

**Alma Mater Studiorum – Università di Bologna**

**FACOLTÀ DI INGEGNERIA**

CORSO DI LAUREA SPECIALISTICA IN INGEGNERIA CIVILE

**DICAM**

Dipartimento di Ingegneria Civile, Ambientale e dei Materiali

*Tesi di laurea in* : METODI NUMERICI PER L'INGEGNERIA CIVILE LS

**MODELLAZIONE ED ANALISI DI PONTI AD  
ARCO IN MURATURA:  
IL PONTE FERROVIARIO SUL FIUME RENO**

*Elaborato di:*

**GABRIELE BRIGHENTI**

*Relatore:*

**Chiar.mo Prof. Ing. FRANCESCO UBERTINI**

*Correlatore:*

**Dott. Ing. STEFANO DE MIRANDA**

**Dott. Ing. GIOVANNI CASTELLAZZI**

---

***Anno Accademico 2009-2010***



Tesi di laurea svolta presso il DICAM – Scienza delle Costruzioni  
Laboratorio di Meccanica Computazionale (LAMC)  
Alma Mater Studiorum – Università di Bologna



*Ai miei genitori*



**MODELLAZIONE ED ANALISI DI PONTI AD ARCO IN  
MURATURA:  
IL PONTE FERROVIARIO SUL FIUME RENO**

<b>Introduzione</b> .....	I
---------------------------	---

**Capitolo 1: I ponti ad arco in muratura**

<b>1.1 <u>Gli elementi costitutivi del ponte</u></b> .....	2
1.1.1 Le arcate.....	3
1.1.2 Le strutture di sostegno delle arcate.....	7
1.1.3 Rinfiango, cappa e riempimento.....	9
1.1.4 I Timpani.....	12
<b>1.2 <u>Le tecniche costruttive</u></b> .....	12
1.2.1 Le fondazioni.....	13
1.2.2 Le spalle.....	17
1.2.3 Pile e pile-spalla.....	19
1.2.4 Le arcate.....	23
1.2.5 Timpani, cappe, rinfianchi e altre opere.....	28
<b>1.3 <u>I materiali</u></b> .....	33
1.3.1 La muratura nei ponti ad arco.....	34
1.3.2 La muratura: i costituenti.....	36
1.3.3 Caratteristiche meccaniche delle murature: fonti storiche e normative.....	37

**Capitolo 2: Metodi e modelli di analisi per ponti in muratura**

<b>2.1 <u>La statica degli archi e delle volte: sviluppo delle teorie dal XVIII al XX secolo</u></b> .....	42
<b>2.2 <u>Modelli per l'analisi della risposta del ponte</u></b> .....	48
2.2.1 Modelli bidimensionali.....	50
2.2.2 Modelli tridimensionali.....	53
<b>2.3 <u>L'analisi limite applicata agli archi in muratura: il teorema statico e il teorema cinematico</u></b> .....	56
2.3.1 Stati di sollecitazione compatibili.....	58
2.3.2 Stati di deformazione compatibili.....	62
2.3.3 Stati di equilibrio ammissibili.....	66

2.3.4 Generazione dei meccanismi .....	68
2.3.5 Stati di meccanismo .....	70
2.3.6 Stato di collasso .....	72
2.3.7 Il teorema statico.....	72
2.3.8 Il teorema cinematico .....	74
2.3.9 Verifica dell'arco e fattore di sicurezza .....	76
<b>2.4 <u>Plasticità per materiali fragili</u></b> .....	<b>81</b>
2.4.1 Criterio di Mohr-Coulomb e Drucker-Prager.....	81
2.4.2 Il modello “Concrete smeared cracking”.....	85

### **Capitolo 3: Il caso studio: Il ponte ferroviario sul fiume Reno**

<b>3.1 <u>Storia e descrizione del ponte</u></b> .....	94
<b>3.2 <u>Rischio idraulico del ponte</u></b> .....	104

### **Capitolo 4: Modellazione ed analisi del ponte sul Reno**

<b>4.1 <u>Il software commerciale “Limitstate Ring 2.0”</u></b> .....	113
<b>4.2 <u>Il modello bidimensionale del ponte</u></b> .....	115
4.2.1 La geometria.....	115
4.2.2 I materiali: Il Riempimento.....	120
4.2.3 I materiali: La Muratura.....	122
4.2.4 I carichi permanenti portati: Ballast e armamento ferroviario.....	124
4.2.5 I carichi mobili.....	124
<b>4.3 <u>L'analisi limite cinematica sul modello bidimensionale</u></b> .....	127
4.3.1 Verifica agli stati limite ultimi.....	142
<b>4.4 <u>Il modello tridimensionale del ponte</u></b> .....	143
<b>4.5 <u>Analisi statica lineare</u></b> .....	146
<b>4.6 <u>Analisi statica non lineare</u></b> .....	150
4.6.1 Analisi A.....	156
4.6.2 Analisi B.....	165
4.6.3 Analisi C.....	175
<b>4.7 <u>Confronto fra l'analisi limite cinematica e l'analisi statica non lineare</u></b> .....	181

<b>Conclusioni</b> .....	185
--------------------------	-----

<b>Bibliografia</b> .....	189
---------------------------	-----

## ***INTRODUZIONE***

I ponti ad arco in muratura rappresentano una parte assai rilevante delle strutture che compongono la rete nazionale sia stradale che ferroviaria, sia per quanto riguarda la loro presenza numerica, ma anche per caratteristiche di efficienza prestazionali tutt'ora sono ineguagliabili dagli impalcati moderni, metallici o in cemento armato precompresso. I ponti in muratura o in pietra a taglio sono stati in grado di adeguarsi alle diverse e mutevoli esigenze nel corso dei secoli senza per questo manifestare la necessità di modifiche strutturali o di crisi della resistenza. Il livello di efficienza di queste strutture risulta quindi nella capacità di sopportare carichi ben più elevati rispetto a quelli stabiliti durante la loro progettazione.

*L'indifferenza* dei ponti ad arco in muratura ai carichi mobili deriva innanzitutto dal carattere massivo e dalle proporzioni generose di queste strutture. Tale indifferenza si deve inoltre alle tecniche costruttive, ad esigenze estetiche-architettoniche e alle caratteristiche meccaniche dei materiali nel suo complesso. Oltretutto il costo di manutenzione di tali strutture è limitato alla canalizzazione e smaltimento delle acque meteoriche superficiali ed al controllo degli effetti del degrado sulla muratura indotti dagli agenti atmosferici e dal transito delle correnti d'acqua fluviali o torrentizie.

Nonostante i ponti ad arco in muratura rappresentino quindi strutture strategiche e di importanza fondamentale per l'esistenza delle infrastrutture stradali e ferroviarie nel nostro paese, l'ottimismo incondizionato del secolo scorso verso i nuovi materiali, quali l'acciaio e il cemento armato, ha portato all'abbandono delle tecniche costruttive tradizionali, le conoscenze sui ponti in muratura sono cadute quindi nell'oblio.

Oggigiorno però nuove necessità hanno ricentrato l'interesse su queste strutture; l'entrata in vigore delle nuove norme tecniche sulle costruzioni ed in particolare la cogente necessità di una valutazione della sicurezza del patrimonio infrastrutturale nazionale, ma anche un nuovo sviluppo tecnologico del sistema ferroviario con la realizzazione delle linee TAV, ha reso inderogabile una riclassificazione e valutazione dello stato in essere di tali strutture. Quello che tutt'ora manca però è un

approccio unitario e condiviso nell'affrontare lo studio del comportamento statico dei ponti ad arco in muratura.

In tale contesto questa dissertazione si propone di esporre e riassumere il quadro dei possibili approcci d'analisi e modellazione dei ponti ad arco in muratura con gli attuali software di calcolo commerciali. Scelti due approcci come rappresentativi sono stati applicati allo studio del ponte ferroviario sul fiume Reno situato al km 3+717,52 della linea Bologna-Piacenza. La finalità di tale studio è la valutazione del comportamento dell'opera ed il confronto fra le due metodologie.

Pertanto il presente lavoro è organizzato nei seguenti quattro capitoli:

Nel *primo capitolo*, sono introdotte le nozioni fondamentali riguardanti i ponti in muratura: i principali elementi costituenti le strutture, le tecniche costruttive ed i materiali tradizionalmente utilizzati.

Nel *secondo capitolo*, sono esposti i principali modelli per lo studio e l'analisi della risposta dei ponti in muratura, sia bidimensionali che tridimensionali. Tra questi verranno descritti nel dettaglio quelli utilizzati nelle analisi, nello specifico l'analisi limite cinematica per quanto riguarda il modello bidimensionale, mentre un'analisi non lineare con modellazione al continuo del materiale fragile muratura per il modello tridimensionale.

Nel *terzo capitolo*, è descritto il ponte ferroviario sul fiume Reno, oggetto del presente studio

Nel *quarto capitolo*, sono esposte le analisi condotte sul ponte. Le analisi cinematiche condotte con il software Ring 2.0 sul modello bidimensionale del ponte, con lo scopo di individuare il cinematismo, il moltiplicatore di carico a collasso del ponte e le sue condizioni più critiche; seguono le analisi non lineari condotte con il software agli elementi finiti Abaqus tramite un modello tridimensionale dell'opera, con le quali si è voluto verificare la posizione delle cerniere plastiche nell'arco e l'onerosità di un carico mobile disposto in maniera fortemente eccentrica sull'impalcato.

# Capitolo 1

---

## ***I PONTI AD ARCO IN MURATURA***

I ponti ad arco in muratura moderni, sul territorio nazionale, sono stati realizzati nell'arco di poco più di 100 anni, approssimativamente dal 1840 al 1930, in concomitanza con la nascita del Regno d'Italia e la diffusione delle prime linee ferroviarie. La realizzazione di tali opere si colloca quindi in un periodo di tempo piuttosto limitato, troppo corto perché si possano ritrovare applicate alle strutture radicali trasformazioni della tecnologia costruttiva escludendo, ovviamente, scelte strutturali di dettaglio.

In questo capitolo sono descritte le tecniche e le tipologie costruttive, le regole dell'arte nella costruzione dei ponti in muratura moderni attingendo informazioni anche dai manuali di tecnologia del secolo scorso (Curioni,1871; Baggi,1926; Campanella,1928; Albenga 1953).

### **1.1 Gli elementi costitutivi del ponte**

Con riferimento alla Figura 1.1 , le parti che costituiscono un ponte in muratura sono sinteticamente:

- l'*arcata*, che costituisce la struttura che porta il piano percorribile;
- le strutture di sostegno delle arcate (*spalla, pila*);
- le *opere di fondazione* le quali rappresentano la parte del ponte non visibile e pertanto, occorre inevitabilmente dedurre le informazioni a riguardo dalla bibliografia storica sulle tecniche costruttive;
- gli elementi posti al di sopra dell'arcata per fornire un piano percorribile piano (*rinfianco, cappa riempimento*);
- i *timpani* o *muri frontali* che contengono il riempimento e sono impostati sulla parte più esterna dell'arcata.

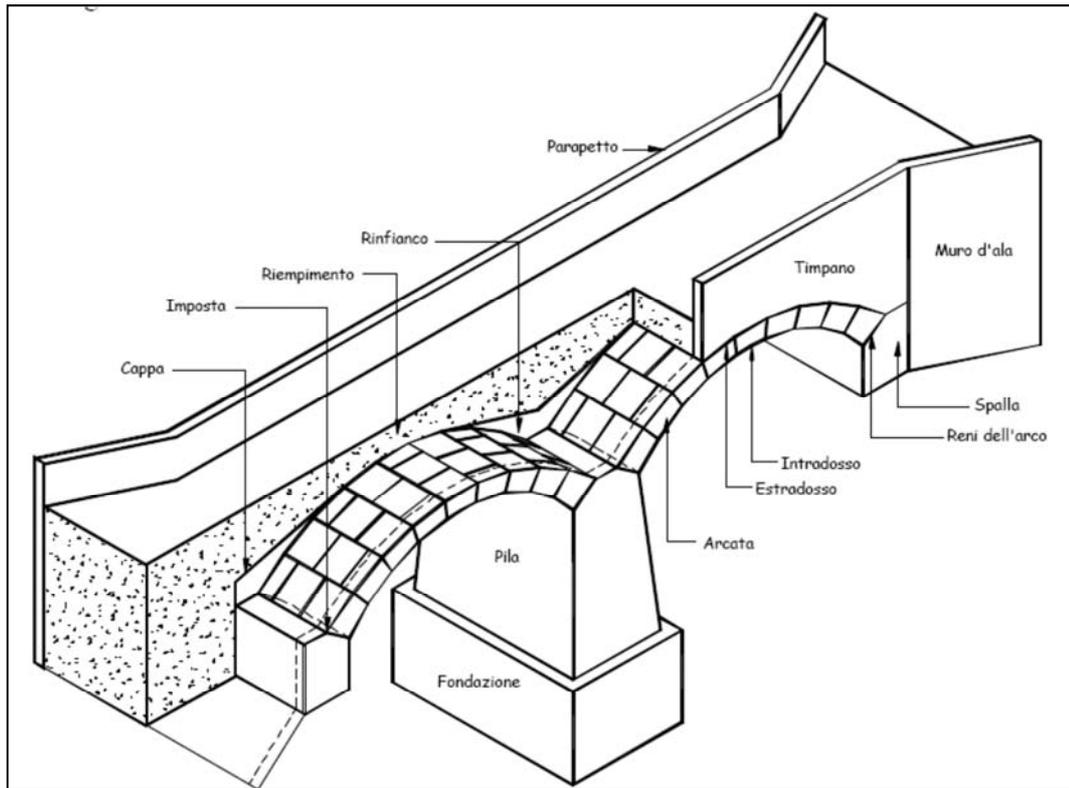


Fig. 1.1 - Spaccato assonometrico di un ponte in muratura con in evidenza gli elementi costitutivi

La geometria del ponte è, in genere, fortemente condizionata dall'orografia della valle da attraversare; valli ampie, ed in genere profonde, vengono attraversate da ponti a più campate su pile alte (*viadotti*, Figura 1.2), mentre valli ampie poco profonde richiedono ponti a più campate ma su pile basse (*ponti* propriamente detti, Figura 1.3). Valli minori e piccoli corsi d'acqua vengono di norma attraversate con ponti a singola campata. [Brencich]

### 1.1.1 Le Arcate

La parte principale della struttura, è costituita dalle *arcate* (o *volte*). Nei ponti vengono generalmente impiegate arcate a botte, ovvero con intradosso cilindrico ed a pianta retta; i casi di volte con geometria non cilindrica rappresentano esempi molto rari, i ponti con volta a pianta non retta si presentano in numero piuttosto elevato in quanto l'asse della linea ferroviaria si trova spesso ad attraversare il corso d'acqua secondo un tracciato non ortogonale all'asse della valle.



Fig. 1.2 - Pila di viadotto, viadotto Pesio – linea Fossano-Ceva, progr. 14+200  
(Archivio FS-TO)

Il profilo dell'intradosso è rappresentato da una superficie cilindrica con generatrice costituita da un arco di circonferenza nelle arcate con un unico centro ed a raggio costante. Le arcate policentriche sono superfici cilindriche in cui la generatrice è formata da tre o più archi di cerchio definiti da raggi e centri differenti raccordati; questo tipo di volte, tuttavia, è piuttosto raro nella tipologia dei ponti ad arco in muratura, mentre pare essere stato di più largo uso per la realizzazione dei ponti ad arco in calcestruzzo.

L'impiego così vasto della circonferenza, in sostituzione di altre forme per gli archi geometriche possibili e strutturalmente più efficienti, come l'ellisse, è probabilmente dovuto alla semplicità costruttiva nel tracciamento e nell'esecuzione delle centine.

Le volte si possono distinguere dal ribassamento, ovvero dai rapporti *freccia/luce* ( $f/l$ ):

- *arco a tutto sesto* (semicircolare)  $0,4 < f/l < 0,5$
- *arco ribassato* (circolare policentrico molto raramente semiellittico)  $0,11 < f/l < 0,4$
- *arco acuto o ogivale*, in cui gli archi di circonferenza non sono raccordati  $f/l > 0,5$



Fig. 1.3 - Pila con rostro, ponte Meletta – linea Trofarello-Cuneo, progr. 19+256  
(Archivio FS-TO)

L'intradosso di una volta può essere raccordato con i paramenti delle pile (archi a tutto sesto, Figura 1.2) ovvero può formare uno spigolo più o meno evidenziato da dettagli architettonici (Figura 1.3) che rende evidente la separazione tra arcata e pila. Nel primo caso, per il calcolo di verifica si assume tipicamente che l'arco strutturale (la struttura resistente) abbia le reni sollevate di  $30^\circ$  rispetto all'orizzontale (angolo al centro di  $120^\circ$ ); è evidente, quindi, come la classificazione di arco a tutto sesto è relativa alla geometria esterna dell'arcata, mentre l'arco strutturale è comunque un arco ribassato con rapporto  $f / l = 0.29$ . Questa prassi nel calcolo di verifica è motivata dalle esperienze sui ponti in muratura giunti a collasso, dei quali si rileva la conservazione di una parte dell'arcata in adiacenza alla pila, Figura 1.4.



Fig. 1.4 - Posizione delle reni dell'arco strutturale (ponte di S. Agata – Genova)

L'impiego dell'arco a tutto sesto per l'intradosso delle arcate dei viadotti (Figura 1.2) trova probabilmente ragioni strutturali in fase esecutiva. L'esecuzione del viadotto per avanzamenti successivi definisce alcune fasi operative in cui l'ultima arcata realizzata poggia sull'ultima pila completata senza il contrasto delle arcate successive. In questa condizione, l'arco semicircolare, è la struttura meno spingente e che, quindi, induce le minime sollecitazioni flessionali nell'ultima pila.

Nei viadotti a più ordini le arcate degli ordini inferiori non sono vere e proprie volte in quanto hanno larghezza in genere ridotta rispetto alla larghezza della pila su cui vanno ad intestarsi. Si tratta di strutture alle volte assimilabili ad archi piuttosto larghi, altre volte ad arcate. La funzione strutturale di queste volte è quella di ridurre gli effetti flessionali sulle pile di rilevante altezza, Figura 1.5.



Fig. 1.5 - Viadotto Stura - linea Fossano-Ceva, progr. 2+606 (Archivio FS-TO).

L'arco ogivale è stato impiegato solo se esistono forti carichi concentrati in chiave, mentre per altre condizioni di carico la sua risposta è peggiore di quella di altri archi ribassati o a tutto sesto. Si tenga conto, poi, che l'arco ogivale richiede *monte* molto elevate per coprire la luce della campata, costringendo ad aumentare il numero di campate per rispettare le quote del piano del ferro [Brencich].

Si definiscono poi le armille come le parti in vista della volta. Spesso sono in pietra da taglio e di solito sporgono di 3-4 cm dal muro di testa. Il loro spessore è di solito costante e minore di quello dell'arco, per dare leggerezza all'opera.

**1.1.2 Le strutture di sostegno delle arcate**

Le *spalle* dei ponti sono, in genere, massicci muri di sostegno in muratura che, oltre ad assolvere la funzione di sostegno del terreno, forniscono appoggio alle arcate terminali. Mentre le volte centrali di un ponte trasmettono alle pile azioni prevalentemente verticali, almeno con riferimento ai pesi propri, l'ultima arcata trasmette alla spalla anche una rilevante spinta orizzontale che deve essere sopportata adeguatamente dalla struttura della spalla. Per questo motivo le spalle sono in genere più ampie della loro parte visibile, con sezione trapezia o rettangolare, con sezione rettangolare massiccia o rettangolare con muri d'irrigidimento nella direzione dell'asse longitudinale del ponte, Figura 1.6.

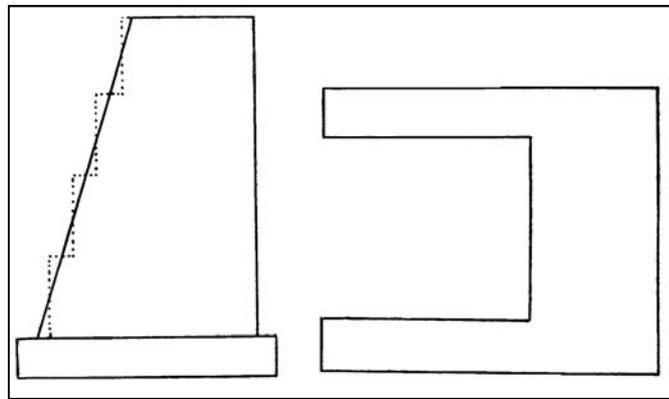


Fig. 1.6 - Sezione longitudinale e pianta di una spalla [Campanella, 1928]

Nei ponti in cui le spalle presentano uno spessore rilevante, le spalle possono essere alleggerite mediante la realizzazione di volte interne alla spalla, talvolta visibili dall'esterno se costituiscono sottopassaggi pedonali. La realizzazione di spalle traforate, così come di pile cave, è legata all'esigenza di ridurre l'impiego di materiale. Talvolta, per una ripartizione uniforme dei carichi può essere realizzato un arco rovescio sotto alle volte interne in modo da non ridurre la sezione della fondazione.

La tessitura delle spalle e delle pile è a corsi orizzontali, modificati solo nella zona d'imposta per resistere alle elevate spinte trasmesse dall'arcata; per questo l'arcata viene impostata o su porzioni di muratura con tessitura diversa o, talvolta, su blocchi di pietra sagomati in modo da distribuire il più possibile le spinte della volta (volte a spessore contenuto) o su veri e propri gradoni in pietra.

Le *pila*, dovendo riunire esigenze statiche ed estetiche, sono realizzate nelle forme più svariate. Esse hanno sezione orizzontale rettangolare, trapezia solo per i ponti con sviluppo planimetrico non rettilineo. Le pile fondate nei corsi d'acqua possono essere provviste di *rostri* per ridurre la turbolenza sottovento e per deviare il materiale galleggiante trasportato dalla corrente. I paramenti delle pile possono essere verticali (ponti) o a scarpa (viadotti). L'inclinazione dei lati corti è minore di quella dei lati maggiori; la legge di variazione del profilo può essere lineare o curvilinea (in particolare logaritmica).

Le *pila-spalle* (Figura 1.7) sono presenti nei ponti a più luci ogni  $n$  campate e nascono dall'esigenza di garantire la sopravvivenza almeno parziale del ponte quando dovesse crollare un'arcata. Specie nei viadotti, il crollo di un'arcata determina l'insorgere di spinte orizzontali in sommità alle pile, spinte cui la pila non può resistere. Di conseguenza è possibile un collasso in sequenza di molte pile, che si arresta quando una delle pile è in grado di equilibrare la spinta orizzontale dell'arcata residua. Questa pila deve presentare maggiore resistenza mediante un ampliamento delle sue dimensioni e costituisce quello che viene definito una pila-spalla, Figura 1.8. I testi storici di *Tecnica delle Costruzioni in muratura* riferiscono della pila-spalla anche come di un modo per poter eseguire il ponte per gruppi di arcate [Brencich].

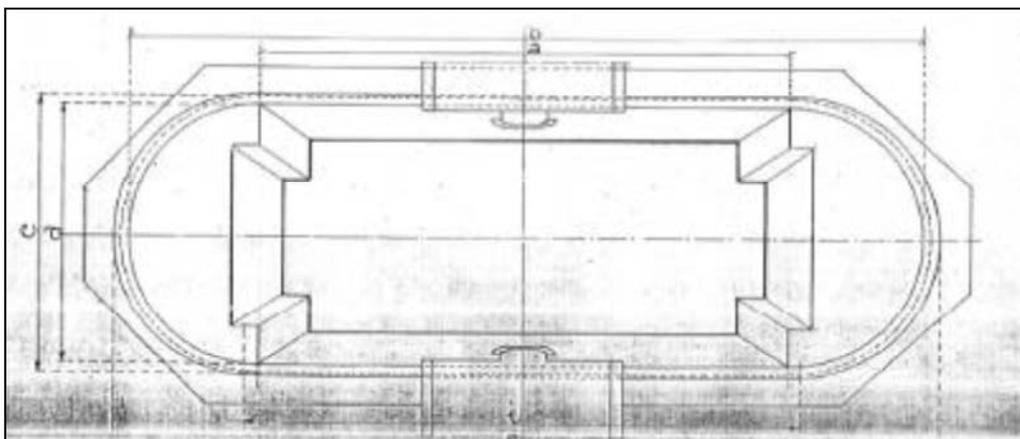


Fig. 1.8 - sezione di una *pila-spalla* del viadotto Ellero - linea Fossano-Mondovì, progr. 19+722 (Archivio FS - TO).

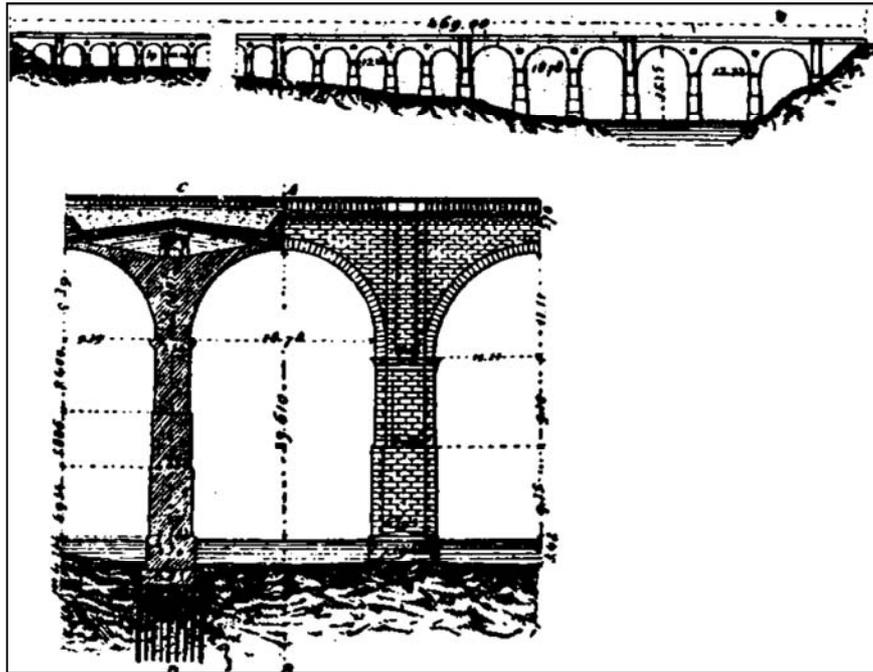


Fig. 1.7 - Esempio di pila-spalla [Campanella, 1928]

### 1.1.3 Rinfianco, cappa e riempimento

Lo spazio sopra alle arcate, necessario per realizzare un piano del ferro orizzontale, viene colmato con due distinti materiali. In prossimità della e con spessore maggiore al di sopra delle imposte e sulle pile, viene disposto il *rinfianco*, al di sopra del rinfianco viene collocato il *riempimento*, costituito da materiale sciolto o conglomerato poverissimo che porta il livello complessivo della struttura al piano viario. Tra *rinfianco* e *riempimento* si ritrova la *cappa* che assolve la funzione d'impermeabilizzare il ponte.

Il *rinfianco* (Figura 1.9) è costituito, in genere, da un conglomerato con discrete caratteristiche meccaniche, inferiori rispetto a quelle della muratura delle arcate, e di peso maggiore rispetto a quello della volta.

Esso assolve due funzioni:

- zavorrare e quindi stabilizzare l'arco, in particolare deviando la spinta alle imposte verso la direzione verticale (si riducono così le sollecitazioni flessionali sulle volte);

- costituisce un ostacolo alla formazione del meccanismo di collasso dell'arco e porta a un innalzamento, rispetto alla posizione geometrica, della posizione delle reni.

Il profilo superiore del rinfiango è solitamente formato da piani inclinati con pendenza di 3/11 ( $\cong 27\%$ ) con la funzione di convogliare l'acqua verso i pluviali di scarico.

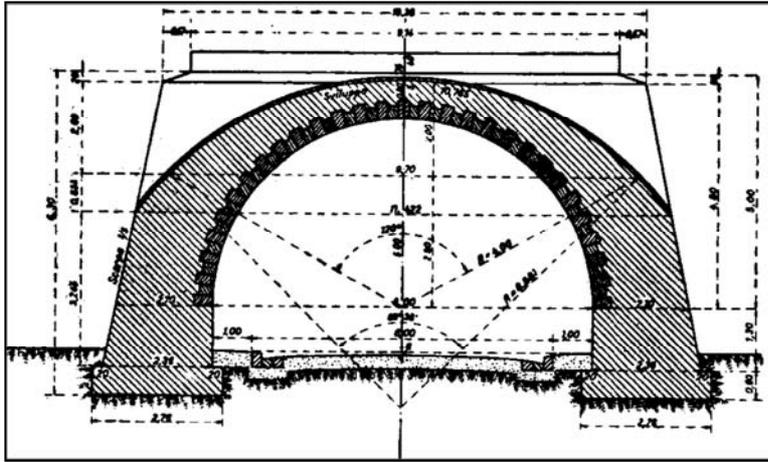


Fig. 1.9 - Geometria dei rinfiangi in un ponte a una arcata [Albenga, 1953]

La *cappa* è formata da uno strato di materiale impermeabile posto a protezione della muratura e dei rinfiangi; in corrispondenza dei piedritti la cappa crea una canaletta di raccolta, raccordando con superfici cilindriche le diverse pendenze dei rinfiangi; la canaletta è riempita con materiale drenante (pietrisco) e da essa si dipartono, normalmente all'intradosso dell'arco, i pluviali di smaltimento, Figura 1.10. Essa è costituita da 3-4 cm di malta idraulica o cementizia (con molto legante,  $350 \text{ kg/m}^3$ ) preparata con sabbia grossa e ricoperta da 1,5 cm di asfalto bituminoso. Per evitare le infiltrazioni lungo i muri andatori la cappa risale, con spessore ridotto, fino sotto il cordolo di coronamento. Nei ponti ferroviari il problema dell'impermeabilizzazione è particolarmente sentito, data lo scarso impedimento all'acqua che danno la massicciata e il riempimento.

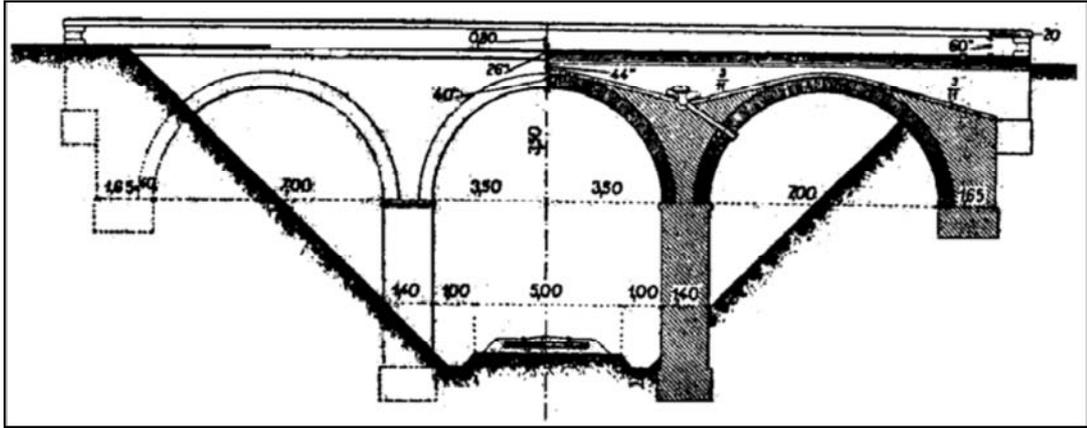


Fig. 1.10: Sezione longitudinale con sistemazione della cappa [Albenga, 1953]

Il *riempimento* è posto sopra la cappa ed è contenuto lateralmente dai timpani. Poiché esso deve essere abbastanza leggero, permeabile all'acqua senza originare rigonfiamenti o disgregazioni, è in genere costituito da materiale sciolto, nei ponti ferroviari spesso da ghiaia (smarino delle gallerie) o ballast. Nei ponti stradali, invece, si riscontrano casi di riempimento eseguito con materiale di recupero di ogni genere. Secondo prescrizioni codificate dalla tecnica costruttiva [Albenga, 1953] l'altezza del riempimento tra la suola della rotaia ed il punto più alto della cappa dovrebbe essere non inferiore a 40 cm; se l'altezza della costruzione è limitata possono essere sufficienti 30 cm, ma mai minori di 15 cm per lo strato sotto la traversina. In genere lo spessore del riempimento in chiave è pari allo spessore, in chiave, dell'arcata. Nei ponti a più arcate il riempimento è disposto a formare dei piani di raccolta delle acque disposti secondo diverse falde, come rappresentato in Figura 1.11. Nei viadotti, specie con pile di rilevante altezza, non è raro trovare il riempimento sostituito da una serie, di voltine di mattoni, probabilmente per ridurre le masse poste in sommità alle pile [Brencich].

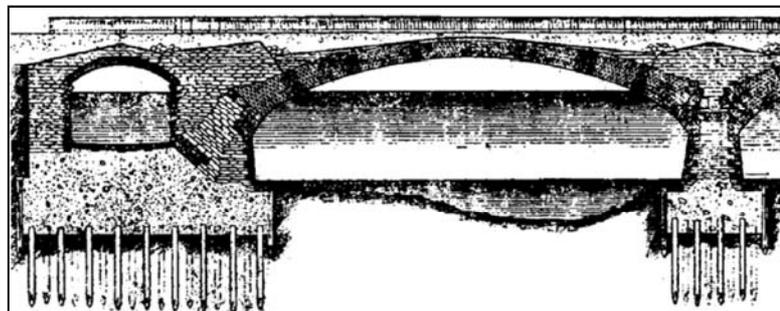


Fig. 1.11: Sistemazione del riempimento [Albenga, 1953]

### **1.1.4 Timpani**

I *muri andatori*, o *timpani*, hanno il compito di contenere il riempimento che insiste sulla volta e sui rinfianchi, ovvero di assorbire le spinte orizzontali delle voltine di alleggerimento longitudinali. Per evitare un sovraccarico puntale alle estremità della volta, costituito dal peso dei timpani, questi sono, in genere, costituiti con murature più leggere di quelle dell'arcata e del rinfianco. I muri andatori sono comunemente sovrastati da un coronamento in pietra da taglio o in mattoni a coltello, figura 1.12 [Brencich].



Fig. 1.12 - Muro andatorio o timpano. (ponte Dora - linea Torino-Milano, progressiva 5+915 – Archivio FS-TO)

## **1.2 Le Tecniche costruttive**

In questo paragrafo sono descritte le tecniche costruttive e le regole d'arte nella costruzioni dei ponti ad arco in muratura così come sono state riportare nei manuali di tecnologia del secolo scorso di Curioni, fino ai più recenti di Campanella e Baggi.

La conoscenza di tali tecniche è fondamentale per comprendere il comportamento di un ponte ad arco in muratura e di conseguenza poterlo studiare adeguatamente e successivamente procedere ad una corretta modellazione.

### 1.2.1 Le fondazioni

Le fondazioni dei ponti in muratura sono simili a quelle dei ponti moderni nell'essenza strutturale dell'opera, essenzialmente diverse nelle tecnologie e nei materiali impiegati. Sinteticamente anche nei ponti in muratura si riconoscono tre tipi di fondazione: la fondazione *profonda su pali*; la fondazione *superficiale o semi-profonda su pozzo*; la fondazione *a platea*.

L'utilizzo di pali in legno nelle fondazioni è una tecnica che risale ai tempi dei Romani. Il diametro utilizzato per questo tipo di pali varia da 20 a 35 cm, le dimensioni di un tronco d'albero facilmente trasportabile, per una lunghezza che raramente supera i 10 metri, vista la difficoltà d'infissione. Fino al XVIII secolo le teste dei pali erano generalmente tagliate al livello della minima piena semplicemente per motivi di tipo esecutivo, e al di sopra delle teste veniva realizzata la pila in muratura.

Nelle opere più antiche, i pali erano battuti all'interno di un grigliato di travi lignee a sostegno della pila, in alcuni casi senza un plinto di collegamento intermedio (Figura 1.13).

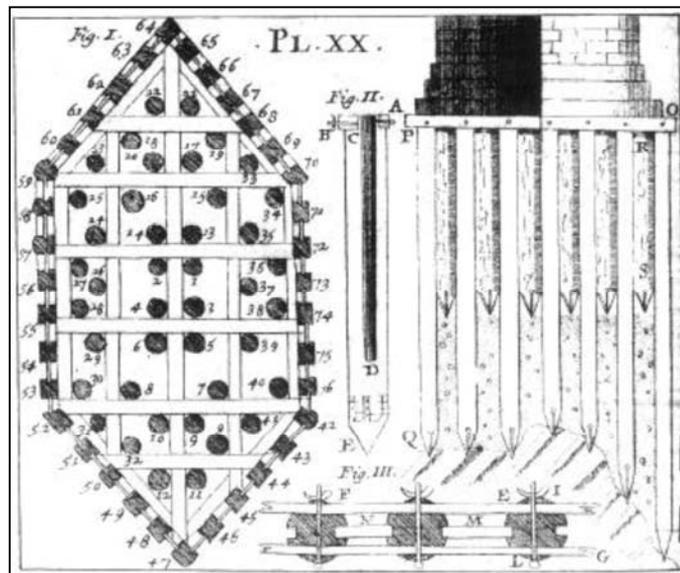


Fig. 1.13 Fondazione su pali all'inizio del XVIII sec.

In epoca successiva i pali vennero disposti secondo maglie più regolari, a distanze variabili tra 0.8 e 1.5 metri e collegati, dopo il taglio, per mezzo di un grigliato in

legno destinato a ripartire il carico verticale. Per bloccare la testa dei pali, prima di porre in opera il tavolato di legno, veniva disposto un riempimento in pietra tenera e malta, per uno spessore pari alla parte libera con lo scopo di bloccare la testa dei pali.

Le nuove tecniche e lo sviluppo dei mezzi di pompaggio permisero di stabilire la base della pila ad alcuni metri sotto il livello dei fiumi. Inizialmente, quando la profondità del fiume era notevole, l'unico modo per realizzare fondazioni sufficientemente profonde era la costruzione di argini che deviassero temporaneamente il corso del fiume per lavorare *a secco*, anticipando certe procedure di scavo mediante palancole del giorno d'oggi. Verso la fine del XVIII secolo questa tecnica è sostituita da quella del cassone affondato, più economica, veloce e per questo meno soggetta al pericolo di eventuali piene improvvise. Il cassone (Figura 1.14) era assemblato a riva, riempito nella parte inferiore con 3 o 4 corsi di muratura a formare la base dello *scafo* e affondato in corrispondenza della pila. La costruzione della muratura procedeva dentro il cassone fino al livello dell'acqua; successivamente il cassone veniva smontato e riutilizzato per le altre pile.

Nel XIX secolo vennero sviluppate tecniche diverse che impiegavano il calcestruzzo. L'ancoraggio dei pali inizia a essere realizzato da mediante un grosso blocco di calcestruzzo. Per evitare il dilavamento del calcestruzzo veniva realizzata una cortina di palancole in legno a corona dell'area di getto.

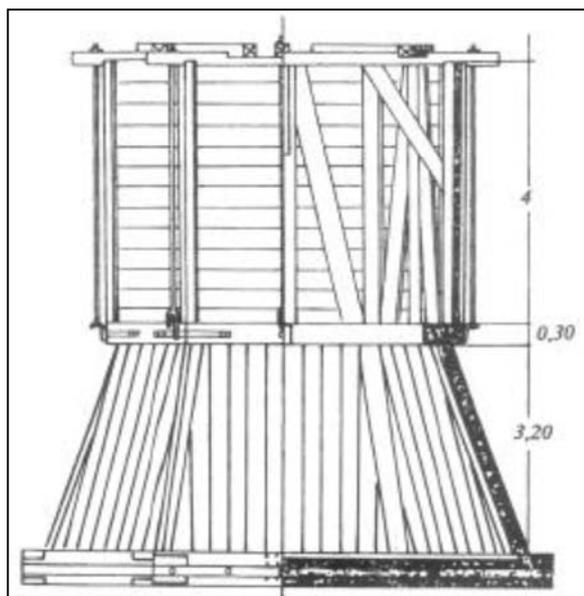


Fig. 1.14 - Cassone stagno della metà del XIX sec.

Fondazioni superficiali si ritrovano pressoché solo quando il substrato roccioso si trova a breve distanza dal piano di campagna. Per le opere di maggior rilievo, la fondazione della pila era realizzata mediante un allargamento, ottenuto aumentando la pendenza dei paramenti delle pile o tramite una successione di riseghe, fino a formare una sorta di plinto di fondazione. Solitamente tali fondazioni erano realizzate con blocchi lapidei di grandi dimensioni per garantire la necessaria rigidità della struttura fondale.

Nei casi in cui era possibile dragare il fondo del corso d'acqua fino al substrato roccioso, si faceva ricorso a cassoni privi di chiusura inferiore che venivano affondati sul piano di fondazione. La base del cassone era costituita da un sacco impermeabile riempito di argilla che consentiva al cassone di adattarsi alle severità del fondo, permettendo il getto del calcestruzzo a secco all'interno del cassone Figura 1.15.

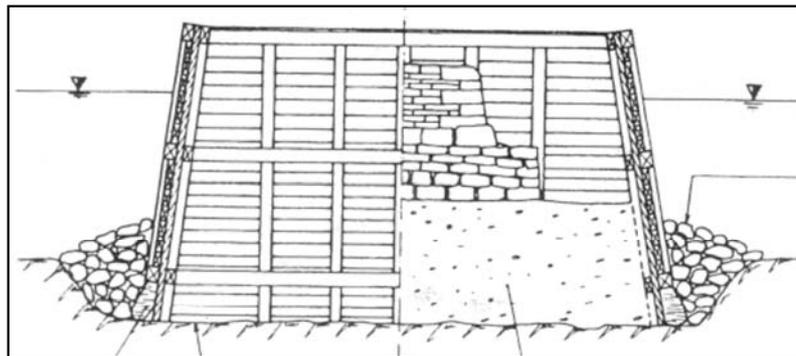


Fig. 1.15 – Cassone senza fondo

Con l'avvento della calce idraulica divenne possibile gettare il calcestruzzo direttamente in acqua, eliminando i problemi d'instabilità del fondo in fase di costruzione e quelli relativi all'impermeabilizzazione del cassone. Spesso la struttura di fondazione era fortemente ingrossata nel senso della corrente al fine di limitare l'erosione della struttura fondale. Per contenere l'impiego di materiale era consuetudine realizzare camere interne al contrafforte che, per non alleggerire la struttura di fondazione, venivano anche riempite con terreno o materiale sciolto, Figura 1.16.

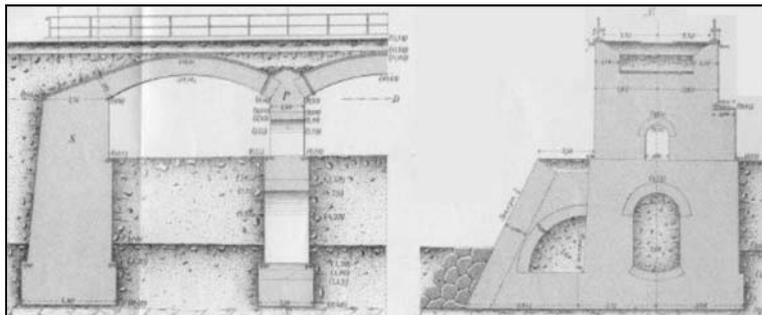


Fig. 1.16 -Sezione longitudinale e trasversale di una fondazione diretta [Curioni, 1871]

Per contrastare l'erosione furono realizzate spesso anche delle cortine di pali e di palancole solidali con la struttura fondale. Questa soluzione era comunque poco efficace, data la scarsa infissione nell'alveo di pali e palancole e per la loro scarsa rigidezza flessionale: la spinta dei blocchi di fondazione e del terreno sottostante la pila, e quindi racchiuso all'interno dei pali, determinavano uno spanciamiento dell'opera di presidio che innescava un rapido processo di erosione. Meccanismi di erosione analoghi avvengono ancora oggi sotto alle pile quando vengono impiegati pali moderni troppo radi a coronamento della base della pila.

La fondazione a platea (Figura 1.17) è un'unica struttura fondale comune a tutte le pile, che ricopre il fondo dell'alveo fluviale in corrispondenza delle pile. Questo tipo di fondazione è stato impiegato principalmente per piccole opere a un solo arco, ed è stata realizzata a profondità maggiore di 1 metro al di sotto del livello di secca. La platea di fondazione presenta un tallone a monte ed uno a valle ed è, in generale, circondata da una paratia di pali collegati da filagne e da tavoloni disposti verticalmente [Brencich].

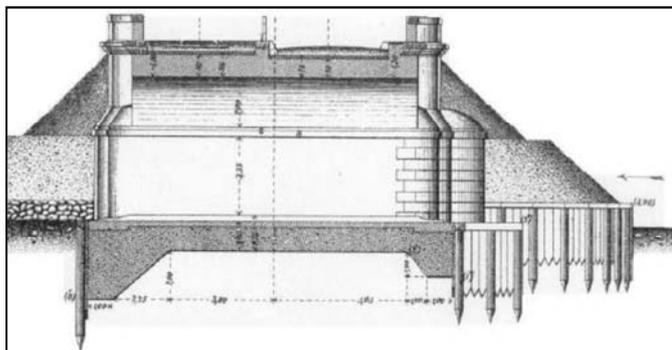


Fig. 1.17 - Sezione trasversale di fondazione a platea [Curioni, 1871]

### 1.2.2. Le spalle

Le spalle del ponte in muratura hanno la duplice funzione di muro di sostegno del rilevato di accesso al ponte e di sostegno della volta, e sono quindi sollecitate da rilevanti sollecitazioni di presso-flessione. Esse sono costituite in generale da un robusto piedritto nel senso della corrente, con una faccia verticale o leggermente inclinata. La sezione orizzontale è rettangolare, mentre le sezioni verticali possono essere rettangolari, trapezie oppure possono presentare delle riseghe. Spesso la spalla è munita di due muri di accompagnamento disposti parallelamente all'asse stradale, che hanno la funzione di contenimento del rilevato e di contrafforti, data la loro dimensione in rapporto alla geometria della spalla.

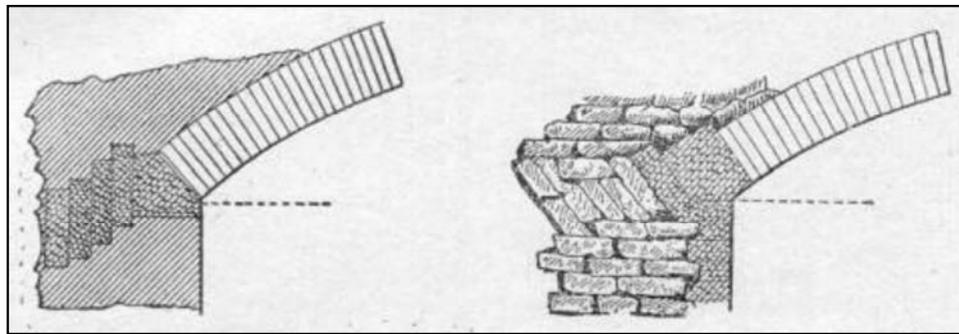


Fig. 1.18 - Disposizione dei blocchi in prossimità dell'imposta [Baggi, 1926]

Un dissesto possibile nelle spalle deriva dallo scorrimento dei giunti di malta attivato dalle forti spinte orizzontali trasmesse dall'arcata. Per questo motivo le reni degli archi, sia sulla spalla sia sulla pila, presentano una tessitura della muratura di mattoni con giunti di malta disposti pressoché normalmente alla direzione di spinta. Per le strutture importanti si utilizzavano anche blocchi di pietra opportunamente sagomati.

Nei ponti di grande luce la spalla può raggiungere dimensioni ragguardevoli, con significanti problemi di maturazione della malta nello spessore delle masse murarie. In questi casi si ritrova spesso un vano all'interno del manufatto, coperto da una grossa volta a sesto ribassato. La spinta di questo arco neutralizza in parte quella proveniente dall'arcata del ponte. I vani nascosti all'interno delle spalle sono realizzati talvolta appositamente con l'intento di alleggerire la struttura realizzando un arco rovescio di fondazione (Figura 1.19).

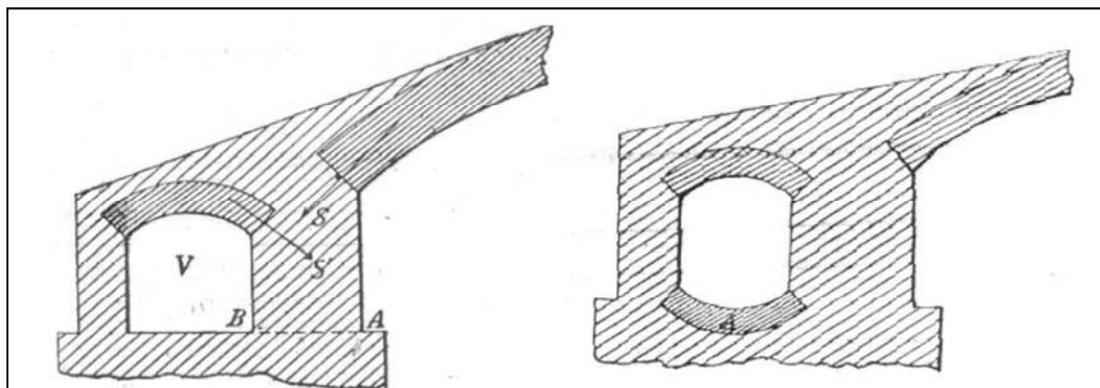


Fig. 1.19 - Vani dentro le spalle per diminuire il volume e il carico in fondazione

[Baggi, 1926]

In molti casi questi vani sono aperti, sia per permettere il passaggio di strade, tipicamente lungo gli argini del corso d'acqua, sia per permettere, in regime di piena, un migliore deflusso delle acque. In questi casi l'arco sopra il vano può difficilmente essere impostato a quota sufficientemente bassa, ovvero prossimo alla prosecuzione dell'arcata. In queste condizioni, la spalla era alleggerita mediante vani a sezione circolare a quota elevata, al di sopra dell'arcata (ponte Annibale sul Volturo, presso Capua) [Brencich].

Un'altra tecnica di alleggerimento delle spalle di ponti di grande luce è quella diminuirli di contrafforti in direzione parallela all'asse del ponte. In certi casi le estremità dell'arco venivano prolungate entro la spalla e confinate con muratura piena, ovvero lasciandovi dei vani in adiacenza.

La necessità di far defluire le portate di piena ha condotto all'introduzione di rostri a monte e a valle, con un allargamento in pianta delle spalle fino a larghezze decisamente maggiori di quelle dell'arcata.

Non sempre le spalle sono visibili dall'esterno, ma possono anche essere interrato nel terreno della scarpata per consentire una quota di fondazione più elevata rispetto a quella di una spalla tradizionale, figura 1.20 [Brencich].



Fig. 1.20 – Spalla interrata, ponte ferroviario sul fiume Reno, Bologna

### **1.2.3 Pile e pile spalla**

Uno degli elementi strutturali dove i ponti (a pila corta) si differenziano dai viadotti (a pila snella), è la pila. Per questo motivo saranno distinte le pile dei ponti da quelle dei viadotti.

#### **Pile da ponte**

Le pile presentano altezza modesta, minore di 12-15 m (dallo spiccatto della fondazione, quindi la parte visibile può essere significativamente più corta), hanno normalmente pareti verticali anche se in alcuni casi per motivi estetici si è fatto ricorso a profili curvilinei. Se l'altezza è maggiore, le pareti sono dotate di una propria scarpa, con inclinazione di 1/10 o 1/20.

Anche per le pile, così come per le spalle, si presenta la necessità di contenere la pressione trasmessa al terreno. Anche in questo caso sono inseriti dei vani vuoti per ridurre il peso proprio della struttura. Nella Figura 1.21 si nota come, in questo specifico esempio, i timpani siano particolarmente spessi, costituiti da muratura in pietrame listata e la parte centrale dell'arcata non sia interessata da alcuna forma di riempimento. Lo spessore della parete della pila non è di facile determinazione in quanto dipende da un elevato numero di variabili. In genere nei ponti più antichi si trovano pile di spessore superiore a quello necessario a garantire la stabilità della



Fig. 1.21 - Particolare di pila - linea Savona-Carmagnola, progressiva 52+133  
(Archivio FS -TO).

struttura, in quando la necessità di ridurre la pressione sul terreno sembra essere una conoscenza ingegneristica acquisita negli ultimi due secoli.

Le pile situate all'interno di un corso d'acqua presentano sia a monte sia a valle due appendici detti rostri (Figura 1.22) con la funzione di modificare gradualmente la sezione dell'alveo, di deviare i sedimenti trasportati dal fiume e di diminuire il rischio di erosione del fondo. La sezione orizzontale dei rostri è semicircolare di diametro pari alla larghezza della pila, un triangolo isoscele con base coincidente con la larghezza della pila, oppure formata da due archi di cerchio di ampiezza  $60^\circ$ . I rostri si estendono fino all'altezza di massima piena, ma in alcuni casi arrivano fino al piano del ferro, dove vengono usati per ricavare piazzole per il rifugio del personale addetto alla manutenzione. I rostri sono rifiniti in sommità con cappucci in pietra da taglio [Brencich].

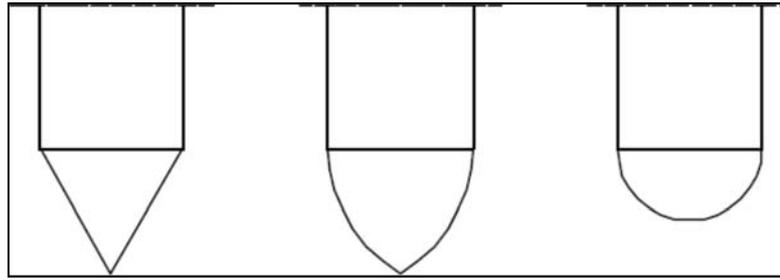


Fig. 1.22 - Diverse tipologie di rostri

### Pile spalle da ponte

Per evitare che il collasso di una pila possa provocare il collasso a catena di tutta la struttura si ritrovano fra le pile snelle delle pile più tozze, dette pile spalle, in grado di resistere alla eventuale spinta di una sola arcata non più contrastata dall'arcata crollata. La pila-spalla è spesso munita di nervature di rinforzo, anche con funzione estetica, e presenta spesso un profilo piatto nel senso della corrente. Questo non si verifica quando è possibile realizzare i rostri, che divengono di dimensioni veramente significative. Il numero di pile-spalle è determinato attraverso considerazioni di natura economica, in modo da rendere minima la spesa di ricostruzione della parte di ponte tra due pile-spalle più quella per la loro costruzione. Solitamente le pile spalle erano eseguite ogni 5 arcate, ma si ritrovano molti ponti con pile-spalle ogni 3, 4, e persino 9 arcate [Brencich]

### Pile da viadotto

I viadotti sono caratterizzati da un'elevata altezza delle pile, spesso si rende necessario ridurre l'altezza libera della pila mediante l'inserimento di un secondo ordine di arcate (quando l'altezza della pila supera i 40 m). Il paramento esterno può essere munito di contrafforti, generalmente sulle pareti di testa, e di riseghe orizzontali. Le riseghe verticali in generale vengono proseguite fino al piano del ferro o all'estradosso del parapetto.

Nella costruzione dei viadotti in curva, le due generatrici d'imposta di una stessa arcata sono parallele tra di loro: le pile assumono dunque una caratteristica sezione trapezia. Anche le pile dei viadotti, nonostante la notevole snellezza, erano alleggerite con vani chiusi o, raramente, accessibili, unici su tutta l'altezza o suddivise in più camere figura 1.23.

Nel caso in cui i viadotti hanno più ordini di arcate, le luci delle arcate inferiori sono limitate generalmente a 15 m. Fra due piani successivi le pile talvolta aumentano di larghezza mediante riseghe, la cui esistenza è denunciata sulle fronti del ponte da un modesto coronamento in pietra tagliata. Frequente è anche la presenza di muratura di pietra sotto il primo ordine di arcate.

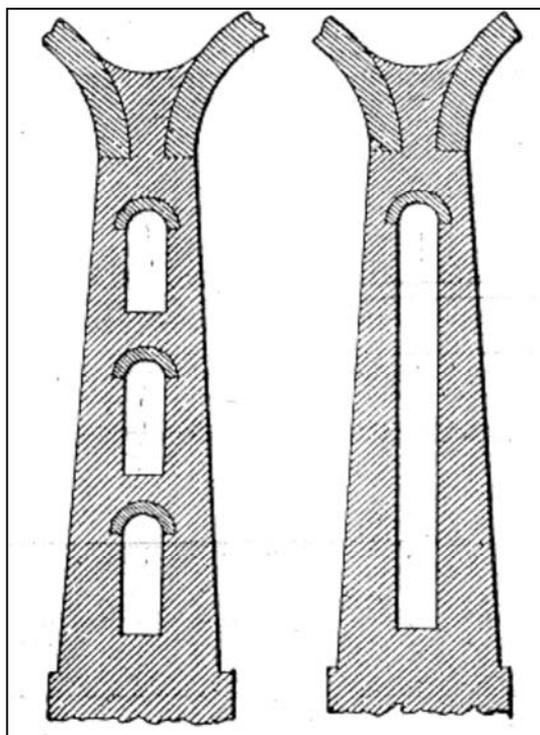


Fig. 1.23 - Pile da viadotto cave [Baggi, 1926]

L'ordine a quota inferiore generalmente costituisce un passaggio pedonale consentito da aperture realizzate nelle pile ed è, in genere, di larghezza inferiore rispetto all'impalcato (tra  $1/2$  e  $1/6$  della larghezza complessiva della pila). Dato che si ritrovano arcate ribassate, con notevoli spinte orizzontali, è ragionevole ipotizzare che le pile siano dotate di strutture interne di irrigidimento in corrispondenza delle arcate degli ordini inferiori [Brencich].

#### Pile-spalle da viadotto

Esse presentano sulle fronti del viadotto una nervatura detta parasta con entrambe le facce a scarpa che si eleva dalla risega di fondazione al parapetto del viadotto. In tutti i piedritti, le regole dell'arte prevedono la costruzione di alcuni strati o cinture di pietra di spessore costante [Brencich].

### 1.2.4 Le arcate

Le strutture ad arco resistono necessariamente per forma ed è per questo motivo che l'arco come struttura esiste soltanto quando è stato posto in opera il concio in chiave. La sua costruzione viene eseguita su una armatura di sostegno provvisoria, composta da [Corini, 1941]:

- centine, in genere travi reticolari lignee disposte parallelamente all'asse del ponte;
- filagne, travi orizzontali o inclinate a collegamento delle centine;
- manto a tamburo, composto da una serie di tavole (dossali), destinate a costituire un impalcato continuo per l'appoggio della muratura;
- sostegni delle centine, costituiti da pali infissi nel terreno, o mensole sporgenti dalle pile e dalle spalle;
- apparecchi per il disarmo, posti fra appoggi e centine, impiegati per abbassare gradualmente le centine una volta completata la costruzione della volta.

Per ridurre la quantità di legname necessaria, l'opera di sostegno può avere larghezza minore dell'arcata, la quale viene quindi costruita per anelli successivi accostati.

La centina a sbalzo è appoggiata direttamente sulle pile e sulle spalle, mediante mensole incastrate nel paramento delle stesse, oppure su riseghe appositamente ricavate, a differenza della centina fissa che è appoggiata su pali infissi nel terreno.

Solo i ponti di altezza contenuta si prestano all'impiego di centine fisse. Si distinguono centine a contraffissi isolati, nei quali un solo puntone vincola una zona definita dell'armatura e centine a contraffissi contrapposti, dove una stessa zona dell'armatura è vincolata a più puntoni. Si utilizzavano i contraffissi contrapposti per ridurre il rischio di un crollo dell'armatura per il cedimento di uno dei pali di appoggio. Vincolando i puntoni a un solo appoggio intermedio si ottiene invece una centina a contraffissi radiali, in cui le catene sono finalizzate alla riduzione della luce libera dei puntoni.

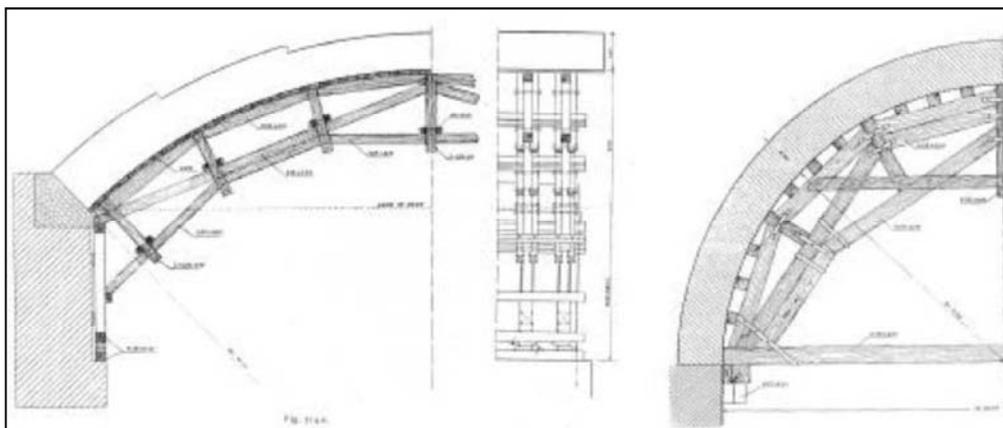


Fig. 1.24 – Centine a sbalzo [Corini, 1941]

Tra l'appoggio e la centina sono presenti due cunei, la cui rimozione, completata la volta, consente il graduale abbassamento delle centine.

La muratura dell'arcata è realizzata utilizzando pietra da taglio, pietra conca oppure mattoni di laterizio. Per motivi economici e decorativi l'uso della pietra da taglio è stato spesso limitato all'arco frontale (armilla) e alla chiave dell'arco, mentre la rimanente parte della struttura è stata realizzata in laterizio. La pietra conca invece si ricava da pietre tenere, preparate a forma di cuneo o parallelepipedo e poste in opera con malta.

