

**Alma Mater Studiorum - Università di Bologna**

---

Dipartimento di Fisica e Astronomia  
Corso di Laurea in Astronomia

**L'atomo di idrogeno: righe, serie e sua  
importanza in astrofisica**

Tesi di laurea

Presentata da:  
**Chiara Lazzarini**

Relatore:  
**Chiar.mo Prof.  
Daniele Dallacasa**

---

Anno Accademico 2018-2019

*"Vi chiedo di guardare  
in entrambe le direzio-  
ni. Perché la strada per  
la conoscenza delle stel-  
le conduce all'atomo; e  
l'importante conoscenza  
dell'atomo è stata rag-  
giunta attraverso le stel-  
le"*

(Sir Arthur Stanley Ed-  
dington)

## Sommario

L'idrogeno è l'atomo più semplice che la natura abbia creato, ma è tutt'altro che trascurabile la sua presenza nell'Universo. Infatti, si tratta dell'atomo più abbondante, ovvero rappresenta il 74 % di tutta la materia barionica. La sua semplicità lo rende il miglior candidato per lo studio e la comprensione delle righe spettrali. Dalla spettroscopia e dalle prime formule sulle righe spettrali nacque la teoria dei livelli energetici quantizzati nell'atomo ed essa è una delle prime radici della meccanica quantistica. Nell'elaborato viene illustrata la scoperta delle serie spettrali dell'idrogeno e la sua evoluzione fino alla teoria atomica di Bohr. Successivamente, si utilizza qualche nozione di meccanica quantistica per spiegare in dettaglio il fenomeno delle righe spettrali. Infine, vengono illustrati alcuni fenomeni astrofisici legati all'idrogeno, il cui studio è stato possibile grazie all'analisi delle righe spettrali.

# Indice

<b>1</b>	<b>Le serie e l'atomo di Bohr</b>	<b>1</b>
1.1	Righe spettrali e formule empiriche . . . . .	1
1.2	L'atomo di Bohr . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Le Righe Spettrali</b>	<b>4</b>
2.1	Atomo d'idrogeno in Meccanica Quantistica . . . . .	4
2.2	Coefficienti di Einstein . . . . .	6
2.3	Transizioni di dipolo elettrico, di quadrupolo elettrico e di dipolo magnetico . . . . .	7
2.4	Riga proibita a 21 cm dell'idrogeno neutro . . . . .	9
<b>3</b>	<b>L'idrogeno in Astrofisica</b>	<b>10</b>
3.1	Idrogeno neutro HI: Curve di rotazione delle galassie a spirale . . . . .	11
3.2	Idrogeno ionizzato HII: Le Regioni HII . . . . .	13
3.3	Idrogeno molecolare H <sub>2</sub> : Nubi molecolari . . . . .	14

# 1 Le serie e l'atomo di Bohr

Le serie dell'idrogeno sono state uno dei motivi che hanno portato allo sviluppo di teorie atomiche che esulavano dalla meccanica classica. L'atomo di Bohr è, infatti, il primo modello atomico quantizzato che ha aperto la strada alla formulazione della meccanica quantistica.

## 1.1 Righe spettrali e formule empiriche

La spettroscopia, ovvero l'analisi della radiazione emessa o riflessa da atomi o molecole, nacque verso la fine del XIX secolo, come metodo d'indagine. Infatti, nel 1817 Fraunhofer dimostrò l'esistenza di righe di assorbimento nello spettro del Sole. Fu così, allora, che si sviluppò questa nuova disciplina che ebbe una grande importanza nello studio della struttura atomica.

Il primo importante risultato si ebbe nel 1885, quando Balmer, mentre studiava l'emissione di un gas di idrogeno opportunamente scaldato, scoprì che le righe prodotte nella banda ottica hanno una regolarità che obbedisce alla formula empirica:

$$\lambda = \lambda_b \frac{n^2}{n^2 - 4} \quad (1.1)$$

dove  $\lambda_b$  è una costante che vale  $3647\text{\AA}$ ,  $n$  è un numero intero che assume valori maggiori o uguali a 3, quindi  $n=3,4,5\dots$ . Le righe prodotte a seconda del valore di  $n$  vengono classificate con l'alfabeto greco, per esempio:  $n = 3$  produce una riga chiamata  $H_\alpha$ ,  $n = 4$   $H_\beta$  e così via.

Poco tempo dopo, Lyman scoprì un'altra serie di righe prodotte dall'idrogeno nella banda ultravioletta e ne ricavò un'altra formula empirica. Successivamente furono scoperte altre serie dall'infrarosso a lunghezze d'onda maggiori che prendono il nome di Paschen, Brackett, Pfund, Humphreys. Nel 1888 Rydberg unificò tutte le leggi empiriche con una formula generale:

$$\nu_{m,n} = cR_H \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (1.2)$$

con  $m > n$  e  $R_H$  è la costante di Rydberg che vale  $109677.576 \text{ cm}^{-1}$

In questo modo, con ogni valore naturale di  $m$  si ottengono le varie serie:  $m=1$  Lyman,  $m=2$  Balmer e così via.

Dalla formula di Rydberg nacque il *Principio di combinazione di Rydberg-Ritz*, secondo cui il numero d'onda di una qualunque riga spettrale si ottiene come differenza tra due termini:

$$\nu_{m,n} = T_m - T_n \quad (1.3)$$

dove  $T_k = cR_H \frac{1}{k^2}$ .

Questo principio non ha alcun fondamento teorico, ma si utilizzò per giustificare le leggi empiriche nate dall'osservazione delle serie.

La prima interpretazione teorica delle righe spettrali fu data dalla teoria atomica di Bohr.

