. In realtà tale condizione non è univoca in quanto il punto di collasso può essere inteso come il valore di carico esterno per cui si ha una pendenza negativa nella curva di capacità, come il valore di carico massimo raggiungibile, come il valore di carico per il quale si ha la crisi del primo elemento ecc. Nel caso in questione si è scelto di considerare il carico che porta in crisi il primo elemento nella struttura, in particolare nel piano di base, che si realizza quando il calcestruzzo del nucleo confinato di uno dei pilastri raggiunge la deformazione ultima. Tale valore di deformazione ultima è stato calcolato in accordo con la teoria di Priestley-Calvi con la relazione:

$$\varepsilon_{cu} = 1.4 \left( 0.004 + \frac{1.4 \rho_s f_{yh} \varepsilon_{su}}{f'_{cc}} \right)$$

Nel caso in questione è risultato essere  $\varepsilon_{cu}=0.0197$ .

È interessante mostrare l'andamento degli sforzi nei vari pilastri, in quanto in relazione alla diversa modellazione si osservano comportamenti molto differenti.

Di seguito quindi vengono mostrati, considerando un'eccentricità del 5% per entrambi i modelli a plasticità diffusa e concentrata, l'andamento dello sforzo assiale, dei momenti in direzione Z ed X in tutti i pilastri di base nel corso dell'analisi.

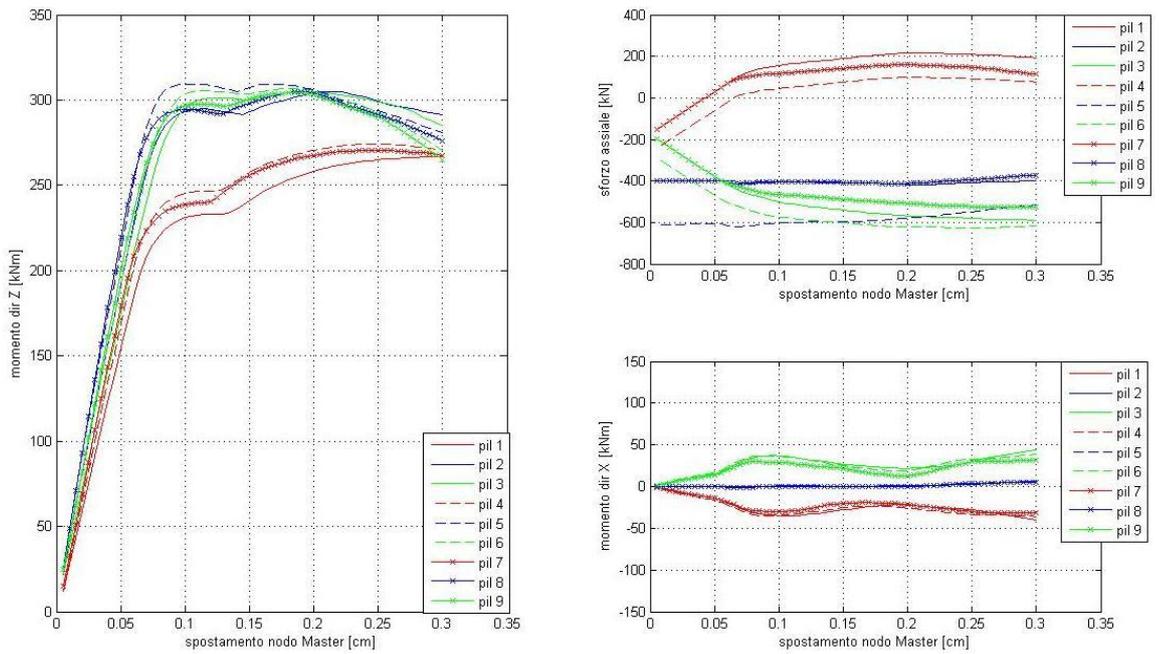


Figura 6-21 Sforzi nei pilastri di base per modello a fibre con eccentricità del 5%

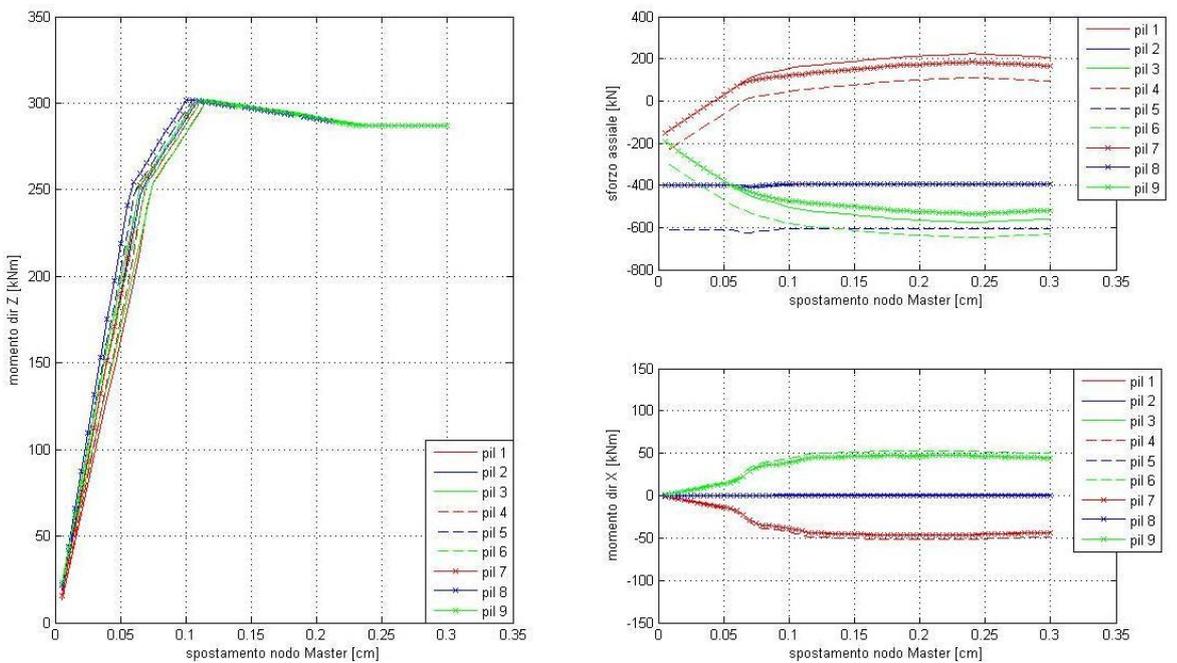


Figura 6-22 Sforzi nei pilastri di base per modello a plasticità concentrata con eccentricità del 5%

Nella Figura 6-21 (relativamente al grafico a sinistra) si può osservare che i pilastri relativi alla prima fila in direzione Z (si ricorda che la struttura viene spinta in direzione X), rappresentati nel grafico in linea rossa mostrano una resistenza molto inferiore rispetto a quelli rappresentati in blu (pilastrata centrale) e verde. Ciò è dovuto all'interazione con il carico assiale (grafico in alto a destra) in quanto per i pilastri in rosso si può notare che per spostamenti relativamente grandi tendono, per effetto “tira e spingi”, ad andare addirittura in trazione, riducendo la propria capacità resistente a flessione. La situazione opposta si verifica invece nei pilastri indicati in verde, dove l'incremento di sforzo assiale migliora la capacità resistente di quest'ultimi. I pilastri in blu, essendo quelli centrali, non sono soggetti a tale fenomeno, ma essendo in generale più caricati rispetto agli altri hanno un comportamento simile a quelli in verde. Per quanto riguarda il comportamento a flessione nell'altra direzione (grafico in basso a destra), si può osservare un comportamento molto strano in cui una volta raggiunto il picco di momento resistente e il successivo softening si ha un ulteriore ramo crescente. Tale fenomeno ovviamente non è legato ad un comportamento del singolo elemento, ma all'effetto “struttura” che per grandi deformazioni porta ad una redistribuzione dei carichi tra i vari elementi in funzione della resistenza. È interessante notare come al raggiungimento dello spostamento massimo il momento massimo dei vari pilastri tende verso uno stesso valore (poiché i pilastri sono uguali), che rappresenta il momento plastico dei vari pilastri.

Osservando invece quanto mostrato nella Figura 6-22 relativamente al comportamento della struttura modellata a plasticità concentrata, si può notare che qui il fenomeno accennato in precedenza di differente comportamento in funzione del differente carico assiale non si verifica e gli elementi si comportano tutti allo stesso modo. Ciò è ben spiegato dal fatto che i pilastri seguono il comportamento bilineare (diventato poi trilineare con il terzo ramo discendente per simulare il fenomeno del softening) delle cerniere introdotte alle sue estremità. Raggiunto lo snervamento del primo

pilastro, ad ogni ulteriore incremento di carico, quindi ad ogni successivo passo di analisi, se ne plasticizza un altro fin a quando, essendo tutti snervati, raggiungono il loro momento ultimo e diventa impossibile distinguere il comportamento dei singoli elementi dal momento che hanno un comportamento identico. Per quanto riguarda il momento nella direzione X, in questo caso non si assiste al fenomeno mostrato in precedenza per il modello a fibre, ma si ottiene un comportamento molto più regolare poiché in questo caso, pur in presenza di una redistribuzione in base alle resistenze, essendo i pilastri uguali, la redistribuzione sarà uguale su tutti gli elementi.

Di seguito viene mostrato il risultato della medesima analisi con un'eccentricità doppia rispetto al caso precedente, ovvero del 10%.

Per il modello a fibre si è ottenuto il seguente comportamento:

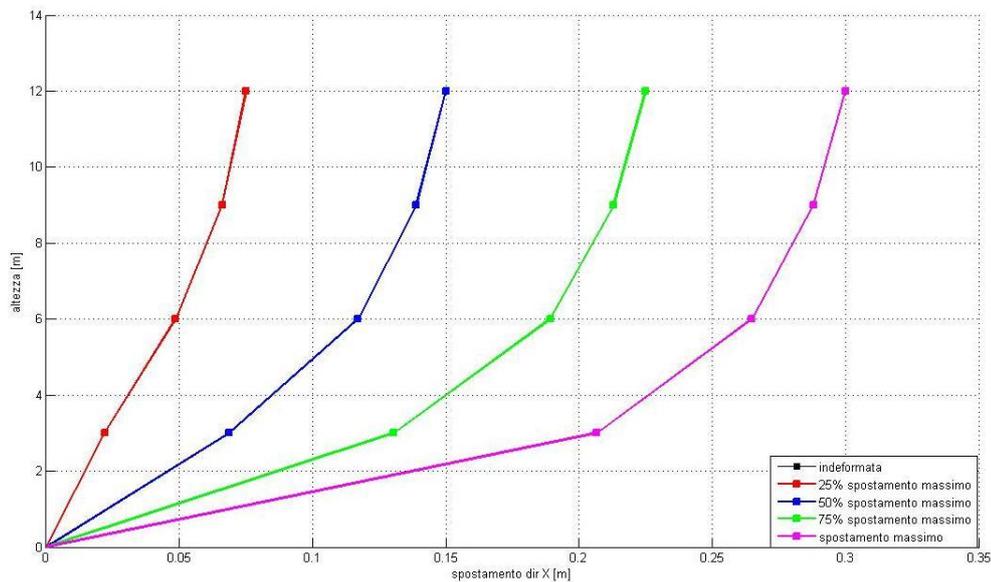


Figura 6-23 Spostamento in direzione X in vari step di analisi per i vari piani con eccentricità del 10% per il modello a fibre

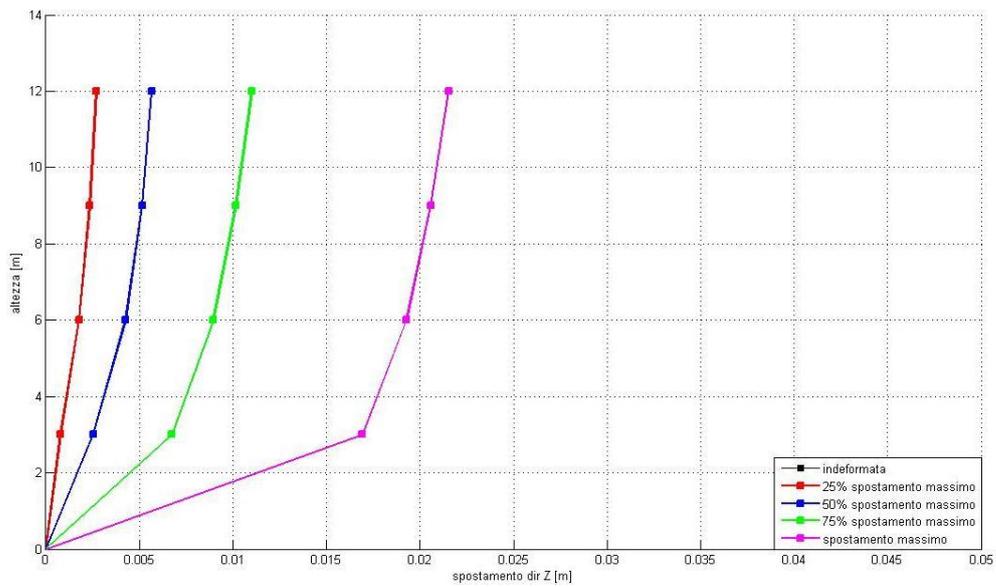


Figura 6-24 Spostamento in direzione Z in vari step di analisi per i vari piani con eccentricità del 10% per il modello a fibre

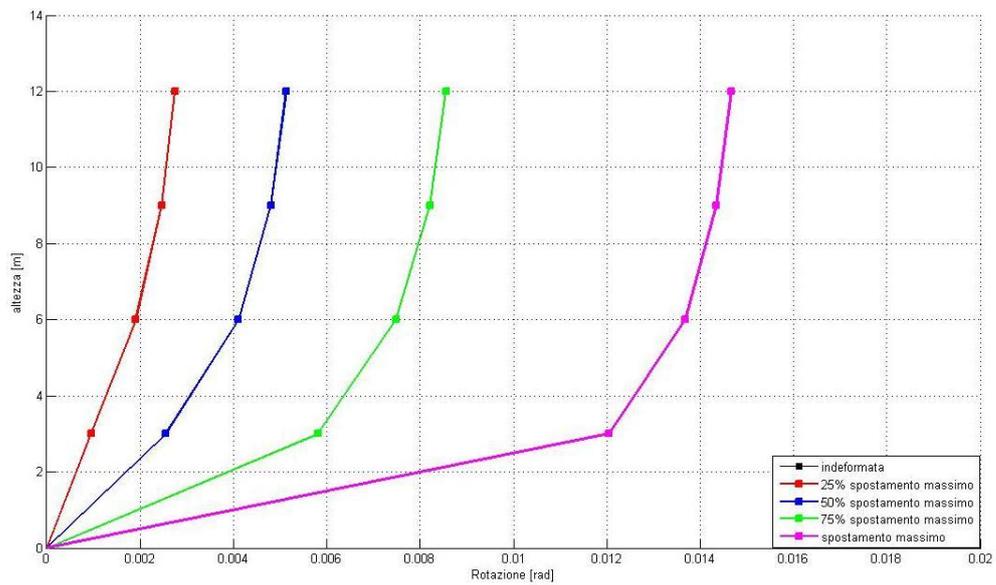
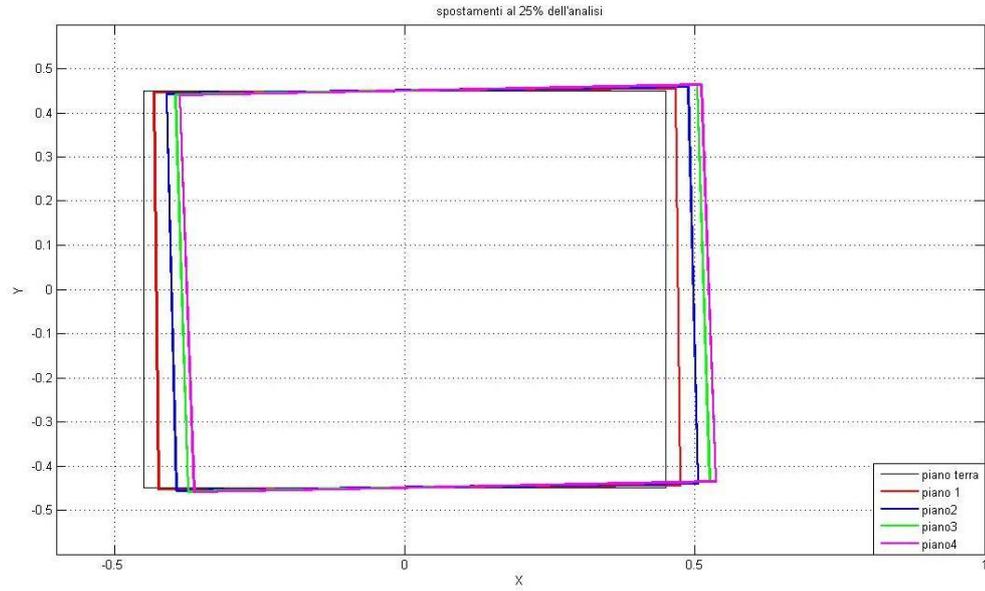
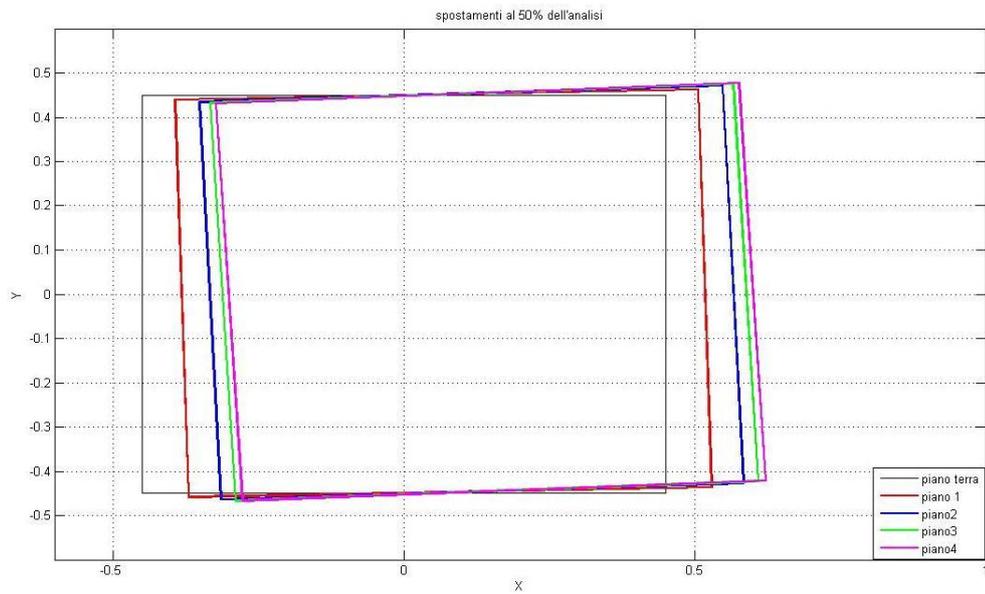


Figura 6-25 Rotazione assoluta in vari step di analisi per i vari piani con eccentricità del 10% per il modello a fibre



*Figura 6-26 Spostamento dei vari piani al 25% dell'analisi con eccentricità del 10% per modello a fibre*



*Figura 6-27 Spostamento dei vari piani al 50% dell'analisi con eccentricità del 10% per modello a fibre*

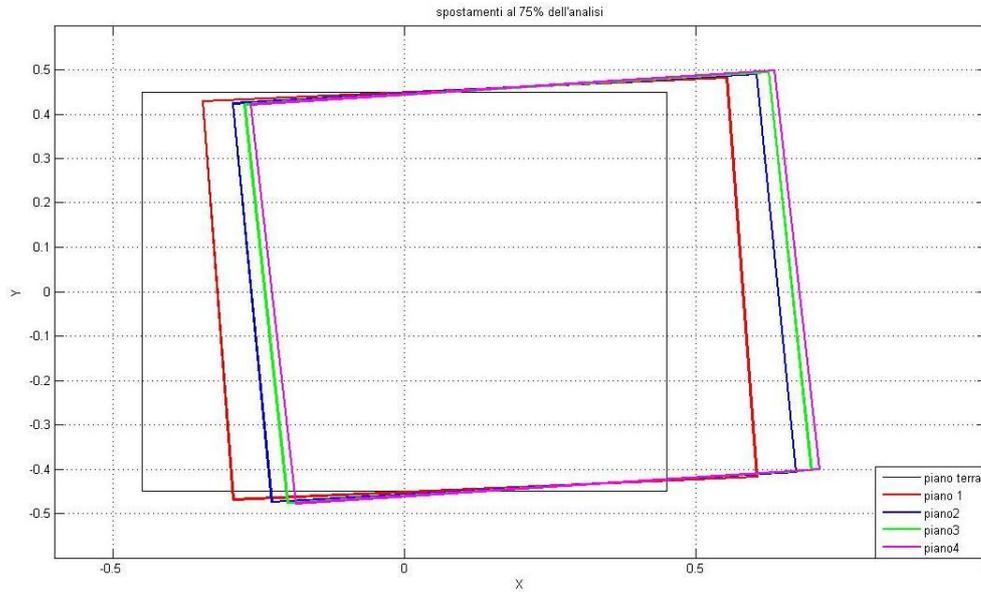


Figura 6-28 Spostamento dei vari piani al 75% dell'analisi con eccentricità del 10% per modello a fibre

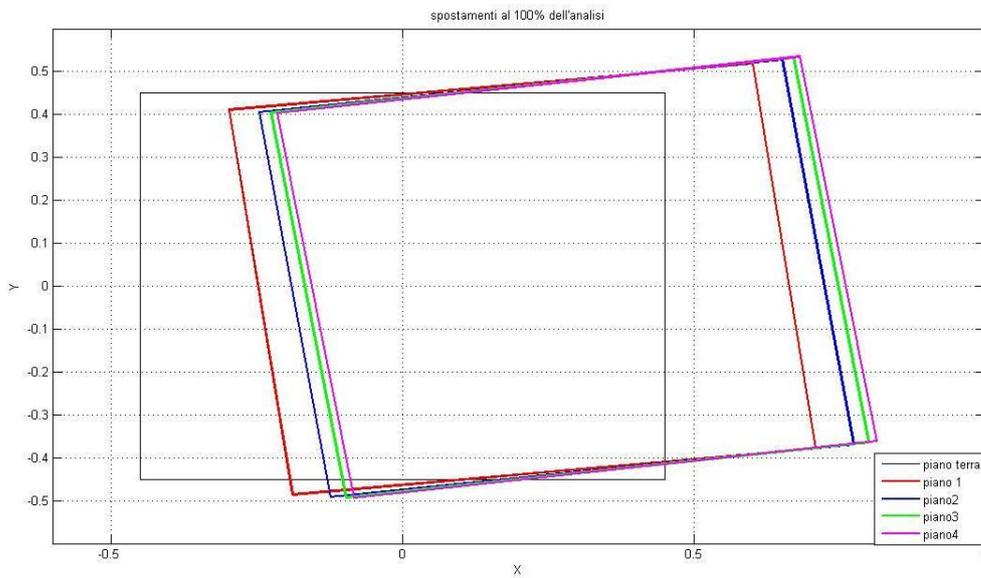


Figura 6-29 Spostamento dei vari piani al 100% dell'analisi con eccentricità del 10% per modello a fibre

Di seguito invece vengono presentati i risultati ottenuti con il modello a plasticità concentrata sempre per un'eccentricità del 10%.