Il mattone di laterizio è caratterizzato da leggerezza, facilità di posa in opera ed economicità. Impiegando laterizi e malte a lenta presa si possono raggiungere resistenze pari a quelle delle volte in pietra.

Affinché sia possibile trasferire rilevanti azioni verticali e orizzontali alle reni è necessario che la muratura della volta abbia una specifica tessitura in cui i conci devono presentare angoli retti e i giunti si devono intersecare perpendicolarmente.

In una volta a pianta rettangolare, i conci vengono in genere disposti secondo la tessitura retta o tessitura ordinaria, ovvero con file parallele alle generatrici, facendo in modo che in chiave si trovi sempre un concio e non un giunto. Ogni fila è posata sfalsando i giunti rispetto a quella precedente.

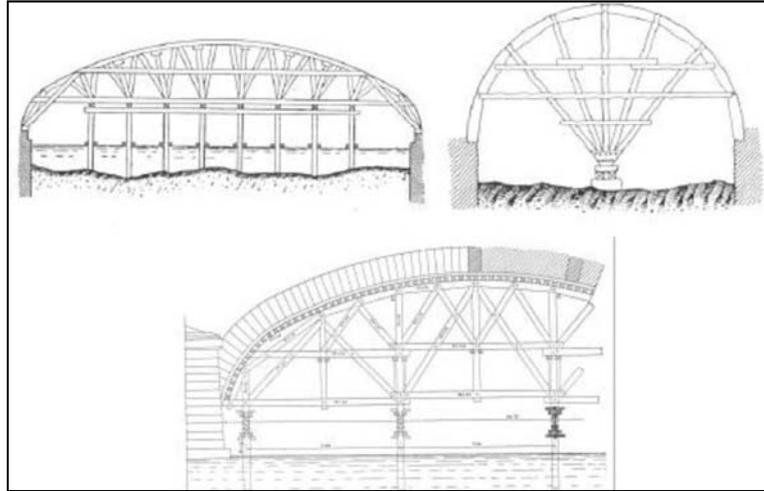


Fig. 1.25 - Tipi di centine fisse: con contraffissi isolati, radiali e contrapposti  
[Corini, 1941]

Per ridurre il rischio di scorrimenti, il giunto tra due file deve essere il più possibile perpendicolare alla curva delle pressioni. Le arcate non sempre presentano superfici comprese fra due curve parallele in quanto a volte lo spessore dell'arcata aumenta procedendo verso le imposte. In alcuni casi l'estradosso è stato costruito scalettato (Figura 1.25), per facilitare il collegamento dei cunei delle arcate con quelli dei timpani sulle fronti.



Fig. 1.25 - Estradosso dell'arcata scalettato, ponte Sangone, linea Torino-  
Genova (Archivio FS - TO).

La disposizione dei conci è diversa nel caso di una volta obliqua, ovvero con pianta a parallelogramma. In questo caso la tessitura retta porterebbe ad avere due porzioni di volta appoggiate su una sola imposta. Se l'obliquità è contenuta, oppure la volta è lunga e di piccola luce, l'apparecchio retto viene utilizzato per la parte interna della volta, mentre per le corone frontali vengono utilizzate speciali conci di dimensioni variabili. Per i ponti fortemente obliqui non è possibile ricorrere a questi accorgimenti, ma è necessario sostituire l'apparecchio ordinario con la tessitura elicoidale o tessitura inglese.



Fig. 1.26 - Tessitura elicoidale, ponte Borbore - linea Torino-Genova, progr. 54+797  
(Archivio FS – TO)

Con obliquità superiori a  $45^\circ$ , o per aperture superiori a 15 m, all'apparecchio elicoidale è stato preferito un altro tipo di disposizione, più semplice ed economica, che realizza una volta come una serie di archi paralleli di minore larghezza. Poiché gli anelli costituiscono strutture parallele ma essenzialmente indipendenti l'una dall'altra, questi venivano spesso solidarizzati mediante tirantature di ferro oppure mediante conci doppi che interessavano due anelli adiacenti.

Le fasi esecutive seguono due diverse tecnologie: secondo il metodo ordinario ciascun filare è completato prima di iniziare il successivo. In questo caso si ha l'inconveniente che lo spessore dello strato di malta non è costante su tutto lo spessore dell'arco e potrebbe raggiungere dimensioni eccessive e conferire alla volta

una deformabilità non omogenea (Figura 1.27). S'impone inoltre l'uso di robuste centine, poiché l'arco viene realizzato in tutto il suo spessore per ogni concio.

Con il metodo delle zone concentriche invece la volta viene realizzata in più strati. Il primo strato può così già essere utilizzato come supporto per il secondo strato, e così via per quelli successivi. In questo caso la centina deve sostenere solo il primo strato di arcata, ma i vari anelli non hanno un comportamento omogeneo in quanto quello inferiore, sostenendo il peso degli strati superiori, risulta più sollecitato degli altri. Fenomeni di deformazione differita dei giunti tendono a ridistribuire e a uniformare lo stato tensionale.

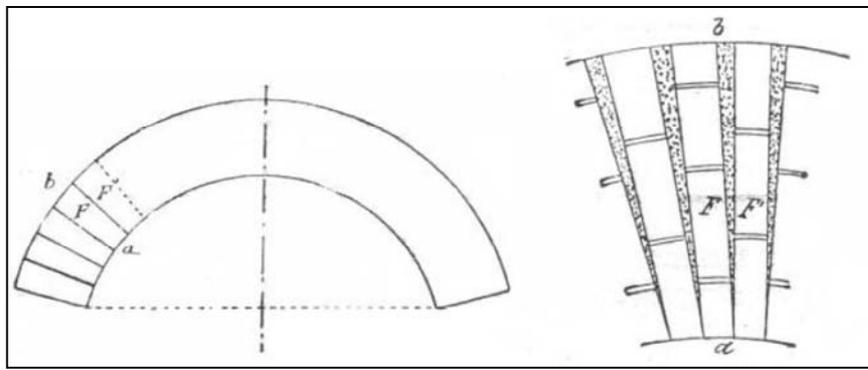


Fig. 1.27 – Metodo ordinario e allargamento dei giunti [Baggi, 1926]

Le arcate multistrato si trovano solo nelle volte in muratura di mattoni di forte spessore, negli altri casi si è preferito utilizzare l'apparecchio ordinario. Esistono anche i sistemi misti, i quali realizzano per strati solo la parte centrale della volta e con il metodo ordinario la zona in prossimità delle imposte. Questo metodo sfrutta il fatto che la disomogeneità dello stato di tensione nella sezione di un arco multistrato abbassa la posizione della curva delle pressioni. Poiché tale curva, in genere, è prossima all'intradosso in prossimità delle imposte e all'estradosso in prossimità della sezione di chiave, le costruzioni ad archi concentrici presentano maggiori coefficienti di sicurezza, rispetto all'arcata tradizionale, nei confronti di una rottura in chiave ma coefficienti di sicurezza inferiori nei confronti di un collasso per schiacciamento del materiale alle imposte.

Un'evoluzione del metodo a zone concentriche è il metodo a punti multipli di chiusura, ideato per contenere la fessurazione del manufatto dovuta alla deformazione della centina. L'apertura dei giunti si può verificare nei punti dove ad

un appoggio rigido (appoggio su pila) segue un appoggio deformabile (appoggi su puntelli intermedi). Con questa tecnologia la costruzione avviene per settori separati da spazi vuoti, localizzati là dove può insorgere la fessurazione, in modo da consentire il cedimento differenziale delle centine quando la struttura non è ancora completata. In questo modo non nascono stati di coazione dannosi. Le sezioni lasciate libere sono poi riempite di malta di cemento allo stato di sabbia umida.

Spesso, nei ponti in muratura di mattoni, lo spessore dell'arcata è maggiore, anche doppio, rispetto allo spessore apparente dall'esterno. Questa circostanza definisce le zone periferiche dell'arcata come quelle di maggiore debolezza. L'individuazione di questo tipo di volte è essenziale quando si voglia ampliare il piano viario o ferroviario mediante la costruzione di un solettone in c.a. appoggiato sui timpani [Brencich].



Fig. 1.28 - Arcata a due strati - linea Savona-Carmagnola, progressiva 44+477  
(Archivio FS – TO)

### **1.2.5 Timpani, Cappe, Rinfianchi e altre opere**

I *timpani*, detti anche muri andatori, corrono superiormente alle arcate e alle pile fino all'altezza del suolo stradale e costituiscono le parti laterali dei ponti. Essi hanno la

funzione di contenere il rinfianco e il riempimento sovrastante. I timpani, in genere, erano costruiti con murature più leggere di quelle dell'arco stesso e del rinfianco per garantire un peso relativamente omogeneo sulla volta. Lo spessore del timpano solitamente è di 40 cm, la faccia *bc* (figura 1.29) è usualmente inclinata di 45°, che rende il timpano più spesso del parapetto superiore. Se il paramento interno *cd* è molto alto può presentare una scarpa di 1/6 oppure riseghe di larghezza compresa fra i 6 e i 15 cm. Sopra i timpani si ritrovano le cornici di coronamento, di dimensione mediamente 50x70 cm, al di sopra delle quali viene collocato il parapetto di altezza compresa fra 90 e 100 cm e larghezza fra 20 e 60 cm

Sia le cornici sia la sommità del parapetto sono realizzati in pietra tagliata.

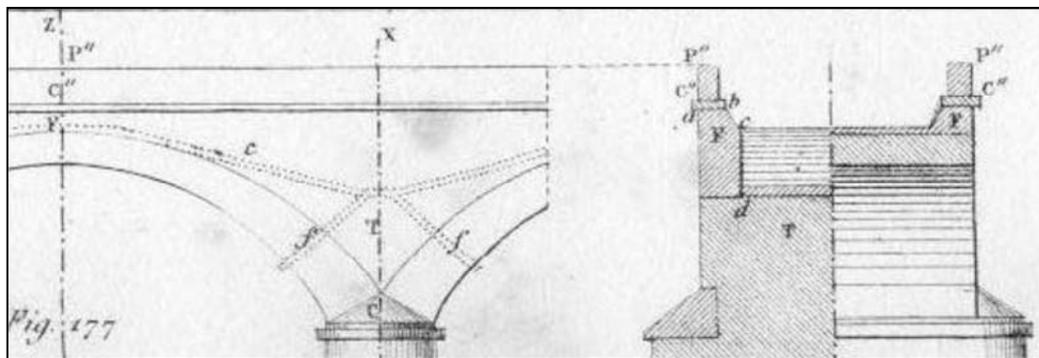


Fig. 1.29 – Sezione longitudinale e trasversale [Curioni, 1871]

I *rinfianchi* sono costituiti da un conglomerato di caratteristiche piuttosto buone o da muratura scadente e era indicato in passato con un mutamento massiccio collocato tra i muri andatori e sopra all'estradosso dell'arcata. Il rinfianco può avere profilo superiore rettilineo o, più raramente, convesso verso l'alto, con pendenza generalmente di 3/11 per consentire l'allontanamento delle acque meteoriche. Il rinfianco, essendo molto rigido, contribuisce al comportamento statico della volta. Negli archi di estremità le pendenze dei rinfianchi proseguono per tutto lo spessore delle spalle.

Se l'arco è a tutto sesto o a sesto ribassato e apertura maggiore di 120°, il riempimento si estende fino a un angolo di 60° dalla verticale. Per archi a sesto ribassato e apertura minore di 120°, il rinfianco si estende invece fino all'altezza maggiore fra l'intradosso in chiave e l'estradosso alle imposte.

Talvolta sono stati costruiti in muratura di basso costo o in calcestruzzo magro. Lo zavorramento fornito dal materiale del rinfiacco consente di deviare e ridurre la spinta orizzontale dell'arcata su pile e spalle. Per ponti di grande luce, realizzati con archi a tutto sesto o poco ribassati, talora si ritrovano dei fori, detti occhi di ponte, sopra le pile o anche in prossimità delle reni delle volte con la funzione di ridurre i pesi al di sopra delle pile. Gli occhi di ponte posti in prossimità delle reni alleggeriscono la struttura in una parte dove il peso risulta non stabilizzante e, quindi, avvicinano la curva delle pressioni al centro del concio, ma non si sono conservate fonti sufficienti a stabilire se questi accorgimenti di indubbia efficacia venissero adottati scientemente o fossero soltanto un artificio per ridurre il materiale di riempimento che, casualmente, assolveva anche una funzione stabilizzante. È possibile che siano stati introdotti anche solo per una funzione estetica.

L'alleggerimento del rinfiacco è stato realizzato con due diverse modalità: con la sostituzione del rinfiacco e del riempimento con una o più volte nascoste all'interno dei timpani, oppure, specie nei ponti ad una sola arcata di grande luce, realizzando l'impalcato su arcate secondarie con pile appoggiate sulla struttura principale (Figura 1.30).

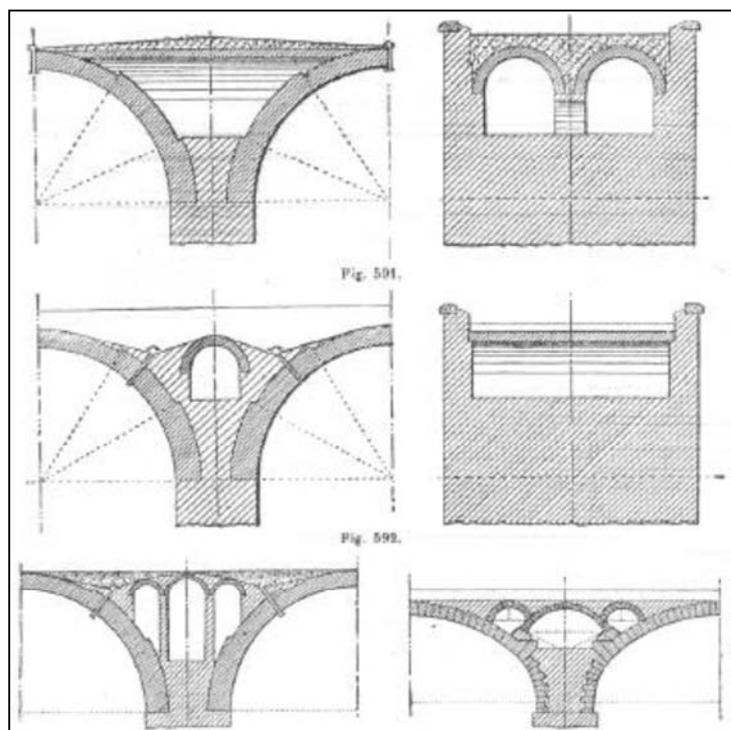


Fig. 1.30 – Alleggerimento del timpano mediante archi secondari [Baggi, 1926]

In alcuni viadotti i voltini a botte, di luce massima di 100 cm e disposti su un solo ordine in prossimità del centro dell'arcata o su più ordini in prossimità delle pile, sono stati estesi a tutto il rinfianco e a quasi tutto il riempimento, con archi nel senso della lunghezza del viadotto. Con questa disposizione si hanno anche tre o quattro gallerie ispezionabili. In questi casi la struttura resistente originaria, l'arcata, viene profondamente modificata e diviene una struttura complessa formata dall'insieme arcata/muricci/voltini che trasforma profondamente il concetto di ponte ad arco.



Fig. 1.31 – Rinfianco alleggerito del ponte di Bagno [Grossrubatscher, 2006]

Affinché le volte che coprono le gallerie interne al riempimento possano resistere ai carichi senza subire gravi dissesti al passaggio dei convogli nei viadotti ferroviari, le corde non sono maggiori di 1.50 m, lo spessore minimo in chiave è uguale alla dimensione massima del mattone (24 cm) ed i muricci di sostegno di queste volte sono posti in corrispondenza delle rotaie, così da caricare i voltini con il solo peso del ballast.

La cappa assolve la funzione di impermeabilizzazione del ponte, ed è eseguita con malta cementizia [Curioni, 1871], e di spessore compreso tra i 5 ed i 10 cm. Spesso è anche costituita da malta idraulica, confezionata con molto legante (350 kg/m<sup>3</sup>), preparata con sabbia e ricoperta di asfalto bituminoso.

Le superfici dei rinfianchi hanno inclinazioni opposte alterne, in modo tale da realizzare, in corrispondenza delle pile, delle canalette di raccolta dove sono

convogliate le acque infiltratesi dal ballast. Il materiale drenante (pietrisco) nelle cunette facilita la raccolta delle acque, che sono poi allontanate dagli sfogatoi, disposti perpendicolarmente all'intradosso dell'arco.

Un'altra geometria di rinfiango e cappa prevede il raduno delle acque nella mezzeria dell'arcata. In questo caso la dimensione del rinfiango è notevole, per cui questo tipo di geometria è piuttosto raro per il peso e il costo che ne deriva.

Dato che il profilo superiore del rinfiango non è piano, è necessario disporre sopra la cappa un riempimento, generalmente costituito da terreno drenante e leggero. Questo strato favorisce inoltre la ripartizione dei carichi concentrati applicati sul piano del ferro. L'altezza del riempimento tra la suola della rotaia e il punto più alto della cappa deve essere maggiore di 40 cm.



Fig. 1.32 - Particolare della sezione in prossimità dell'imposta, ponte Gesso – linea Cuneo-Mondovì (Archivio FS - TO)

I *muri di accompagnamento* (detti anche muri di risvolto), hanno la funzione di contenimento del rilevato di accesso al ponte e sono collocati sui lati della spalla. Nel caso in cui sono disposti in direzione parallela all'asse del ponte, essi divengono dei contrafforti d'irrigidimento della spalla. Questi muri possono però anche presentare un andamento curvilineo verso il terrapieno.

Il paramento dei muri di risvolto è verticale o a scarpa con pendenza 0.10- 0.15, quello interno a scarpa di 0.10-0.20 o eseguito con riseghe. Lo spessore minimo in

sommità è di 40-50 cm. Nel caso in cui le arcate del ponte sono molto ampie, le spalle sono irrigidite da un contrafforte interno.

In luogo dei muri di accompagnamento si possono trovare i muri d'ala, disposti in prosecuzione della spalla e generalmente con svasatura di 60°-80° rispetto all'asse del ponte. All'attacco con la spalla presentano la sua stessa altezza e successivamente si abbassano seguendo la scarpa del rilevato fino ad un'altezza di 1-2 m dalla fondazione [Brencich].

### **1.3 I materiali**

L'analisi della risposta di strutture murarie inizia a trovare il primo ostacolo concettuale già nella definizione dei parametri meccanici che descrivano adeguatamente la risposta globale della muratura che è, come ben noto, un materiale essenzialmente anisotropo con direzioni di scorrimento preferenziali. Per le murature esistenti si pone l'ulteriore difficoltà di conoscere o stimare la consistenza della malta o dei mattoni impiegati per la costruzione: la mancanza di standardizzazione, l'approvvigionamento da fornaci locali, con modelli produttivi dipendenti dalla qualità della materia prima reperibile in loco e le abitudini esecutive locali, introducono ulteriori incertezze. Per tale motivo, si procede a una sintetica analisi dei materiali impiegati per la costruzione dei ponti in muratura, sia di mattoni sia di pietra, come emerge dai testi storici disponibili. Nei ponti in muratura sono utilizzati materiali differenti per realizzare le diverse parti strutturali, al fine di riuscire a assolvere ad esigenze sia di tipo statico (maggiore resistenza nelle strutture più sollecitate, maggiore leggerezza nelle parti secondarie), sia di natura economica.

In generale è possibile eseguire una classificazione dei materiali usati per ciascun elemento strutturale:

- *arcate, timpani, spalle, pile*: muratura di mattoni o di blocchi di pietra squadrata, conglomerato povero di legante ma con discrete caratteristiche meccaniche;
- *riempimento*: materiale incoerente (ad esempio terra, materiale di risulta dallo scavo di gallerie e di fondazioni) oppure, per ridurre la spinta sui timpani,

pietrame a secco, pietrisco minuto, ghiaia o ballast, più raramente calcestruzzo magro di pozzolana (una parte di calce, nove o dieci di sabbia). Molto raro è l'impiego di calcestruzzo, in quanto non economico e molto pesante;

- *cappa*: può essere semplice, nel caso sia costituita da 4-5 cm di malta cementizia formata con sabbia grossa e molto ricca di agglomerante (oppure in calcestruzzo con ghiaietta minuta, del diametro minore di 15 mm, di 10-12 cm di spessore); viene detta doppia quando formata da uno strato di 7-8 cm di calcestruzzo e di 4-5 cm di malta. La cappa non deve fendersi, né durante la costruzione, né per movimenti dell'arcata dovuti al carico e alle variazioni termiche; di solito viene costruita solo dopo il completo assestamento della volta. Ai lati, deve essere risvoltata per impedire infiltrazioni presso i muri di testa. Spesso è protetta superiormente da un ulteriore strato impermeabile di 1-2 cm di mastice di asfalto e sabbia, che a sua volta va presidiato con una controcappa di calcestruzzo magro.

Le murature dei ponti sono di due tipi: muratura litoide, ovvero realizzata con blocchi di pietra squadrata o mattoni. Il secondo tipo di muratura è quello più impiegato con la variante a sacco, in cui il paramento esterno è realizzato con muratura di mattoni mentre il nucleo interno viene riempito o con un conglomerato di mediocri caratteristiche meccaniche, oppure con materiale sciolto. Tipico esempio di questo tipo di muratura sono le pile dei ponti e dei viadotti, al cui interno si trova talora un conglomerato povero o il materiale di risulta proveniente dallo scavo di gallerie [Resemini, 2003].

### **1.3.1 La muratura nei ponti ad arco**

Nel seguito si riporta un elenco dei tipi di muratura più diffusi nella costruzione dei ponti, con le relative descrizioni delle principali caratteristiche.

- *muratura in pietra da taglio*: i conci sono piani e regolari su tutte le facce per assicurare ampie superfici di contatto; hanno dimensioni e geometria definiti sulla base di specifici criteri stereometrici. I giunti sono spesso a secco e, talvolta, interposta una lamina di piombo tra due conci successivi in modo da

correggere modesti disallineamenti ed evitare concentrazioni di tensione. Questo tipo di muratura viene impiegata per l'intera arcata e solamente per opere monumentali;

- *muratura in pietrame*: la lavorazione dei cunei è meno accurata, perché si fa affidamento alla capacità legante della malta; può essere a blocchi di pietra sbazzata o con giunti prevalentemente orizzontali quando i paramenti sono in vista. Nella volta i giunti sono radiali e la lavorazione è sempre a cuneo con angoli diedri a spigoli ortogonali all'intradosso (come nelle murature in pietra da taglio), per consentire di realizzare dei giunti di malta di spessore costante o approssimativamente costante. Nei rinfianchi, nel corpo delle pile e delle spalle, la muratura può essere costituita da blocchi più piccoli e meno pregiati;
- *muratura di laterizio*: i mattoni sono disposti in modo analogo ai conci di pietrame, ma la muratura che ne risulta, è sostanzialmente diversa, in quanto legata alla forma prismatica dei mattoni. In particolare, lo spessore del giunto di malta dell'arcata non è di spessore costante. La presa e l'indurimento non sono uniformi, in quanto procedono a partire dall'esterno; maggiore omogeneità di presa si realizza nelle arcate, a strati che, però, presentano altri inconvenienti strutturali. La risposta della muratura risente della deformabilità differenziata dei giunti. I vantaggi di questo tipo di muratura sono la leggerezza, il basso costo e la facilità di posa in opera;
- *muratura a sacco*: nella realizzazione dei ponti ad arco, la muratura a sacco trova più spazio di quanto si potrebbe supporre. Le pile non sempre sono costituite da muratura massiccia: a volte sono formate da un paramento esterno di muratura di mattoni o di pietra (con spessore variabile in funzione dell'altezza della pila) e da un nucleo interno lasciato vuoto oppure riempito con materiale incoerente o con conglomerato povero;
- *muratura a secco*: d'impiego molto raro nei ponti in muratura, è utilizzata per le parti non resistenti, in sostituzione del materiale incoerente del riempimento.

[Resemini, 2003]

### 1.3.2 La muratura: i costituenti

La muratura può essere costituita da blocchi lapidei o mattoni in laterizio ed eventualmente dal legante, ossia la malta.

- *i blocchi di pietra*: le pietre hanno, in genere, caratteristiche meccaniche uniformi, sono resistenti al degrado e offrono buona aderenza alle malte. I processi di degrado delle pietre sono dovuti al dilavamento dei minerali da parte delle acque meteoriche, all'azione dei cicli di gelo e disgelo, alle coazioni termiche, all'attacco di sostanze organiche e non organiche presenti nell'ambiente;
- *i mattoni*: un laterizio ottimale dovrebbe essere privo di impurità, presentare grana fine e uniforme, facce piane, prive di cricche, ma dotate di una certa scabrezza. Le dimensioni dei laterizi variano molto a seconda della zona in cui sono realizzati, della materia prima disponibile e della tecnologia dell'epoca.
- *la malta*: le malte impiegate nella costruzione delle murature da ponte dovevano presentare i requisiti principali di buona lavorabilità e buona resistenza meccanica. Sono realizzate con sabbia di fiume e calce; malte bastarde di calce e cemento sono state impiegate solo a partire dal secolo scorso. Le malte dei giunti sono un punto di debolezza della muratura, a causa degli agenti atmosferici che spesso riescono a dilavarli per profondità di diversi centimetri; in questi casi lo spessore strutturale della muratura viene profondamente ridotto. Per strutture massicce, il processo di maturazione e di presa della malta è disomogeneo nel corpo della muratura, a causa della difficoltà di evaporazione dell'acqua nelle parti più profonde. Questa circostanza produce stati di coazione nella muratura che ne abbassano la resistenza, come ben sapevano i progettisti del passato; per strutture massicce veniva pertanto prescritta una precisa sequenza esecutiva, tale da mantenere i diversi corsi di malta esposti all'aria per un tempo sufficiente a far esaurire la massima parte del processo d'indurimento.

[Resemini, 2003]

**1.3.3 Caratteristiche meccaniche delle murature: fonti storiche e normative**

Nell'impossibilità di poter determinare sperimentalmente i parametri meccanici dei materiali è necessario andare a individuare valori che siano mediamente attendibili. Facendo riferimento ai manuali tecnici storici e alle normative vigenti è possibile definire le caratteristiche meccaniche principali delle tipologie murarie più comuni. Nel seguito si fa riferimento alla letteratura tecnica storica, alla normativa italiana vigente (DM 14/01/2008) e all'Eurocodice 6 (UNI ENV 1996-1-1 Progettazione delle strutture di muratura armata e non).

Le tabelle di seguito riportano i valori medi di resistenza delle murature ritrovati nella letteratura storica (Tabella 1.1) e quelli definiti dalla normativa italiana vigente (Tabella 1.2 e 1.3).

<b>resistenza</b>	<b><math>\rho</math> [<math>N/m^3</math>]</b>	<b><math>E</math>[<math>MPa</math>]</b>	<b><math>G</math>[<math>MPa</math>]</b>	<b><math>f_k</math> [<math>MPa</math>]</b>	<b><math>f_{vk}</math>[<math>MPa</math>]</b>
$\geq 10MPa$	18000-21000	3000	1200	$\geq 5$	$\geq 0.8$
$\geq 15MPa$	18000-21000	3600	1440	$\geq 6$	$\geq 0.8$
$\geq 20MPa$	18000-21000	4800	1920	$\geq 8$	$\geq 0.8$
$\geq 30MPa$	18000-21000	7200	2880	$\geq 12$	$\geq 0.8$

Tab. 1.1 – Valori di densità e resistenza a compressione della muratura dedotti dalla letteratura tecnico-storica [Brencich].

<b>Classe</b>	<b>M 2.5</b>	<b>M 5</b>	<b>M10</b>	<b>M15</b>	<b>M20</b>	<b>Md</b>
Resistenza a compressione [ $N/mm^2$ ]	2.5	5	10	15	20	d

d = è una resistenza a compressione maggiore di 25  $N/mm^2$  dichiarata dal produttore

Tab. 1.2 - Classi di malte a prestazione garantita [DM 14/01/2008].

È facile notare come i valori ritrovati nella letteratura tecnica del passato forniscano resistenze maggiori rispetto a quelle delle normative attuali. Questo perché i valori del passato possono essere intesi come valori medi, mentre le normative moderne individuano valori caratteristici della resistenza nei frattili inferiori del 5%. I coefficienti di sicurezza dei carichi ammissibili rispetto ai valori caratteristici di rottura sono stati assunti pari a 5.

Per le murature storiche la distinzione delle malte in classi non trova una significativa applicazione. Non è facile determinare la resistenza di una malta degradata, anche se si ha la possibilità di eseguire prove sperimentali. Nell'assegnazione dei parametri meccanici della muratura sarà dunque necessario seguire sempre il criterio della cautela. Pare opportuno non supporre mai che la malta in sito possa essere di classe M15 nè di classe M10, a meno di prove sperimentali specifiche. In generale quella che veniva definita come malta normale e malta idraulica si inquadra nella classe M5/M2.5 [Brencich].

Resistenza caratteristica a compressione $f_{bk}$ dell'elemento $N/mm^2$	Tipo di malta			
	M15	M10	M5	M2.5
2,0	1,2	1,2	1,2	1,2
3,0	2,2	2,2	2,2	2,0
5,0	3,5	3,4	3,3	3,0
7,5	5,0	4,5	4,1	3,5
10,0	6,2	5,3	4,7	4,1
15,0	8,2	6,7	6,0	5,1
20,0	9,7	8,0	7,0	6,1
30,0	12,0	10,0	8,6	7,2
40,0	14,3	12,0	10,4	---

Tab. 1.3 – Valori di  $f_k$  in elementi artificiali pieni e semipieni [DM 14/01/2008]

In alternativa all'approccio tabellare della normativa italiana, si possono utilizzare le formule analitiche empiriche fornite dagli eurocodici. Anche la resistenza caratteristica al taglio può essere ricavata mediante formule fornite dalla normativa vigente:

$$f_{vk} = f_{vk0} + 0.4\sigma_n \quad (1.2)$$

dove:

$f_{vk0}$  è la resistenza caratteristica al taglio in assenza di carichi verticali

$\sigma_n$  è La tensione normale media dovuta ai carichi verticali agenti nella sezione di verifica

In sede di progetto in mancanza di determinazione sperimentale nei calcoli possono essere assunti i seguenti valori [DM 14/01/2008]

- Modulo di elasticità normale secante

$$E = 1000f_k \quad (1.2)$$

- Modulo di elasticità tangenziale secante

$$G = 0.4E \quad (1.3)$$

È bene sottolineare come i valori del modulo elastico normale forniti dalla vigente normativa italiana appaiano più consoni per murature moderne, realizzate con malte e mattoni molto diversi da quelli delle murature antiche [Brencich].

Per tale ragione si è scelto di seguire le indicazioni proposte dall'EC 6 che per verifiche condizioni di esercizio concede di ridurre il modulo elastico al valore di:

$$E = 600f_k \quad (1.4)$$

Per il materiale del rinfiacco e del riempimento risulta difficile fornire valori caratteristici dei parametri meccanici in quanto il materiale che costituisce rinfiacco e riempimento può variare da un materiale sciolto ad un conglomerato povero fino a muratura dello stesso tipo di quella della volta. Per rinfiacco e riempimento è necessario rimandare a una caratterizzazione diretta ovvero definirne solo il peso specifico, trascurandone gli effetti strutturali a favore di sicurezza[Brencich].

Materiale	Densità [ $Kg/m^3$ ]
Rinfiacco	Muratura 1800-2100
	Conglomerato 1900-2200
Riempimento	Materiale sciolto 1450-1900
	Conglomerato magro 1900-2100

Tab. 1.4 – Densità di Rinfiacco e Riempimento [Brencich]



# Capitolo 2

---

## ***METODI E MODELLI DI ANALISI PER PONTI IN MURATURA***

I ponti in muratura trovano il loro elemento resistente e strutturale nell'arco, senza arco non esisterebbe il ponte, capire il comportamento di tal elemento strutturale è fondamentale per analizzare ponti ad arco o strutture voltate in genere

Nelle seguenti pagine, si affronterà una panoramica dello sviluppo storico del pensiero scientifico sul comportamento degli archi in muratura e successivamente verranno esposti i principali modelli per l'analisi e la risposta dei ponti in muratura.

L'attenzione verrà concentrata sugli strumenti scelti per le successive analisi nello specifico, l'analisi limite cinematica secondo l'approccio proposto da Heyman per il modello bidimensionale e modelli di analisi non lineare al continuo del materiale muratura per il modello tridimensionale agli elementi finiti.

### ***2.1 La statica degli archi e delle volte: sviluppo delle teorie dal XVIII al XX secolo***

Il progetto dei ponti in muratura (e più in generale delle altre strutture) è stato basato fino al XVIII secolo su regole empiriche che molto spesso erano gelosamente custodite dai costruttori o dai progettisti dell'epoca. Tali regole risultano diverse da una regione all'altra e, in alcuni casi, contraddittorie fra loro. La loro origine è incerta, ma si può presumere che siano basate in parte su una vasta esperienza diretta di costruzione e in parte su criteri di similitudine geometrica ritenuti importanti all'epoca.

Verso la fine del XVIII secolo iniziò, soprattutto nella scuola francese, uno studio secondo criteri più moderni del problema della stabilità degli archi. A De La Hire va il merito di aver applicato la teoria dei cunei, una delle macchine semplici studiate da Aristotele ed Erone, all'arco come proposto da Leon Battista Alberti con un opportuno linguaggio meccanico [Riotto, 2010].

Nello specifico i problemi affrontati da De La Hire sono sostanzialmente due:

- l'equilibrio dell'arco e della volta indipendente dai piedritti;
- la determinazione dell'equilibrio dei piedritti in funzione delle due incognite costituite dalla spinta fornita dalla volta e dalla larghezza dei piedritti.

A De La Hire in ogni caso va il merito di aver definito il primo meccanismo di collasso a cuneo centrale. Il limite di tale modello è che il meccanismo è sì possibile, ma assai improbabile (Figura 2.1).

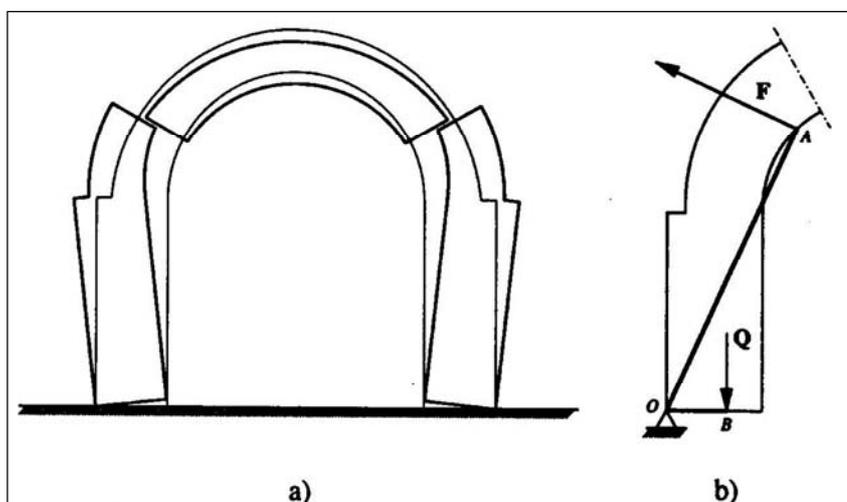


Fig. 2.1 – Meccanismo di collasso a cuneo centrale [Cazzani, 2007]

Couplet riprende e approfondisce i temi trattati da De La Hire; fornisce una soluzione completa sia al problema della definizione della linea delle pressioni che a quello dei meccanismi di collasso di un arco in muratura [Paradiso et al., 2007] nonché intuisce per primo l'importanza dell'attrito tra i conci dell'arco e il collasso per formazione di un meccanismo a cerniere.

La necessità di un'analisi con attrito tra i conci viene riconosciuta in modo ormai chiaro e migliorata da Coulomb che per primo accetta l'indeterminazione del problema e la possibilità che più di una soluzione di azione assiale sia ammissibile se si considera solo l'equilibrio. Mascheroni idealizza i meccanismi di rottura dell'arco individuati da De La Hire e da Coulomb a sistemi di aste rigide uniti da cerniere, riconosce che tutte le sezioni sono possibili sezioni critiche di scorrimento o formazione di cerniera e determina le condizioni limite di equilibrio, ma giunge ad una soluzione errata poiché trascura l'attrito fra i conci (Figura 2.2)

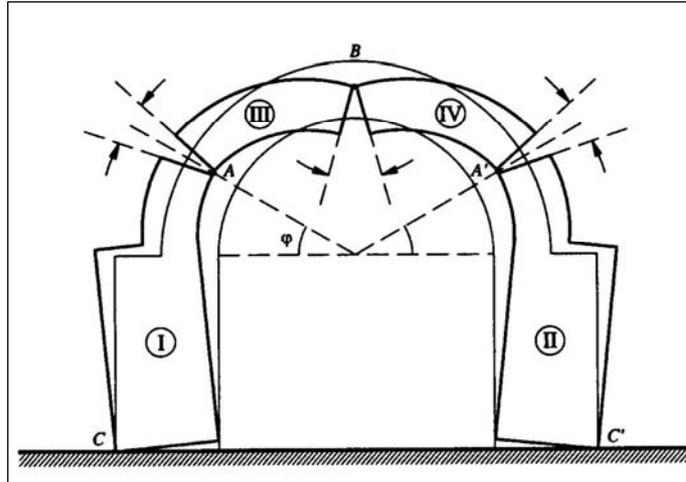


Fig. 2.2 – Meccanismo di collasso proposto da Mascheroni [Cazzani, 2007]

Se nel XVIII secolo gli aspetti caratterizzanti la ricerca erano stati fondamentalmente due [Paradiso et al., 2007], ovvero:

- la definizione della miglior figura delle volte;
- la caratterizzazione dei meccanismi di rottura.

nel XIX secolo il ventaglio dei campi di indagine si amplia [Paradiso et al., 2007]:

- primi abbozzi di una teoria generale sulle murature;
- la definizione dei metodi per la determinazione delle curve di pressione;
- la ricerca per l'individuazione dei profili teorici ottimali di un arco;
- la ricerca delle aree di stabilità orientate alla determinazione dei limiti della spinta in chiave e della risultante su un generico punto, entro i quali siano assicurati al tempo stesso, l'equilibrio e la resistenza del materiale
- il tentativo di estendere alle murature i metodi di analisi maturati nell'ambito dei sistemi elastici.

Navier applica la teoria elastica all'arco e ipotizza che, per avere solo sforzi di compressione, la linea delle pressioni debba passare, in corrispondenza dei “giunti di rottura”, al massimo per il terzo medio della sezione resistente (Figura 2.3). Mèry, partendo dagli studi di Navier, mostra che il problema della determinazione del regime statico di un arco può essere risolto utilizzando un poligono di equilibrio delle forze e definisce l'arco verificato se in esse non si verificano tensioni di trazione (Figura 2.4).

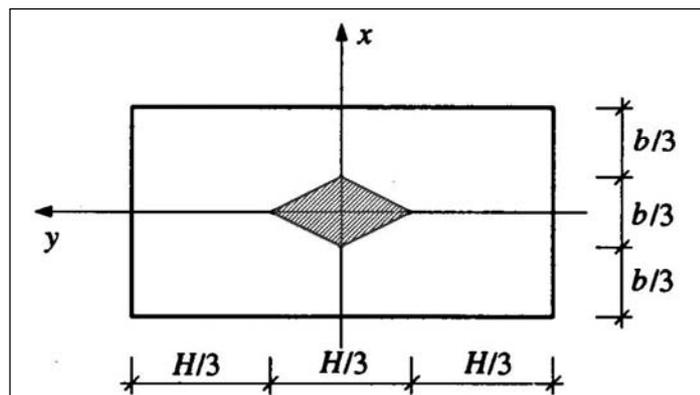


Fig. 2.3 – Teoria dell'elasticità, nocciolo d'inerzia di una sezione rettangolare  
[Cazzani, 2007]

Il primo esempio di analisi strutturale dei ponti in muratura nei termini della meccanica moderna si deve a Castigliano nel 1879. In occasione della verifica del *ponte Mosca* sul fiume Dora a Torino, costituito da larghi conci in granito posti in opera praticamente senza malta interposta, Castigliano applica il principio del minimo dell'energia elastica, da lui sviluppato, per calcolare l'andamento della curva delle pressioni ipotizzando un modello costitutivo per la muratura non resistente a trazione nei giunti contenenti malta. Inoltre, tramite un procedimento iterativo per la determinazione delle dimensioni reagenti delle sezioni tra un concio e l'altro, calcola la massima tensione di compressione e definisce il carico ultimo del ponte quello per cui in una qualunque sezione si raggiunge il valore limite di compressione. Il metodo non tiene conto della risposta oltre il limite di compressione, come nel caso d'ipotesi di perfetta fragilità, ma lo stesso Castigliano evidenzia la necessità di farlo. [Riotto 2010].

Fino a quel momento il problema della valutazione della sicurezza a collasso non era particolarmente avvertito e per lunghi anni il ponte ad arco in muratura fu considerato un retaggio del passato da soppiantare con i più moderni ed economici ponti in acciaio e cemento armato.

La convenienza non è da intendersi esclusivamente in termini di costi, ma anche analitici. La nascente teoria dell'elasticità, se ben si adatta alle strutture in calcestruzzo e ancora di più a quelle in acciaio, pone invece seri problemi per quelle in muratura, dove cadono le ipotesi di omogeneità isotropia e bilateralità del materiale.

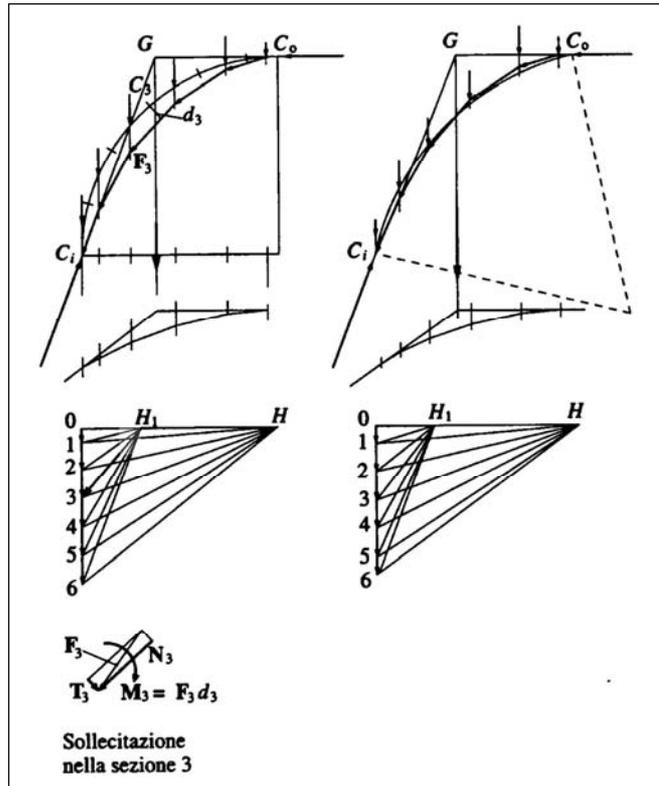


Fig 2.4 – Regime statico dell'arco secondo poligono funicolare [Cazzani, 2007]

L'elevato numero di tali strutture e spesso la loro funzione strategica nell'assetto delle infrastrutture viarie, ha però posto nel tempo la necessità di stimare il loro livello di sicurezza nei confronti del collasso.

La necessità di una verifica strutturale, intesa nei termini moderni, dei ponti in muratura esistenti è diventata importante per la prima volta durante la Prima Guerra Mondiale per il loro l'attraversamento da parte dei primi carri armati.

Il lavoro svolto da Pippard [Pippard e Ashby, 1939; Pippard, 1948] negli anni '40 del XX secolo è alla base del metodo MEXE-MOT (*Military Engineering eXperimental Establishment*), un approccio semi-empirico che è ancora largamente usato e richiamato in alcune normative vigenti come metodo di verifica spedivo.

Molte procedure di verifica sono basate sui teoremi dell'analisi limite usualmente applicati al solo arco. L'applicazione del teorema Statico più semplice è quella della ricerca di una curva delle pressioni in equilibrio con le forze agenti attraverso il metodo comunemente definite "del Mèry" che deriva dalla costruzione grafica del poligono delle forze. Una sua evoluzione deriva dall'idea originale di Castigliano

(applicazione di un modello costitutivo non lineare non resistente a trazione) che viene usualmente modificata attraverso una definizione di un dominio limite della sezione espresso in termini di forza assiale  $N$  e momento flettente  $M$  ottenuto con ipotesi semplificate sulla distribuzione delle tensioni nella sezioni [Clemente et al., 1995] oppure tramite dati sperimentali [Boothby, 2001].

Il valore limite del carico è definito come quello per cui, in una qualunque sezione, i valori della coppia  $N$ - $M$  raggiungono la “superficie limite”. Come dimostrato dal teorema Statico quest'approccio fornisce una sottostima del valore del carico di collasso e viene usualmente detto “*Safe Thorem approach*”.

L'approccio di verifica basato sul teorema Cinematico [Heyman, 1982] va alla ricerca del meccanismo di collasso che fornisce il minor moltiplicatore per le forze esterne. Il meccanismo è ottenuto introducendo nell'arco un numero di “cerniere” tali da trasformare la struttura in un meccanismo cinematico e quindi il carico limite è quello minimo ottenuto tra le diverse configurazioni di meccanismo ottenute introducendo le cerniere in diverse sezioni dell'arco. Il termine *cerniere plastiche* evidenzia come si debba ammettere, almeno in alcune sezioni, l'esistenza di deformazioni non elastiche e, nel caso di un materiale non resistente a trazione come la muratura, lo sviluppo di elevate tensioni di compressione e corrispondenti deformazioni duttili post picco nelle sezioni interessate. Da un punto di vista statico la cerniera si forma quando la curva delle pressioni diviene tangente all'intradosso o all'estradosso dell'arco. Quest'approccio è attualmente molto utilizzato [Harvey, 1988; Falconer, 1994; Gilbert e Melbourne, 1994; Hughes, 1995], è stato esteso anche a ponti a più arcate [Hughes 1995] ed è alla base di alcuni codici nel Regno Unito. Queste procedure, come dimostrato dal teorema Cinematico, portano a un limite superiore dell'effettivo carico di collasso della struttura. Alcuni studi e prove sperimentali hanno, però, dimostrato che questo tipo di approccio può portare ad una sovrastima del reale carico di collasso della struttura in particolare nel caso di archi ribassati [Crisfield, 1985; Cavicchi e Gambarotta, 2005]. I casi di archi con rapporto *freccia/luce* più elevati sono meglio descritti da questo metodo poiché in essi si sviluppa una minore azione assiale rispetto agli altri.

L'ultima famiglia di metodi ampiamente usate per la verifica strutturale dei ponti in muratura è quella degli Elementi Finiti. Sono largamente utilizzati nell'analisi strutturale e permettono uno studio di dettaglio anche di fenomeni locali. Nel caso dei ponti in muratura, inoltre, permettono di analizzare la risposta tridimensionale della struttura nella sua completezza e anche di assumere legami costitutivi non lineari. Per contro un modello dettagliato e con comportamento non lineare richiede un enorme sforzo computazionale e nel caso si verificano forti deformazioni post elastiche l'analisi e la rappresentazione dei risultati possono risultare difficoltosi [Riotto 2010].

Per questa ragione i modelli agli elementi finiti sono stati utilizzati anche in maniera semplificata sfruttando un modello che rappresenta una schematizzazione solo bidimensionale del ponte costituito da elementi monodimensionali [Crisfield, 1985; Choo et al., 1991; Molins e Roca, 1998] bidimensionali [Loo e Yang, 1991; Falconer, 1994; Owen et al., 1998]. Alcuni modelli più dettagliati utilizzano elementi tridimensionali [Boothby e Fanning, 2001].

## **2.2 Modelli per l'analisi della risposta del ponte**

La risposta strutturale di una costruzione, in generale, può essere analizzata con modelli basati su opportune ipotesi che riguardano la cinematica, la statica e i legami costitutivi.

In generale la scelta del modello meccanico più opportuno dipende dalle finalità dell'analisi strutturale ed è il risultato di un equilibrio fra il livello di dettaglio ricercato e l'impegno computazionale che il modello prescelto comporta. Se sono richieste informazioni di parti definite della costruzione, il modello meccanico deve essere in grado di descrivere con adeguata precisione il campo di spostamento, deformazione e tensione e quindi deve risultare continuo. Viceversa, quando sia sufficiente operare in termini di caratteristiche di sollecitazione si definisce un modello in cui la costruzione è assimilata a un sistema costituito da travi e lastre, in generale curve.

Un'altra scelta fondamentale riguarda il modello costitutivo, se le equazioni costitutive dell'elasticità consentono una semplice trattazione numerica di problemi di equilibrio e di moto, la modellazione del comportamento anelastico comporta difficoltà, specie per le costruzioni murarie, sia in termini computazionali sia in termini operativi nella identificazione delle caratteristiche dei materiali

Per i modelli strutturali, la trattazione in campo anelastico è in genere meno onerosa sul piano computazionale, a scapito, però, di una maggior difficoltà a identificare legami costitutivi in grado di fornire risultati affidabili e di una corretta definizione dei loro parametri. La risposta strutturale dei ponti in muratura è complessa perché risulta generata dall'interazione dei diversi elementi che lo costituiscono, la suddivisione tra elementi portanti ed elementi portati è fittizia e fuorviante poiché tutti gli elementi del ponte (arcata, timpani, riempimento, rinfiacco, pile, spalle) contribuiscono alla sua capacità portante.

Inoltre la risposta è essenzialmente tridimensionale in quanto il contributo dei timpani e del riempimento alla risposta meccanica fanno sì che la struttura che non possa essere considerata "piana". In generale, le azioni non sono confinate nel piano in quanto, oltre ai carichi verticali, su un ponte agiscono carichi orizzontali indotti dai carichi accidentali (spinte sui timpani, forze di frenatura e avviamento, forza centrifuga, serpeggio), dall'azione del vento e azioni sismiche oltre a stati di coazione dovuti ad azioni termiche, a cedimenti anelastici del sistema di fondazione con componenti, in generale, sia verticali sia orizzontali.

Il problema tridimensionale si complica ulteriormente perché il materiale che costituisce il ponte è, per la maggior parte, muratura, la quale manifesta una risposta non lineare anisotropa già a bassi livelli tensionali e con significativa resistenza a compressione, ma resistenza a trazione pressoché nulla.

In particolare, l'orientamento dei giunti di malta, radiali e tangenti nell'arcata, orizzontali e verticali nei timpani e nel rinfiacco, determinano assi di ortotropia diversi nei diversi elementi del ponte.

Un esempio delle difficoltà di modellazione nel caso di archi in muratura è la scelta della luce dell'arcata da considerare nelle analisi. Questo parametro apparentemente semplice è in realtà di difficile determinazione. La difficoltà è dovuta alla necessità

di definire la luce della parte di struttura che realmente risponde alle azioni esterne. Come ben noto anche nel Medioevo al collasso di un ponte in muratura per azioni verticali sopravvive una parte dell'arco originale a causa della presenza del rinfiacco e il rinfiacco stesso presenta raramente un danneggiamento. Per tale ragione si può considerare che la posizione delle cerniere che conducono al collasso della struttura sia proprio in corrispondenza della sezione che l'esperienza mostra sopravvivere al crollo invece che alla fine dell'arcata inteso in senso geometrico. Queste considerazioni sono implicitamente inglobate nelle regole di verifica più antiche (come quella grafica del Mèry) in cui le reni (la sezione d'imposta) dell'arco da verificare erano poste a non più di 60 gradi dalla verticale. La pratica attuale non è molto cambiata e prevede di considerare come angolo di apertura al centro  $60^\circ$  oppure  $50^\circ$  nel caso di rinfiacco consistente.

Alcuni autori [Gambarotta et al., 2001-2002] propongono di considerare come sezioni d'imposta quella sull'orizzontale del punto di impluvio del rinfiacco.

Qualunque sia la scelta effettuata è chiara la presenza di una parte strutturale più corta dell'arcata geometrica e la sua estensione dipende dalla forma e dalle caratteristiche del riempimento [Riotto, 2010].

Nei paragrafi seguenti sono esposti i diversi modelli con cui è possibile procedere alle analisi del ponte, partendo dai modelli bidimensionali, a minore livello di dettaglio, non limitati alle sole procedure agli elementi finiti, fino ai modelli tridimensionali della struttura risolti sulle consolidate tecniche ad elementi finiti.

### **2.2.1 Modelli Bidimensionali**

La riduzione di una struttura reale a uno schema strutturale bidimensionale implica alcune semplificazioni che dovrebbero essere, dal punto di vista ingegneristico, cautelative [Boothby e Fanning, 2001]. Nel problema specifico dei ponti in muratura la prima semplificazione del problema strutturale è quella di ridurre la geometria a un dominio bidimensionale, definendo così un modello meccanico bidimensionale e negando gli effetti tridimensionali del problema. Il principale effetto negato è quello del contributo dei timpani alla risposta della struttura, il che porta ad una sottostima del carico di collasso.

Il problema bidimensionale è quindi la rappresentazione di una striscia di ponte di larghezza unitaria in cui devono essere opportunamente modellati i seguenti elementi [Riotto, 2010]:

- *muratura*: il cui modello costitutivo deve almeno prevedere l'apertura di fessure per trazione e possibilmente una limitazione alla resistenza per compressione per modellare i problemi di rottura. Un ulteriore affinamento prevede di aggiungere una limitazione alla duttilità disponibile a compressione dopo la rottura;
- *riempimento*: – *Riempimento considerato come elemento non strutturale*: in questo caso il riempimento è considerato solo come peso portato e come elemento di distribuzione dei carichi sull'arcata. – *Riempimento considerato come elemento strutturale*: oltre agli effetti precedenti viene definito un modello costitutivo per il riempimento, in molti casi fortemente semplificato, in grado di descrivere la sua reazione agli spostamenti dell'arcata. Un affinamento è rappresentato dalla modellazione dell'interfaccia;
- *vincoli esterni*: la modellazione di questi elementi è solitamente molto semplificata in quanto vengono modellati come vincoli perfetti impedendo spostamento e rotazione in tutte le direzioni.

Il passo successivo della procedura di verifica è la formulazione di un modello strutturale capace di simulare adeguatamente la risposta della parte di ponte presa in considerazione. Nel caso di modello bidimensionale il problema può essere risolto ricorrendo a un modello strutturale costituito da:

- elementi monodimensionali, travi rettilinee o curve, per modellare l'arcata e ad essa si applicano azioni esterne in grado di simulare la presenza del riempimento e dei carichi agenti;
- elementi bidimensionali, sia per l'arco sia per il riempimento;
- elementi misti, bidimensionali per il riempimento, a trave per l'arcata ed elementi di interfaccia fra i due;

Una volta scelto il modello strutturale si deve scegliere la procedura di soluzione. Nei ponti in muratura allo stato attuale le *famiglie* di possibili procedure per l'analisi della risposta sono l'analisi limite, sia nel suo approccio derivante da teorema

cinematico sia quello derivante dal teorema statico e l'analisi incrementale iterativa non lineare. Ognuna di queste procedure può essere applicata a uno dei modelli strutturali precedentemente descritti.

Le procedure di verifica che possono essere eseguite sono le seguenti:

- *analisi limite cinematica*: fissata una configurazione di forze esterne di valore unitario per ogni meccanismo di collasso dell'arco è possibile calcolare il moltiplicatore della forza esterna in grado di equilibrare il lavoro delle forze interne e quelle delle forze esterne. Ogni meccanismo di collasso rappresenta una configurazione cinematicamente ammissibile.

Il valore minimo del moltiplicatore del carico tra quello ottenuto con i diversi meccanismi è una sovrastima del moltiplicatore di collasso per quella condizione di carico. Il moltiplicatore minimo fra tutte le configurazioni di carico rappresenta una sovrastima del moltiplicatore del carico limite sopportabile dalla struttura. Questo tipo di analisi è alla base di alcune metodologie più recenti [Gilbert, 2001] che permettono di considerare nel calcolo anche il contributo del riempimento tramite una reazione orizzontale e di tenere in considerazione un limite per la resistenza a compressione del materiale dell'arcata;

- *analisi limite statica*: fissata una configurazione di forze esterne di valore unitario il massimo moltiplicatore di tale condizione in grado di generare una distribuzione di forze interne equilibrate, costituisce una sottostima del moltiplicatore di carico a collasso sopportabile dalla struttura per quella condizione di carico. La condizione di equilibrio è ottenuta calcolando la curva delle pressioni dell'arco e il suo effetto in termini di tensioni nelle diverse sezioni dell'arco. Anche questa procedura non tiene conto di rotture per superamento della resistenza a compressione della muratura. Un esempio di procedura che può essere parte di questa categoria è il "Metodo del Mèry" che ipotizza che la condizione di equilibrio sia rispettata se la curva delle pressioni rimane all'interno del nocciolo centrale d'inerzia;
- *modelli iterativi con elementi finiti monodimensionali*: con questo approccio, che deriva dall'idea di Castigliano ed è stato migliorato negli ultimi anni [Brencich e De Francesco, 2004], l'arcata viene modellata con elementi

monodimensionali aventi un modello costitutivo non esistente a trazione, elastico – perfettamente plastico e con duttilità controllata.

La soluzione di equilibrio è ricercata tramite un'analisi iterativa. Il carico di collasso è ottenuto tramite una procedura incrementale fino al carico che non permette più una soluzione equilibrata;

- *modelli iterativi con elementi finiti bidimensionali*: come per l'approccio precedente la soluzione si ottiene con un'analisi iterativa e incrementale. In questo caso però si può modellare anche l'intera struttura bidimensionale del ponte;
- *analisi limite bidimensionale con elementi finiti mono e bidimensionali*: questa procedura è stata sviluppata recentemente [Cavicchi e Gambarotta, 2005] per permettere di tenere in considerazione l'effetto del riempimento modellabile solo in un modello bidimensionale (con legame costitutivo alla Mohr-Coulomb), ma modellando l'arcata e le pile con elementi monodimensionali a trave. L'interfaccia fra arcata e riempimento è modellata con elementi in grado di permettere uno scorrimento localizzato.

[Riotto, 2010].

### **2.2.2 Modelli tridimensionali**

Un modello “tridimensionale agli elementi finiti, con un modello costitutivo ortotropo, non lineare, non resistente a trazione, con resistenza a compressione e duttilità limitata” dovrebbe essere il modo più corretto per simulare la risposta di un ponte in muratura. Un modello tridimensionale, oltre a poter modellare completamente la struttura geometrica del ponte, può modellare le fondazioni e l'effetto della deformabilità del terreno e una distribuzione dei carichi più realistica per esempio nei ponti a più vie di percorrenza può essere modellata la condizione di eccentrica del carico rispetto all'asse del ponte, inoltre un modello agli elementi finiti permette di tenere in considerazione il comportamento del materiale e anche l'azione delle interfacce fra i diversi elementi del ponte.

Una modellazione così dettagliata può fornire risultati affidabili solo se si conoscono i parametri meccanici necessari alla costruzione del modello stesso. Ad esempio si

consideri l'interfaccia fra l'arcata e il timpano. Nell'ipotesi di modellarla come superficie ad attrito sono necessari almeno alcuni parametri, fra cui ad esempio:

- il coefficiente di attrito;
- il valore iniziale di coesione e la sua legge di evoluzione con lo scorrimento;
- la resistenza a trazione prima della formazione di una fessura;
- la legge di trasferimento di tensione attraverso la fessura e il limite di apertura della fessura oltre cui il trasferimento è nullo.

In generale un modello tridimensionale necessita di informazioni che, per i ponti in muratura, non possono essere note, se non attraverso una campagna di indagini sperimentali accurata o notizie storiche precise sul manufatto.