## 1.2 L'atomo di Bohr

Il modello atomico di Bohr si sviluppò attorno al modello atomico planetario di Rutherford. Quest'ultimo prevedeva un nucleo centrale di carica di positiva attorno al quale ruotano gli elettroni. Il problema del modello planetario era che Rutherford non riuscì a trovare il motivo della stabilità dell'atomo, poiché un elettrone se accelerato dal campo elettrico del nucleo dovrebbe emettere radiazione e perdere energia, fino alla caduta nel nucleo. La soluzione fu trovata da Bohr, il quale utilizzò la teoria della quantizzazione dell'energia di Plank per formulare il suo modello di atomo di idrogeno. La teoria di Bohr si basa su due principali assunzioni:

- Di tutte le orbite possibili per un elettrone attorno al nucleo, solo alcune sono permesse e obbediscono a delle particolari regole di quantizzazione. L'elettrone si muove su orbite circolari e nonostante sia accelerato, non irradia e la sua orbita resta stabile. Questo è un postulato che è in contraddizione con le leggi dell'elettromagnetismo classico.
- La radiazione viene emessa o assorbita solo nel caso in cui l'elettrone passa per qualche motivo da un'orbita permessa ad un'altra. L'energia di questo "quanto" di radiazione corrisponde alla differenza tra le energie delle due orbite:  $\nu = \frac{\Delta E}{h}$ , dove  $h$  è la costante di Plank e vale  $6,6 \times 10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{s}$ . (Questa assunzione comprende il principio di Rydberg-Ritz).

Per determinare le orbite permesse e quantizzarle, assumiamo che l'elettrone compia orbite circolari attorno al nucleo. Così dalla seconda legge della dinamica si ha

$$\frac{e_0^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \quad (1.4)$$

da cui si ricava

$$mrv = \frac{e_0^2}{v} \quad (1.5)$$

dove  $v$  è la velocità dell'elettrone e  $m$  la sua massa. A questo punto si aggiunge la condizione di quantizzazione di Bohr, ossia il momento angolare deve essere un multiplo intero della costante  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$

$$mvr = n\hbar, \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (1.6)$$

Ricavando la velocità da quest'ultima e inserendola nella precedente espressione classica del momento angolare, si ottiene una condizione di quantizzazione del raggio orbitale

$$r_n = \frac{\hbar^2 n^2}{me_0^2} \quad (1.7)$$

Ecco che ogni orbita viene caratterizzata dal numero  $n$ , che è chiamato *numero quantico principale*.

Se si pone  $n = 1$  si ottiene il raggio della prima orbita, chiamato *Raggio di Bohr* e vale  $\frac{\hbar^2}{me_0^2} = 0,529 \text{ \AA}$ .

L'elettrone avrà, quindi, un'orbita caratterizzata da un'energia specifica, detta *livello energetico*, identificata dal numero quantico principale.

L'energia dell'orbita ricavabile classicamente, ponendola nulla a distanza infinita dal nucleo

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{e_0^2}{r} = -\frac{e_0^2}{2r} \quad (1.8)$$

sostituendoci la quantizzazione del raggio orbitale, diventa anch'essa quantizzata

$$E_n = -\frac{me_0^4}{2\hbar^2 n^2} \quad (1.9)$$

Allora, se consideriamo la frequenza della radiazione emessa dalla transizione di un elettrone da un livello energetico n ad un altro m

$$\nu_{m,n} = \frac{\Delta E}{h} = \frac{\pi me_0^4}{\hbar^3} \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (1.10)$$

ecco che ritroviamo un'espressione equivalente alla formula empirica generale ricavata da Rydberg e Ritz e ragionando in questo modo, si può anche confermare il valore della costante di Rydberg.

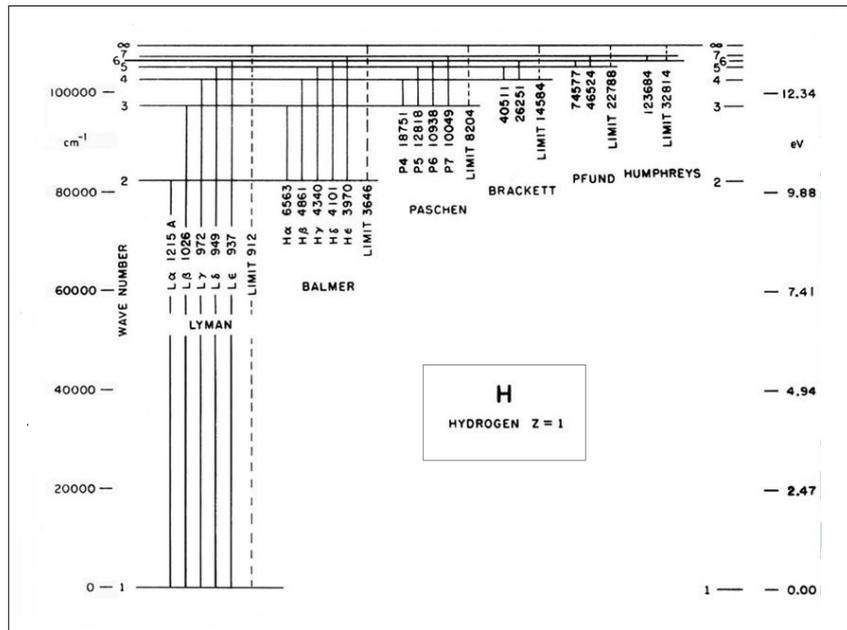
L'energia da fornire all'elettrone per farlo sfuggire al campo di attrazione elettromagnetico prodotto dal protone è chiamata *energia di ionizzazione* ed è ricavabile considerandola una transizione dal primo livello ad energia a distanza infinita

$$E_{ion} = E_{\infty} - E_1 = 13,6 \text{ eV} \quad (1.11)$$

e questo risultato è in perfetto accordo coi dati sperimentali.

Dai livelli di energia e le transizioni si possono spiegare tutte le serie trovate per l'idrogeno: ogni serie corrisponde alle transizioni relative ad un livello energetico. Graficamente si possono visualizzare con il *Diagramma di Grotrian* (**Figura 1.1**).