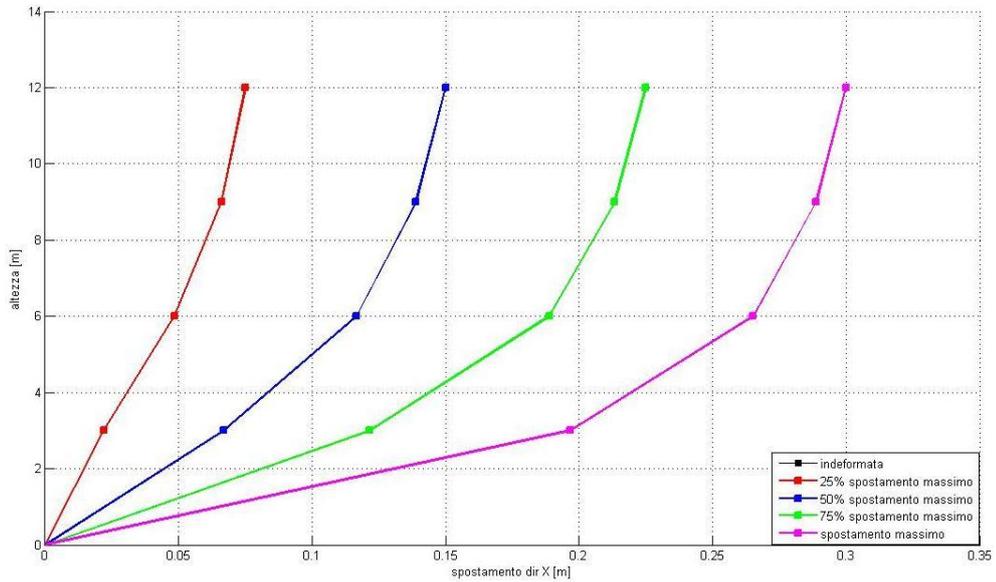


Figura 6-30 Spostamento in direzione X in vari step di analisi per i vari piani con eccentricità del 10% per il modello a plasticità concentrata

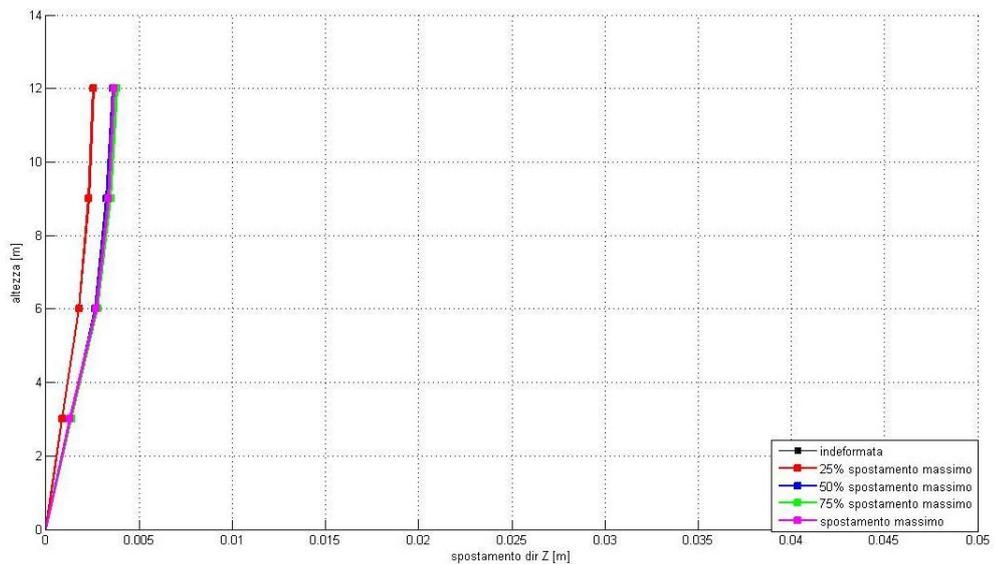


Figura 6-31 Spostamento in direzione Z in vari step di analisi per i vari piani con eccentricità del 10% per il modello a plasticità concentrata

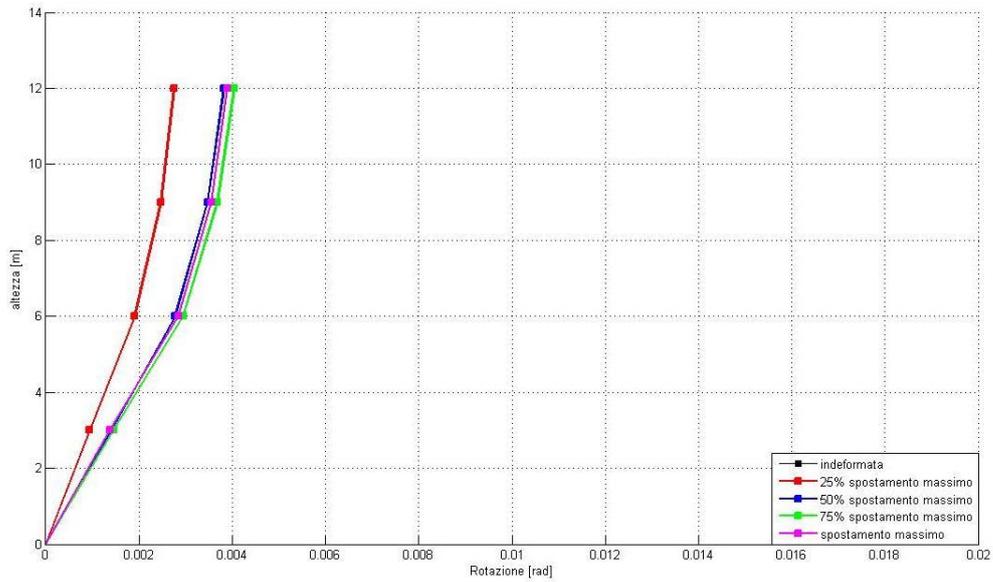


Figura 6-32 Rotazione assoluta in vari step di analisi per i vari piani con eccentricità del 10% per il modello plasticità concentrata

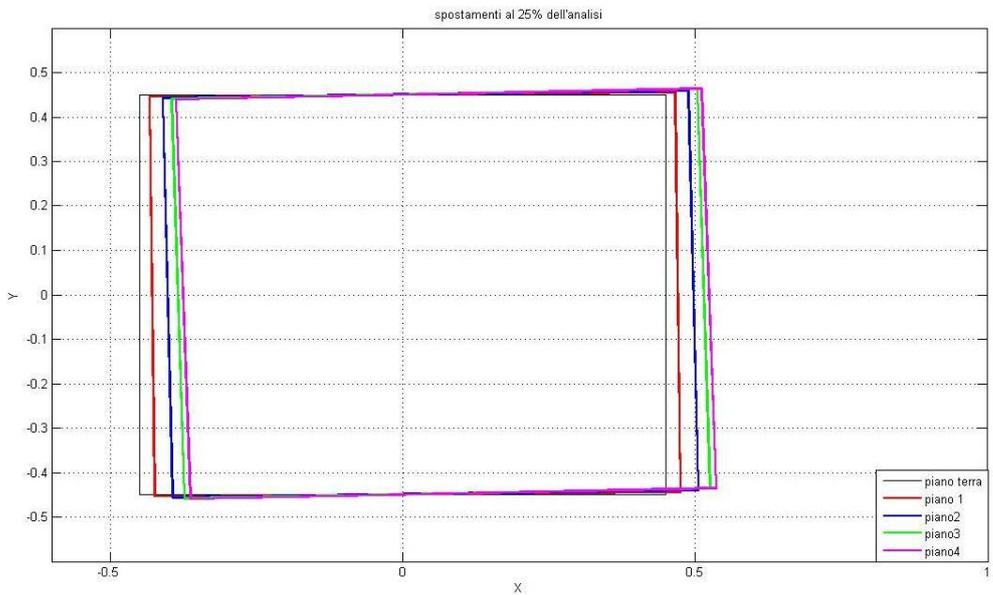
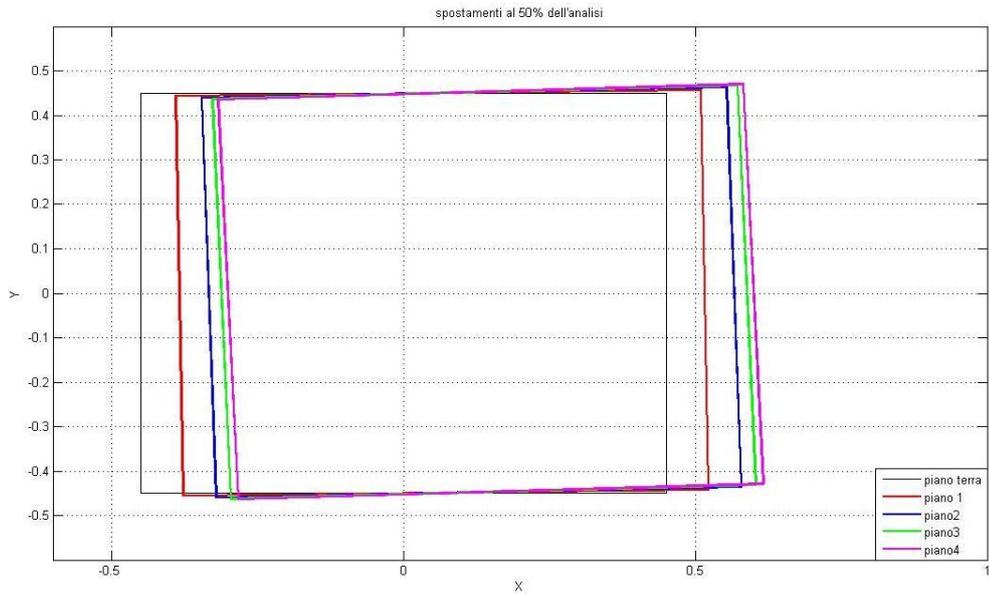
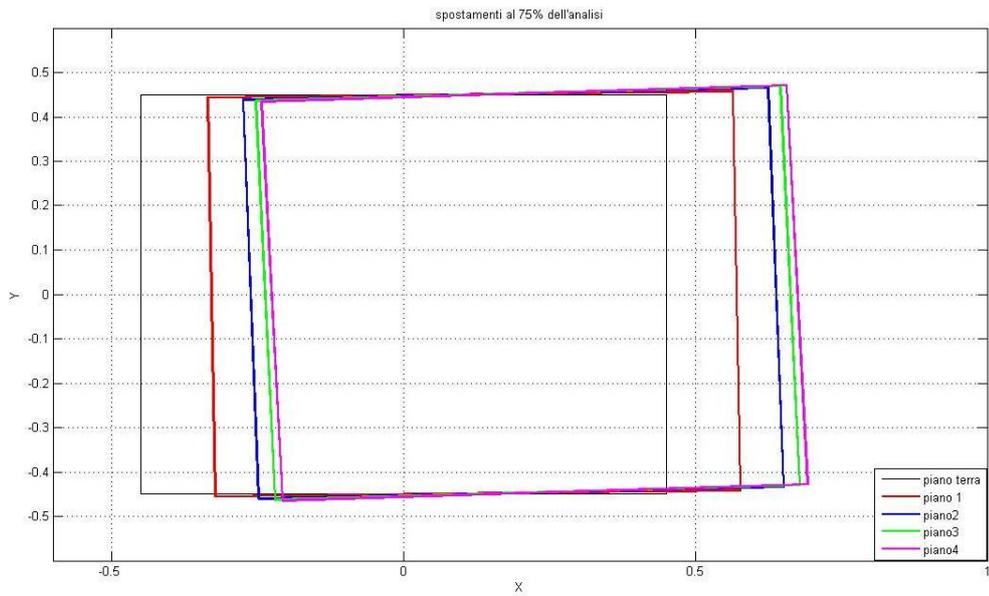


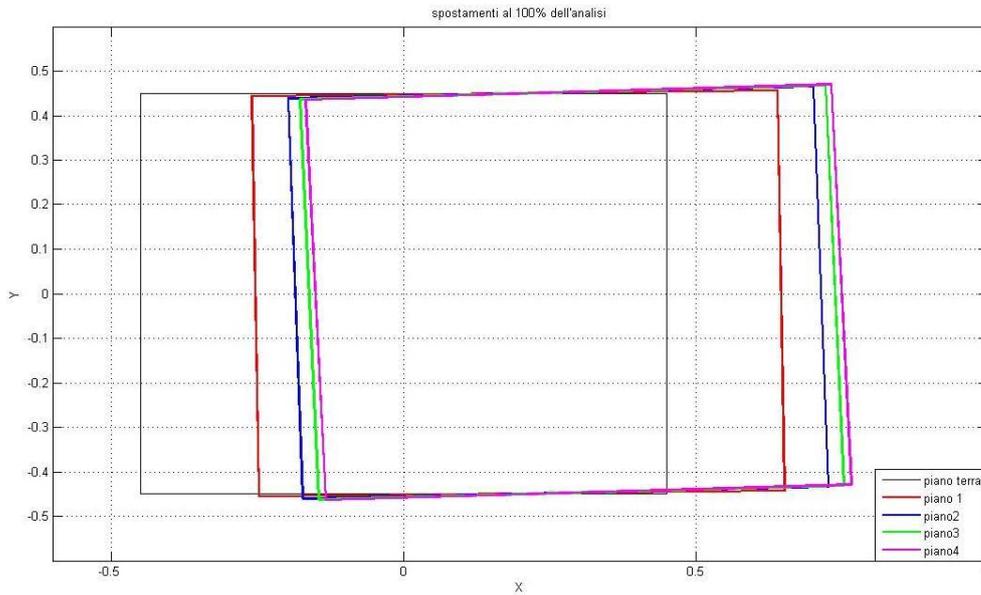
Figura 6-33 Spostamento dei vari piani al 25% dell'analisi con eccentricità del 10% per il modello plasticità concentrata



*Figura 6-34 Spostamento dei vari piani al 50% dell'analisi con eccentricità del 10% per il modello plasticità concentrata*



*Figura 6-35 Spostamento dei vari piani al 75% dell'analisi con eccentricità del 10% per il modello plasticità concentrata*



*Figura 6-36 Spostamento dei vari piani al 100% dell'analisi con eccentricità del 10% per il modello plasticità concentrata*

Rispetto al caso con eccentricità del 5% non si notano particolari differenze di comportamento se non un ovvio aumento degli spostamenti e delle rotazioni nella direzione Z (ortogonale alla direzione di applicazione del carico).

Di seguito vengono mostrati gli andamenti delle curve di capacità relative allo spostamento in direzione X e Z e della rotazione considerando un'eccentricità del 10%.

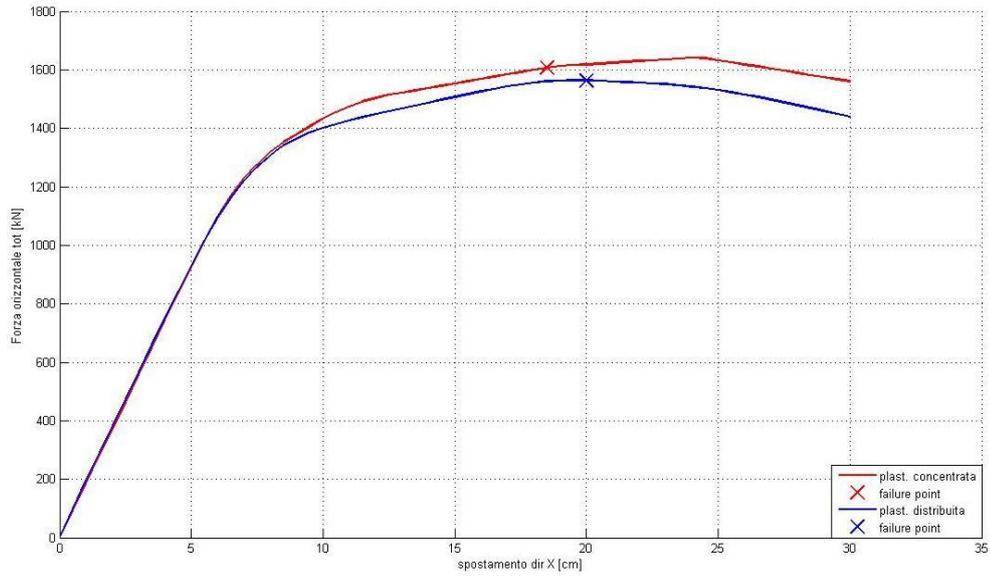


Figura 6-37 Curva di capacità per eccentricità 10% in direzione X

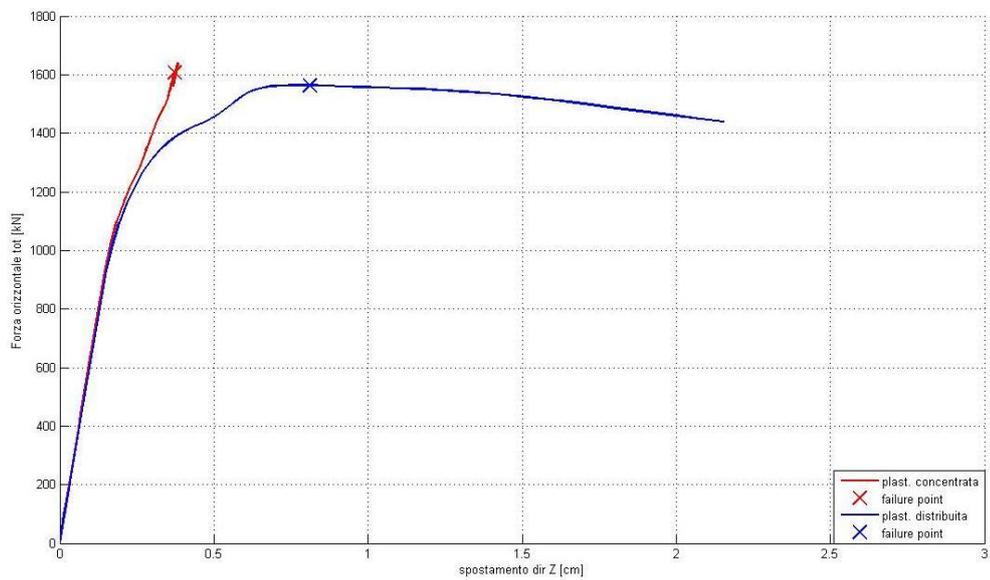


Figura 6-38 Curva di capacità per eccentricità 10% in direzione Z

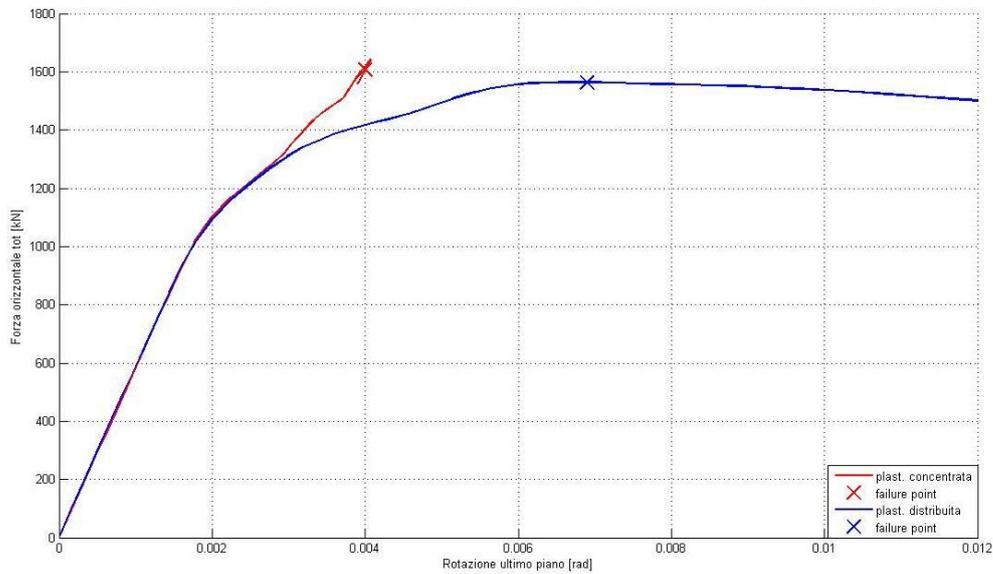


Figura 6-39 Curva di capacità per eccentricità 10% relativa alla rotazione

Di seguito viene proposto l'andamento degli sforzi nei pilastri di base per i due modelli.

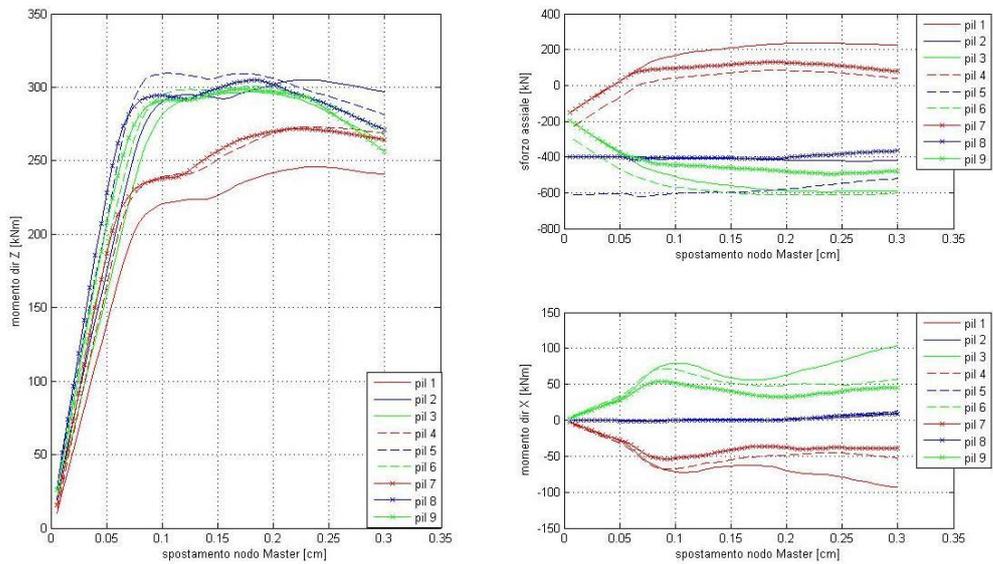
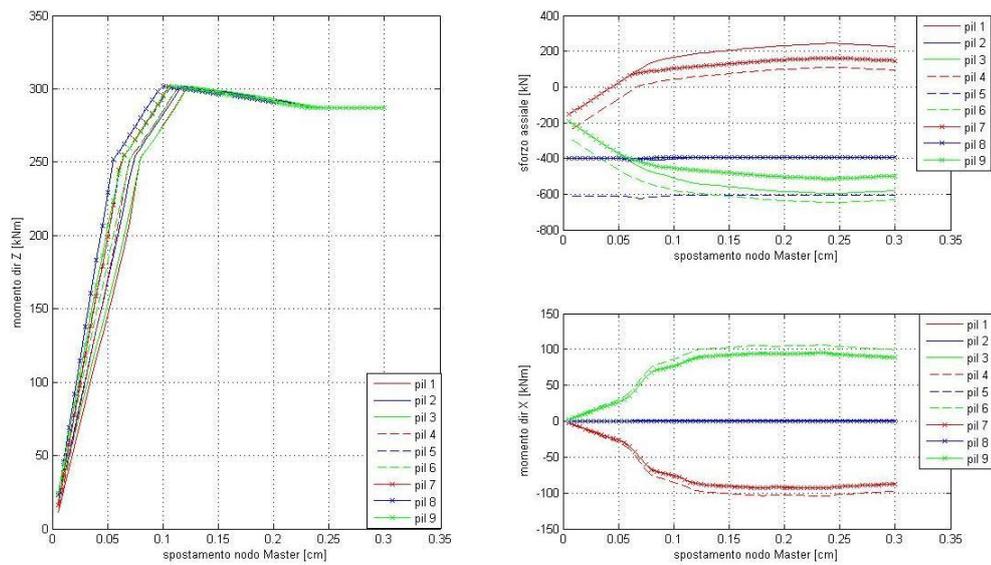


Figura 6-40 Sforzi nei pilastri di base per modello a fibre con eccentricità del 10%



*Figura 6-41 Sforzi nei pilastri di base per modello a plasticità concentrata con eccentricità del 10%*

Come accennato in precedenza, il comportamento rispetto al caso con eccentricità del 5% non varia se non nell'entità delle sollecitazioni e degli spostamenti in direzione *Z*. In particolare le differenze maggiori si riscontrano nel modello a fibre in quanto a causa dell'interazione nelle due direzioni il carico raggiunto sarà più basso all'aumentare dello spostamento nell'altra direzione mentre per il modello a plasticità concentrata non si ha un'apprezzabile variazione di quest'ultimo a causa dell'indipendenza di comportamento nelle due direzioni.

