

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Scuola di Scienze
Dipartimento di Fisica e Astronomia
Laurea in Astronomia

Righe Spettrali: Formazione, Shift e Allargamento

Relatore:

**Chiar.mo Prof.
Daniele Dallacasa**

Presentata da:

Luca Galli Stabellini

Anno Accademico 2018/2019

Indice

1	Formazione delle Righe Spettrali	1
1.1	Spettro dell'atomo di Idrogeno	1
1.2	Il modello atomico di Bohr-Sommerfeld	2
1.2.1	Livelli energetici e numeri quantici	3
1.3	Popolazioni degli stati eccitati	4
1.4	Coefficienti di Einstein	4
1.5	Regole di selezione	5
1.5.1	Transizioni di Dipolo - Righe Permesse	6
1.5.2	Transizioni di Quadrupolo - Righe Semi-Proibite	6
1.5.3	Transizioni di Dipolo Magnetico - Righe Proibite	7
1.6	Righe Molecolari	7
1.6.1	Transizioni Elettroniche	7
1.6.2	Transizioni Vibrazionali	7
1.6.3	Transizioni Rotazionali	7
1.7	Trasporto Radiativo	8
1.7.1	Righe in emissione o assorbimento	9
1.8	Righe Collisionali	9
2	Fenomeni che modificano il profilo delle righe	10
2.1	Allargamenti	10
2.1.1	Allargamento Naturale	10
2.1.2	Allargamento Collisionale	11
2.1.3	Doppler Termico	11
2.1.4	Profilo totale della riga	12
2.2	Doppler-Shift delle righe	12
3	Alcune applicazioni Astrofisiche	13
3.1	La riga dell'HI a 21cm	13
3.1.1	Determinazione di distanza e massa di HI per UGC 11707	13
3.2	Stima dell' H_2 nelle galassie a spirale	14
3.3	La riga $H\alpha$ e la dinamica degli AGN	15

Sommario

In questo elaborato si vuole esporre, nei limiti di una tesi di laurea triennale, il vasto e importante argomento delle righe spettrali.

Con le prime misure di parallasse, all'inizio del XIX secolo, gli astronomi iniziarono a scoprire le distanze degli oggetti celesti. Si diffuse un'ondata di "pessimismo" nell'ambiente scientifico, perché si pensava che, date le distanze così enormi, non si sarebbe mai potuto scoprire nulla sulla composizione chimica delle stelle. La celebre frase di *Auguste Comte* (1798-1857): "*We will never know how to study by any means the chemical composition (of stars), or their mineralogical structure*", riassume bene il pensiero scientifico dell'epoca. Per fortuna Comte si sbagliava. La scoperta delle righe spettrali era già nota dagli studi di Wollaston e Fraunhofer che dal 1802 al 1815 studiarono le "bande scure" nello spettro solare e le righe del Sodio. Il punto di svolta avvenne nel 1926, quando Erwin Schrödinger trovò l'equazione giusta per riprodurre le righe dell'atomo di idrogeno, secondo il modello di Bohr e la formula di Rydberg.

Essenzialmente ogni informazione sugli oggetti celesti proviene dallo studio della radiazione elettromagnetica che questi emettono. Le informazioni che possiamo ricavare riguardano:

- La composizione chimica dell'oggetto.
- La temperatura.
- L'abbondanza degli elementi che compiono una certa transizione.
- Il moto di un corpo rispetto a noi osservatori, quindi la dinamica dei sistemi celesti.
- Il campo magnetico, tramite lo split delle righe (Effetto Zeeman).
- La pressione e la densità delle specie chimiche che compiono determinate transizioni.

Per ricavare queste ed altre informazioni occorre una conoscenza approfondita delle proprietà intrinseche degli spettri atomici e della fisica.

Nel primo capitolo si andrà ad affrontare la formazione delle righe spettrali, cercando di evidenziare i concetti principali e dove possibile si forniranno esempi astrofisici.

Nel secondo capitolo si tratteranno i principali fenomeni che modificano il profilo delle righe. Dando particolare importanza a cosa comporta a livello astrofisico una particolare modifica della riga spettrale.

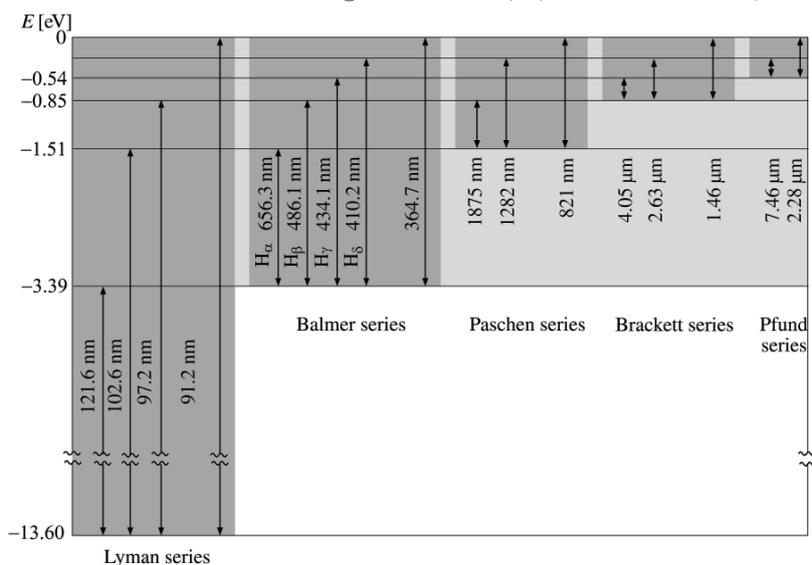
Nel terzo capitolo, alla luce dei primi due capitoli, si esporranno alcuni esempi di come si riescono a ricavare informazioni grazie alla forma delle righe.

Capitolo 1

Formazione delle Righe Spettrali

1.1 Spettro dell'atomo di Idrogeno

Lo spettro di righe più semplice e più importante è quello dell'atomo di idrogeno. Il 90% della materia barionica è composta da idrogeno. Le righe spettrali dell'idrogeno sono fondamentali in una grande quantità di oggetti astrofisici. Tale spettro è costituito da più serie di righe, la separazione e l'intensità di queste diminuisce in maniera regolare verso le lunghezze d'onda corte. Nel 1885 Balmer scoprì la legge empirica per la "Serie dell'idrogeno" nel visibile. Trovò che le frequenze ν potevano essere espresse come: $\nu = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ dove $R = 1.097 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}$ è la costante di Rydberg. Successivi studi portarono alla scoperta di righe nell'Ultravioletto (Lyman) e nell'Infrarosso (Paschen, Brackett, ...). Rydberg e Ritz riassunsero tutti questi risultati in un'unica formula empirica. Dati due livelli energetici $m = 1, 2, \dots$ ed $n = m+1, m+2, \dots$, si ha: $\nu = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$.