**Figura 1.1:** Diagramma di Grotrian per l'atomo di idrogeno



## 2 Le Righe Spettrali

Con la nascita e lo sviluppo della Meccanica Quantistica, la descrizione della struttura dell'idrogeno divenne più completa. L'atomo di Bohr era, infatti, un modello ancora molto legato alla concezione classica della fisica e risultava incompatibile con i presupposti della teoria quantistica. La descrizione dell'atomo passò da essere deterministica a probabilistica e proprio grazie all'approccio probabilistico di questa nuova concezione della natura, si riuscirono a spiegare altri tipi di righe presenti negli spettri.

### 2.1 Atomo d'idrogeno in Meccanica Quantistica

Dal principio di indeterminazione di Heisember sappiamo che è impossibile conoscere con certezza posizione e impulso di una particella in un dato istante  $\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$ . Quindi, si può descrivere la posizione di una particella solo attraverso una distribuzione di probabilità. Per questo motivo non è più possibile utilizzare il concetto di orbita, ma bisogna parlare di *orbitale*, ovvero una superficie su cui la probabilità di trovare l'elettrone è massima. L'orbitale è determinato dalla funzione d'onda dell'elettrone ed essa si ricava dalla soluzione dell'equazione di Schrödinger stazionaria

$$\mathcal{H}|\psi\rangle = \left[ \frac{p^2}{2m} + V \right] |\psi\rangle = E|\psi\rangle \quad (2.1)$$

proiettata nello spazio delle coordinate

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\vec{x}) \right] \psi(\vec{x}) = E\psi(\vec{x}) \quad (2.2)$$

dove  $V$  è l'energia potenziale della particella.

Nel caso dell'atomo di idrogeno l'energia potenziale è elettrostatica, ossia dipende solo dalla distanza. Dal momento che si tratta di un sistema a simmetria sferica, si descrive cambiando il sistema di coordinate da cartesiane a sferiche e si può ricavare una espressione dell'equazione di Schrödinger in  $(r, \theta, \phi)$

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2mr^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\hbar^2}{2mr^2} l^2 + V(r) \right] \psi(r, \theta, \phi) = E\psi(r, \theta, \phi) \quad (2.3)$$

con  $l^2$  che è il quadrato dell'operatore del momento angolare orbitale, mentre  $V(r)$  è il potenziale elettrostatico  $-\frac{e_0^2}{r}$ .

La soluzione di questa equazione, ossia la funzione d'onda di un autostato dell'atomo d'idrogeno, è il prodotto di due funzioni ed è la funzione che definisce l'orbitale dell'elettrone

$$\psi_{n,l,m}(r, \theta, \phi) = \frac{R_n(r)}{r} Y_l^m(\theta, \phi) \quad (2.4)$$

- $\frac{R(r)}{r}$  è chiamata *funzione radiale* e dipende solo dalla coordinata  $r$ . Questa funzione definisce perciò la distanza dall'elettrone dal centro, attraverso il numero quantico principale  $n$ .

- $Y(\theta, \phi)$  sono funzioni chiamate *Armoniche Sferiche* e sono le autofunzioni del momento angolare orbitale. Da esse si può ricavare la forma dell'orbitale, mediante il numero quantico orbitale  $l$  e la sua orientazione nello spazio dal numero quantico magnetico  $m$ , i quali sono gli autovalori rispettivamente del momento angolare  $L^2$  e della terza componente  $L_3$  corrispondenti all'autostato in cui si trova l'atomo.

Sui numeri quantici  $n, l, m$  vi sono delle condizioni dovute agli spettri degli autovalori:

$$n, l \in \mathbb{N} \quad e \quad 0 \leq l \leq n - 1 \quad m \in \mathbb{Z} \quad e \quad |m| \leq l \quad (2.5)$$

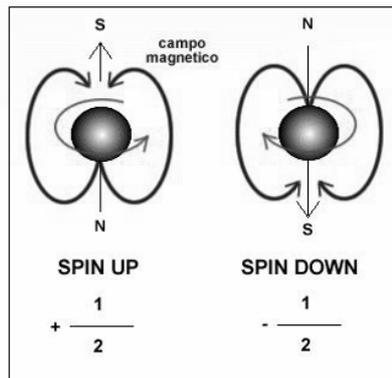
I livelli di energia, dipendono dal numero quantico principale, come nell'Atomo di Bohr, ma essi hanno una degenerazione che viene risolta dagli altri due numeri quantici. Per ogni valore di  $n$  vi sono  $2l + 1$  stati degeneri, distinti per i valori di  $m$ . (**Figura 2.1**)

**Figura 2.1:** Degenerazione dei livelli energetici

Numero quantico (n)	azimutale (l)	magnetico (m)	Numero orbitali nel sottolivello
1	0	0	1
2	0	0	1
2	1	-1, 0, +1	3
3	0	0	1
3	1	-1, 0, +1	3
3	2	-2, -1, 0, +1, +2	5

Con l'esperimento di Stern-Gerlach del 1922, si scoprì che in realtà le particelle possiedono anche un momento angolare intrinseco, il quale può assumere solo determinati valori a seconda della particella in questione. Questa proprietà è chiamata spin ed essa è interna all'elettrone, perciò è totalmente indipendente dall'orbita. Allora si trovano un'autofunzione dell'operatore del momento angolare, chiamata spinore e il suo autovalore, che determina il numero quantico di spin  $s$ , che vale  $\frac{1}{2}$  per l'elettrone. Inoltre, vi è un numero quantico che caratterizza una componente del momento angolare di spin, chiamato numero quantico di magnetico di spin  $m_s$ . Per l'elettrone  $m_s$  può valere  $\frac{1}{2}$  oppure  $-\frac{1}{2}$ . Questa scoperta porta ad un'altra degenerazione del livello energetico dell'elettrone, dovuta al fatto che vi sono i due stati dello spin.