## 6.4 Risultati: Analisi Time-History

Per completezza sono state svolte anche delle analisi time-history sulla struttura presa in esame.

Di fondamentale importanza per questa fase di studio diventa la scelta del gruppo di accelerogrammi da utilizzare. Tale gruppo è composto in genere da 7 accelerogrammi, il cui spettro medio risulta simile a quello di progetto scelto per la nostra struttura. Per fare tutto ciò è stato impiegato il programma “REXEL” (Iervolino I. 2009) il quale “permette la ricerca di combinazioni di accelerogrammi naturali compatibili con gli spettri delle Norme Tecniche per le Costruzioni (NTC '08), dell'EUROCODICE 8 o definiti dall'utente arbitrariamente. Gli accelerogrammi possono anche rispecchiare caratteristiche di sorgente di interesse in termini di magnitudo e distanza epicentrale e misure d'intensità del terremoto. Le registrazioni accelerometriche a cui si fa riferimento sono quelle dell'European Strong Motion Database (ESD) e ora anche quelle dello Italian Accelerometric Archive (ITACA).”.

Ovviamente il software, per poter generare lo spettro di progetto, necessita di una serie di informazioni di natura progettuale come l'ubicazione del sito, la classe di sottosuolo e topografica, la vita utile della struttura e la classe di utilizzo oltre allo stato limite a cui si fa riferimento. Tali informazioni, vista la natura del presente studio, non erano state definite. Per questo motivo si è pensato di scegliere queste grandezze in maniera tale da ottenere uno spettro di progetto che nell'intervallo di periodi compreso tra 0.8 e 1 secondi avesse una  $S_d$  di circa 0.6-0.8g. Tale scelta deriva dal fatto che il periodo del primo modo di vibrare della struttura risulta essere compreso in quell'intervallo e poiché nella fase di progetto è stata considerata una  $S_d=0.2g$  affinché la struttura possa andare in campo fortemente non lineare è necessario applicargli accelerazioni molto maggiori rispetto a quelle impiegate nella fase di dimensionamento.

L'interfaccia grafica del software viene mostrata in Figura 6-42.

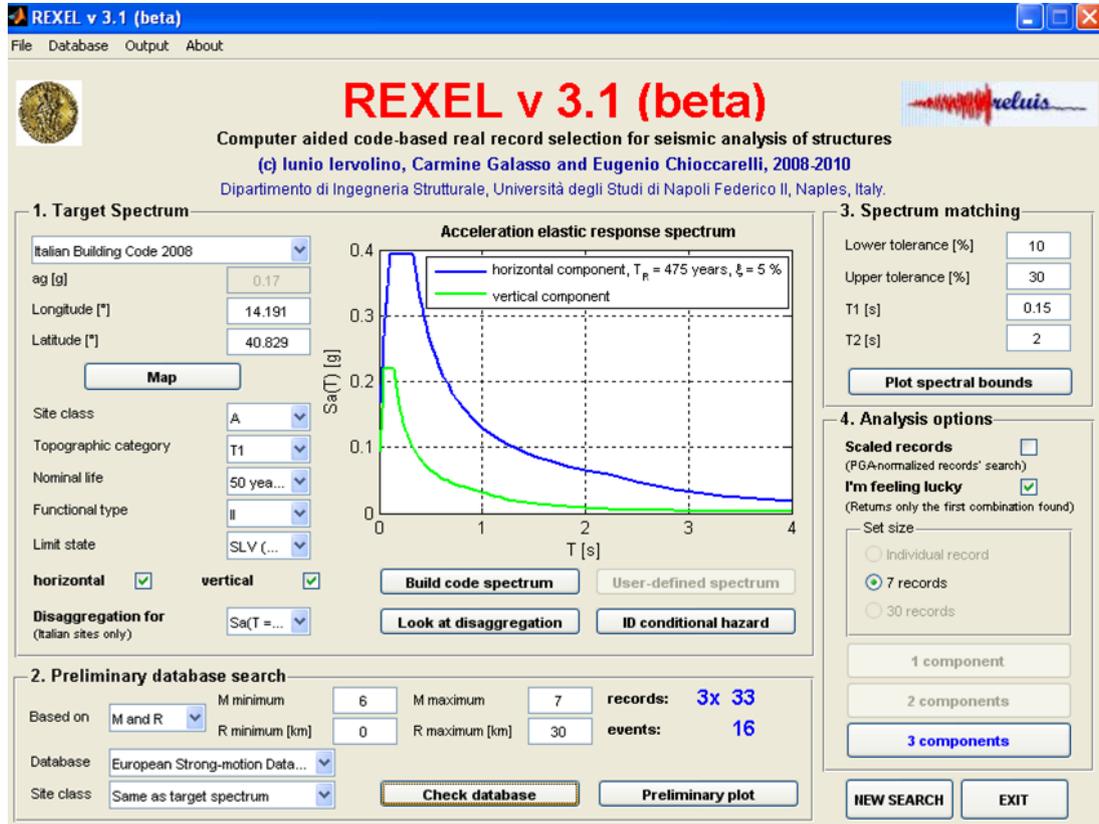


Figura 6-42 Interfaccia grafica del software REXEL

I parametri impiegati per ottenere lo spettro successivamente impiegato sono:

Lat: 42° 21' N

Long: 13° 23' E

Classe di sottosuolo: C

Classe topografica: T1

Vita nominale: 100 anni

Classe di utilizzo: II

Stato limite: SLC

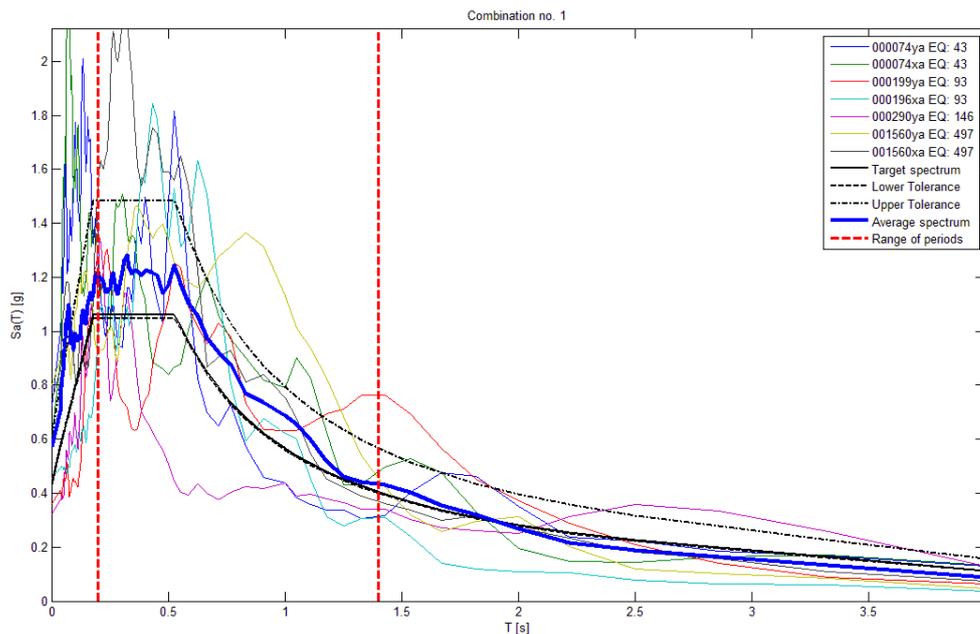
Per eseguire poi la ricerca degli accelerogrammi è necessario eseguire una prima cernita dei record presenti nel database in base alla Magnitudo del

sisma e alla distanza dall'epicentro. I parametri utilizzati in questo caso sono stati:

Magnitudo: 6.7-7.3

Distanza: 10-45 km

Il software è riuscito a individuare solo una combinazione di 7 accelerogrammi il cui spettro medio è simile a quello di progetto (Figura 6-43).



*Figura 6-43 Combinazione di accelerogrammi con spettro medio compatibile con quello di progetto ad una sola componente*

Tale gruppo di accelerogrammi si riferisce ad una sola delle due componenti orizzontali di sollecitazione, ma è possibile, per ottenere una simulazione più veritiera, selezionare ed utilizzare accelerogrammi con le stesse caratteristiche di quelli appena mostrati ma che fanno riferimento a entrambe le componenti (Figura 6-44).

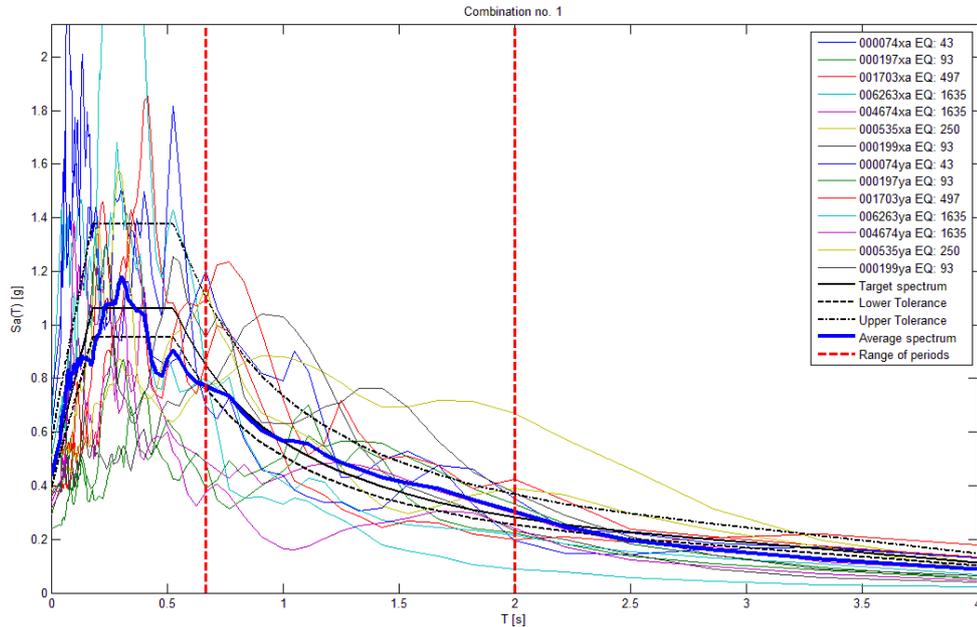


Figura 6-44 Combinazione di accelerogrammi con spettro medio compatibile con quello di progetto a due componenti

Sono state quindi svolte tre analisi di tipo time-history: due con accelerogrammi ad una sola componente, ma applicati ad un'eccentricità del 5% e 10%, ed una con accelerogrammi a due componenti ad un'eccentricità del 5%.

Per brevità verranno riportati solo i grafici di confronto tra i due modelli utilizzati.

Di seguito vengono presentati i risultati per i sismi con ad una sola componente considerando un'eccentricità del 5%. Tali risultati sono stati espressi in termini di Drift (spostamento relativo adimensionalizzato sull'altezza della colonna espresso in percentuale) per gli spostamenti nelle due direzioni e di rotazioni relative tra i piani.

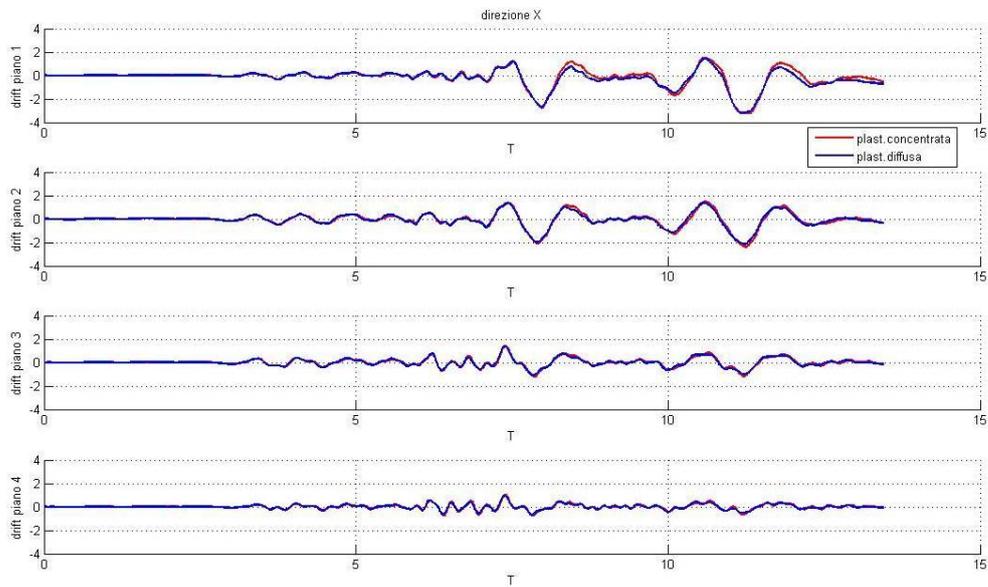


Figura 6-45 Drift dei 4 piani in direzione X per il primo accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 5%

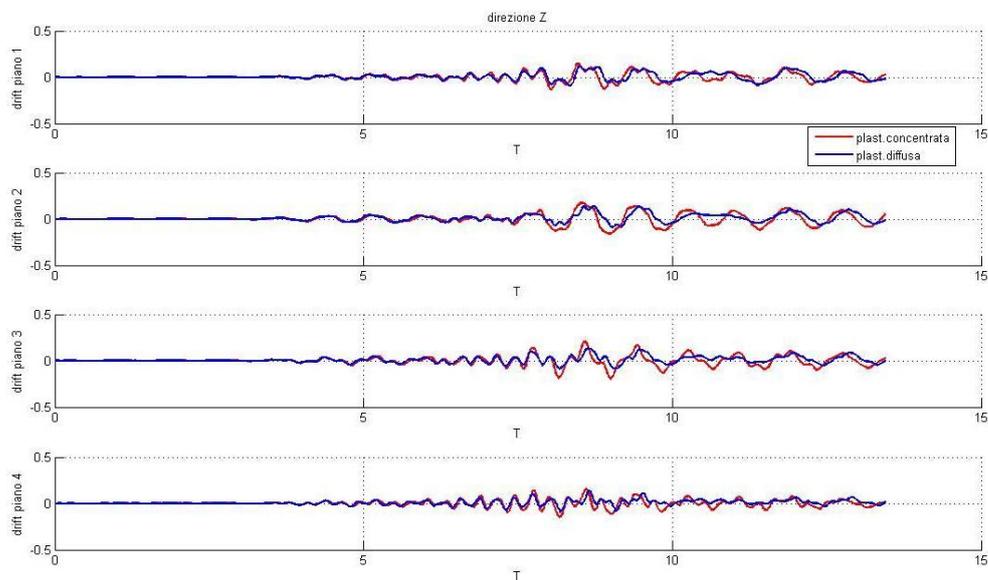


Figura 6-46 Drift dei 4 piani in direzione Z per il primo accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 5%

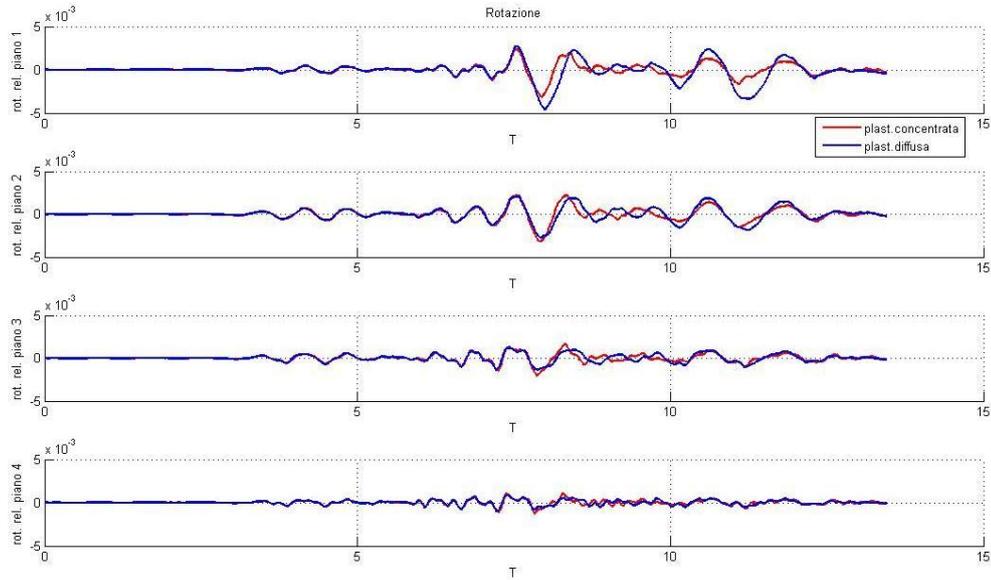


Figura 6-47 Rotazione relativa dei 4 piani per il primo accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 5%

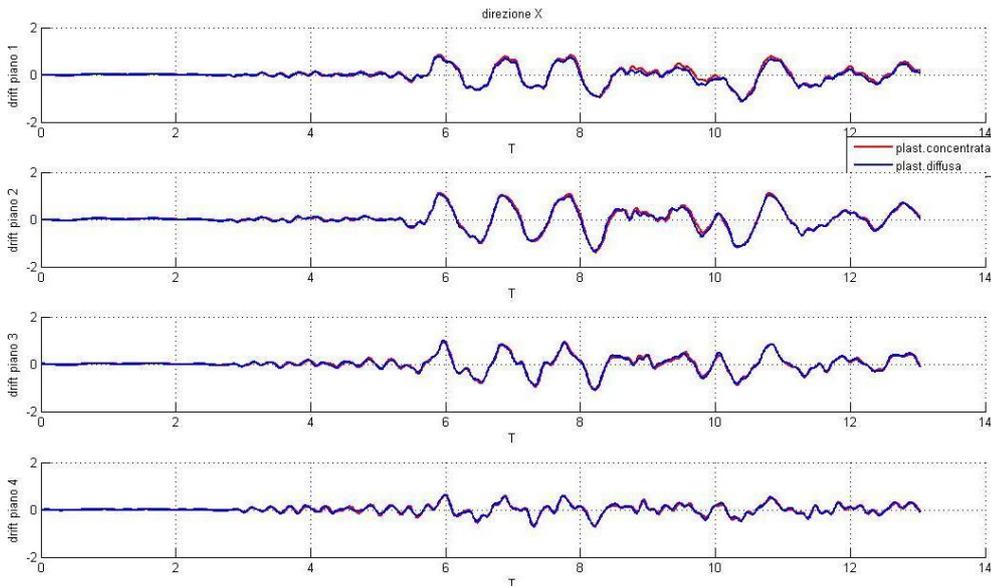


Figura 6-48 Drift dei 4 piani in direzione X per il secondo accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 5%

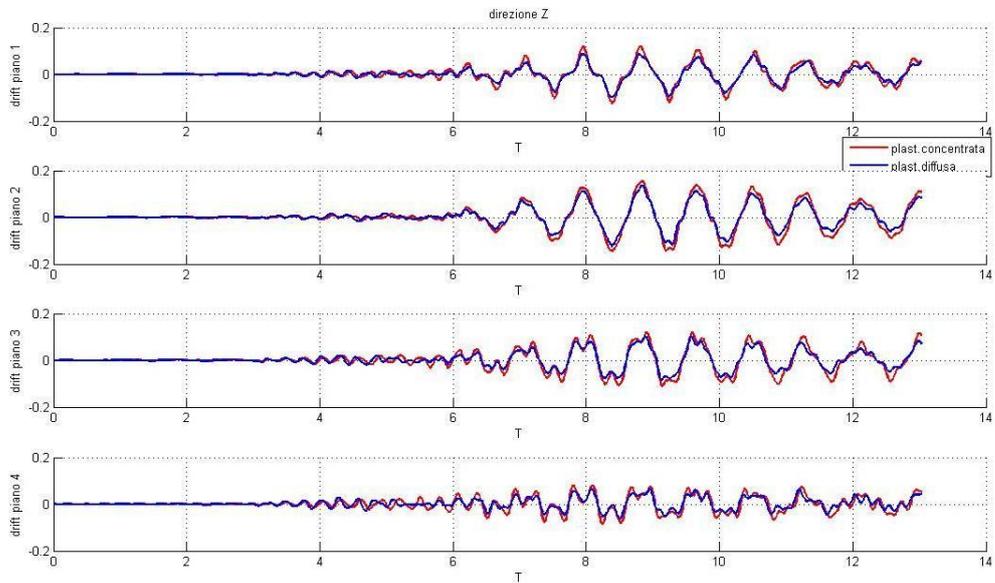


Figura 6-49 Drift dei 4 piani in direzione Z per il secondo accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 5%

