

**ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA**

---

**SCUOLA DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA**

*DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE, CHIMICA, AMBIENTALE E DEI MATERIALI*

*CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO*

**TESI DI LAUREA**

In

Modelli per la geotermia ed i fluidi del sottosuolo M

**EFFETTI DELLA PRESSIONE SULLE LINEE DI FLUSSO COSTRUITE A PARTIRE DA  
SIMULAZIONI NUMERICHE DI FLUSSI MONOFASE ISOTERMI IN MEZZI POROSI**

Candidato:  
Marco Ancillotti

Relatore:  
Chiar.mo Prof. Villiam Bortolotti

Correlatore:  
Chiar.mo. Prof. Stefano Bonduà

Anno Accademico 2017-2018

Sessione III



## *Abstract*

In questo lavoro di tesi sono stati studiati gli effetti delle variazioni di pressione dei fluidi iniettati in reservoir sulla formazione delle linee di flusso dei fluidi di strato.

In particolare è stato utilizzato un caso studio proposto nell'articolo 'A. Battistelli e S. Nagy. *Reservoir engineering assessment of low temperature geothermal resources in the Skierniewice municipality (Poland)*, *Geothermics*, 29, 2000' per confrontare le linee di flusso ottenute mediante una soluzione quasi-analitica, proposta nel lavoro di Battistelli e Nagy, con quelle ottenute a partire da simulazioni numeriche e vedere come le linee di flusso reagiscono a cinque diversi valori di pressione di iniezione man mano crescenti. Il confronto non è stato eseguito solo dal punto di vista qualitativo ma anche dal punto di vista quantitativo, calcolando per ogni portata gli andamenti dei tempi di volo e le distanze percorse delle 56 particelle utilizzate. Per la simulazione numerica è stato utilizzato il simulatore TOUGH2, uno dei software maggiormente impiegati nell'ingegneria dei reservoir geotermici. L'output di TOUGH2 è stato processato mediante il programma TOUGH2Path, che implementando l'algoritmo di Klausen, fornisce in output tutte le informazioni per la visualizzazione del percorso delle particelle anche per griglie di Voronoi. Il lavoro svolto ha prodotto risultati molto interessanti evidenziando ad esempio come le variazioni di densità dei fluidi a seguito di variazione di pressione siano aspetti da tenere in debita considerazione per una corretta valutazione delle linee di flusso.

# Indice

CAPITOLO I INTRODUZIONE .....	1
1.1 Approcci “ <i>cell-based</i> ” e “ <i>stremline-based</i> ” .....	1
1.2 Cosa significa simulare .....	2
1.3 Discretizzazione del dominio.....	3
CAPITOLO II LEGGI DI TRASPORTO DEI FLUIDI NEI MEZZI POROSI .....	5
2.1 Legge di Darcy .....	5
2.2 L’equazione di continuità .....	8
2.3 Equazioni di flusso .....	10
2.3.1 Flusso monofase di un fluido a bassa comprimibilità .....	11
2.3.2 Flusso multifase .....	13
2.3.3 Flusso di calore .....	14
CAPITOLO III LE LINEE DI FLUSSO .....	15
3.1 Cinematica dei fluidi.....	15
3.2 Equazioni fondamentali delle linee di flusso.....	18
3.3 Vantaggi e ambiti di applicazione delle <i>stremline-based</i> .....	20
3.4 Linee di flusso con l’algoritmo di Klausen .....	21
CAPITOLO IV TEORIA SULLE GRIGLIE E SUI MODELLI NUMERICI .....	24
4.1 Modelli <i>black-oil</i> e composizionali .....	25
4.2 Tipi di magliatura.....	25
4.3 Tipi di discretizzazioni.....	28
4.5 Tassellazione di Voronoi e Delaunay .....	32
4.5.1 Voronoi .....	32
4.5.2. Delanuay .....	33
4.6 Approssimazioni di calcolo .....	35
CAPITOLO V SOFTWARE UTILIZZATI.....	36
5.1 VORO2MESH.....	36
5.2 TOUGH2.....	36
5.3 TOUGH2Viewer .....	37