**Figura 2.2:** Stati del momento angolare intrinseco dell'elettrone



## 2.2 Coefficienti di Einstein

Einstein elaborò un modello per descrivere l'interazione tra materia e radiazione, tenendo conto della quantizzazione dell'energia. La radiazione, come abbiamo visto, può far spostare l'elettrone da un livello energetico ad un altro. Consideriamo tutti i modi in cui un elettrone può effettuare una transizione di livello:

- Assorbimento della radiazione.  
Quando si ha una radiazione di energia corrispondente alla differenza di energia tra i livelli energetici, l'elettrone la assorbe e si sposta al livello energetico più alto.
- Emissione spontanea.  
Un elettrone può decadere da un livello energetico a quello inferiore spontaneamente e questo fa sì che emetta una radiazione di energia corrispondente alla differenza dei livelli.
- Emissione stimolata.  
Se ci si trova in presenza di una radiazione che ha la stessa frequenza di quella che avrebbe la radiazione emessa per emissione spontanea, essa stimola la transizione dell'elettrone al livello energetico più basso.

Per descrivere questi tre processi, Einstein introdusse quelli che sono chiamati i *Coefficienti di Einstein*, i quali rappresentano le probabilità di transizione (**Figura 2.3**). Si definisca il livello energetico più alto  $m$  e quello più basso  $n$ , allora i coefficienti sono:

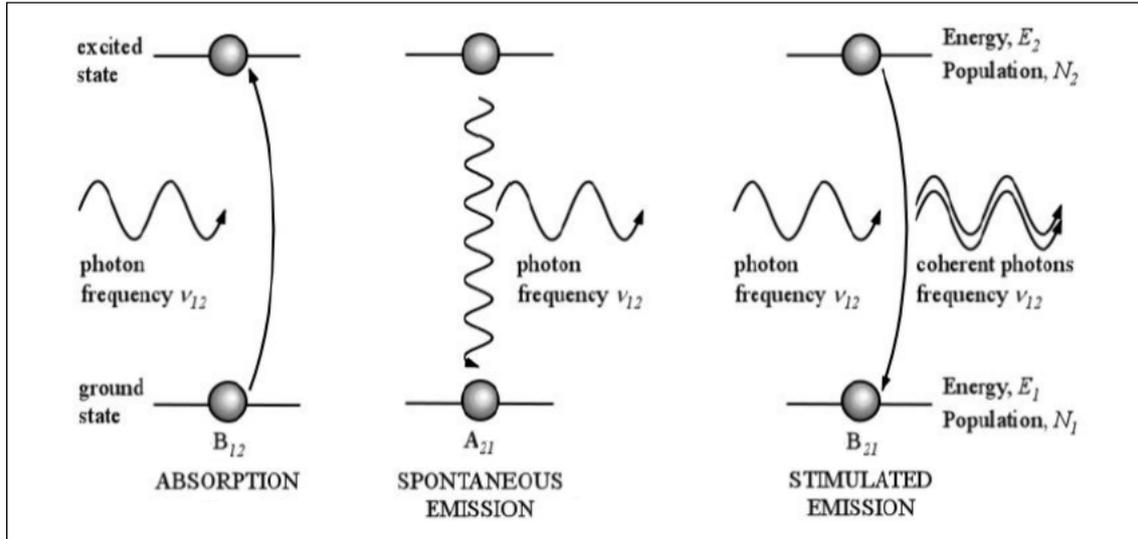
1.  $A_{m,n}$  : rappresenta la probabilità, per unità di tempo, di transizione dallo stato  $m$  allo stato  $n$  per emissione spontanea
2.  $B_{n,m}$  : rappresenta la probabilità, per un'unità di tempo e di densità di fotoni presenti, di transizione dallo stato  $n$  allo stato  $m$  per assorbimento
3.  $B_{m,n}$  : rappresenta la probabilità, per un'unità di tempo e di densità di fotoni presenti, di transizione dallo stato  $m$  allo stato  $n$  per emissione stimolata.

Mentre il coefficiente  $A_{m,n}$  è una probabilità in unità di tempo, per ricavarne l'analogo per i coefficienti  $B_{m,n/n,m}$  è necessario moltiplicare per  $\bar{J}$ , ossia la densità media di fotoni con frequenza  $\nu_{m,n}$ , corrispondente all'energia tra i due livelli  $\Delta E = h\nu_{m,n}$ . In questo caso  $\bar{J}$  è da intendersi come o sorgente di fotoni presente per l'assorbimento oppure come densità di fotoni emessa per emissione stimolata. Inoltre,  $\bar{J}$  non è un set di fotoni monocromatico poiché la differenza tra i livelli energetici non è infinitamente sottile. Quindi, la probabilità che un fotone effettui una transizione è in realtà descritta da una funzione di  $\nu$  centrata in  $\nu_{n,m}$  chiamata *Line Profile Function LPF*  $\Phi(\nu)$ . Così da poter ricavare la densità media come:

$$\bar{J} = \int_0^\infty J_\nu \Phi(\nu) d\nu \quad (2.6)$$

$$\text{con } \int_0^\infty \Phi(\nu) d\nu = 1 \quad (2.7)$$

**Figura 2.3:** I modelli di transizioni radiative e i loro coefficienti di Einstein



Il modo per ricavare i coefficienti di Einstein è tutt'altro che immediato. Infatti, per ricavare  $A_{m,n}$  è necessario analizzare la probabilità di transizione con una modellizzazione quantistica, mentre per ricavare  $B_{m,n/n,m}$  bisogna ricorrere a modelli in equilibrio. Nel prossimo paragrafo si descriverà il metodo per calcolare  $A_{m,n}$ .