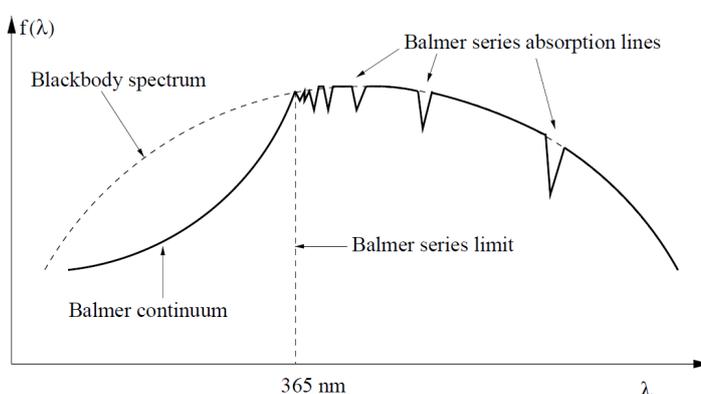


In questo modo si possono raggruppare le singole righe in serie a seconda del livello energetico m . Le righe di una stessa serie sono individuate da lettere che richiamano il nome della serie, (per esempio: Ly=Lyman, H=Balmer, Pa=Paschen), e da lettere greche che individuano il livello $n \geq m+1$ da cui la transizione si origina.

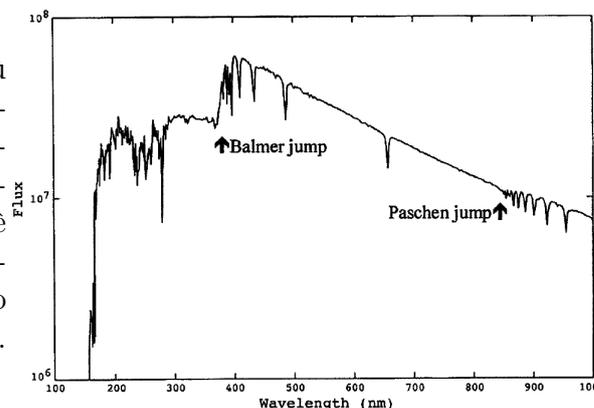
Una caratteristica importante è il **limite della serie**. Al crescere del livello n le righe si

addensano attorno alla frequenza $\nu = (cR/m^2)$. Per la serie di Balmer, questa frequenza corrisponde all'energia $h\nu = (13.5eV/m^2)$, che è l'energia di ionizzazione dell'atomo di Idrogeno. Un classico esempio astrofisico è il *Balmer jump*.

Questo effetto, schematizzato in Figura (J.Tennyson *Astronomical Spectroscopy*, pag36), è ben visibile nella banda UV di stelle di tipo spettrale O, B e A. Le righe si infittiscono vicino al *limite della serie* di Balmer, oltre il quale si innesca il processo di ionizzazione del livello $m=2$, causando la perdita di fotoni dal continuo di corpo nero teorico.



Ogni serie ha il relativo "Jump", tuttavia più il livello energetico m aumenta più l'infittirsi dei livelli energetici diminuisce il salto rispetto al continuo di corpo nero. Nella Figura (R.J. Sylvester, private communication) è riportato un esempio che mostra la differenza tra il Balmer Jump e Paschen Jump. Lo spettro è ricavato da un modello di stella A5.



1.2 Il modello atomico di Bohr-Sommerfeld

Quanto esposto nella sezione (1.1) è spiegabile con la trattazione quantistica di un sistema a due livelli. La trattazione completa esula dallo scopo di questo elaborato, ma dobbiamo richiamare alcuni concetti fondamentali. Tutti gli atomi e molecole hanno un insieme discreto di stati stazionari (E_0, \dots, E_n, \dots) . Questi stati stazionari vengono determinati dalla condizione che il modulo del momento angolare orbitale $|\vec{l}| = mvr$ dell'elettrone sia quantizzato, cioè sia un multiplo intero di \hbar , secondo la relazione $|\vec{l}| = n\hbar$. L'emissione o l'assorbimento di radiazione, e quindi la formazione di una riga spettrale, non avviene in forma continua, secondo le regole dell'elettrodinamica classica, ma solo quando l'elettrone passa da uno stato stazionario ad un altro. Nel passaggio da uno stato stazionario E_m ad un altro E_n si emette o assorbe un quanto di energia pari alla differenza di energia tra i due stati stazionari considerati, secondo la relazione di Planck: $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = |E_m - E_n|$, dove: ν è la frequenza della radiazione elettromagnetica, c la velocità della luce e $h = 6.626 \times 10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{s}$ è la costante di Planck. Ad ogni transizione è associata

la probabilità con cui questa può avvenire, il concetto verrà ripreso e ampliato nella sezione (1.4).

1.2.1 Livelli energetici e numeri quantici

La meccanica quantistica descrive l'elettrone come un'onda tridimensionale, questa va interpretata come la *probabilità* di trovare l'elettrone in un certo punto dello spazio ad un certo tempo. Il problema è risolvibile esattamente solo per l'atomo di idrogeno¹. L'equazione di Schrödinger per un sistema di energia \mathbf{E} con funzione d'onda ψ è $\hat{H}\psi = E\psi$. Nel caso dell'atomo di idrogeno diventa: $\left[-\frac{1}{2\mu}\nabla^2 - \frac{Z}{r} - E\right]\psi(\vec{r}) = 0$ dove: \vec{r} è un vettore, di modulo r , che collega l'elettrone al nucleo e $\mu = [m_e M_N / (m_e + M_N)]$ è la massa ridotta². L'Hamiltoniana è composta da due termini: *Cinetico* e *Potenziale*. Il primo rappresenta l'energia cinetica dell'elettrone, il secondo rappresenta il potenziale del sistema, cioè l'attrazione Coulombiana tra elettrone di carica ($-e$) e il nucleo di carica ($+Ze$). La soluzione dell'equazione di Schrödinger, per gli stati legati ($E < 0$), fornisce le energie dei livelli stazionari, ipotizzati da Bohr:

$$E_n = -\frac{\mu Z^2 e^4}{8h^2 \epsilon_0^2 n^2} = -R_H \frac{Z^2}{n^2} \quad (1.1)$$

Dove $R_H = 109677.581 \text{ cm}^{-1}$ è la costante di Rydberg³ per l'atomo di Idrogeno.