5.4 TOUGH2Path .....	39
5.5 PARAVIEW .....	41
CAPITOLO VI CASO DI STUDIO E SIMULAZIONI.....	42
6.1 Introduzione al caso studio .....	42
6.1.2 Test di interferenza.....	45
6.1.3 Test di iniezione .....	46
6.1.4 Installazioni well-doublet.....	47
6.2 Parametri delle simulazioni .....	48
6.3 Risultati delle simulazioni.....	50
CAPITOLO VII CONCLUSIONI .....	65
BIBLIOGRAFIA E SITOGRAFIA .....	67

# Indice delle figure

Figura 1: parallelepipedo elementare nel sistema di riferimento cartesiano Oxyz. ....	8
Figura 2: triangolo suddiviso in tra sottotriangoli ottenuti dalla posizione del punto "x" .....	22
Figura 3: esempio magliatura a blocchi centrati.....	26
Figura 4: esempio di magliatura a nodi centrati. ....	26
Figura 5: esempio di griglia strutturata.....	27
Figura 6: esempio di griglia non strutturata. ....	28
Figura 7: esempio di discretizzazione alle differenze finite. ....	28
Figura 8: esempio di discretizzazione agli elementi finiti con raffittimento. ....	29
Figura 9: discretizzazione spaziale e dati geometrici nel metodo delle IFDM (da TOUGH2 User's Guide, Pruess,1999).....	31
Figura 10: esempio di tassellizzazione di Voronoi. ....	32
Figura 11: rappresentazione della triangolazione di Delanuy con circumcerchi in vista. ....	34
Figura 12: rappresentazione della funzione biunivoca fra la triangolazioni di Delanuy e la cella di Voronoi. ....	34
Figura 13: vista 3D di un modello esempio, estrapolata dal manuale online di TOUGH2Viewer [20]. .....	38
Figura 14: localizzazione geografica della contea di Skierniewice.....	42
Figura 15: visualizzazione geografica della locazione dei pozzi GT-1 e Gt-2 (sinistra) e sezione gologica del pozzo GT-1 (destra). ....	43
Figura 16: test di interferenza idraulica della portata in funzione del tempo tra i pozzi Gt-1 (produttore) e GT-2 (iniettore).....	45
Figura 17: andamento della pressione nel tempo del pozzo GT-2 utilizzato come inettore. ....	46
Figura 18: andamento del livello d'acqua tra il pozzo gt-1 (produttore) e GT-2 (iniettore) .....	47
Figura 19: rappresentazione grafice delle stremline quasi-analitica ottenuta dalla simulazione riportata da Battisteli a Nagy [21]. ....	47
Figura 20: confronto qualitativo fra le linee di flusso numeriche e analitiche per il caso 1 di portata. .....	50
Figura 21: grafico di confornto del tempo di volo (TOF) tra le linee di flusso numeriche e anlitiche per il caso 1 di portata.....	51