## 2.3 Transizioni di dipolo elettrico, di quadrupolo elettrico e di dipolo magnetico

Per descrivere una transizione è necessario partire da un'espressione dell'intensità della radiazione emessa, che si ottiene dalla *formula di Larmor*, poiché si tratta dell'emissione da parte di cariche accelerate

$$I = \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} \left( \frac{d^2x}{dt^2} \right)^2 \quad (2.8)$$

Si noti che, in questo caso, stiamo considerando solo il termine di quadrupolo per l'accelerazione della carica. Dunque, la misura dell'intensità di radiazione di dipolo è data dalle probabilità di transizione, fornite dagli elementi di matrice dell'operatore  $\frac{d^2x}{dt^2}$  sugli autostati dell'atomo di idrogeno

$$I_{n'l'm',nlm} = \frac{2e^2}{3c^3} \left| \frac{d^2}{dt^2} \langle n', l', m', (t) | x | n, l, m, (t) \rangle \right|^2 \quad (2.9)$$

Da quest'ultima equazione si nota che risultano di probabilità nulla le transizioni delle quali l'elemento di matrice è nullo. Si possono ricavare, così delle condizioni sui numeri quantici per le quali un tipo di transizione ha probabilità di avvenire e produce una riga che viene detta *Permessa*. Queste condizioni si chiamano *Regole di selezione* per le transizioni di dipolo:

1.  $\Delta n$  *arbitrario*  $\neq 0$
2.  $\Delta l = \pm 1$
3.  $\Delta m = 0, \pm 1$

Inoltre, si può eguagliare l'intensità della radiazione emessa a l'energia per la probabilità che l'elettrone cambi livello energetico, ossia  $A_{m,n}$ . Così è possibile ricavare il coefficiente di emissione spontanea per una transizione di dipolo elettrico, che si può dimostrare essere

$$A_{m,n} = \frac{32\pi^4\nu^3}{3hc^3} \langle \dot{d}_x^2(t) \rangle \quad (2.10)$$

Si può fare lo stesso procedimento con le transizioni di quadrupolo, basta considerare anche il termine di quadrupolo. In questo modo si possono ricavare una nuova espressione per il coefficiente  $A_{m,n}$  e nuove regole di selezione:

1.  $\Delta n$  *arbitrario*  $\neq 0$
2.  $\Delta l = 0, \pm 2$
3.  $\Delta m = 0, \pm 1, \pm 2$

Ci sono transizioni che non rispettano le regole di selezione del dipolo elettrico, ma solo quelle del quadrupolo elettrico e, perciò, le righe prodotte vengono dette *righe semiproibite*.

Oltre alle transizioni di dipolo e di quadrupolo elettrico esistono anche quelle di dipolo magnetico. In questo caso si prende in considerazione la struttura iperfine dell'atomo, ossia il fatto che l'accoppiamento o meno degli spin dell'elettrone e del protone produca due livelli energetici leggermente differenti. Per fare ciò si approssima la transizione tra livelli iperfini con un dipolo magnetico, ricavando l'espressione per  $A_{m,n}$

$$A_{m,n} = \frac{32\pi^4\nu^3}{3hc^3} \langle m_x^2(t) \rangle \quad (2.11)$$

e le regole di selezione per le transizioni di dipolo magnetico:

1.  $\Delta n = 0$
2.  $\Delta l = 0$
3.  $\Delta m = 0, \pm 1$

Le righe che vengono, invece, prodotte da transizioni di questo tipo, vengono dette *righe proibite*. Se si confrontano i coefficienti  $A_{m,n}$  dei vari tipi di transizioni, si nota che quelle di dipolo elettrico sono le più probabili, mentre quelle di dipolo magnetico le meno probabili. Bisogna sottolineare che i termini *semiproibite* e *proibite* non si riferiscono a delle righe che non esistono in natura, ma soltanto a righe meno probabili di quelle *permesse*.

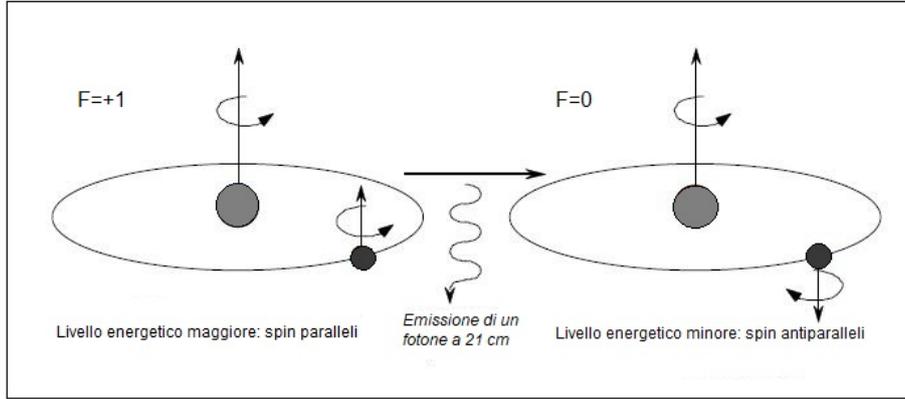
## 2.4 Riga proibita a 21 cm dell'idrogeno neutro

Le transizioni radiative non sono l'unico tipo di processo in grado di far cambiare energia all'elettrone. Esistono anche altri tipi di transizioni, chiamate *collisionali*. Le transizioni collisionali sono dovute a urti meccanici tra molecole o atomi, che come conseguenza portano gli elettroni legati a cambiare livello energetico. L'eccitazione o diseccitazione collisionale dipende da alcuni fattori come il potenziale elettrostatico, la velocità relativa e la densità dei partner collisionali. Questi fattori definiscono la sezione d'urto del sistema e, quindi, anche la frequenza delle collisioni efficaci. Si può confrontare questo rate, chiamato  $Q_{n,m}$ , con il coefficiente  $A_{m,n}$  di emissione spontanea per vedere quale dei due processi prevale in una determinata transizione. Il confronto è possibile mediante la definizione di una densità critica di partner collisionali, la quale corrisponde alla densità per la quale i due tipi di transizioni si bilanciano e si può dimostrare essere

$$N_p^{cr} = \frac{A_{m,n}}{Q_{m,n}} \quad (2.12)$$

Bisogna tener presente che la densità critica, così definita, è relativa ad una precisa transizione di una data specie atomica ed a determinate condizioni fisiche, come per esempio il rate collisionale che dipende dalla temperatura. Considerando la struttura iperfine dell'idrogeno neutro HI, vi sono due stati differenti: spin dell'elettrone parallelo a quello del protone nel nucleo e spin antiparallelo. Quindi, il livello energetico fondamentale è diviso in due sottolivelli iperfini. Chiamando  $F$  il momento angolare totale dell'atomo, ossia la somma tra quello dell'elettrone e del nucleo, si può ricavare che  $F$  può assumere i valori  $+1, 0$  che corrispondono rispettivamente a spin parallelo e antiparallelo. Il peso statistico di ogni stato è dato da  $g = 2F + 1$ , il che comporta una degenerazione del livello più alto. La differenza di energia tra i due livelli è  $5,9 \times 10^{-6} eV$ , corrispondente ad un'onda di frequenza  $1420 MHz$  o di lunghezza d'onda di  $21 cm$ .