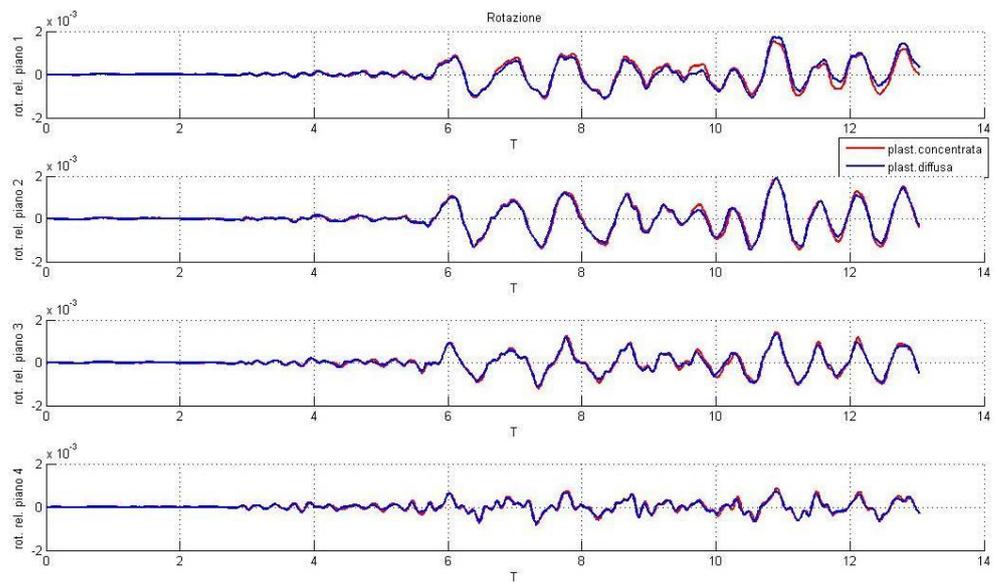


Figura 6-50 Rotazione relativa dei 4 piani per il secondo accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 5%

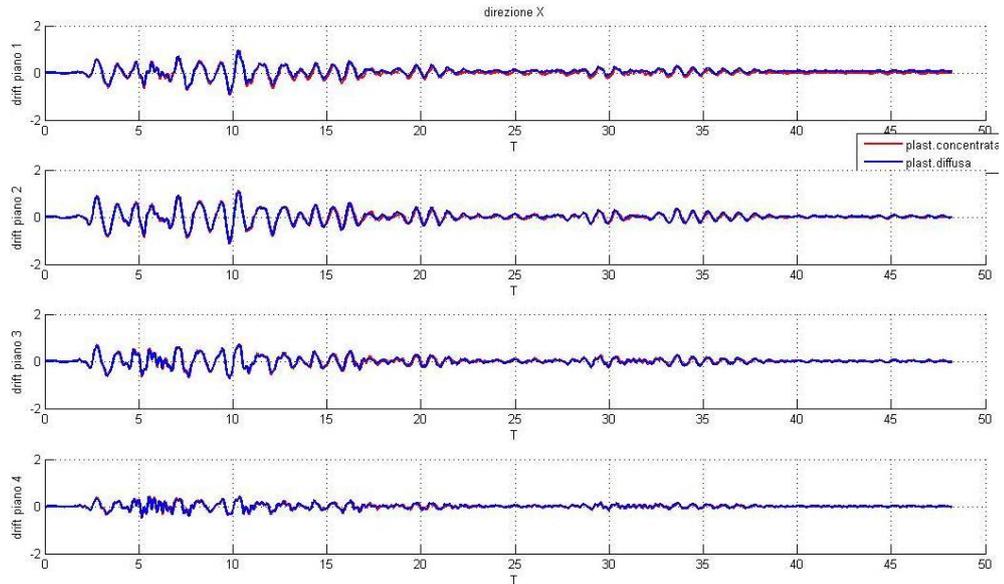


Figura 6-51 Drift dei 4 piani in direzione X per il terzo accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 5%

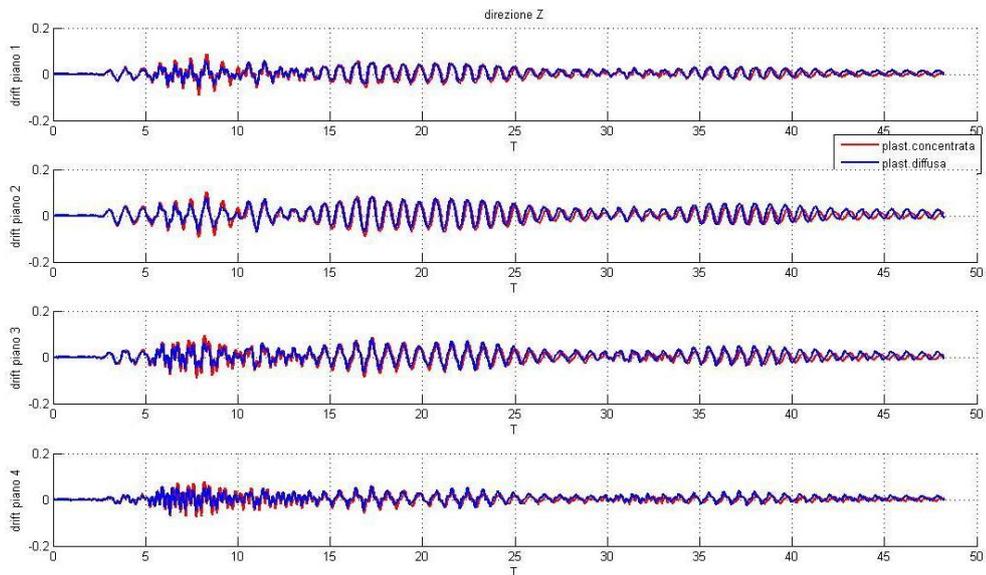


Figura 6-52 Drift dei 4 piani in direzione Z per il terzo accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 5%

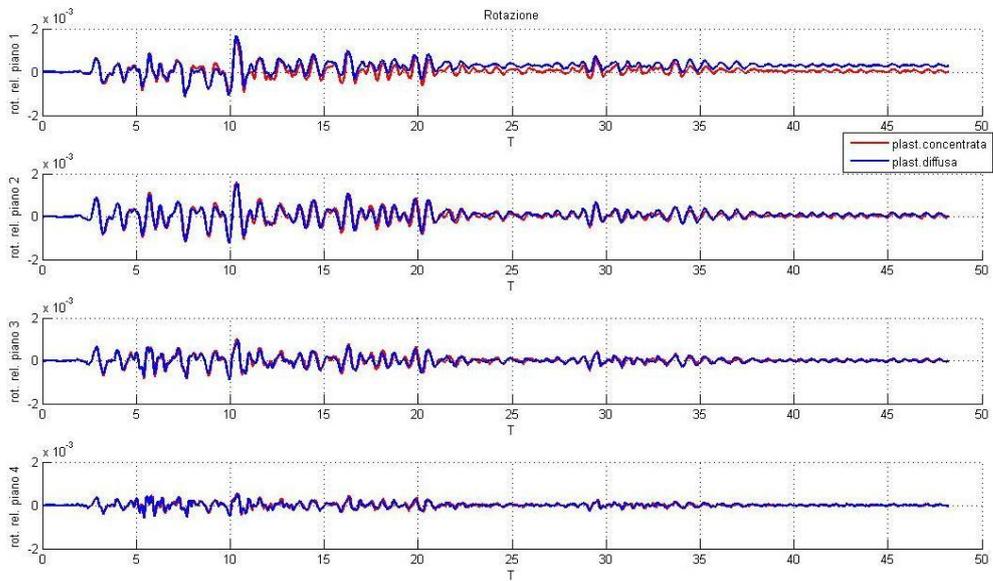


Figura 6-53 Rotazione relativa dei 4 piani per il terzo accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 5%

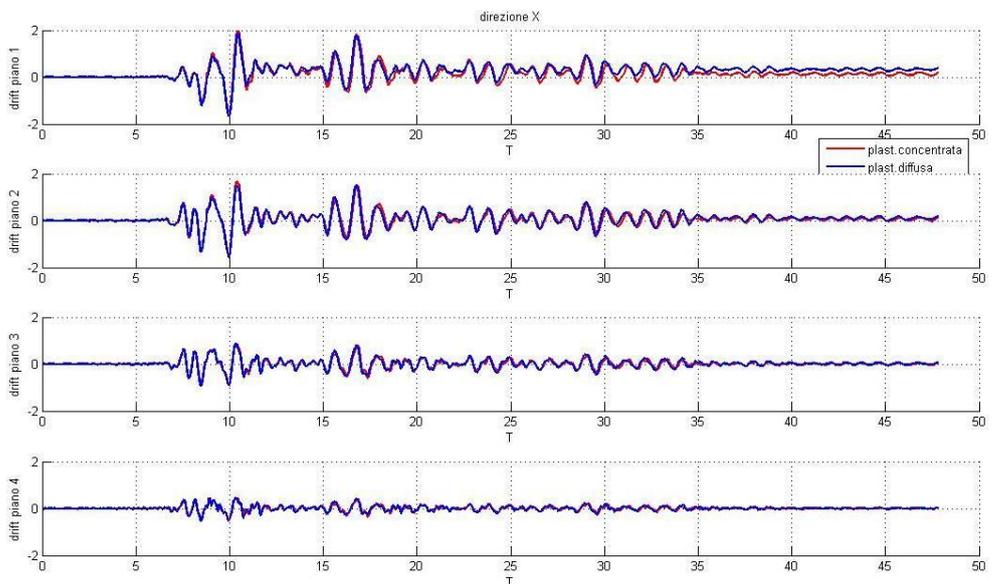
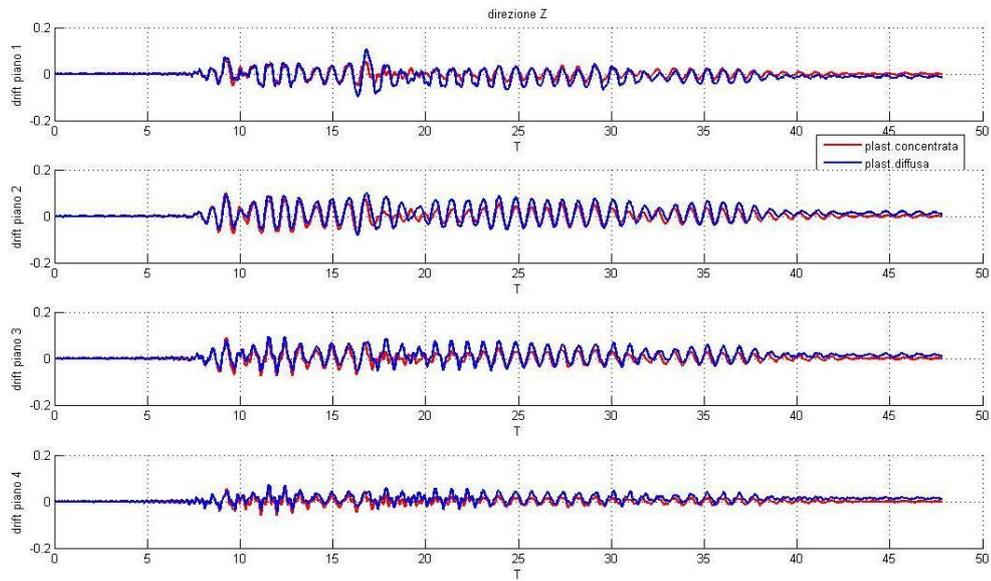
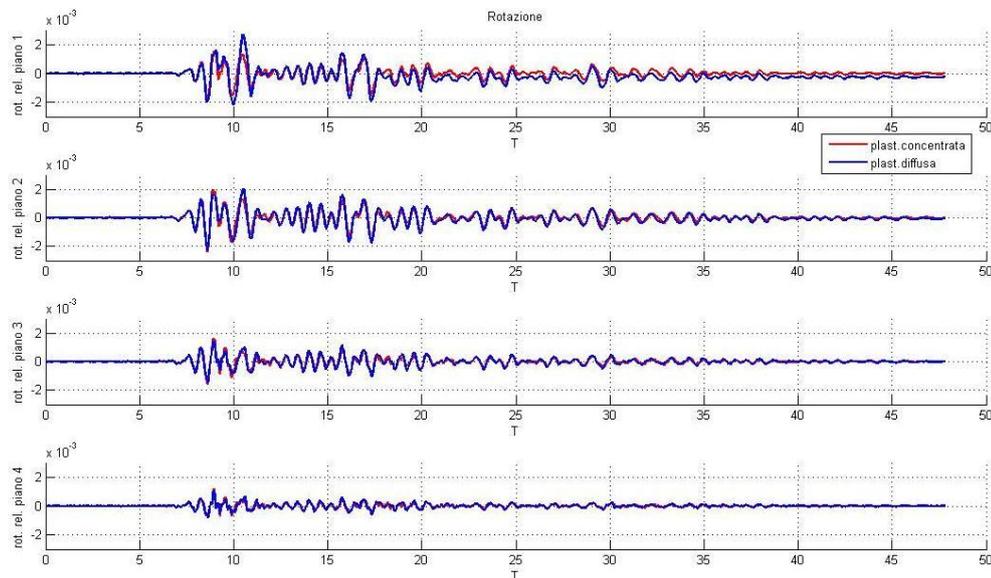


Figura 6-54 Drift dei 4 piani in direzione X per il quarto accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 5%



*Figura 6-55 Drift dei 4 piani in direzione Z per il quarto accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 5%*



*Figura 6-56 Rotazione relativa dei 4 piani per il quarto accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 5%*

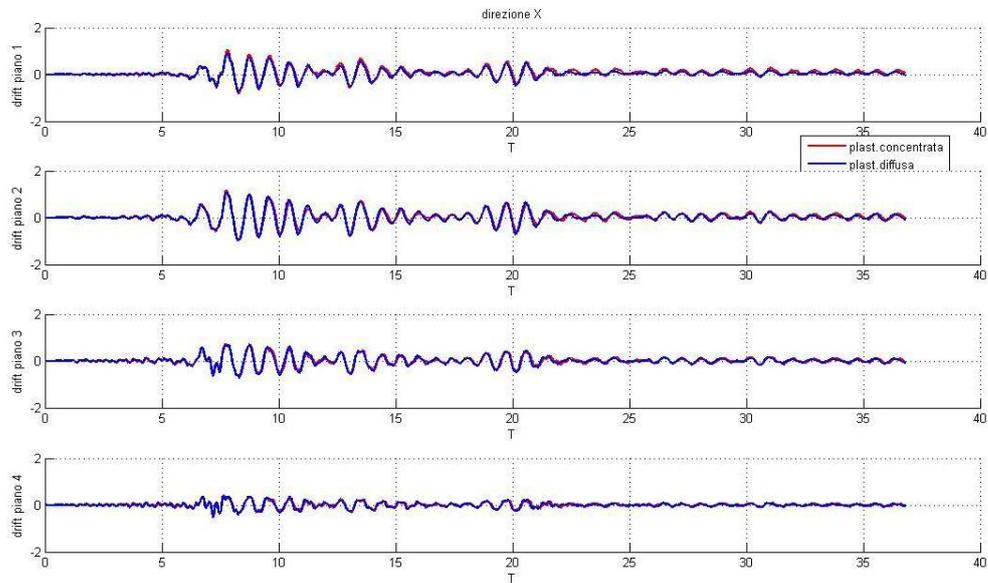


Figura 6-57 Drift dei 4 piani in direzione X per il quinto accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 5%

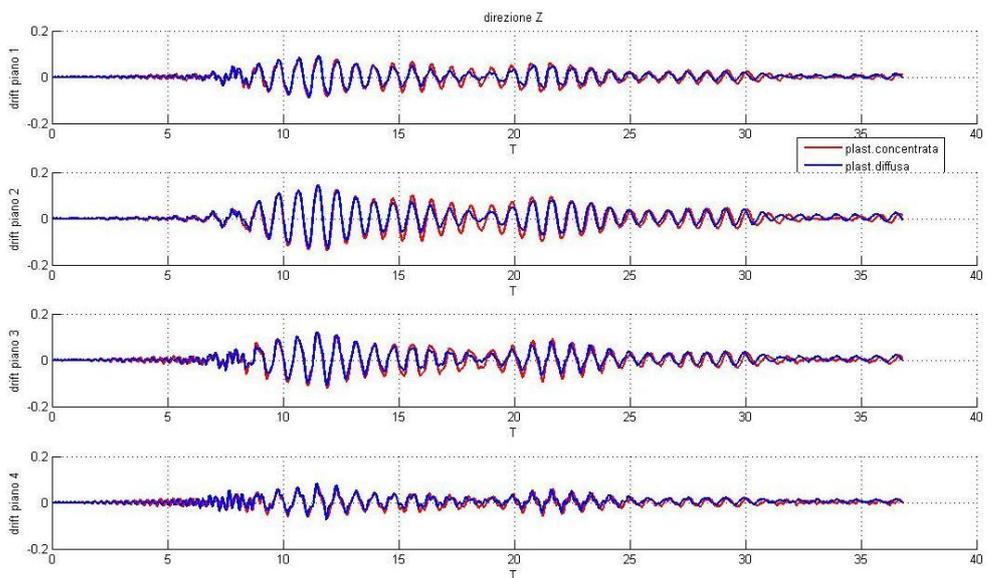


Figura 6-58 Drift dei 4 piani in direzione Z per il quinto accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 5%

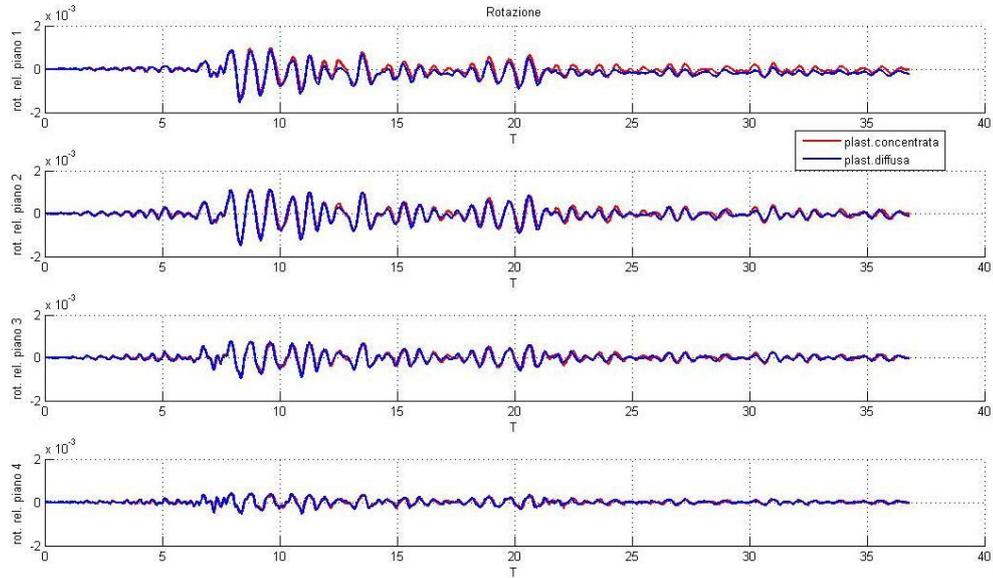


Figura 6-59 Rotazione relativa dei 4 piani per il quinto accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 5%

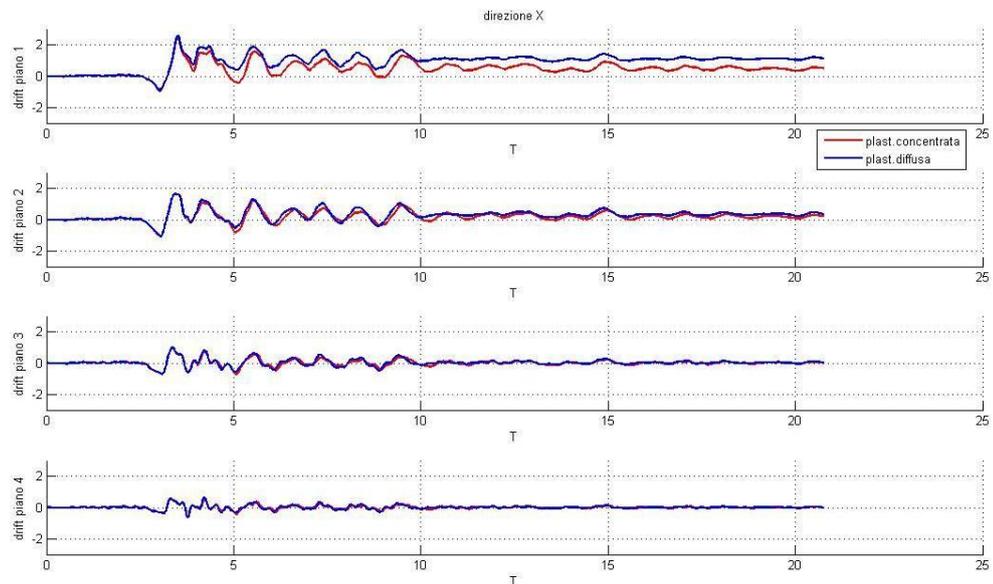


Figura 6-60 Drift dei 4 piani in direzione X per il sesto accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 5%

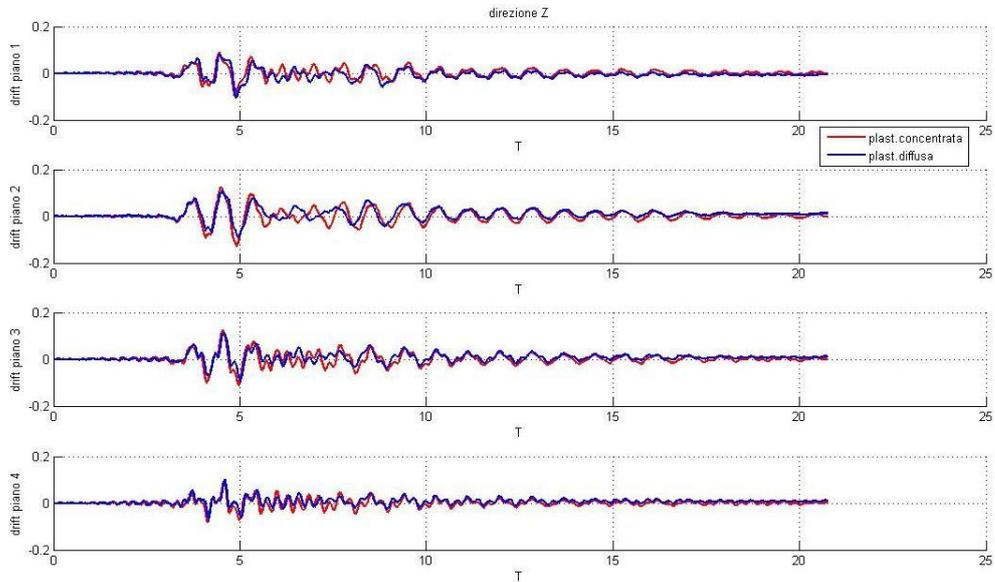


Figura 6-61 Drift dei 4 piani in direzione Z per il sesto accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 5%