Ogni stato legato dell'atomo è caratterizzato da un set di quattro numeri quantici (n, l, m, s), così definiti:

1. **Numero quantico principale (n):** Definisce l'energia e la dimensione dell'orbitale atomico, nel caso dell'idrogeno:

$$r_n = n^2 \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_e^2 Z} = \frac{n^2}{Z} a_0 \quad (1.2)$$

Dove $a_0 = 0.53\text{Å}$ è il raggio dell'orbita fondamentale dell'atomo di idrogeno.

2. **Numero quantico secondario (l):** è legato alla quantizzazione del momento angolare dell'elettrone e da la forma dell'orbitale. Non può assumere valori arbitrari è vincolato dalla relazione:

$$l = 1, \dots, n - 1 \quad (1.3)$$

¹per sistemi più complessi esistono comunque metodi di calcolo che esulano dallo scopo di questa trattazione. Supporremo di poter estendere, con opportuni accorgimenti, quanto verrà ricavato di seguito, al caso di sistemi più complessi.

²Solitamente si considera $\mu = m_e$. Tuttavia in astrofisica la piccola differenza che si ottiene utilizzando la corretta massa ridotta del sistema elettrone-nucleo, porta alla distinzione tra lo spettro del deuterio H_2 da quello dell'idrogeno HI.

³Per ogni elemento si può ricavare l'appropriata costante di Rydberg utilizzando la massa ridotta del sistema considerato.

Si noti che \mathbf{l} non può essere nullo, perché l'elettrone non può collassare sul nucleo.

3. **Numero quantico magnetico (\mathbf{m})**: è legato alla quantizzazione dell'orientazione dell'orbitale nello spazio. Diventa rilevante quando sono presenti campi magnetici esterni, (come avviene in molti casi astrofisici). I valori che può assumere \mathbf{m} sono:

$$m = -l, \dots, -1, 0, +1, \dots, +l \quad (1.4)$$

4. **numero quantico di spin (\mathbf{s})**: lo spin del momento angolare dell'elettrone può assumere i valori $\pm\frac{1}{2}$
5. È utile introdurre il momento angolare totale $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ con $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$, momento angolare e \vec{S} momento angolare di spin.

Risulta ora chiaro che; le righe osservate sono interpretabili come transizioni tra un set di numeri quantici (n_i, l_i, m_i, s_i) ed un altro (n_f, l_f, m_f, s_f) . Tuttavia occorre ricordare che non tutte le combinazioni di numeri quantici sono possibili. Nella sezione (1.5) ci occuperemo di capire ed interpretare queste regole.

1.3 Popolazioni degli stati eccitati

Con il termine numero di popolazione n_U , relativo ad un livello E_U , si intende il numero di atomi nello stato eccitato \mathbf{U} (Upper), per unità di volume. Se siamo in condizioni di equilibrio termodinamico locale, allora i numeri di popolazione seguono la distribuzione di Boltzmann:

$$\frac{n_U}{n_0} = \frac{g_U}{g_0} e^{-\Delta E/kT_k} \quad (1.5)$$

T_k è la *temperatura cinetica*, legata alla velocità media degli atomi, secondo la teoria cinetica: $\frac{1}{2}m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2}nkT_k$ da cui $T_k = (m \langle v^2 \rangle / 3k)$ con k costante di Boltzmann, $\Delta E = (E_U - E_0)$ è la differenza di energia tra il livello eccitato (\mathbf{U}) e lo stato fondamentale (0) dell'atomo. g_U e g_0 sono i pesi statistici dei rispettivi stati. Le condizioni astrofisiche spesso si discostano dall'equilibrio termodinamico. In questi casi si può correggere la (1.5), per il caso del non equilibrio termodinamico, sostituendo alla *temperatura cinetica* (T_k) la *Excitation Temperature* (T_{exc}), questa può essere differente per ogni livello eccitato considerato, mentre all'equilibrio termico $T_{\text{exc}} = T_k$.

1.4 Coefficienti di Einstein

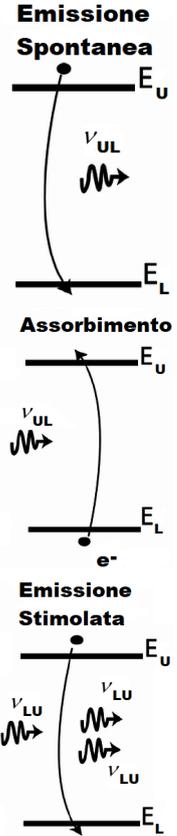
Atomi e molecole possono cambiare il loro stato energetico sia spontaneamente che per interazione con partner collisionali. Per capire la relazione tra emissione ed assorbimento a livello microscopico introduciamo i coefficienti di Einstein. Consideriamo un sistema a

due livelli \mathbf{E}_L ed $\mathbf{E}_U = (\mathbf{E}_L + h\nu_0)$, supponendo che il sistema sia immerso in un campo di radiazione monocromatica⁴ $\bar{\mathbf{J}}$. Andiamo a definire i coefficienti di

Emissione Spontanea (\mathbf{A}_{UL}). Definisce la probabilità di transizione da uno stato superiore \mathbf{U} (*Upper*) ad uno inferiore \mathbf{L} (*Lower*) con emissione di un fotone di frequenza ν_{UL} . L'unità di misura del coefficiente è l'inverso di un tempo: $[s^{-1}]$; il *tempo di vita medio dello stato eccitato U* è definito dalla quantità $\tau_{UL} := \mathbf{A}_{UL}^{-1}$ [s].

Assorbimento ($\mathbf{B}_{LU}\bar{\mathbf{J}}$). Definisce la probabilità che un fotone di frequenza ν_{LU} , del campo di radiazione, venga assorbito dal sistema, causandone la transizione dal livello \mathbf{L} al livello \mathbf{U} . La probabilità che un fotone venga assorbito dal sistema dipende dalla densità di fotoni del campo, (alla frequenza ν_{LU}). Se \mathbf{N}_L è la densità media di atomi nello stato \mathbf{L} , il numero di fotoni assorbiti per unità di tempo e volume è $\mathbf{N}_L\mathbf{B}_{LU}\bar{\mathbf{J}}$.

Emissione Stimolata ($\mathbf{B}_{UL}\bar{\mathbf{J}}$). Definisce la probabilità, per unità di tempo, di emissione di un fotone alla frequenza ν_{UL} a causa dell'interazione tra atomo e campo di radiazione. Se \mathbf{N}_U è il numero di atomi nello stato \mathbf{U} , allora $\mathbf{N}_U\mathbf{B}_{UL}\bar{\mathbf{J}}$ è il numero di fotoni emessi, per unità di tempo e volume.