**Figura 2.4:** Riga in emissione a 21 cm dell' HI



La transizione radiativa dal livello superiore (2) a quello inferiore (1) ha un coefficiente di Einstein di  $A_{2,1} = 2,9 \times 10^{-15} s^{-1}$ , il che la rende davvero poco probabile. Tuttavia, considerando che vi sono anche le transizioni collisionali causate dagli urti con altri atomi di idrogeno, che hanno un rate  $Q_{2,1} \approx 10^{-10} cm^3 s^{-1}$ , si può ottenere il seguente risultato

$$N_p^{cr} = \frac{A_{2,1}}{Q_{2,1}} \approx 10^{-5} cm^{-3} \quad (2.13)$$

La densità critica non è così diversa dalle densità delle regioni in cui è presente HI nel mezzo interstellare (ISM), che tipicamente sono  $N_{HI} \approx 10 cm^{-3}$ . Questo significa che la transizione proibita, in realtà, non è un fenomeno così tanto improbabile da osservare in astrofisica. Infatti, grazie alle basse densità dell'universo, la si osserva e può essere molto utile per determinare la presenza o meno di idrogeno neutro nell'ISM, oppure la presenza o meno di moti rispetto all'osservatore.

### 3 L'idrogeno in Astrofisica

L'idrogeno è l'elemento più abbondante nell'Universo ed è presente in varie forme. In particolare, nel contesto astrofisico sono rilevanti le zone in cui si trova idrogeno neutro HI, idrogeno ionizzato HII e idrogeno molecolare  $H_2$ . Oltre ad essere il mattone costituente delle stelle, grazie alle reazioni termonucleari, è anche l'elemento più importante del mezzo interstellare. Il mezzo interstellare (ISM) può essere classificato in base alle caratteristiche fisiche dei suoi componenti. Quindi, nell'ISM troviamo

1. HIM (*Hot Ionized Medium*): si trova in zone molto calde di circa  $10^6-10^7 K$  e densità di  $n = 10^{-2}-10^{-3} cm^{-3}$ , perciò l'idrogeno che vi si trova è ionizzato. Si tratta di materiale riscaldato da onde d'urto, causate dall'esplosione di una Supernova oppure da venti stellari molto violenti.
2. WIM (*Warm Ionized Medium*): si trova in regioni con temperature di circa  $10^4 K$  e densità  $n = 1 cm^{-3}$ , in cui l'idrogeno è sempre ionizzato e, infatti, vengono chiamate *Regioni HII*. Per avere idrogeno ionizzato è necessaria una

sorgente di radiazione ultravioletta, perciò troviamo il WIM in prossimità di stelle di classe spettrale O-B, quindi molto calde, oppure in prossimità del centro galattico.

3. WNM (*Warm Neutral Medium*): si trova in zone con temperature più basse, circa di  $10^2$ - $10^3 K$  e  $n = 10^{-1} cm^{-3}$ , tali da non ionizzare gli elementi presenti. Infatti, il WNM è costituito quasi esclusivamente da idrogeno neutro HI ed è il tipo di ISM più diffuso. Inoltre, il WNM è scaldato da luce stellare.
4. CNM (*Cold Neutral Medium*): si trova in regioni di  $10$ - $10^2 K$  e di densità  $n = 1$ - $10 cm^{-3}$ . Si tratta di materiale freddo, come HI e molecole. Tra le componenti principali del CNM ci sono le regioni di  $H_2$ , che sono dense circa  $10 cm^{-3}$ . Le molecole possono essere presenti solo nelle zone di formazione stellare ove si hanno interazioni in grado di condensare la materia. Inoltre, nelle nubi molecolari del CNM si ha la formazione, per collasso gravitazionale, di nuove stelle. Quindi, troviamo il materiale freddo nei bracci delle galassie a spirale.

Mentre nelle galassie ellittiche è presente quasi solo esclusivamente HIM, nelle galassie a spirale sono presenti tutte le quattro forme dell'ISM.

In questo capitolo, verranno analizzati i fenomeni astrofisici più rilevanti legati alle emissioni dell'idrogeno, nelle sue forme presenti nell'ISM.

### 3.1 Idrogeno neutro HI: Curve di rotazione delle galassie a spirale

L'idrogeno neutro è stato un elemento determinante per i primi studi di astrofisica galattica ed extragalattica. Infatti, con la nascita della radioastronomia, negli anni '50, fu scoperta la struttura a spirale della Via Lattea. Le osservazioni nell'ottico non permettevano l'osservazione dei bracci a causa dell'estinzione della polvere interstellare; mentre le emissioni radio a 21 cm dell'idrogeno neutro raggiungono indisturbate la Terra.

Inoltre, la riga a 21 cm, proprio grazie alla sua semplicità, è stata selezionata da Cocconi e Morrison nel 1959 del progetto SETI, come canale preferenziale di comunicazione con una probabile civiltà extraterrestre.