Figura 22: grafico di confronto della distanza percorsa (TD) tra le linee di flusso numeriche e analitiche per il caso 1 di portata. ....	51
Figura 23: distribuzione dei valori di pressione tra i pozzi di iniezione e di emungimento nel caso 1 di portata. ....	52
Figura 24 confronto qualitativo fra le linee di flusso numeriche e analitiche per il caso 2 di portata. ....	53
Figura 25: grafico di confronto del tempo di volo (TOF) tra le linee di flusso numeriche e analitiche per il caso 2 di portata. ....	54
Figura 26: grafico di confronto della distanza percorsa (TD) tra le linee di flusso numeriche e analitiche per il caso 2 di portata. ....	54
Figura 27: distribuzione dei valori di pressione tra i pozzi di iniezione e di emungimento nel caso 2 di portata. ....	55
Figura 28: confronto qualitativo fra le linee di flusso numeriche e analitiche per il caso 3 di portata. ....	56
Figura 29: grafico di confronto del tempo di volo (TOF) tra le linee di flusso numeriche e analitiche per il caso 3 di portata. ....	57
Figura 30: grafico di confronto della distanza percorsa (TD) tra le linee di flusso numeriche e analitiche per il caso 3 di portata. ....	57
Figura 31: distribuzione dei valori di pressione tra i pozzi di iniezione e di emungimento nel caso 3 di portata. ....	58
Figura 32: confronto qualitativo fra le linee di flusso numeriche e analitiche per il caso 4 di portata. ....	59
Figura 33: grafico di confronto del tempo di volo (TOF) tra le linee di flusso numeriche e analitiche per il caso 4 di portata. ....	60
Figura 34: grafico di confronto della distanza percorsa (TD) tra le linee di flusso numeriche e analitiche per il caso 4 di portata. ....	60
Figura 35: distribuzione dei valori di pressione tra i pozzi di iniezione e di emungimento nel caso 4 di portata. ....	61
Figura 36: confronto qualitativo fra le linee di flusso numeriche e analitiche per il caso 5 di portata. ....	62

Figura 37: grafico di confronto del tempo di volo (TOF) tra le linee di flusso numeriche e analitiche per il caso 5 di portata. ....	63
Figura 38: grafico di confronto della distanza percorsa (Td) tra le linee di flusso numeriche e analitiche per il caso 5 di portata.....	63
Figura 39: distribuzione dei valori di pressione tra i pozzi di iniezione e di emungimento nel caso 5 di portata.....	64
Figura 40: valori di densità presenti nei pozzi di iniezione e di emungimento al variare della portata.....	66

# CAPITOLO I

## INTRODUZIONE

### 1.1 Approcci “*cell-based*” e “*streamline-based*”

Da trent'anni a questa parte è entrato nella pratica comune dell'ingegneria dei serbatoi, l'impiego di modelli numerici per la previsione del comportamento dei reservoir. Il sistema reservoir è caratterizzato da grande complessità e per il suo studio si preferisce sostituirlo con un sistema immagine detto modello. Il modello, specifico per il sistema considerato e per il problema da risolvere è più semplice, nel senso che è ideato per evidenziare solamente alcune funzionalità del sistema. Esso può essere fisico o matematico, contenente solo gli elementi del sistema originario ritenuti utili per la risoluzione del problema.

Se il modello è attendibile, allora le prove che si eseguiranno su di esso saranno rappresentative del comportamento del sistema. Operare sul modello per avere informazioni sul comportamento del sistema prende il nome di simulazione. La simulazione numerica, in generale fa riferimento a due diversi approcci [1] : quello tradizionale detto “*cell-based*” e un secondo approccio detto “*streamline-based*”:

#### 1) *Cell-based*:

Prevede l'utilizzo del metodo delle differenze finite o agli elementi finiti oppure ai volumi finiti che verranno descritte nei capitoli successivi. Questo approccio prevede la discretizzazione del volume del giacimento; lo si suddivide in tanti elementi detti celle o blocchi definiti da una griglia specifica. Si passa quindi da una rappresentazione continua delle proprietà petrofisiche e delle variabili termodinamiche del fluido ad una rappresentazione discretizzata che ovviamente dipende dal tipo di discretizzazione adottata. I valori di tutte le grandezze sono supposti costanti all'interno di ciascuna cella;

## 2) *Streamline-based*:

È basato sulle linee di flusso. Questo tipo di simulazione è rappresentabile anche graficamente e aiuta ad individuare come evolve il flusso nel sottosuolo, da pozzi di iniezione fino a quelli di emungimento. Questo approccio è in grado di far capire se il modello geologico è sbagliato o inadatto per il caso preso in esame tramite il comportamento dei fluidi se questi sono in accordo o no con le leggi della cinematica.