1.5 Regole di selezione

Riprendiamo ora quanto introdotto nella sezione (1.2). La probabilità che avvenga una data transizione radiativa permette di suddividere le righe spettrali in **Permesse**, **Semi-Proibite** e **Proibite**. Possiamo esprimere la probabilità di transizione tramite i coefficienti di Einstein \mathbf{B}_{LU} e \mathbf{B}_{UL} come definiti nella sezione (1.4). Questi possono essere ricavati dal coefficiente \mathbf{A}_{UL} il cui valore è

$$\mathbf{A}_{UL} = \frac{64\pi^4}{3hc^3} \nu^3 |\mathbf{d}_{UL}|^2 \quad (1.6)$$

Dove \mathbf{d}_{UL} è il valore della matrice dipolare. Gli elementi della matrice \mathbf{d}_{UL} sono connessi alla cosiddetta *forza dell'oscillazione* della transizione considerata, che ci dà informazioni sulla probabilità che essa avvenga. È spesso comodo ragionare in termini di tempo di

⁴Nella trattazione il termine *radiazione monocromatica* è inteso in senso generale, cioè equivale a dire "alla stessa frequenza", non è limitato alle frequenze visibili, come suggerisce il termine.

vita medio dello stato eccitato, secondo la definizione (1.4). Le transizioni dallo stato **U** allo stato **L** (e quelle opposte) si possono descrivere in maniera semi-classica come *transizioni di multipolo*. Nella Tabella (1.1) sono riportate le regole di selezione ricavate dalla meccanica quantistica per le transizioni che andremo a considerare.

Tabella 1.1: **Regole di selezione**

	Dipolo Elettrico	Quadrupolo Elettrico	Dipolo Magnetico
Δn	qualsiasi	qualsiasi	0
Δm	$0, \pm 1$	$0, \pm 1, \pm 2$	$0, \pm 1$
Δl	± 1	$0, \pm 2$	0
ΔL	$0, \pm 1$	$0, \pm 1, \pm 2$	0
ΔJ	$0, \pm 1$	$0, \pm 1, \pm 2$	$0, \pm 1$
ΔS	0	0	0

Ricordiamo che $\Delta J = L + S$ e ΔS non possono essere nulli durante la transizione

1.5.1 Transizioni di Dipolo - Righe Permesse

Nella trattazione classica sono onde elettromagnetiche irradiate alla stessa frequenza con cui una carica elettrica oscilla avanti e indietro in un dipolo magnetico. Definiamo queste righe *permesse*, perché rispettano esattamente tutte le regole di selezione di dipolo elettrico, (riportate in Tabella 1.1). Possiamo legare il concetto di riga permessa al tempo di vita medio dello stato eccitato, secondo la definizione (1.4) si ha $\tau_{DP} \sim 10^{-8}$ s. In un tempo così breve è *molto improbabile* che l'atomo riesca a diseccitarsi collisionalmente, quindi è *molto probabile* osservare la diseccitazione radiativa.

1.5.2 Transizioni di Quadrupolo - Righe Semi-Proibite

Quando il termine di dipolo è nullo, può succedere che il termine di quadrupolo elettrico non sia nullo. Un quadrupolo variabile nel tempo dà luogo ad una radiazione di quadrupolo. Questa è molto più debole di una radiazione di dipolo⁵. La presenza di un quadrupolo elettrico non nullo fa sì che; le transizioni rigorosamente proibite per la radiazione di dipolo possano verificarsi. Queste righe sono definite *Semi-Proibite*, si riferiscono alla *struttura fine dell'atomo*. Per queste righe il tempo di vita medio degli stati eccitati è $\tau_{QP} \sim 10^{-3}$ s.

⁵Il campo elettrico di quadrupolo decresce come il quadrato della distanza, mentre quello di dipolo decresce linearmente con la distanza

1.5.3 Transizioni di Dipolo Magnetico - Righe Proibite

Può succedere che in assenza di dipolo elettrico e quadrupolo elettrico esista un dipolo magnetico. Un dipolo magnetico variabile genera una radiazione elettromagnetica⁶. Queste transizioni sono dette *proibite*, si riferiscono alla *struttura iperfine dell'atomo*⁷. La vita media dello stato eccitato, per queste transizioni, va da $\tau_{DM} \sim 1s$ fino a $\tau_{DM} \sim 10^{15}s$ per la riga a 21cm dell'idrogeno neutro che verrà trattata nella sezione (3.1).

1.6 Righe Molecolari

Le molecole⁸ sono dotate di una struttura propria e rigida, ne consegue che possono oscillare attorno a posizioni di equilibrio oppure ruotare attorno ad assi geometrici. Le rotazioni e le oscillazioni sono quantizzate, quindi il passaggio da un livello energetico ad un altro corrisponde all'emissione o all'assorbimento di fotoni come nel caso delle transizioni elettroniche degli atomi. Classifichiamo le transizioni molecolari in tre tipi:

1.6.1 Transizioni Elettroniche

Sono dovute alle transizioni elettroniche degli atomi che costituiscono la molecola, con energie U_{el} tipiche dell'ordine di qualche elettronvolt. Queste transizioni formano righe spettrali nella banda **V** e in quella **UV**.

1.6.2 Transizioni Vibrazionali

Sono causate da oscillazioni delle posizioni dei nuclei atomici che costituiscono la molecola. Le energie tipiche U_{vib} sono dell'ordine di 0.1 – 0.01 elettronvolt. Quindi formano righe spettrali nella banda **IR**. Queste righe sono molto importanti in astrofisica, per esempio, per classificare una galassia come starburst.

1.6.3 Transizioni Rotazionali

Sono causate dalla rotazione, attorno al baricentro del sistema, dei nuclei atomici con energie tipiche di U_{rot} di 0.001 elettronvolt. Queste transizioni producono righe nella banda millimetrica, sub-millimetrica e centimetrica dello spettro. Un importante esempio

⁶Si pensi al dipolo magnetico prodotto da una corrente alternata che scorre in una spira.

⁷La differenza tra i livelli energetici in gioco è così piccola che la radiazione emessa cade nella banda Radio.

⁸Nella trattazione verrà usata l'approssimazione di Bohr-Oppenheimer, che consiste nel separare il moto degli elettroni dal moto dei nuclei. L'approssimazione è giustificata dal fatto che i nuclei sono molto più lenti degli elettroni, quindi gli elettroni hanno sempre un tempo sufficiente per riadattarsi adiabaticamente alle nuove posizioni dei nuclei.

astrofisico è la riga del monossido di carbonio (CO). Questa molecola è utilizzata come tracciante della molecola H₂, altrimenti difficilmente rintracciabile. Il concetto verrà approfondito nella sezione (3.2).