A causa di queste problematiche usualmente si adottano diverse semplificazioni:

- *ortotropia della muratura*. Richiede la definizione di sei parametri elastici (tre coefficienti di Poisson e tre moduli di elasticità normali). La loro misura sperimentale su materiali omogenei, ancorché ortotropi, è operazione di notevole difficoltà che risulta impossibile, sia operativamente che concettualmente, nel caso di materiali bifase come la muratura. Sarebbe possibile definire moduli elastici e coefficienti di Poisson equivalenti sulla base di specifiche tecniche di omogeneizzazione; la complessità del problema e la difficoltà a validare sperimentalmente la procedura non ne verrebbero però sostanzialmente modificate. La definizione degli assi di ortotropia dei diversi elementi del ponte (arcata, timpani, rinfiacco, pile, spalle) parrebbe essere possibile, con problemi solo operativi legati alla definizione delle orientazioni degli assi all'interno delle diverse parti del ponte. In realtà, la conoscenza del ponte, per quanto dettagliata, difficilmente consente di conoscere la tessitura di elementi strutturali non accessibili, come ad esempio il rinfiacco, né rilevabili strumentalmente. Pertanto, la definizione degli assi di ortotropia è un problema non risolubile sia per eccessiva complessità operativa sia per insufficienza di conoscenza della struttura interna del ponte. Comunemente i materiali del ponte non sono rappresentati con materiali ortotropi ma con materiali omogenei ed isotropi equivalenti in media alla muratura. L'anisotropia della risposta viene rappresentata durante la storia di

carico se il modello costitutivo consente la fessurazione del materiale: si tratta quindi di una ortotropia indotta dallo stato di fessurazione;

- *riempimento*. Come già accennato, l'interazione tra il riempimento e l'arcata contribuisce in misura rilevante alla capacità portante del ponte. In prossimità della capacità portante del ponte, il riempimento manifesta una risposta fortemente non lineare con deformazioni normali e tangenziali anelastiche. La modellazione del riempimento, quindi, deve rappresentare queste caratteristiche. Il modello costitutivo meno dettagliato, eppure già dotato di una sua complessità a definire i parametri meccanici, è quello di Mohr-Coulomb. Spesso, il riempimento è rappresentato con un materiale elastico con ridotto modulo di elasticità, rinunciando a rappresentare il suo contributo alla capacità portante del ponte, anche per ridurre l'onere computazionale delle analisi strutturali ed i fenomeni d'instabilità delle procedure numeriche di soluzione;
- *interfaccia*. Le interfacce sono caratterizzate da un contatto monilatero non resistente a trazione in direzione normale e da una legge di scorrimento di tipo attritivo in direzione tangenziale. Inoltre, si tratta d'interfacce curve, in cui la condizione limite di scorrimento deve essere valutata con riferimento allo stato tensionale locale. La complessità sia concettuale sia operativa conduce spesso a trascurare le interfacce;
- *concetto di tensione e deformazione*. Il concetto di tensione è tipicamente un concetto puntuale, ovvero definito in un punto, riferito a materiali omogenei, isotropi od ortotropi. Per la muratura, disomogenea già a livello macroscopico, il concetto di tensione introduce una difficoltà non risolvibile. Il concetto di tensione viene definito per materiali omogenei e non è applicabile a materiali disomogenei bifase. Per questi motivi, alle tensioni calcolate mediante modelli FEM tridimensionali, si attribuisce il significato di tensione media in una zona di muratura, così modificando il concetto di tensione da grandezza puntuale a grandezza media. Considerazioni analoghe possono essere sviluppate per il concetto di deformazione;

- *eterogeneità dei materiali*. L'impiego usuale dei metodi a elementi finiti consente di differenziare i materiali, in genere, per ciascun elemento strutturale. Per le difficoltà già accennate nella caratterizzazione del materiale murario, spesso ai materiali delle diverse parti di un ponte vengono attribuiti i medesimi parametri meccanici;
- *livello di conoscenza*. In linea generale, il livello di conoscenza che si può oggi acquisire su un ponte in muratura è destinato a rimanere a basso livello di dettaglio anche in presenza di ampie e dettagliate campagne sperimentali. Ne derivano quindi semplificazioni dei modelli FEM che impediscono di attribuire significato ingegneristico alle informazioni localizzate fornite dai software;
- *interpretazione delle analisi*. in generale la risposta meccanica di un modello tridimensionale può essere rappresentata sia in termini di “variabili globali” (ad esempio come il carico applicato e lo spostamento di un punto della struttura) sia in termini di “variabili locali” (come le tensioni e le deformazioni). Oltre alle oggettive difficoltà nella rappresentazione e la comprensione di queste ultime, è molto difficile identificare la formazione di un meccanismo di rottura o l'avvicinarsi della struttura al collasso.

[Riotto, 2010]

### **2.3 L'analisi limite applicata agli archi in muratura: il teorema statico e il teorema cinematico**

Gli esperimenti condotti sui modelli di archi hanno chiaramente dimostrato l'aderenza del modello settecentesco a blocchi rigidi all'effettivo comportamento degli archi in muratura, cogliendo il ruolo delle *cerniere di apertura* nell'individuazione dei meccanismi di collasso [Paradiso et al., 2007].

Una delle più recenti e significative rielaborazioni delle teorie settecentesche, rilette nell'ambito dell'analisi limite, si deve a J. Heyman il quale, nel 1966 e successivamente nel 1969, in due famosi articoli *The stone skeleton* e *The safety of masonry arches*, formalizza, in modo chiaro e definitivo, alcune ipotesi sul materiale

muratura discutendone le implicazioni nell'analisi di archi e volte. Nell'intento di applicare i metodi di calcolo a rottura all'analisi degli archi in muratura, Heyman pone tre note ipotesi per la definizione del dominio di ammissibilità del materiale:

- La pietra non possiede alcuna resistenza a trazione (Stone has no tensile strength). Una tale ipotesi è certamente verificata nel caso in cui si consideri l'arco come costituito da blocchi assemblati a secco o con apporto di malta di scarsa resistenza
- La pietra ha infinita resistenza a compressione (Stone has an infinite compressive strength). Questa ipotesi trova giustificazione nel fatto che nelle normali condizioni di esercizio i valori delle tensioni sono sempre molto al di sotto di quelle di rottura.
- I conci in pietra non possono scivolare l'uno sull'altro (Sliding of one stone upon another cannot occur) Quest'ultima ipotesi equivale ad asserire che sopprime la componente di taglio della forza che si esercita tra due conci contigui, non supera mai l'attrito tra concio e concio.

Heyman fa notare ancora una volta che, sotto queste ipotesi, fu proprio Coulomb il primo a proporre come unico meccanismo di rottura quello individuato dalla formazione di cerniere di apertura per rotazione relativa dei conci [Paradiso et al., 2007].

Si osservi come non vi siano riferimenti alla deformabilità del materiale, che, infatti, non viene considerata come un termine del problema. Su tali assunzioni costitutive, il continuo della muratura è visto come un insieme di elementi rigidi di pietra tenuti assieme dalle sole forze di compressione e soggette ad aperture non appena si sviluppano tensioni di trazione. L'intera struttura può dunque essere considerata come un continuo, in virtù del fatto che le dimensioni delle pietre sono modeste rispetto agli elementi strutturali.

Sulla base di queste assunzioni, Heyman giunge a esprimere un teorema di *unicità* per le strutture in muratura: *“se è possibile trovare una curva delle pressioni in equilibrio con i carichi esterni, che giaccia completamente all'interno del materiale e che consenta la formazione di un numero sufficiente di cerniere da trasformare la struttura in un meccanismo, la struttura è in uno stato limite di collasso”*. Sotto

l'ipotesi di crescita proporzionale dei carichi, “*il valore del carico di collasso è unico*” (Heyman 1966, p. 254).

Complementare a questo teorema è il cosiddetto teorema di sicurezza: “*se è possibile trovare una curva delle pressioni che sia in equilibrio con i carichi esterni e che giaccia completamente all'interno del materiale, allora la struttura è in una condizione di sicurezza*” (Heyman 1966, p. 254).

In generale, quindi, il problema dell'analisi limite di una struttura in muratura consiste nel trovare una curva delle pressioni che passi per un numero sufficiente di cerniere tali da formare un meccanismo.

I teoremi espressi da Heyman portano l'analisi limite nel campo della moderna teoria della plasticità. In questa teoria, il collasso plastico è definito come una situazione in cui, per un solido elastico-perfettamente plastico, si possono produrre deformazioni indefinite. In generale, la determinazione del carico che conduce la struttura alla situazione limite può essere determinata attraverso un'analisi incrementale, oppure attraverso una determinazione diretta con l'analisi limite. L'ipotesi cui è subordinata questa seconda scelta è che i carichi abbiano una crescita proporzionale, tale per cui la loro storia incrementale possa essere descritta attraverso un solo parametro. Analiticamente, se  $\lambda$  è il suddetto parametro, il problema consiste nel determinare il valore  $p(\lambda)$  allo stato limite di collasso. Tale valore è detto *moltiplicatore di collasso plastico*.

La valutazione del moltiplicatore di collasso è funzione di due teoremi fondamentali:

- il teorema *statico*: dato uno stato di tensione staticamente ammissibile, il corrispondente moltiplicatore  $\lambda^-$  non è superiore al moltiplicatore di collasso plastico.
- il teorema *cinematico*: dato un meccanismo cinematicamente ammissibile, il corrispondente moltiplicatore  $\lambda^+$  non è inferiore al moltiplicatore di collasso

### 2.3.1 Stati di sollecitazione compatibili

Si considera ora la cella resistente elementare del generico arco murario di Figura 2.5 questa è costituita da due blocchi murari ideali contrapposti, tenuti premuti l'uno

contro l'altro da una sollecitazione di compressione più o meno eccentrica e da una eventuale azione tagliante. I blocchi in muratura adiacenti non possono compenetrarsi tra di loro mentre, ovviamente possono distaccarsi.

Il generico stato di sollecitazione agente sulla cella resistente è costituito da una sollecitazione composta costituita da uno sforzo assiale  $N$  applicato sul baricentro della sezione dell'elemento, da un momento  $M$  e da uno sforzo di taglio  $T$ .

Lo stato di sollecitazione agente potrà quindi essere descritto dal vettore, sollecitazione generalizzata.

$$\Sigma = \begin{bmatrix} M \\ N \\ T \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Sulla base delle considerazioni precedenti, gli stati di sollecitazione ammissibile sono quelli compressivi. L'eccentricità  $e$  definita dal rapporto:

$$e = M/N \quad (2.2)$$

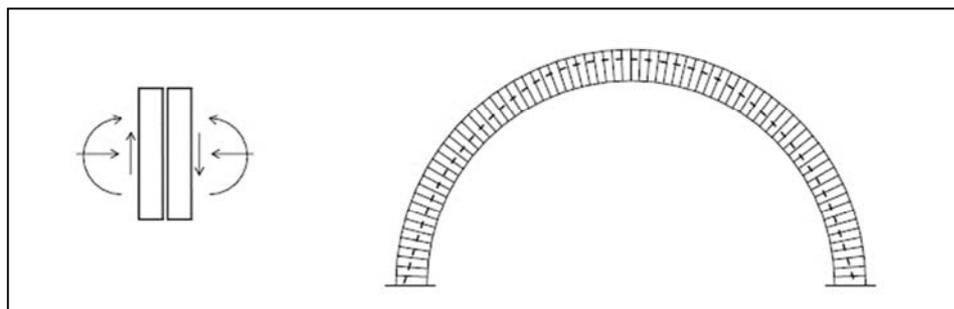


Fig. 2.5 – Cella resistente elementare in uno stato di sollecitazione ammissibile  
[Como]

dovrà pertanto essere tale da soddisfare alla condizione:

$$-s/2 \leq e \leq s/2 \quad (2.3)$$

Nella Figura 2.5 è anche rappresentata tratteggiata una curva delle pressioni, conseguente ad una assegnata distribuzione di forze agenti, che garantisce l'ammissibilità statica dello stato di sollecitazione nell'arco. La presenza dello sforzo di compressione rende molto difficile lo sviluppo di slittamenti tra i blocchi. Tale situazione è in genere verificata nella realtà.

In conformità alle ipotesi di base assunte, si ammette pertanto che nessuna limitazione possa essere attribuita all'entità dell'azione tagliante  $T$ . Se facciamo riferimento ad una rappresentazione cartesiana degli stati di sollecitazione nelle sezioni della struttura, questi saranno rappresentati da vettori  $\sigma$  a tre componenti sugli assi  $N, M, T$ .

Poiché la componente tagliante  $T$  non è chiamata a caratterizzare in alcun modo la condizione limite dell'equilibrio tra i blocchi, possiamo limitarci ad esaminare la proiezione  $\sigma'$  del vettore  $\sigma$  sul piano coordinato  $N, M$  come in Figura 2.6.

Lo stato di sollecitazione di pressoflessione, caratterizzato dallo sforzo  $N$  e dal momento  $M$ , che, per semplicità, indicheremo ancora con  $\Sigma$ , non potrà pertanto scavalcare nel piano  $(N, M)$  le due rette limiti

$$M = N \frac{h}{2} \quad , \quad M = -N \frac{h}{2} \quad (2.5)$$

corrispondenti alle rette OA e OB di Figura 2.6.

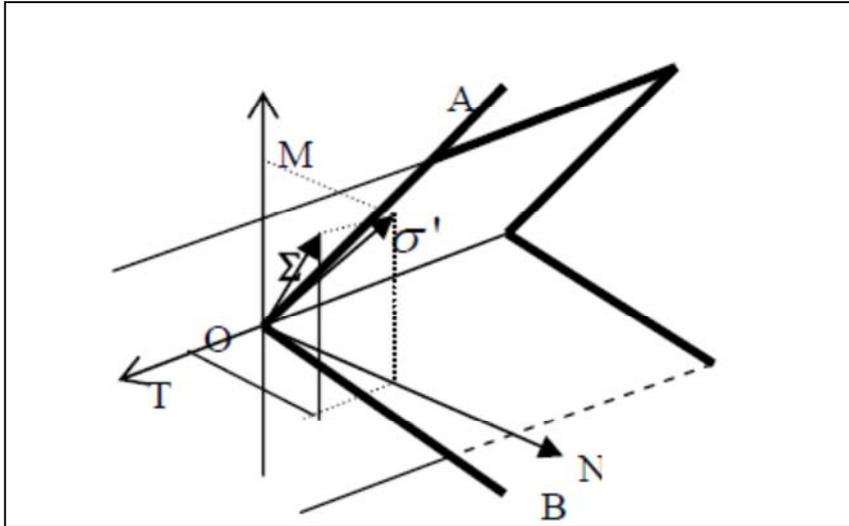


Fig. 2.6 – La regione degli stati di sollecitazione ammissibili [Como]

Il dominio degli stati di stati di sollecitazione ammissibili nello spazio  $M, N, T$  è quindi costituito dalla regione dello spazio racchiusa tra i due piani  $\pi$  ortogonali al piano  $T = 0$  e che su questo hanno traccia nelle rette limiti  $M = Nh/2$  e  $M = -Nh/2$ . Nel piano  $M, N$  il dominio  $Y$  degli stati tensionali ammissibili è costituito dalla regione piana contenuta nell'angolo OAB.

Un vettore  $\sigma$  che, in particolare, si localizza proprio sulla retta OA, ovvero sulla retta OB, rappresenta una sollecitazione di sforzo assiale con eccentricità pari ad  $h/2$ , o pari a  $-h/2$ , come descritto nella Figura 2.7 a) o nella Figura 2.7 b).

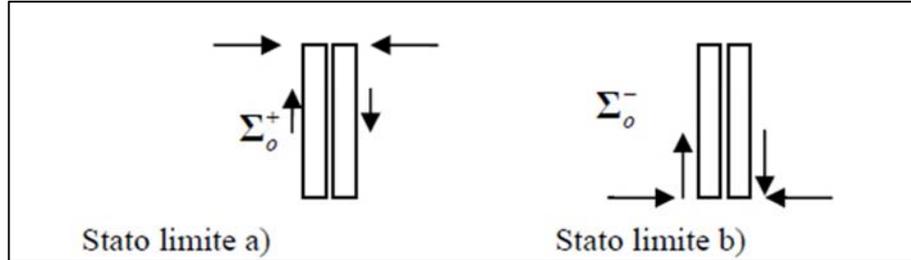


Fig. 2.7 – Stati di sollecitazione limite [Como]

Tali stati di sollecitazione saranno indicati rispettivamente con  $\Sigma_0^+$  e  $\Sigma_0^-$ . Si ha quindi:

$$\Sigma_0^+ = \begin{bmatrix} N \frac{h}{2} \\ N \\ T \end{bmatrix} ; \quad \Sigma_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ T \end{bmatrix} ; \quad \Sigma_0^- = \begin{bmatrix} -N \frac{h}{2} \\ N \\ T \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

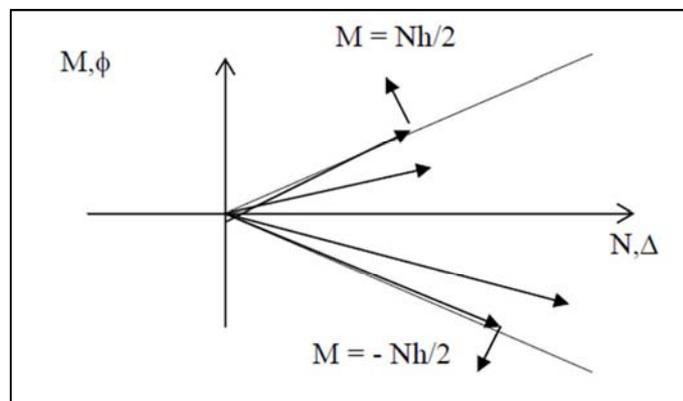


Fig. 2.8 – Dominio ammissibile [Como]

Un arco in muratura è costituito da una sequenza continua di celle resistenti ideali soggette a stati di sollecitazione di pressoflessione e taglio, in generale variabili da elemento ad elemento, in figura 2.9 la linea tratteggiata interna rappresenta una possibile curva delle pressioni. In ogni sezione  $P$  la distanza tra il punto intercettato dalla curva delle pressioni e l'asse dell'arco costituisce l'eccentricità dello sforzo assiale in quella sezione.

Il dominio  $Y$  può variare da sezione a sezione, poiché in generale possono cambiare le dimensioni delle sezioni dell'arco e quindi sarà in generale:

$$Y = Y(P), \quad P \in I \quad (2.7)$$

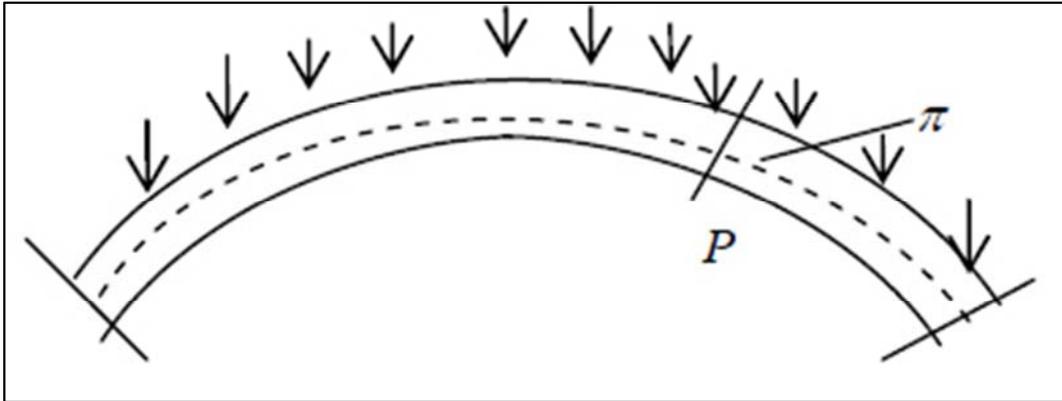


Fig. 2.9 – Curva delle pressioni ammissibile [Como]

Se  $P$  corre sull'ascissa curvilinea  $s$  lungo l'asse dell'arco ed  $I$  indica l'intervallo di variazione dei valori di  $s$ , ad esempio tra le due imposte dell'arco.

La condizione di ammissibilità per le sollecitazioni in ogni sezione  $P$  dell'arco è quindi:

$$\Sigma(P) \in Y(P), \quad \forall P \in I \quad (2.8)$$

[Como]

### 2.3.2 Stati di deformazione compatibili

La generica deformazione nella singola cella resistente o è nulla o è una deformazione di distacco. Questa sarà rappresentata dal vettore deformazione generalizzata

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \phi \\ \Delta \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

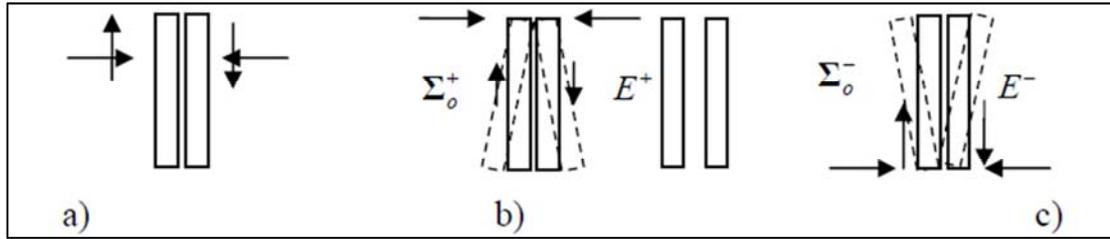


Fig. 2.10 – Stati di sollecitazione che produco e non deformazioni di distacco[Como]

le cui componenti  $\phi$ ,  $\Delta$  e  $\gamma$  sono le componenti della deformazione per cui lavorano rispettivamente  $M$ ,  $N$  e  $T$ .

Nessuna deformazione può subire l'elemento se la forza di compressione, agente all'interno della sezione, non si va a collocare sul bordo superiore o sul bordo inferiore della sezione stessa; caso a) della Figura 2.10.

Quando invece la forza di compressione lambisce il bordo superiore della sezione, come nel caso b) della Figura 2.10, ovvero il bordo inferiore come nel caso c), è possibile il verificarsi di una deformazione di distacco, così come rappresentato.

Nel caso b) lo stato di sollecitazione agente sull'elemento è rappresentato dal vettore  $\Sigma_0^+$  la corrispondente deformazione di distacco è allora il vettore  $E^+$  con cerniera in alto nell'elemento; nel caso c) agisce la  $\Sigma_0^-$  e la deformazione corrispondente di distacco, con la cerniera in basso nella sezione, è la  $E^-$ . Queste sono quindi definite come:

$$E^+ = \begin{bmatrix} \phi \\ -\phi \frac{h}{2} \\ 0 \end{bmatrix} ; \quad E^- = \begin{bmatrix} -\phi \\ -\phi \frac{h}{2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Non possono invece verificarsi deformazioni che comportino compenetrazione del materiale. Deformazioni della celle resistente rappresentate da vettori sono deformazioni ammissibili, ovviamente dal punto di vista cinematico.

Lo stato di sollecitazione agente sull'elemento nella condizione limite (+), che è il vettore  $\Sigma_0^+$  non lavora durante lo sviluppo della deformazione di distacco  $E^+$  da esso consentita; analogamente si verifica per lo stato limite (-) tra  $\Sigma_0^-$  ed  $E^-$ . Risulta quindi:

$$\boldsymbol{\Sigma}_0^+ \cdot \mathbf{E}^+ = \begin{bmatrix} N \frac{h}{2} & N & T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ -\phi \frac{h}{2} \\ 0 \end{bmatrix} = 0 ; \quad \boldsymbol{\Sigma}_0^- \cdot \mathbf{E}^- = \begin{bmatrix} -N \frac{h}{2} & N & T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\phi \\ -\phi \frac{h}{2} \\ 0 \end{bmatrix} = 0 \quad (2.11)$$

La deformazione di distacco  $\mathbf{E}^+$  nel piano  $M, N$  è quindi ortogonale alla retta limite  $M = Nh / 2$  e quella  $\mathbf{E}^-$  è ortogonale alla retta limite  $M = -Nh / 2$ , come rappresentato nella Figura 2.11.

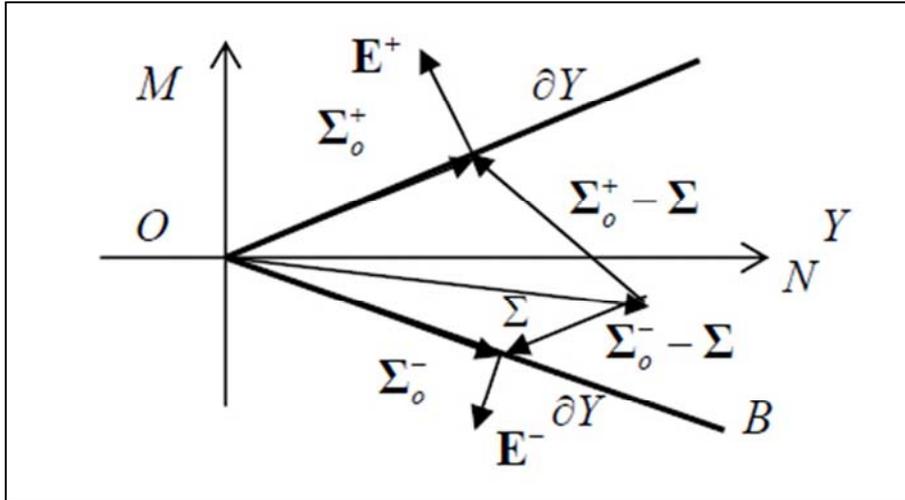


Fig. 2.11 – Stati di sollecitazioni ammissibili e di deformazioni di distacco[Como]

Se inoltre consideriamo un generico stato di sollecitazione ammissibile  $\boldsymbol{\Sigma}$ , questo non potrà mai compiere lavoro positivo per la generica deformazione di distacco  $\mathbf{E}$  (Figura 2.12 a).

Si ha quindi la condizione:

$$\boldsymbol{\Sigma} \cdot \mathbf{E} \leq 0 \quad , \quad \forall \sigma \in Y \quad (2.12)$$

e risulterà

$$\boldsymbol{\Sigma} \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (2.13)$$

se e solo se  $\boldsymbol{\Sigma} = \boldsymbol{\Sigma}_0^+$  ed  $\mathbf{E} = \mathbf{E}^+$ , ovvero se  $\boldsymbol{\Sigma} = \boldsymbol{\Sigma}_0^-$  ed  $\mathbf{E} = \mathbf{E}^-$ .

Tale disuguaglianza esprime la condizione di normalità tra il vettore sollecitazione limite e il vettore deformazione ad esso associato.

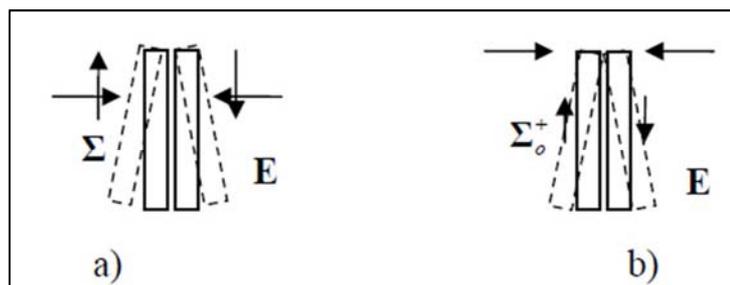


Fig. 2.12 – Sollecitazioni agenti sull'elemento che non possono compiere lavoro positivo [Como]

La  $E^+$  è rappresentata da un vettore ortogonale alla retta limite  $\Sigma = \Sigma_0^+$  ed uscente dal vertice O; la  $E^-$ , analogamente, da un vettore ortogonale alla retta limite  $\Sigma = \Sigma_0^-$  uscente ancora da O, e la deformazione assiale  $E_\Delta$  da un vettore uscente da O e diretto secondo la direzione positiva dell'asse  $N(\Delta)$  di Figura 2.13

La deformazione complessiva è quindi ottenuta componendo i tre vettori  $E^+$   $E^-$  e  $E_\Delta$  ed è quindi contenuta nella regione angolare con vertice nell'origine O e limitata dalle rette ortogonali alle rette limiti  $\Sigma = \Sigma_0^+$  e  $\Sigma = \Sigma_0^-$  [Como]

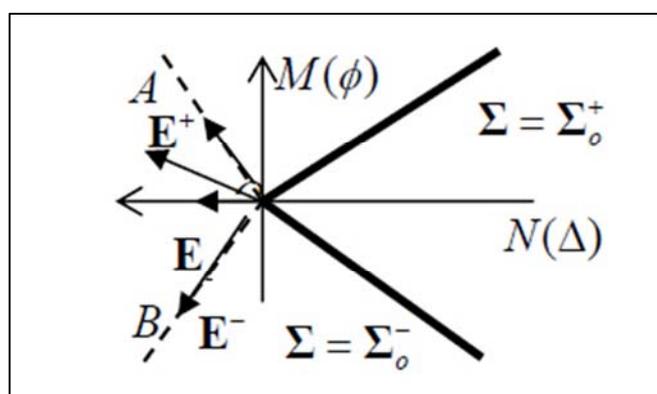


Fig. 2.13 – Deformazione possibile ottenuta come composizione delle tre deformazioni elementari  $E^+$   $E^-$   $E_\Delta$  [Como]

La deformazione complessiva è quindi ottenuta componendo i tre vettori  $E^+$   $E^-$  e  $E_\Delta$  ed è quindi contenuta nella regione angolare con vertice nell'origine O e limitata dalle rette ortogonali alle rette limiti  $\Sigma = \Sigma_0^+$  e  $\Sigma = \Sigma_0^-$  [Como]

### 2.2.3 Stati di equilibrio ammissibili

Sul generico arco in muratura agiscono i carichi  $\mathbf{p}$ . Si tratta ora di caratterizzare il corrispondente stato di sollecitazione interno ammissibile  $\Sigma$  e in equilibrio con i carichi  $\mathbf{p}$ .

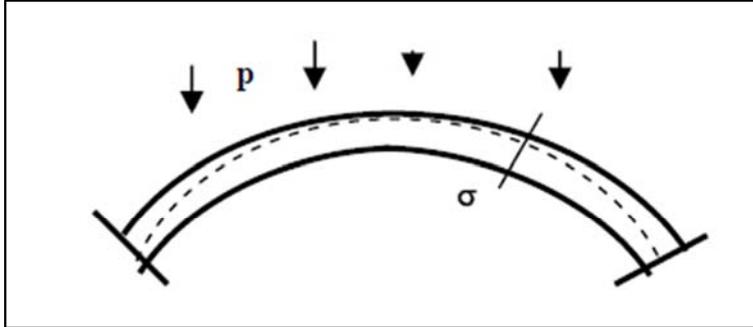


Fig. 2.14 – Curva delle pressioni contenuta strettamente nell'arco [Como]

Nella Figura 2.14 è rappresentato un arco in muratura in equilibrio ammissibile sotto l'azione dei carichi  $\mathbf{p}$ : si intravede la curva delle pressioni, cioè la curva luogo dei punti attraverso cui passa per ogni sezione dell'arco la risultante di tutte le forze che precedono o che seguono la sezione stessa.

Lo stato di sollecitazione interno  $\sigma$  è quindi costituito da un campo di sollecitazioni  $\Sigma$  tutto compressivo e quindi contenuto nelle regioni  $Y$  degli stati ammissibili precedenti mentre definita relativa a ciascuna sezione dell'arco.

In sistemi monodimensionali costituiti da elementi ad arco o travi connessi tra loro, è trascurabile l'effetto di deformazioni estensive nei conci rispetto agli spostamenti indotti dalla rotazione relativa di conci tra loro. Pertanto, nell'individuare i relativi campi di spostamento  $\mathbf{u}$ , è ragionevole considerare solo lo sviluppo di fratture e quindi di distacchi concentrati  $\Delta^{(n^-)}\mathbf{u}$  tra i conci murari.

In tal caso devono considerarsi identicamente nulle le deformazioni  $\epsilon$  diffuse nella regione  $\Omega(\mathbf{u})$ . Inoltre, possiamo supporre che i vincoli esterni siano fissi: non c'è più quindi il lavoro delle reazioni  $\mathbf{r}$ . La rotazione relativa che può avvenire tra le sezioni d'imposta ed i conci ad esse adiacenti rientra così nelle deformazione interna della struttura.

In tal modo l'equazione del principio dei lavori virtuali diventa in particolare:

$$\{t^{(n^+)}, \Delta^{(n^-)} \delta u\} + \langle p, \delta u \rangle = 0 \quad \forall \delta u \in M \quad (2.14)$$

cui vanno in generale associate le condizioni di ammissibilità:

$$\{t^{(n^+)}, \Delta^{(n^-)} \delta u\} \geq 0 \quad (2.15)$$

dove il simbolo tra parentesi esprime l'integrale delle sollecitazioni per i corrispondenti distacchi. La risultante delle  $t^{(n^+)}$ , ovvero delle  $t^{(n^-)}$ , agenti sulle sezioni trasversali che delimitano la generica frattura può essere decomposta nelle aliquote di sforzo assiale  $N$ , momento flettente  $M$  e forza di taglio  $T$  (Figura 2.15).

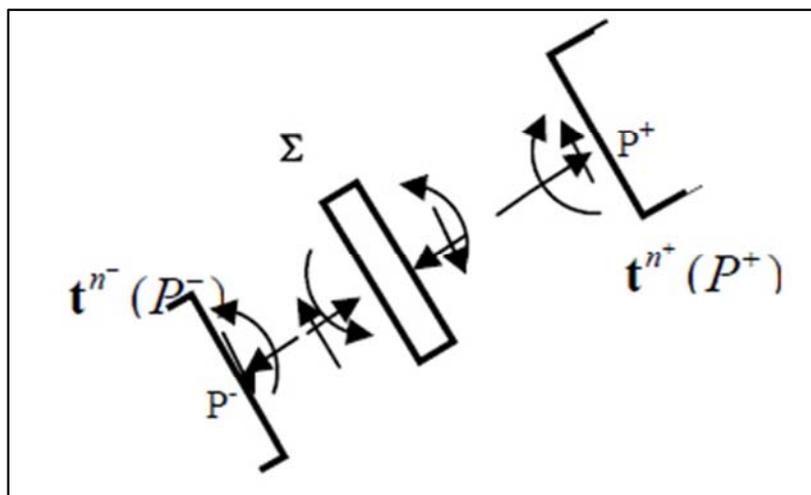


Fig. 2.15 - Azioni e reazioni interne nell'arco murario [Como]

Pertanto, se il lavoro della  $t^{(n^+)}$  per i distacchi  $\Delta^{(n^-)} \delta u$  non è negativo, il lavoro delle azioni eguali e opposte a tali  $t^{(n^+)}$  per i suddetti distacchi sarà non positivo.

I distacchi  $\Delta^{(n^-)} \delta u$  possono a loro volta essere espressi attraverso il vettore deformazione virtuale  $\delta E$  avente componenti spostamento assiale  $\delta \Delta$  e rotazione relativa  $\delta \phi$ , senza componente slittante per le ipotesi assunte.

In definitiva possiamo scrivere più semplicemente

$$\{t^{(n^+)}, \Delta^{(n^-)} \delta u\} = -\langle \Sigma, \delta E \rangle \quad (2.16)$$

E l'equazione dei lavori virtuali diventa più semplicemente:

$$\langle p, \delta u \rangle = \langle \Sigma, \delta E \rangle \quad \forall \delta u \in M \quad (2.17)$$

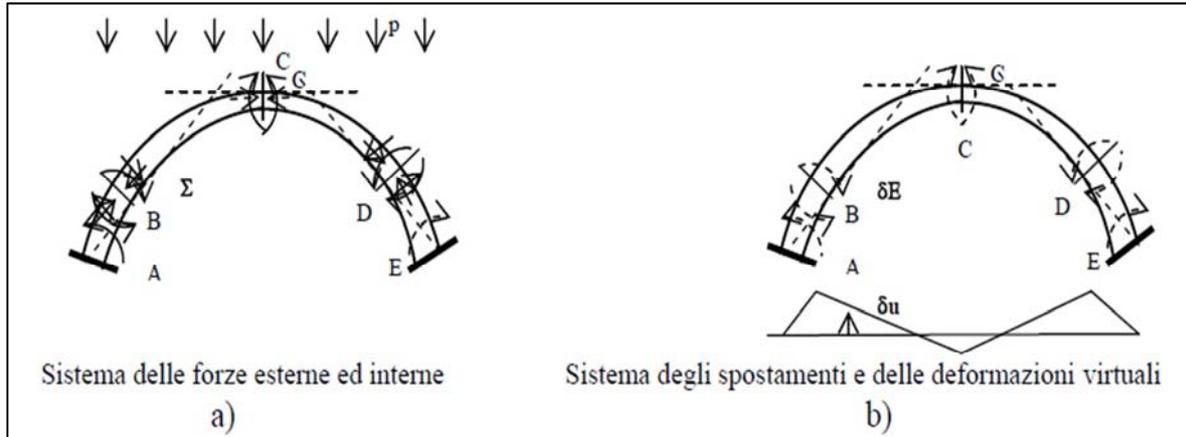


Fig. 2.16 – Sistema reale e sistema virtuale [Como]

La condizione di compatibilità delle sollecitazioni risultano inoltre:

$$\langle \Sigma, \delta E \rangle \leq 0 \quad (2.18)$$

Le equazioni sopra esposte rappresentano quindi il principio dei lavori virtuali e la condizione di compatibilità delle sollecitazioni interne [Como]

### 2.3.4 Generazione dei meccanismi

Quando in alcune celle resistenti di una struttura muraria si determinano condizioni tali da produrre deformazioni da distacco, queste di fatto nella struttura possono determinare un campo di spostamenti che definiamo *meccanismo*.

Si consideri ad esempio il caso dell'arco di Figura 2.17 per il quale la curva delle pressioni lambisce l'estradosso dell'arco nei punti A e C e l'intradosso nei punti B e D. Sono possibili allora incernieramenti in A, B, C e D con deformazioni di distacco  $E^+$  in A e in C, e quindi con incernieramenti all'estradosso dell'arco, e deformazioni  $E^-$  in B e in D con incernieramenti all'intradosso.

Il meccanismo che si produce comporta la rotazione di AB intorno A, di BC intorno C' e la rotazione di CD intorno D. Il diagramma degli spostamenti verticali corrispondente a tale meccanismo è rappresentato dal diagramma in basso della Figura 2.17

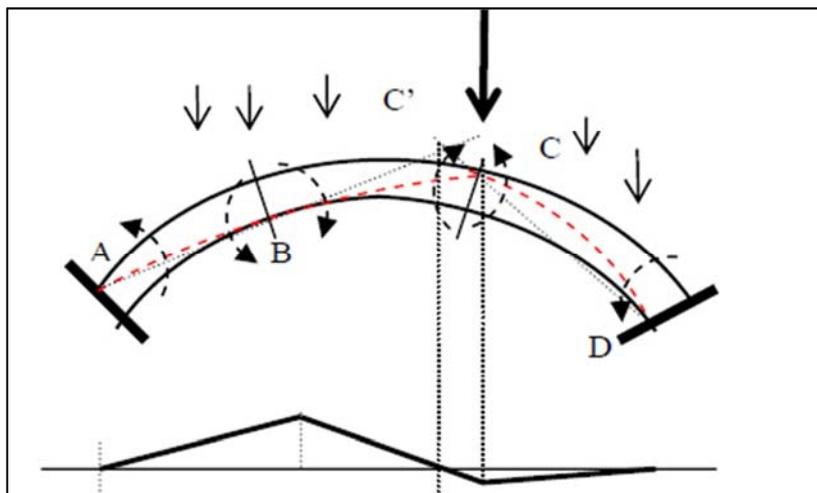


Fig. 2.17 - Cinematismo a quattro cerniere consentito dalla curva delle pressioni che sfiora l'intradosso dell'arco nei punti B e D e l'estradosso nei punti A e C [Como]

L'arco può infatti deformarsi come un sistema articolato costituito dai tre tratti rigidi AB, BC e CD: a tale movimento corrispondono rotazioni relative cinematicamente compatibili. La Figura 2.18 descrive per l'arco un meccanismo *simmetrico* caratterizzato dalle cinque cerniere.

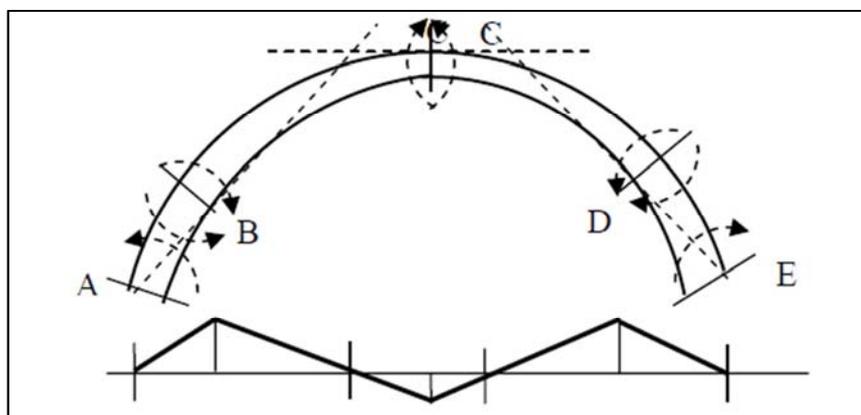


Fig. 2.18 – Meccanismo simmetrico a 5 cerniere [Como]

In generale, indichiamo con  $M$  l'insieme dei meccanismi presente per un assegnato sistema murario. Nella Figura 2.19 sono inoltre indicate in un arco due deformazioni da meccanismo, di cui la prima è compatibile e la seconda incompatibile [Como].

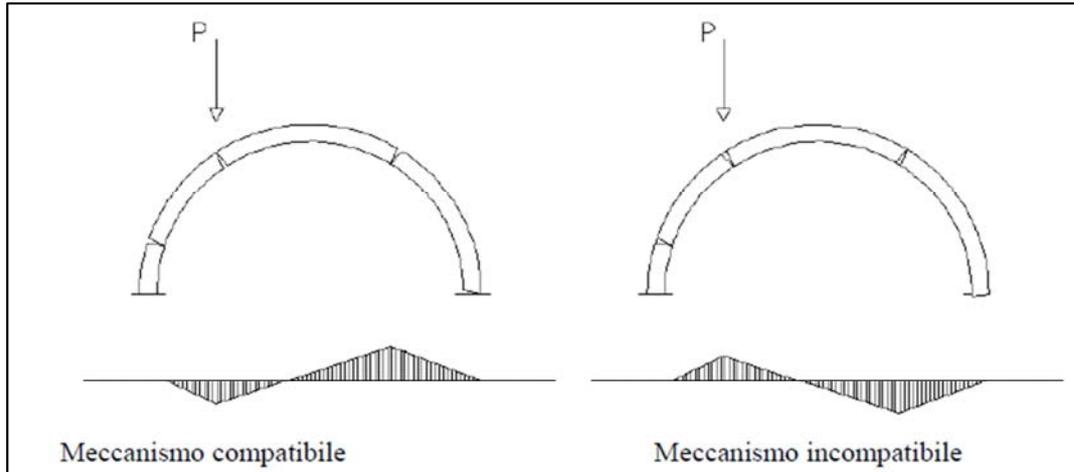


Fig. 2.19 – Meccanismi compatibili e incompatibili per carico P applicato [Como]

### 2.3.5 Stati di meccanismo

Immaginiamo che nella struttura in equilibrio sotto i carichi  $\mathbf{p}$  e le sollecitazioni interne  $\Sigma$ , e quindi soddisfacenti la

$$\langle \mathbf{p}, \delta \mathbf{u} \rangle = \langle \Sigma, \delta \mathbf{E} \rangle \quad \forall \delta \mathbf{u} \in M \quad (2.19)$$

si possa attivare un campo di spostamenti da meccanismo

$$\mathbf{v}_c \quad (2.20)$$

non contrastato dalle sollecitazioni interne  $\Sigma$ .

Il lavoro delle sollecitazioni interne  $\Sigma$  per tali deformazioni di distacco  $\mathbf{E}(\mathbf{v}_c)$  deve quindi per definizione annullarsi.

$$\langle \Sigma, \mathbf{E}(\mathbf{v}_c) \rangle = 0 \quad (2.21)$$

Di conseguenza assumendo  $\delta \mathbf{u} = \mathbf{v}_c$  nell'equazione del principio dei lavori virtuali risulta anche

$$\langle \mathbf{p}, \mathbf{v}_c \rangle = 0 \quad (2.22)$$

L'esistenza del meccanismo  $\mathbf{v}_c$  tale da soddisfare le equazioni sopra espone corrisponde all'esistenza di una condizione di meccanismo sotto i carichi  $\mathbf{p}$  e le sollecitazioni interne  $\Sigma$ .

Immaginiamo, per esempio, che nell'arco di Figura 2.20 si possa attivare lo stato di meccanismo con gli spostamenti  $v_c$ . Le sollecitazioni interne  $\Sigma$  devono consentire quindi senza alcun contrasto lo sviluppo delle deformazioni  $E_c$  associate a  $v_c$  quindi dovranno soddisfare le condizioni.

Nella Figura 2.20 il meccanismo considerato è quello simmetrico corrispondente all'indicato posizionamento delle cerniere 1, 2, 3, 4 e 5.

La

$$\langle \Sigma, E(v_c) \rangle = 0 \quad (2.23)$$

sta allora a significare che la curva delle pressioni dell'arco, indicata in figura con una linea a tratteggio, dovrà passare per le cinque cerniere.

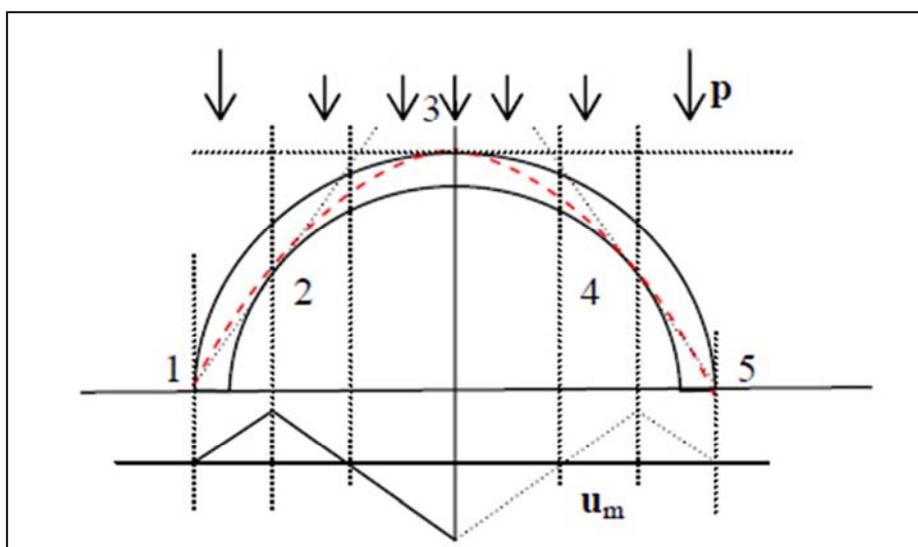


Fig. 2.20 - Curva delle pressioni dell'arco compatibile con il meccanismo  $u_m$

[Como]

Una condizione particolare di meccanismo è quella nella quale le sollecitazioni interne  $\Sigma$  soddisfacenti alla condizione di meccanismo, sono anche staticamente compatibili. Deve valere pertanto la condizione:

$$\langle \Sigma, \delta E \rangle \leq 0 \quad (2.24)$$

In tal caso la struttura effettivamente sotto i carichi costanti  $p$  è in grado di assecondare senza contrasto lo sviluppo di una sua deformazione  $v_c$  [Como]

### 2.3.6 Stato di collasso

Si considera una struttura in muratura soggetta a un sistema di carichi  $\mathbf{p}(\lambda)$ , di intensità variabile con un parametro  $\lambda$ . La struttura è inizialmente in equilibrio ammissibile e al crescere di  $\lambda$ , attraversa una sequenza di stati di equilibrio ammissibile.

La struttura rompe l'equilibrio e va al collasso quando, durante l'evoluzione di un processo di carico  $\mathbf{p}(\lambda)$ , si raggiunge un certo valore  $\lambda_c$  di  $\lambda$  in corrispondenza del quale viene violata la condizione:

$$\langle \mathbf{p}(\lambda_c), \mathbf{u}_c \rangle \leq 0 \quad (2.25)$$

Il collasso della struttura si sviluppa con la comparsa di un particolare campo di spostamenti, il meccanismo di collasso  $\mathbf{u}_c$ , lungo il quale al crescere di  $\lambda$  a partire dal valore  $\lambda = \lambda_c$ , i carichi esterni compiono lavoro positivo.

Il valore  $\lambda_c$  di  $\lambda$  costituisce il moltiplicatore di collasso dei carichi.

Al collasso quindi devono quindi verificarsi per  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_c$  le condizioni di meccanismo ed inoltre la condizione:

$$\left( \frac{d}{d\lambda} \langle \mathbf{p}(\lambda), \mathbf{u}_c \rangle \right)_{\lambda_c} > 0 \quad (2.26)$$

Che individua la presenza di un'azione spingente dei carichi all'attivarsi dello stato di meccanismo.

Gli stati di meccanismo e di collasso caratterizzano profondamente il comportamento delle strutture in muratura [Como]

### 2.3.7 Il Teorema statico

Si considera la struttura sollecitata dal peso  $\mathbf{g}$  e dal carico addizionale  $\lambda^- \mathbf{q}$ , dove  $\lambda^-$  è un noto moltiplicatore, di una fissata distribuzione dei carichi  $\mathbf{q}$ . Una nota distribuzione di sollecitazioni interne  $\boldsymbol{\sigma}^-$  è in equilibrio ammissibile con i carichi assegnati.

L'enunciato del teorema statico è allora il seguente:

Se esiste equilibrio ammissibile tra i carichi  $\mathbf{g} + \lambda^- \mathbf{q}$ , le tensioni interne,  $\Sigma^-(P)$  e le reazioni  $\mathbf{r}^-$  e quindi

$$\langle \Sigma^-(P), \mathbf{E}(\delta \mathbf{u}) \rangle = \langle \mathbf{g}, \delta \mathbf{u} \rangle + \lambda^- \langle \mathbf{q}, \delta \mathbf{u} \rangle \quad \forall \delta \mathbf{u} \in M \quad (2.27)$$

$$\langle \Sigma^-(P), \mathbf{E}(\delta \mathbf{u}) \rangle \leq 0 \quad \forall \delta \mathbf{u} \in M \quad \langle \mathbf{r}^-, \delta \mathbf{u} \rangle \geq 0 \quad (2.28)$$

I carichi agenti non sono più elevati di quelli di collasso:

$$\lambda^- \leq \lambda_c \quad (2.29)$$

Il teorema considera che al collasso, sotto cioè i carichi  $\mathbf{g} + \lambda_c \mathbf{q}$  e le sollecitazioni interne, deve essere soddisfatta l'equazione dei lavori virtuali, in particolare assumendo  $\delta \mathbf{u} = \mathbf{v}_c$

$$\langle \Sigma_c(P), \mathbf{E}(\mathbf{u}_c) \rangle = \langle \mathbf{g}, \mathbf{u}_c \rangle + \lambda_c \langle \mathbf{q}, \mathbf{u}_c \rangle \quad (2.30)$$

Al collasso deve essere soddisfatta la condizione di meccanismo e quindi deve risultare:

$$\langle \Sigma_c(P), \mathbf{E}(\mathbf{u}_c) \rangle = 0 \quad (2.31)$$

e quindi

$$\langle \mathbf{g}, \mathbf{u}_c \rangle + \lambda_c \langle \mathbf{q}, \mathbf{u}_c \rangle = 0 \quad (2.32)$$

Per l'equilibrio ammissibile tra i carichi  $\mathbf{g} + \lambda^- \mathbf{q}$  e le tensioni interne  $\Sigma^-(P)$  con  $\delta \mathbf{u} = \mathbf{u}_c$  risulta

$$\langle \Sigma_c(P), \mathbf{E}(\mathbf{u}_c) \rangle = \langle \mathbf{g}, \mathbf{u}_c \rangle + \lambda^- \langle \mathbf{q}, \mathbf{u}_c \rangle \quad (2.33)$$

Sottraendo membro a membro ricavo

$$\langle \Sigma_c(P), \mathbf{E}(\mathbf{u}_c) \rangle = (\lambda^- - \lambda_c) \langle \mathbf{q}, \mathbf{u}_c \rangle \quad (2.34)$$

D'altra parte per l'esistenza dell'equilibrio ammissibile tra i carichi  $\mathbf{g} + \lambda^- \mathbf{q}$  e le tensioni interne  $\Sigma^-(P)$  si dovrà avere:

$$\langle \Sigma_c(P), \mathbf{E}(\mathbf{u}_c) \rangle \leq 0 \quad (2.35)$$

Di conseguenza

$$(\lambda^- - \lambda_c) \langle \mathbf{q}, \mathbf{u}_c \rangle \leq 0 \quad (2.36)$$

Ma al collasso  $\langle \mathbf{q}, \mathbf{u}_c \rangle$  è positivo, quindi:

$$(\lambda^- - \lambda_c) \leq 0 \quad (2.37)$$

$$\lambda^- \leq \lambda_c \quad (2.38)$$

Il moltiplicatore  $\lambda^-$  non è quindi maggiore del moltiplicatore di collasso  $\lambda_c$ .

Il teorema statico allora ci dice che la struttura certamente non attiverà meccanismi di assorbimento dei carichi per i quali non sussistono per essa condizioni di equilibrio: la struttura, invece, ne attiverà senz'altro uno con il quale sarà in grado di mobilitare uno stato di equilibrio ammissibile.

La ricerca degli stati di equilibrio ammissibile con il teorema statico si sviluppa con la preliminare costruzione di una configurazione di equilibrio, ad esempio utilizzando i poligoni funicolari, e verificandone poi l'ammissibilità. Ad esempio, nel caso di un arco soggetto a una assegnata distribuzione di forze, si costruisce anzitutto una funicolare di tali carichi e si verifica poi se questa è tutta contenuta all'interno dell'arco.

Se ciò è verificato, lo stato di sollecitazione presente nell'arco è ammissibile. La suddetta funicolare dei carichi non descrive però l'effettiva curva delle pressioni dell'arco ma solo una delle possibili [Como]

Un esempio di procedura di analisi che può essere parte di questa categoria è il "Metodo Mery" che ipotizza che la condizione di equilibrio sia rispettata se la curva delle pressioni rimane all'interno del nocciolo centrale d'inerzia.

### 2.3.8 Il teorema cinematico

Si considera la struttura sollecitata dal peso  $\mathbf{g}$  e dal carico addizionale  $\lambda^+ \mathbf{q}$ , dove  $\lambda^+$  è un noto moltiplicatore dei carichi  $\mathbf{q}$ . Sia  $\Sigma^+$  lo stato di sollecitazione interno in equilibrio con i carichi  $\mathbf{g} + \lambda^+ \mathbf{q}$  e quindi tali da soddisfare la condizione:

$$\langle \Sigma^+(P), \mathbf{E}(\delta \mathbf{u}) \rangle = \langle \mathbf{g}, \delta \mathbf{u} \rangle + \lambda^+ \langle \mathbf{q}, \delta \mathbf{u} \rangle \quad \forall \delta \mathbf{u} \in M \quad (2.39)$$

Si ammetta che il moltiplicatore  $\lambda^+$  dei carichi  $\mathbf{q}$  sia tale da annullare lungo il meccanismo  $\mathbf{u}^+$  il lavoro delle forze  $\mathbf{g} + \lambda^+ \mathbf{q}$  agenti sulla struttura e che quindi risulti:

$$0 = \langle \mathbf{g}, \mathbf{u}^+ \rangle + \lambda^+ \langle \mathbf{q}, \mathbf{u}^+ \rangle \quad (2.40)$$

Risulta quindi

$$\lambda^+ = - \frac{\langle \mathbf{g}, \mathbf{u}^+ \rangle}{\langle \mathbf{q}, \mathbf{u}^+ \rangle} \quad (2.41)$$

Inoltre per ipotesi i carichi  $\mathbf{q}$  sono spingenti lungo il meccanismo  $\mathbf{u}^+$  e quindi risulta:

$$\langle \mathbf{q}, \mathbf{u}^+ \rangle > 0 \quad (2.42)$$

Il teorema considera che al collasso, sotto i carichi  $\mathbf{g} + \lambda_c \mathbf{q}$  c'è equilibrio ammissibile. Quindi assumendo  $\delta \mathbf{u} = \mathbf{u}^+$  risulta:

$$\langle \Sigma_c(P), \mathbf{E}(\mathbf{u}^+) \rangle = \langle \mathbf{g}, \mathbf{u}^+ \rangle + \lambda_c \langle \mathbf{q}, \mathbf{u}^+ \rangle \quad (2.43)$$

Sottraendo membro a membro le relazioni si ottiene

$$\langle \Sigma_c(P), \mathbf{E}(\mathbf{u}^+) \rangle = (\lambda_c - \lambda^+) \langle \mathbf{q}, \mathbf{u}^+ \rangle \quad (2.44)$$

Poiché c'è equilibrio ammissibile al collasso

$$\langle \Sigma_c(P), \mathbf{E}(\mathbf{u}^+) \rangle \leq 0 \quad (2.45)$$

Di conseguenza

$$(\lambda_c - \lambda^+) \langle \mathbf{q}, \mathbf{u}^+ \rangle \leq 0 \quad (2.46)$$

Per ipotesi però

$$\langle \mathbf{q}, \mathbf{u}^+ \rangle > 0 \quad (2.47)$$

E quindi

$$\lambda^+ \geq \lambda_c \quad (2.48)$$

Il moltiplicatore  $\lambda^+$ , è quindi maggiorante del moltiplicatore di collasso  $\lambda_c$ . Per la valutazione di tale moltiplicatore  $\lambda^+$ , è solo sufficiente l'annullarsi del lavoro di tutte le forze  $\mathbf{g} + \lambda^+ \mathbf{q}$  lungo il meccanismo  $\mathbf{u}^+$  ed inoltre che le forze  $\mathbf{q}$  esercitino azione spingente lungo  $\mathbf{u}^+$  [Como]

L'approccio cinematico ricerca quindi il meccanismo che presenta il minore moltiplicatore dei carichi, cioè ricerca la posizione di un numero di cerniere sufficiente a trasformare la struttura in un cinematismo, collocandole in modo da minimizzare il valore del carico necessario all'attivazione del meccanismo.

Le cerniere si formano quindi quando la curva delle pressioni è tangente all'intradosso o all'estradosso dell'arcata. Questo approccio è oggi ampiamente usato e perfezionato ed è alla base di recenti codici di calcolo diffusi nel Regno Unito.

### 2.3.9 Verifica dell'arco e fattore di sicurezza

Se si considera quindi un arco incastrato e soggetto a carichi concentrati (Figura 2.21), essendo il problema iperstatico, il poligono funicolare che connette l'assegnato sistema di forze non è univocamente determinato.

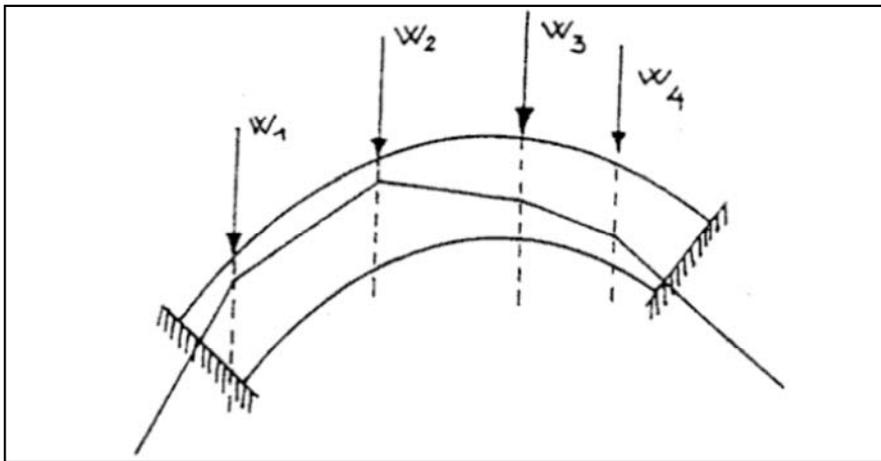


Fig. 2.21 – Arco soggetto a carico generico

Tuttavia esso deve rispettare la condizione limite di non fuoriuscita dal profilo dell'arco. Si evince quindi quanto la parola “soddisfacente” e “sicuro” non hanno alcun valore numerico. L'assunzione che un arco sia sicuro quando contiene un poligono funicolare non indica quanto effettivamente lo sia.

Per ricavare una quantità numerica che definisca questa sicurezza è necessario considerare il meccanismo di collasso dell'arco. Si definisce quindi un fattore geometrico di sicurezza  $\eta$  che ha lo scopo di ridurre l'altezza utile dell'arco (Figura 2.22).

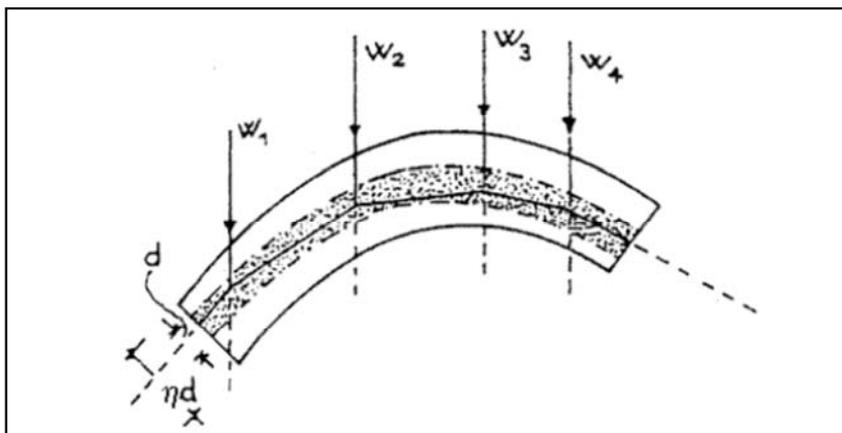


Fig. 2.22 – Arco fittizio

In altre parole, si considera, invece dello spessore reale dell'arco, uno spessore ridotto secondo  $\eta$  e si impone al poligono funicolare di essere tutto contenuto entro l'arco immaginario così individuato.

Tale regola grafica basata su un fattore geometrico di sicurezza pari a 3, è equivalente in pratica, al rispetto della regola del terzo medio, sebbene gli approcci utilizzati siano diversi; del resto il valore 3, quale fattore di sicurezza, è totalmente arbitrario. Potrebbe verificarsi che un altro valore magari più piccolo di 3, sia per altre ragioni più appropriato al progetto dell'arco.

È altrettanto notare come stabilire un valore ragionevole del fattore di sicurezza geometrico non sia di per sé sufficiente ad assicurare un adeguato margine per la resistenza dell'arco. Infatti, se i carichi accidentali sono ragionevolmente alti l'uso del fattore geometrico di sicurezza potrebbe rappresentare un elemento sufficiente per la progettazione; viceversa fosse prevalente l'influenza del carico di peso proprio, allora l'asse geometrico dell'arco potrebbe essere disegnato in modo tale da farlo coincidere esattamente con la linea delle pressioni derivante dal peso proprio. In questo caso il fattore geometrico di sicurezza risulterebbe praticamente infinito per qualsiasi spessore dell'arco e tuttavia l'arco risulterebbe potenzialmente instabile.

Rimane comunque lo studio del meccanismo di collasso in funzione della corrispondente disposizione delle cerniere, la base corretta per la definizione di un criterio di sicurezza [Paradiso, 2007].