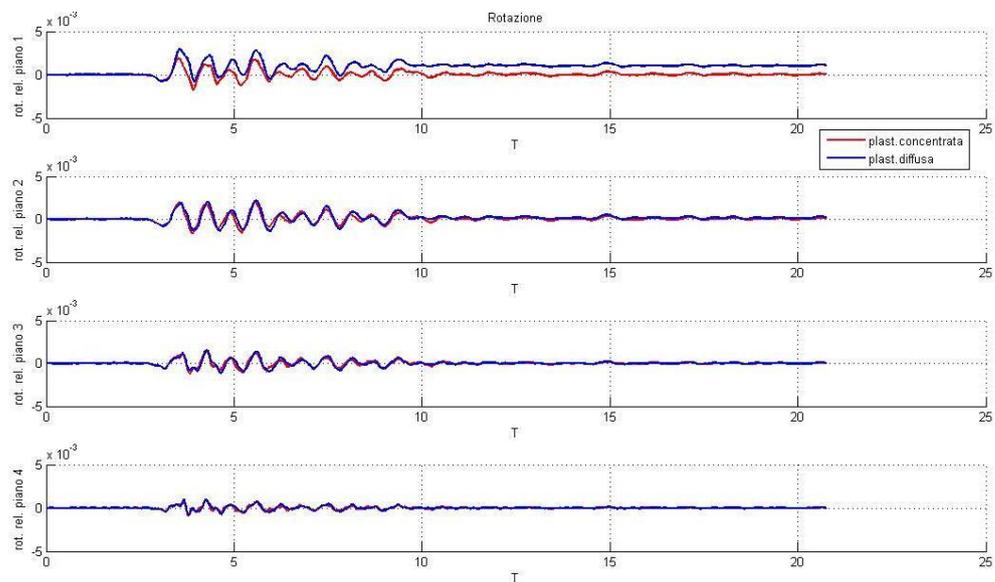
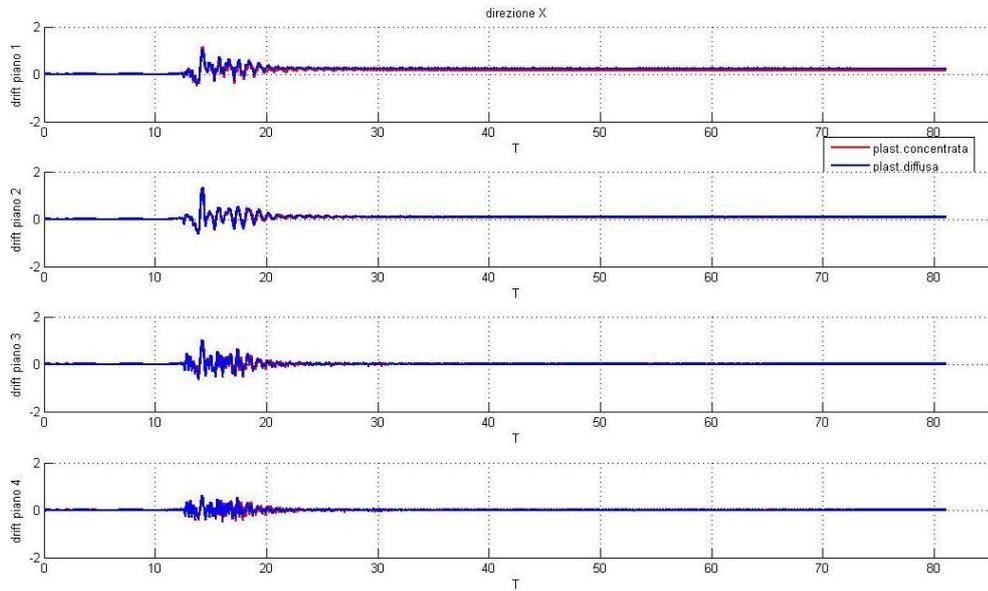
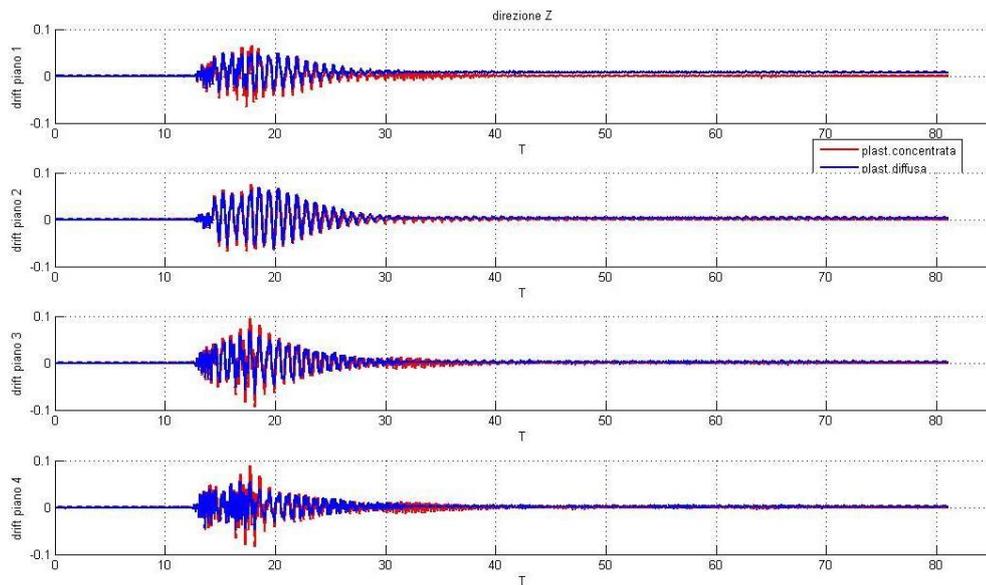


Figura 6-62 Rotazione relativa dei 4 piani per il sesto accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 5%



*Figura 6-63 Drift dei 4 piani in direzione X per il settimo accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 5%*



*Figura 6-64 Drift dei 4 piani in direzione Z per il settimo accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 5%*

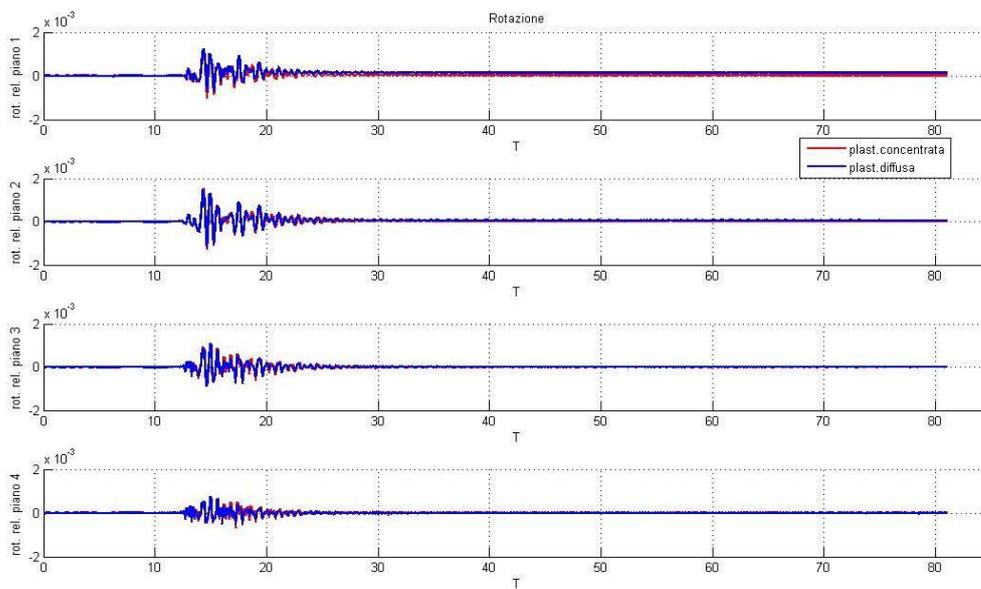


Figura 6-65 Rotazione relativa dei 4 piani per il settimo accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 5%

Di seguito vengono invece presentati i risultati per le simulazioni svolte portando l'eccentricità al 10% ma continuando ad utilizzare accelerogrammi ad una sola componente.

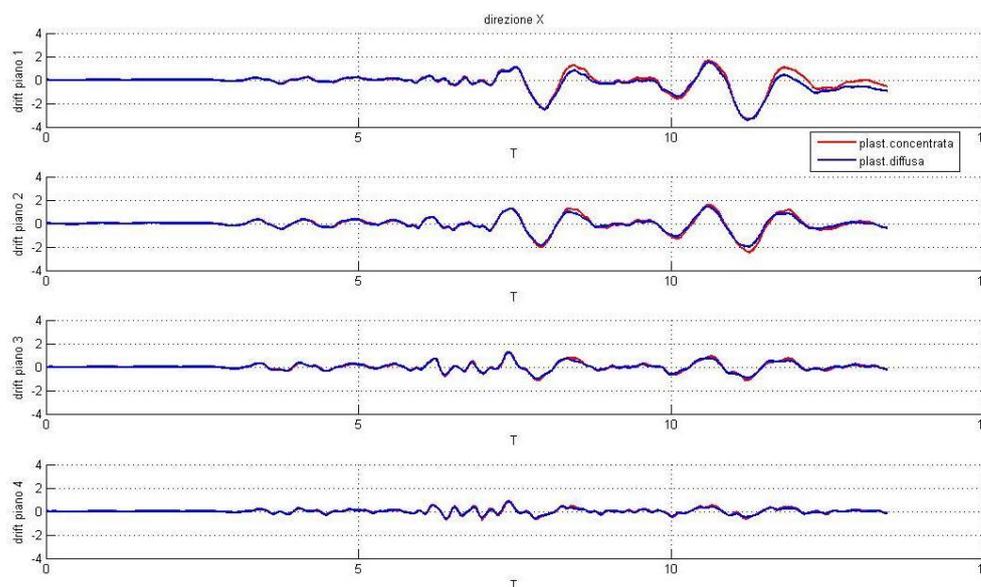


Figura 6-66 Drift dei 4 piani in direzione X per il primo accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 10%

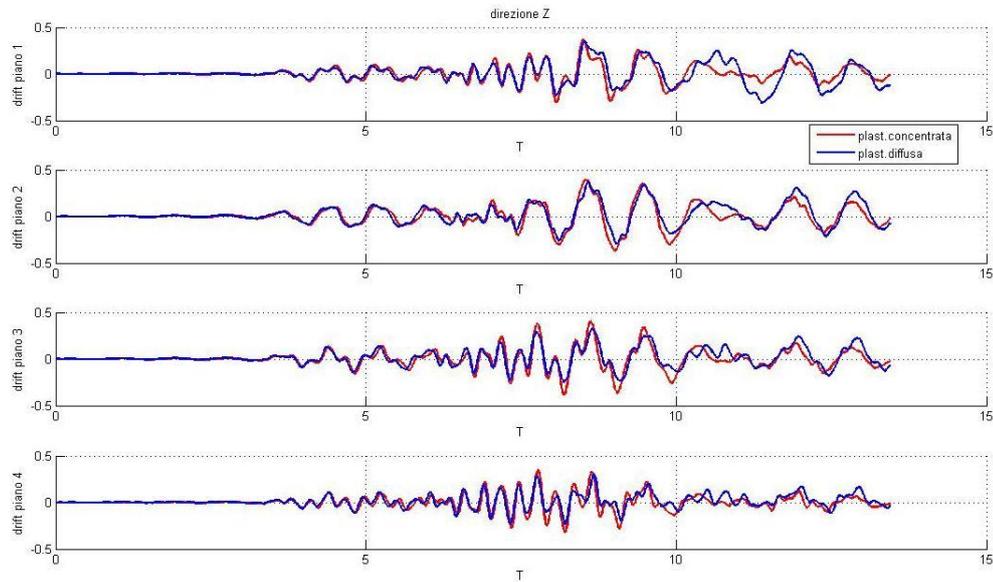


Figura 6-67 Drift dei 4 piani in direzione Z per il primo accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 10%

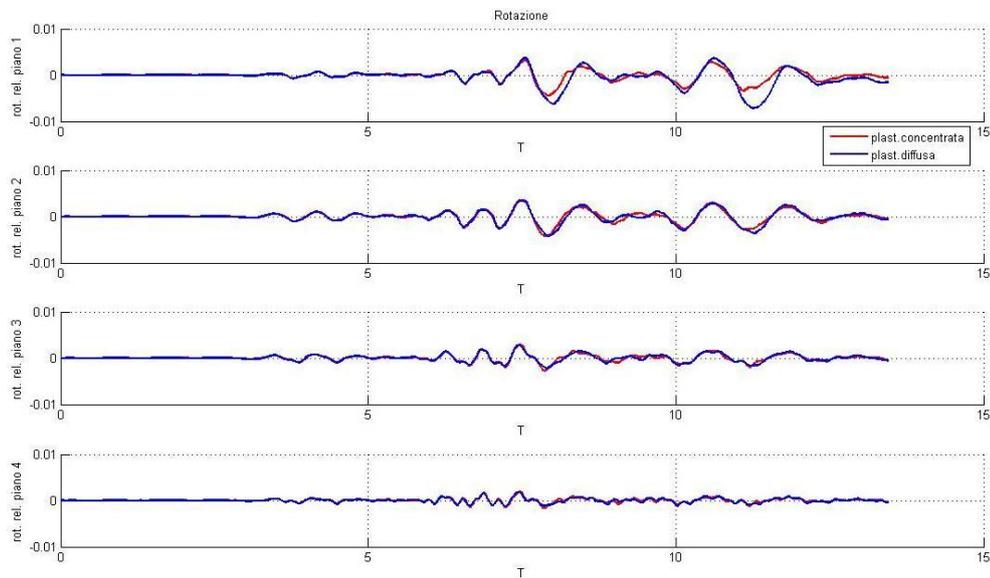


Figura 6-68 Rotazione relativa dei 4 piani per il primo accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 10%

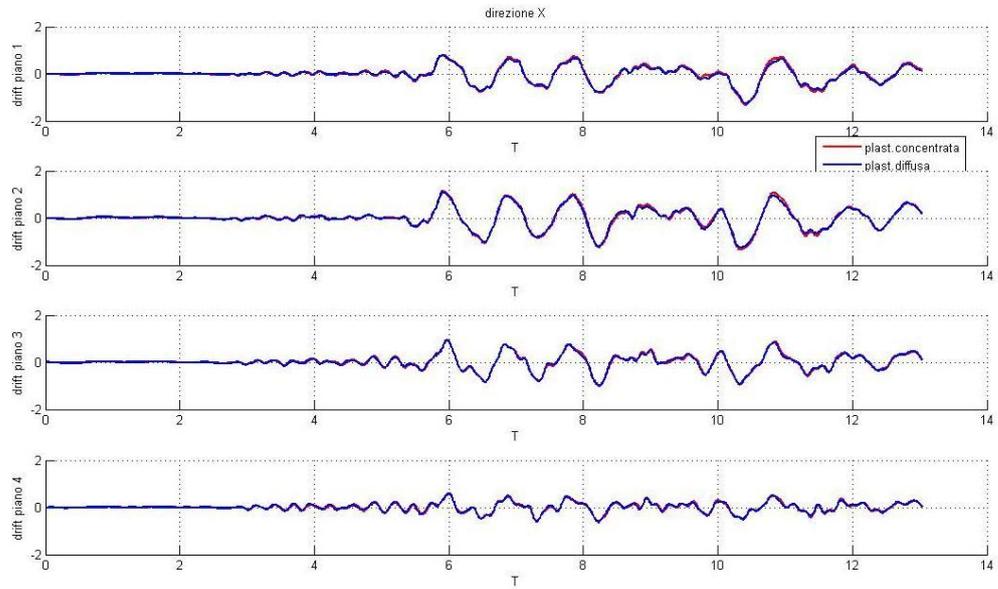


Figura 6-69 Drift dei 4 piani in direzione X per il secondo accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 10%

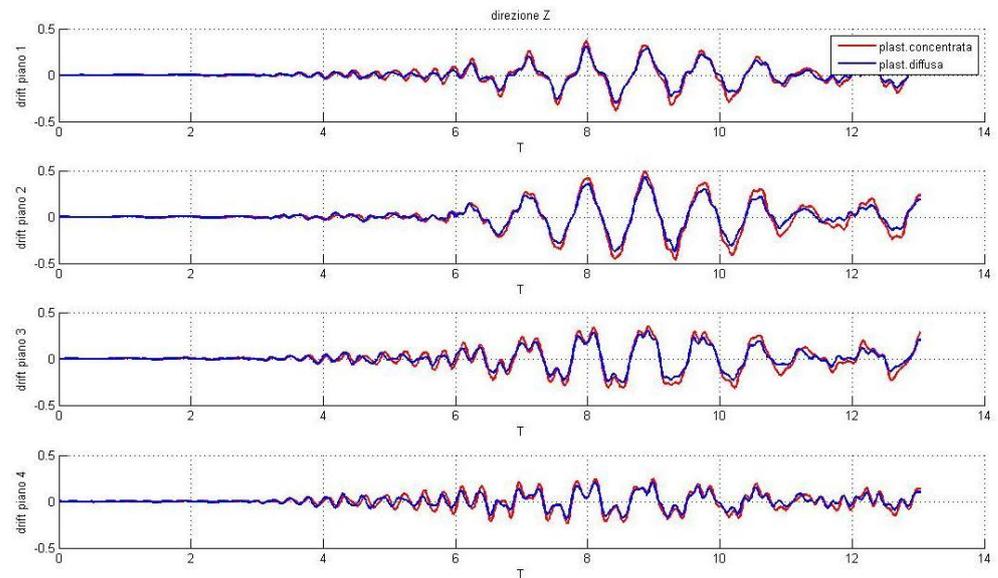


Figura 6-70 Drift dei 4 piani in direzione Z per il secondo accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 10%

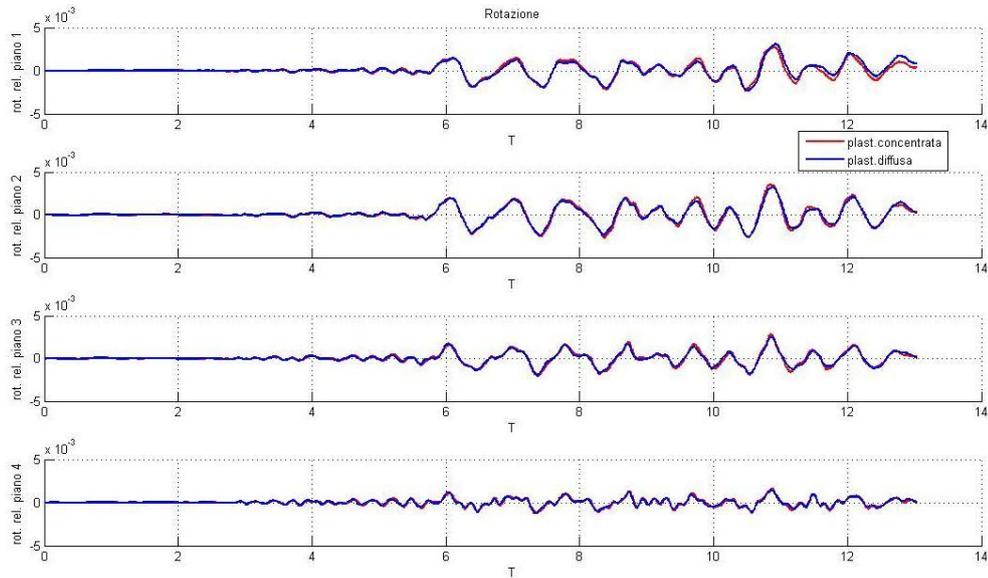


Figura 6-71 Rotazione relativa dei 4 piani per il secondo accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 10%

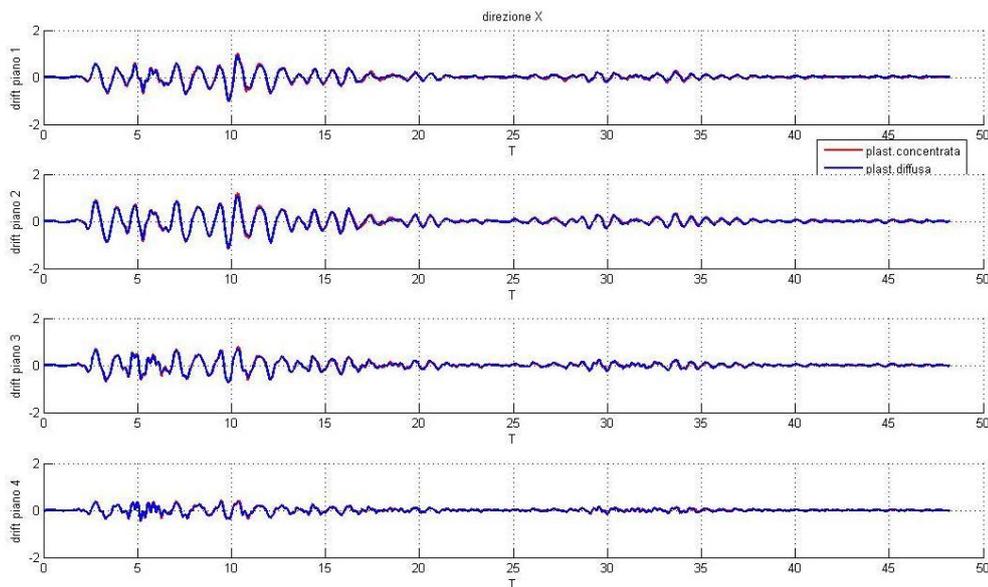
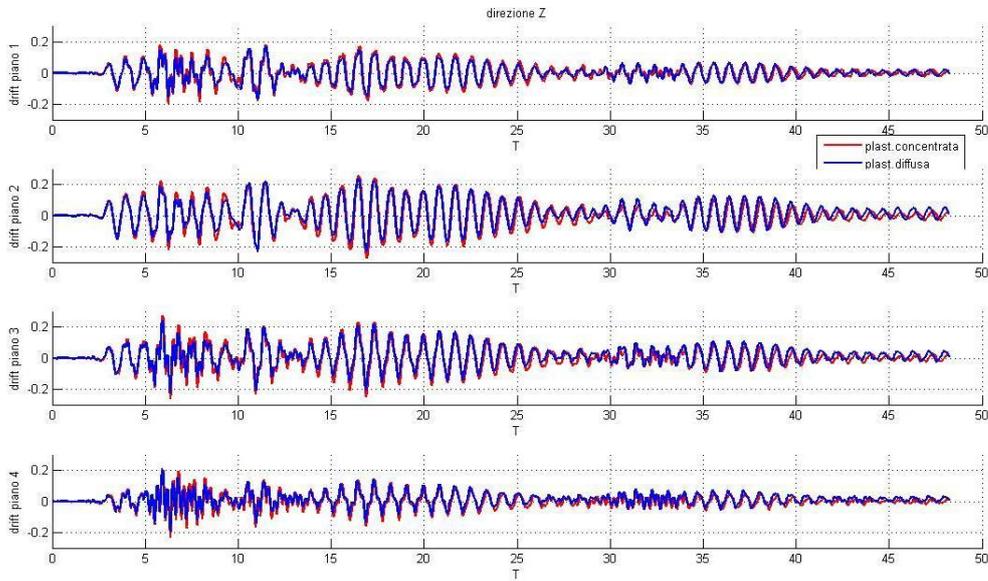
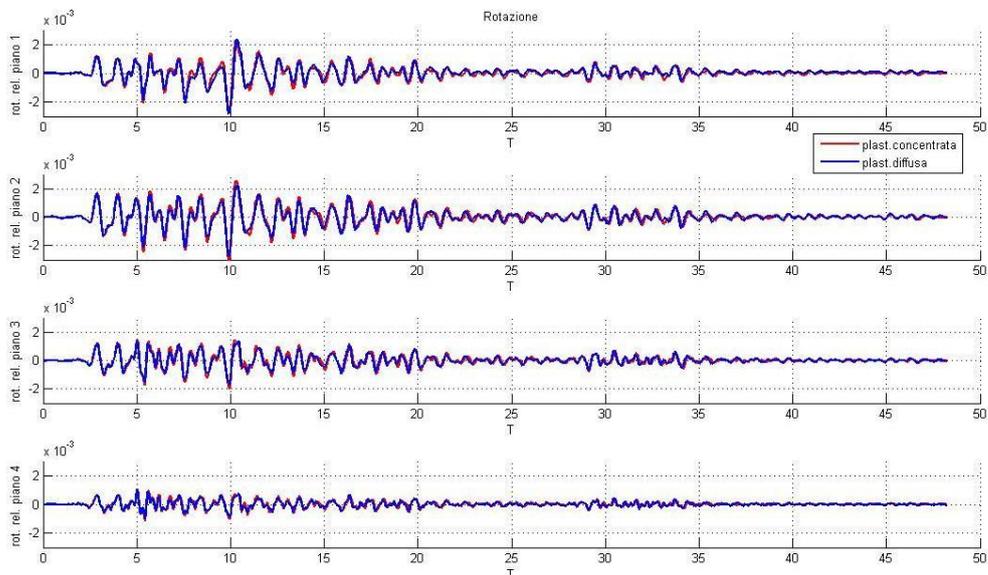