1.7 Trasporto Radiativo

Un problema cruciale dell'astrofisica è studiare la propagazione della radiazione in un mezzo, che chiameremo genericamente *nube*. Questa ha la capacità di assorbire e riemettere la radiazione incidente. L'energia che fluisce attraverso uno strato infinitesimo $d\mathbf{s}$ della nube, considerando emissione e assorbimento, è:

$$dI_\nu d\omega = \varepsilon_\nu d\omega ds - k_\nu I_\nu d\omega ds \quad (1.7)$$

ε_ν è il coefficiente di emissività espresso in [ergs⁻¹cm⁻³], $\varepsilon_\nu d\omega$ è l'energia emessa per unità di tempo di frequenza e di volume attraverso l'angolo solido $d\omega$ orientato verso l'osservatore. I_ν è l'intensità della radiazione, quindi $I_\nu d\omega$ è l'energia per unità di tempo e di frequenza attraverso l'unità di area perpendicolare alla linea di vista dell'osservatore entro l'angolo solido $d\omega$. k_ν è il coefficiente di assorbimento per unità di lunghezza. Riordinando la (1.7) si ottiene:

$$\frac{dI_\nu}{k_\nu ds} = \frac{\varepsilon_\nu}{k_\nu} - I_\nu \quad (1.8)$$

Definito lo *spessore ottico infinitesimo* come $d\tau_\nu = k_\nu ds$ e definita la *funzione sorgente* come $S_\nu = (\varepsilon_\nu/k_\nu)$, la (1.7) diventa:

$$\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = S_\nu - I_\nu \quad (1.9)$$

All'equilibrio termico la funzione sorgente è quella del corpo nero di Planck. Integrando la (1.8) si ottiene:

$$I_\nu = S_\nu [1 - e^{-\tau_\nu}] + I_{\nu_0} e^{-\tau_\nu} \quad (1.10)$$

Dove I_{ν_0} è la radiazione della sorgente di fondo e τ_ν è lo spessore ottico della nube, sulla linea di vista, di profondità ℓ . I due casi limite sono:

$$\begin{cases} I_\nu = \tau_\nu [S_\nu - I_{\nu_0}] + I_{\nu_0} & \text{per } \tau_\nu \ll 1 \\ I_\nu = S_\nu & \text{per } \tau_\nu \gg 1 \end{cases} \quad (1.11)$$

Quando lo spessore ottico è basso si osserva la sorgente di fondo attenuata di un fattore [$I_{\nu_0} (1 - \tau_\nu)$] a cui si somma il contributo della nube [$\tau_\nu S_\nu = \varepsilon_\nu \ell$]. Quando lo spessore ottico è molto grande non vediamo più la sorgente di fondo, ma vediamo solo la radiazione intrinseca della nube S_ν . In questo caso la nube è all'equilibrio termico e irradia come un corpo nero.

1.7.1 Righe in emissione o assorbimento

Utilizzando l'equazione (1.10) nel caso in cui la nube, tra la sorgente e l'osservatore, abbia emissione/assorbimento ad una data frequenza⁹ ν_0 otteniamo un criterio per capire se una determinata riga è in assorbimento o emissione:

$$(S_\nu - I_{\nu_0}) (1 - e^{-\tau_\nu}) \lesseqgtr 0 \quad (1.12)$$

Si noti che il termine $(1 - e^{-\tau_\nu})$ è sempre positivo, quindi il termine che decide se c'è emissione o assorbimento è $(S_\nu - I_{\nu_0})$. In particolare se:

$$(S_\nu - I_{\nu_0}) \begin{cases} > 0 \Rightarrow S_\nu > I_{\nu_0} \rightarrow \text{Emissione, (Gas caldo che si raffredda)} \\ = 0 \Rightarrow S_\nu = I_{\nu_0} \rightarrow \text{Continuo} \\ = 0 \Rightarrow S_\nu < I_{\nu_0} \rightarrow \text{Assorbimento, (Gas freddo che si scalda)} \end{cases} \quad (1.13)$$

L'intensità della riga è data dalla (1.10), che è definita come *segnale risultante*, cioè l'intensità del segnale emesso e assorbito dalla nube. Quindi se $\tau_\nu \ll 1$ e I_{ν_0} sufficientemente forte, possiamo misurare una riga in assorbimento. Al contrario per avere una forte riga in emissione occorre avere un valore elevato di S_ν .

1.8 Righe Collisionali

Quando la densità del mezzo interstellare aumenta, non possiamo più trascurare gli effetti delle collisioni tra particelle. Per semplificare la trattazione considereremo solo urti elastici e atomi con solo due livelli energetici. Una collisione può portare l'elettrone dell'atomo in un livello eccitato **U**. Se l'elettrone dell'atomo in questione torna nello stato **L** con una transizione radiativa, allora abbiamo quella che è definita *riga collisionale*. Ciò che decreta il tipo di diseccitazione (collisionale o radiativa) è la densità dei partner collisionali (elettroni o atomi). Si definisce la **densità critica** come:

$$n_c = \frac{A_{\mathbf{UL}}}{Q_{\mathbf{UL}}} \quad (1.14)$$

Dove $Q_{\mathbf{UL}}$ è il *rate di diseccitazione collisionale* dello stato **U**. Sotto la densità critica la maggioranza delle eccitazioni collisionali sono seguite da diseccitazione radiativa. Conoscendo l'intensità della riga e la sezione d'urto $\sigma_{\mathbf{UL}}(v)$ della collisione, si può stimare la densità di partner collisionali. Sopra la densità critica dominano le collisioni, quindi siamo all'equilibrio termico e non vediamo righe, perché ogni eccitazione collisionale è seguita da una diseccitazione collisionale. Il fatto che vediamo righe semi-proibite e proibite ci dice che nell'ISM molta della materia che osserviamo non è all'equilibrio termico locale. Non ha senso in questi casi parlare di temperatura. Tuttavia se i partner collisionali degli atomi sono elettroni liberi, allora possiamo definire una temperatura T_e a cui gli elettroni sono termalizzati.

⁹cioè di tutti i fotoni emessi dalla sorgente solo quelli alla frequenza ν_0 sono assorbiti.

Capitolo 2

Fenomeni che modificano il profilo delle righe

2.1 Allargamenti

Le righe spettrali non sono infinitamente sottili attorno alla lunghezza d'onda caratteristica, ma sono allargate a causa di vari effetti fisici, ciascuno dei quali genera un particolare tipo di *profilo*. Considereremo di seguito i principali meccanismi che alterano il profilo delle righe spettrali.