I meccanismi cinematicamente ammissibili sono annoverabili nelle quattro forme ,a imposte fisse o cedevoli, di seguito rappresentate:

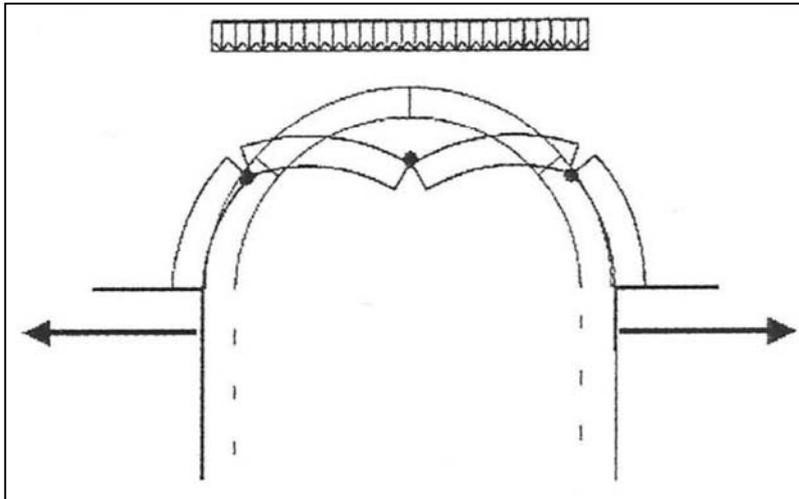


Fig. 2.23 – Cinematismo con carico simmetrico e aperture delle imposte [I ponti della provincia di Bologna]

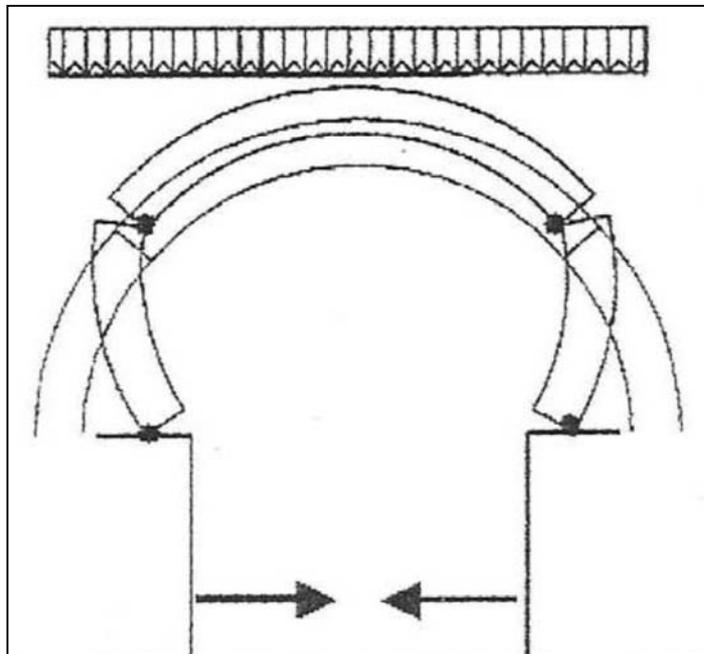


Fig. 2.24 – Cinematismo con carico simmetrico e aperture delle imposte [I ponti della provincia di Bologna]

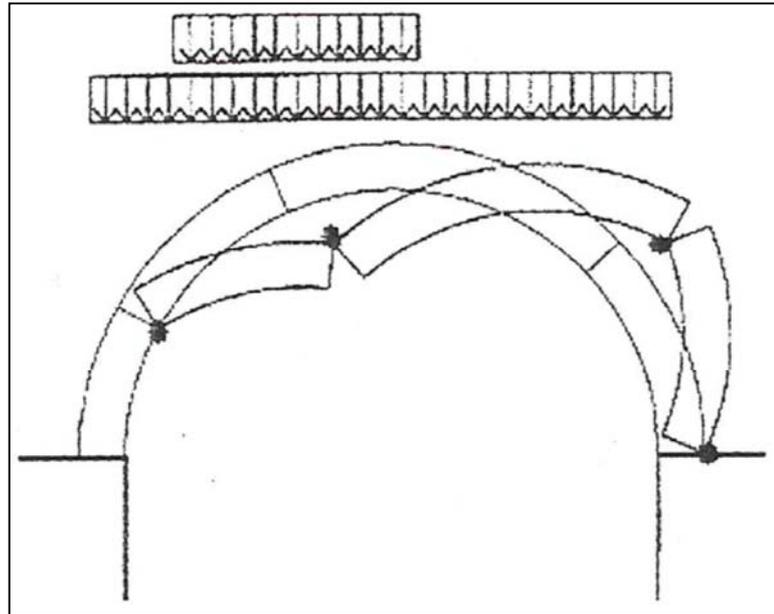


Fig. 2.26 - Cinematismo con carico asimmetrico e imposte fisse [I ponti della provincia di Bologna]

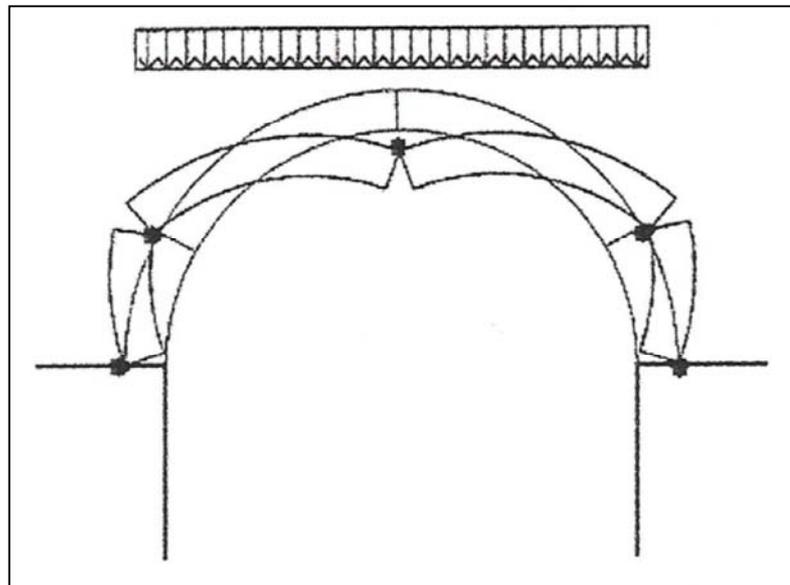


Fig. 2.27 - Cinematismo con carico simmetrico e imposte fisse [I ponti della provincia di Bologna]

In definitiva nello spirito del teorema cinematico, il modo di crisi cogente è il meccanismo più debole tra tutti i meccanismi definiti dalle infinite posizioni che le cerniere possono assumere nelle quattro forme sopra menzionate. Il carico associato al modo di crisi cogente è la portanza ultima dell'arco [I ponti della provincia di Bologna].

Sia quindi  $q_{ext}$  il livello estremo dei sovraccarichi accidentali agenti sul ponte, il quale deriva da prescrizioni normative.

Sia  $q_{ud}$  la portanza dell'impalcato del ponte, che consiste nel massimo carico che, disposto nel modo più sfavorevole, può essere portato dall'arco alla presenza dei pesi propri e dei carichi permanenti.

La verifica può essere formalizzata dalla seguente relazione:

$$q_{ext} \leq q_{ud} \quad (2.50)$$

Essa esprime la condizione necessaria e sufficiente ai fini della sicurezza strutturale.

Si richiama l'attenzione sul fatto che le verifiche tensionali sono del tutto prive di significato nel caso dell'impalcato di un ponte in muratura. Il livello tensionale, infatti, è scorrelato dal livello di sicurezza dell'arco murario.

Anzi in molti casi più tale livello è alto, più il ponte è sicuro. Peraltro gli antichi costruttori questo concetto lo avevano chiaro. Difatti essi sapientemente disponevano masse, così da configurarle quali enti resistenti.

In definitiva, la verifica che la massima tensione prodotta dai carichi sia inferiore alla massima tollerata dal materiale non esprime alcunché, in particolare non misura la sicurezza strutturale. Inoltre un calcolo tensionale deve inevitabilmente determinare la spinta  $H$  effettivamente scambiata all'imposta tra l'arco e il piedritto.

Il valore della spinta effettiva è tuttavia di ardua determinazione, il suo calcolo passa per la soluzione di un problema di congruenza tra mezzi unilaterali di cui uno mediamente tozzo (la pila) l'altro curvo (la calotta). Peraltro il valore della spinta dipende dal livello di carico e non è da trascurare il fatto che la pila possa chiamare in gioco non linearità meccaniche.

Il problema può essere risolto attraverso codici di calcolo avanzati, ma l'affidabilità dei risultati, a parte la loro inutilità ai fini della verifica è tuttavia modesta.[I ponti della provincia di Bologna]

## **2.4 Plasticità per materiali fragili**

La modellazione numerica di strutture in muratura presenta due difficoltà principali, da un lato le caratteristiche dei manufatti non possono essere colte con schemi statici semplificati e dall'altro le caratteristiche meccaniche del materiale generano un comportamento ampiamente non lineare.

La muratura a tutti gli effetti è un materiale composito, costituito da malta e inerte lapideo e nell'ambito degli elementi finiti, deve essere trattato come materiale omogenizzato, non solo presenta anche un comportamento fragile fortemente non lineare con differente resistenza a trazione rispetto alla compressione. Nell'ambito numerico e computazionale la difficoltà di trattazione del materiale muratura risiede nel momento in cui questa si avvicina ai suoi limiti di resistenza, in particolare a trazione; in tale momento si sviluppano infatti progressive fratture, queste modificano il modulo di resistenza del materiale e le sue caratteristiche meccaniche. Con opportune osservazioni il comportamento della muratura, può essere paragonato a quello di un qualsiasi materiali fragile, in particolare al calcestruzzo; per tale motivo lo studio in ambito non lineare della muratura viene effettuato mutuando i modelli costitutivi direttamente da quelli che caratterizzano il calcestruzzo.

Negli anni sono stati definiti, differenti approcci analitici per la definizione dominio di rottura del materiale calcestruzzo, tali sono stati implementati nei codici di calcolo.

### **2.4.1 Criteri di rottura di Mohr-Coulomb e Drucker-Prager**

Il *criterio di Mohr-Coulomb* assume che lo snervamento del materiale si sviluppi quando la tensione tangenziale raggiunge in almeno una giacitura un valore limite dipendente linearmente dalla tensione normale alla giacitura stessa:

$$\tau = c - \sigma \tan \phi \quad (2.51)$$

Dove:

$\tau$  : è la tensione tangenziale

$\sigma$  : è la tensione normale

$c$  : è la coesione

$\phi$  : è l'angolo d'attrito interno del materiale

Su una giacitura di normale  $\underline{n}$  risulta:

$$\begin{cases} \sigma_n = \underline{n} \cdot \underline{\sigma} \underline{n} \\ |\tau_n|^2 = (\underline{\sigma} \underline{n}) \cdot (\underline{\sigma} \underline{n}) - \sigma_n^2 \end{cases} \quad (2.52)$$

Il criterio si presta a essere rappresentato efficacemente sul piano di Mohr. Infatti, in tale piano l'equazione limite rappresenta una retta inclinata dell'angolo  $\phi$ , e viene definita come retta limite (Figura 2.28)

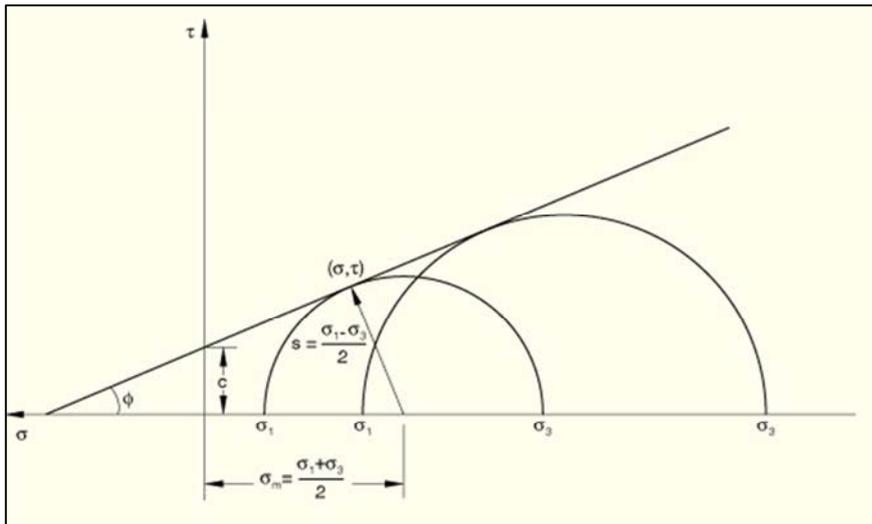


Fig. 2.28 – Rappresentazione del criterio di rottura sul piano di Mohr

Dalla rappresentazione dei cerchi di Mohr si ricava una nuova formulazione del criterio di rottura:

$$s + \sigma_m \sin \phi - c \cos \phi = 0 \quad (2.53)$$

Dove:

$$s = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)$$

$\sigma_m = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3)$  è la media delle tensioni principali

Tale relazione individua nello spazio delle tensioni un dominio a forma piramidale il cui asse è costituito dall'asse idrostatico che è dato genericamente dalla trisettrice del primo ottante. La sezione retta di questa piramide è un esagono irregolare (Figura 2.29).

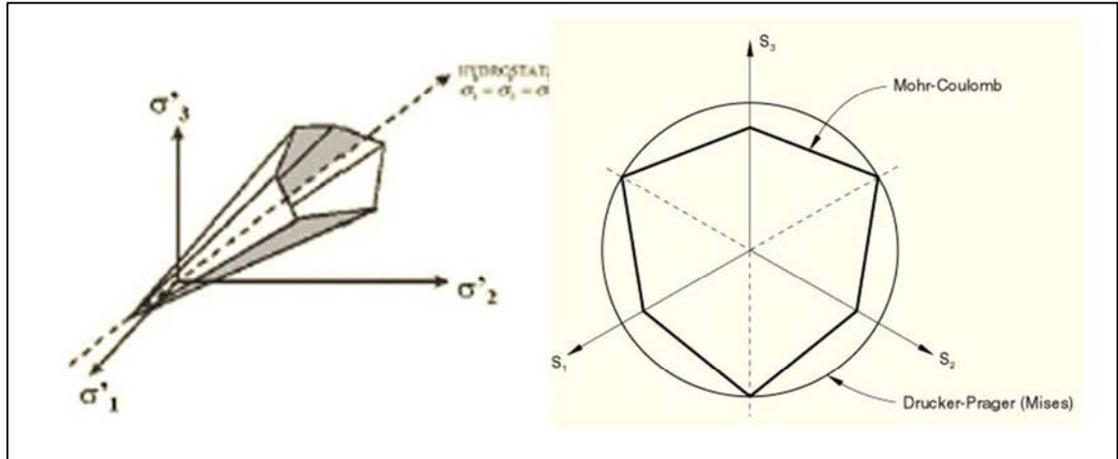


Fig. 2.29 – Rappresentazione del criterio di rottura nel piano delle tensioni principali e in quello deviatorico

Il *criterio di Drucker-Prager*, al contrario del precedente descrive, un dominio limite con continuità a livello C1 tale criterio è basato sulle seguenti relazioni:

$$f(I_1, J_2) = \alpha I_1 + \sqrt{J_2} - k = 0 \quad (2.54)$$

$$f(\xi, \rho) = \sqrt{6}\alpha \xi + \rho - \sqrt{2}k = 0 \quad (2.55)$$

Dove  $\alpha$  e  $k$ :

$$\alpha = \frac{2 \sin \phi}{\sqrt{3}(3 + \sin \phi)}$$

$$k = \frac{6c \cos \phi}{\sqrt{3}(3 + \sin \phi)}$$

sono costanti positive del materiale.

La superficie di rottura nello spazio degli sforzi principali è un cono circolare e i piani deviatori sono delle circonferenze (Figura 2.30).

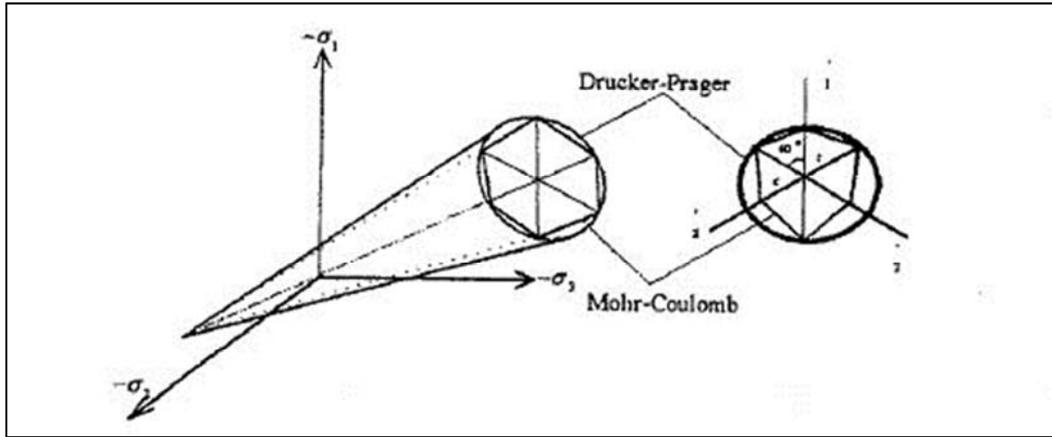


Fig. 2.30 – Rappresentazione del criterio di rottura di Drucker-Prager nel piano delle tensioni principali e nel piano deviatorico, in criterio include il dominio di Mohr-Coulomb

I criteri di rottura così esposti caratterizzano un materiale elastico perfettamente plastico, gli stati tensionali ammissibili sono solo quelli all'interno dei domini o sulle superfici degli stessi; una volta raggiunta la resistenza limite, il materiale è soggetto a deformazioni elastiche irreversibili che si sommano a quelle elastiche reversibili.

Sono molto semplici da implementare e utilizzare perché la caratterizzazione del comportamento non lineare dipende solo da due parametri,  $c$  e  $\phi$  per Mohr-Coulomb e  $\alpha$  e  $k$  per Drucker-Prager. I domini individuati dai due criteri possono però generare problemi numerici, la presenza della punta terminale nella zona di trazione, nonché la forma esaedrica della sezione piramidale per il criterio di Mohr-Coulomb, costituiscono punti singolari in cui viene meno la caratteristica di continuità e dunque non è possibile una corretta stima del comportamento del materiale.

Come è stato precedentemente espresso i materiali fragili hanno la caratteristica di fessurarsi, le fessure però non si manifestano istantaneamente ma si sviluppano progressivamente modificando le caratteristiche di rigidità. Modelli non lineari che abbiano la capacità di cogliere non solo la posizione ove si supera la resistenza del materiale a trazione, ma anche il suo danneggiamento progressivo risultano i più adatti per una corretta analisi del comportamento strutturale.

### **2.4.2 Il modello “concrete smeared cracking”**

Come software agli elementi finiti per le analisi non lineari è stato utilizzato “Abaqus v6.9.1”, che offre come modello di danneggiamento il “concrete smeared cracking model”. Lo smeared cracking tiene conto del danneggiamento progressivo del materiale considerandolo in modo distribuito e non individuando le singole fessure, i calcoli sono effettuati in maniera indipendente ad ogni punto di integrazione del modello agli elementi finiti e le fessure influiscono sulle sollecitazioni e sulle rigidità associate al punto di integrazione. Il modello consiste in una superficie di snervamento resistente isotropicamente, quando la sollecitazione è prevalentemente di compressione e fa uso di elasticità danneggiata per la fessurazione, che interviene quando è rilevata una “crack detection surface”. Dopo la fessurazione fa uso del concetto di elasticità danneggiata orientata per descrivere la parte rimanente di risposta del materiale.

Lo “smeared cracking” è stato sviluppato per il calcestruzzo in accordo con gli studi condotti da Hillerborg [Hillerborg et al., 1976]. Per trattare la meccanica della frattura applicata al metodo agli elementi finiti, Hillerborg scelse l’approccio basato sul bilancio di energia, nello specifico una certa quantità di energia  $G_c$  deve essere immagazzinata nel materiale affinché si apra una fessura per unità di area. Alla propagazione della fessura corrisponde invece un rilascio di energia che deve essere necessariamente pari o superiore a quella precedentemente immagazzinata.

Il crack si propaga quando la tensione nel punto di frattura raggiunge il limite di resistenza a trazione  $f_t$ ; le tensioni di trazione nel materiale non crollano però immediatamente a zero, ma decrescono gradualmente con la progressiva apertura della frattura ( $w$ ), quando la frattura avrà raggiunto un’apertura pari a  $w_1$  le tensioni saranno effettivamente nulle (Figura 2.31).

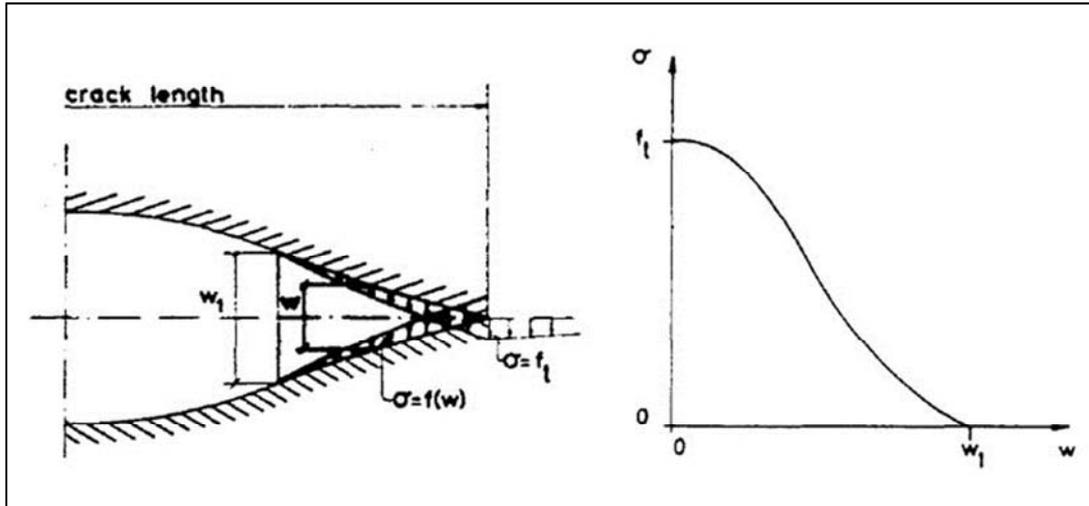


Fig. 2.31 – Rappresentazione del modello proposto da Hilleborg, propagazione della frattura e andamento delle tensioni [Hilleborg et al., 1976]

L'energia richiesta perché si apra una frattura per unità di area sarà dunque pari a:

$$G_c = \int_0^{w_1} \sigma dw \quad (2.56)$$

Con quest'approccio il comportamento fragile del calcestruzzo è caratterizzato da una risposta tensione spostamento piuttosto che tensione deformazione (Figura 2.32).

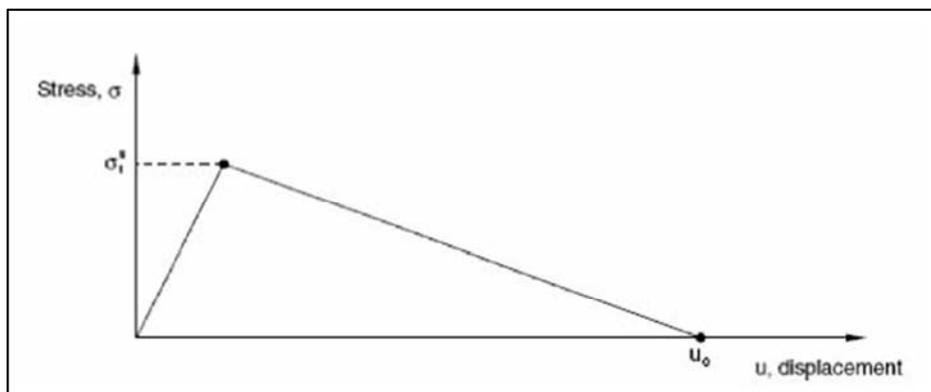


Fig. 2.32 – Modello dell'energia di frattura per il calcestruzzo [Abaqus/CAE User's Manual]

L'implementazione di questa concezione tensione-spostamenti in un modello agli elementi finiti richiede a priori la definizione di una lunghezza caratteristica della fessura associata al punto d'integrazione, tale lunghezza si basa sull'elemento geometrico: per travi si usa la lunghezza del punto di integrazione, per elementi

bidimensionali la radice quadrata dell'area del punto di integrazione, per elementi tridimensionali la radice cubica del volume del punto di integrazione. Questa definizione di lunghezza caratteristica perché non è nota a priori la direzione in cui si sviluppano le fessure.

Il software assume che la fessurazione intervenga quando la sollecitazione raggiunge una superficie di danno, detta "crack detection surface", questa è costituita da un legame lineare tra la sollecitazione di pressione equivalente  $p$ , e la sollecitazione deviatorica equivalente di Mises,  $q$  (Figura 2.33).

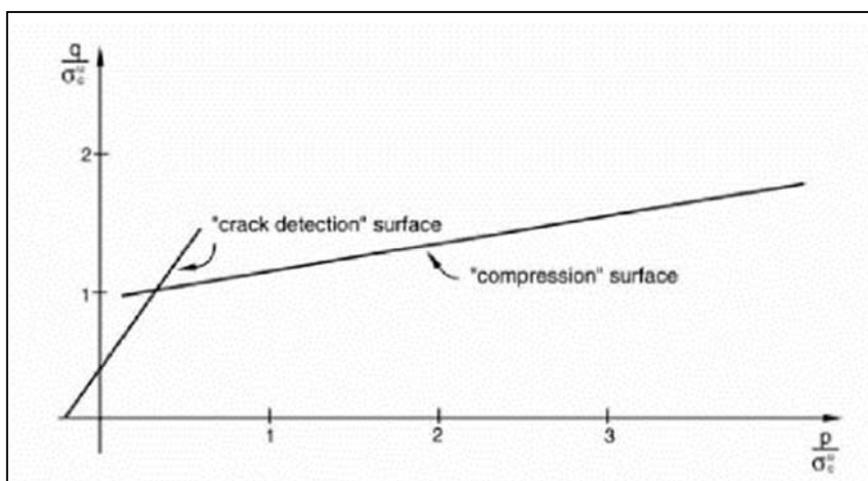


Fig. 6 – Superficie di danno e di snervamento nel piano  $p$  e  $q$  [Abaqus/CAE User's Manual]

$p$  e  $q$  sono i due invarianti di tensione e  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  sono le tensioni principali:

$$p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) : \text{tensione totale media}$$

$$q = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2} : \text{tensione deviatorica}$$

Quando una fessura è individuata, la sua orientazione è memorizzata per i calcoli successivi. La fessura seguente nello stesso punto è vincolata a essere ortogonale a questa direzione, dal momento che le componenti di sollecitazione associate ad una fessura non sono incluse nella definizione di superficie di danno usata per individuare le fessure successive. Le fessure non sono recuperabili rimangono per il resto del calcolo, non più di tre possono essere presenti in un punto (due in caso di sollecitazione piana, una in sollecitazione monoassiale).

Il modello richiede i seguenti parametri:

- Definire il comportamento a compressione monoassiale del calcestruzzo:

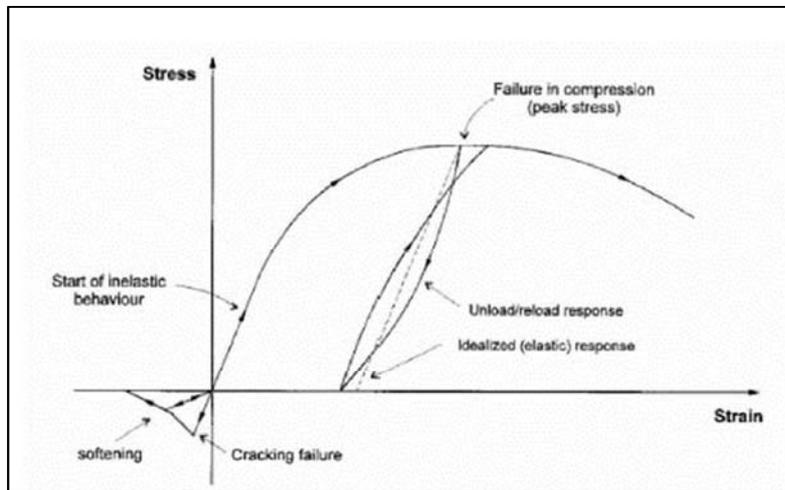


Fig. 7 – Comportamento monoassiale del calcestruzzo [Abaqus/CAE User's Manual]

Il comportamento del calcestruzzo non armato in compressione fuori dal campo elastico, è fornito come funzione tabulata della deformazione plastica.

- La forma della superficie di danno (Figura 8) da inserire come rapporti nella voce "Failure Ratio", i parametri da inserire sono quattro:
  - 1) Il rapporto tra tensione ultima a compressione biassiale e tensione ultima a compressione monoassiale
  - 2) Il valore assoluto del rapporto tra la tensione di rottura a trazione e la tensione di compressione ultima monoassiale
  - 3) Il rapporto del valore di una componente principale della deformazione plastica alla tensione ultima in compressione biassiale e la deformazione plastica alla tensione ultima in compressione monoassiale
  - 4) Il rapporto tra la tensione principale a fessurazione, in stato piano di tensione, quando l'altra tensione principale è al massimo valore di compressione e la trazione di fessurazione monoassiale

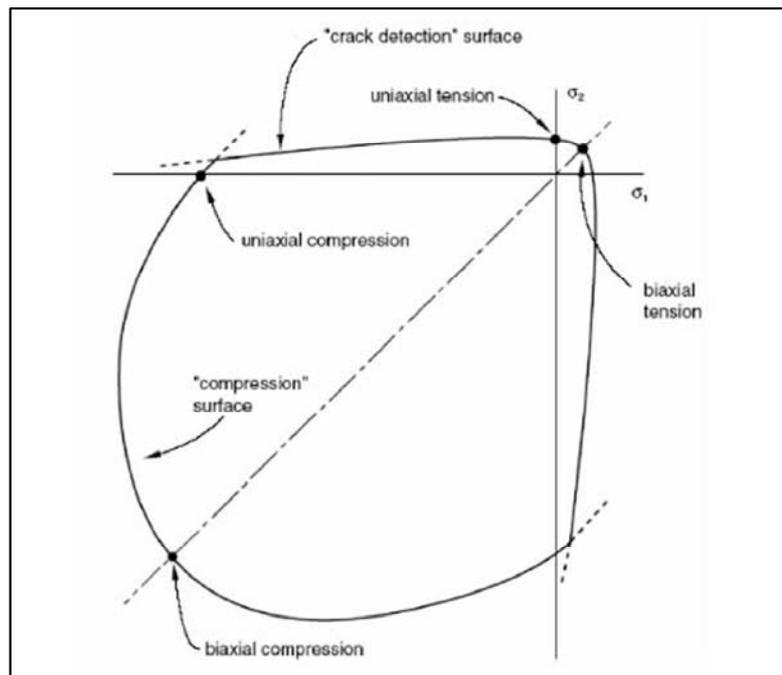


Fig. 8 – Superfici di snervamento e rottura in stato piano di tensione [Abaqus/CAE User's Manual]

- Il comportamento tensionale post-fessurazione definito tramite l'opzione di "tension stiffening".

Il tension stiffening propriamente detto è il trasferimento degli sforzi oltre la fessura attraverso l'armatura e il taglio, per calcestruzzo non armato o per la muratura, definire questo parametro può sembrare poco sensato. Il significato nell'inserire questo parametro sta nel voler rappresentare comunque un materiale, che raggiunta la tensione di fessurazione conserva una resistenza residua che cala fino a zero in due possibili modi per strain o displacement.

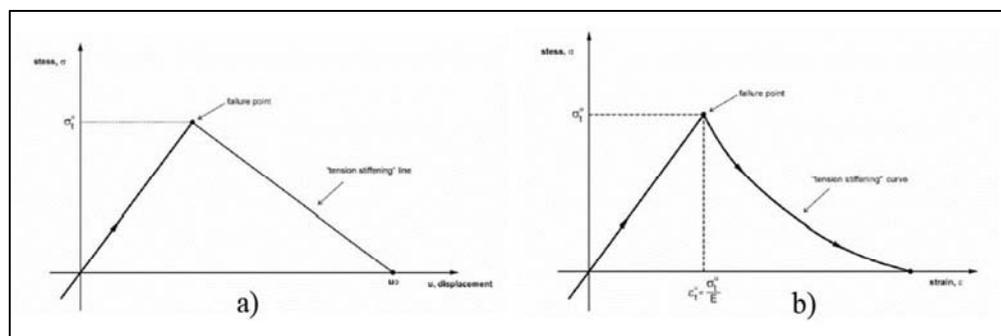


Fig. 9 – Tension stiffening a) per displacement, b) per strain [Abaqus/CAE User's Manual]

Nelle analisi sulla muratura, il tension stiffening, viene definito per displacement, utilizzando un ordine di grandezza pari a  $10^{-3}m$  oltre il quale si annulla la resistenza residua del materiale.

# Capitolo 3

---

## ***IL CASO STUDIO: IL PONTE FERROVIARIO SUL FIUME RENO***

*“Benedetta la pietra e calata nelle fondamenta insieme ad una iscrizione commemorativa in pergamena, rinchiusa in un tubo di cristallo oltre che a diverse medaglie sacre, sovrane e civiche, ricordando l’anno in cui l’opera veniva intrapresa: il Pontefice Arcivescovo la collocava nella settima pila di cui sono già compiuti i fondamenti, murandola colà coll’assistenza e coll’opera dei signori G. Luigi Protche ingegnere in capo, A. Alard ingegnere della sezione Bolognese ed Ing. Breda uno dei capi della società costruttrice”*

Così Renzo Pocaterra [Pocaterra, 2009] riporta nella sua opera la posa in opera della prima pietra del ponte sul Reno alla presenza del Pontefice Pio IX il 13 Agosto 1857.

L’oggetto in studio è il ponte ferroviario sul fiume Reno situato al Km 3+717,52 sulla linea storica Bologna-Piacenza-Milano, in prossimità della stazione ferroviaria di Bologna (Figura 3.1-2-3).

Nei seguenti paragrafi si provvederà alla descrizione del ponte. Tale descrizione è ricavata da informazioni desunte dalle tavole storiche e tecniche presenti nel laboratorio di meccanica computazionale del DICAM dell’Università di Bologna, da rilievi visivi, dalle letture di testi presenti nelle biblioteche del capoluogo bolognese e da frammentarie informazioni ricavate dai Manoscritti Protche, presenti nella biblioteca dell’Archiginnasio di Bologna, ma, ad oggi, in fase di restauro e non completamente disponibili al pubblico.



Fig. 3.1 – Vista aerea del ponte (maps.google.it)



Fig. 3.2 – Vista panoramica del ponte, lato a valle, sponda Milano



Fig. 3.3 – Vista panoramica del ponte, lato a monte, sponda Milano

### **3.1 Storia e descrizione del Ponte**

Definire una data per la realizzazione e inaugurazione dell'opera non è semplice, senza dubbio più semplice è definire un arco di tempo nel quale l'opera è stata realizzata e che segue fedelmente lo sviluppo e la realizzazione del progetto della linea ferroviaria Milano-Bologna.

Le informazioni al riguardo sono, infatti, di difficile reperimento e spesso vaghe e contraddittorie. Ricordiamo che il periodo di realizzazione della linea coincide con il periodo risorgimentale e con il tumulto politico e sociale che attraversava la penisola, in particolare i regni e i ducati del nord prossimi allo Stato Sabauda e al Lombardo-Veneto.

Quello che è certo è che nel giugno del 1852 fu costituita in Firenze “*La società anonima per la strada ferrata dell'Italia Centrale*” mentre la costruzione della linea fu affidata alla società inglese “Fell, Topling, Jackson e Brassey” che provvide al tracciamento, alla maggior parte degli espropri sulla Bologna-Piacenza ed ai lavori preliminari sulla linea per Pistoia.

La società inglese fu poi successivamente liquidata dalla società “Bonacini,Guastalla,Breda ed altri” e le due si fusero nel 1856 dando origine alla “Strade Ferrate Lombardo-Venete dell’Italia Centrale” che finalmente ricevette la concessione per la realizzazione della linea [Pocaterra 2009 e Concessione della strada ferrata centrale italiana]; il tratto Bologna-Piacenza venne ultimato ed entrò in esercizio nel 1859.

Il ponte fu quindi realizzato in questo intervallo di tempo sotto la supervisione dell’ingegnere francese Jean Louis Protche, ingegnere capo, incaricato nell’ottobre del 1856 per la realizzazione del progetto.

Il ponte (Figura 3.2-3) è un manufatto realizzato in muratura di mattoni, costituito da 15 campate, ed ha una lunghezza complessiva di 360m, spalle comprese.

Gli archi presentano identica geometria, sono a sesto ribassato con luce netta pari a 20m, possiedono una freccia di 3m e sono sostenuti da 2 spalle, 12 pile e 2 pile-spalle; lo spessore di ciascun arco è variabile, pari a 1,3m in chiave e 1,58m alle imposte (Figura 3.4). La muratura del ponte sul Reno è costituita dal tipico mattone Bolognese pieno, ogni arcata è delimitata da una ghiera costituita da cinque teste di mattoni disposti di coltello.

Alcune parti del ponte, ad esempio i timpani ma anche la parte in sommità delle pile a valle a causa dei recenti ammodernamenti del nodo ferroviario bolognese, sono state completamente rifatte e sostituite da muratura di mattoni Bolognesi forati (Figura 3.5).

Le pile come anche le pile-spalle sono rastremate e costruite a sacco, cioè presentano un involucro esterno di muratura di spessore 0.5m circa al cui interno si trova del materiale granulare sciolto o parzialmente legato con calcestruzzo che presenta discrete caratteristiche meccaniche. Tali elementi sono dotati di rostri semicircolari, la cui altezza denota il livello di massima piena del fiume, coronati in sommità da un pulvino in getto di calcestruzzo (Figura 3.5).

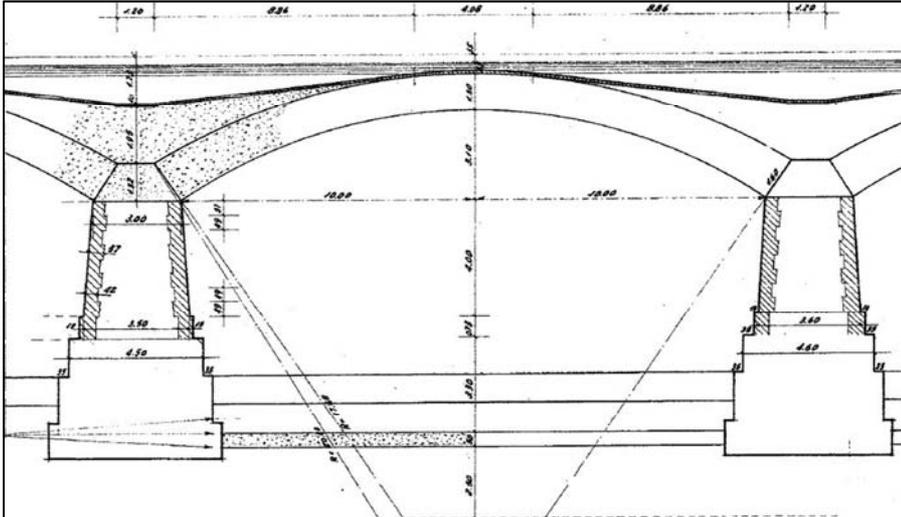


Figura 3.4 – Sezione longitudinale della generica arcata del ponte (Tavola Storica)

Il rinfiaccio è presente sulle pile e sulle pile-spalle e provvede a zavorrare gli elementi strutturali spostando la risultante della spinta degli archi verso la verticale, così come rappresentato dalla tavola storica (Figura 3.6) dove è inoltre possibile notare l'andamento della cappa.



Fig. 3.5 – Particolare della pila

Si coglie poi la disposizione delle canalette di raccolta, dove vengono convogliate le acque infiltratesi nel ballast e nel riempimento e come le superfici dei rinfiacci abbiano inclinazioni opposte alterne per facilitare così il defluire dell'acqua verso le canalette.

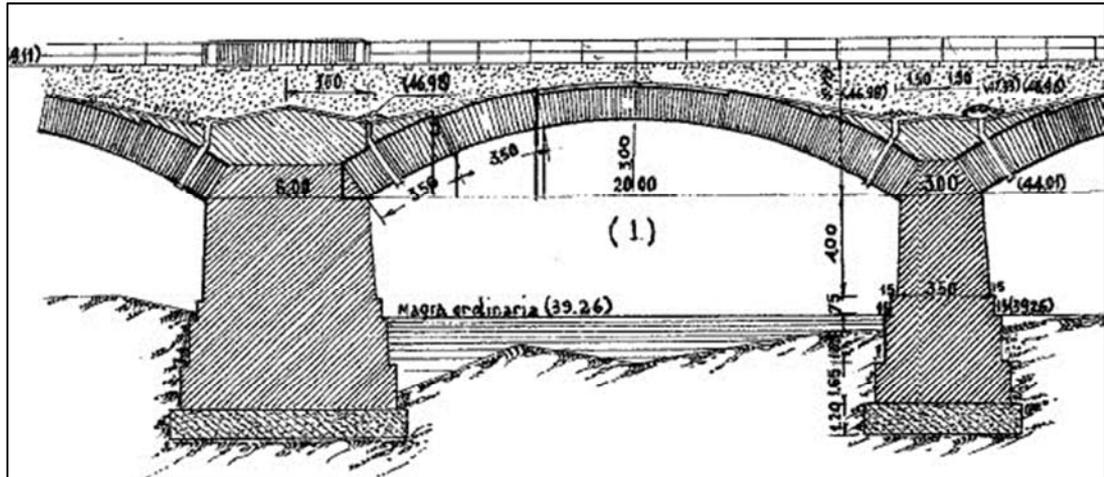


Fig. 3.6 – Sezione longitudinale con particolare di rinfiango, cappa e canalette di raccolta (Tavola storica)

Il riempimento, disposto sopra la cappa che realizza la quota del piano del ballast, è presumibilmente costituito da materiale granulare sciolto dalle scarse caratteristiche meccaniche.

La struttura originaria del ponte non è rimasta però immutata dalla sua realizzazione a oggi, la sua posizione strategica e l'importanza del nodo ferroviario Bolognese hanno comportato successivi ammodernamenti e ampliamenti.

L'impalcato originario del ponte era, infatti, largo 8,80m e su di esso erano predisposti solo 2 binari come riportato nelle tavole storiche presenti all'interno dei manoscritti Protche conservati presso la biblioteca dell'Archiginnasio di Bologna (Figura 3.7).

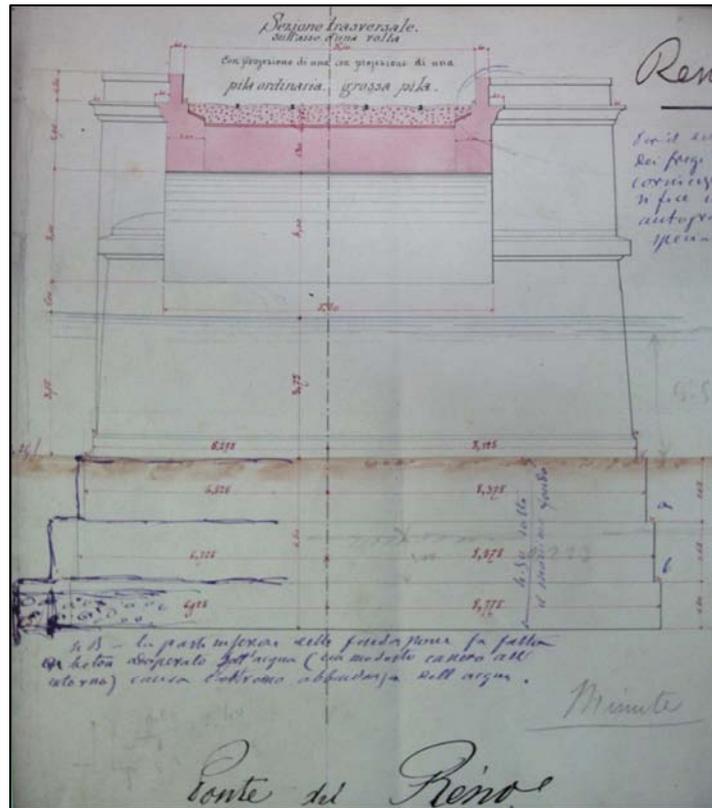


Fig. 3.7 – Sezione trasversale sul volto originale [Fondo Speciale Jean Louis Protche]

Con la realizzazione della linea Bologna-Pistoia e Bologna-Verona l'intera struttura del ponte fu allargata, portando l'impalcato a una larghezza di 14.70m, per permettere la collocazione di un terzo binario (Figura 3.8). L'allargamento subito dall'opera è ben riconoscibile a una ispezione visiva del ponte, sulle volte è possibile identificare con facilità la soluzione di continuità (Figura 3.9), i mattoni non sembrano infatti ammorsati fra loro. È presumibile quindi che l'allargamento della volta sia avvenuto andando semplicemente ad affiancare a quella esistente la nuova necessaria a contenere l'ampliamento. Le ipotesi sopra esposte trovano un ulteriore riscontro dal fatto che la zona è sede di un forte percolamento da parte delle acque meteoriche e dell'umidità proveniente dagli strati di riempimento sovrastanti.





Fig. 3.9 - Particolare della soluzione di continuità presente in corrispondenza dell'ampliamento della volta



Fig. 3.10 – Vista della zona cantiere sull'impalcato ove si collocherà il nuovo binario



La trave cassone trova gli appoggi fissi sulle spalle e sulle pile-spalle dove sono state realizzate opportune nicchie e opere di vincolamento, (Figura 3.13-14) mentre gli appoggi intermedi sono stati collocati con strutture metalliche sul rostro di ciascuna pila. La sommità dei rostri delle pile lato a valle è stata, pertanto, completamente rifatta per realizzare all'interno opportune opere di vincolamento in calcestruzzo del sistema di appoggi della trave cassone (Figura 3.15), mentre la fascia sottostante, non interessata all'intervento di rifacimento, è stata consolidata mediante l'inserimento di tiranti in acciaio disposti radialmente (Figura 3.15-16). Il timpano, lato a valle, è stato asportato parzialmente per permettere la collocazione sopra di esso del cassoncino paraghiaia, aggettante sulla trave a cassone (Figura 3.17).

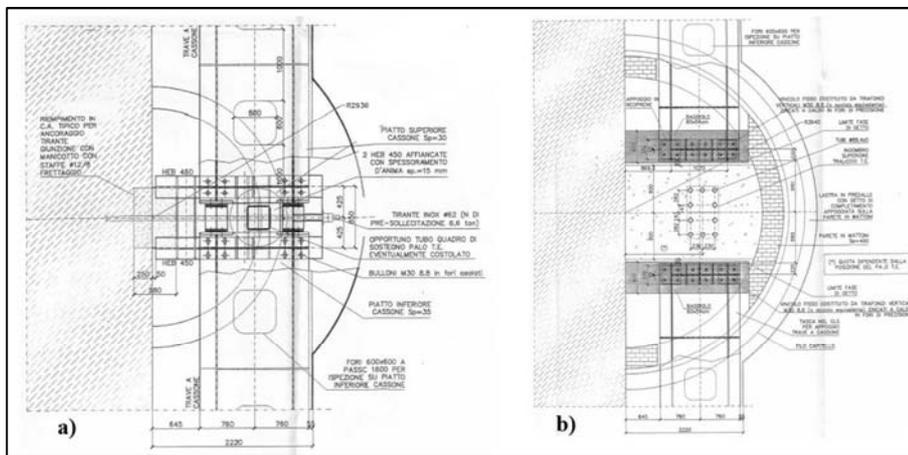


Fig.3.13 – Vista in pianta con particolare degli appoggi per la trave cassone: a) sulle pile, b) sulle pile spalla (Tavola tecnica)



Fig. 3.14 – Particolare delle nicchie della trave a cassone, a sinistra sulla pila-spalla a destra sulla pila





Fig. 3.17 – Particolare del timpano mancante sopra le arcate, lato a valle

### **3.2 Rischio idraulico del ponte**

È noto come il rapporto che si stabilisce fra ponte e corso d'acqua dipenda dall'interazione fra le strutture nel suo alveo (arcate dell'impalcato, spalle, pile e loro funzioni) e le caratteristiche del fiume stesso, la corrente (non solo di piena), il suo alveo (generalmente mobile) e il franco da assicurare rispetto alla quota d'intradosso.

Data proprio la presenza del ponte le configurazioni idrodinamiche di moto nell'intorno del manufatto sono nettamente diverse dall'assetto naturale: si è spesso in presenza di restringimenti di sezione dovuto alle pile o alle spalle o a forti erosioni fondali che la presenza di ostacoli puntuali nell'alveo può generare (Figura 3.18). Un ulteriore aspetto, importante da considerare, riguarda il franco di sicurezza, ovvero la differenza fra la minima quota di sottotrave dell'impalcato o di intradosso o chiave di volta e la massima quota idrometrica corrispondente alla piena di progetto. Ciò al fine di permettere il deflusso non solo di piene eventualmente superiori a quelle di progetto, ma soprattutto per non ostacolare il passaggio di eventuali corpi galleggianti anche voluminosi, come ad esempio alberi, che incastrandosi sotto il ponte, potrebbero causare la parziale ostruzione delle luci.

Anche il ponte ferroviario sul Reno non è stato esente nella sua storia da problemi idraulici. Da quanto è possibile ricavare dalle tavole storiche il ponte crollò parzialmente a seguito di un'importante piena del Reno. In particolare oggetto del crollo furono le ultime arcate e una delle pile, tra la seconda pila spalla e la spalla lato Milano (Figura 3.19). Riferendoci alla tavola storica le arcate sono le prime tre, procedendo dalla seconda pila spalla verso l'argine del fiume, numerate progressivamente 1,2,3 mentre la pila, procedendo sempre in ugual modo è la seconda.

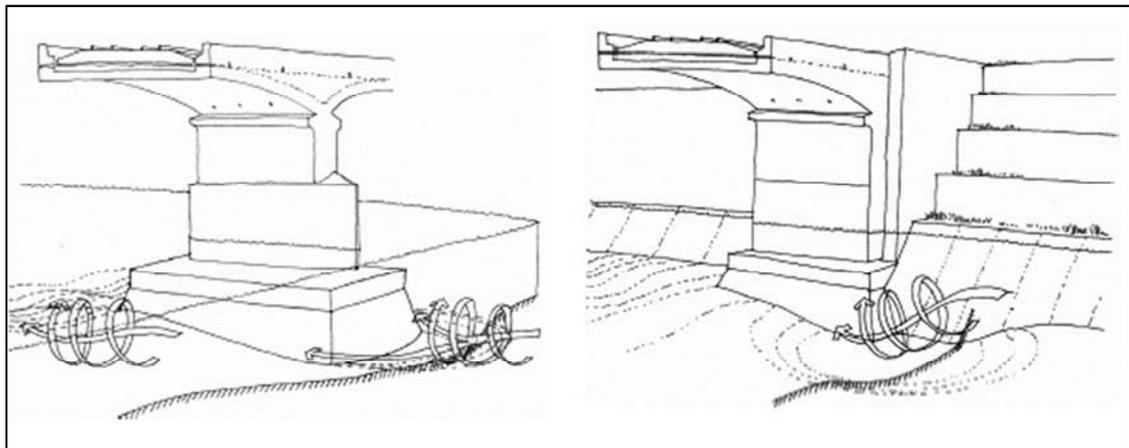


Fig. 3.18 – Erosione anomala dell'alveo in presenza di pile(sinistra) e spalle (destra)  
[Delgado et al. 2007]

Nella tavola storica le arcate sono rappresentate ricostruite così come anche la pila ove si può notare come la ricostruzione abbia portato ad un approfondimento notevole delle fondazioni della stessa. È dunque semplice desumere le cause che hanno portato al crollo, queste sono le medesime descritte nelle brevi righe introduttive precedenti, durante il fenomeno di piena è probabile si sia verificato nell'intorno della pila (a) un'eccessiva erosione fondale che ha portato allo scalzamento completo della stessa, la pila non avendo più un appoggio stabile sotto la forte azione della corrente avrà iniziato un moto rotatorio che ne ha portato poi al completo collasso e con essa le arcate adiacenti.

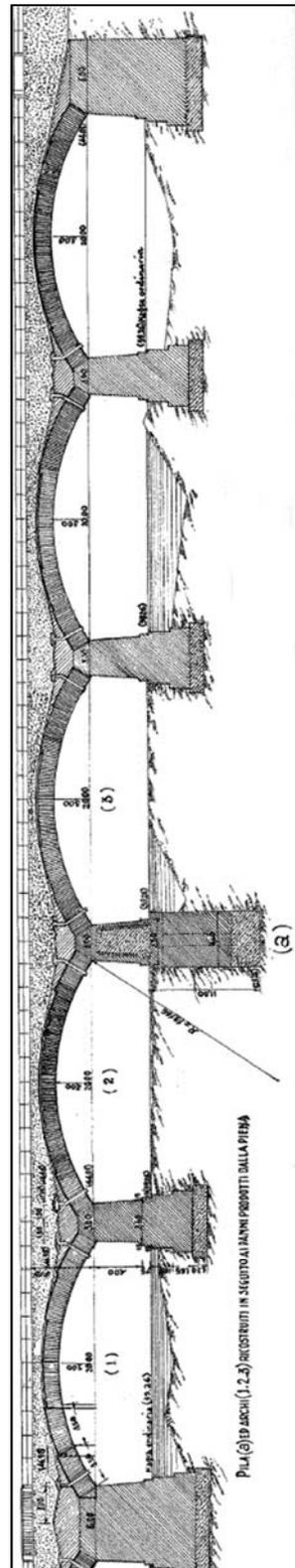


Fig. 3.19 – Vista in sezione delle arcate soggette al crollo durante la piena (numerate 1-2-3) e della pila (a) crollata anch'essa e successivamente ricostruita (Tavola storica)

L'importante quanto distruttivo evento ha permesso, però, di cogliere la forte tendenza erosiva del fiume nei pressi delle pile del ponte. Per evitare analoghi avvenimenti si è quindi scelto di consolidare non la struttura del ponte bensì l'alveo in prossimità dello stesso attraverso l'inserimento di una briglia di consolidamento subito a valle delle pile e a esse collegate rigidamente come riportato nella tavola storica (Figura 3.17-3.18-3.19).

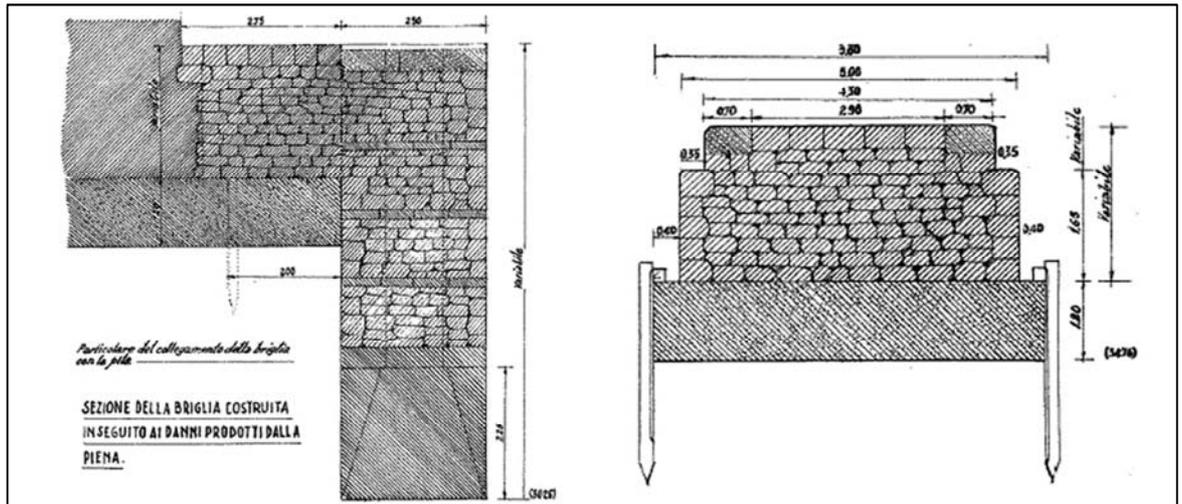


Fig. 3.20 – Viste in sezione della briglia di consolidamento inserita a valle delle pile del ponte (Tavola storica)

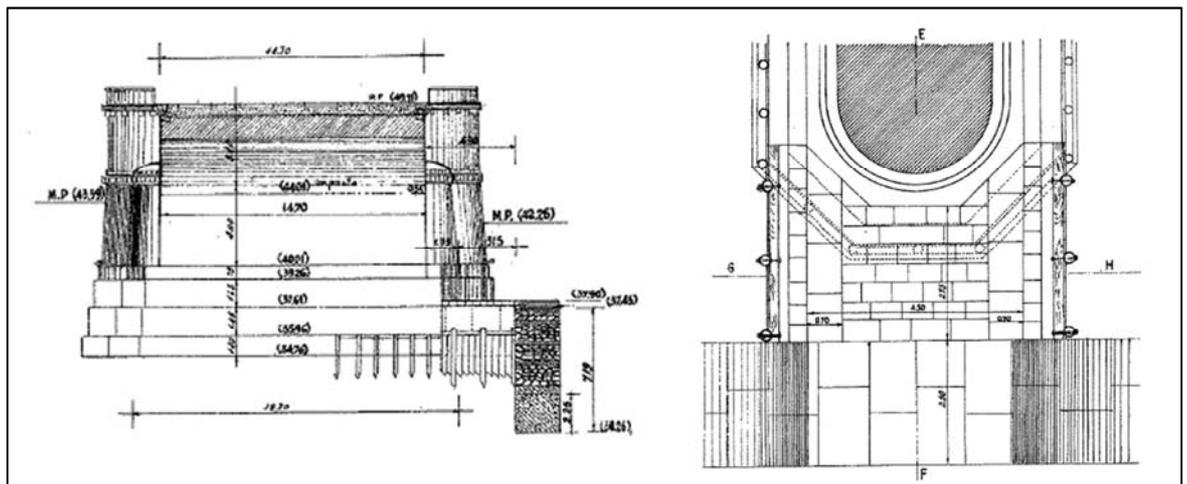


Fig. 3.21 – Vista in sezione e pianta del collegamento tra la briglia di consolidamento e la generica pila o pila spalla del ponte (Tavola storica)

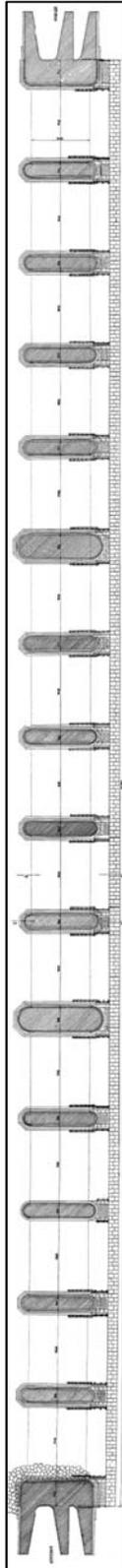


Fig. 3.22 – Vista in pianta al piano d’imposta delle volte, è possibile notare la briglia di consolidamento che corre lungo l’intera lunghezza del ponte fino alle spalle  
(Tavola Storica)

Con la realizzazione in affiancamento del ponte storico esistente, di altri due ponti moderni a travata in semplice appoggio in cemento armato precompresso, per ridurre i problemi dovuti alla interazione alveo/strutture, in questo caso, il fondo del fiume è stato in parte rifatto.

In particolare si è scelto, in prossimità dell'argine sponda Milano, di gettare un solettone in calcestruzzo su tutti i basamenti delle pile e nelle zone circostanti a protezione delle fondazioni (Figura 3.23-24)



Fig. 3.23 – Vista del solettone in calcestruzzo in prossimità dell'argine sponda  
Milano



Fig. 3.24 – Vista del solettone in calcestruzzo disposto a protezione delle fondazioni



# Capitolo 4

---

## ***MODELLAZIONE ED ANALISI DEL PONTE SUL RENO***

In base alle osservazioni e alle considerazioni espresse nei precedenti capitoli riguardo ai modelli per l'analisi della risposta di ponti ad arco in muratura, si è scelto per il caso in esame di procedere allo studio attraverso un modello bidimensionale e tridimensionale. Il modello bidimensionale è stato analizzato per via cinematica mentre il modello tridimensionale attraverso analisi lineare e non agli elementi finiti.

In questo capitolo vengono quindi espone le analisi e le modellazioni eseguite del ponte ferroviario sul Reno.

Per quanto riguarda l'analisi cinematica è utilizzato il software "***Limitstate Ring 2.0***", il quale provvede a una analisi bidimensionale della struttura attraverso l'analisi limite cinematica secondo le ipotesi proposte da Heyman. Gli obiettivi di tale analisi si possono riassumere nei seguenti punti:

- individuazione dei meccanismi di collasso che si sviluppano sul ponte soggetto ai carichi di esercizio, permanenti e variabili da traffico;
- calcolo del moltiplicatore di carico a collasso minimo (corrispondente alla situazione più critica);
- l'individuazione della posizione ove si sviluppano le "cerniere plastiche" che innescano il cinematismo caratterizzato dal moltiplicatore di carico del punto precedente;
- determinazione della posizione più gravosa del carico mobile sulla sovrastruttura ferroviaria.

Per quanto riguarda la seconda analisi si è deciso di provvedere a una modellazione 3D della struttura del ponte tramite il software agli elementi finiti "***Abaqus v 6.9.1***". Tra i molteplici obiettivi di tale scelta, alcuni dei più significativi possono essere riassunti nei seguenti punti:

- effettuare una analisi statica non lineare della struttura sotto i carichi

permanenti e i variabili da traffico;

- individuare le zone della struttura che entrano in campo plastico e confrontare tale posizione con quella delle “cerniere plastiche” individuate con l’analisi cinematica;
- attraverso il modello 3D evidenziare i problemi dovuti ad una eccessiva eccentricità dei carichi variabili da traffico sull’impalcato.

#### **4.1 Il software commerciale “Limitstate Ring 2.0”**

Sviluppato presso l’università di Sheffield, il programma è dedicato alla valutazione della capacità portante ultima di ponti ad arco in muratura ad una o molteplici arcate. La struttura viene risolta attraverso un’analisi limite “cinematica” sulla base delle ipotesi proposte da Heyman individuando così, per la particolare condizione di carico, il meccanismo di collasso critico e il moltiplicatore di carico ad esso associato. Il programma consente esclusivamente un’analisi bidimensionale lungo una generica sezione longitudinale dell’opera e modella esplicitamente gli elementi costituenti la muratura, a tutti gli effetti il ponte ad arco è rappresentato come un insieme di blocchi. Tali blocchi sono considerati rigidi e separati da superfici di contatto ove è concesso lo scivolamento, la separazione e la rotazione fra i blocchi (Figura 4.1-2).