Figura 6-72 Drift dei 4 piani in direzione X per il terzo accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 10%



*Figura 6-73 Drift dei 4 piani in direzione Z per il terzo accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 10%*



*Figura 6-74 Rotazione relativa dei 4 piani per il terzo accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 10%*

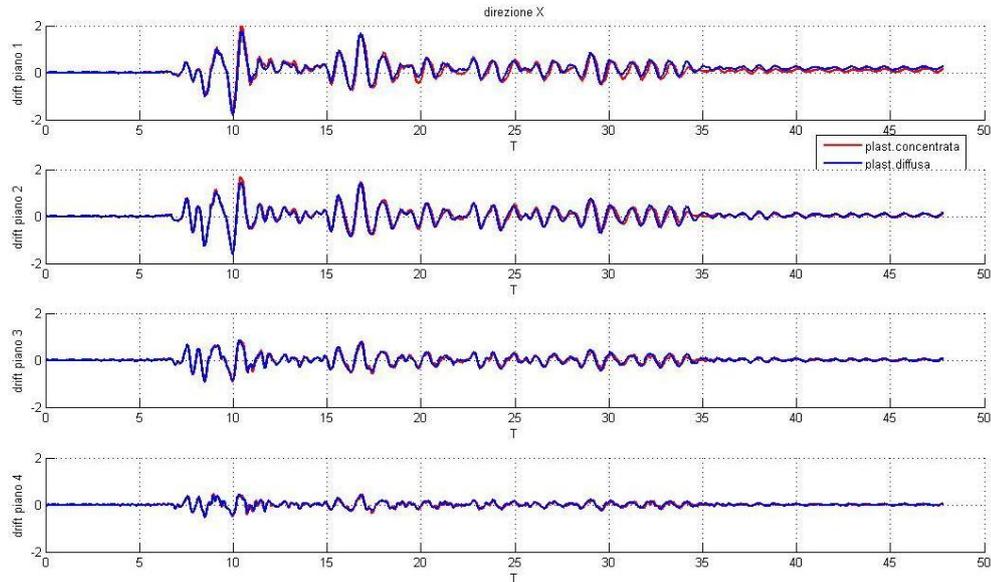


Figura 6-75 Drift dei 4 piani in direzione X per il quarto accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 10%

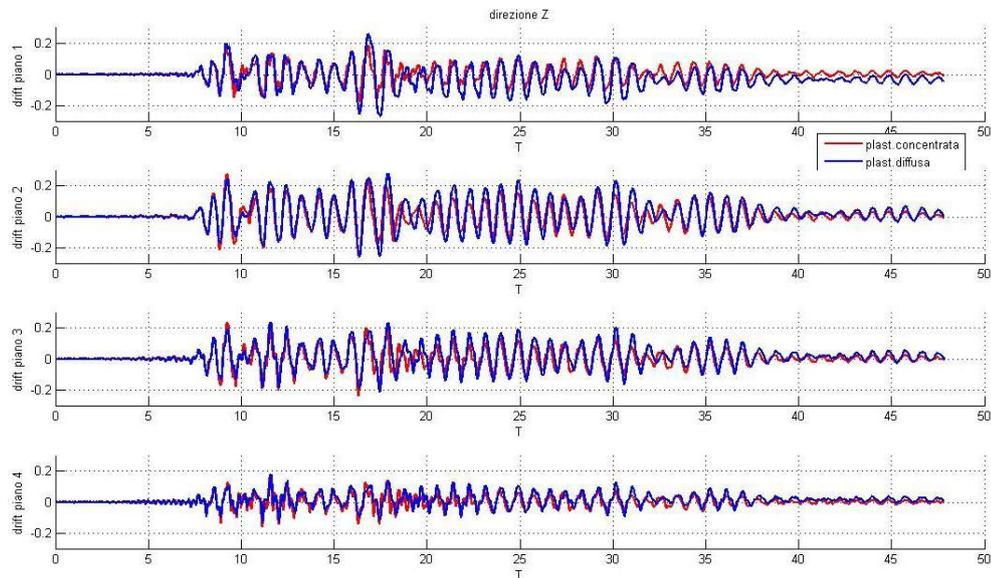


Figura 6-76 Drift dei 4 piani in direzione Z per il quarto accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 10%

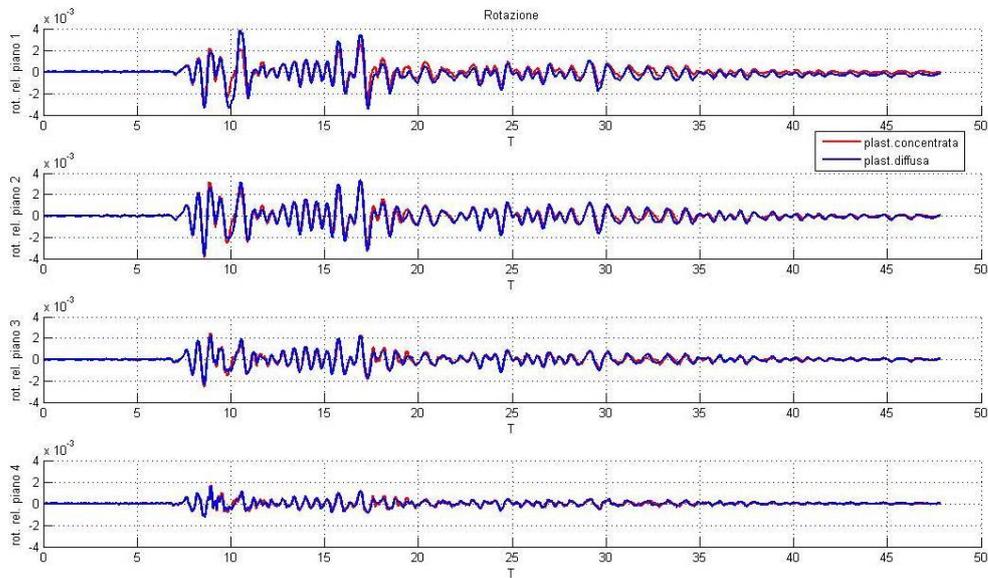


Figura 6-77 Rotazione relativa dei 4 piani per il quarto accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 10%

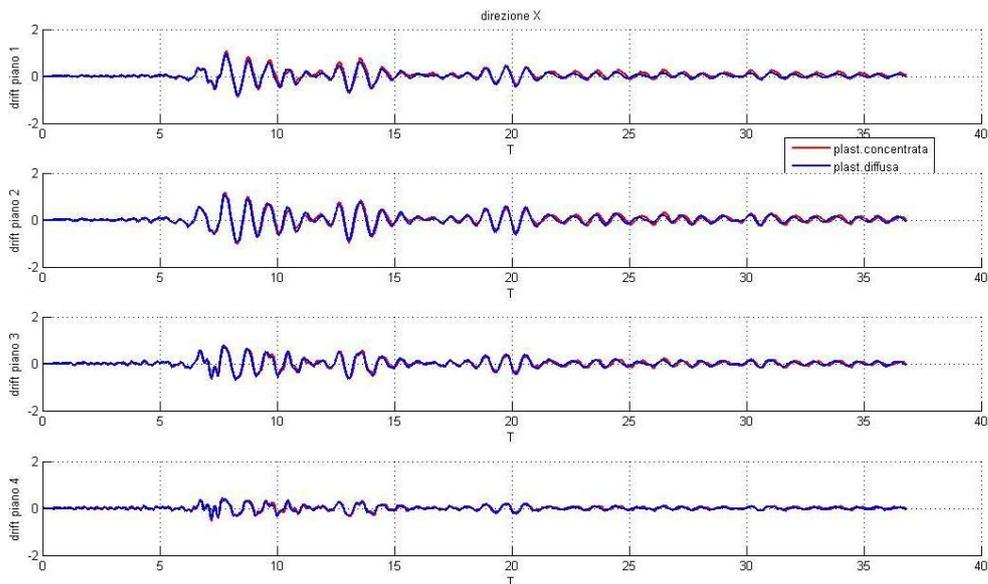


Figura 6-78 Drift dei 4 piani in direzione X per il quinto accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 10%

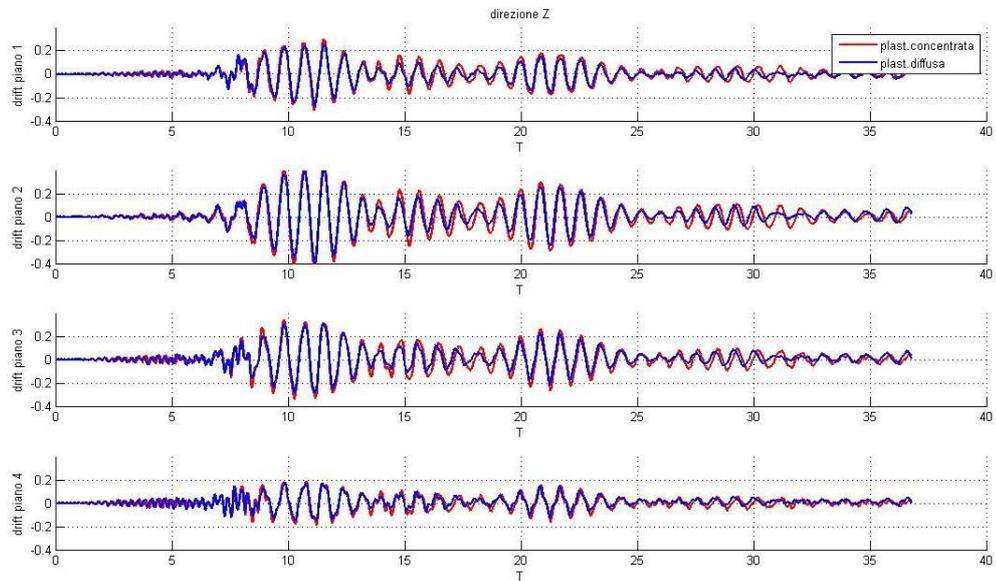


Figura 6-79 Drift dei 4 piani in direzione Z per il quinto accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 10%

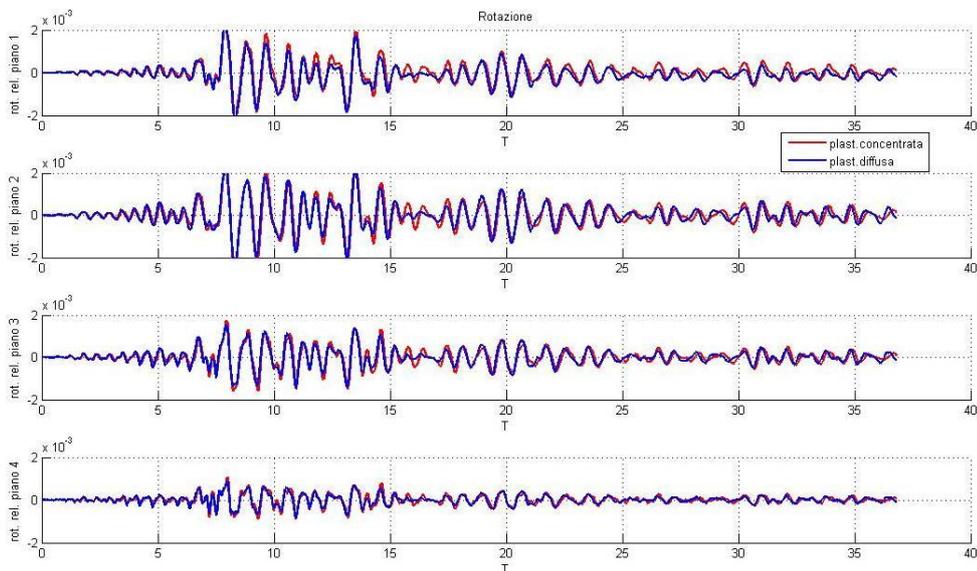
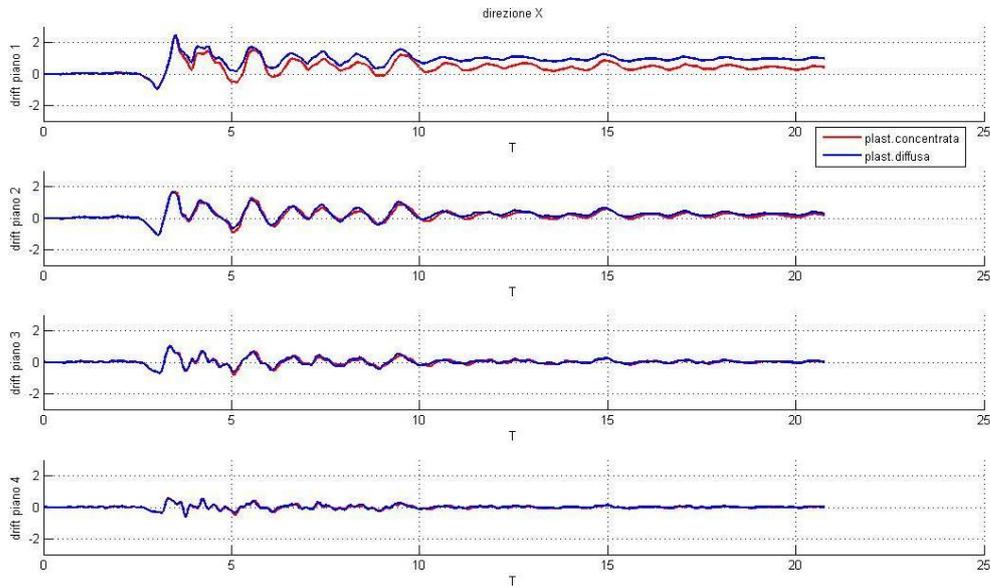
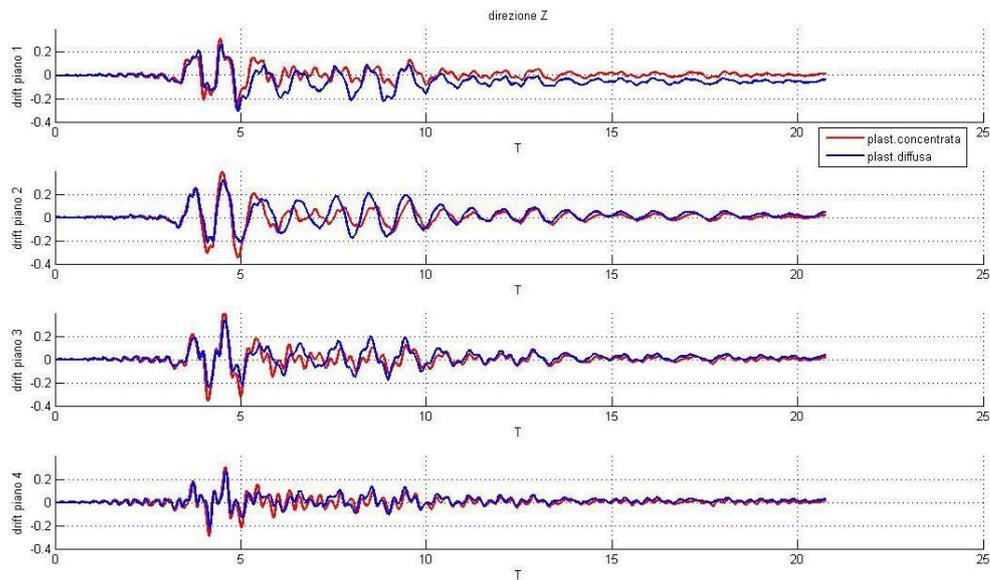


Figura 6-80 Rotazione relativa dei 4 piani per il quinto accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 10%



*Figura 6-81 Drift dei 4 piani in direzione X per il sesto accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 10%*



*Figura 6-82 Drift dei 4 piani in direzione Z per il sesto accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 10%*

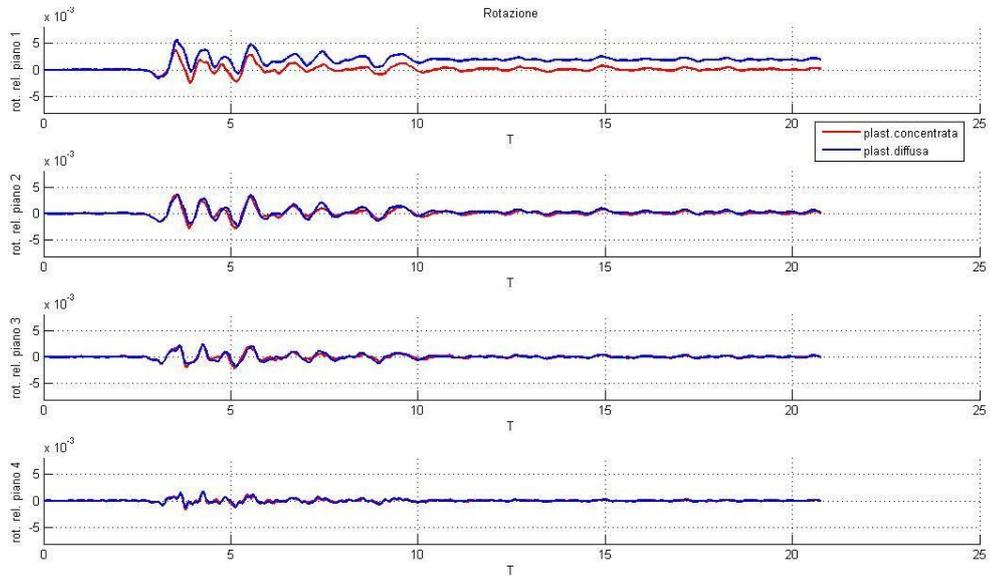


Figura 6-83 Rotazione relativa dei 4 piani per il sesto accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 10%

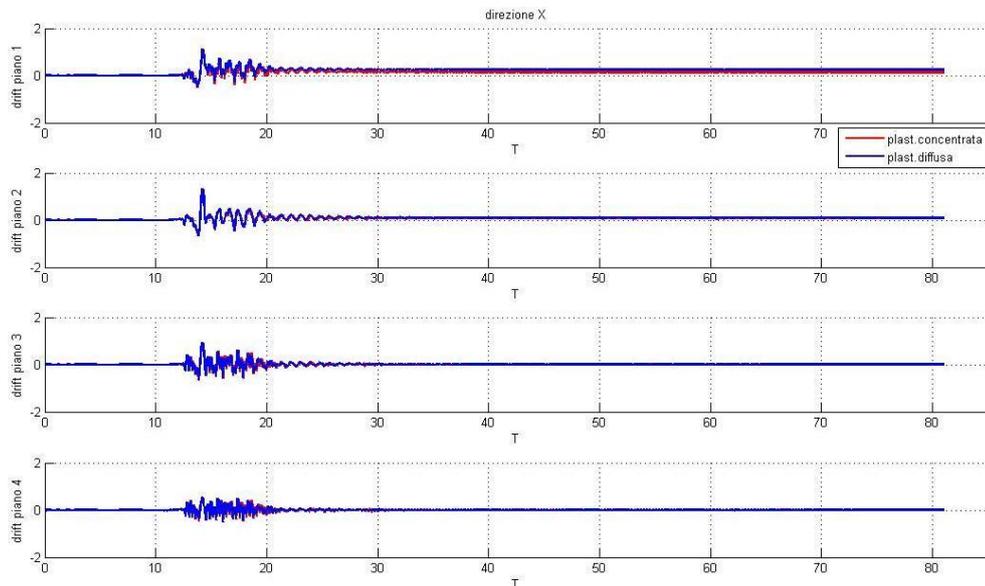


Figura 6-84 Drift dei 4 piani in direzione X per il settimo accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 10%

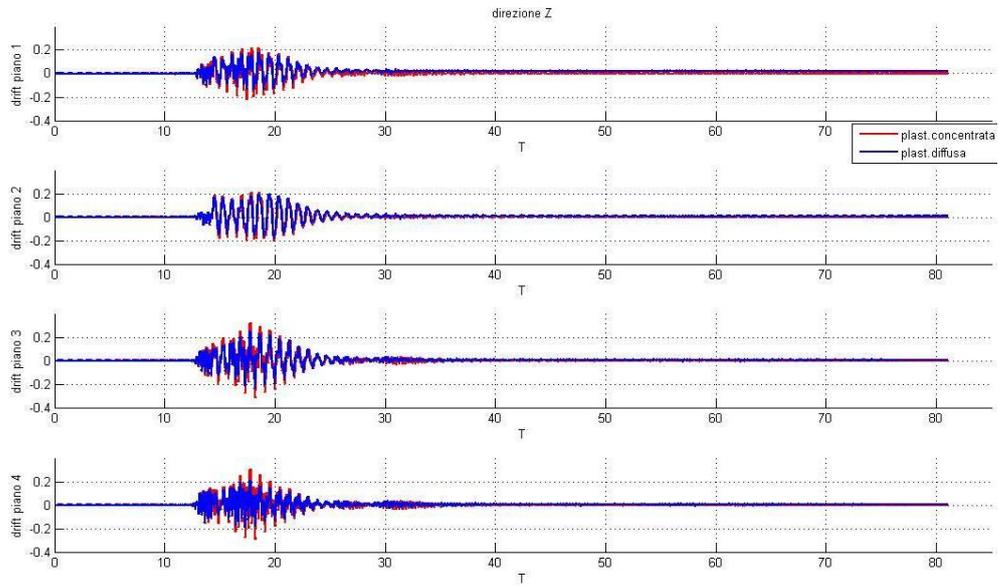


Figura 6-85 Drift dei 4 piani in direzione Z per il settimo accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 10%