Per quanto riguarda le galassie a spirale, le osservazioni radio hanno permesso di determinarne la curva di rotazione. Una curva di rotazione è la proprietà di un corpo ed è la curva che rappresenta la velocità di rotazione in funzione della distanza dal centro del corpo. Si tratta di un oggetto interessante da costruire per le galassie a spirale, mentre per quelle ellittiche non particolarmente a causa della loro rotazione quasi assente. L'unica forza coinvolta nella determinazione della curva di rotazione è la forza gravitazionale, infatti, si può ricavare semplicemente ponendo l'accelerazione centripeta uguale all'accelerazione gravitazionale, sapendo la distribuzione della massa rispetto alla distanza  $R$

$$a_g = \frac{v^2(R)}{R} = \frac{GM(R)}{R^2} \quad (3.1)$$

Si può creare un modello semplificato di galassia a spirale in modo tale da prevedere la sua curva di rotazione: si consideri innanzitutto il *bulge*, ovvero la zona centrale della galassia, come una sfera con distribuzione uniforme di materia e il *disco* come se fosse di spessore infinitesimo e distribuzione superficiale uniforme. Il gas presente nelle zone più lontane dal centro, nell'*alone*, invece viene trattato come se fossero punti materiali a distanza  $R$ . In questo modo, le tre zone determinano un andamento diverso della velocità di rotazione:

1. Il *Bulge*, ossia la sfera con distribuzione uniforme ha un andamento

$$v(R) \propto R \quad (3.2)$$

2. Il *Disco*, invece, si può dimostrare che ha una velocità di rotazione costante, che non dipende dal raggio

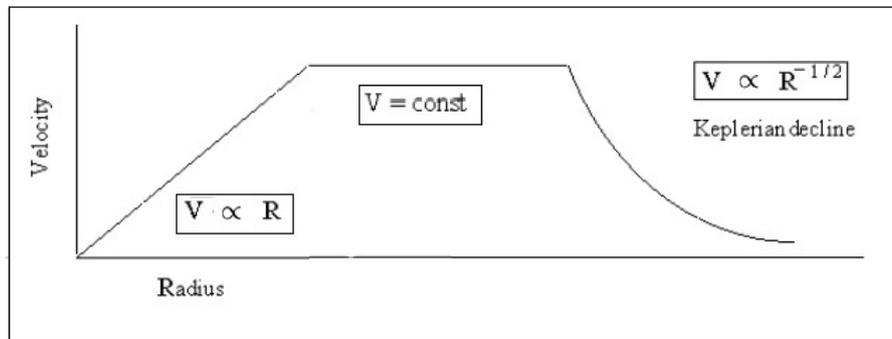
$$v(R) \propto R^0 \quad (3.3)$$

3. La materia dell'*Alone* produce una curva di rotazione chiamata "caduta Kepleriana"

$$v(R) \propto R^{-\frac{1}{2}} \quad (3.4)$$

Perciò la forma della curva dovrebbe avere l'andamento simile a quello in **Figura 3.1**

**Figura 3.1:** Curva di rotazione prevista per una galassia a spirale



La curva di rotazione, però, può essere costruita anche empiricamente, poiché l'idrogeno neutro è presente ovunque ed è osservabile mediante la riga a 21 cm. Se la galassia si trova di taglio rispetto all'osservatore si avranno dei bracci che si avvicinano e dei bracci che si allontanano dalla Terra e questo movimento è visibile grazie allo shift di lunghezza d'onda per effetto doppler della riga. Quindi, in base a quando la riga si trova blueshiftata o redshiftata si può ricavare la velocità di rotazione in funzione della distanza di quel punto dal centro

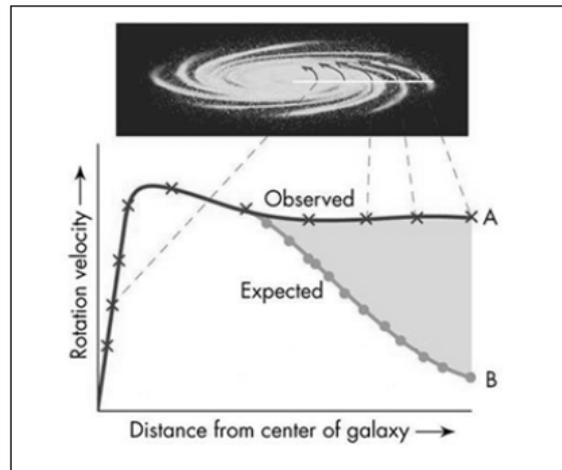
$$\frac{\Delta\nu}{\nu_{HI}} = \frac{v(R)}{c} \quad (3.5)$$

Bisogna, però, tener presente che gli eventuali allargamenti della riga o variazioni possono essere causati dai moti termici e dalle turbolenze.

Grazie alle prime osservazioni nella seconda metà del Novecento, si ottenne una curva

che presenta un appiattimento nella zona dell'alone (**Figura 3.2**), a differenza di quella prevista, nella quale vi era la caduta kepleriana. Il fatto che le osservazioni non coincidessero con le previsioni, mise in discussione le conoscenze sulle galassie a spirale. Infatti, agli astronomi sembrava che mancasse della materia capace di produrre l'energia gravitazionale che rendesse la curva piatta. La materia mancante è stata identificata come Materia Oscura, ossia materia che non interagisce con la radiazione elettromagnetica, ma con la materia ordinaria solo attraverso l'energia gravitazionale.

**Figura 3.2:** Discrepanza tra le due curve di rotazione



La riga a 21 cm, perciò, fu particolarmente importante anche per avere una evidenza della presenza di Materia Oscura nelle galassie a spirale. Storicamente le prime curve di rotazione furono ricavate con lo spostamento doppler di questa riga, mentre, ora vengono utilizzate le righe molecolari perché visto che sono più strette, vi è garantita maggior precisione nella determinazione della velocità di rotazione.

## 3.2 Idrogeno ionizzato HII: Le Regioni HII

L'idrogeno ionizzato HII rappresenta circa l'1% dell'ISM presente in una galassia. Esso si trova in prossimità di stelle molto grandi e luminose capaci di produrre fotoni con energia maggiore di  $13.6eV$ , quindi ultravioletti. Le stelle perciò, devono avere temperature superficiali  $T \geq 5 \times 10^4 K$ , quindi si tratta di stelle di tipo spettrale O o B. L'idrogeno neutro ha un'alta efficienza nell'assorbimento della radiazione UV e questo fa sì che le regioni HII siano nettamente distinguibili dall'idrogeno neutro. Infatti, attorno alle stelle si formano delle sfere di idrogeno ionizzato chiamate *Sfere di Strömgren*.

Le regioni HII emettono fotoni attraverso due principali processi: l'emissione per Bremsstrahlung e le righe di ricombinazione.