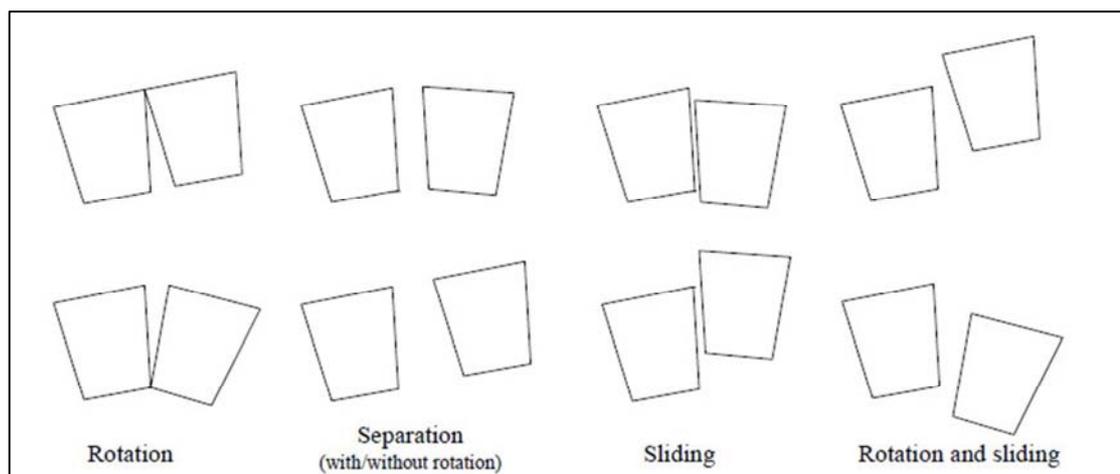


Fig. 4.1 – Movimenti concessi fra i blocchi [Gilbert 2007]

È possibile inserire un limite alla resistenza a compressione della muratura e considerare l'iterazione fra struttura e materiale di riempimento; quest'ultimo non è modellato esplicitamente, ma la sua presenza viene considerata andando a disperdere i carichi mobili dall'impalcato all'arco e fornendo un contributo di spinta passiva all'innesco del cinematismo.

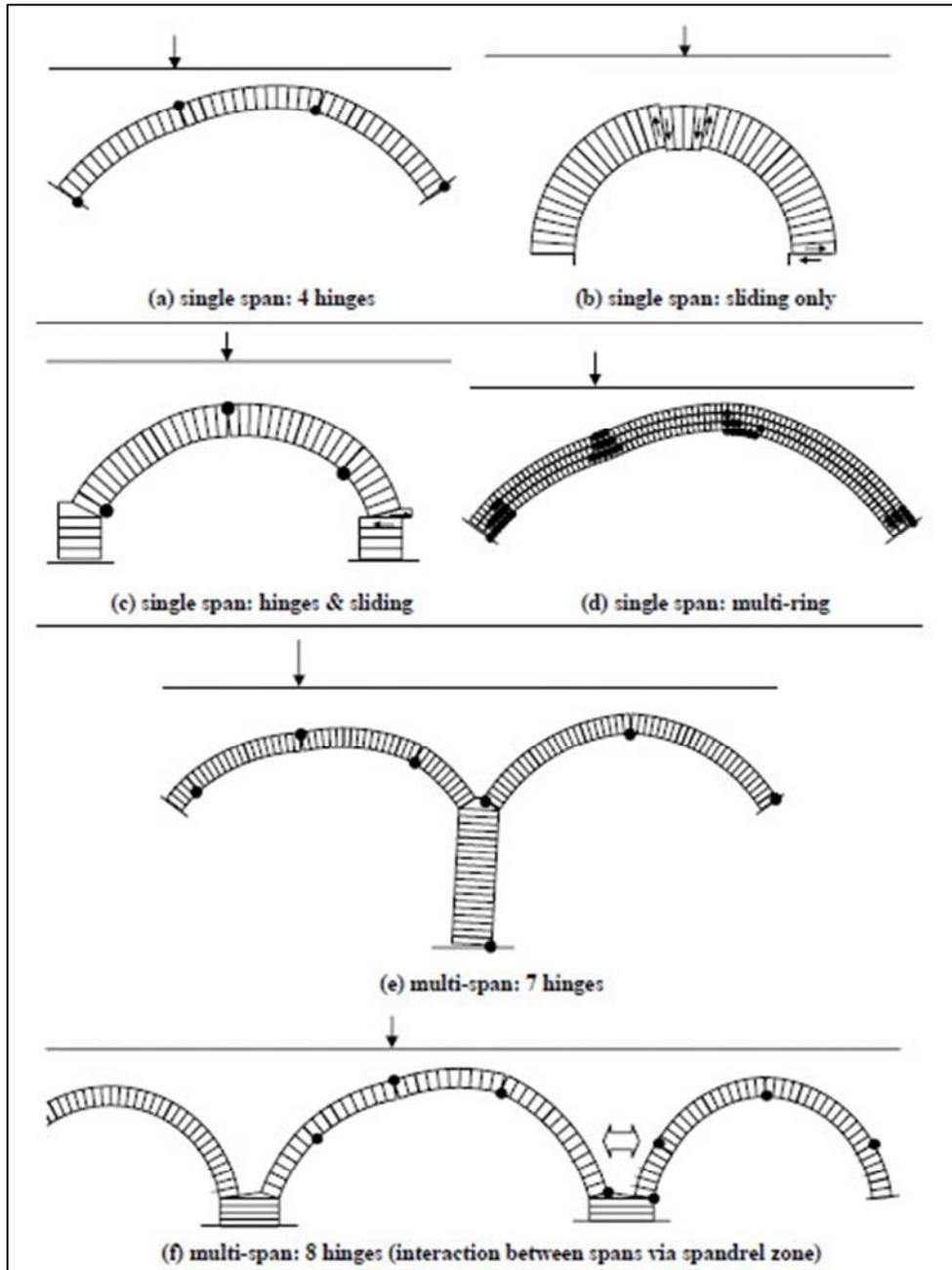


Fig. 4.2 – Cinematismi di collasso possibili per ponte a singola campata o a più campate [Gilbert 2007]

I parametri principali richiesti dal programma sono quindi:

- la geometria complessiva del ponte;
- il peso specifico della muratura e del riempimento;
- la resistenza a compressione della muratura;
- il coefficiente di attrito che si sviluppa sulle superfici di contatto fra i blocchi;
- angolo d'attrito e il valore di coesione per il materiale di riempimento;
- posizione e tipologia dei carichi variabili da traffico.

## **4.2 Il modello bidimensionale del ponte**

### **4.2.1 La geometria**

Il modello bidimensionale del ponte, come detto, corrisponde a una generica sezione longitudinale di cui in Figura 4.3 ne viene riportata una rappresentazione del modello implementato nel software ring 2.0.

Prima di procedere con le analisi si è fatta però una opportuna osservazione. Nel ponte sono, infatti, presenti 2 pile-spalle, tali elementi dividono staticamente e cinematicamente il ponte in 3 parti distinte (Tabella 4.1), a tutti gli effetti in 3 ponti distinti.

La geometria regolare delle pile e delle arcate rende poi queste tre parti molto simili le une alle altre, resta quindi possibile analizzare una singola sottostruttura per cogliere il comportamento complessivo del ponte.

<b>Parte iniziale</b>	<b>Parte centrale</b>	<b>Parte terminale</b>
Spalla Lato Bologna Arcate 1-2-3-4-5 Pila Spalla 1	Pila Spalla 1 Arcate 6-7-8-9-10 Pila Spalla 2	Pila Spalla 2 Arcate 11-12-13-14-15 Spalla Lato Milano

Tab. 4.1 – Divisione del ponte nelle tre parti ed elementi costituenti, la numerazione delle pile e delle arcate fa riferimento alla Figura 3

Si è scelto quindi di considerare come gruppo rappresentativo la “Parte centrale” compresa fra le due pile spalle; tale parte coincide con il letto di magra del fiume Reno Figura 4.4.

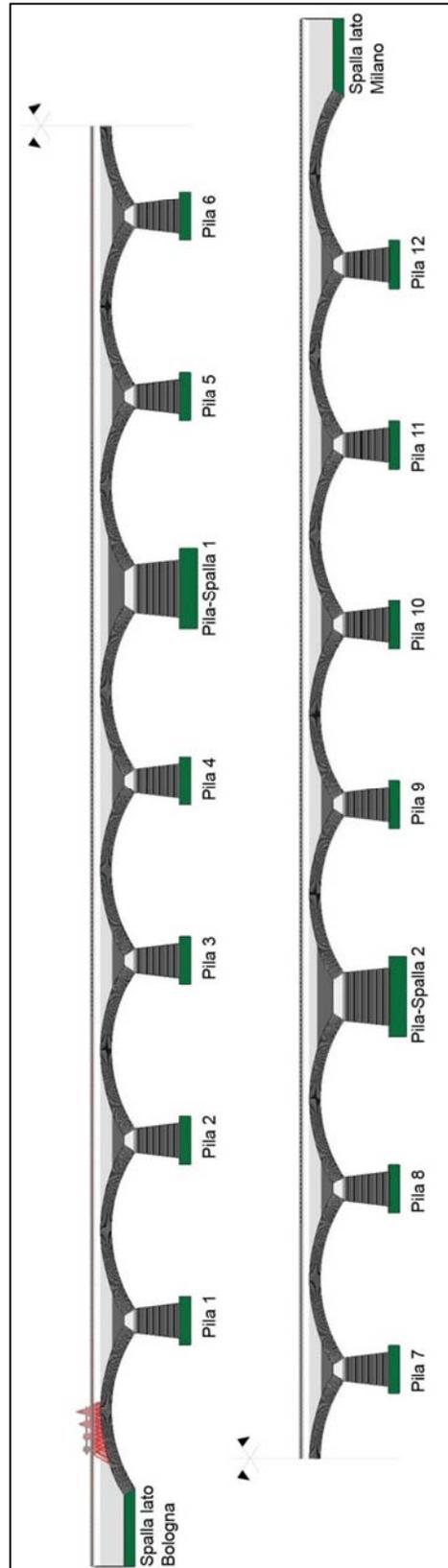


Fig. 4.3a – Modello bidimensionale del ponte con enumerazione progressiva delle spalle, delle pile, delle pile-spalle

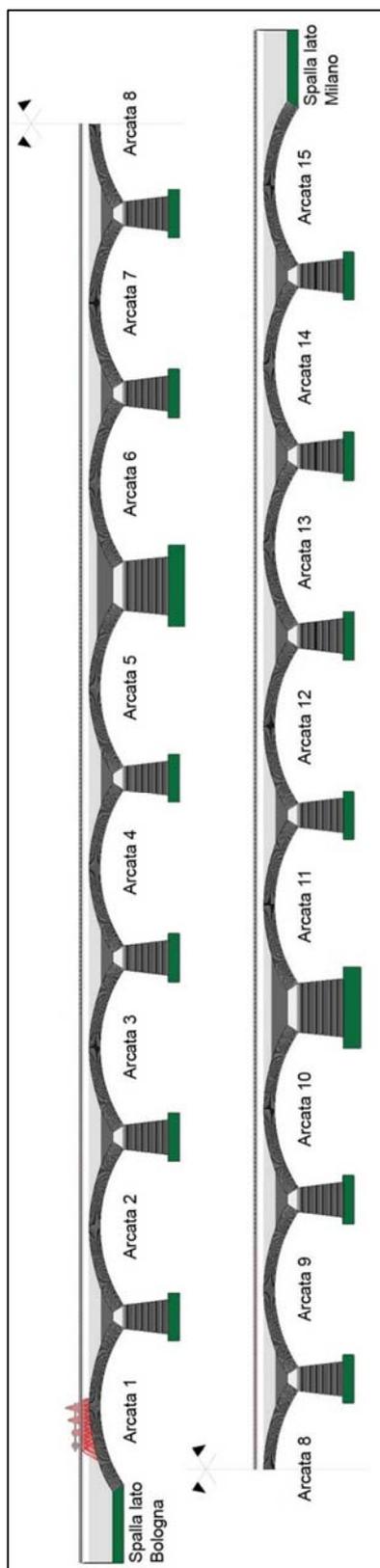


Fig. 4.3b – Modello bidimensionale del ponte con enumerazione progressiva delle arcate

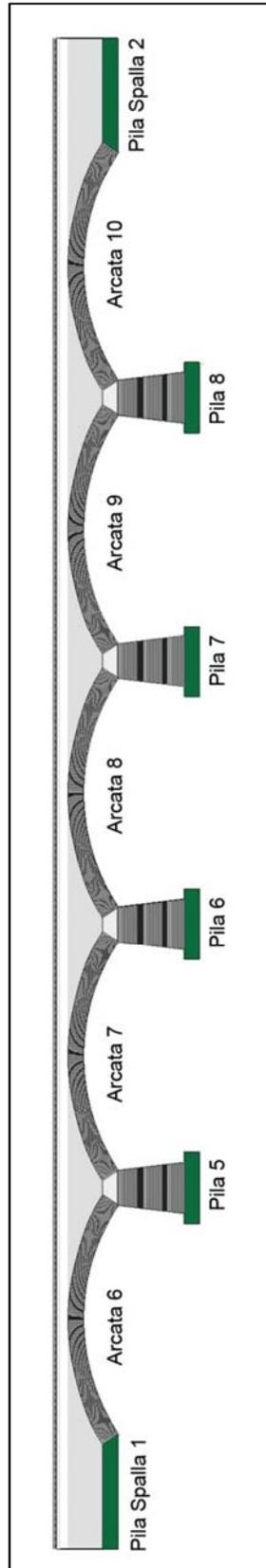


Fig. 4.4 – Modello bidimensionale della “Parte centrale” del ponte

Arcate e pile sono state inserite secondo le dimensioni geometriche ricavate dalle tavole storiche e tecniche a disposizione presso il LAMC, in particolare per le arcate oltre a definirne la forma è possibile scegliere anche la tipologia di arco in muratura che si sta modellando.

La scelta offerta dal software ricade fra 3 opzioni (Figura 4.5):

- arco costituito da pietre a taglio accostate a secco o con esiguo strato di malta (Stone voussoir);
- arco in muratura di mattoni e malta (Bonded brick);
- arco costituito da più ordini sovrapposti (Multiring debonded).

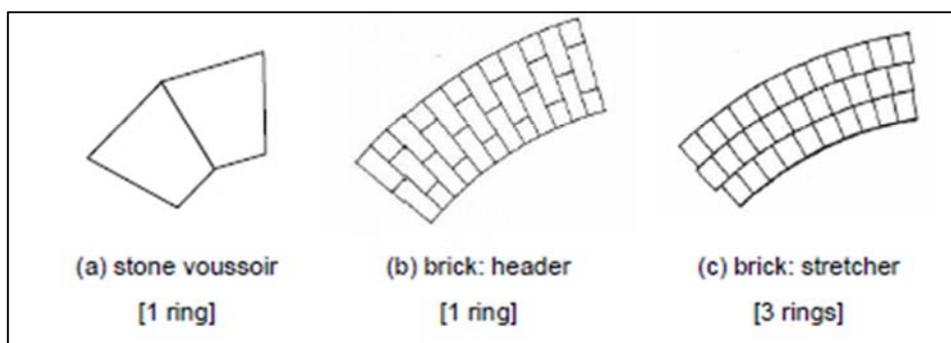


Fig. 4.5 – Tipologie di arco in muratura offerte dal software Ring 2.0

Le arcate sono state discretizzate con un numero di blocchi pari a 200, mentre le pile con un numero di blocchi pari a 50, è bene non eccedere nel numero di blocchi per non incrementare eccessivamente l'onere computazionale.

Gli appoggi delle pile, rappresentati ciascuno da un nodo con due gradi di libertà traslazionali e uno rotazionale, sono stati considerati fissi nessun cedimento è stato imposto all'atto dell'analisi.

Le pile-spalle sono anch'esse modellate con vincoli fissi e non sono rappresentate esplicitamente nel modello, così come invece accade per le pile. Tale scelta è stata effettuata in accordo con le raccomandazioni presenti all'interno del manuale del software [ Limitstate Ltd. , Theory and Modelling guide],infatti una modellazione esplicita coinvolgerebbe anche tali elementi nei meccanismi di collasso, ne conseguono risultati irrealistici (Figura 4.6).

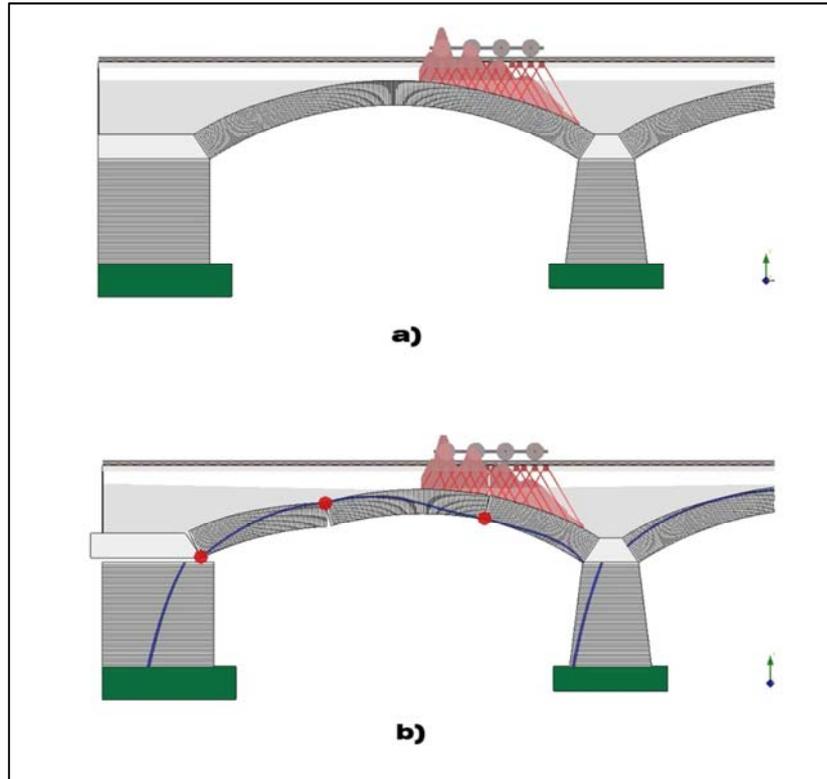


Fig. 4.6 – a) Modellazione esplicita della pila-spalla , b) conseguente cinematismo di collasso irrealistico

#### **4.2.2 I materiali: Il Riempimento**

Come precedentemente detto il materiale riempimento non viene modellato esplicitamente, ma la sua presenza viene considerata attraverso gli effetti sulla struttura ad arco.

Il materiale di riempimento infatti (Figura 4.7):

- disperde il carico applicato sul piano viario verso l'arco in muratura aumentando l'area di impronta;
- durante lo sviluppo del cinematismo di collasso applica sull'arco la spinta passiva.

Come dispersione del carico applicato sull'impalcato è stata scelta l'opzione di default presente nel software che prevede una dispersione secondo la legge di Boussinesq con angolo di cutoff pari a 30°. Tale scelta è comunque attuata e riscontrabile in letteratura come la più realistica [Limitstate Ltd. , Theory and

Modelling guide, Audenaert 2010]

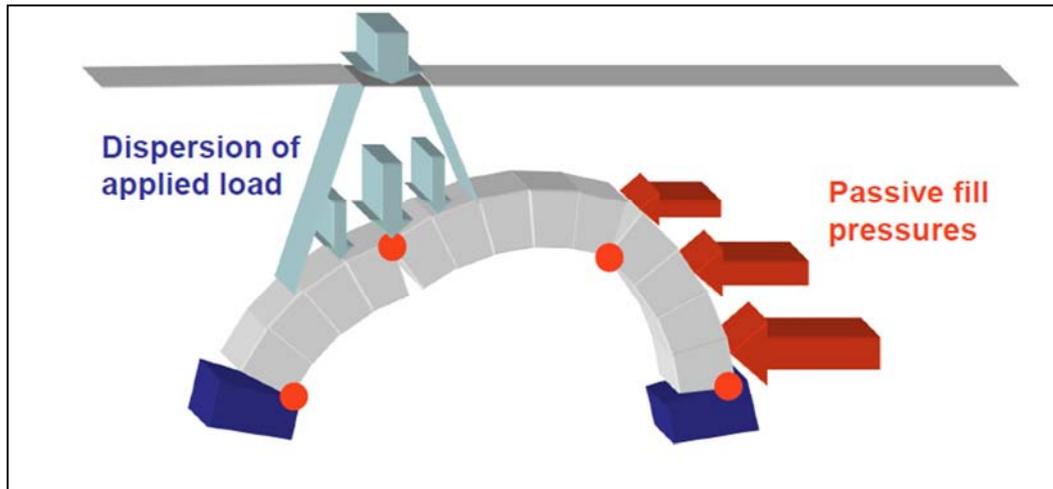


Fig. 4.7 – Interazione tra struttura e riempimento [Limitstate Ltd. , Theory and Modelling guide]

La spinta passiva viene applicata ai blocchi rigidi costituenti l'arco attraverso bielle monodimensionali reagenti solo a compressione ma non a trazione.

Tali elementi hanno una legge costitutiva rigido plastica (Figura 4.8), la forza si esplica al primo movimento che porta in compressione le bielle e la forza agente sul singolo blocco è data dalla seguente relazione:

$$F = \sigma_h(\phi, c) \cdot A_v \quad (4.1)$$

Dove:

- $\sigma_h(\phi, c)$  è la tensione orizzontale, funzione dell'angolo d'attrito e dalla coesione del riempimento. Tale viene calcolata dal software attraverso le formule classiche della geotecnica opportunamente modificate per tenere in considerazione della forma curvilinea dell'arco [Limitstate Ltd. , Theory and Modelling guide];
- $A_v$  è la proiezione lungo la verticale della superficie del blocco rigido.

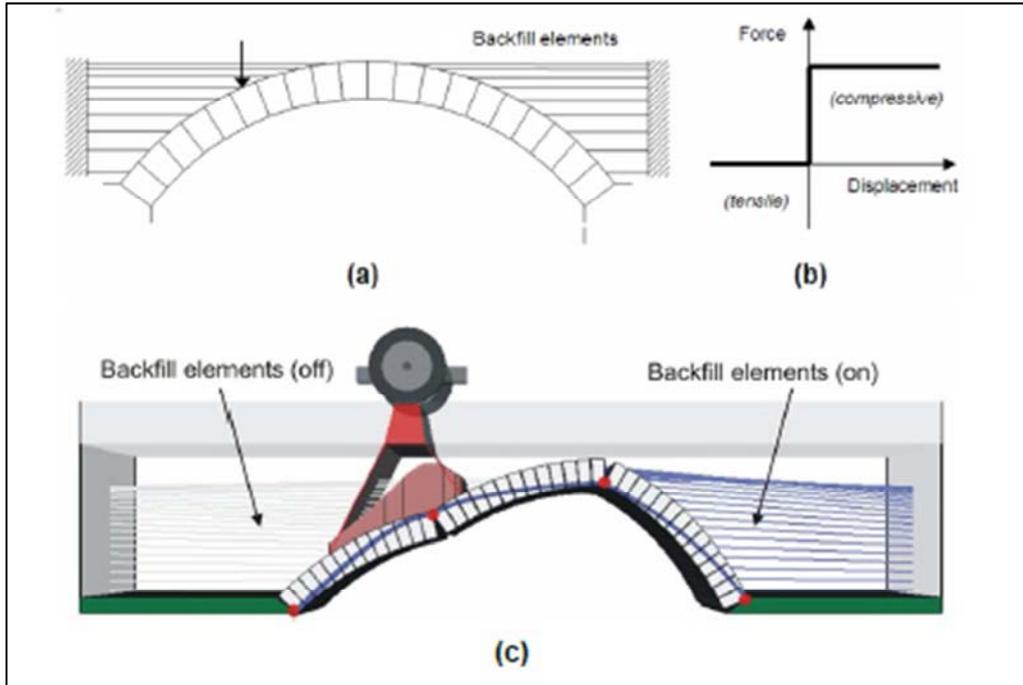


Fig. 4.8 – a) Disposizione delle bielle agenti sui singoli blocchi, b) legge costitutiva caratterizzante le bielle, c) le bielle reagiscono durante il cinematismo per sola compressione [Limitstate Ltd. , Theory and Modelling guide]

Non avendo diretta conoscenza del materiale che costituisce il riempimento del ponte, si è scelto, in accordo con le fonti storiche precedentemente citate, un materiale granulare dalle scarse caratteristiche meccaniche, le cui specifiche vengono di seguito riportate (Tabella 4.2).

	$\gamma_{fill}$	$\phi$	$c$
Riempimento	18 kN/m <sup>3</sup>	35°	10kPa

Tab. 4.2 – Caratteristiche meccaniche del materiale di riempimento

### **4.2.3 I materiali: La Muratura**

Il software permette di affinare l'ipotesi di Heyman andando a considerare un valore finito di resistenza a compressione della muratura. Ciò comporta che le “cerniere plastiche” non si svilupperanno più sulla superficie geometrica di confine dell'arco, bensì all'interno dello stesso individuando una zona rettangolare di stress block funzione della resistenza a compressione.

Come conseguenza il dominio d'interazione Momento/Sforzo Normale si riduce (Figura 4.9)

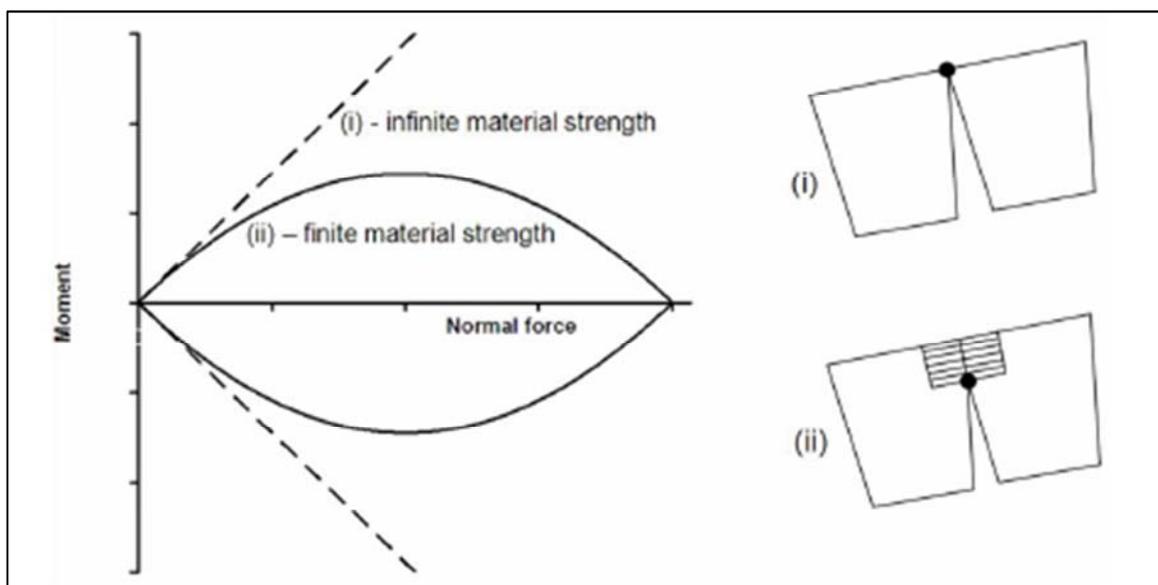


Fig. 4.9 – Dominio d'interazione M-N e posizione della “cerniera plastica” nel caso di i)infinita resistenza a compressione ii) finita resistenza a compressione

Le proprietà meccaniche della muratura sono state desunte dal DM 14/01/2008 Norme Tecniche per le costruzioni.

Nello specifico è stata considerata una resistenza caratteristica a compressione dei mattoni pari a  $15MPa$  ( $f_{bk} = 15MPa$ ) e una malta di classe M 2.5, con resistenza caratteristica a compressione di  $2,5MPa$  ( $f_{mk} = 2,5MPa$ ). Sfruttando le tabelle fornite da normativa (Tabella 1.3) si ricava una caratteristica della muratura pari a  $5MPa$  ( $f_k = 5MPa$ ).

Come coefficiente di attrito che si sviluppa fra le superficie di contatto fra i blocchi è stato lasciato il valore di default impostato dal software pari a  $\mu = 0,6$ .

Le caratteristiche della muratura utilizzata sono riassunte nella Tabella 4.3

	$\gamma_{mur}$	$f_k$	$\mu$
Muratura	$20kN/m^3$	$5MPa$	0,6

Tab. 4.3 – Caratteristiche meccaniche della muratura

**4.2.4 I carichi permanenti portati: Ballast e armamento ferroviario**

Il Ballast viene considerato in funzione del peso di volume e dell'angolo caratteristico di dispersione dei carichi agenti sulla traversina, tali valori sono stati scelti secondo normativa [DM 14/01/2008]. Lo spessore della massicciata è pari a 0,5m valore standard per linee principali.

	$\gamma_{ballast}$	$\theta$	Spessore
Ballast	18kN/m <sup>3</sup>	15°	0,5m

Tab. 4.4 – Caratteristiche del Ballast Ferroviario

Come armamento ferroviario sono state scelte traverse classiche in cemento armato precompresso con attacchi premontati di tipo elastico per rotaie UNI 60, tipico per linee ferroviarie principali.

Le caratteristiche principali vengono riportate in Tabella 4.5, come peso dell'armamento ferroviario per unità di superficie è stato preso quello di default proposto dal software.

	L (m)	B (m)	H (m)	Interasse s (m)
Traversa	2,6	0,26	0,15	0,60
Peso per unità di superficie dell'armamento ferroviario				2,4kN/m <sup>2</sup>

Tab. 4.5 – Principali caratteristiche dell'armamento ferroviario

**4.2.5 I carichi mobili**

A differenza delle strutture tradizionali, nei ponti, le azioni accidentali indotte dal transito dei veicoli ferroviari o stradali sull'impalcato, risultano essere tra le più onerose e per tanto devono essere calcolate in maniera appropriata. Le azioni variabili verticali sono definite per mezzo di modelli di carico prescritti dalla normativa vigente (DM 14/01/2008).

Il software Ring 2.0 implementa già al suo interno un'assortita raccolta di modelli di carico più comuni, da inserire nel modello, sia stradali che ferroviari. Quelli Ferroviari sono di seguito riportati in Figura 4.10-11.

Nelle analisi seguenti si utilizzerà il treno di carico LM71 che schematizza gli effetti statici prodotti dal traffico ferroviario ordinario.

Il carico distribuito presente alle estremità del treno tipo LM71 non è contemplato dal programma; secondo normativa [DM 14/01/2008] tale carico deve infatti *“segmentarsi al di sopra dell’opera andando a caricare solo quelle parti che forniscono un incremento del contributo ai fini della verifica dell’elemento per l’effetto considerato”*. La presenza di tale carico dovrà dunque essere esplicitata dall’utente anche se la sua onerosità per le strutture ad arco non è così certa [Limitstate Ltd., Theory and modelling guide]; il carico uniformemente distribuito rende infatti la struttura funicolare del carico centrando quindi lo sforzo normale sulla sezione generica, riducendone l’eccentricità e di conseguenza il momento flettente.

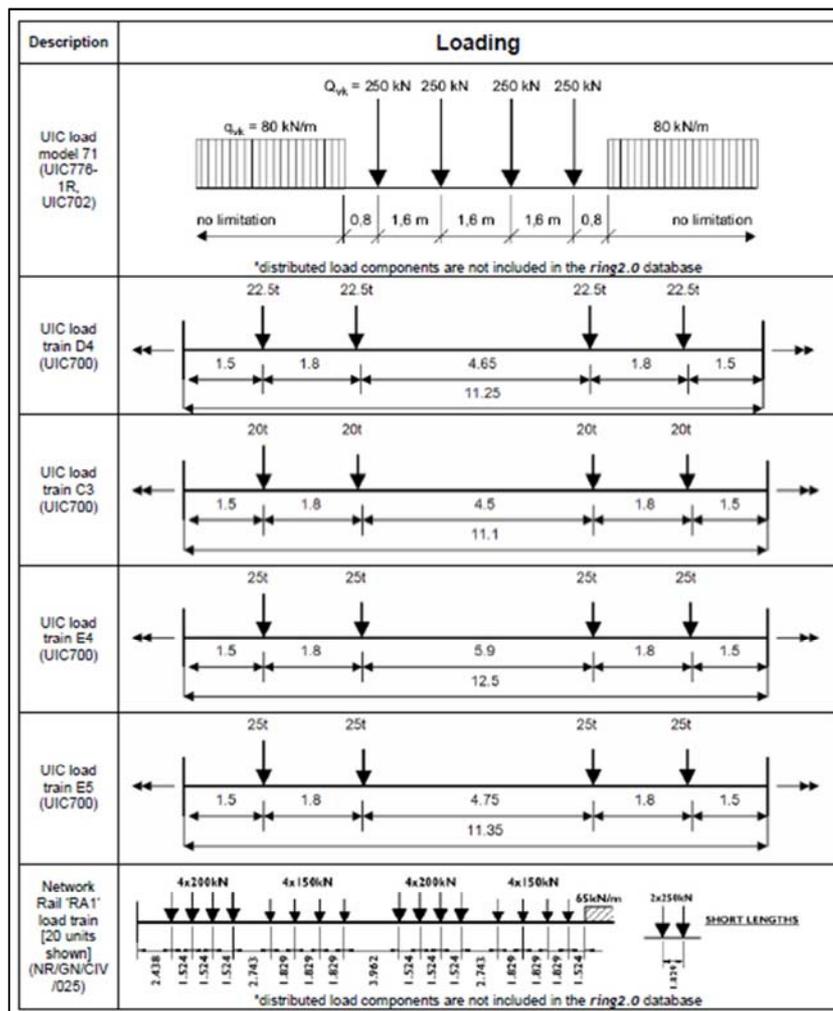


Fig. 4.10 – Schemi di carico ferroviario implementati nel Ring2.0

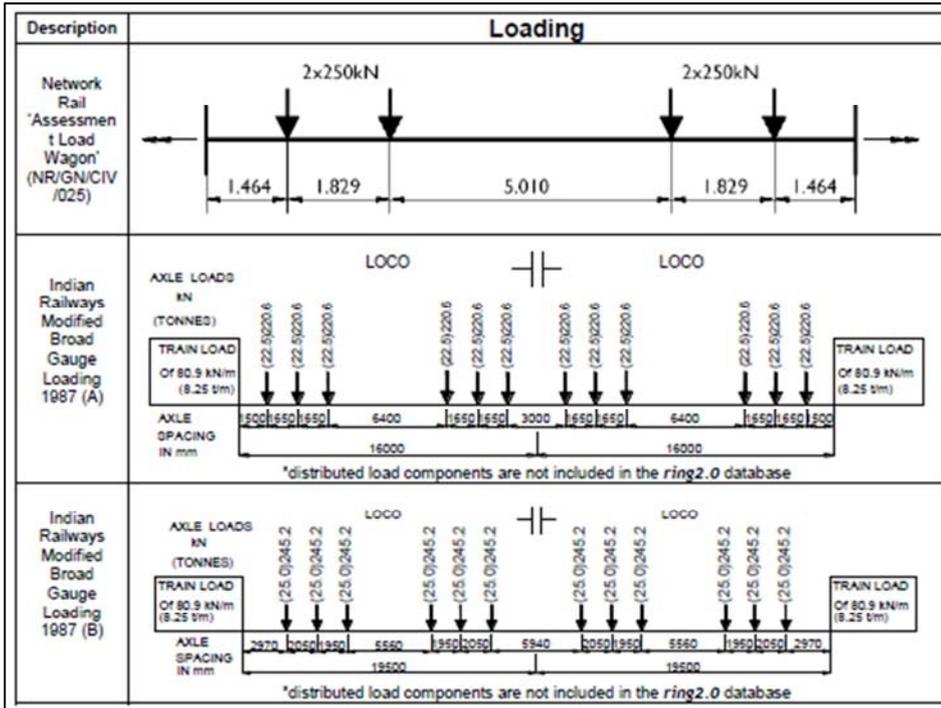


Fig. 4.11 – Schemi di carico ferroviario implementati nel Ring2.0

Questo risulta a sfavore di sicurezza per tanto nelle successive analisi il treno di carico LM71 verrà considerato senza il carico uniformemente distribuito (Figura 4.12- 4.13). La distribuzione longitudinale dei carichi sulle traversine e nel ballast segue le prescrizioni poste da normativa [DM 14/01/2008].

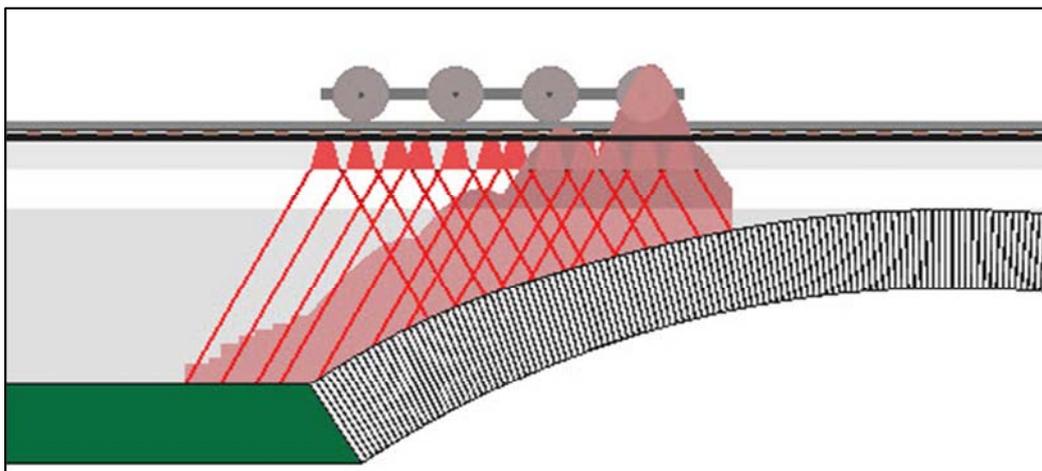


Fig. 3.12 – Vista frontale del treno di carico LM71

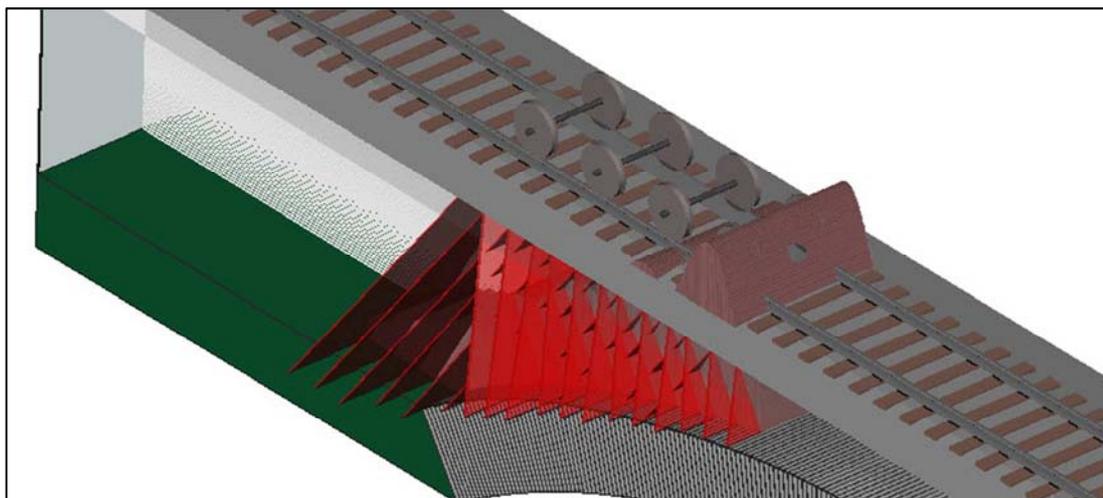


Fig. 4.13 – Vista 3D del treno di carico LM71

#### **4.3 L'analisi limite cinematica sul modello bidimensionale**

Definito il modello del ponte e il treno di carico LM71, tale è stato fatto transitare sull'impalcato ricercando la condizione più gravosa per la struttura. Il treno di carico è stato a tutti gli effetti collocato in posizioni ritenute significative per la struttura ad arco. Per ogni posizione il software provvede al calcolo del cinematismo di collasso e del moltiplicatore di carico. La situazione più gravosa corrisponderà al minimo moltiplicatore di collasso e al corrispondente cinematismo associato.

Di seguito vengono rappresentate le posizioni significative ove è stato applicato il carico, per il singolo arco Figura 4.14 e per l'intero modello Figura 4.15

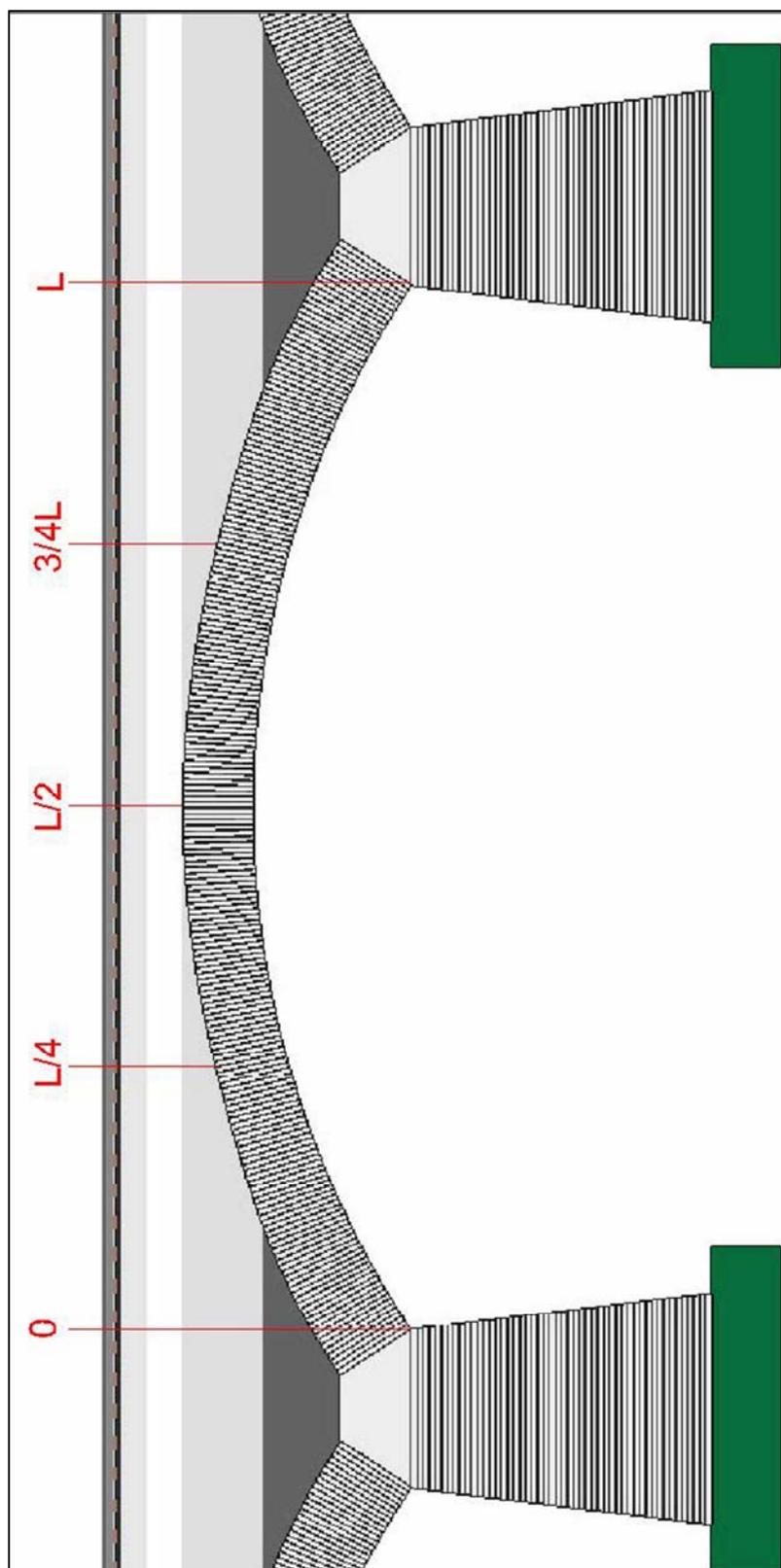


Fig. 4.14 – Posizioni di applicazione del treno di carico per il singolo arco

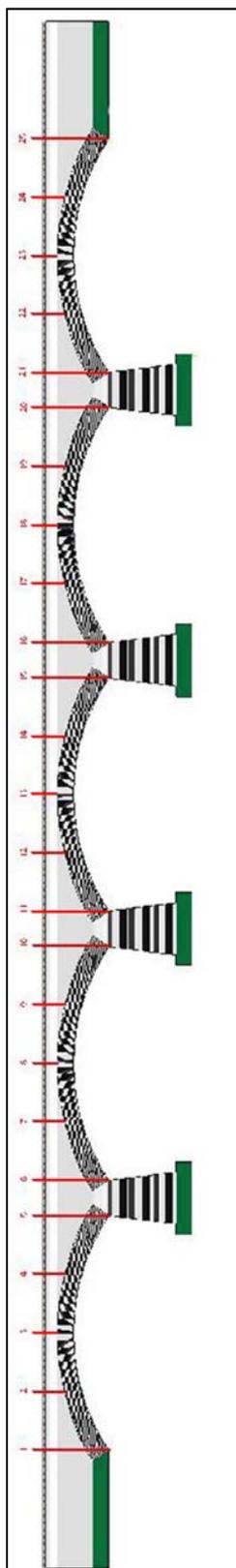


Fig. 4.15 – Posizioni di applicazione del treno di carico per l'intero modello

In Tabella 4.6 sono riportate le posizioni con le relative progressive in relazione alla spalla lato Bologna

Posizione	Progressiva (118,2 m +)
1	0m
2	5m
3	10m
4	15m
5	20m
6	23m
7	28m
8	33m
9	38m
10	43m
11	46m
12	51m
13	56m
14	61m
15	66m
16	69m
17	74m
18	79m
19	84m
20	89m
21	92m
22	97m
23	102m
24	107m
25	112m

Tab. 4.6 – Progressive sull'impalcato del ponte, delle posizioni ove è viene applicato il treno di carico.

in riferimento alla classificazione delle arcate riportata in Tabella 4.1, e alla posizione di applicazione del carico riportata in Tabella 4.6, l'analisi attraverso il software Ring 2.0 ha manifestato come il meccanismo di collasso più critico si verifichi nell'arcata 7, coinvolgendo l'arcata 6 e la pila 5; la posizione più critica coincide con la posizione n°8.

Il moltiplicatore di carico associato al cinematismo è pari a:

$$\lambda = 7,31244 \quad (4.2)$$

Il meccanismo di collasso critico identificato dal software è un meccanismo di collasso che usualmente si verifica nei ponti ad arco a più arcate [Brencich et al. 2001], il meccanismo infatti non si limita all'arcata ove il carico è predisposto ma coinvolge anche quelle adiacenti attraverso il movimento rotatorio della pila.

Il software ci consente di identificare facilmente la posizione della linea delle pressioni, la quale è tracciata sulla struttura attraverso una linea azzurra, mentre le zone ove si innescano le cerniere plastiche vengono identificate con semplice ed efficace cerchio rosso.

Per l'arcata 7 le cerniere si dispongono:

- in chiave direttamente sotto il carico;
- a 3/4 della luce circa;
- e all'imposta in prossimità della pila 5 dove si sviluppano in numero elevato.

L'arcata tende ad abbassarsi rispetto alla posizione originale.

Per l'arcata 6 le cerniere si dispongono alterne interne:

- in chiave;
- e alle imposte.

L'arcata tende a innalzarsi rispetto alla posizione originale. Per la pila 5 la cerniera si innesci alla base della pila con un movimento rotatorio antiorario.

In accordo con le equazioni della cinematica si calcolano poi i movimenti della struttura (Figura 4.16):

$$2\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + f^2} = 2\sqrt{\left(\frac{L}{2} + \frac{\alpha h_p}{2}\right)^2 + ((f - \delta))^2} \quad (4.3)$$

$$\alpha \left(\frac{L h_p}{2} + \frac{\alpha h_p^2}{4}\right) = \delta(2f - \delta) \quad (4.4)$$

La sezione in chiave per l'arcata 7 subisce a collasso un abbassamento pari:

$$y = -1643,01mm \quad (4.5)$$

La sezione in chiave per l'arcata 6 subisce a collasso un innalzamento pari:

$$y = 1977,12mm \quad (4.6)$$

La rotazione alla base della pila 5 è pari a:

$$\alpha = 0,126028rad \quad (4.7)$$

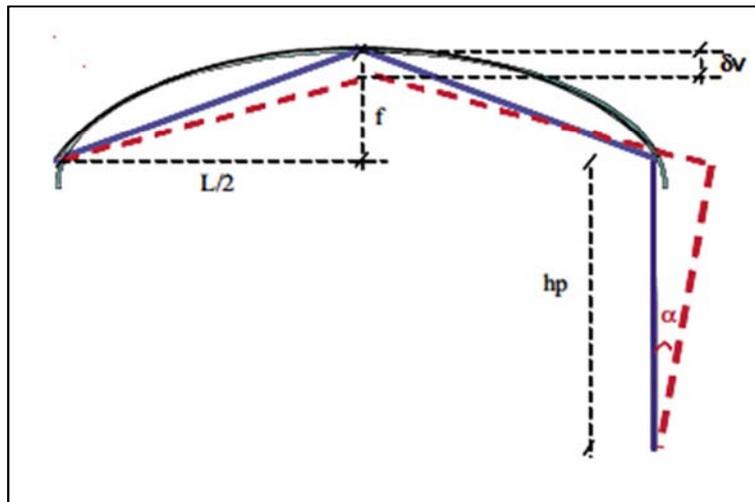


Figura 4.16 – Cinematismo di pila e arcata [Delgado et al. 2007]

La sezione in chiave per l'arcata 6 subisce un innalzamento di quota notevole a collasso, il valore individuato dal software (4.6) è opportuno considerarlo quindi come valore tendenziale, ma non realistico. Come precedentemente detto il riempimento non viene modellato esplicitamente ma in maniera semplificata, viene meno il reale confinamento del terreno indotto sull'arcata la quale avrà quindi libertà di movimento maggiore durante il cinematismo. Oltretutto è trascurata la presenza degli altri elementi costituenti il ponte, timpani soprattutto. Inoltre un innalzamento di tale valore richiederebbe un accorciamento notevole e non credibile nella luce dell'arcata.

Si è voluto poi plottare in relazione alla posizione del carico sull'impalcato il valore del moltiplicatore a collasso per ciascuna posizione individuando il grafico in Tabella 4.7

Tale grafico ci permette di identificare subito le posizioni ove la posizione del carico risulta più gravosa per la struttura, tali coincidono con le posizioni in chiave per le arcate 7-8-9, ove si registrano i moltiplicatori di collasso più bassi come riportati in Tabella 4.8

	Posizione del carico	Moltiplicatore a collasso $\lambda$
Arcata 7	8	7,31244
Arcata 8	13	7,99853
Arcata 9	18	7,31274

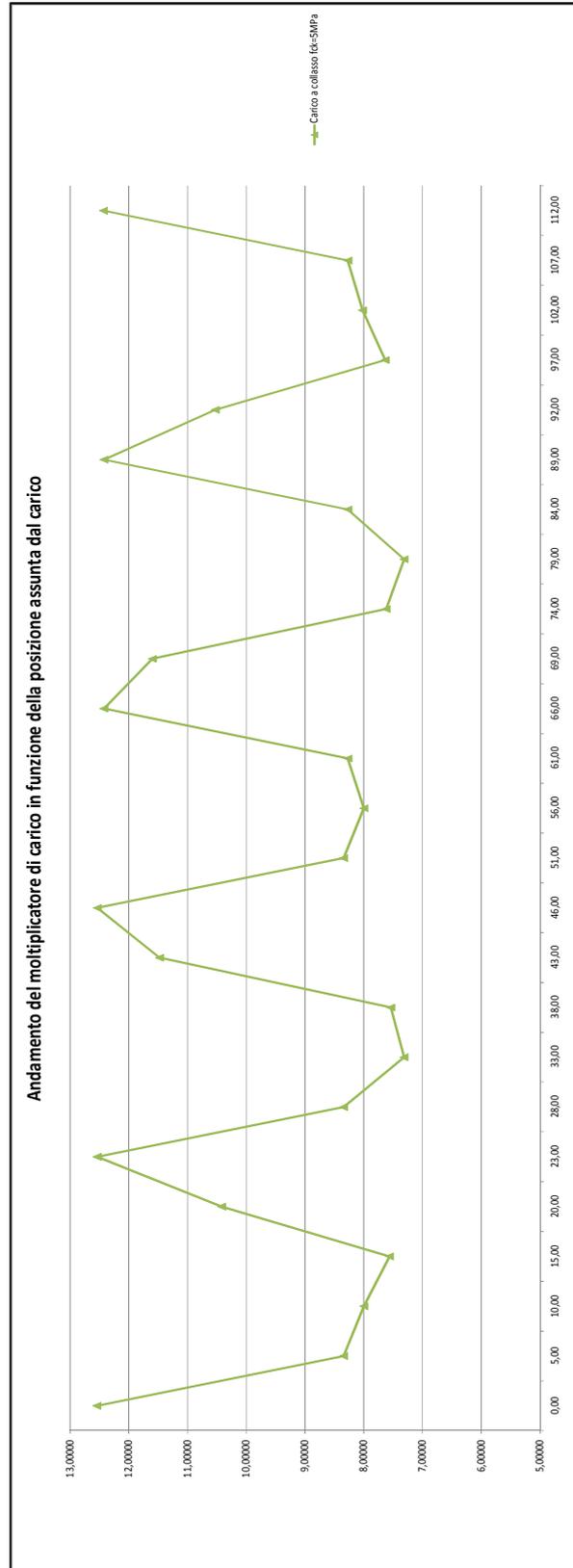
Tab. 4.8 – Valori del moltiplicatore a collasso per le posizioni più gravose per le arcate 7-8-9

Si nota come i valori del moltiplicatore a collasso siano minori nelle zone centrali delle arcate in particolare in una fascia compresa fra  $L/4 < x < 3/4L$  dove con L si indica la luce dell'arco. Tale risultato è tipico per ponti in muratura a molteplici arcate ed è concorde con i risultati riscontrabili in letteratura [Brencich et al., 2001].

Per le arcate laterali il moltiplicatore di carico minimo si verifica in posizione eccentrica, valore e posizione sono influenzati dalla presenza dei vincoli laterali fissi offerti dalle pile spalle (Tabella 4.9).

	Posizione del carico	Moltiplicatore a collasso $\lambda$
Arcata 6	4	7,56094
Arcata 10	22	7,63645

Tab. 4.9 – Valori del moltiplicatore a collasso per le posizioni più gravose per le arcate 6-10



Tab. 4.7 – Andamento del moltiplicatore di carico a collasso in funzione della posizione.