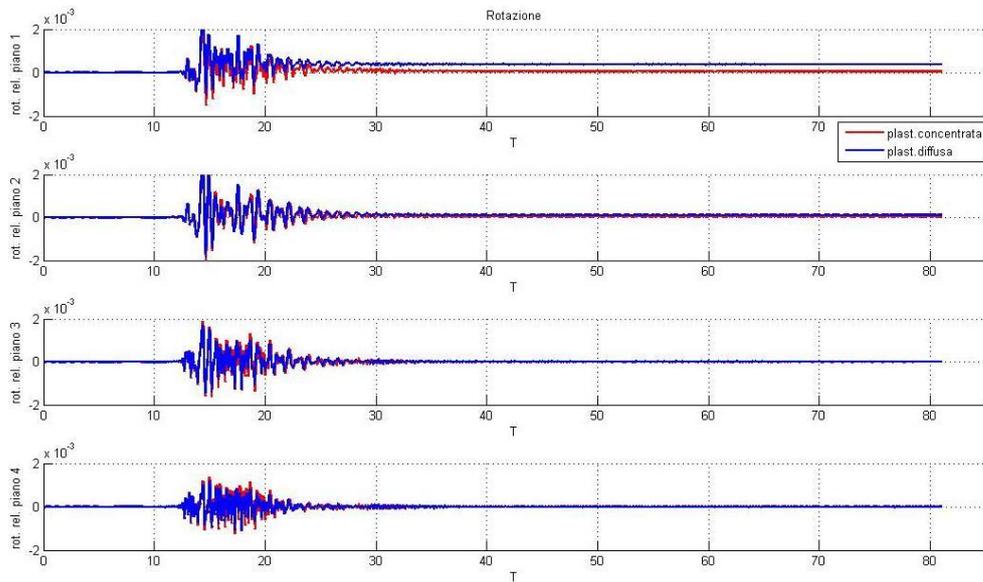
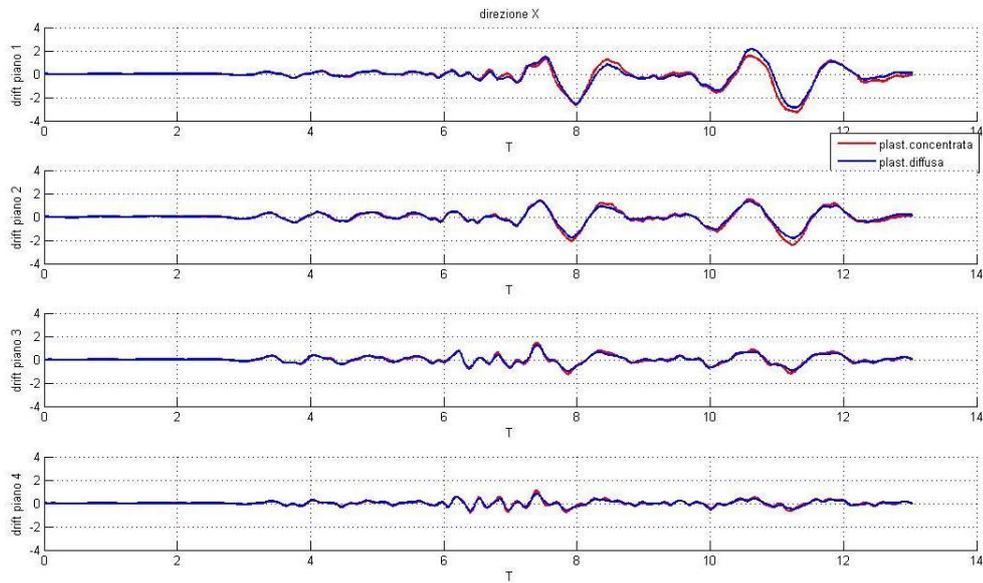
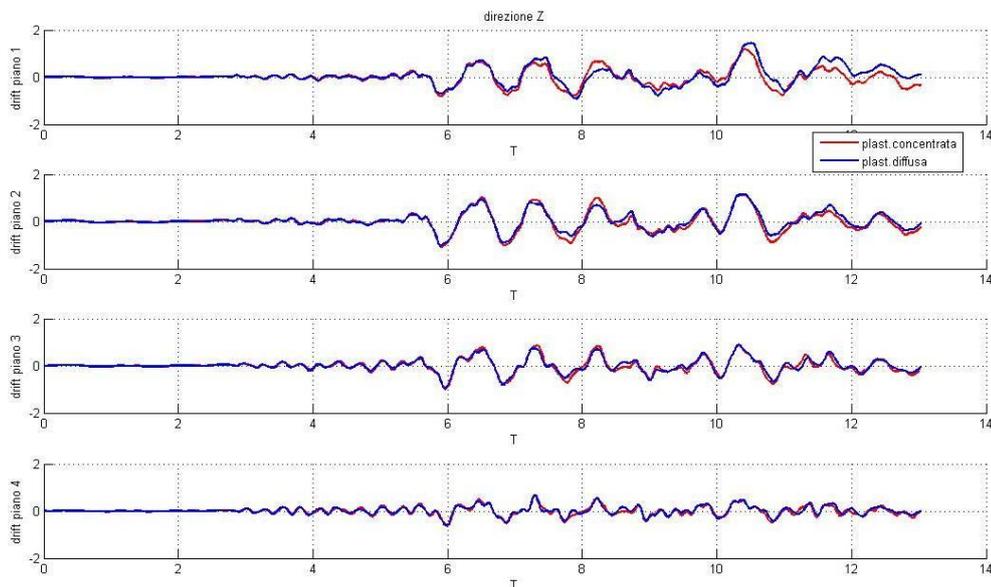


Figura 6-86 Rotazione relativa dei 4 piani per il settimo accelerogramma ad una sola componente applicato con un'eccentricità del 10%

Di seguito vengono presentati i risultati ottenuti per il caso di accelerogrammi a due componenti applicati con un'eccentricità del 5%.



*Figura 6-87 Drift dei 4 piani in direzione X per il primo accelerogramma a due componenti applicato con un'eccentricità del 5%*



*Figura 6-88 Drift dei 4 piani in direzione Z per il primo accelerogramma a due componenti applicato con un'eccentricità del 5%*

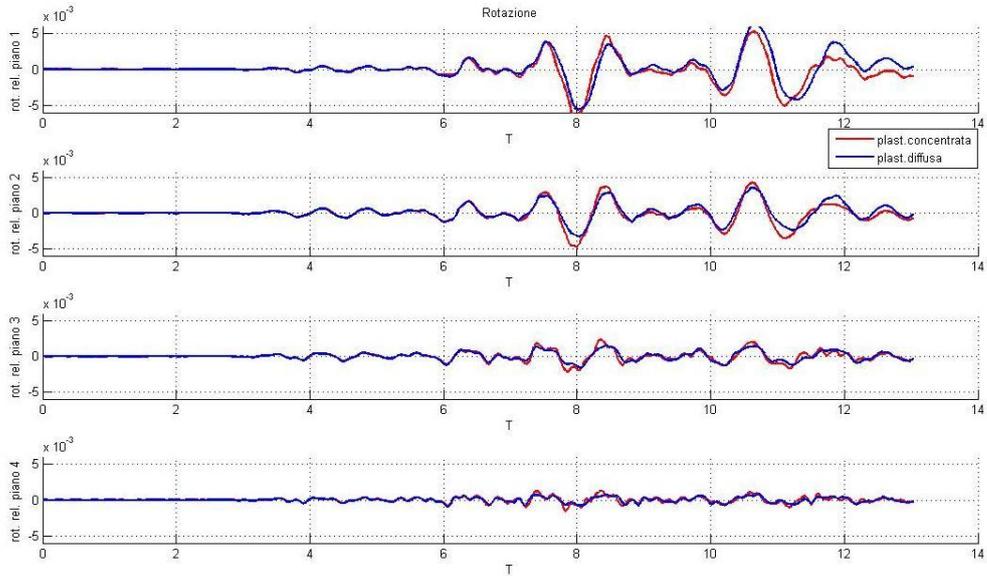


Figura 6-89 Rotazione relativa dei 4 piani per il primo accelerogramma a due componenti applicato con un'eccentricità del 5%

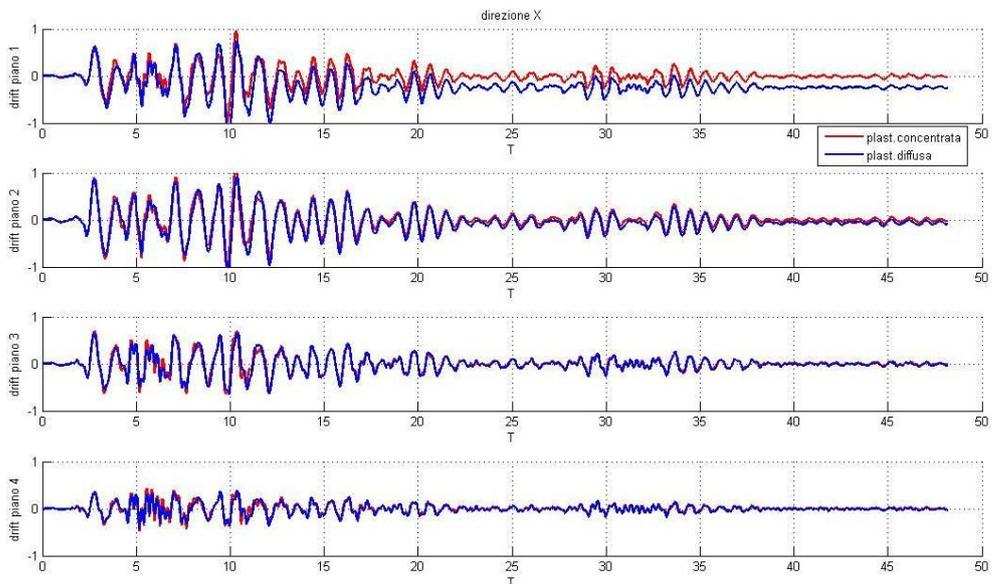


Figura 6-90 Drift dei 4 piani in direzione X per il secondo accelerogramma a due componenti applicato con un'eccentricità del 5%

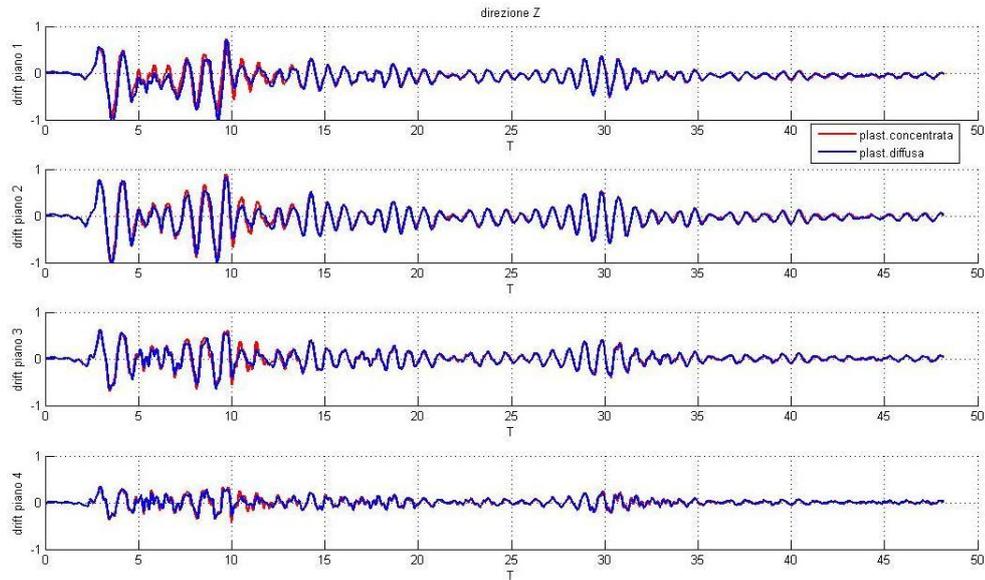


Figura 6-91 Drift dei 4 piani in direzione Z per il secondo accelerogramma a due componenti applicato con un'eccentricità del 5%

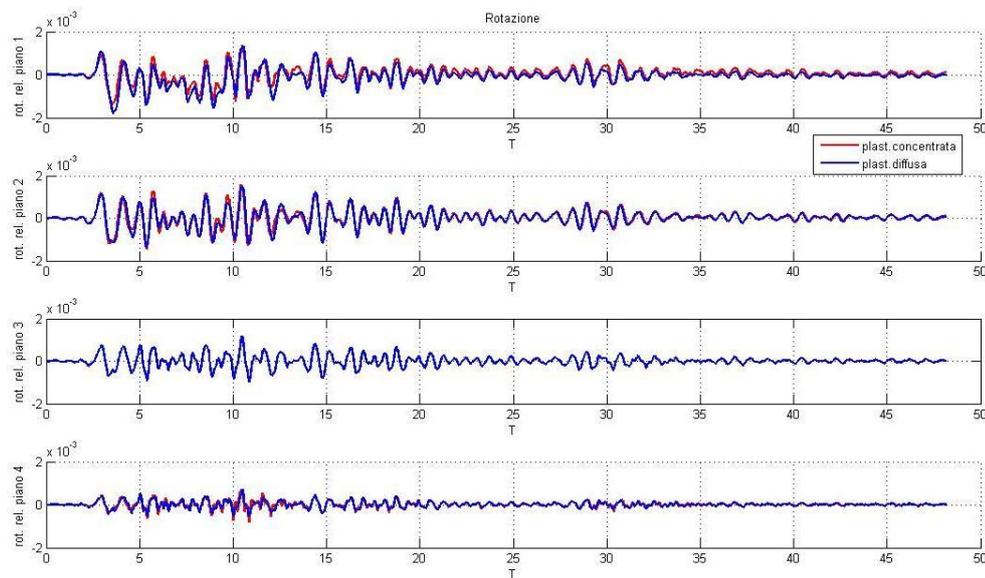
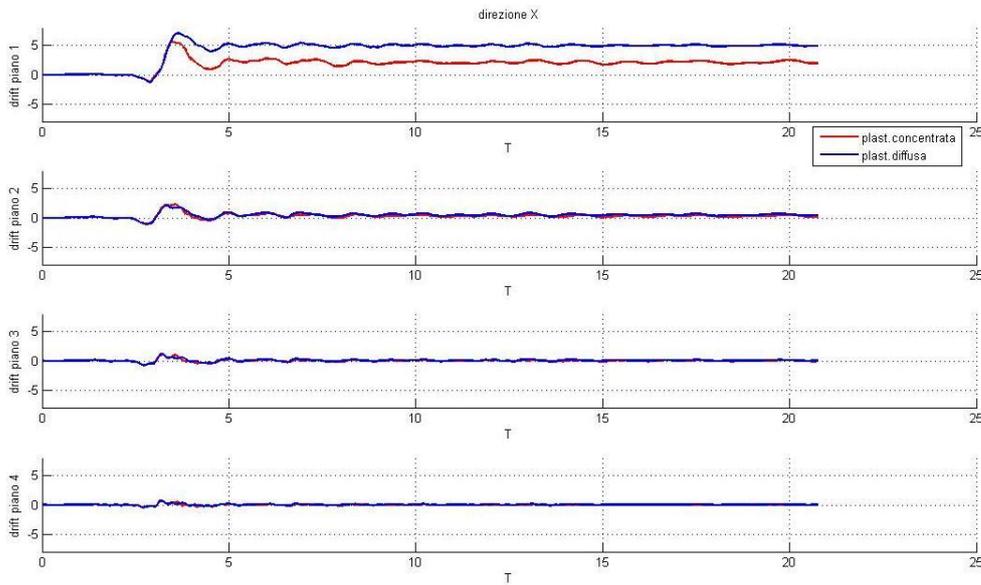
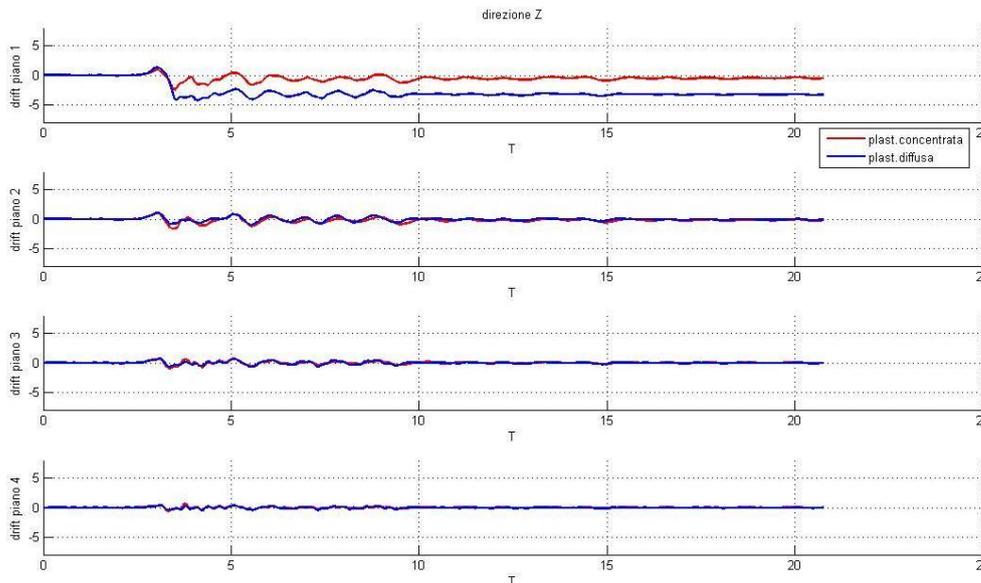


Figura 6-92 Rotazione relativa dei 4 piani per il secondo accelerogramma a due componenti applicato con un'eccentricità del 5%

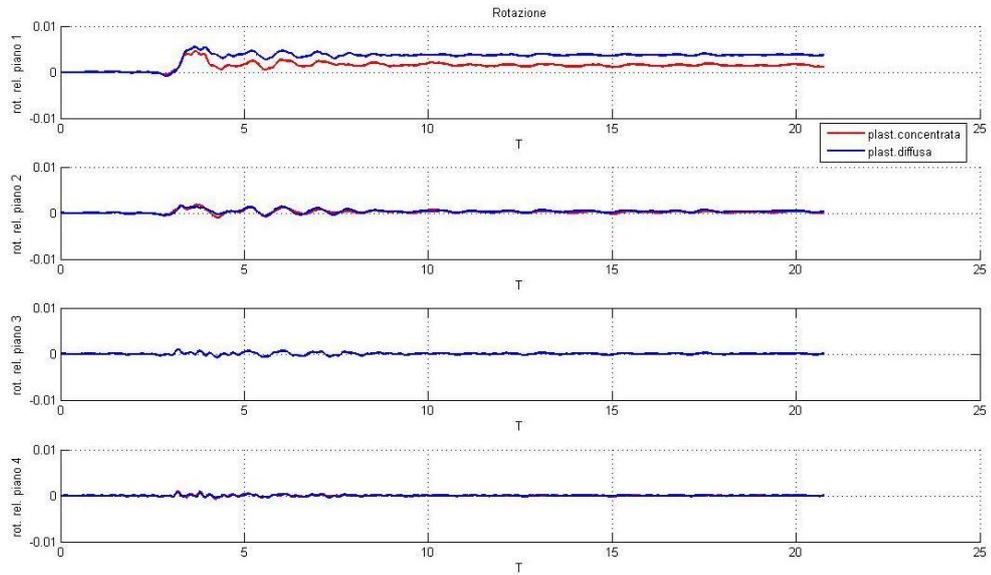
Il risultato ottenuto con il terzo accelerogramma è stato omesso in quanto per il modello a plasticità diffusa l'analisi non ha raggiunto la convergenza. Probabilmente ciò è dovuto al raggiungimento delle deformazioni ultime per gli elementi e quindi la crisi della struttura.