2.1.1 Allargamento Naturale

Questo tipo di allargamento della riga è dovuto al principio di indeterminazione di Heisenberg. Una particella, per esempio un atomo, in un livello eccitato ha un tempo di vita medio finito dato dall'inverso del coefficiente di Einstein: $\mathbf{A}_{UL}^{-1} \simeq \Delta t$. Anche la differenza di energia tra due livelli è finita e vale $\Delta h\nu = \Delta E$. Per il principio di Heisenberg si ha che:

$$\Delta t \Delta E \geq \frac{h}{2\pi} \quad \rightarrow \quad \frac{\Delta h\nu}{A_{UL}} \geq \frac{h}{2\pi} \quad \rightarrow \quad \Delta\nu \geq \frac{A_{UL}}{2\pi} \quad (2.1)$$

L'ultima relazione delle (2.1) ci fornisce la minima larghezza possibile per una riga spettrale. Definito il coefficiente $\gamma = \sum_{L^*} A_{UL^*}$ come il rate di decadimento tra due livelli energetici¹, possiamo scrivere la *Line Profile Function* come:

$$\phi(\nu) = \frac{\gamma/4\pi^2}{(\nu_{oss} - \nu_{em}) + \left(\frac{\gamma}{4\pi^2}\right)} \quad (2.2)$$

Questo tipo di profilo è chiamato *profilo naturale* o *profilo di Lorentz*. Dall'ultima equazione delle (2.1) possiamo intuire un legame tra il tempo di vita medio dello stato eccitato (1.4) e la larghezza della riga. Le righe *permesse* saranno intrinsecamente più larghe

¹la somma è su tutti i livelli energetici a minore energia definiti come L^*

di quelle *proibite* perché; minore è il tempo di vita medio dello stato eccitato, maggiore è l'incertezza sull'energia. L'ordine di grandezza dell'allargamento della riga per questo effetto è $\Delta\lambda \approx 10^{-4}\text{\AA}$.

2.1.2 Allargamento Collisionale

Questo tipo di allargamento è dovuto alle collisioni tra un atomo che sta emettendo e altre particelle. La fase della radiazione emessa viene alterata dalla collisione. Supponendo che ci sia una frequenza di collisione ν_{coll} , cioè che ogni atomo subisce mediamente ν_{coll} collisioni nell'unità di tempo, allora il profilo della riga sarà del tipo:

$$\phi(\nu) = \frac{\Gamma/4\pi^2}{(\nu_{oss} - \nu_{em}) + (\Gamma/4\pi^2)} \quad \Gamma = \gamma + 2\nu_{coll}, \quad \gamma = \sum_L A_{UL} \quad (2.3)$$

Abbiamo ottenuto la generalizzazione del *Profilo di Lorentz*. Spesso si uniscono i profili (2.2) e (2.3) in uno unico chiamato *Profilo di Smorzamento*. Si noti che in questo allargamento gioca un ruolo fondamentale la densità del gas, contenuta in ν_{coll} . L'ordine di grandezza dell'allargamento della riga per questo effetto è $\Delta\lambda \approx 10^{-4}\text{\AA}$.

2.1.3 Doppler Termico

I singoli atomi che compiono una certa transizione sono soggetti all'effetto Doppler, ciò causa l'allargamento della riga spettrale. Si noti che questo allargamento non altera il numero di atomi che compiono la transizione, (cioè l'intensità della riga), ma può spostarne il *centroide*, in caso ci siano anche moti di rotazione della nube di gas attorno ad un baricentro. La variazione della lunghezza d'onda di emissione/assorbimento è legata alla velocità radiale (\mathbf{v}_r), definita come la componente della velocità dell'atomo lungo la linea di vista dell'osservatore. Al primo ordine di approssimazione in (v/c) è data da: $v_r = [c(\nu - \nu_0)/\nu_0]$, dove ν_0 è la frequenza della transizione nel sistema di riferimento dell'osservatore. Se assumiamo l'equilibrio termico locale, possiamo stimare il numero di atomi con velocità radiale compresa tra v_r e $(v_r + dv_r)$ essendo questa proporzionale alla distribuzione di Maxwell-Boltzmann: $\exp\left[-\frac{(\nu-\nu_0)m_a c^2}{2kT\nu_0^2}\right] d\nu$, con m_a massa atomica. Il profilo della riga che si ottiene è:

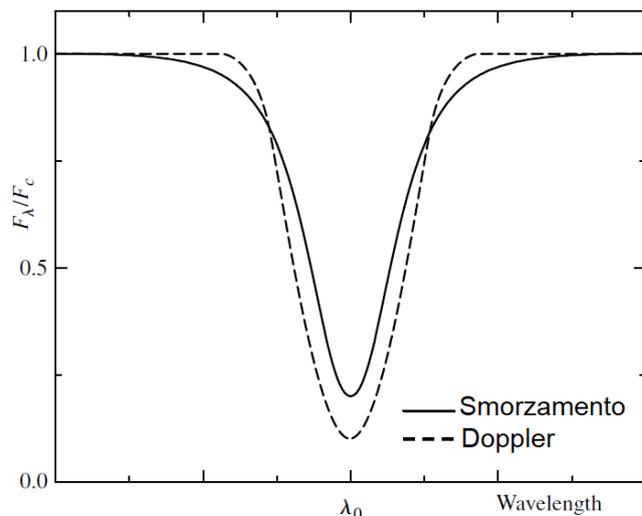
$$\phi(\nu) = \frac{1}{\Delta\nu_D\sqrt{\pi}} e^{-(\nu-\nu_0)^2/\Delta\nu_D^2} \quad (2.4)$$

La larghezza dovuta al doppler è stimata da $\Delta\nu_D$, che si ricava dalla distribuzione di Maxwell-Boltzmann:

$$\Delta\nu_D = \frac{\nu_0}{c} \sqrt{\frac{2kT}{m_a}} \quad (2.5)$$

La costante $(\Delta\nu_D\sqrt{\pi})^{-1}$ nella (2.4) è data dalla condizione di normalizzazione $\int \phi(\nu) d\nu = 1$, sotto l'ipotesi che $\Delta\nu_D \ll \nu_0$. L'ordine di grandezza dell'allargamento della riga per questo effetto è $\Delta\lambda \approx 10^{-1}\text{\AA}$, valore molto più alto degli altri effetti considerati.

2.1.4 Profilo totale della riga



La combinazione degli allargamenti discussi da origine al cosiddetto *profilo di Voigt*. Nella regione centrale della riga, attorno a λ_0 , domina l'allargamento Doppler (2.4), mentre nelle ali domina il profilo di smorzamento (2.1.2). Utilizzando uno solo dei profili si perdono importanti contributi di fotoni, ciò porta a stime sbagliate delle osservabili fisiche che si vogliono ricavare, (abbondanze, temperature, velocità..).