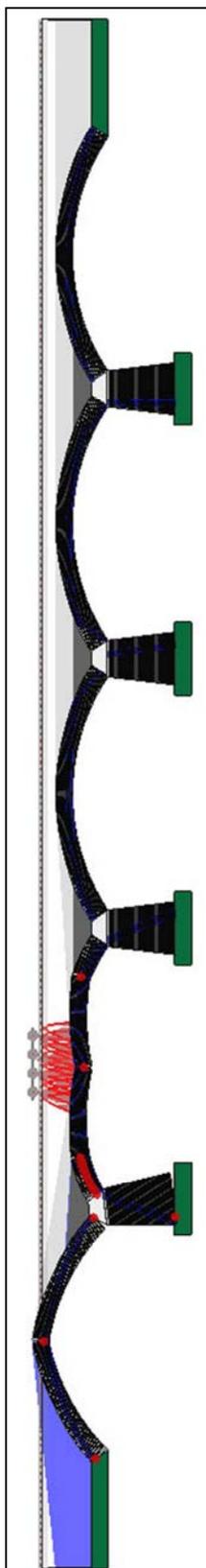


Figura 4.17 – Vista complessiva del ponte durante il cinematismo di collasso,  
posizione 8,  $\lambda = 7,31244$

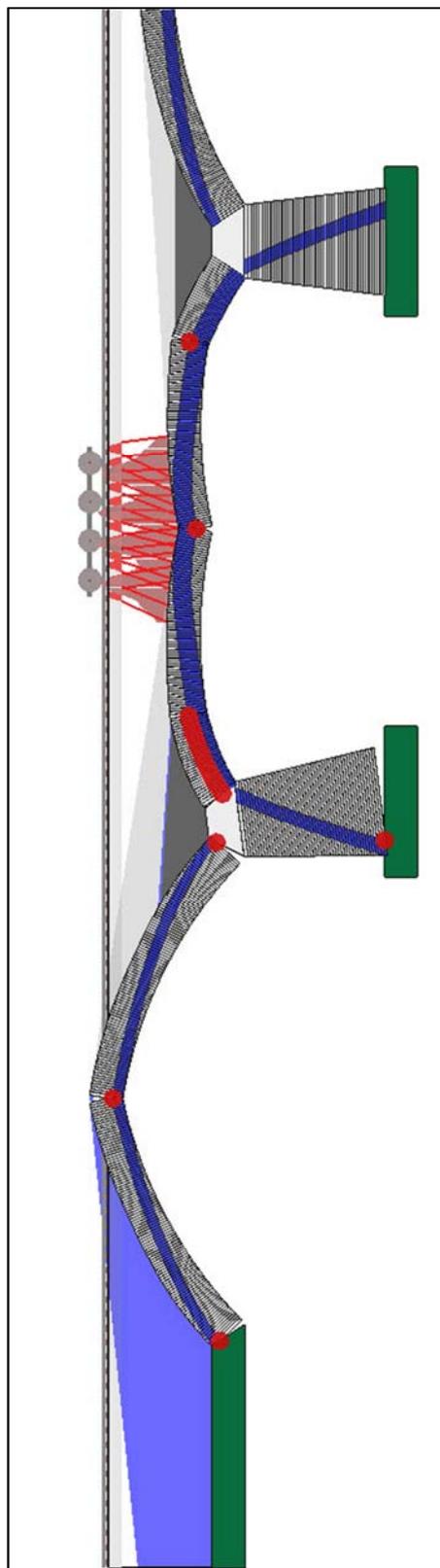


Figura 4.18 – Vista di dettaglio del cinematismo di collasso, posizione 8,

$$\lambda = 7,31244$$

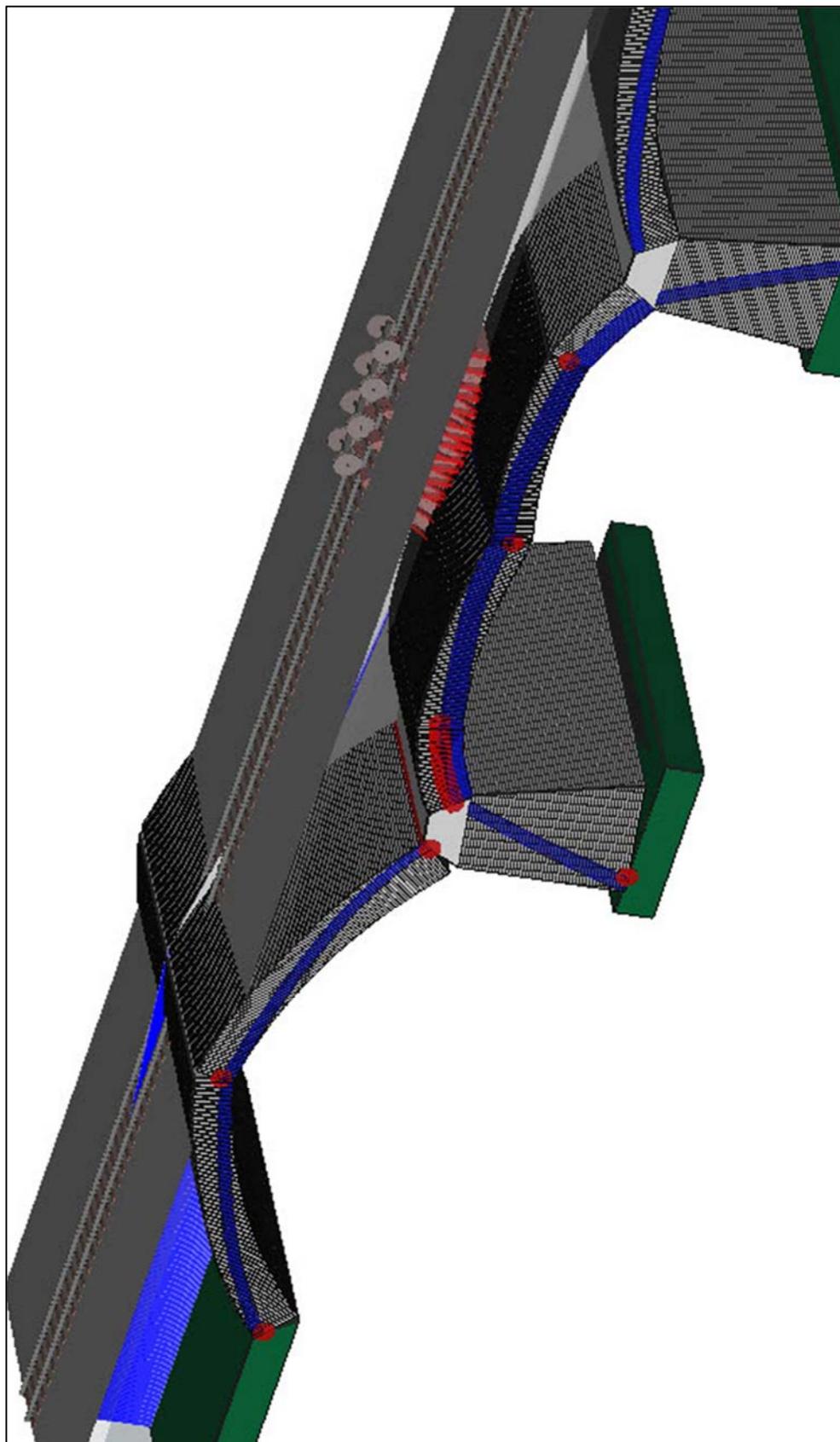


Figura 4.19 – Vista 3D del cinematismo di collasso, posizione 8,  $\lambda = 7,31244$

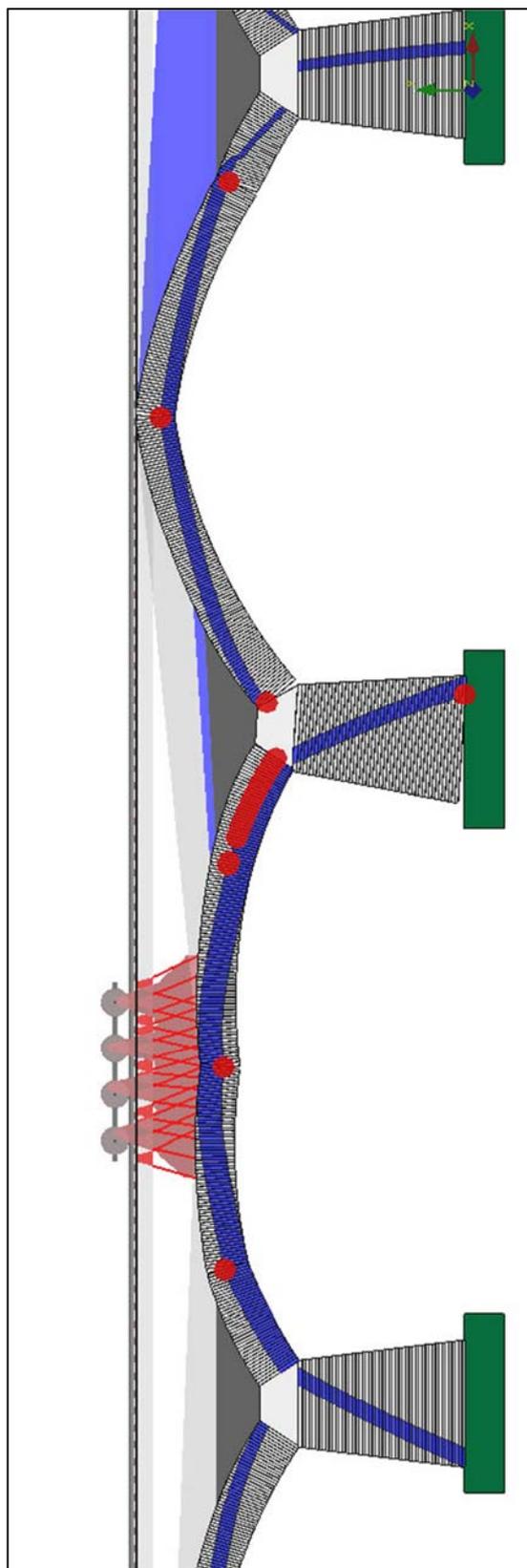


Figura 4.20 – Vista di dettaglio del cinematismo di collasso, posizione 13,

$$\lambda = 7,99853$$

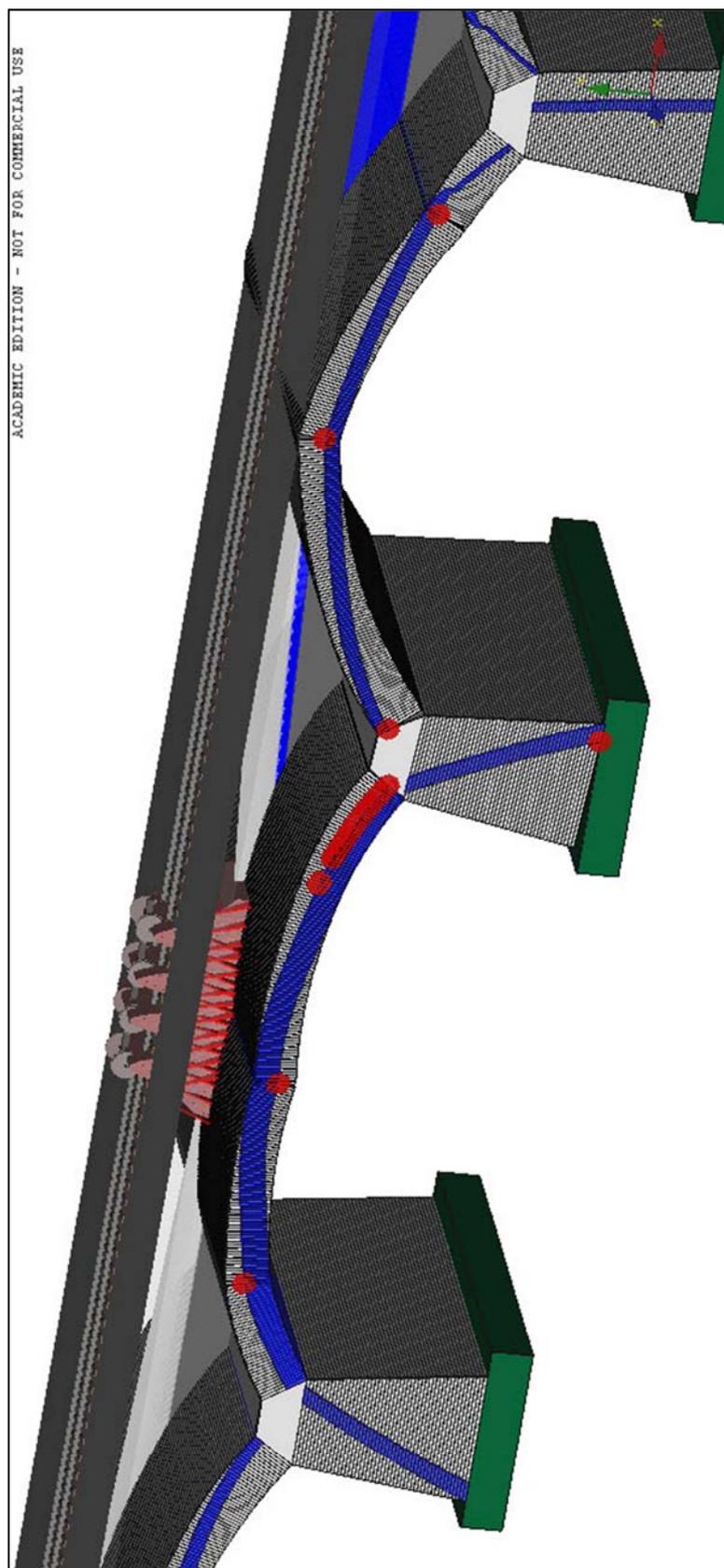


Figura 4.21 – Vista 3D del cinematismo di collasso, posizione 13,  $\lambda = 7,99853$

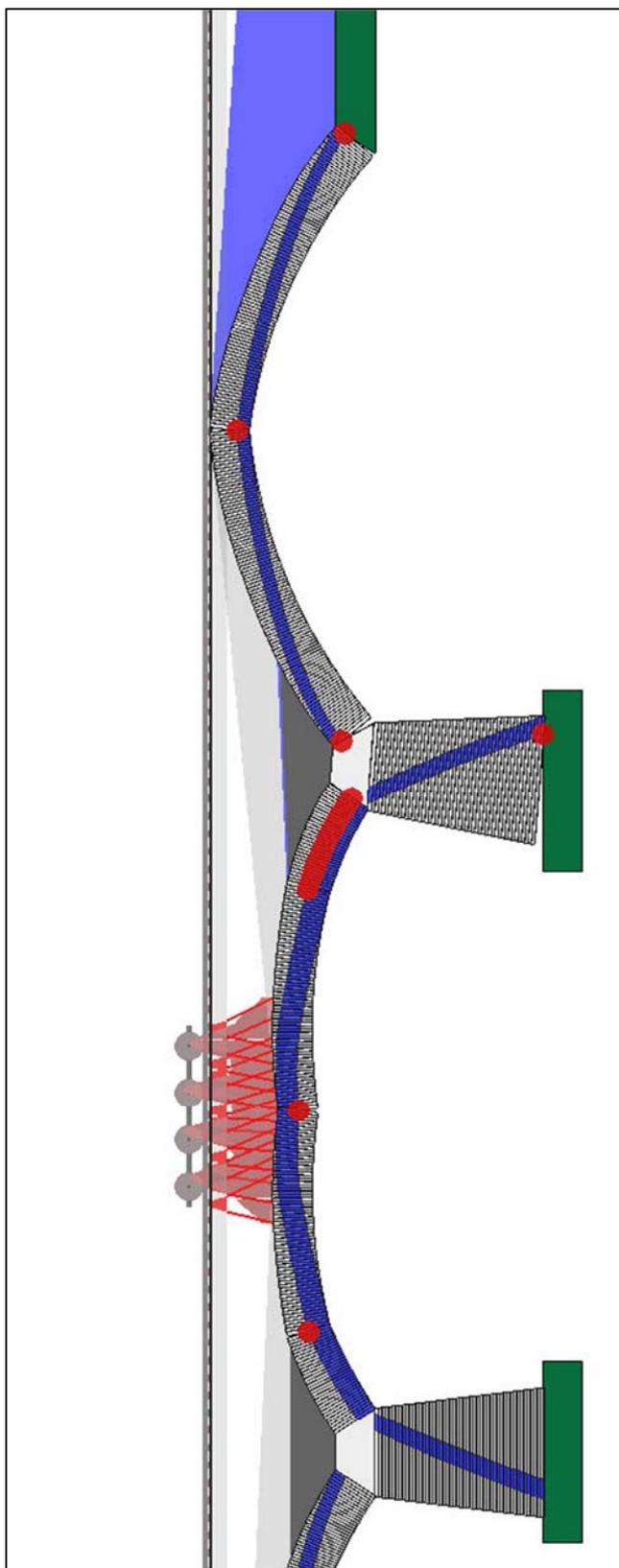


Figura 4.22 – Vista di dettaglio del cinematismo di collasso, posizione 18,

$$\lambda = 7,31274$$

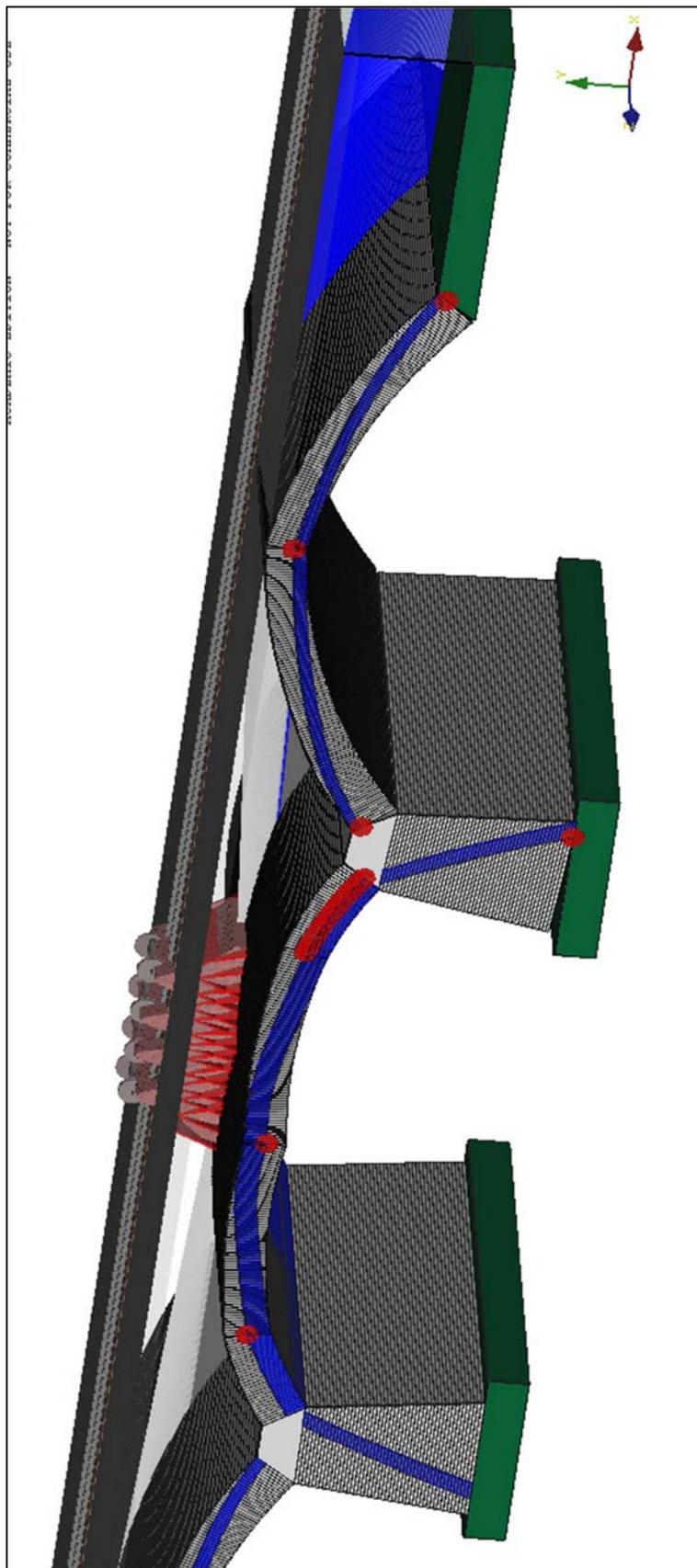


Figura 4.23 – Vista 3D del cinematismo di collasso, posizione 18,  $\lambda = 7,31274$

### 4.3.1 Verifica agli stati limite ultimi

Il software consente di poter introdurre durante l'analisi limite dei coefficienti di parzializzazione per i carichi permanenti e accidentali in gioco. Si è scelto quindi di attuare un'analisi sfruttando questa possibilità, come riportato all'interno del manuale del software [Limitstate Ltd., Theory and modelling guide], è bene sottolineare come il moltiplicatore di carico che uscirà da tale analisi non sia da intendersi come fattore a collasso bensì come un fattore di sicurezza, se tale fattore risulta maggiore di 1 la struttura è sicura.

Nello specifico, i coefficienti che è possibile introdurre vengono riportati in Figura 4.24.

Description	Symbol
Partial factor for permanent load, masonry	$\gamma_{t,m}$
Partial factor for permanent load, fill	$\gamma_{t,f}$
Partial factor for permanent load, surface fill / ballast	$\gamma_{t,sf}$
Partial factor for permanent load, track	$\gamma_{t,t}$
Partial factor for axle load	$\gamma_{t,l}$
Partial factor for dynamic load	$\gamma_{t,dyn}$
Partial factor for material (masonry strength)	$\gamma_{m,ms}$
Partial factor for material (masonry friction)	$\gamma_{m,mf}$

Figura 4.24 – Coefficienti di parzializzazione dei carichi implementati nel software Ring 2.0

I valori utilizzati nell'analisi sono stati scelti in accordo con la normativa italiana vigente DM 14/01/2008 che prevede per i ponti:

- $\gamma_{G1} = 1,35$  per i carichi permanenti strutturali;
- $\gamma_{G2} = 1,5$  per i carichi permanenti non strutturali;
- $\gamma_{Qi} = 1,35$  per i carichi variabili da traffico.

Per quanto riguarda i coefficienti riguardanti la resistenza materiale, sempre in riferimento alle prescrizioni presenti in normativa, per la muratura si è scelto di utilizzare:

- $\gamma_m = 2,5$

Tale valore corrisponde ad una muratura con elementi di categoria II, ogni tipo di malta, in classe di esecuzione 1.

L'analisi ha riportato come fattore di sicurezza minimo in funzione della posizione del carico il valore:

$$\lambda = 1,45001 \quad (4.8)$$

Il valore è maggiore dell'unità e come precedentemente espresso questo risultato va inteso come verifica della sicurezza della struttura esistente portata a termine con successo.

#### **4.4 Il modello tridimensionale del ponte**

Basandosi sulle misure rilevate dalle tavole storico-tecniche del ponte, è stato creato attraverso Rhinoceros 4.0 il modello geometrico tridimensionale del ponte (Figura 4.25), si è scelto di rappresentare solo la "Parte Centrale" del ponte come precedentemente motivato.

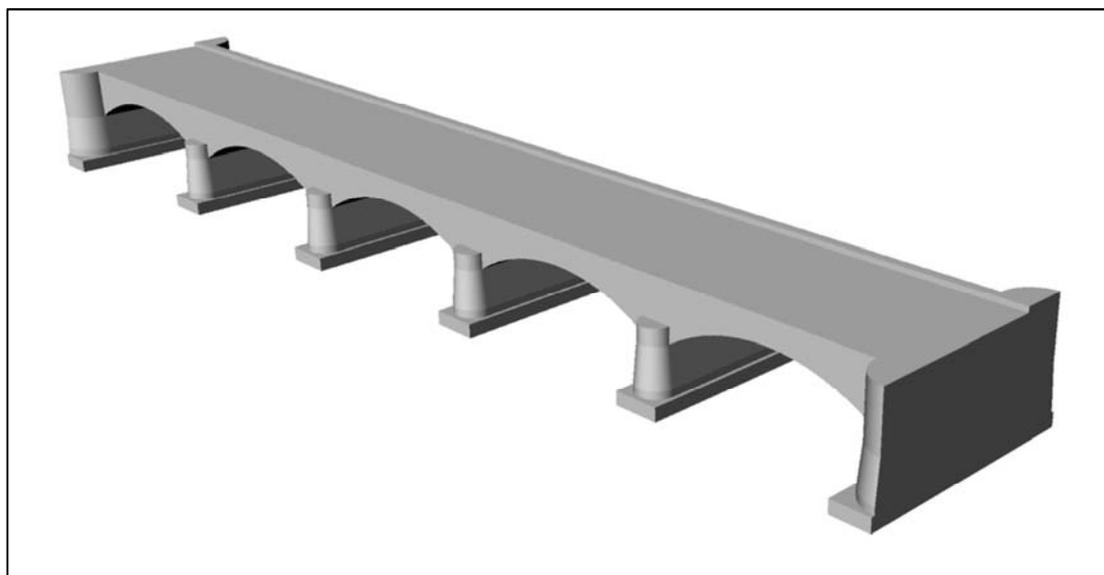


Fig. 4.25 – Modello geometrico 3D del ponte

La modellazione tridimensionale è stata effettuata con il software agli elementi finiti Abaqus 6.9.1. Come unità di misura delle grandezze in gioco si è deciso di utilizzare il Sistema Internazionale (SI), proprio dell'ambito scientifico (Tabella 4.10)

Quantity	SI	SI (mm)	US Unit (ft)	US Unit (inch)
Length	m	mm	ft	in
Force	N	N	lbf	lbf
Mass	kg	tonne (10 <sup>3</sup> kg)	slug	lbf s <sup>2</sup> /in
Time	s	s	s	s
Stress	Pa (N/m <sup>2</sup> )	MPa (N/mm <sup>2</sup> )	lbf/ft <sup>2</sup>	psi (lbf/in <sup>2</sup> )
Energy	J	mJ (10 <sup>-3</sup> J)	ft lbf	in lbf
Density	kg/m <sup>3</sup>	tonne/mm <sup>3</sup>	slug/ft <sup>3</sup>	lbf s <sup>2</sup> /in <sup>4</sup>

Tab. 4.10 – Unità consistenti

Le caratteristiche meccaniche dei materiali sono riportate di seguito (Tabella 4.11), tali sono in accordo con il modello bidimensionale implementato precedentemente.

	<i>E (MPa)</i>	<i>ν</i>	<i>ρ (Kg/m<sup>3</sup>)</i>
Muratura il laterizio	3000	0,25	2000
Muratura a sacco	1500	0,25	1900
Rinfianco	3000	0,25	1800
Riempimento	300	0,3	1800
Cordolo in calcestruzzo	30960	0,2	2400

Tab 4.11 – Caratteristiche meccaniche dei materiali

Nelle figure seguenti (Figura 4.26-27-28) è rappresentata la geometria del modello FEM. Il modello è costituito da 92958 nodi e 85746 elementi di cui:

- 3592 elementi Tetra4;
- 7940 elementi Penta6;
- 74214 elementi Hex8.

Gli elementi considerati sono del primo ordine e possiedono funzioni di forma lineari.

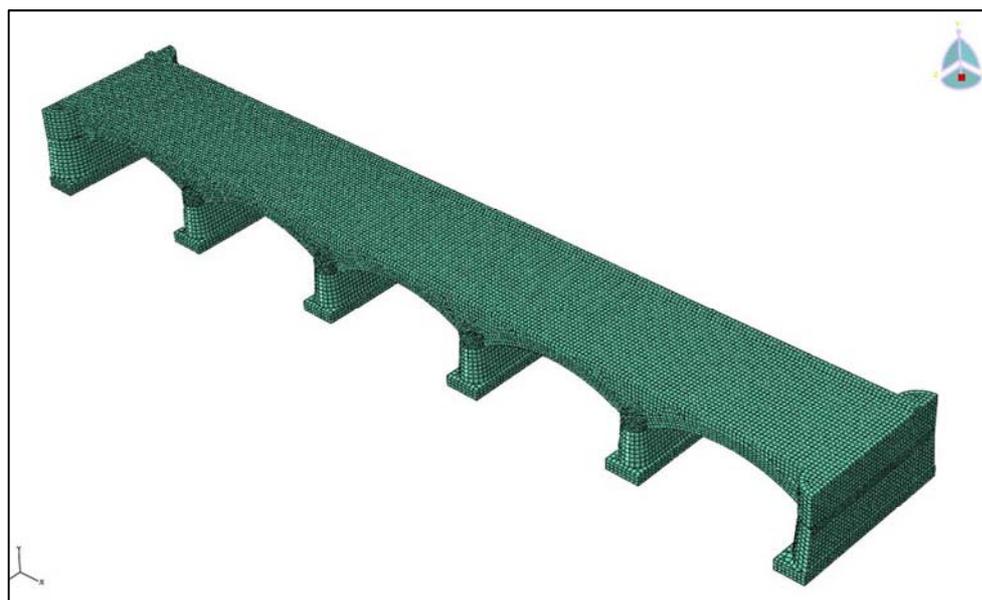


Fig. 4.26 – Modello tridimensionale in Abaqus: vista prospettica

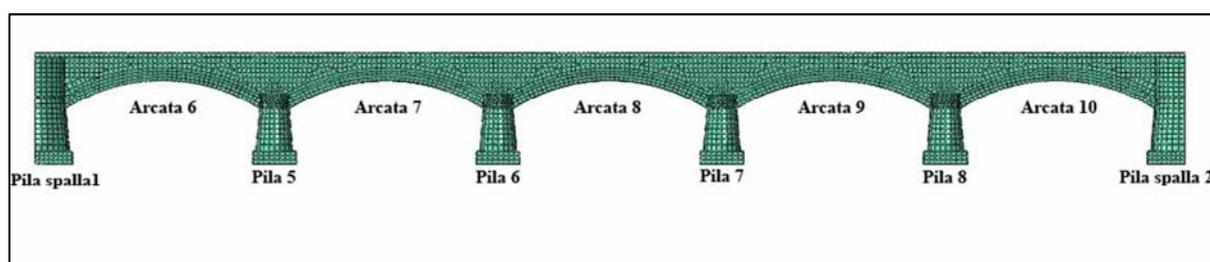


Fig. 4.27 – Modello tridimensionale in Abaqus: vista laterale con identificazione numerica degli elementi strutturali (coerente con il modello bidimensionale)

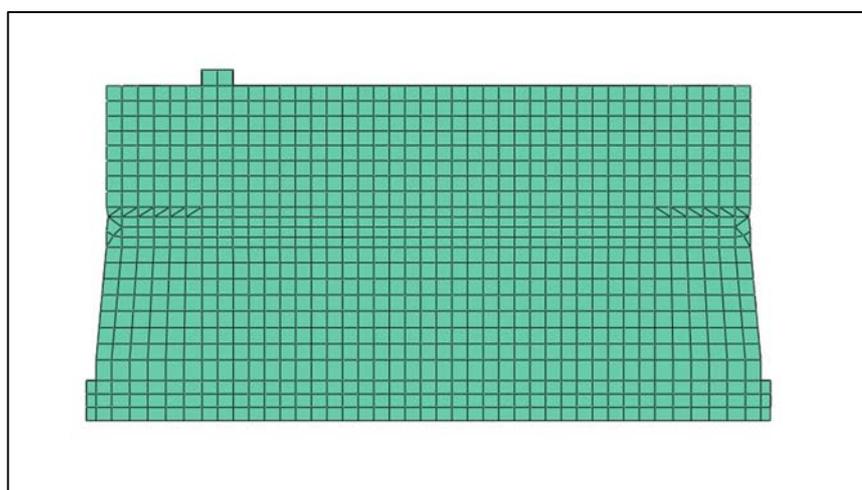


Fig. 4.28 – Modello tridimensionale in Abaqus: vista frontale

### **4.5 Analisi statica lineare**

Importato il modello in Abaqus e assegnati i materiali, come primo approccio si è scelto di procedere attraverso un'analisi statica lineare, per valutare entità e ordini di grandezza degli spostamenti e delle tensioni principali sulla struttura. Il ponte è soggetto ai carichi gravitazionali e ai carichi permanenti portati (Ballast e armamento ferroviario) agenti sull'impalcato e precedentemente stimati. Il vincolamento è stato effettuato con vincoli perfetti (incastri) disposti alla base delle pile e a tergo delle due pile spalle.

Nelle Figure 4.29-31-32 vengono riportati le mappe cromatiche in riferimento agli spostamenti nelle tre direzioni cartesiane X,Y,Z. Lo spostamento in direzione Y coincide con lo spostamento verticale della struttura. La Figura 4.30 rappresenta l'andamento degli spostamenti verticali nella sezione longitudinale di mezzeria del ponte. La deformata viene amplificata nella visualizzazione.

Nelle Figure 4.33-35-36 sono illustrate le mappe cromatiche le tensioni nelle tre direzioni principali rispettivamente lungo la direzione 11(X), 22(Y), 33(Z), la Figura 4.34 rappresenta l'andamento delle tensioni lungo la direzione 11 nella sezione longitudinale di mezzeria del ponte.

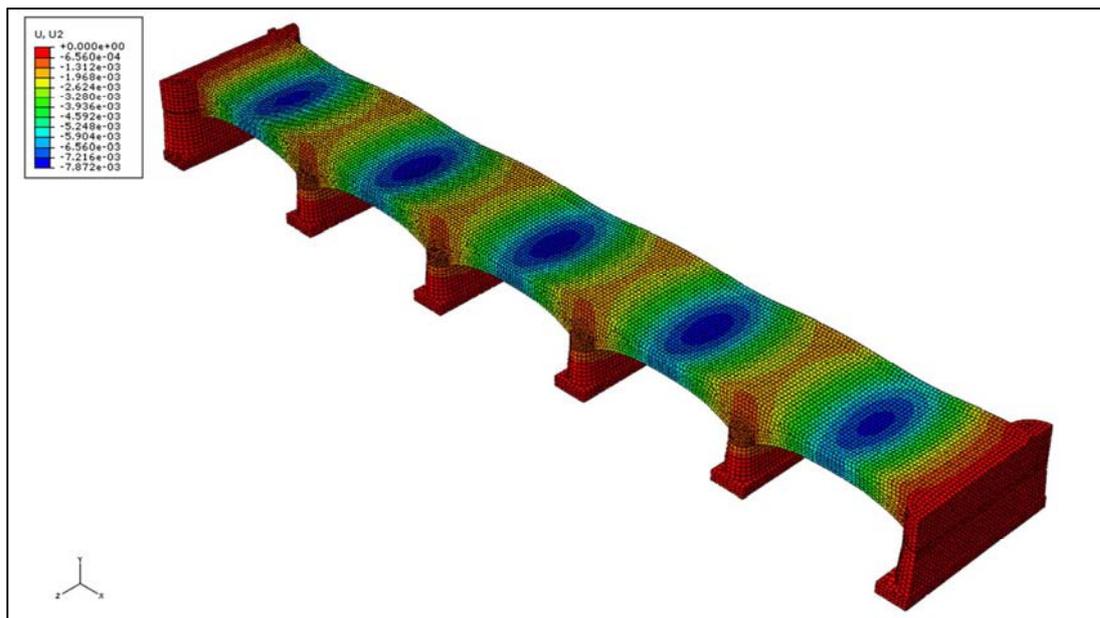


Fig. 4.29 – Mappa degli spostamenti verticali (in direzione Y)

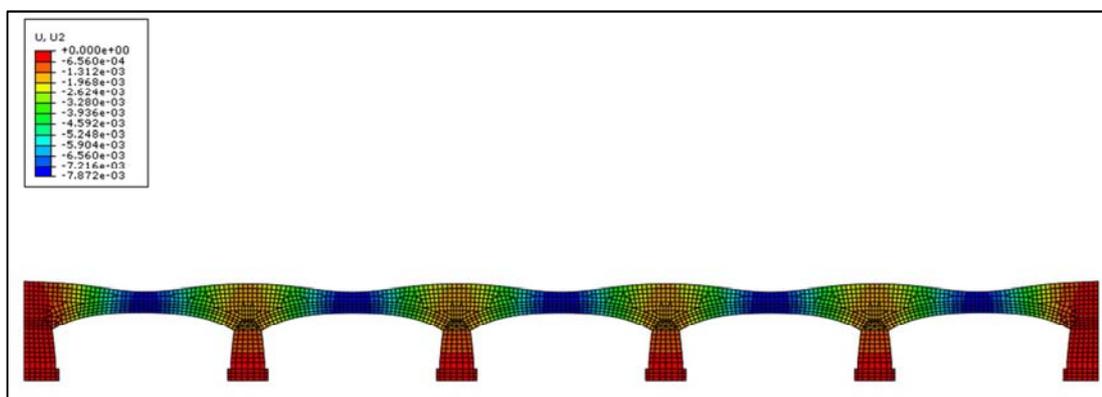


Fig. 4.30 – Mappa degli spostamenti verticali (in direzione Y) nella sezione longitudinale di mezzeria

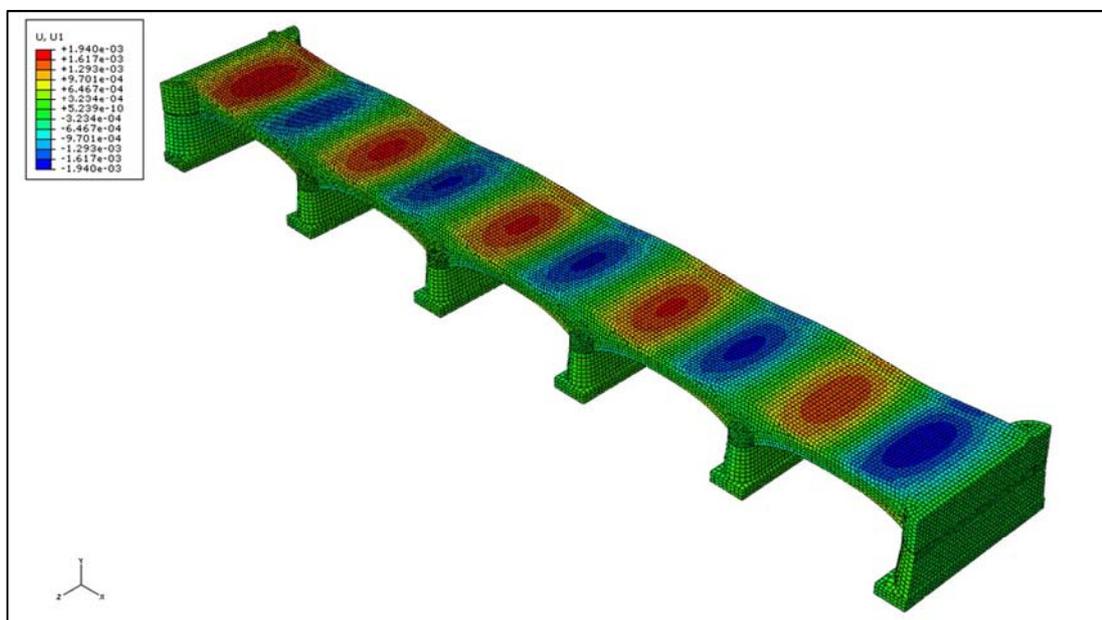


Fig. 4.31 – Mappa degli spostamenti in direzione X

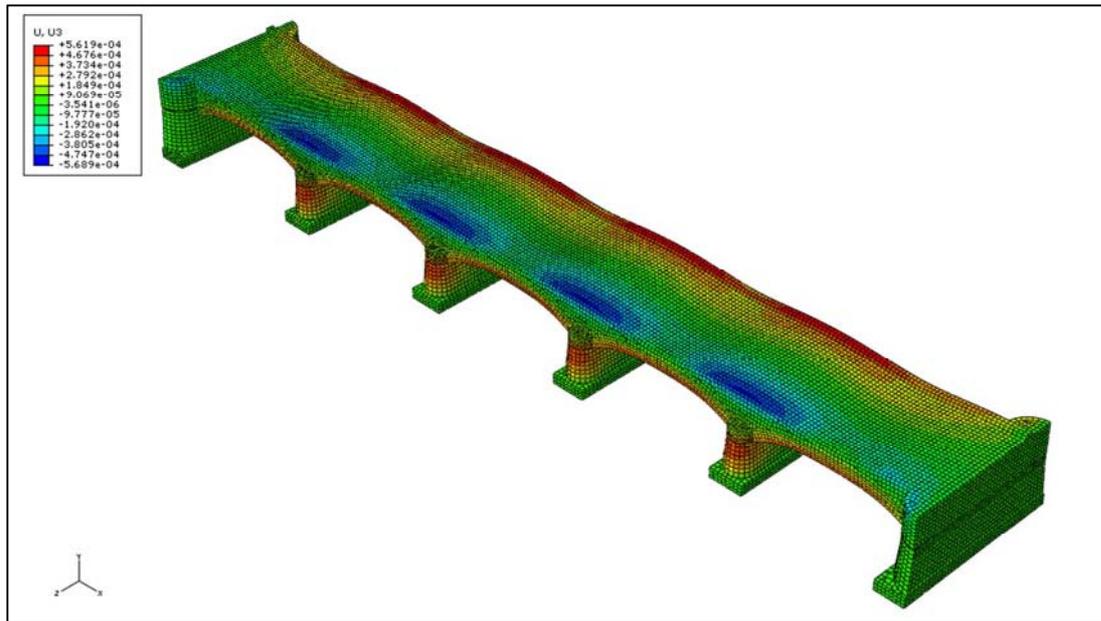


Fig. 4.32 – Mappa degli spostamenti in direzione Z

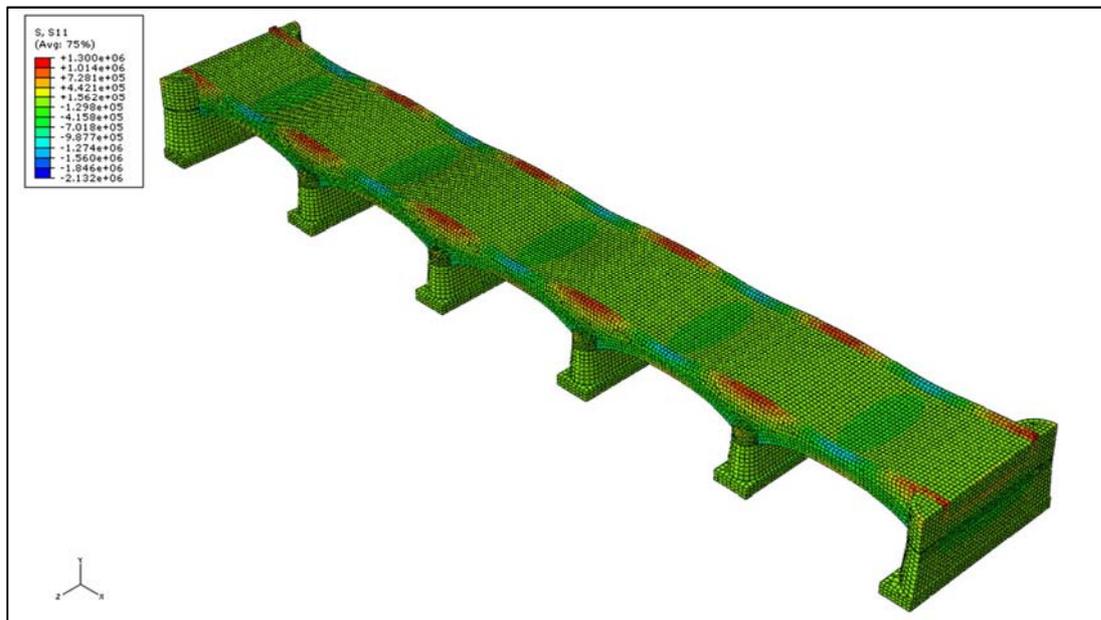


Fig. 4.33 – Mappa delle tensioni normali in direzione 11

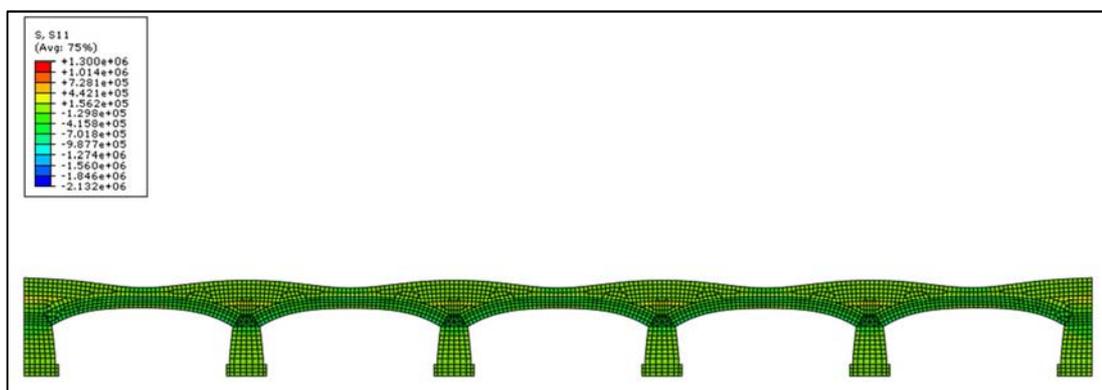


Fig. 4.34 – Mappa delle tensioni normali in direzione 11, nella sezione longitudinale di mezzeria.

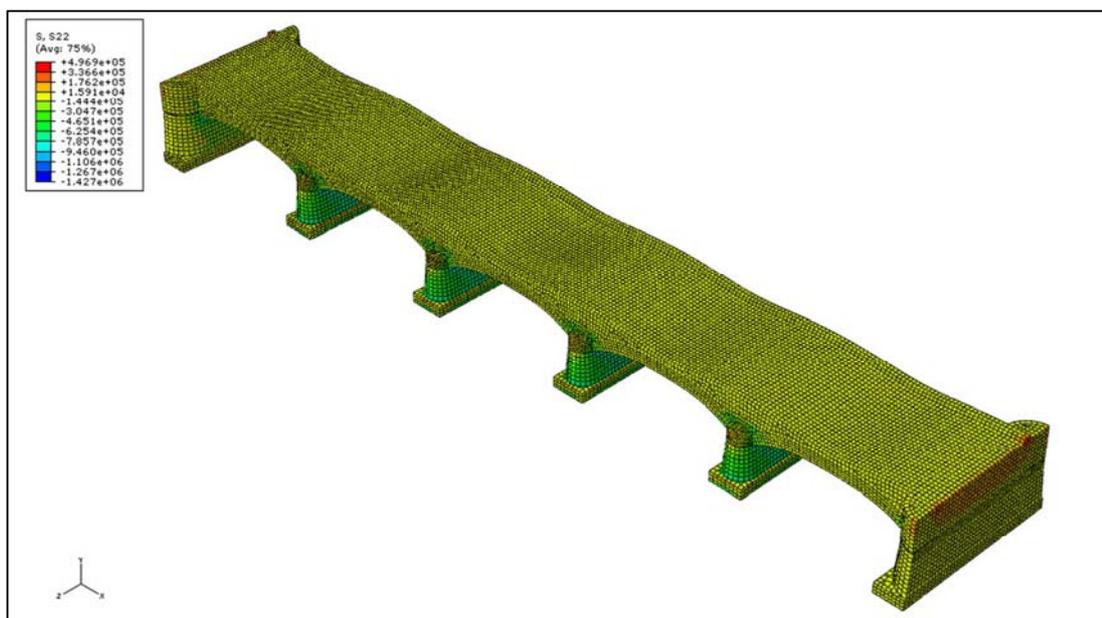


Fig. 4.35 – Mappa delle tensioni normali in direzione 22

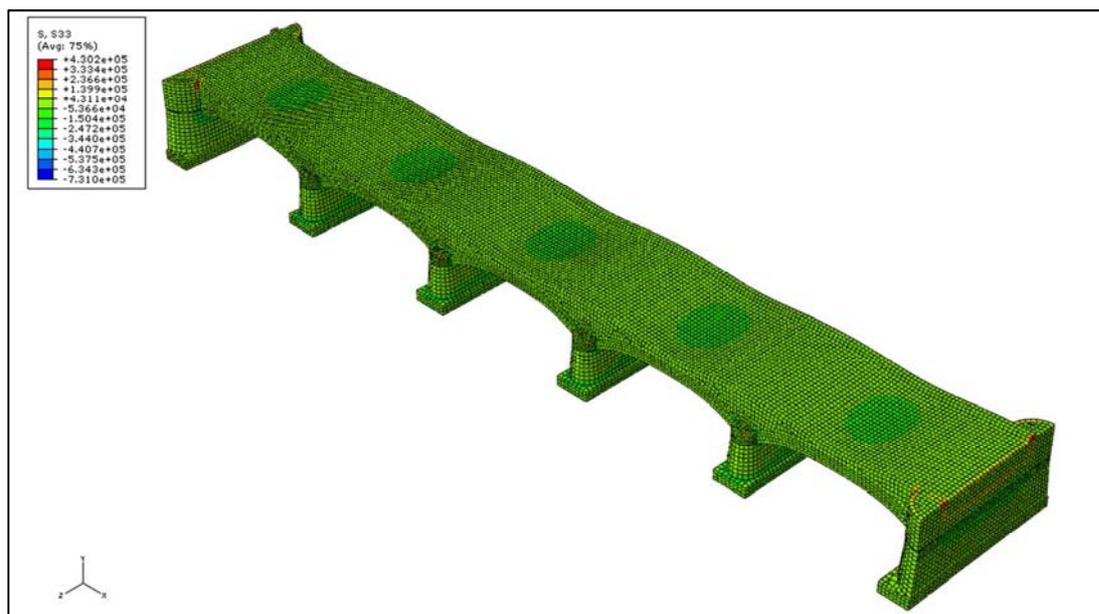


Fig. 4.36 – Mappa delle tensioni normali in direzione 33

Dai risultati delle analisi si è ricavato:

- uno spostamento verticale massimo del ponte che si verifica in chiave alle arcate pari a  $7,87\text{mm}$  (Figura 4.30) ;
- che le arcate sotto i carichi gravitazionali e permanenti portati sono completamente compresse (Figura 4.34), l'andamento delle tensioni ha forma tendenzialmente trapezoidale ed i valori massimi di compressione pari a  $1,27\text{MPa}$  sono facilmente supportabili dalla muratura.

#### **4.6 Analisi statica non lineare**

Per poter verificare i risultati mostrati dall'analisi cinematica, comportamento deformativo della struttura e ove si sviluppano le cerniere plastiche, sono state condotte sul modello del ponte analisi statiche non lineari.

L'analisi cinematica ha mostrato come la condizione più gravosa si verifichi quando il carico da traffico è localizzato in chiave sull'arcata 7 e il meccanismo ad esso associato coinvolga l'arcata 6-7 e la pila 5. Considerare nelle analisi il modello completo della parte centrale del ponte (Figura 4.26) risulta inefficiente visto che

l'interesse è focalizzato sulle prime arcate, nonché eccessivamente oneroso dal punto di vista computazionale. Sfruttando la simmetria della struttura si è deciso di operare su un modello ridotto (Figura 4.37) corrispondente a metà struttura.

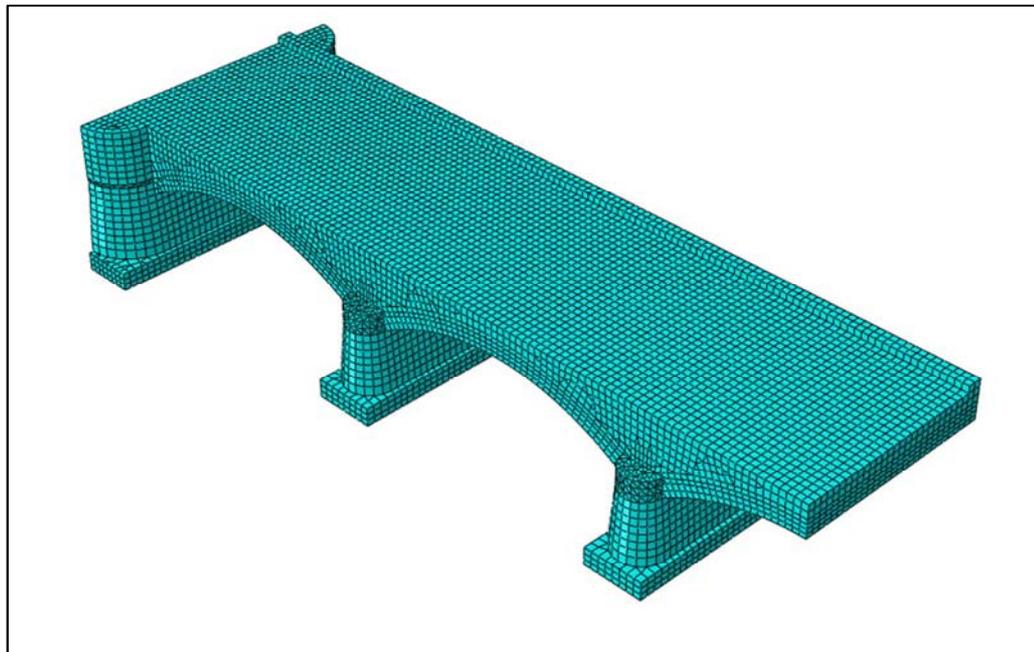


Fig. 4.37 – Modello tridimensionale ridotto in Abaqus

A tergo della pila spalla e sull'arcata sezionata sono stati posti vincoli di simmetria, ove è impedita la sola traslazione longitudinale della struttura, mentre alla base delle pile sono stati lasciati vincoli di incastro perfetto (Figura 4.38).

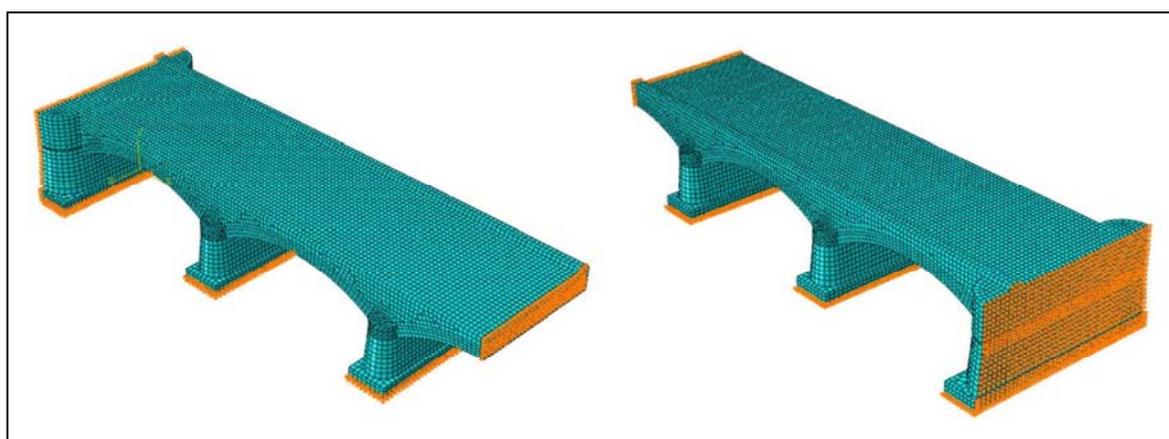


Fig. 4.38 – Visualizzazione dei vincoli sul modello tridimensionale

Il modello è stato ulteriormente semplificato, sono stati eliminati dal modello, il riempimento, il rinfiacco e i timpani, lasciando così nude le arcate; oltre a questo sono stati eliminati elementi prettamente architettonici quali i coronamenti dei rostri sulle pile e sulle pile-spalle. Si è proceduto a tale scelta visto che interessa visualizzare il comportamento non lineare nelle arcate e nelle pile e che il modello bidimensionale non permette un'esplicita modellazione del materiale al di sopra dell'arco. Il modello definitivo utilizzato per le analisi non lineari è risultato composto da 23888 elementi e da 28977 nodi ed è rappresentato in Figura 4.38.

Nel modello così scelto sono presenti due materiali:

- la muratura in laterizio che costituisce le arcate e il rivestimento esterno delle pile;
- la muratura a sacco che costituisce l'interno delle pile.

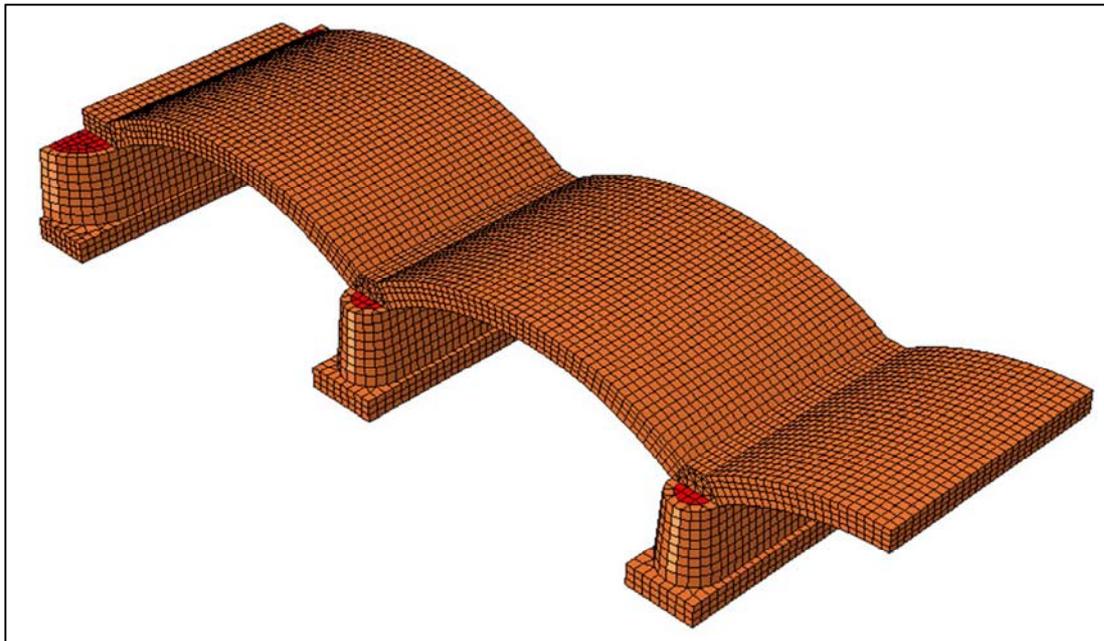


Fig. 4.39 – Modello tridimensionale definitivo per le analisi non lineari in Abaqus, i differenti materiali sono evidenziati con due distinti colori

La non linearità dei materiali è stata modellata con il “concrete smeared cracking” e i parametri inseriti in Abaqus sono riassunti di seguito.

Per la muratura in laterizio (Tabella 4.12), i parametri sono stati scelti in accordo con dati ricavati in letteratura [Giordano et al., 2004] :

Muratura in laterizio	
Peso per unità di volume ( $Kg/m^3$ )	2000
Modulo di Young ( $MPa$ )	3000
Coeff. di Poisson	0,25
Resistenza a compressione $f_{crush.}$ ( $MPa$ )	5
Resistenza a trazione $f_{crack.}$ ( $MPa$ )	0,5
Parametri di <i>Failure Ratio</i>	1,1 – 0,09 – 1,28 – 0,33
Parametro <i>Tension Stiffening</i>	1mm

Tab. 4.12 – Parametri per la muratura in laterizio inseriti nel modello di Abaqus

La curva stress-strain in compressione (Tabella 4.13) è stata inserita in forma tabulare, si è scelta una forma semplificata a bilatera e i valori sono stati scelti in accordo con dati ricavati in letteratura [Udaya Vyas et al. 2010]:

Comp. Stress ( $kPa$ )	Plastic strain
1000	0
4000	0.0005
5000	0.001

Tab. 4.13 – Curva stress-strain in compressione in forma tabulare per muratura in laterizio

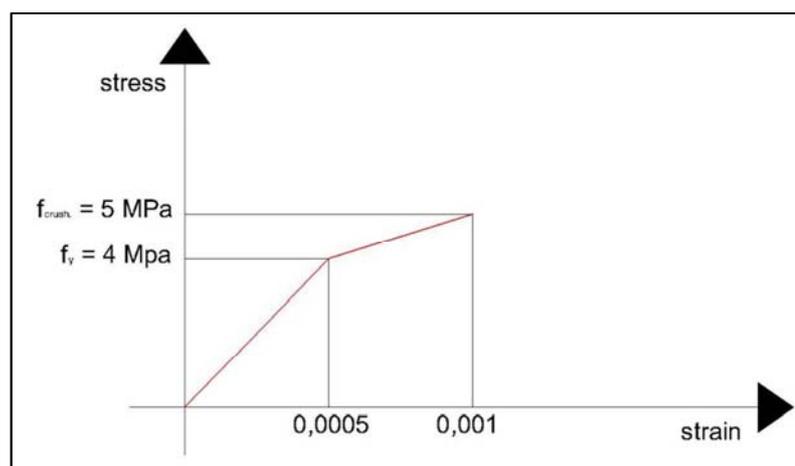


Fig. 4.40 – Curva stress-strain in compressione per muratura in laterizio

Per la muratura a sacco si è scelto di procedere, nella definizione dei parametri, in maniera analoga (Tabella 4.14-15). I parametri di resistenza meccanica sono stati ridotti di un 20% rispetto alla muratura in laterizio.

	Muratura a sacco
Peso per unità di volume ( $Kg/m^3$ )	1900
Modulo di Young ( $MPa$ )	1500
Coeff. di Poisson	0,25
Resistenza a compressione $f_{crush.}$ ( $MPa$ )	4
Resistenza a trazione $f_{crack.}$ ( $MPa$ )	0,4
Parametri di <i>Failure Ratio</i>	1,1 – 0,09 – 1,28 – 0,33
Parametro <i>Tension Stiffening</i>	1mm

Tab. 4.14 – Parametri per la muratura in laterizio inseriti nel modello di Abaqus

Comp. Stress ( $kPa$ )	Plastic strain
1000	0
3200	0.0004
4000	0.0008

Tab. 4.15 – Curva stress-strain in compressione in forma tabulare per muratura in laterizio

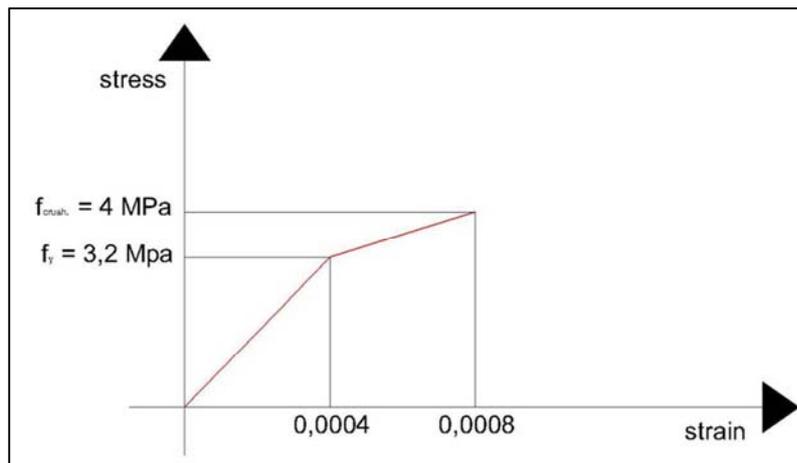


Fig. 4.41 – Curva stress-strain in compressione per la muratura a sacco

È bene rilevare, ai fini delle analisi, che nel modello semplificato rappresentato in Figura 4.39 si sono trascurati, i carichi permanenti portati, dovuti al ballast e all'armamento ferroviario, e i carichi permanenti dovuti al peso proprio del riempimento, del rinfiango e degli elementi architettonici di coronamento dei rostri. Il modello è dunque soggetto ai soli pesi propri degli elementi visualizzati, arcate e pile, e ai carichi mobili da traffico; in analogia con le analisi condotte precedentemente sul software Ring2.0 lo schema di carico di riferimento rimane il carico LM71. Il carico mobile agente sull'impalcato è stato proiettato, longitudinalmente e trasversalmente (Figura 4.42-43), sull'arcata individuando una superficie di riferimento; su questa si è applicata una pressione uniforme equivalente, volta a riprodurre il treno di carico LM71. La posizione del carico è quella critica individuata nell'analisi cinematica, in chiave all'arcata 7.

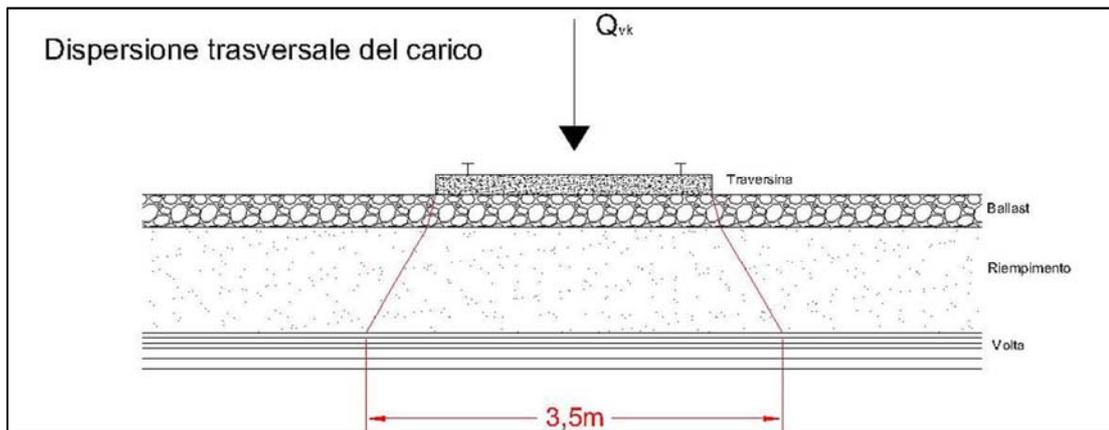


Fig. 4.42 – Dispersione trasversale del carico

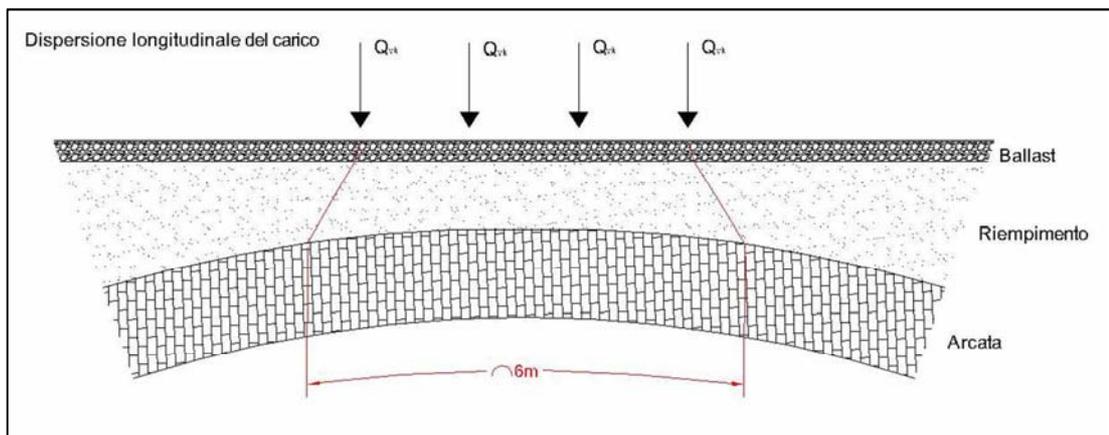


Fig. 4.43 – Dispersione longitudinale del carico

#### 4.6.1 Analisi A

La prima analisi condotta sul modello prevede di ripartire il carico da traffico gravante sull'arcata 7 su una fascia trasversale; tale fascia, longitudinalmente è caratterizzata dalle dimensione precedentemente individuata, pari a 6m, mentre trasversalmente grava sull'intero larghezza arco, come rappresentato in Figura 4.44

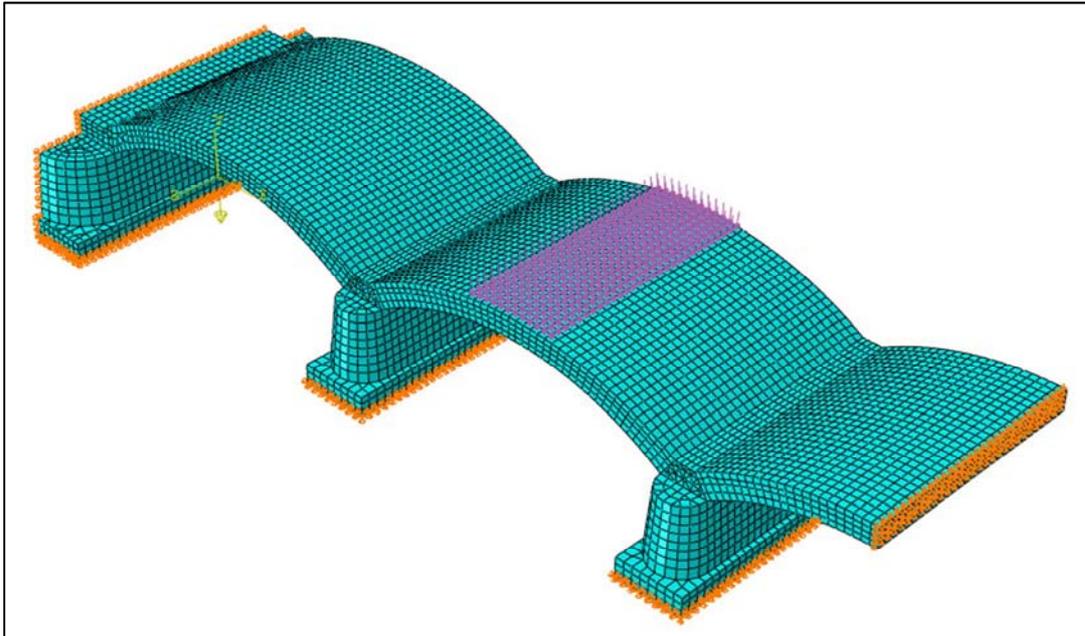


Fig. 4.44 – Fascia trasversale di ripartizione del carico nel modello in Abaqus

Si è scelto di caricare la struttura in questo modo per avere un comportamento cilindrico dell'arcata, cioè identico per qualsiasi sezione longitudinale della stessa, soggetta ai carichi da traffico e poter quindi garantire, ai fini dell'analisi un ideale confronto con i risultati del modello bidimensionale fornito dall'analisi cinematica.