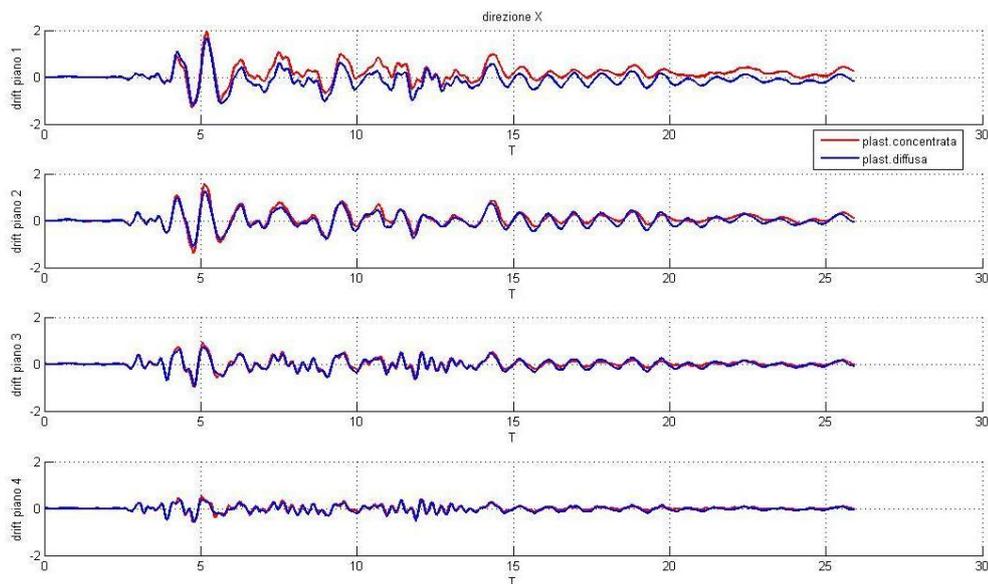
*Figura 6-93 Drift dei 4 piani in direzione X per il quarto accelerogramma a due componenti applicato con un'eccentricità del 5%*



*Figura 6-94 Drift dei 4 piani in direzione Z per il quarto accelerogramma a due componenti applicato con un'eccentricità del 5%*



*Figura 6-95 Rotazione relativa dei 4 piani per il quarto accelerogramma a due componenti applicato con un'eccentricità del 5%*



*Figura 6-96 Drift dei 4 piani in direzione X per il quinto accelerogramma a due componenti applicato con un'eccentricità del 5%*

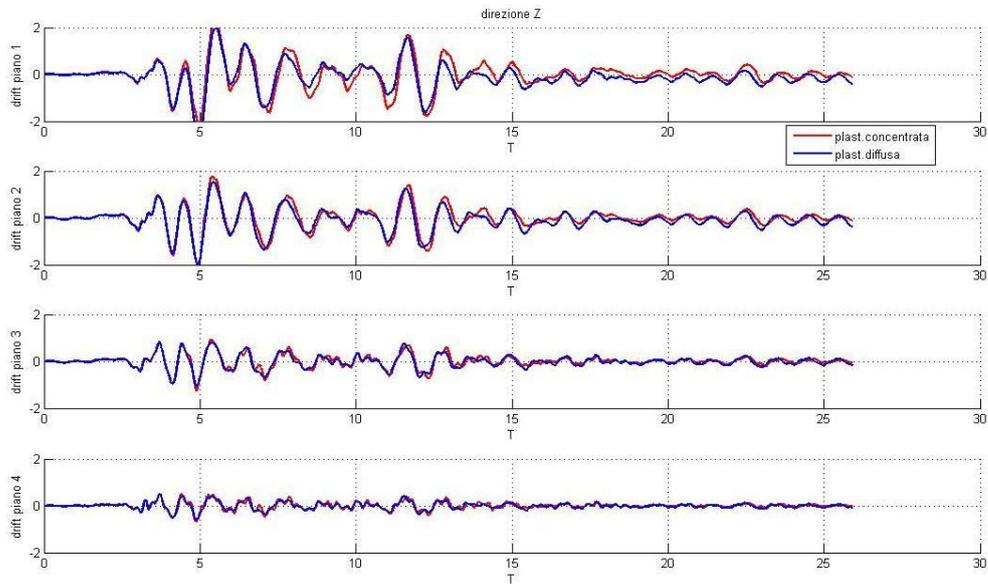


Figura 6-97 Drift dei 4 piani in direzione Z per il quinto accelerogramma a due componenti applicato con un'eccentricità del 5%

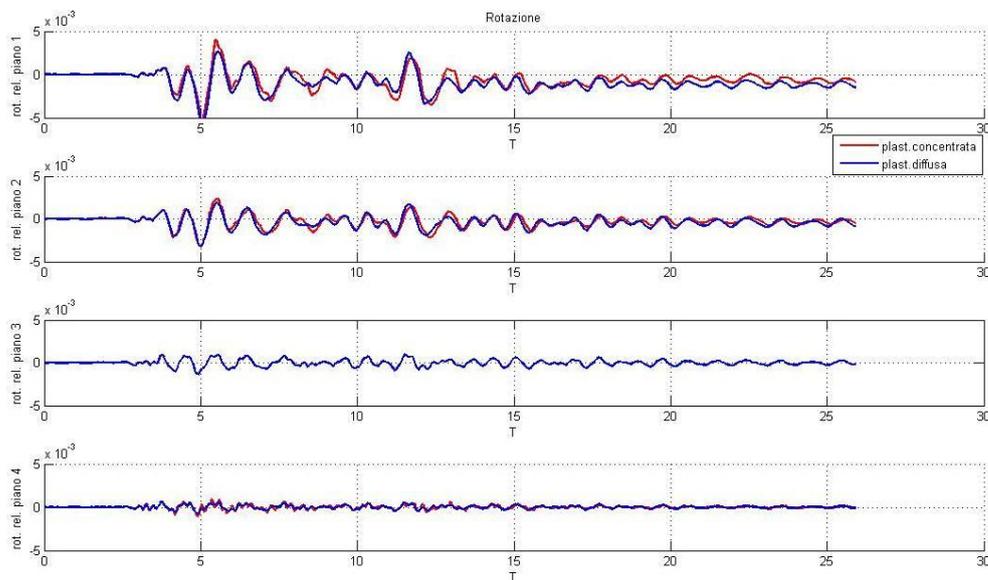
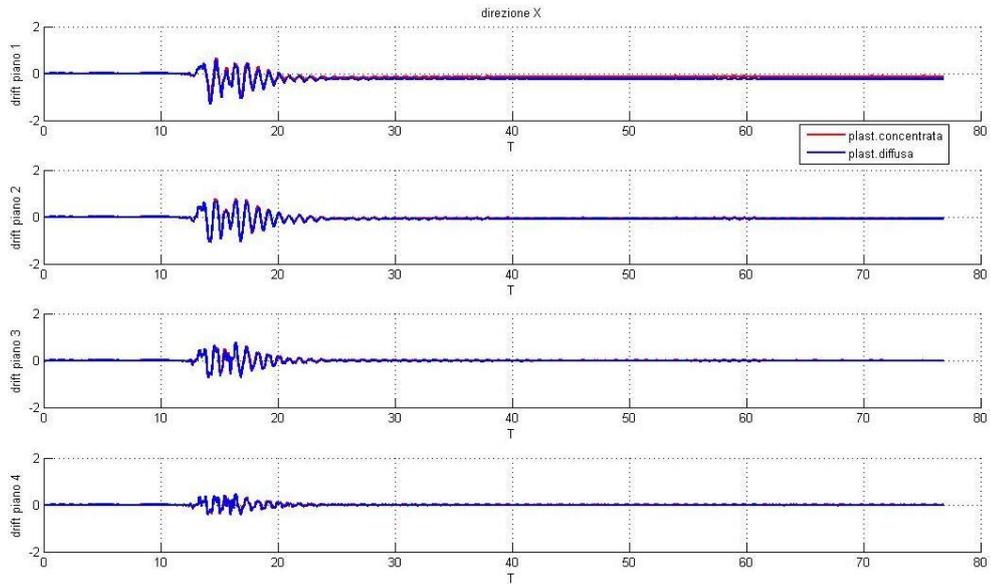
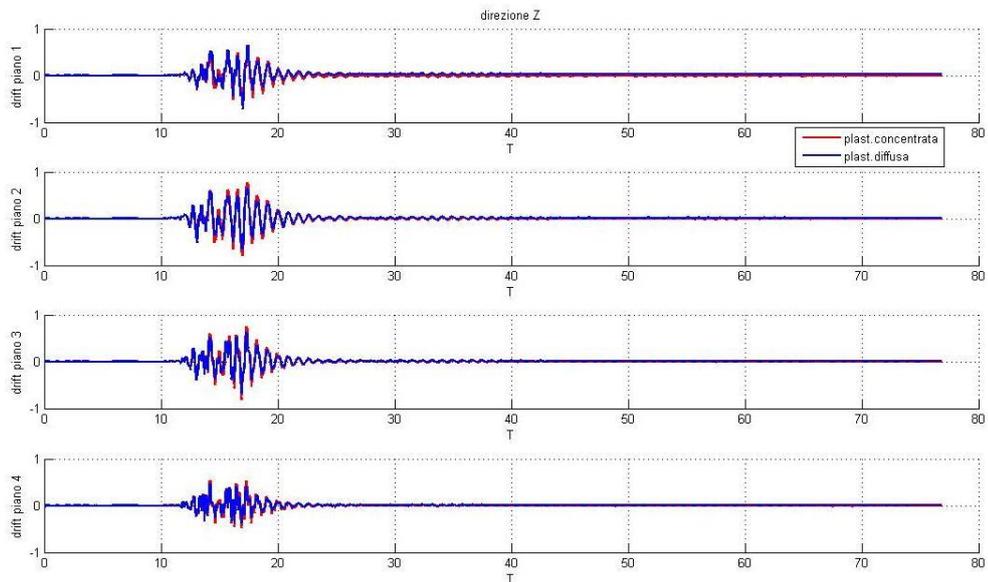


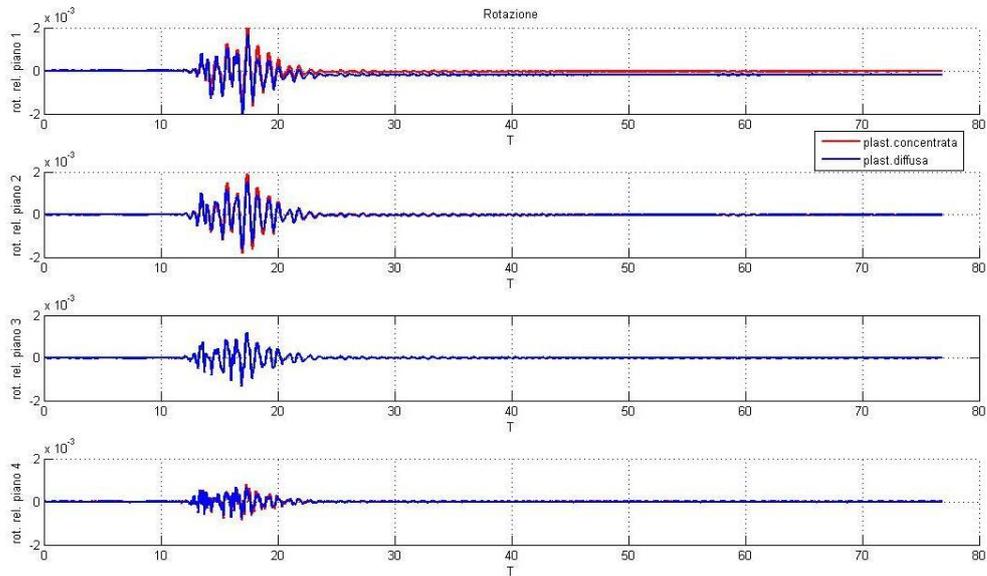
Figura 6-98 Rotazione relativa dei 4 piani per il quinto accelerogramma a due componenti applicato con un'eccentricità del 5%



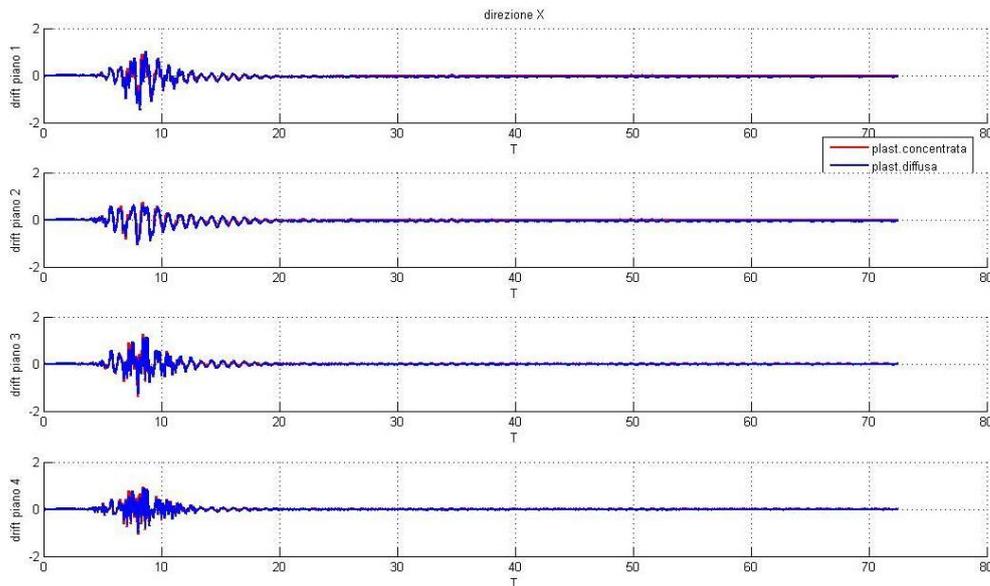
*Figura 6-99 Drift dei 4 piani in direzione X per il sesto accelerogramma a due componenti applicato con un'eccentricità del 5%*



*Figura 6-100 Drift dei 4 piani in direzione Z per il sesto accelerogramma a due componenti applicato con un'eccentricità del 5%*



*Figura 6-101 Rotazione relativa dei 4 piani per il sesto accelerogramma a due componenti applicato con un'eccentricità del 5%*



*Figura 6-102 Drift dei 4 piani in direzione X per il settimo accelerogramma a due componenti applicato con un'eccentricità del 5%*

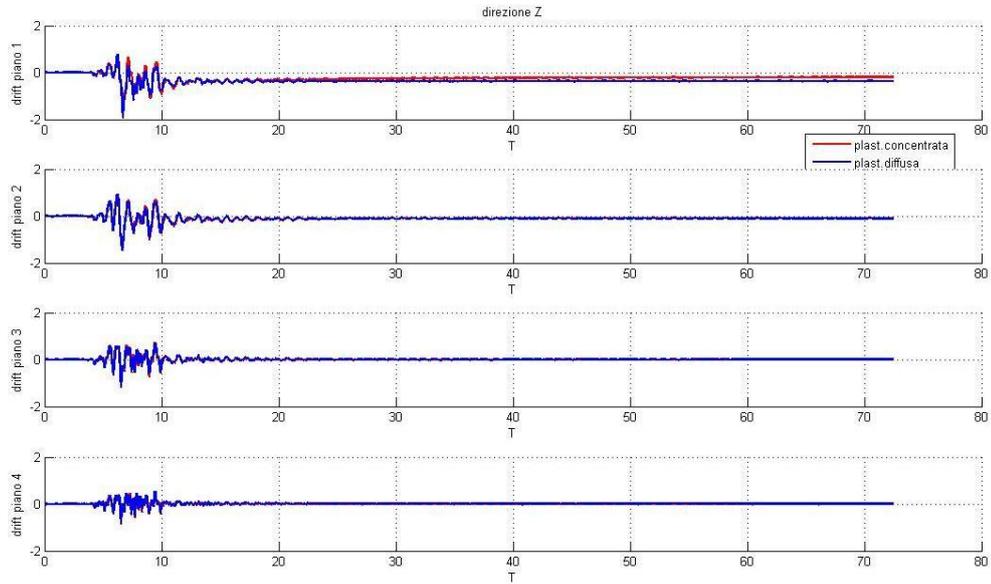


Figura 6-103 Drift dei 4 piani in direzione Z per il settimo accelerogramma a due componenti applicato con un'eccentricità del 5%

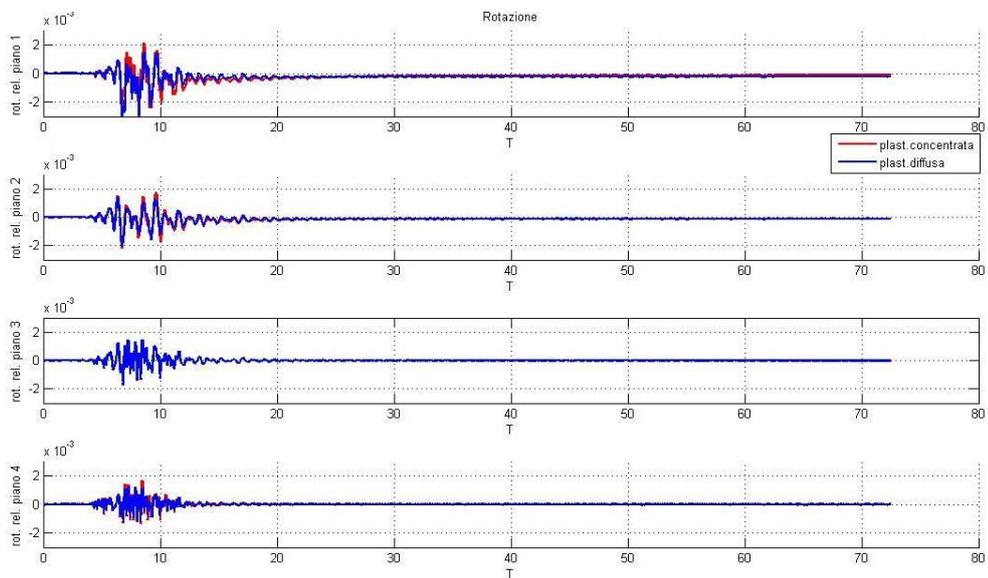


Figura 6-104 Rotazione relativa dei 4 piani per il settimo accelerogramma a due componenti applicato con un'eccentricità del 5%

Data la natura della sollecitazione sismica diventa difficoltoso interpretare i risultati ottenuti dalle simulazioni e riuscire a dare spiegazioni sul differente comportamento dei modelli impiegati a differenza di quanto invece è stato fatto per l'analisi push-over, in cui la variazione monotona del carico applicato ha permesso di diagrammare l'andamento delle sollecitazioni negli elementi dandoci la possibilità di comprenderne meglio il comportamento e le differenze tra i due modelli. Tuttavia è possibile avanzare delle possibili spiegazioni riguardo ad alcuni fenomeni macroscopici che è possibile osservare nei grafici precedentemente mostrati.

Il fenomeno più evidente riguarda il differente comportamento nella direzione ortogonale a quella di applicazione dell'accelerazione per il caso di accelerogrammi ad una sola componente. Si può notare infatti che mentre per la direzione X il comportamento dei due modelli è pressoché uguale, tranne nel caso in cui si raggiungono deformazioni particolarmente importanti, nella direzione Z si ha una differenza di comportamento rispetto al caso a plasticità concentrata molto evidente riscontrabile nel fatto che il modello a fibre non compie più inversioni di spostamento con la stessa rapidità con cui continua a farlo l'altro modello. Questo è dovuto al danneggiamento dell'elemento a causa dell'interazione con il comportamento nella direzione X, che va a ridurre la rigidità dei pilastri di base facendo crescere il periodo della struttura. Un aumento del periodo porta a due conseguenze: la prima è una riduzione delle azioni sismiche introdotte nella sovrastruttura (i pilastri di base hanno un comportamento che ricorda quello degli isolatori) e la seconda è la perdita di rapidità di inversione del segno dello spostamento. Ciò porta ad avere un andamento con oscillazioni meno frequenti e più schiacciate intorno alla posizione di equilibrio.

Per il caso in cui il sisma abbia due componenti tale discorso non è più valido in assoluto, ma va considerato tenendo presente che il comportamento molto differente in una sola delle due direzioni si verifica solo se una delle due componenti del sisma di intensità molto inferiore

all'altra. In caso contrario il fenomeno appena illustrato si verifica in entrambe le direzioni.



## Bibliografia

Aktan, A. E., Pecknold, D. A. «Response of a reinforced concrete section to two-dimensional curvature histories.» *J. Am. Concr. Inst.*, 1974: 246-250.

Braga, F., Gigliotti, R., Laterza, M. «Analytical stress-strain relationship for concrete confined by steel stirrups and/or FRP jackets.» *Journal of Structural Engineering ASCE*, 2006: 1402-1416. .

Bresler, B. «Design criteria for reinforced columns under axial load and biaxial bending.» *ACI J.*, 1960: 481-290.

CEB. «RC frames under earthquake loading.» *Comité Euro-International du Béton*, 1996.

Cedolin, L., Cusatis, G., Eccheli, M., Roveda, M. «Biaxial bending of concrete columns: an analytical solution.» *Graduate school in concrete structures*, 2006.

Chang, G.A., and Mander, J.B. «Seismic Energy Based Fatigue Damage Ananalysis of Bridge .» 1994.

Fafitis, A. «Interaction surfaces of reinforced-concrete sections in biaxial bending.» *ASCE J. Struct. Engrg.*, 2001: 840-846.

Giberson, M.F. «Two nonlinear beams with definitions of ductility.» *Journal of structural division*, 1969: 137-157.

Hsu, C.-T. «T-shaped reinforced concrete members under uniaxial bending and axial compression.» *ACI Struct. J.*, 1989: 460-468.

Hsu, C.-T. «Analysis and design of square and rectangular columns by equation of failure surface.» *ACI Struct. J.*, 1988: 167-179.

Hsu, C.-T. «Behavior of structural concrete subjected to biaxial flexure and axial compression.» *Thesis presented to McGill University at Montreal in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy*, 1974.

Hsu, C.-T., Mirza, M.S. «Structural concrete biaxial bending and compression.» *ASCE Struct. Div.*, 1973: 285-290.

Iervolino I., Galasso C., Cosenza E. «REXEL: computer aided record selection for code-based seismic structural analysis.» *Bulletin of Earthquake Engineering*, 2009: 8:339-362.

Karsan, I. D., and Jirsa, J. O. «Behavior of concrete under compressive loading.» *Journal of Structural Division ASCE*, 1969.

Kim, J. K., Lee, S.-S. «The behavior of reinforced concrete columns subjected to axial force and biaxial bending.» *Engineering Structures*, 2000: 1518-1528.

Kunnath, S. K., Reinhorn, A. M. «Model for inelastic biaxial bending interaction of reinforced concrete beam-columns.» *ACI Struct. J.*, 1990: 284-291.

Mander, J. B., Priestley, M. J. N., and Park, R. «Theoretical stress-strain model for confined concrete.» *Journal of Structural Engineering ASCE*, 1988: 1804-1825.

Marante, M. E., Flòrez-Lòpez, J. «Model of damage for R/C elements subjected to biaxial bending.» *Eng. Struct.*, 2002: 1141-1152.

Monti, G., Alessandrini, S. «Assesment of R/C columns under combined biaxial bending and axial load.» *Fédération internationale du béton, proceeding of the 2nd international congress*, 2006.

Pannell, F. N. «Failure surfaces for members in compression and biaxial bending.» *ACI J.*, 1963: 129-140.

Park, Y. J., Wen, Y. K., Ang, A. H.-S. «Random vibration of hysteretic system under bi-directional ground motions.» *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1986: 543-557.

Parme, A. L., Nieves, J. M. , Gouwens, A. «Capacity of reinforced rectangular columns subject to biaxial bending.» *ACI J.*, 1966: 911-923.

Popovics, S. «A numerical approach to the complete stress strain curve for concrete.» *Cement and concrete research*, 1973: 583-599.

Qiu, F., Li, W., Pan, P., Qian, J. «Experimental tests on reinforced concrete columns under biaxial quasi-static loading.» *Engineering Structures*, 2002.

Rodriguez, J. A., Aristozabal-Ochoa, J. D. «Biaxial interaction diagrams for short R/C columns of any cross section.» *ASCE J. Struct. Engrg.*, 1999: 672-683.

Romao, X., Costa, A., Delgado, R. «New model for the inelastic biaxial bending of reinforce concrete columns.» *13th World conference on earthquake engineering*, 2004.

Takizawa, H., Aoyama, H. «Biaxial effects in modelling earthquake response of R/C structures.» *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1976: 523-552.

Wang, G. G., Hsu, C.-T. «Complete biaxial load-deformation behavior of R/C columns.» *ASCE J. Struct. Engrg.*, 1992: 2590-2609.

## Bibliografia

---

Wen, Y. K. «Equivalent linearization for hysteretic system under random excitation.» *ASME J. Appl. Mech.*, 1980: 150-154.

Yen, J. Y. R. «Quasi-Newton method for reinforced-concrete column analysis and design.» *ASCE J. Struct. Engrg*, 1991: 657-666.

## Ringraziamenti

In primis vorrei ringraziare i miei Genitori, Stefano ed Esterina, ed i miei Fratelli, Alessandro e Davide. Se ho potuto iniziare il percorso che mi ha portato dove oggi sono arrivato è solo grazie a loro. Grazie per il Vostro continuo incoraggiamento.

Vorrei ringraziare la mia fidanzata Rossella che mi ha sopportato in tutti i momenti di sconforto e difficoltà, che ha gioito con me per tutti i miei successi e che ha condiviso con me un periodo molto importante della mia vita.

Vorrei ringraziare tutto il Dipartimento di Tecnica delle Costruzioni ed in particolare il Prof. Savoia, il Prof. Mazzotti e l'Ing. Ferracuti per la loro disponibilità e per i preziosi insegnamenti che mi hanno dato nel corso di questi 5 anni. Un ringraziamento davvero speciale va all'Ing. Nicola Buratti, il mio correlatore, che mi ha seguito in tutto lo svolgimento di questa tesi senza mai farmi mancare il suo prezioso aiuto, i suoi consigli e le sue rassicurazioni; probabilmente senza di lui non sarei mai riuscito a portare a compimento questa tesi.

Infine, ma non in ordine di importanza, vorrei ringraziare i miei coinquilini Alessandro, Claudio e Luca, e tutti coloro che da semplici compagni di corso sono diventati amici fidati e insostituibili.

Grazie di cuore a tutti voi