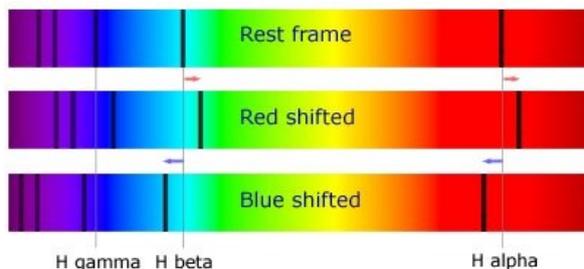
2.2 Doppler-Shift delle righe

Quando si studiano sorgenti in moto relativo rispetto all'osservatore, bisogna tenere conto dell'effetto Doppler. Questo effetto causa una variazione della lunghezza d'onda della radiazione emessa dalla sorgente (λ_{oss}), rispetto alla lunghezza d'onda misurata in laboratorio (λ_{lab}). La relazione tra le due, nel caso non relativistico, è:

$$z = \pm \frac{|v_r|}{c} = \frac{\lambda_{oss} - \lambda_{lab}}{\lambda_{lab}} \quad (2.6)$$

con c velocità della luce e v_r velocità radiale, (componente della velocità sulla linea di vista dell'osservatore). Applicando la (2.6) a più righe note, di uno spettro osservato, si ottiene una stima della velocità radiale media della sorgente rispetto all'osservatore.

Lo schema a destra compara le righe della serie di Balmer. In alto è rappresentato lo spettro nel sistema del laboratorio. In mezzo le righe sono spostate verso il Rosso (Redshift, $z > 0$), sorgente in allontanamento. In basso le righe sono spostate verso il Blu (Blueshift, $z < 0$), sorgente in avvicinamento.

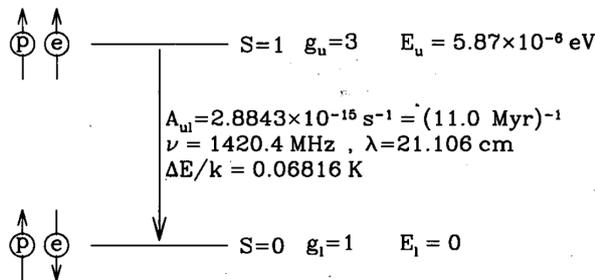


Capitolo 3

Alcune applicazioni Astrofisiche

3.1 La riga dell'HI a 21cm

L'idrogeno atomico è il principale componente del mezzo interstellare, con una massa stimata dell'ordine di $\sim 10^9 M_\odot$ e una densità media di 0.4 atomi per cm^3 . È una riga estremamente importante per studiare la dinamica delle galassie a spirale. Sia per la sua abbondanza in tutto il disco galattico, sia per la sua frequenza di 1420MHz, che la rende trasparente al mezzo interstellare, così da poter esaminare anche le regioni del disco galattico da cui non riusciamo ad avere altra radiazione.



Come mostrato in Figura, lo stato fondamentale dell'atomo di idrogeno consiste di due livelli iperfini, di cui il superiore è caratterizzato dagli spin paralleli dell'elettrone e del protone, mentre quello inferiore è caratterizzato dagli spin antiparalleli. I pesi statistici dei due livelli sono rispettivamente $g_L = 1$ e $g_U = 3$. Dalla differenza di energia tra i due livelli possiamo ricavare la frequenza del fotone emesso dalla transizione ($\nu = 1420\text{MHz}$).

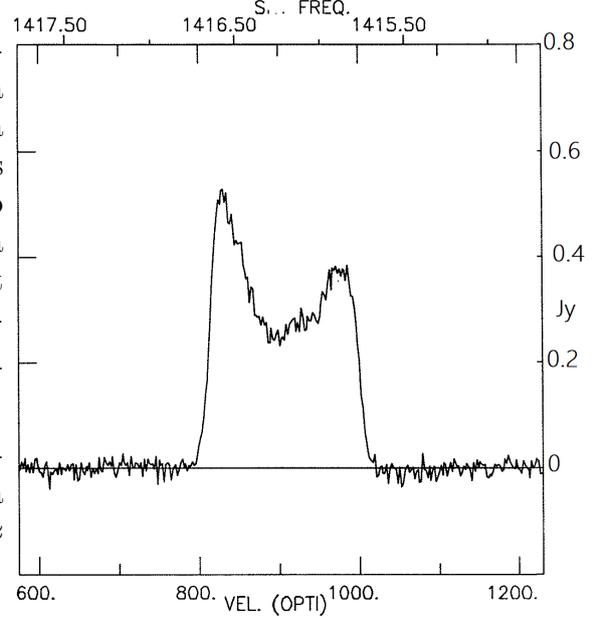
Il coefficiente di Einstein A_{UL} è estremamente piccolo e corrisponde ad un tempo di vita medio $\tau_{21\text{cm}} = 10^7\text{yr}$. La transizione è fortemente proibita ed è anche un esempio di quella che abbiamo definito *riga collisionale* (1.8). L'ambiente in cui si trova l'HI è neutro, quindi i partner collisionali sono altri atomi di idrogeno neutro.

3.1.1 Determinazione di distanza e massa di HI per UGC 11707

La velocità radiale di una galassia è la somma della velocità di recessione causata dall'espansione dell'universo (costante di Hubble) e della velocità peculiare della galassia.

La componente radiale di quest'ultima riflette gli effetti dovuti all'interazione gravitazionale con galassie vicine, (tipicamente è dell'ordine di 200kms^{-1}). La velocità di Hubble è proporzionale alla distanza dell'oggetto da noi. Il valore misurato della costante è $H_0 \approx 72\text{kms}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$. Se la velocità radiale ha un valore molto maggiore della componente radiale della velocità peculiare, allora possiamo usare la riga a 21cm dell'HI per ricavare la distanza della galassia.

Nell'immagine è rappresentata la riga normalizzata dell'idrogeno neutro della galassia UGC 11707, ottenuta con il telescopio da 43metri (beamwidth ≈ 20 arcmin) (Haynes et al. 1998). La riga mostra il tipico profilo delle galassie a spirale. Il centroide della riga si trova a $\nu = 1416.2\text{MHz}$, (Swaters, R.A. et al. 2002, A&A, 390, 829). Quindi dalla relazione $v_r = c \left(1 - \frac{\nu}{\nu_0}\right)$ si ottiene una velocità radio $v_r = 3 \times 10^5 \text{kms}^{-1} \left(1 - \frac{1416.2\text{MHz}}{1420.4\text{MHz}}\right) \approx 890\text{kms}^{-1}$. Nota la velocità radio possiamo calcolare la distanza della galassia con la relazione di Hubble $D \approx v_r/H_0 \approx 890\text{kms}^{-1}/(72\text{kms}^{-1}\text{Mpc}^{-1}) = 12.4\text{Mpc}$.