Di questi modelli, non ne esiste uno valido in assoluto, pertanto è opportuno scegliere quello che meglio si adatta al modello geologico preso in esame che sarà in grado di prevederne al meglio il comportamento futuro.

## 1.2 Cosa significa simulare

L'utilizzo della simulazione numerica per fenomeni di flusso mono o polifase, isoterma o non isoterma, in mezzi porosi o porosi fratturati è indispensabile in ambito industriale e in ambito scientifico [2] [3].

La simulazione di bacini geotermici è strettamente collegata a quella dei giacimenti petroliferi. Grazie al progresso tecnologico degli ultimi decenni, l'impiego di tecniche sempre più evolute e potenze di calcolo sempre maggiori hanno accresciuto l'affidabilità dei metodi numerici. La realizzazione di modelli affidabili, permette di stabilire in partenza obiettivi di modellazione e possibili risultati con un conseguente utilizzo più efficace della simulazione. Risulta di interesse rispondere a quattro domande prima di avventurarsi in un'attività di simulazione:

- 1) Qual è il problema che il modello deve risolvere?
- 2) La simulazione è il metodo più efficace per ottenere una risposta al problema che si vuole risolvere?
- 3) Il modello che fornisce la risposta, quanto deve essere sofisticato?
- 4) Quanto devono essere affidabili i dati forniti in input e i risultati in output di una simulazione?

Le prime tre domande permettono di scegliere il tipo di modello da utilizzare, che esso sia mono, bi o tri-fase, formato da uno o più componenti in condizioni spaziali mono, bi o tridimensionali.

La quarta domanda serve soprattutto per effettuare una rapida analisi costi-benefici e per poter comprendere nell'immediato i possibili profitti anticipando le informazioni sull'utilità dei risultati della simulazione.

Lo schema tipico di impiego dei modelli numerici può essere riassunto nei seguenti punti [4]:

- Definizione del modello geologico: geometria, zonazione, distribuzione spaziale delle caratteristiche petrofisiche, delle saturazioni e delle pressioni iniziali;
- Individuazione dei parametri termodinamici del fluido di giacimento. Definizione e normalizzazione delle pseudo-curves di permeabilità relativa e di pressione capillare;
- Definizione della grigliatura per suddividere in blocchi il giacimento e calcolo della trasmissività di interblocco;
- Inizializzazione del modello, ovvero assegnazione ad ogni blocco dei valori locali iniziali dei parametri petrofisici, termodinamici, fluidodinamici e di saturazione;
- History-matching: riproduzione sul modello della storia passata del giacimento imponendo ai pozzi le portate storiche dei fluidi iniettati, magari modificando ragionevolmente alcuni parametri;
- Forecast mode: previsione del comportamento del giacimento in risposta a un o più programmi futuri di coltivazione. L'aver ottenuto l'history-matching non significa che sia stato riprodotto sul modello numerico il giacimento reale perché l'incertezza rimane su alcuni parametri fondamentali come: la permeabilità verticale, la permeabilità relativa, la pressione capillare, la trasmissività, l'ubicazione delle barriere impermeabili, etc.

È necessario quindi valutare, mediante una serie di simulazioni sul modello, l'influenza che ipotesi diverse su tali parametri hanno sulla risposta finale, ovvero sulla produzione prevista di olio, gas e acqua; tali studi sono chiamati sensitivity studies.

## 1.3 Discretizzazione del dominio

Il primo passo è l'ottenimento di un modello geologico affidabile [4] [5]. Per avere una rappresentazione geologica accurata e approfondita di un reservoir posto a migliaia di metri al di sotto della superficie è necessario acquisire i dati sulle proprietà della roccia mediante:

- Dati “hard”: perforazione di pozzi (carote, log);
- Dati “soft”: metodi geofisici che permettono dalla superficie attraverso misure indirette di ottenere informazioni del sottosuolo.