Gli elettroni in un gas ionizzato sono liberi, quindi possono emettere sia per interazioni *free-free* (bremsstrahlung termica), che produce uno spettro piatto continuo, sia per ricombinazione con gli ioni  $H^+$ , che producono righe.

Quando si hanno processi di ricombinazione, il nucleo cattura l'elettrone e grazie all'interazione *free-bound* viene emesso un fotone che contribuisce allo spettro piatto



oppure una pressione generata da forti venti solari provenienti da stelle vicine. Cosicché è importante lo studio della massa delle nubi molecolari per poter quantificare l'efficienza della formazione stellare (SFE) in una galassia.

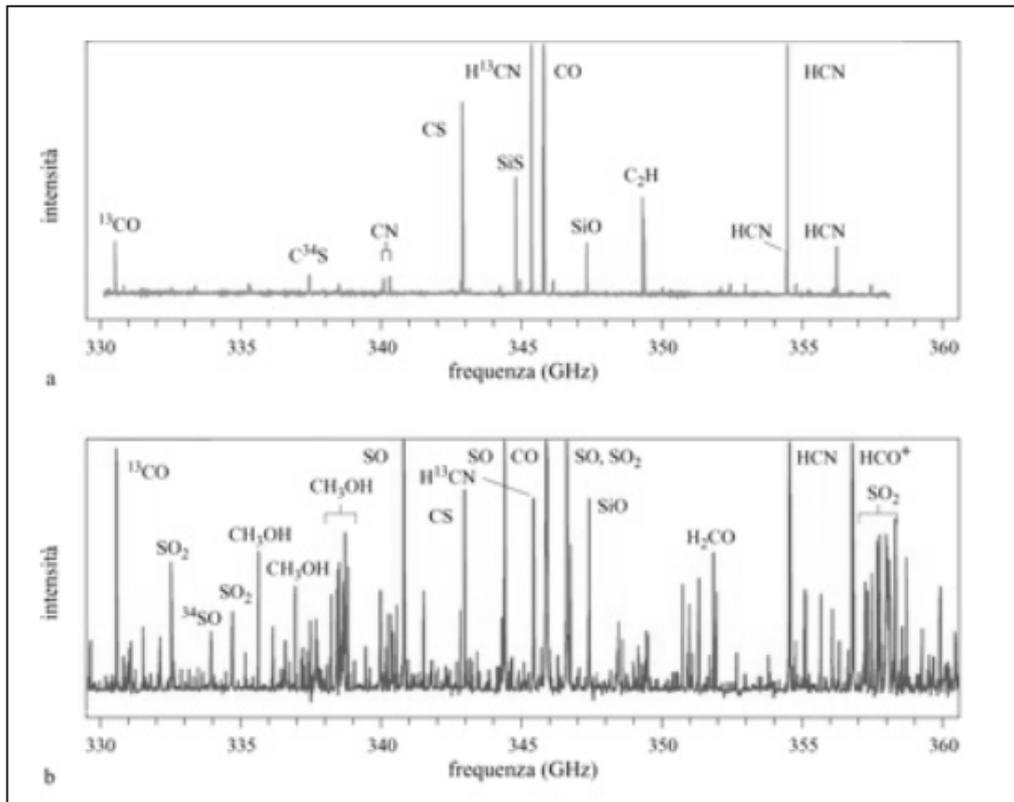
Il problema nell'osservazione radio delle nubi molecolari è che la sua componente principale, ovvero l'H<sub>2</sub>, non emette nella banda radio. Le molecole hanno, oltre alle transizioni elettroniche, anche altri tipi di transizioni: rotazionali, vibrazionali e roto-vibrazionali. Questo fa sì che per le molecole vi siano tantissimi livelli energetici e le rendono adatte per sondare le condizioni fisiche del gas. Sfortunatamente, l'idrogeno molecolare ha transizioni elettroniche che corrispondono ad emissione o assorbimento nella banda UV (non osservabile dalla Terra) e non possiede livelli energetici rotazionali corrispondenti alla banda radio. Il fatto che non sia osservabile ha orientato le ricerche verso la seconda molecola più abbondante nelle nubi molecolari giganti, il CO.

Il CO è osservabile per mezzo di righe nel millimetrico ed è un tracciante dell'H<sub>2</sub>, in quanto la principale fonte delle sue eccitazioni è data dalle collisioni con l'idrogeno molecolare. Questa molecola rappresenta un ottimo tracciante poichè la luminosità delle righe di CO si può correlare con la massa viriale delle nubi molecolari giganti nelle galassie a spirale. Come fattore di conversione si usa il rapporto tra la densità di colonna dell'H<sub>2</sub> e la luminosità delle righe di CO

$$X = \frac{N_{H_2}}{I_{CO}} \quad (3.6)$$

il quale rapporto si è dimostrato essere costante nelle galassie a spirale  $X \approx 3 \cdot 10^{20}$  e, quindi, indice di una proporzionalità diretta tra H<sub>2</sub> e CO.

**Figura 3.4:** Molecole dell'ISM



## Riferimenti bibliografici

- [1] D. Dallacasa. *Dispense di Processi di radiazione*. Dipartimento di Fisica e Astronomia, Università di Bologna, 2018.
- [2] E. Landi Degl'innocenti. *Spettroscopia atomica e processi radiativi*. Springer Verlag, 2009.
- [3] C. Fanti and R. Fanti. *Una finestra sull'Universo "invisibile", lezioni di radioastronomia*. Dipartimento di Fisica e Astronomia, Università di Bologna, 2012.
- [4] D. J. Griffiths. *Introduzione alla Meccanica Quantistica*. Casa Editrice Ambrosiana, 2005.
- [5] H. Karttunen, P. Kroger, H. Oja, M. Poutanen, and K. J. Donner. *Fundamental Astronomy*. Springer Verlag, 2007.
- [6] F. Ravanini. *Dispense di Meccanica Quantistica*. Dipartimento di Fisica e Astronomia, Università di Bologna, 2018.