Se l'emissione dell'HI della galassia è otticamente sottile, allora il flusso della riga integrato sulla linea di vista è proporzionale alla massa di HI nella galassia. Il flusso di linea per la sorgente UGC 11707 è $\approx 70\text{Jy}\text{kms}^{-1}$ (Swaters, R.A. et al. 2002, A&A, 390, 829). Dalla relazione:

$$\left(\frac{M_H}{M_\odot}\right) \approx 2.36 \times 10^5 \left(\frac{D}{\text{Mpc}}\right)^2 \int \left[\frac{S(\nu)}{\text{Jy}}\right] \left(\frac{d\nu}{\text{kms}^{-1}}\right) \quad (3.1)$$

ricaviamo una massa di HI, in masse solari, pari a $M_H[M_\odot] \approx 2.36 \times 10^5 \cdot (12.4)^2 \cdot 70 \approx 2.5 \times 10^9$. Massa tipica delle galassie nane.

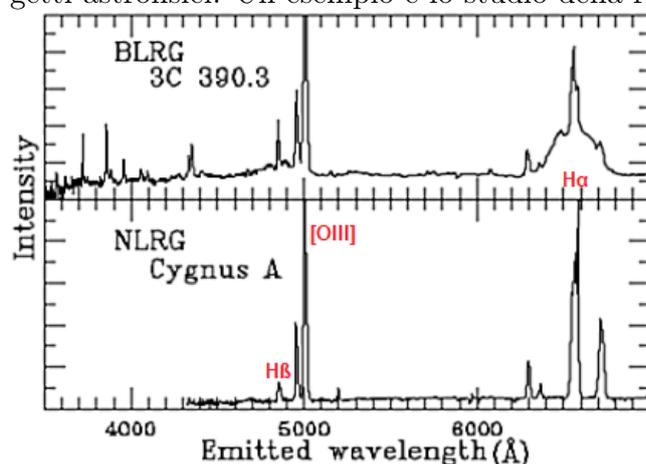
3.2 Stima dell' H_2 nelle galassie a spirale

Si stima che l'idrogeno molecolare sia molto abbondante nella nostra galassia, tuttavia è molto difficile da osservare direttamente. I livelli rotazionali della molecola H_2 hanno energie molto più elevate della temperatura cinetica media delle nubi fredde, ma queste regioni sono le uniche che permettono alla molecola di formarsi. La molecola H_2 si riesce a rilevare direttamente solo in regioni molto limitate, dove il mezzo interstellare è scaldato da onde d'urto. Queste sono in grado di eccitare i livelli rotazionali e vibrazionali

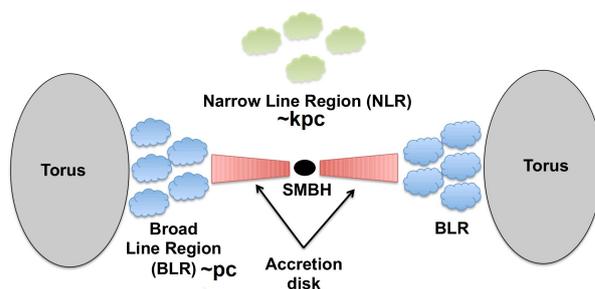
dell' H_2 producendo righe nell'infrarosso. Tuttavia si può utilizzare la molecola del monossido di carbonio (CO) per stimare l'abbondanza di H_2 . La molecola di CO si eccita collisionalmente con molecole di H_2 e si diseccita con una transizione vibrazionale. La difficoltà di questo metodo indiretto sta nello stimare il giusto rate di conversione tra CO e H_2 . L'abbondanza del CO non può essere calcolata direttamente dall'emissione otticamente spessa. Quindi c'è bisogno di un fattore di conversione dall'intensità della riga $^{12}CO (J = 1 - 0)$ alla densità colonna di H_2 o alla sua massa.

3.3 La riga $H\alpha$ e la dinamica degli AGN

La forma delle righe spettrale può dare importanti informazioni sulla dinamica degli oggetti astrofisici. Un esempio è lo studio della riga $H\alpha$ negli AGN.



Nell'immagine sono rappresentati gli spettri ottici, nel rest frame, di due Radio Galassie. Lo spettro di $3c390.3$ è relativo alla BLR, mentre quello di Cygnus A è relativo alla NLR. Gli spettri dei due AGN si assomigliano, ma notiamo che la riga $H\alpha$ presenta una forma diversa. (Questa forma in gergo astronomico è detta: "ad elmetto prussiano").



Lo studio della forma della riga ci da importanti informazioni dinamiche della regione in cui essa si forma. La riga $H\alpha$ totale che osserviamo in $3c390.3$ è la somma di due contributi differenti. La parte allargata sono fotoni provenienti dalla BLR, in questa zona le nubi ruotano più velocemente, (essendo più vicine al SMBH), quindi l'effetto Doppler (2.2) influisce molto sulla larghezza della riga. La parte stretta della riga è dovuta all'emissione delle nubi più lontane dal SMBH, quindi più lente nella rotazione. In questo caso l'effetto Doppler incide molto meno nell'allargamento. Grazie a queste deduzioni è possibile fare modelli accurati sulla struttura degli AGN.

Bibliografia

- [1] R. A. Swaters, T. S. van Albada, J. M. van der Hulst and R. Sancisi (2002-08), *The Westerbork HI survey of spiral and irregular galaxies. I. HI imaging of late-type dwarf galaxies*. A&A 390, pp. 829–861.
- [2] M. P. Haynes, L. van Zee, D. E. Hogg, M. S. Roberts and R. J. Maddalena (1998-01) *Asymmetry in high-precision global HI profiles of isolated spiral galaxies*. AJ 115, pp. 62.
- [3] Jonathan Tennyson, *An Introduction To The Atomic And Molecular Physics Of Astronomical Spectra*. World Scientific, 2005.
- [4] Anil K. Pradhan, Sultana N. Nahar, *Atomic Astrophysics and Spectroscopy*. Cambridge University Press, 2011.
- [5] Bradley W. Carroll, Dale A. Ostlie, *Introduction to Modern Astrophysics*. Pearson, 2006.
- [6] George B. Rybicki, Alan P. Lightman, *Radiative Processes in Astrophysics*. Wiley, 2004.
- [7] David J. Griffiths, *Introduction to Quantum Mechanics*. Pearson, 2005.
- [8] James J. Condon & Scott M. Ransom, *Essential Radio Astronomy*. Princeton university press, 2016.
- [9] D. Dallacasa, *Processi di Radiazione e MHD*, F. Ferraro, *Astrofisica Stellare* e L. Ciotti, *Astrofisica Extragalattica*. Appunti dei corsi.