Per ottenere un modello affidabile e dettagliato, la geostatistica è in grado di integrare dati a larga e a piccola scala al fine di descrivere al meglio le caratteristiche geologiche e le variazioni delle proprietà della roccia.

L'affidabilità è fornita anche dalla griglia e in particolare il numero di blocchi da cui è composta. Dal punto di vista computazionale, però non è possibile creare una griglia composta da miliardi di blocchi perché il tempo richiesto dal calcolatore risulterebbe essere troppo grande. Per questo le simulazioni di flusso vengono eseguite con tecniche di cambiamento di scala (upscaling) che permettono di selezionare sul modello geologico le caratteristiche significative per la simulazione di flusso come ad esempio le faglie principali piuttosto che alcuni strati di roccia sedimentaria.

La griglia scelta deve essere opportunamente progettata per adattarsi al meglio al modello geologico ed è necessaria la scelta tra una di tipo strutturato di forma esaedrica con eventuali distorsioni di forma, oppure una di tipo non strutturato che riesce a riprodurre meglio e con meno blocchi la complessa geometria del giacimento a scapito però di un tempo computazionale maggiore. Una volta scelta la griglia, vanno associati ad ogni blocco:

- Parametri petrofisici;
- Condizioni iniziali;
- Condizioni al contorno.

# CAPITOLO II

## LEGGI DI TRASPORTO DEI FLUIDI NEI MEZZI POROSI

### 2.1 Legge di Darcy

Per descrivere un sistema, risulta di grande importanza la scelta della scala alla quale lo si vuole osservare. Questa scelta condiziona i processi ed i fenomeni fisici che saranno considerati nel modello e quelli che saranno trascurati, le equazioni che modelleranno il sistema e gli strumenti di misura che saranno utilizzati.

Per la descrizione del flusso in un mezzo poroso, la classificazione alla quale si farà riferimento è la seguente:

- Microscopica: scala del poro;
- Macroscopica: flusso nel continuo.

Nella scala microscopica, la legge fondamentale alla quale si fa riferimento, che deriva dalla media volumetrica integrale dell'equazione di Navier-Stokes del volume di mezzo poroso, è l'equazione sperimentale di Darcy [6]. Durante i suoi studi Darcy osservò che la portata d'acqua per unità di superficie è direttamente proporzionale alla perdita di carico e inversamente proporzionale alla lunghezza del percorso considerato:

$$\frac{Q}{A} = u = K \cdot \frac{\Delta h}{l} = K \cdot i \quad (1.1)$$

Dove:

$Q$  [ $m^3 s^{-1}$ ]: portata specifica per unità di superficie;

$\Delta h$  [ $m$ ]: differenza tra il livello dei due manometri utilizzati per l'esperimento;

$A$  [ $m^2$ ]: sezione del filtro;

$l [m]$ : altezza del filtro;

$K [m \cdot s^{-1}]$ : conducibilità idraulica.

Tale legge è stata determinata sotto precise condizioni che devono essere soddisfatte perché essa sia valida:

- Mezzo omogeneo;
- Flusso monodimensionale di acqua;
- Regime stazionario;
- Assenza di sorgenti interne al campione.

La sua estensione da parte di Nutting ad un fluido qualsiasi introduce la grandezza petrofisica di permeabilità, indicata con  $k [m^2]$ , esprimibile dalla seguente formula:

$$K = \frac{\rho \cdot g}{\mu} k \quad (1.2)$$

Dove:

$\rho [kg \cdot m^{-3}]$ : densità del fluido;

$\mu [kg \cdot s^{-1} m^{-1}]$ : coefficiente di viscosità;

$g [ms^{-2}]$ : accelerazione di gravità;

$k [m^2]$ : permeabilità.