Il caricamento della struttura durante l'analisi procede attraverso 2 step successivi:

- nel *primo step* vengono applicati i carichi gravitazionali e la struttura è soggetta al solo peso proprio;
- nel *secondo step* viene applicato il carico da traffico, questo viene progressivamente amplificato dall'algoritmo di calcolo attraverso il parametro *Load Proportionaly Factor* , fino a mancata convergenza

Di seguito vengono riportate i risultati delle analisi. Primo parametro di interesse è il *Load Proportionaly Factor*, parametro amplificativo del carico mobile e a tutti gli

effetti paragonabile con il moltiplicatore di carico a collasso fornito dall'analisi limite cinematico.

L'algoritmo si è arrestato per un valore pari a:

$$LPF = 7,58$$

Il valore è paragonabile con il moltiplicatore di carico a collasso fornito dall'analisi limite cinematica che, ricordiamo, era  $\lambda = 7,31244$ . Questa forte analogia è però da osservare criticamente, è opportuno ricordare infatti come il modello tridimensionale della struttura sia semplificato e non consideri né i carichi permanenti portati (ballast e armamento ferroviario) né i pesi propri delle parti eliminate (riempimento, rinfiacco e timpani).

Le mappe cromatiche degli spostamenti verticali mostrano come la deformata della struttura segua il cinematismo proposto dal modello bidimensionale, all'aumentare del  $LPF$  l'arcata 7 tende infatti ad abbassarsi portando in rotazione le pile laterali, mentre nell'arcata 6 è visibile una progressiva tendenza ad innalzarsi (la vista deformata è stata amplificata di un fattore 100). Una vista d'insieme del modello, ove le zone grigie manifestano spostamenti verticali positivi, riassume i concetti precedentemente esposti (Figura 4.50).

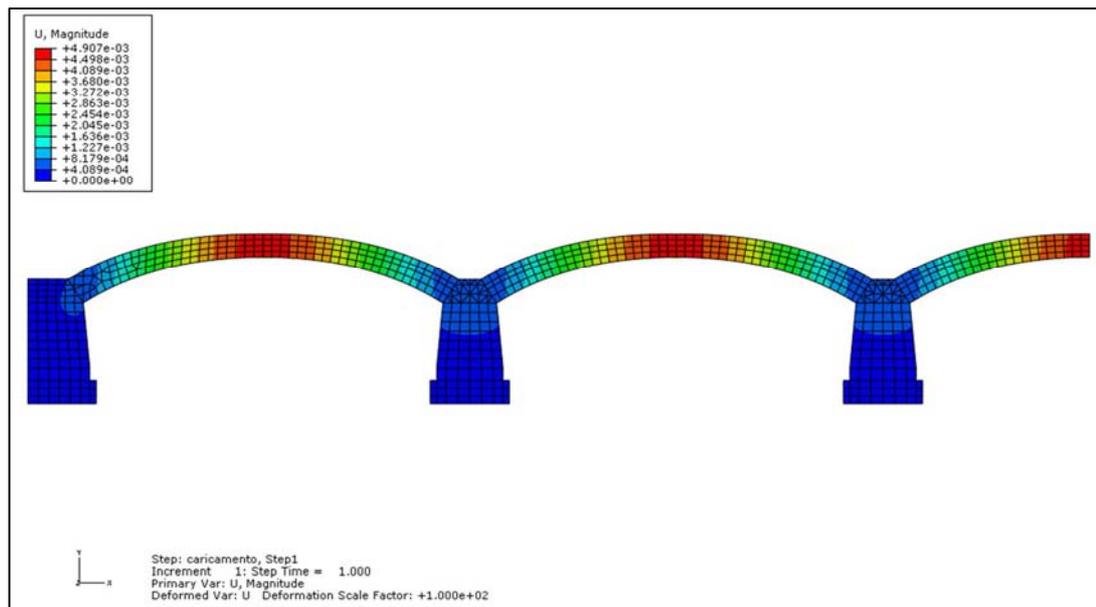


Fig. 4.45 – Mappa spostamenti verticali, sezione longitudinale di mezzeria, step 1

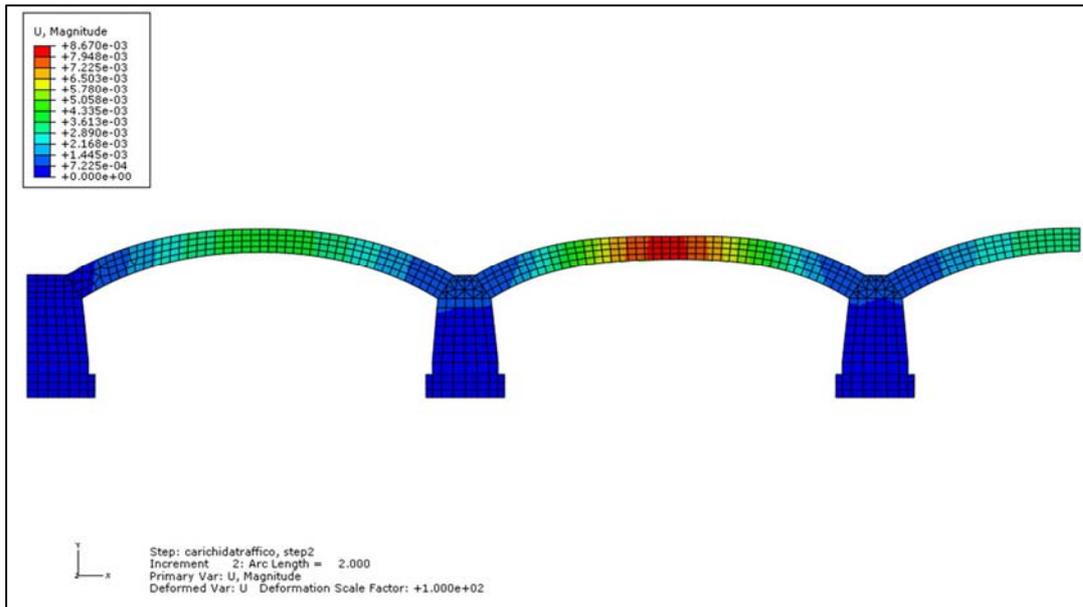


Fig. 4.46 – Mappa spostamenti verticali, sezione longitudinale di mezzeria, step 2,  
 $LPF = 2$

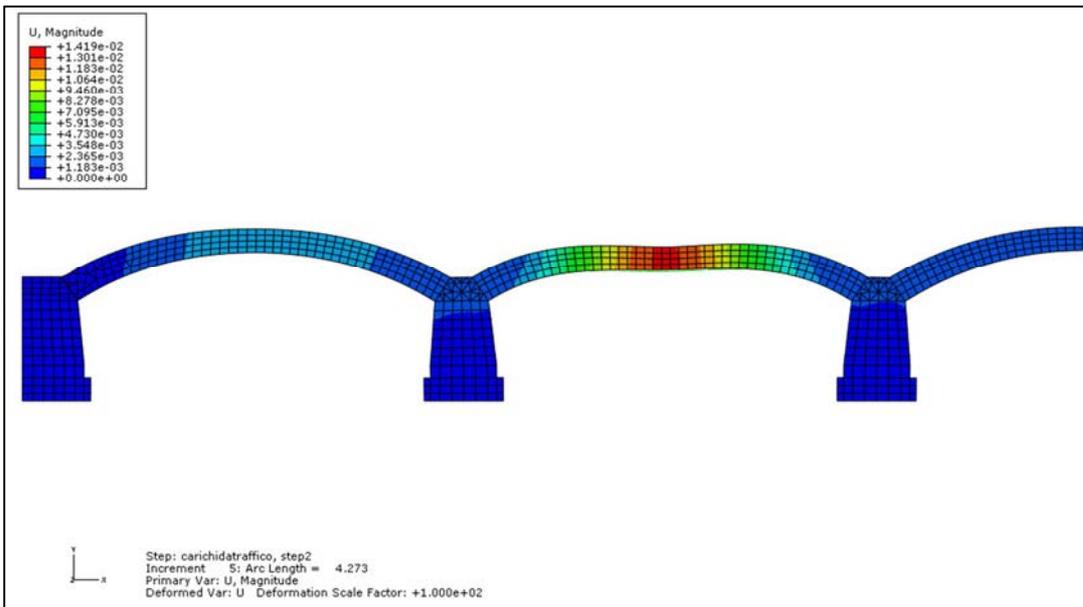


Fig. 4.47 – Mappa spostamenti verticali, sezione longitudinale di mezzeria, step 2,  
 $LPF = 4,55$

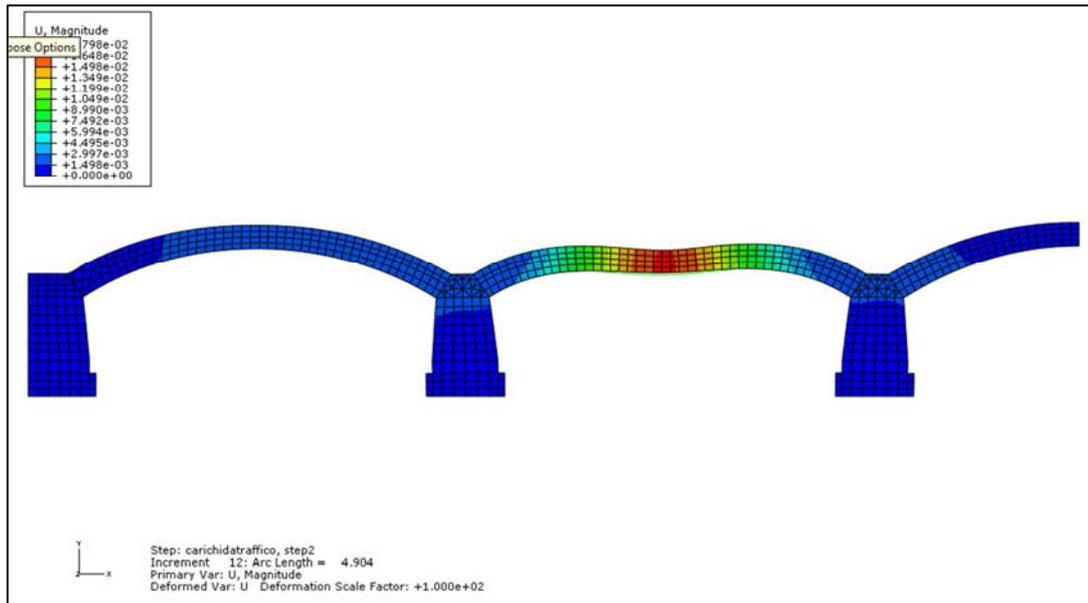


Fig. 4.48 – Mappa spostamenti verticali, sezione longitudinale di mezzeria, step 2,  
 $LPF = 6$

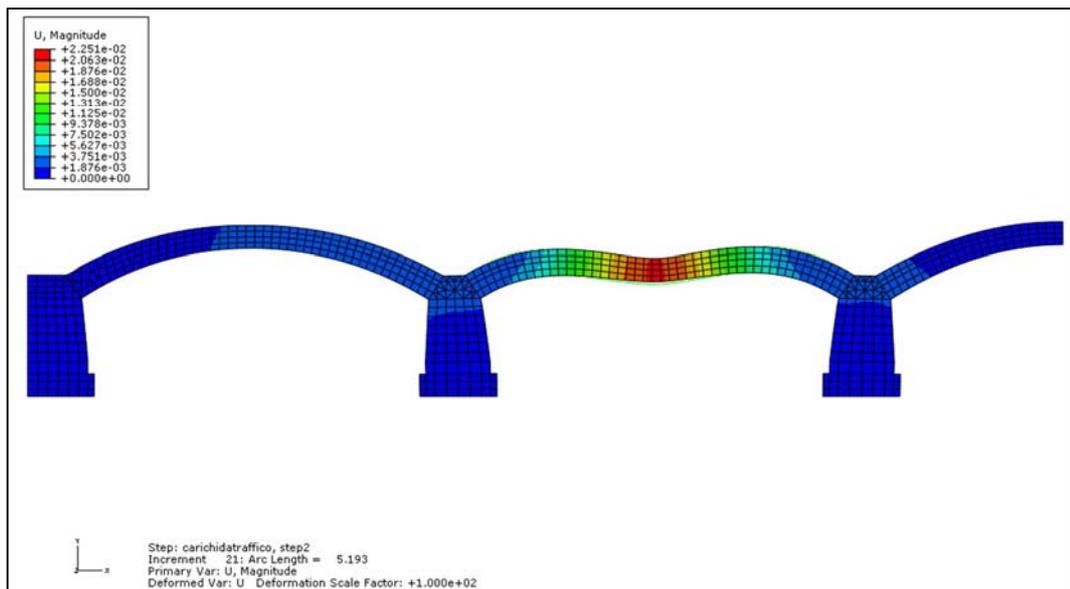


Fig. 4.49 – Mappa spostamenti verticali, sezione longitudinale di mezzeria, step 2,  
 $LPF = 7,58$

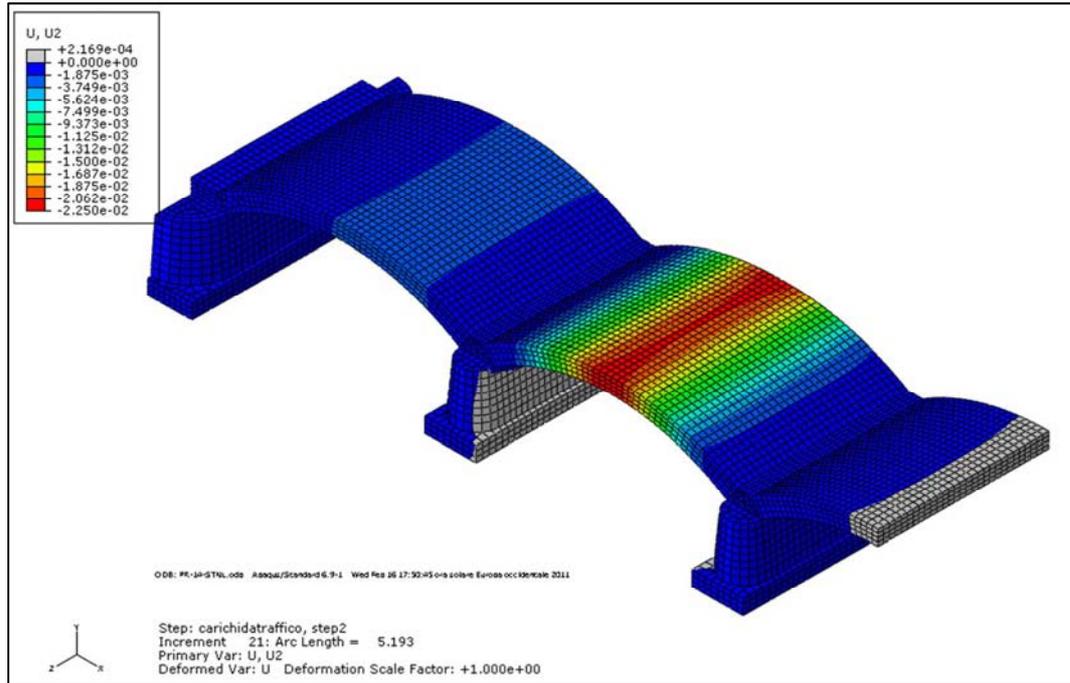


Fig. 4.50 - Mappa spostamenti verticali, vista d'insieme, step 2,  $LPF = 7,58$

Nelle mappe cromatiche delle tensioni principali in direzione longitudinale, l'interesse si focalizza sulle zone soggette a trazione (zone di colore grigio). Per  $LPF=7,58$  le zone di trazione e compressione nell'arco e nelle pile sono compatibili con la posizione della curva delle pressioni e delle cerniere plastiche individuata dal modello bidimensionale (Figura 4.51). D'interesse è la vista della base delle pile, che risulta parzializzata e in parte soggetta a trazione (Figura 4.52), ciò conferma la volontà della pila a ruotare innescando il cinematismo di collasso del modello bidimensionale, questa è però impedita in ciò per la presenza dei vincoli di incastro perfetto. Una vista d'insieme dell'andamento delle tensioni sull'arcata, perfettamente simmetrico rispetto alla sezione in chiave, ci conferma il comportamento cilindrico ipotizzato precedentemente (Figura 4.53).

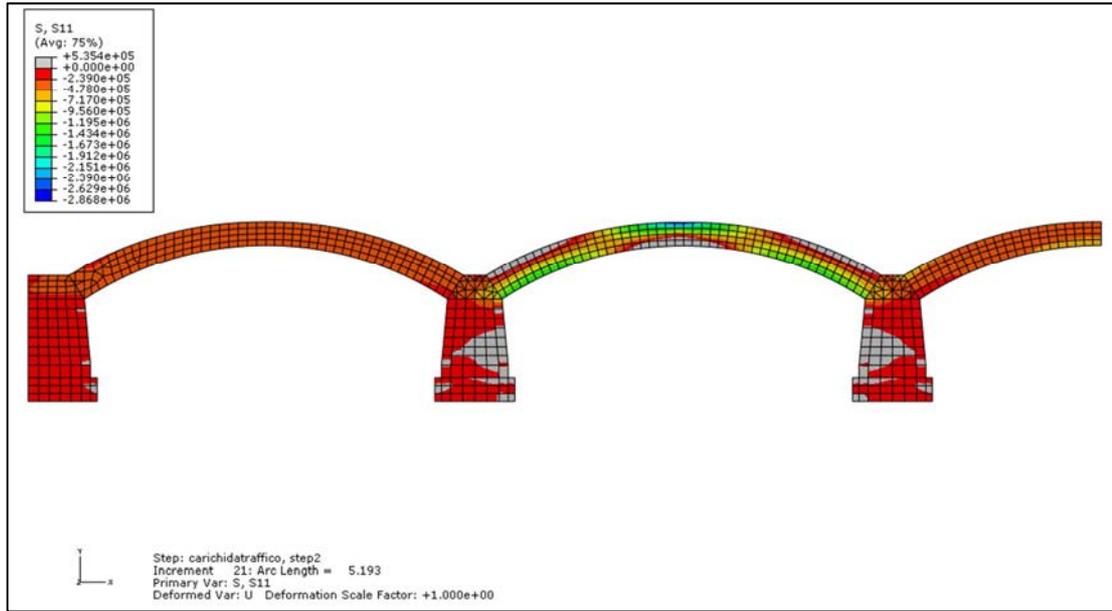


Fig. 4.51 – Mappa delle tensioni normali in direzione longitudinale 11, sezione longitudinale di mezzeria, step 2,  $LPF = 7,58$

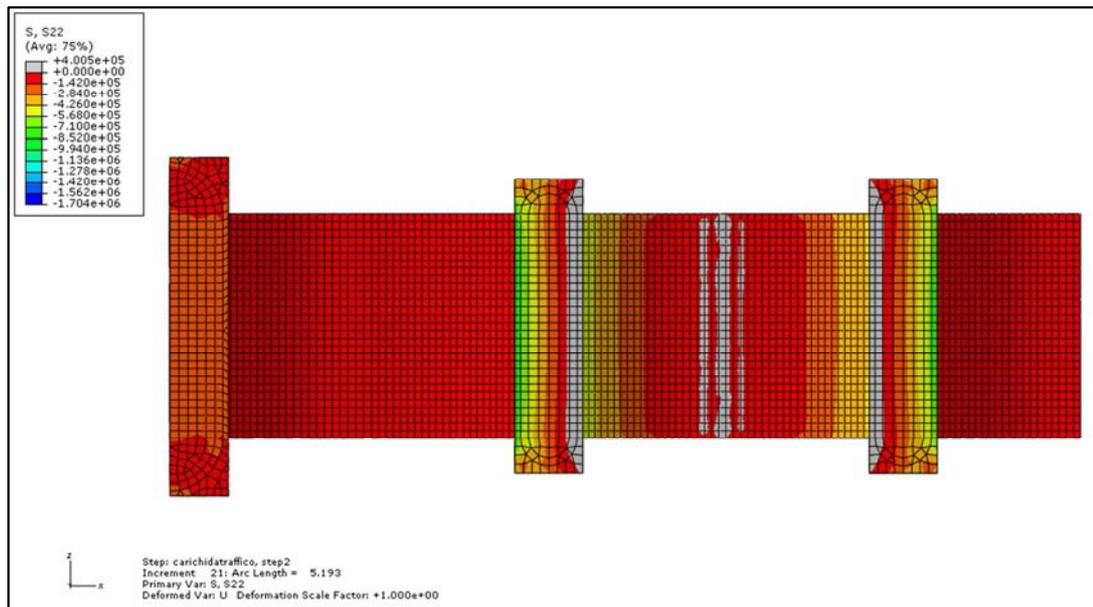


Fig. 4.52 – Mappa delle tensioni normali in direzione 22 alla base delle pile, step 2,  $LPF = 7,58$

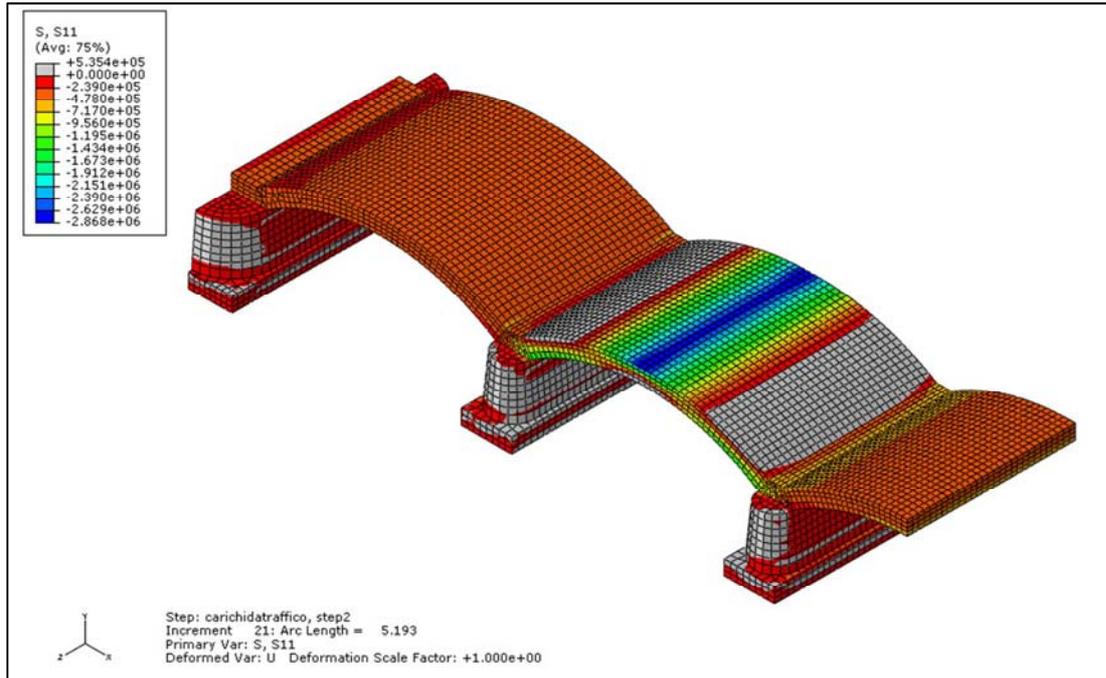


Fig. 4.53 – Mappa delle tensioni normali in direzione longitudinale 11 e visualizzazione del comportamento cilindrico, step 2,  $LPF = 7,58$

Di seguito sono riportate le mappe cromatiche delle zone che, progressivamente entrano in campo plastico; tali si concentrano in chiave e alle imposte dell'arcata 7. Per  $LPF = 7,58$  è possibile notare come anche alla base della pila 5 il materiale inizi a entrare in campo plastico.

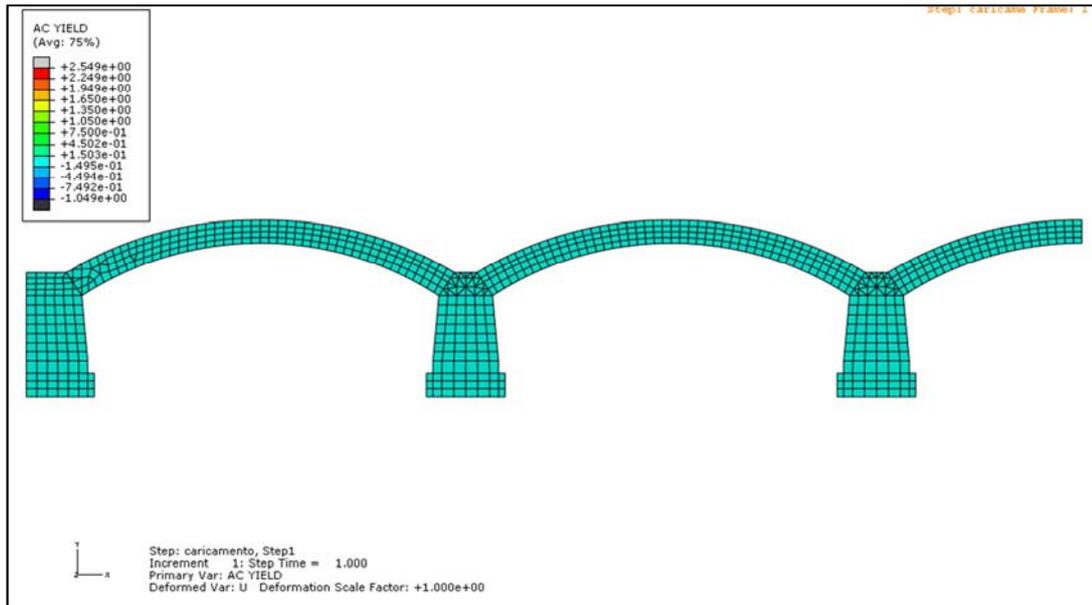


Fig. 4.54 – Mappa delle zone plasticizzate, sezione longitudinale di mezzeria, step1

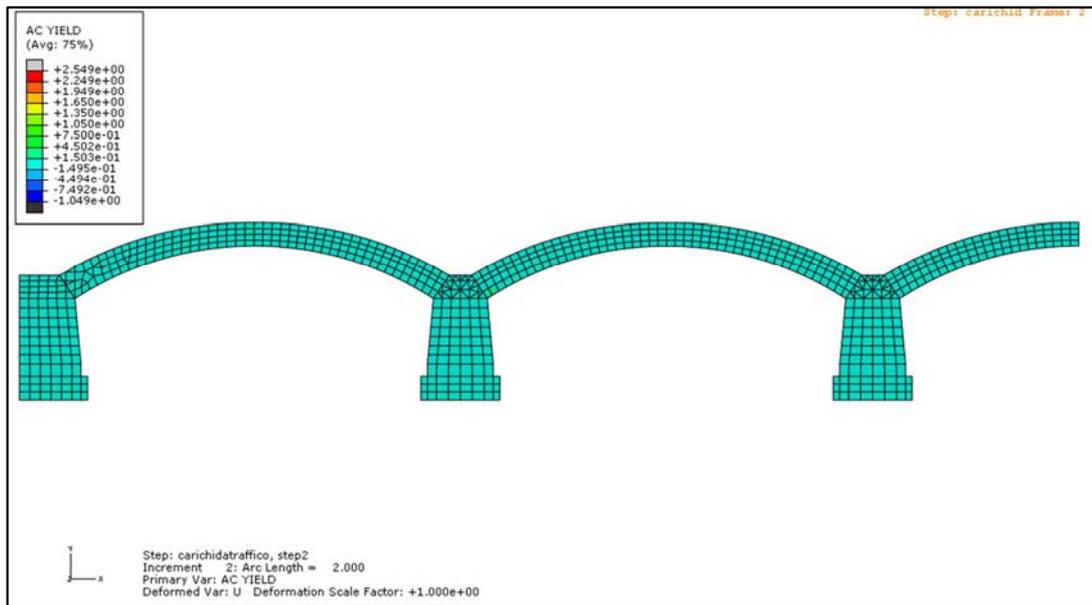


Fig. 4.55 – Mappa delle zone plasticizzate, sezione longitudinale di mezzeria, step 2,  $LPF = 2$

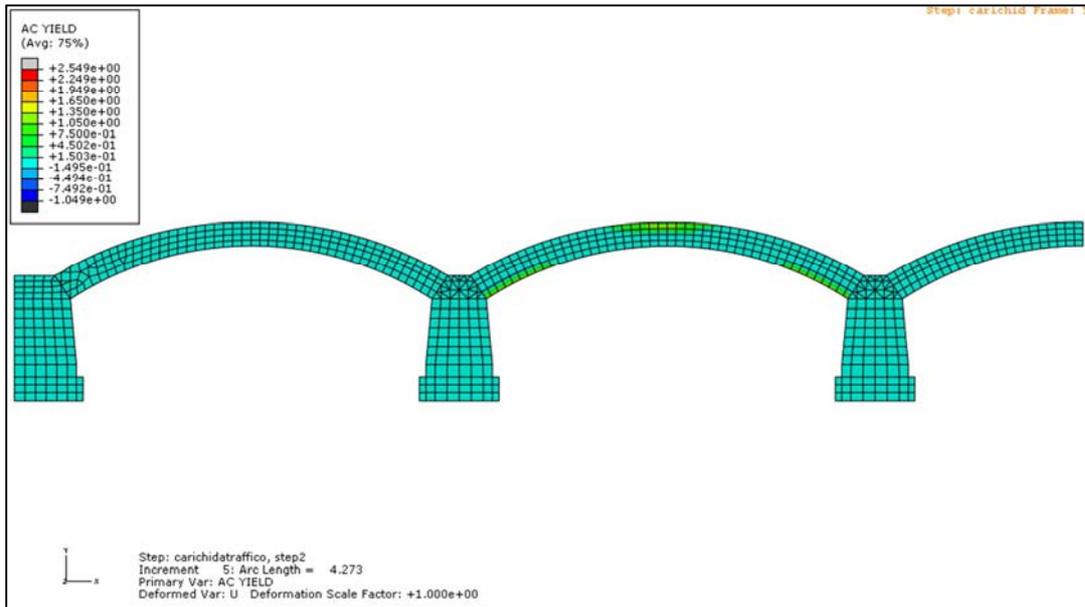


Fig. 4.56 – Mappa delle zone plasticizzate, sezione longitudinale di mezzeria, step 2,  
 $LPF = 4,55$

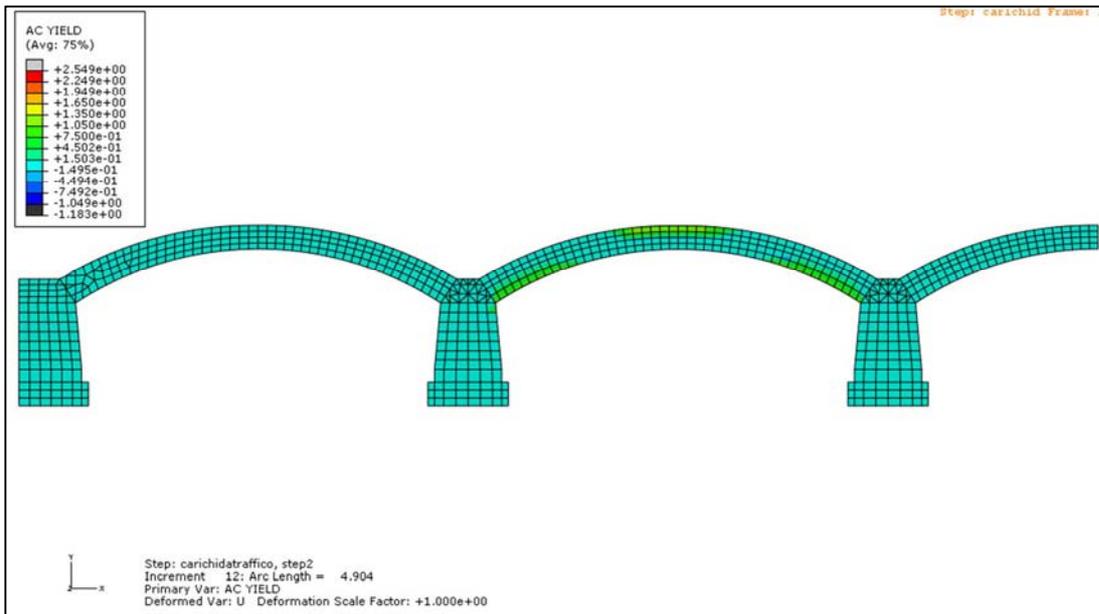


Fig. 4.57 – Mappa delle zone plasticizzate, sezione longitudinale di mezzeria, step 2,  
 $LPF = 6$

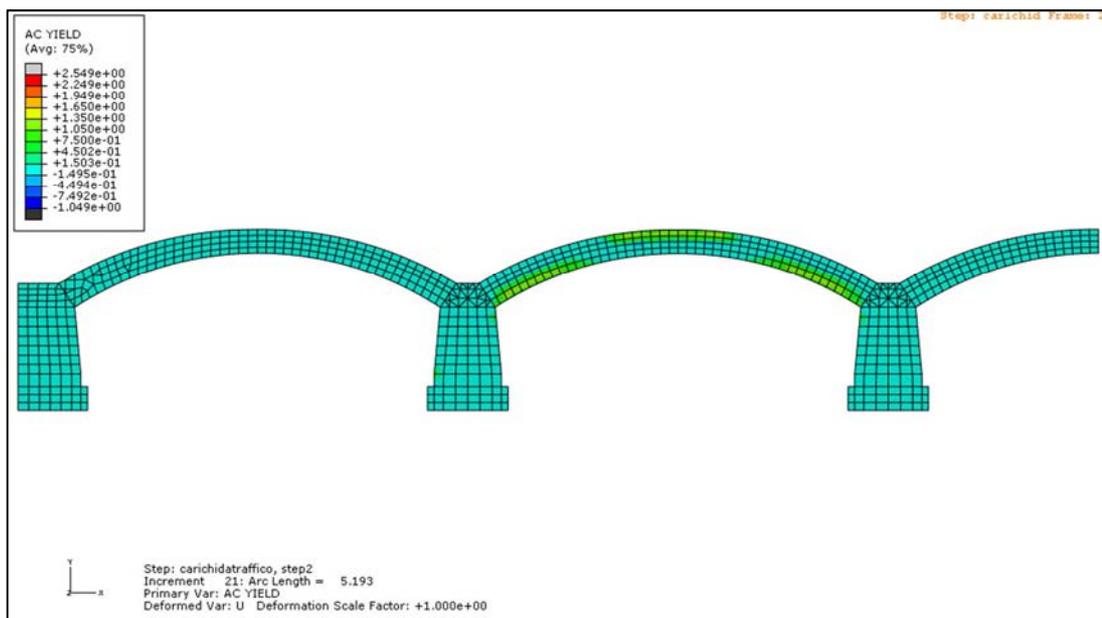


Fig. 4.58 – Mappa delle zone plasticizzate, sezione longitudinale di mezzeria, step 2,  
 $LPF = 7,58$

#### **4.6.2 Analisi B**

La seconda analisi condotta sul modello prevede di ripartire il carico mobile, gravante sull'arcata 7, sulla superficie di riferimento precedentemente individuata ( $3,5m \times 6m$ ); questa è disposta al centro dell'arcata come visualizzato in Figura 4.58

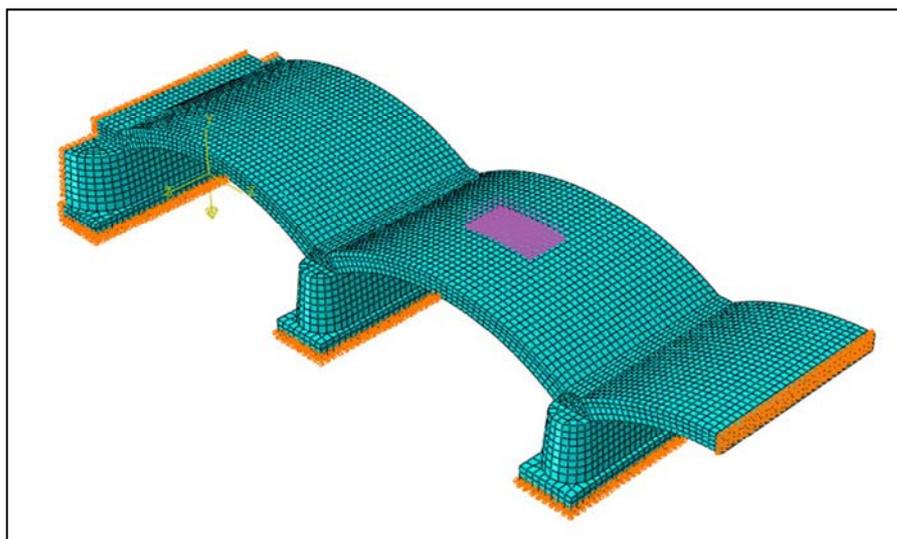


Fig. 4.59 – Carico ripartito sull'area di riferimento, sull'arcata in posizione centrata,  
 nel modello in Abaqus

Questa situazione risulta essere più realistica della precedente in quanto corrisponde al caricamento della struttura dovuto al transito di un convoglio ferroviario sul binario disposto in posizione centrata sull'impalcato. È facile prevedere che l'arcata, caricata da un'azione fortemente localizzata in posizione centrata, mostrerà un comportamento molto diverso dal precedente, non più cilindrico bensì a tutti gli effetti bidimensionale. A tutti gli effetti questa situazione più realistica vuole richiamare in gioco l'effettiva tridimensionalità della struttura, non presente nel modello bidimensionale e trascurata nell'analisi precedente (Analisi A). Ci aspettiamo quindi un comportamento più rigido da parte della struttura ad arco e di conseguenza un probabile *LPF* maggiore del precedente.

Anche in questo caso, il caricamento della struttura durante l'analisi procede attraverso 2 step successivi:

- nel *primo step* vengono applicati i carichi gravitazionali e la struttura è soggetta al solo peso proprio;
- nel *secondo step* viene applicato il carico da traffico, questo viene progressivamente amplificato dall'algoritmo di calcolo attraverso il parametro *Load Proportionally Factor*, fino a mancata convergenza

Di seguito sono riportate i risultati delle analisi. Primo parametro d'interesse è sempre il *Load Proportionally Factor*, parametro amplificativo del carico mobile che risulta:

$$LPF = 13.3$$

Come previsto il *LPF* è maggiore, quasi il doppio rispetto al precedente; anche in questo caso è opportuno ricordare come il modello tridimensionale della struttura sia semplificato e non consideri né i carichi permanenti portati (ballast e armamento ferroviario) né i pesi propri delle parti eliminate (riempimento, rinfiacco e timpani). Così come nel caso precedente, le mappe cromatiche degli spostamenti verticali, per la sezione longitudinale di mezzeria, mostrano come la deformata della struttura segua il cinematismo proposto dal modello bidimensionale, all'aumentare del *LPF* l'arcata 7 tende infatti ad abbassarsi portando in rotazione le pile laterali, mentre nell'arcata 6 è visibile una progressiva tendenza ad innalzarsi (la vista deformata è stata amplificata di un fattore 100). Una vista d'insieme del modello, ove le zone

grigie manifestano spostamenti verticali positivi, riassume i concetti precedentemente esposti (Figura 4.65); in questo caso è più marcato l'innalzamento dell'arcata 6 rispetto all'analisi A e quindi si conferma il suo coinvolgimento nel cinematismo di collasso, ciò è certamente dovuto ad un maggior valore dell'*LPF*.

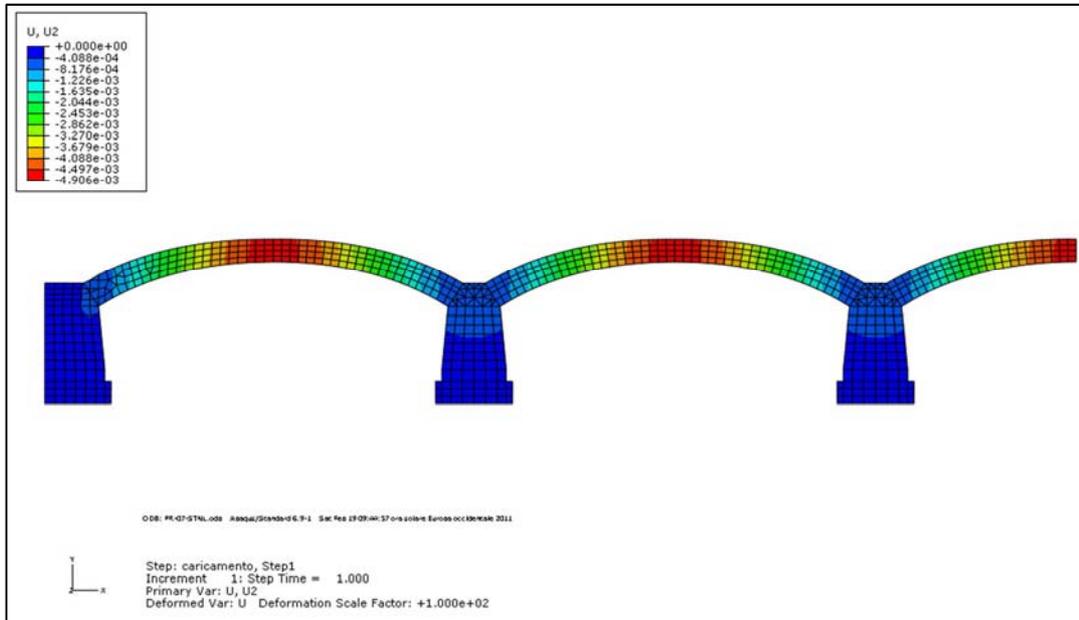


Fig. 4.60 – Mappa spostamenti verticali, sezione longitudinale di mezzeria, step1

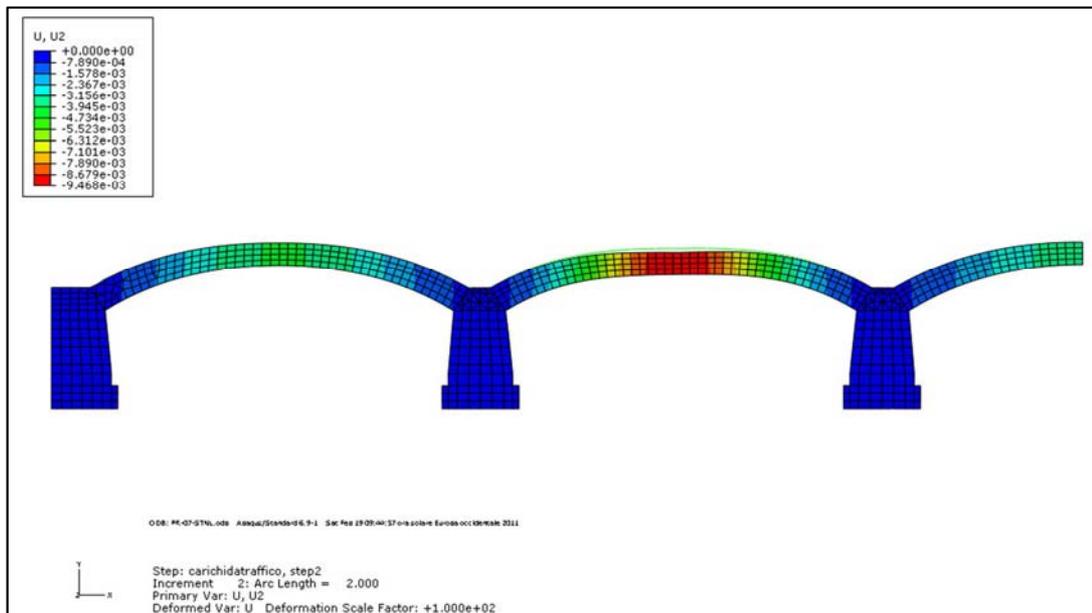


Fig. 4.61 – Mappa spostamenti verticali, sezione longitudinale di mezzeria, step 2,

$$LPF = 2$$

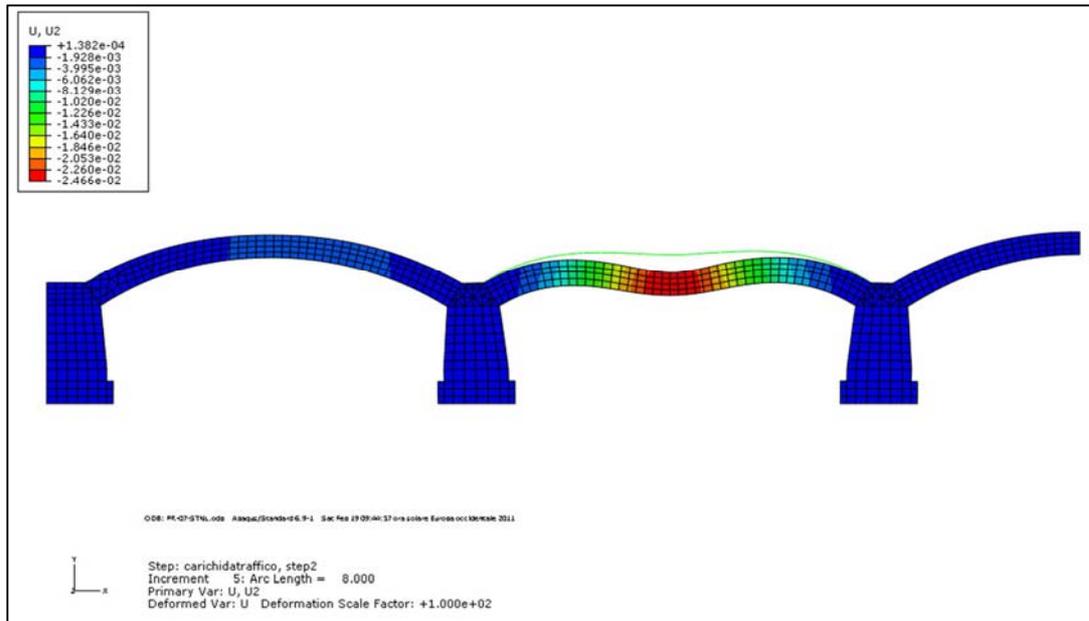


Fig. 4.62 – Mappa spostamenti verticali, sezione longitudinale di mezzeria, step 2,  
 $LPF = 7,05$

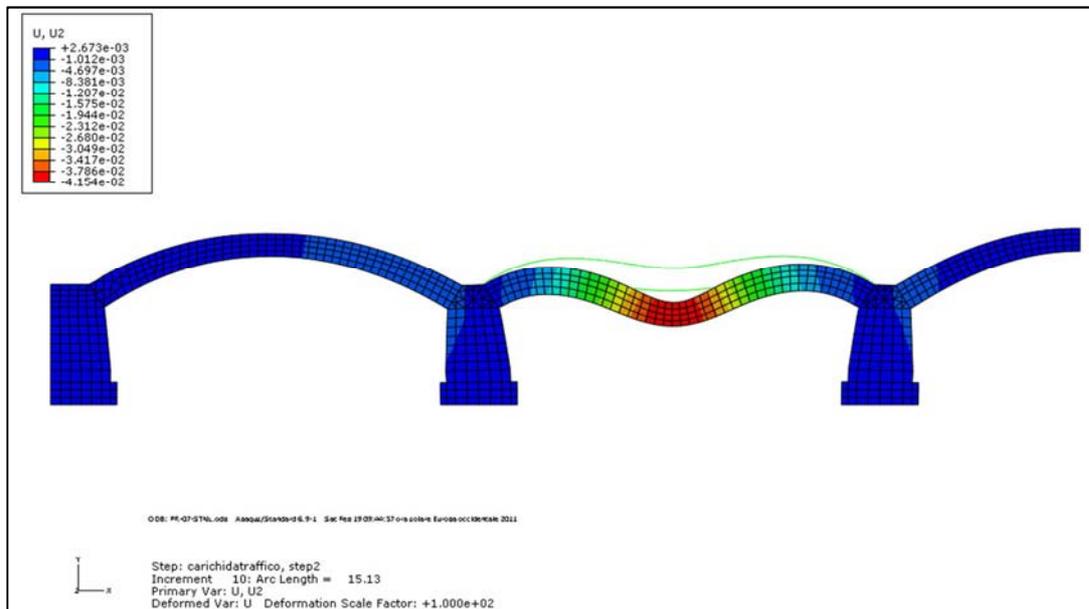


Fig. 4.63 – Mappa spostamenti verticali, sezione longitudinale di mezzeria, step 2,  
 $LPF = 11,8$

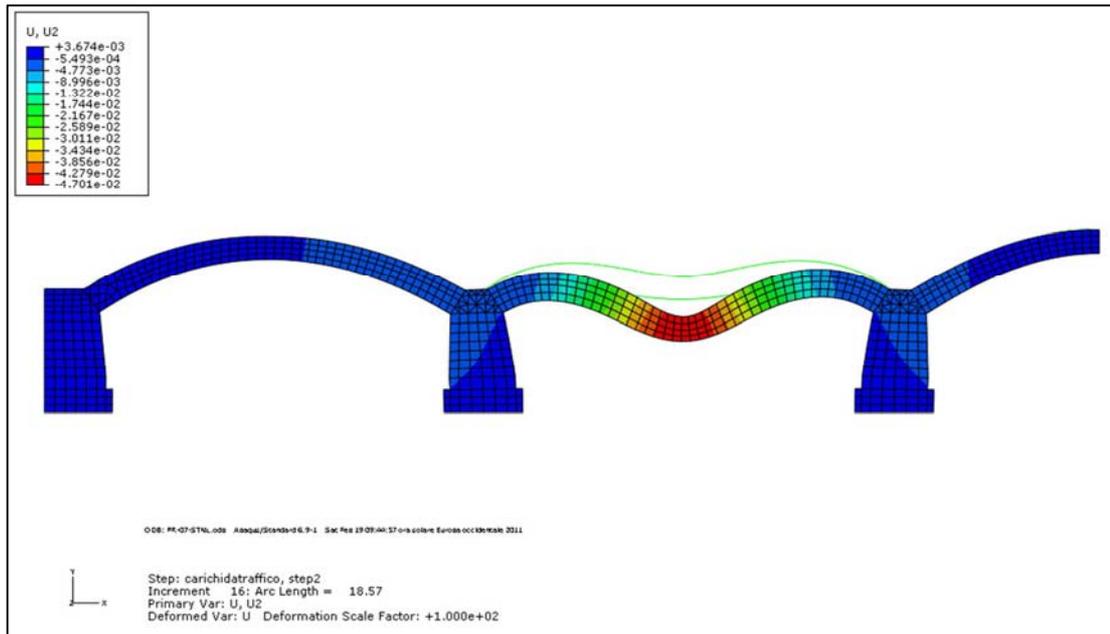


Fig. 4.64 – Mappa spostamenti verticali, sezione longitudinale di mezzeria, step 2,  $LPF = 13,3$

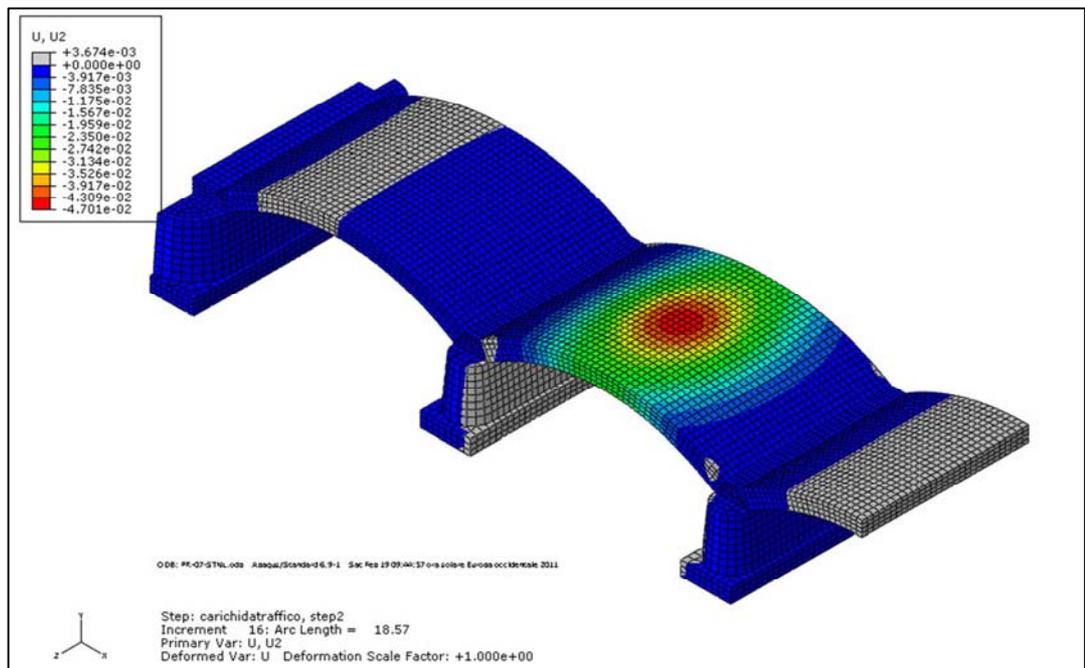


Fig. 4.65 – Mappa spostamenti verticali, vista d'insieme, step 2,  $LPF = 13,3$

Nelle mappe cromatiche delle tensioni principali in direzione longitudinale, l'interesse si focalizza sulle zone soggette a trazione (zone di colore grigio). Per  $LPF=13,3$  le zone di trazione e compressione nell'arco e nelle pile non si differenziano dal caso precedente (Analisi A), anche in questo caso quindi compatibile con la posizione della curva delle pressioni e delle cerniere plastiche individuata dal modello bidimensionale (Figura 4.66). La vista della base delle pile, ci mostra la consueta parzializzazione, con ampie zone soggette a trazione (Figura 4.67), ciò conferma la volontà della pila a ruotare innescando il cinematismo di collasso del modello bidimensionale, questa è però impedita in ciò per la presenza dei vincoli d'incastro perfetto. Una vista d'insieme dell'andamento delle tensioni sull'arcata, mostra il comportamento bidimensionale e non più cilindrico, dell'arcata (Figura 4.68).

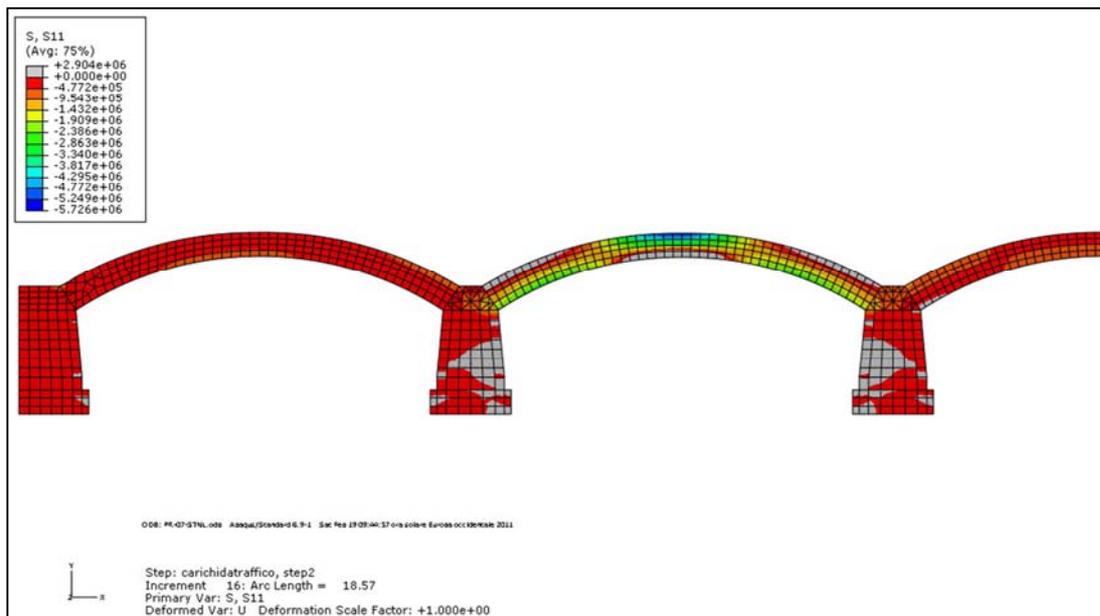


Fig. 4.66 - Mappa delle tensioni normali in direzione longitudinale 11, sezione longitudinale di mezzeria, step 2,  $LPF = 13,3$

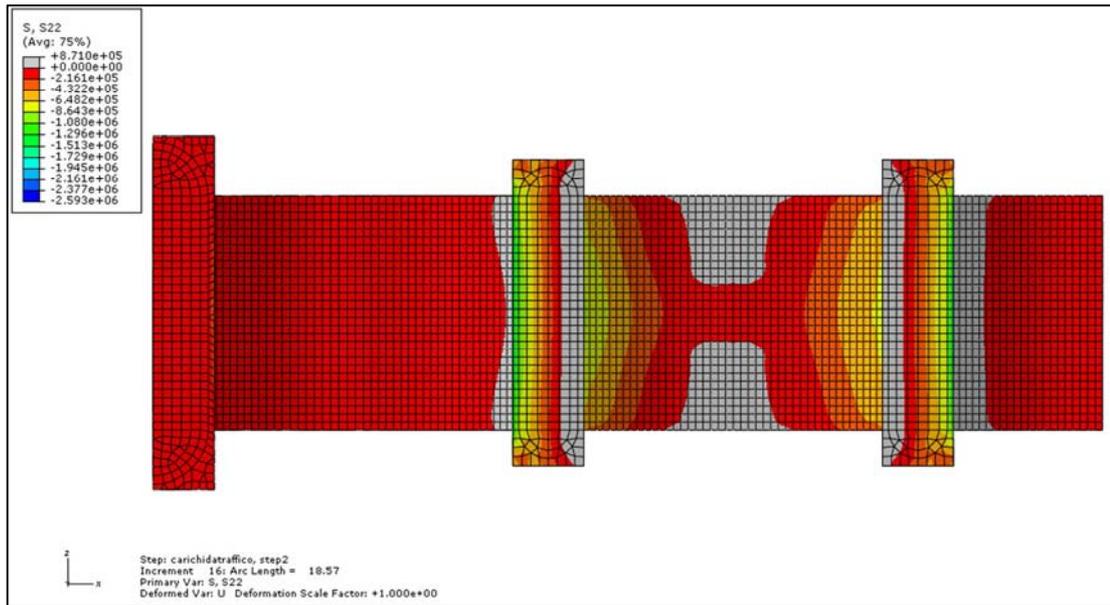


Fig. 4.67 - Mappa delle tensioni normali in direzione 22 alla base delle pile, step 2,  $LPF = 13,3$

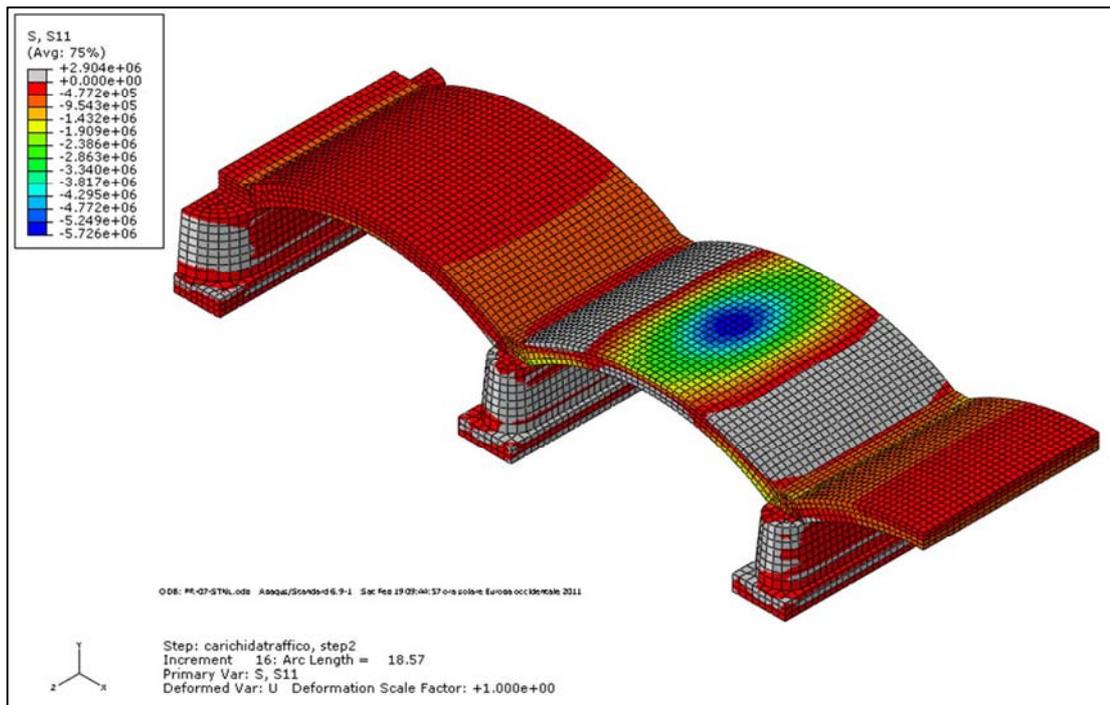


Fig. 4.68 - Mappa delle tensioni normali in direzione longitudinale 11 e visualizzazione del comportamento bidimensionale, step 2,  $LPF = 13,3$

Di seguito vengono riportate le mappe cromatiche delle zone che, progressivamente entrano in campo plastico; tali si concentrano in chiave e alle imposte fino a coinvolgere l'intera arcata 7. Per  $LPF = 13.3$  è possibile notare come anche alla base delle pile 5 e 6 il materiale inizi a entrare in campo plastico in maniera più pronunciata rispetto al caso precedente (Analisi A). Un tale comportamento è sicuramente correlato al maggior valore del  $LPF$ .