In termini vettoriali, in condizioni di flusso bi e tri-dimensionale, la legge di Darcy si modifica:

$$\vec{u} = -K \nabla h = -K \cdot \text{div} \vec{h} \quad (1.3)$$

Sostituendo l'equazione (1.2) all'interno della (1.1), si ottiene l'espressione di Darcy in forma più generale:

$$u = \frac{\rho \cdot g}{\mu} k \frac{\Delta h}{l} \quad (1.4)$$

Nelle relazione (1.1), la  $u$  è una velocità apparente, in quanto la velocità reale  $u_r$  dell'acqua nei pori è maggiore. Infatti l'area della sezione attraversata effettivamente dall'acqua (area dei vuoti,  $A_v$ ) è minore dell'area  $A$  della sezione. Per cui se  $Q$  è la portata misurata, essa può essere espressa come:

$$Q = u \cdot A = u_r \cdot A_v \quad (1.5)$$

È opportuno notare che il percorso di flusso considerato da Darcy, pari ad  $l$  è in realtà un percorso apparente, essendo quello reale sicuramente maggiore.

Il coefficiente di permeabilità che ha le dimensioni di una velocità è legato alla resistenza viscosa del fluido all'interno del mezzo poroso, dipende dalla densità, viscosità tipiche del fluido e dalle caratteristiche del mezzo poroso. Limitandoci solamente a considerare l'acqua come fluido, si può affermare che la sua densità e la sua viscosità, legate principalmente alla temperatura, variano abbastanza poco nel terreno, salvo alcuni casi particolari. Si assume quindi che il coefficiente di permeabilità dipende solo dalle caratteristiche del terreno. Per terreni a grana grossa è influenzato principalmente dalla granulometria e dall'indice dei vuoti, mentre per i terreni a grana fine risulta fondamentale la composizione mineralogica. Anche il grado di saturazione influenza sensibilmente la permeabilità, così come a scala macroscopica è influenzata dalle caratteristiche macro-strutturali del terreno, ovvero discontinuità e fessurazioni.

Volendo estendere la legge di Darcy [4] al caso multifase, viene introdotto il concetto di permeabilità relativa  $k_r$ , pertanto la formula generalizzata risulta essere:

$$u = - \frac{[k] k_r \rho}{\mu} \nabla \Phi \quad (1.6)$$

Dove:

$[k]$ : è il tensore simmetrico del secondo ordine:

$$[k] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix}$$

Se gli assi del sistema  $x, y, z$  del sistema cartesiano coincidono con gli assi principali del tensore, rimarrebbero solo le componenti sulla diagonale principale:

$$[k] = \begin{bmatrix} k_{11} & 0 & 0 \\ 0 & k_{22} & 0 \\ 0 & 0 & k_{33} \end{bmatrix};$$

$k_r$ : è la permeabilità relativa.

## 2.2 L'equazione di continuità

Il legame fra i processi cinematici e la densità del fluido validi grazie al principio di conservazione della massa, viene definito equazione di continuità [7] [8]. La sua espressione analitica può assumere sfaccettature diverse a seconda delle condizioni stabilite pur esprimendo lo stesso concetto. In seguito verrà introdotta l'equazione di continuità indefinita.

Dato un parallelepipedo elementare  $OABCDEFG$  di dimensioni  $dx, dy, dz$  inserito all'interno di un sistema di riferimento  $x, y, z$  con asse  $z$  positivo preso verso il basso (figura 1), attraversato da un fluido "f" è possibile ricavare l'equazione di continuità.

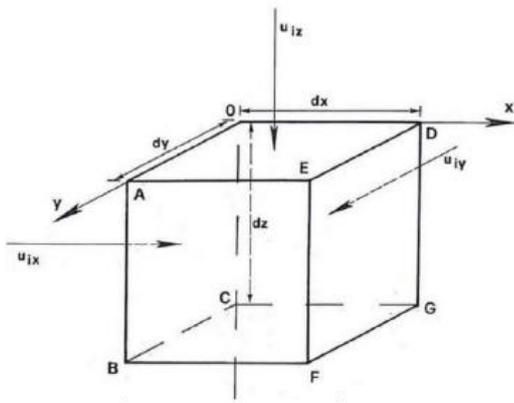


Figura 1: parallelepipedo elementare nel sistema di riferimento cartesiano  $Oxyz$ .

Ipotizzando la validità della legge di Darcy, nel caso più generale, ovvero geometria tridimensionale, sistema polifasico e mezzo poroso, la velocità del fluido "f" nelle sue componenti secondo gli assi coordinati è:

$$u_i = u_{ix}i + u_{iy}j + u_{iz}k \quad (1.7)$$

Essendo  $i, j, k$  i vettori rispettivamente lungo gli assi  $x, y, z$ .

In condizioni locali di pressione e temperatura, è possibile scrivere l'equazione della velocità di massa in ingresso al parallelepipedo nella faccia di riferimento  $OABC$ :

$$V_{m,1} = \rho_i u_{ix} \quad (1.8)$$

In corrispondenza della faccia di uscita  $DEFG$  la stessa velocità subirà un incremento dovuto alle dimensioni del parallelepipedo elementare:

$$V_{m,2} = \rho_i u_{ix} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_i u_{ix}) dx \quad (1.9)$$

Perciò la variazione di massa di fluido nel parallelepipedo nel tempo  $dt$  in direzione  $x$ , sarà:

$$dm_x = (V_{m,1} - V_{m,2}) dy dz dt = -\frac{\partial(\rho_i u_{ix})}{\partial x} dx dy dz dt \quad (2.0)$$

In direzione  $y$ , sarà:

$$dm_y = (V_{m,1} - V_{m,2}) dx dz dt = -\frac{\partial(\rho_i u_{iy})}{\partial y} dx dy dz dt \quad (2.1)$$

Infine in direzione  $z$ :

$$dm_z = (V_{m,1} - V_{m,2}) dx dy dt = -\frac{\partial(\rho_i u_{iz})}{\partial z} dx dy dz dt \quad (2.2)$$

Sommando tutte le componenti (2.0), (2.1), (2.2) lungo i tre assi, avremo:

$$dm_i = dm_x + dm_y + dm_z = -\left[ \frac{\partial(\rho_i u_{ix})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_i u_{iy})}{\partial y} + \frac{\partial(\rho_i u_{iz})}{\partial z} \right] dx dy dz dt \quad (2.3)$$

Che rappresenta la variazione di massa del fluido "i" durante il tempo  $dt$  dovuta al trasporto di massa

La massa del fluido  $m_i$  si può anche scrivere come prodotto della saturazione locale  $S_i$  per il volume dei pori:

$$m_i = S_i \phi dx dy dz \quad (2.4)$$

Quindi la variazione nel tempo, sarà:

$$dm_i = -\frac{\partial}{\partial t}(\Phi S_i \rho_i) dx dy dz dt \quad (2.5)$$

Ponendo uguali tra loro la (2.3) e la (2.4) è possibile ricavare il principio di conservazione della massa:

$$\left[ \frac{\partial(\rho_i u_{ix})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_i u_{iy})}{\partial y} + \frac{\partial(\rho_i u_{iz})}{\partial z} \right] = -\frac{\partial}{\partial t}(\Phi S_i \rho_i) \quad (2.6)$$

Che può essere anche scritta, ricordando la divergenza del vettore  $v$  e sapendo che  $\rho$  nella formula precedente è un scalare:

$$\nabla(\rho u) = -\frac{\partial}{\partial t}(\Phi S \rho) \quad (2.7)$$

## 2.3 Equazioni di flusso

Nei giacimenti petroliferi [7] [8], possono essere presenti contemporaneamente olio, gas e acqua. Per questo motivo è bene che le leggi valide per un flusso monofase all'interno di un mezzo poroso vengano opportunamente corrette ed estese anche al moto polifase tenendo conto della possibile presenza di più fluidi nel sottosuolo.