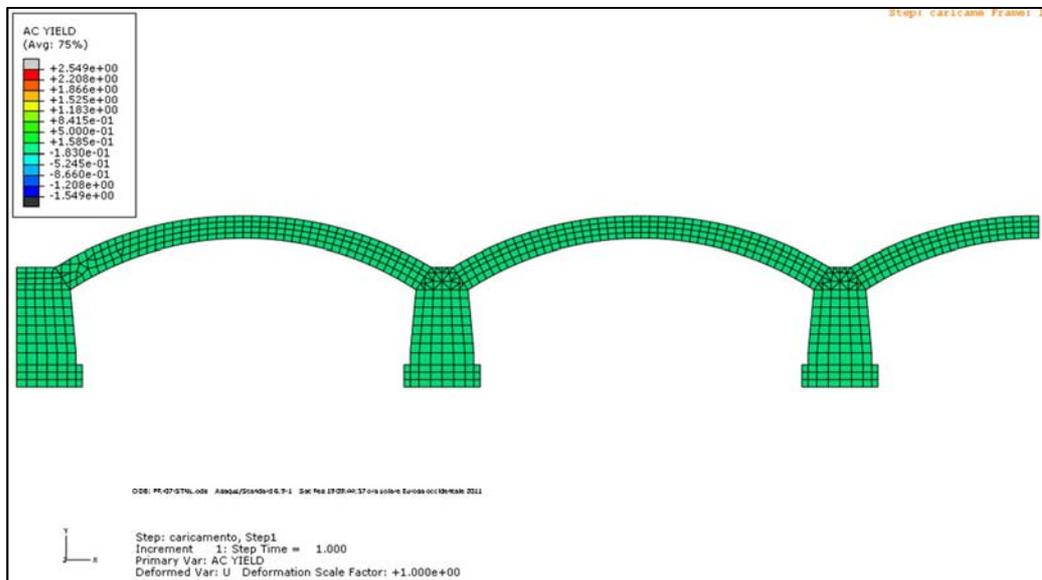


Fig. 4.69 - Mappa delle zone plasticizzate, sezione longitudinale di mezzeria, step1

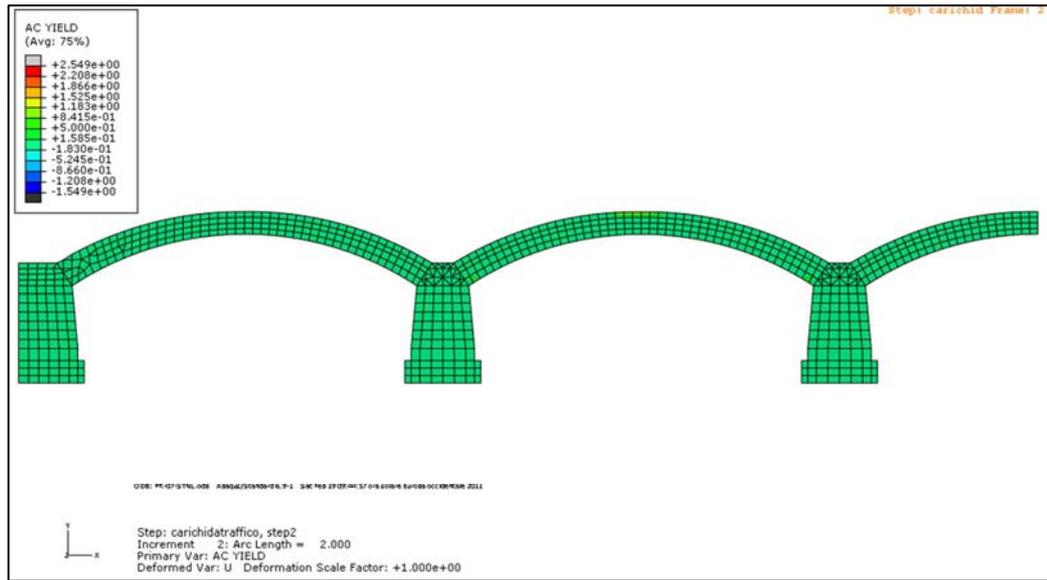


Fig. 4.70 - Mappa delle zone plasticizzate, sezione longitudinale di mezzeria, step2,

$$LPF = 2$$

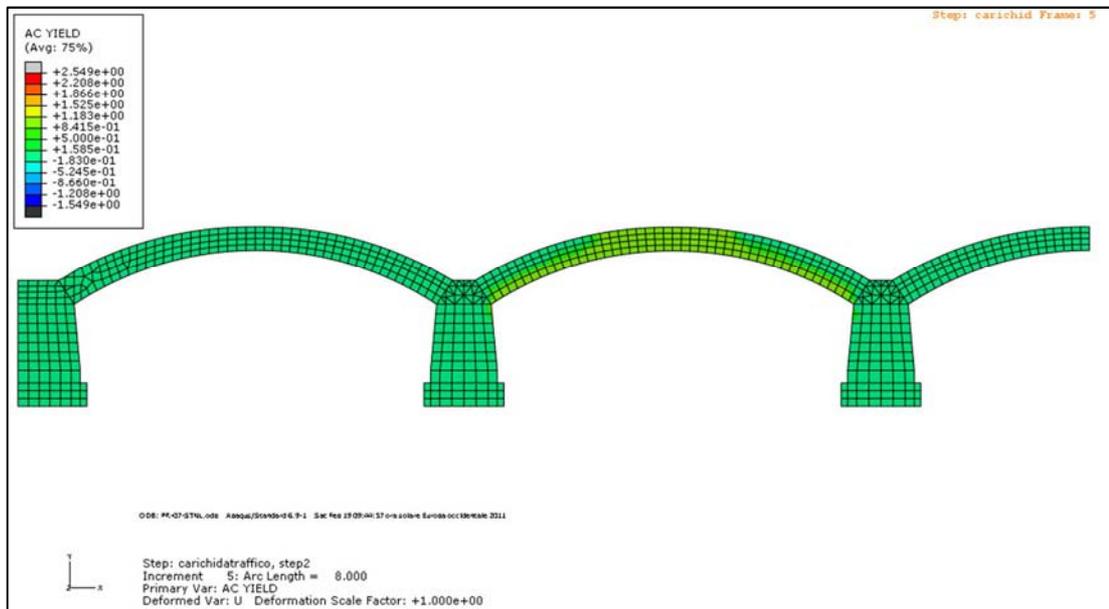


Fig. 4.71 – Mappa delle zone plasticizzate, sezione longitudinale di mezzeria, step2,

$$LPF = 7,05$$

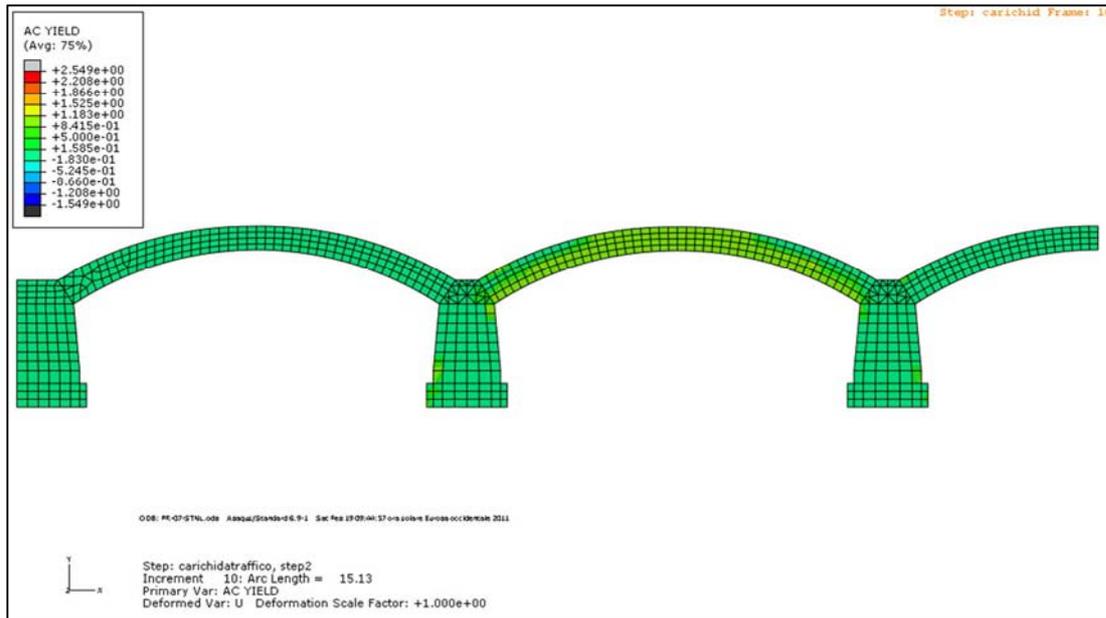


Fig. 4.72 - Mappa delle zone plasticizzate, sezione longitudinale di mezzeria, step2,  
 $LPF = 11,8$

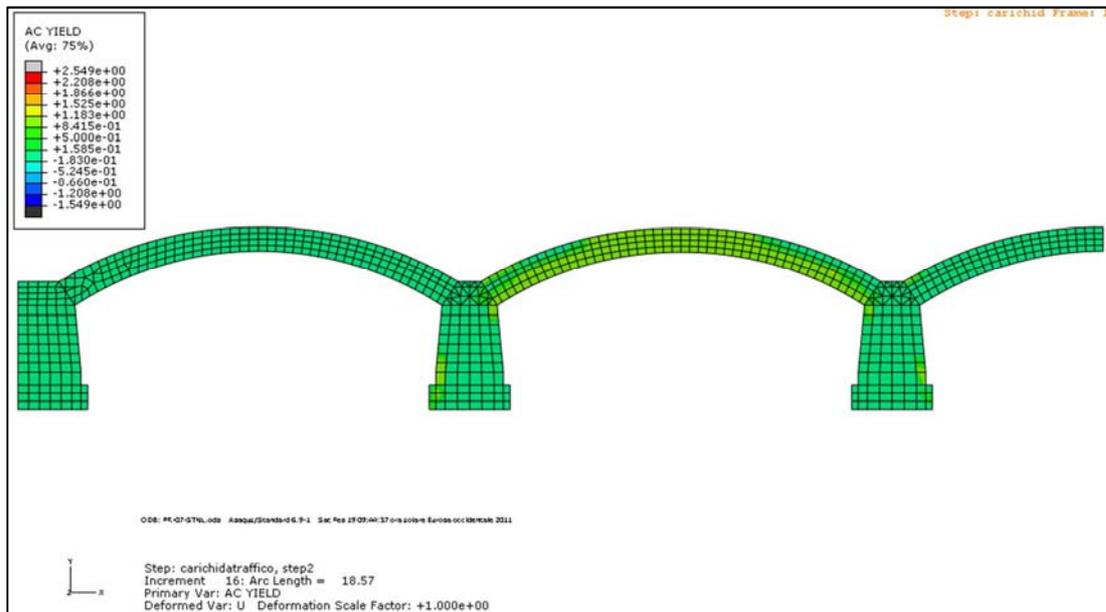


Fig. 4.73 - Mappa delle zone plasticizzate, sezione longitudinale di mezzeria, step2,  
 $LPF = 13,3$

### 4.6.3 Analisi C

Nell'ultima analisi si è scelto di disporre sull'arcata il carico utilizzato nell'Analisi B con la massima eccentricità trasversale (Figura 4.74).

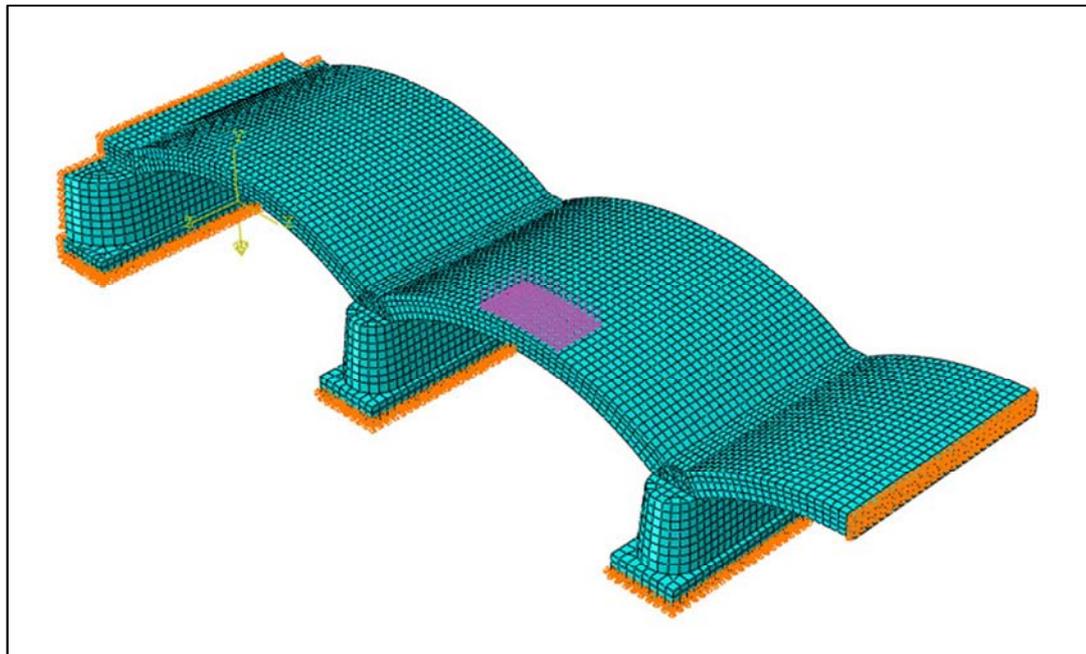


Fig. 4.74 – Carico ripartito sull'area di riferimento, sull'arcata in posizione eccentrica, nel modello in Abaqus

Con questa scelta si è deciso prima di tutto di esaltare il comportamento tridimensionale, identificando eventuali punti di debolezza o di forza della struttura precedentemente non espressi, ma anche di verificare la proposta di progetto dell'RFI di implementare sull'impalcato il 4 binario in posizione prossimale al timpano.

Anche in questo caso, il caricamento della struttura durante l'analisi procede attraverso 2 step successivi:

- nel *primo step* vengono applicati i carichi gravitazionali e la struttura è soggetta al solo peso proprio;
- nel *secondo step* viene applicato il carico da traffico, questo viene progressivamente amplificato dall'algoritmo di calcolo attraverso il parametro *Load Proportionaly Factor* , fino a mancata convergenza

Di seguito sono riportate i risultati delle analisi. Primo parametro d'interesse è sempre il *Load Proportionaly Factor*, parametro amplificativo del carico mobile che risulta:

$$LPF = 14.3$$

Il moltiplicatore di carico è leggermente superiore rispetto alla condizione di carico centrato, anche in questo caso è opportuno ricordare come il modello tridimensionale della struttura sia semplificato e non consideri né i carichi permanenti portati (ballast e armamento ferroviario) né i pesi propri delle parti eliminate (riempimento, rinfiando e timpani). Dalle mappe cromatiche degli spostamenti verticali è stato possibile notare come il carico fortemente eccentrico porti l'arco caricato (arcata7) ad avere un comportamento di tipo torsionale nella direzione trasversale all'impalcato; questo comportamento coinvolge anche le arcate laterali, arcata 6 e arcata 8 (Figura 4.75-76), con torsione inversa. Le pile 5 e 6 invece non solo tendono a ruotare in senso longitudinale ma anche trasversalmente (Figura 4.77). Non è possibile in questo caso effettuare un confronto con il cinematismo proposto dall'analisi limite sul modello bidimensionale, il comportamento espresso dalla deformata è infatti proprio di un modello esclusivamente tridimensionale (La deformata è stata amplificata).

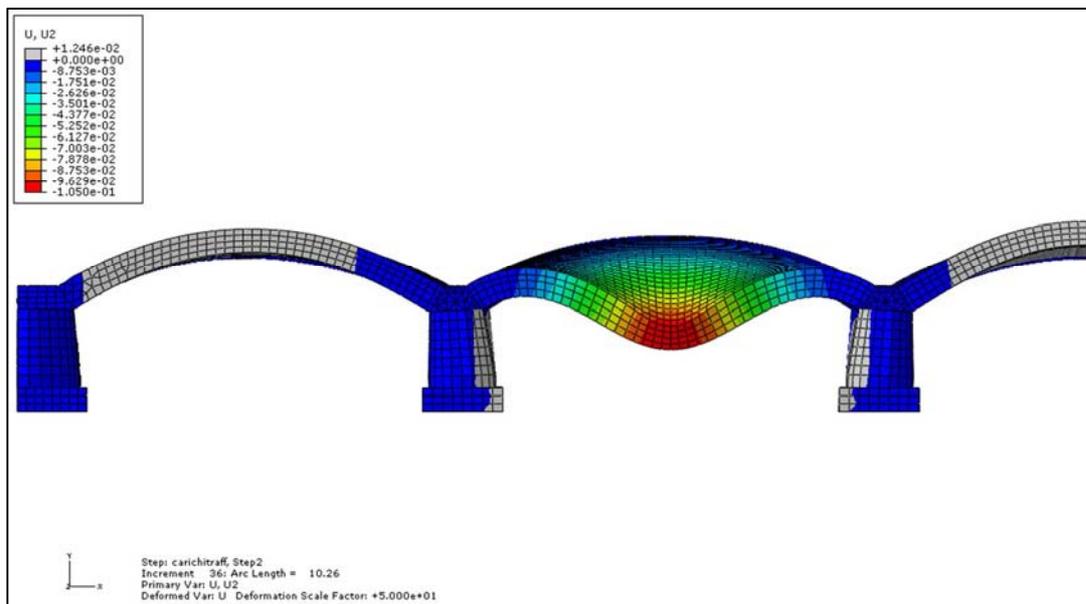


Fig. 4.75 – Mappa spostamenti verticali, vista frontale, step 2,  $LPF = 14,3$

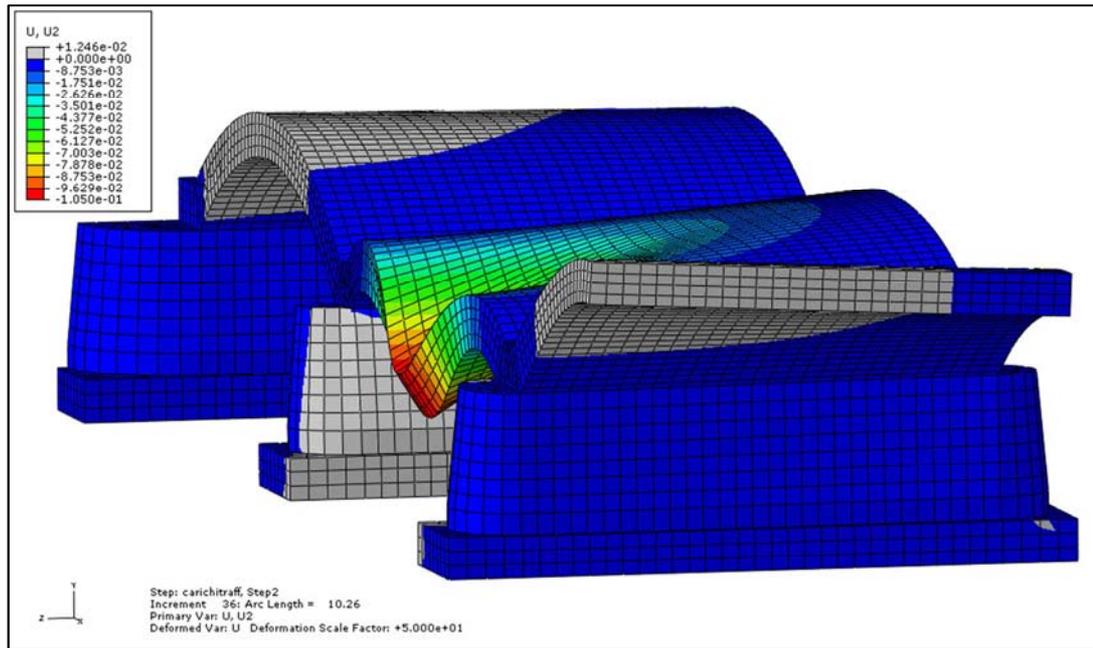


Fig. 4.76 – Mappa degli spostamenti verticali, vista d’insieme, step 2,  $LPF = 14,3$

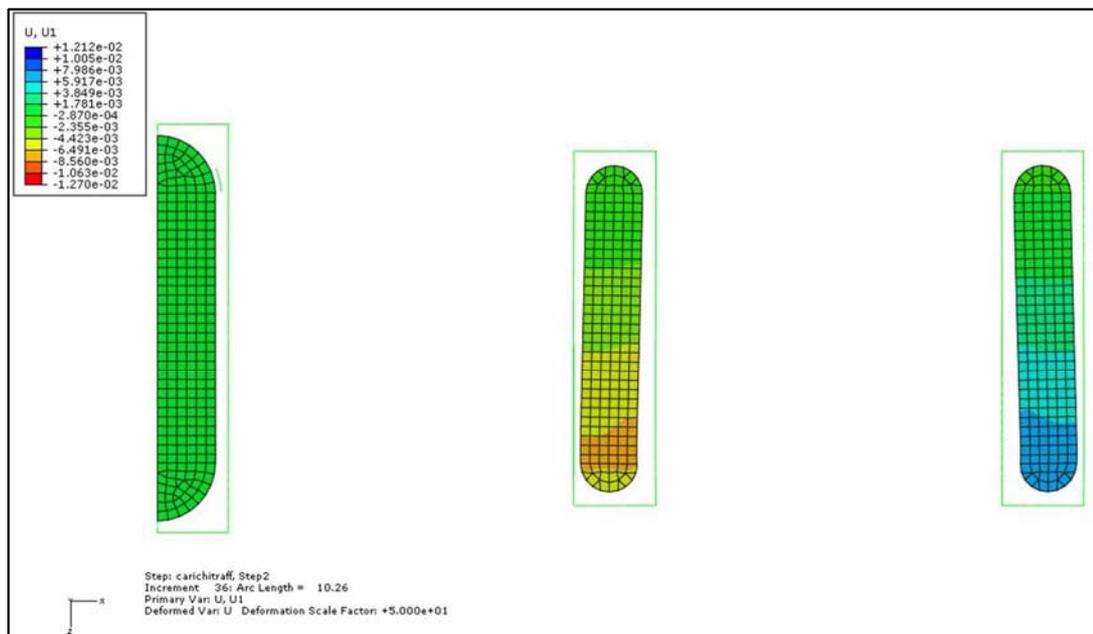


Fig. 4.77 – Mappa degli spostamenti orizzontali, sezione orizzontale sulle pile, vista dall’alto, step 2,  $LPF = 14,3$

Nelle mappe cromatiche delle tensioni principali in direzione longitudinale, l'interesse si focalizza sulle zone soggette a trazione (zone di colore grigio). Per  $LPF=14,3$  si manifesta uno stato tensionale complesso nell'arcata caricata. Se la vista frontale dell'arco, ci mostra un andamento delle tensioni in direzione X, molto simile a quello manifestato nelle precedenti analisi, la vista dal retro ci mostra tutt'altro comportamento; la medesima arcata risulta infatti pressoché scarica con zone di trazioni che coinvolgono le zone d'imposta (Figura 4.78-79). Una vista d'insieme dell'andamento delle tensioni sulle arcate, mostra lo stato tensionale complesso a cui sono soggette (Figura 4.80). La vista della base delle pile, ci mostra una parzializzazione anomala rispetto alle precedenti analisi, le zone soggette a trazione e compressione sono asimmetriche rispetto al piano trasversale di simmetria della pila; questo perché la rotazione, che la pila vuole manifestare, non è più solo longitudinale, ma anche trasversale con punto fisso opposto alla zona caricata (Figura 4.81), confermando ciò il comportamento deformativo (Figura 4.77). Anche le pile sono soggette a uno stato tensionale complesso dovuto al comportamento torsionale alternato delle arcate, le mappe cromatiche delle tensioni principali in direzione Y mostrano come se da un lato la pila è soggetta a compressione, dalla parte opposta, rispetto al piano di simmetria trasversale, è soggetta a trazione (Figura 4.82).

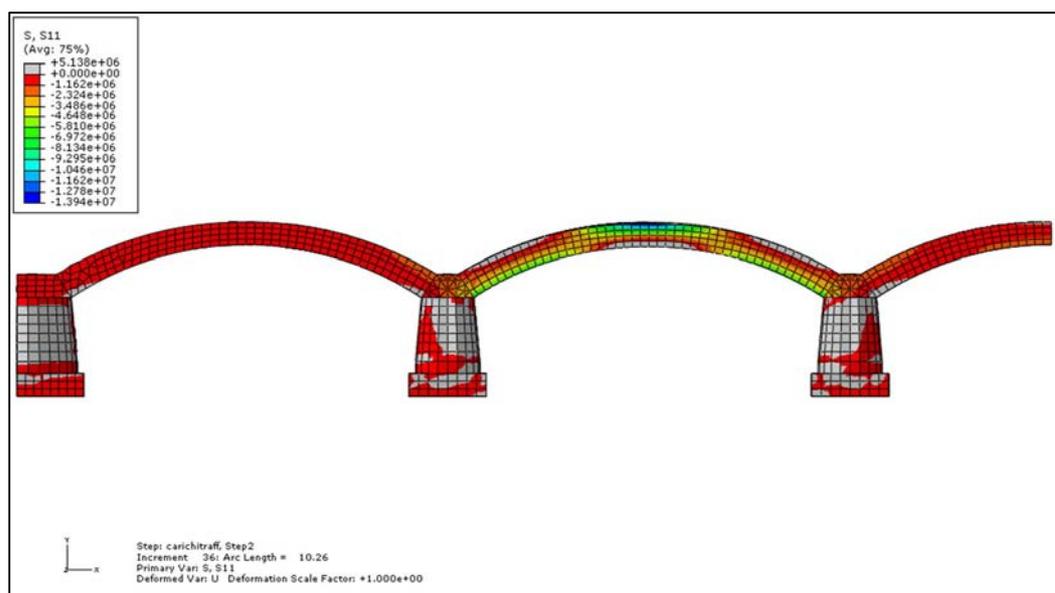


Fig. 4.78 - Mappa delle tensioni normali in direzione longitudinale 11, vista frontale, step 2,  $LPF = 14,3$

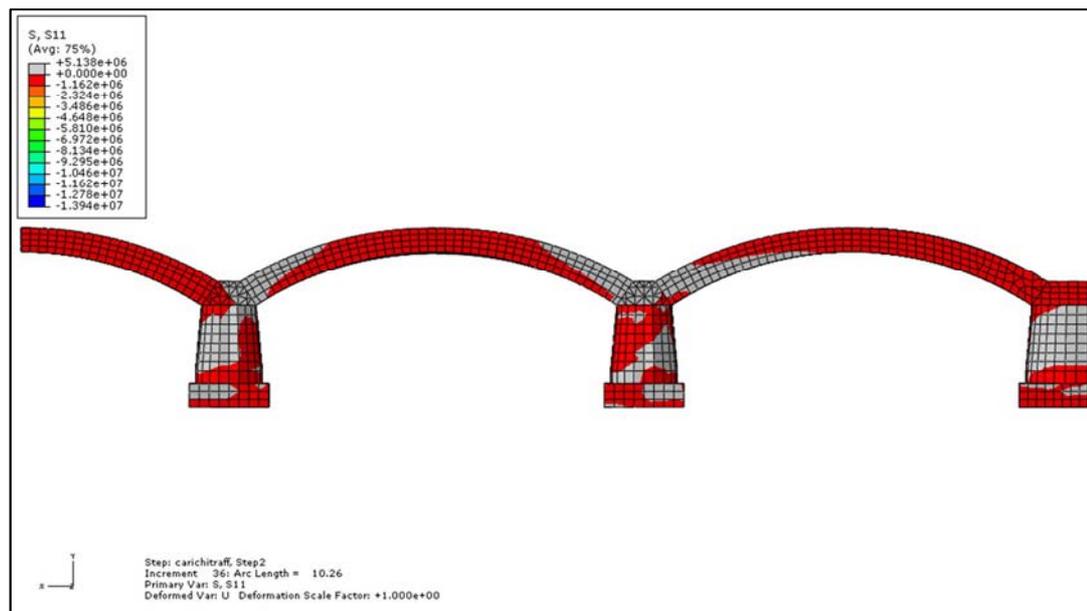


Fig. 4.79 - Mappa delle tensioni normali in direzione longitudinale 11, vista dal retro, step 2,  $LPF = 14,3$

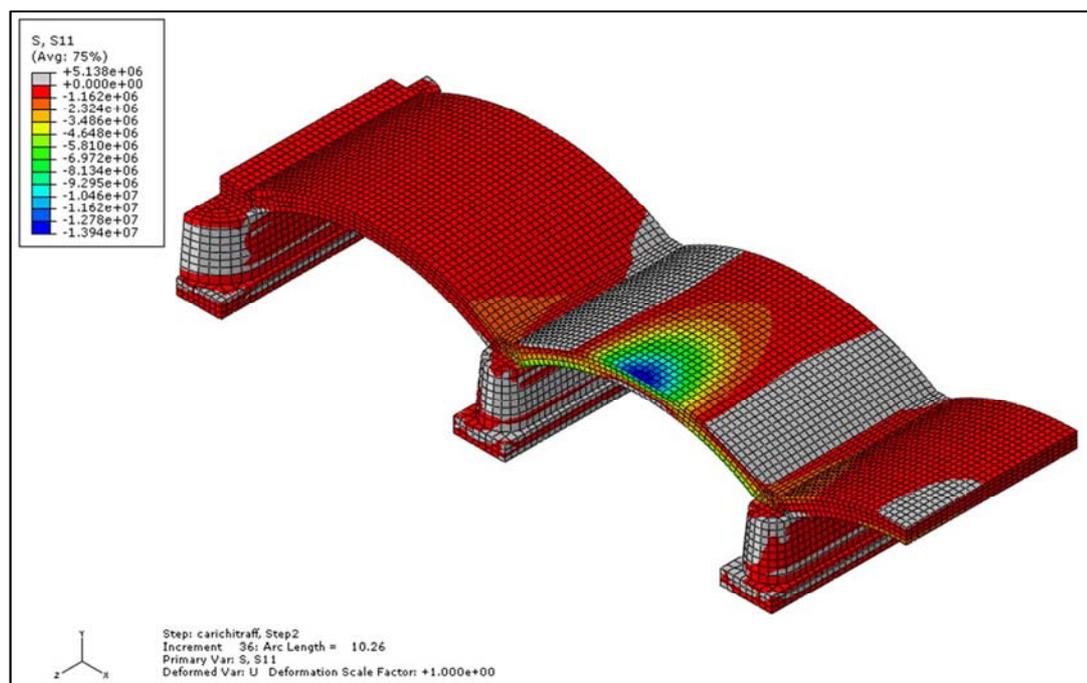


Fig. 4.80 - Mappa delle tensioni normali in direzione longitudinale 11, vista d'insieme, step 2,  $LPF = 14,3$

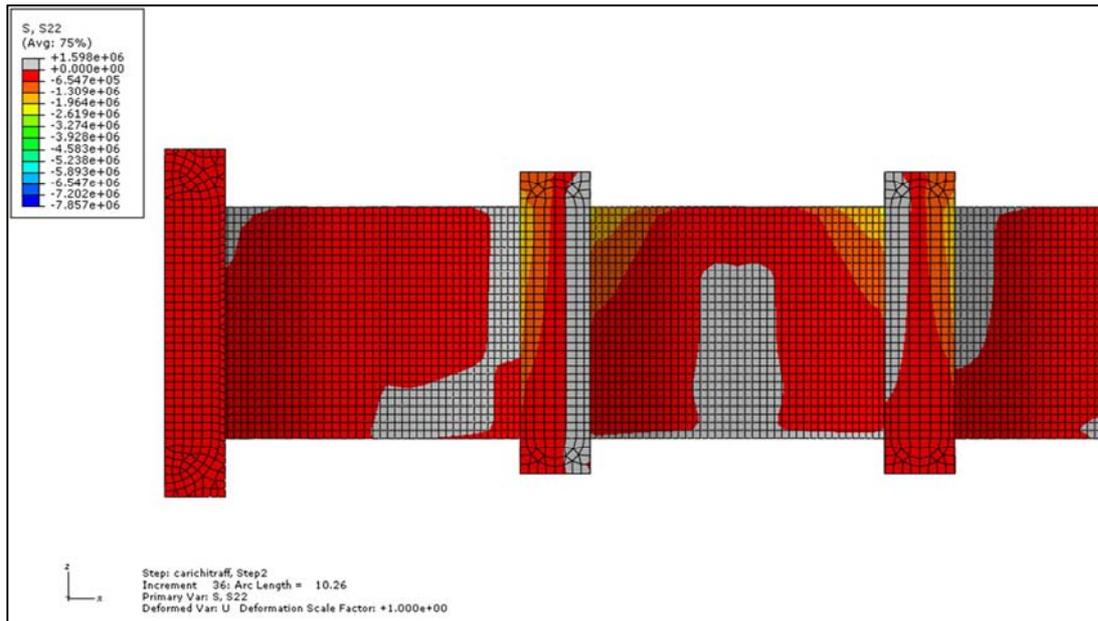


Fig. 4.81 - Mappa delle tensioni normali in direzione 22 alla base delle pile, step 2,  
 $LPF = 14,3$

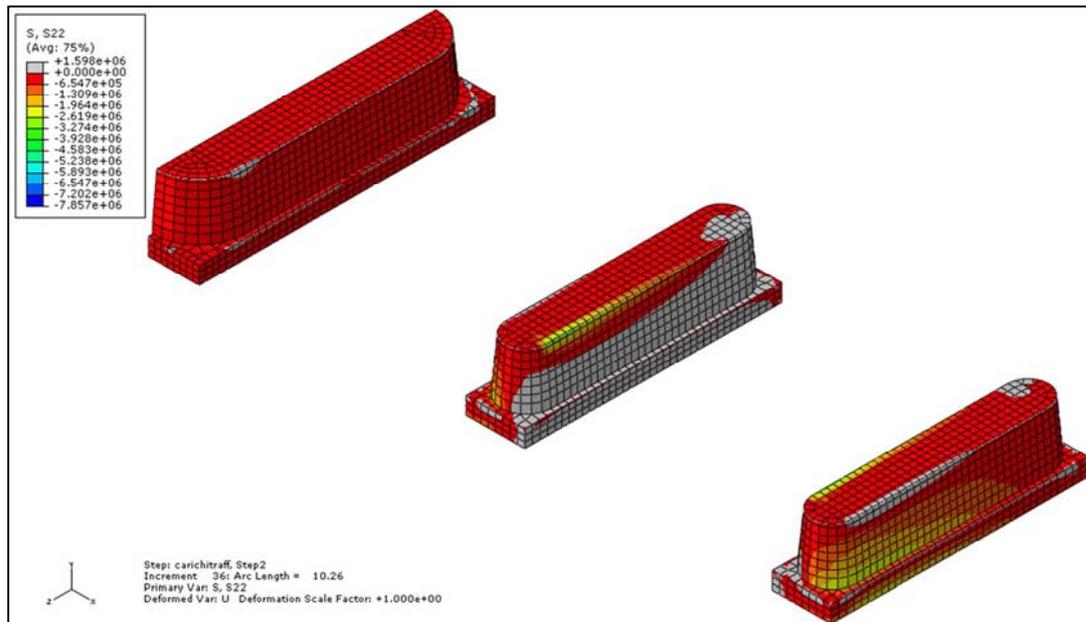


Fig. 4.82 - Mappa delle tensioni normali in direzione 22, vista d'insieme delle pile,  
 step 2,  $LPF = 14,3$

#### **4.7 Confronto fra l'analisi limite cinematica e l'analisi statica non lineare**

Il modello tridimensionale vincente, per confrontare i risultati proposti dall'analisi cinematica con quelli forniti dalle analisi non lineari agli elementi finiti, è risultato il modello utilizzato nell'Analisi A. Il modello ha, infatti, mostrato un moltiplicatore di carico prossimo a quello fornito dall'analisi cinematica, ma anche forti analogie con il cinematismo di collasso proposto.

Di seguito si riportano i confronti grafici fra i risultati proposti dalle due analisi, evidenziandone le analogie.

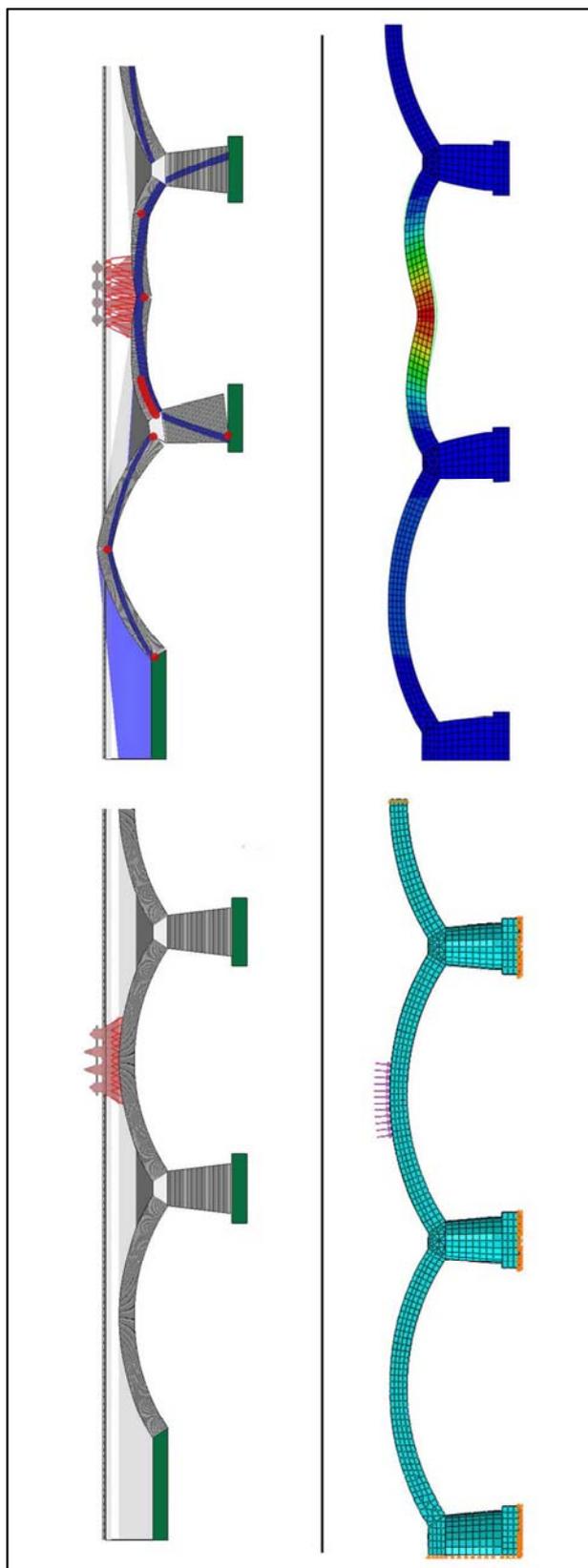


Fig. 4.83 – Config. indeformata e cinematismo di collasso per  $\lambda = 7,31244$ ; config. indeformata e configurazione deformata del modello 3D per  $LPF = 7,51$

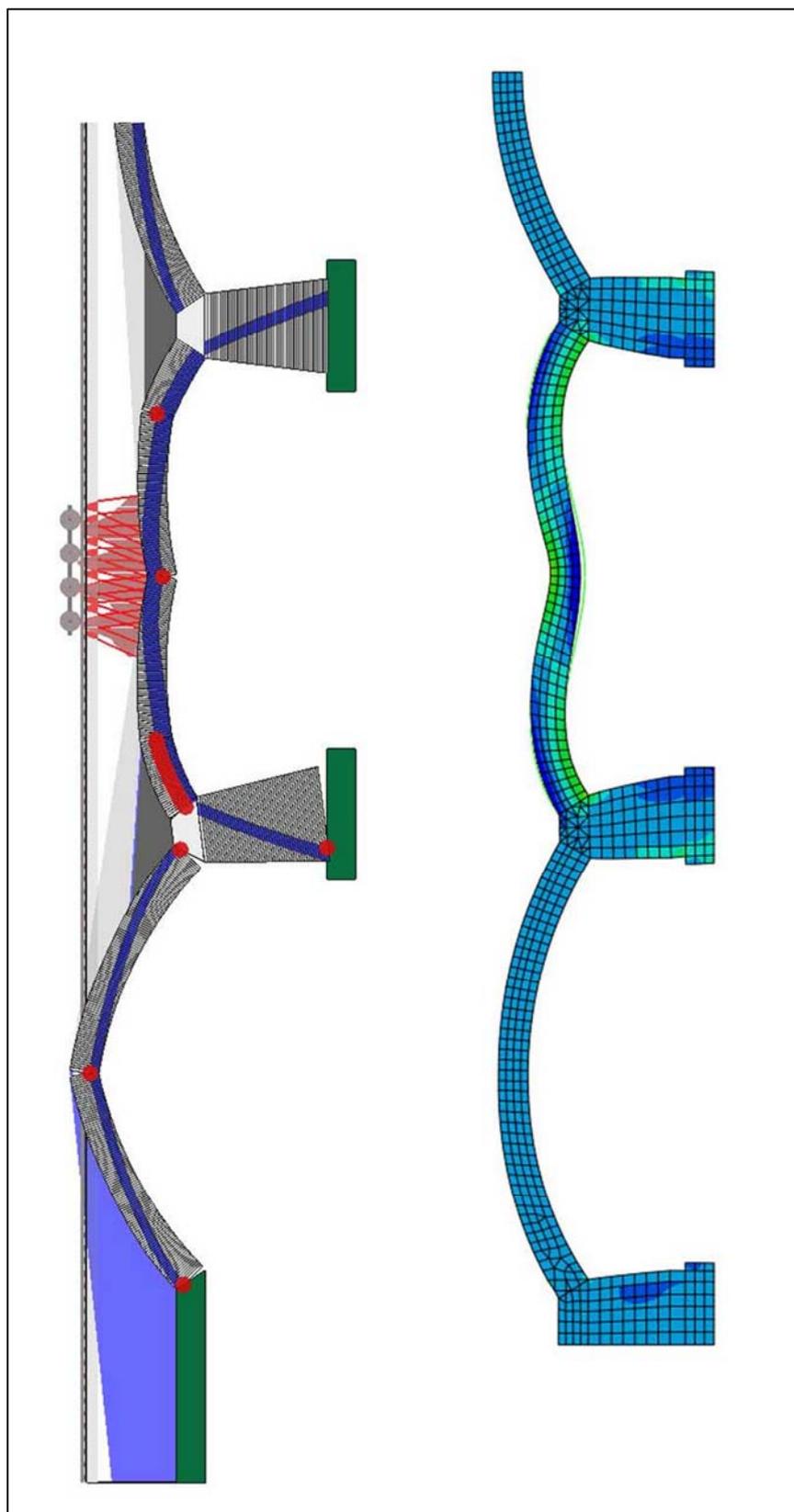


Fig. 4.84 – Andamento della curva delle pressioni durante il cinematismo di collasso per  $\lambda = 7,31244$ ; andamento delle pressioni nel modello 3D per  $LPF = 7,51$

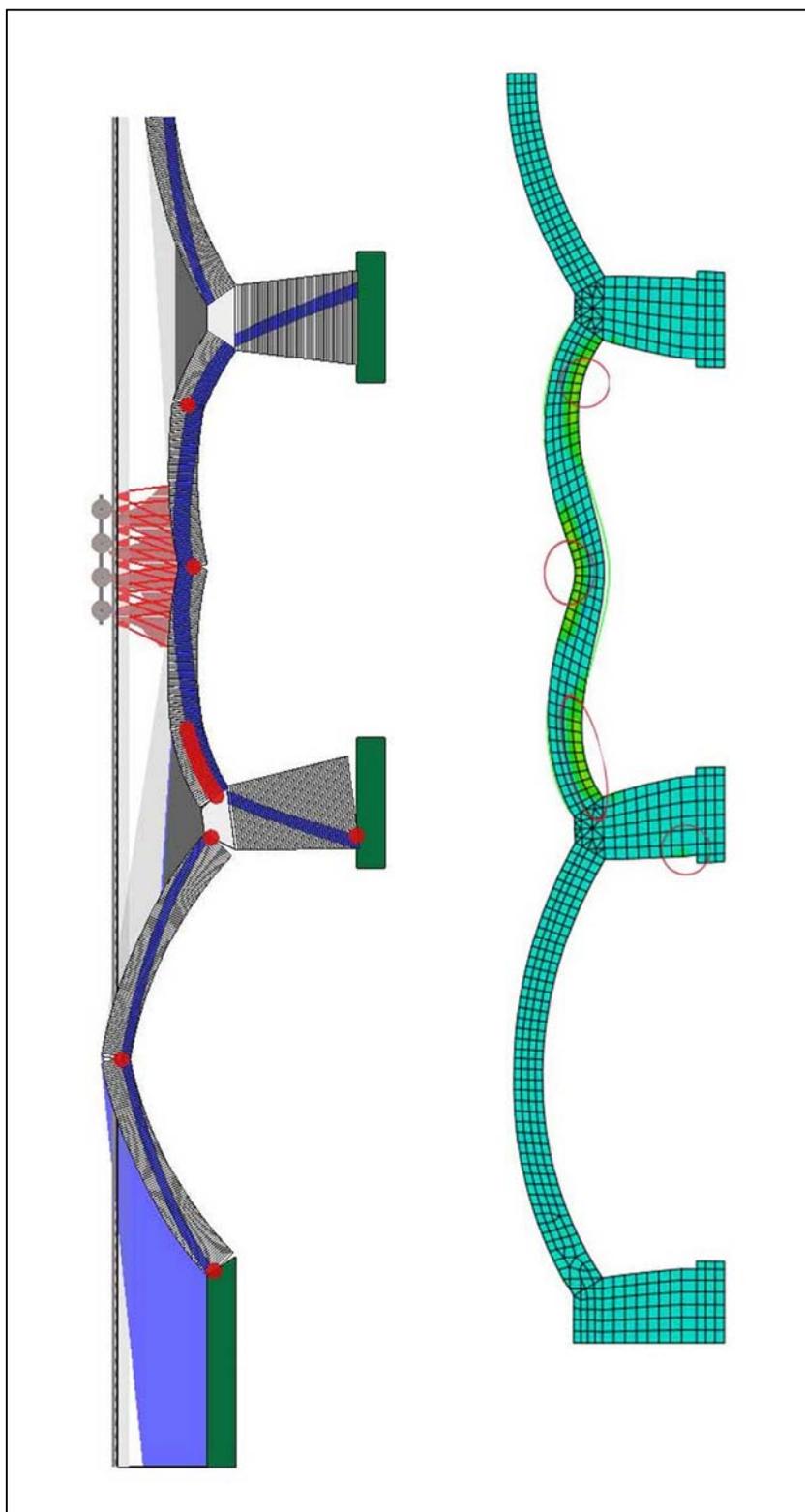


Fig. 4.85 – Posizione delle *cerniere plastiche* durante il cinematismo di collasso per  $\lambda = 7,31244$ ; zone del modello 3D entrate in campo plastico per  $LPF = 7,5$

## ***CONCLUSIONI***

Nell'elaborato è stato affrontato la modellazione e l'analisi del ponte ferroviario sul fiume Reno al km 3+717,52 della linea Bologna-Piacenza. Le analisi svolte hanno permesso di mettere in luce diverse informazioni utili alla comprensione del comportamento di tale struttura. Fra le diverse metodologie proposte e ampiamente analizzate nel secondo capitolo, se ne sono scelte due come rappresentative.

Lo studio del ponte è stato eseguito in un primo momento attraverso un modello piano bidimensionale ed è stato analizzato attraverso il software "Limitstate Ring 2.0", dedicato alla valutazione della capacità portante ultima dei ponti ad arco in muratura ad una o molteplici arcate. La struttura viene risolta attraverso un'analisi limite cinematica sulla base delle ipotesi proposte da Heyman.

L'analisi condotta, seppur semplice ed eseguita su un modello piano, ha permesso di cogliere aspetti molto interessanti. Nello specifico è stato possibile verificare come il ponte, soggetto al transito di un treno di carico proposto da normativa (treno di carico LM71), mostri i suoi punti di debolezza in prossimità delle zone centrali delle arcate, in queste infatti si verificano i moltiplicatori di carico minimi. Il cinematismo di collasso che è stato individuato è tipico per ponti in muratura a molteplici arcate, esso infatti coinvolge non solo l'arcata caricata, ma anche quella adiacente attraverso il movimento rotatorio della pila. La possibilità di inserire nell'analisi dei coefficienti di parzializzazione dei carichi ci ha permesso di effettuare una pseudo-verifica agli stati limite ultimi, valutando così la sicurezza del ponte al transito sull'impalcato del treno di carico LM71. La verifica è andata a buon fine confermando la sicurezza dell'opera.

Successivamente ci si è posti il problema di verificare il comportamento critico della struttura, mostrato dall'analisi limite cinematica, attraverso un modello tridimensionale che potesse cogliere l'intera geometria del ponte. Il modello è stato analizzato con il software agli elementi finiti "Abaqus v.6.9.1". Sono state condotte analisi statiche non lineari sulla struttura e il comportamento non lineare della muratura è stato considerato attraverso il "concrete smeared cracking" cioè un modello a danneggiamento sviluppato per i materiali fragili che tiene conto del

danneggiamento progressivo del materiale, sfruttando il concetto di frattura coesiva proposto da Hillerborg. Il carico mobile è stato collocato nella posizione più critica individuata dal modello bidimensionale. Le analisi, condotte su un modello semplificato del ponte, sono state tre:

- Analisi A (Fascia di carico centrata)
- Analisi B (Carico centrato)
- Analisi C (Carico eccentrico)

L'analisi A è quella che ha mostrato le migliori analogie con il modello bidimensionale in termini di deformata, stato tensionale, zone di non linearità del materiale e soprattutto moltiplicatore del carico mobile a collasso (Parametro *LPF*). Il caricamento scelto infatti determina un comportamento cilindrico dell'arcata.

L'analisi B ha invece considerato una situazione più realistica nel caricamento della struttura, ha permesso di manifestare il comportamento tridimensionale del ponte. Il comportamento deformativo si è confermato analogo all'analisi precedente, ma il parametro *LPF* ha subito un forte incremento, raddoppiando il suo valore. Le maggiori riserve di resistenza date dal comportamento tridimensionale del ponte si sono tradotte in un maggior valore del moltiplicatore di carico a collasso.

L'analisi C è stata condotta con l'intento di voler esaltare il comportamento tridimensionale della struttura collocando il carico sull'arcata, in posizione fortemente eccentrica. Il moltiplicatore di carico *LPF* si è mantenuto, in entità, molto simile all'analisi B, mentre il comportamento deformativo e lo stato tensionale hanno manifestato un accentuato comportamento torsionale, sia delle arcate che delle pile del ponte.

Nell'affrontare lo studio dei ponti ad arco in muratura le due metodologie sono risultate entrambe valide e hanno permesso di cogliere i comportamenti a collasso della struttura. In particolare l'analisi limite cinematica trova il suo punto di forza nella semplicità di applicazione e risoluzione della struttura che si è dimostrata in accordo con i risultati proposti dai modelli FEM (Analisi A), tuttavia con lo svantaggio di non tenere in considerazione l'effettivo comportamento tridimensionale del ponte che può portare ad una sottostima del reale carico a collasso (Analisi B e C).





## ***Bibliografia***

Abaqus/CAE User's Manual.

Albenga G. , *I Ponti* , UTET Torino, 1953.

Audenaert A. , Beke J., *A comparison between 2D-models for masonry arch bridge assessment*, Proc. of the 3rd WSEAS International Conference on Engineering Mechanics, Structures, Engineering Geology (EMESEG '10) and the International Conference on Geography and Geology 2010 (WORLDGEO '10), Corfu Island, Greece, July 22-25, 2010, pp. 251-257.

Baggi V. , *Costruzioni Stradali ed Idrauliche parte prima: Costruzioni Stradali*, UTET, Torino, 1926.

Brencich A. , *Appunti del corso di Costruzioni di infrastrutture per i trasporti – Università di Genova*.

Brencich A. , De Francesco U., *Assessment of Multispan Masonry arch Bridges I : Simplified Approach* , Journal of Bridge Engineering, 2004.

Brencich A., Gambarotta L., De Francesco U. *Non linear elasto plastic collapse analysis multi-span masonry arch bridges*. Proc., 3rd Int. Conf. on Arch Bridges (2001), Paris, C. Abdunur, ed., 513– 522, École Ntionale des Ponts et Chaussées, Paris

Boothby T. E., *Load rating of masonry Arch Bridges*, Journal of Bridge Engineering, 2001, 6(2):79-86.

Boothby T. E. , Fanning J. P. , *Three-dimensional modeling and full-scale testing of stone arch bridges* , Computer & Structures, 2001 – Elsevier.

Campanella G. , *Trattato generale teorico pratico dell'arte dell'ingegnere civile, industriale ed architetto: ponti in muratura*, Vallardi, Milano, 1928.

Cavicchi A, Gambarotta L. , *Collapse analysis of masonry bridges taking into account arch-fill interaction*. Eng Struct, 2005; 27:605\_15.

Cazzani A., *Appunti del corso di Statica delle murature*, corso di laurea specialistica in ingegneria edile , A.A. 2006-2007 , Università di Trento, [www.ing.unitn.it](http://www.ing.unitn.it) .

Choo BS, Coutie MG, Gong NG. , *Finite-element analysis of masonry arch bridges using tapered elements*, Proceedings of the Institution of Civil Engineers 1991;91:755–70.

Como M., *Appunti del corso di Problemi strutturali dei monumenti e dell'edilizia storica*, Corso di laurea magistrale in Ingegneria Civile , A.A. 2009-2010 – [www.civ.uniroma2.it](http://www.civ.uniroma2.it) .

*Concessione della strada ferrata centrale italiana*, testo su wikisource

Corini F. , *Scienza e tecnica delle costruzioni stradali*, Ulrico Hoepli Editore, Milano,1941.

Curioni G. , *L'arte di fabbricare costruzioni civili, stradali ed idrauliche dispensa quinta*, Negro, Torino, 1871.

Crisfield, M.A., *Finite element and mechanism methods for the analysis of masonry and brickwork arches*, Transport and Road Research Laboratory, Dept. of Transport, Research Report 19, 1985.

Clemente, P., Occhiuzzi, A., Raithel, A., *Limit behaviour of stone arch bridges*, J. Struct. Engrg., 1995, ASCE, 121, 1045-1050.

Delgado E. J. , González J.L. , Alamo C.M.A.J., *Fàbrica – Ispeccion y diagnosis de puentes ferroviarios de fàbrica*, ADIF, Dicembre 2007

Falconer, R.E., *Assessment of multi-span arch bridges*, Proc. 3rd Int. Conf. on Inspection, Appraisal, Repair and Maintenance of Buildings and Structures, Bangkok, 1994, 79-88.

*Fondo Speciale Jean Louis Protche*, Biblioteca comunale dell'Archiginnasio, Bologna

Gambarotta L. , Brencich A., Corradi C., Mantegazza G., Sterpi E., *Compressive strength of solid clay brick masonry under eccentric loading*, Proc. Br. Masonry Soc., 2002, 9(11), 37–46.

Gambarotta L., Brencich A., De Francesco U., *Non linear elasto plastic collapse analysis multi-span masonry arch bridges*, Proc., 3rd Int. Conf. on Arch Bridges 2001, Paris, C. Abdunur, ed., 513– 522, École Ntionale des Ponts et Chaussées, Paris.

Gilbert M, *RING: A 2D rigid block analysis program for masonry arch bridges*, Proc. 3rd International Arch Bridges Conference, Paris, pp. 109-118.

Gilbert M. and Melbourne C., *Rigid-block analysis of masonry structures*, The Structural Engineer, 1994, 72, 21, pp. 356-361.

Gilbert, M (2007), *Limit analysis applied to masonry arch bridges: state-of-the-art and recent developments*, Proc. 5th International Conference on Arch Bridges, Madeira, pp 13-28.

Giordano A., Mele E. De Luca A., *Modelling of historical masonry structures: comparison of different approaches through a case of study*, Engineering Structures 2004; 26: 1057-1069.

Giordano A., Mele E. De Luca A., *A simplified procedure for assessing the seismic capacity of masonry arches*. Engineering Structures 2004; 26: 1915-1929.

Grossrubatscher F. , *Modellazione e analisi di ponti ad arco in muratura: Il caso del ponte di Bagno di Piano* , Tesi di laurea specialistica in Ingegneria Civile, A.A. 2006/2007, Università degli studi di Bologna.

Harvey W.E.J., *Application of the mechanism analysis to masonry arches*, The Structural Engineer, 1988, 66, 77-84.

Heyman J. , *The Masonry Arch* , Hellis Horwood Ltd., Chichester, West Sussex, England, 1982.

Hillerborg, A., Modeer M., Petersson P. E., *Analysis of Crack Formation and Crack Growth in Concrete by Means of Fracture Mechanics and Finite Elements*, Cement and Concrete Research, vol. 6, pp. 773–782, 1976.

Hughes TG, Blackler MJ., *A review of the UK masonry assessment methods* , Proc Inst Civil Eng ,1995;110:373\_82.

Limitstate Ltd., *Theory and modelling guide*, [http://www.limitstate.com/files/pdf/ring/RING\\_Theory\\_Guide.pdf](http://www.limitstate.com/files/pdf/ring/RING_Theory_Guide.pdf), 2009

Loo YC, Yang Y. *Cracking and failure analysis of masonry arch bridges*. Journal of Structural Engineering 1991;117:1641–59.

Molins C, Roca P., *Capacity of masonry arches and spatial frames*, Journal of Structural Engineering 1998; 124:653–63.

Owen, D.R.J., Peric, D., Petrinic, N., Brookes, C.L., James, P.J., *Finite/discrete element models for assessment and repair of masonry structures*, Proc. II Int. Conf. on Arch Bridges, A. Sinopoli ed., 195-204, Balkema, Rotterdam 1998.

Paradiso M. , Tempesta G. , Galassi S. , Pugi F., *Sistemi voltati in muratura: Teoria e applicazioni* , DEI, Roma , 2007.

Pippard AJS, Ashby RJ., *An experimental study of the voussoir arch*, Journal of the Institution of Civil Engineering, 1939;10:383–403.

Pippard AJS., *The approximate estimation of safe loads on masonry bridges*, Civil Engineer in War: Institution of Civil Engineers 1948;1:365.

Pocaterra R., *La stazione di Bologna un viaggio lungo un secolo e mezzo*, Bologna, Minerva, 2009.

Provincia di Bologna Settore viabilità – Servizio Manutenzione strade , Istituto per i beni artistici culturali e Naturali della regione Emilia Romagna, *I Ponti della provincia di Bologna*, Edizioni Tipoarte Bologna, Bologna, 2003.

Riotto G. , *Analisi sperimentale del comportamento statico e dinamico dei ponti in muratura*, Tesi di dottorato, XXI Ciclo, Genova 2010.

Resemini S. , *Vulnerabilità sismica dei ponti ferroviari ad arco in muratura*, Tesi di dottorato, XV Ciclo, Genova 2003.

Uday Vyas Ch. V., Venkatarama Reddy B. V. “*Prediction of solid block masonry prism compressive strength using FE model*”. *Materials and structures* 2010; 43:719-735

UNI-ENV 1996-1-1 marzo 1998 *Progettazione delle strutture di muratura, Parte 1-1: Regole generali per le strutture di muratura armata e non armata.*

D.M. 14/01/08 *Norme Tecniche per le costruzioni.*



## ***RINGRAZIAMENTI***

Ringrazio i miei genitori, per essermi stati sempre accanto durante la travagliata laurea specialistica ed in particolare durante la stesura di questo elaborato di tesi; per aver creduto nelle mie capacità quando io ormai le avevo perse. Senza il loro aiuto, la loro costante presenza, il loro incoraggiamento, non sarei sicuramente riuscito a portare a termine il lavoro.

Un ringraziamento va a tutti gli amici universitari con cui ho passato giornate, serate e momenti unici che ricorderò sempre e un grazie particolare a Robbi, Lalla, Marghe, Maina, Babi e Frenci.

Un grazie speciale va a Meru (meshatore infallibile), Ciccio (boss Fujitsu), Ba (ispiratore e profeta), Def e Ioppo (compagni di bevute, serate, nuotate, grigliate...), tutti sempre vicini e presenti con aiuti e consigli, durante la stesura della mia tesi

Un sentito ringraziamento va al personale del DICAM che mi ha seguito in questi mesi di lavoro, in particolare al Prof. Ing. Francesco Ubertini, per quel “*ci pensi bene*” nel momento di maggior difficoltà, al Dott. Ing. Stefano De Miranda per essere stato sempre disponibile, franco e pronto al dialogo, al Dott. Ing. Giovanni Castellazzi per la valida assistenza e i preziosi consigli forniti durante le numerose ore passate in laboratorio.