Ricordando le equazioni di:

*Continuità:*

$$\nabla(\rho u) = -\frac{\partial}{\partial t}(\Phi S \rho) \quad (2.8)$$

*Potenziale:*

$$\Phi = \int_0^p \frac{dp}{\rho} - gD \quad (2.9)$$

Dove:

D: è la profondità, crescente verso il basso.

*Legge di Darcy generalizzata al flusso polifase:*

$$u = -\frac{[k] k_r \rho}{\mu} \nabla \Phi \quad (3.0)$$

Stato del fluido:

$$\begin{aligned}\rho &= \rho(p, T) \\ \mu &= \mu(p, T)\end{aligned}\quad (3.1)$$

### 2.3.1 Flusso monofase di un fluido a bassa comprimibilità

Viene considerato ora per semplicità un flusso monofase in un mezzo poroso bidimensionale, come utilizzato nelle simulazioni effettuate per questo elaborato di tesi.

Dall'algebra vettoriale ricordiamo che l'operatore nabra è:

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} i + \frac{\partial}{\partial y} j + \frac{\partial}{\partial z} k \quad (3.2)$$

Ed essendo  $\Phi$  uno scalare:

$$\nabla\Phi = \text{grad}\Phi = \frac{\partial\Phi}{\partial x} i + \frac{\partial\Phi}{\partial y} j + \frac{\partial\Phi}{\partial z} k \quad (3.3)$$

Per ricavare l'equazione generalizzata di flusso si procede sostituendo la (2.9) nella (3.0) ottenendo:

$$u = -\frac{[k]k_r}{\mu}(\nabla p - \rho g \nabla D) \quad (3.4)$$

Da questa (3.4) sostituendola alla (2.8) e aggiungendo il termine  $q_m$  che esprime la portata in massa (negativa per convenzione) del fluido estratto per unità di volume di roccia, si ricava l'equazione di flusso:

$$\nabla \left[ \frac{[k]k_{ri}\rho_i}{\mu_i} (\nabla p - \rho_i g \nabla D) \right] - q_{m,i} = \frac{\partial}{\partial t} (\phi \cdot S_i \cdot \rho_i), \quad \text{con } i = w, o, g \quad (3.5)$$

L'equazione vale sia se il flusso è mono o polifase, quello che varia tra l'uno e l'altro è la saturazione che può variare tra zero e uno e la permeabilità relativa che dipende direttamente dalla saturazione.

In un sistema monofase:

$$\begin{aligned}p &= p(x, y, z, t) \\ S &= 1 \\ k_r &= 1\end{aligned}$$

Dove la pressione è espressa in ogni punto del reservoir.

La (3.5) può essere scritta nella sua forma più generale [4]:

$$\nabla \left[ \frac{\alpha [k] k_r \rho}{\mu} (\nabla p - \rho g \nabla D) \right] - \alpha q_m = \alpha \frac{\partial}{\partial t} (\varphi \cdot S \cdot \rho) \quad (3.6)$$

Dove il parametro  $\alpha$  dipende dalla geometria considerata:

- Monodimensionale:

$\alpha(x) \equiv A(x)$  area trasversale del mezzo poroso, in funzione di  $x$  ;

- Bidimensionale:

$\alpha(x, y) \equiv h(x, y)$  spessore del mezzo poroso, in funzione di  $x, y$  ;

- Tridimensionale:

$\alpha(x, y, z) = 1$  .

Ricordando la (3.2) e la (3.3) l'equazione (3.6) può essere riscritta, in notazione algebrica, come segue:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{k_x \rho}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{k_y \rho}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) - q_m = \frac{\partial (\varphi \cdot \rho)}{\partial t} \quad (3.7)$$

Ricordando poi le definizioni:

*Comprimibilità del fluido:*

$$c = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T \quad (3.8)$$

*Comprimibilità del volume poroso:*

$$c = \frac{1}{\varphi} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial p} \right)_\sigma \quad (3.9)$$

*Comprimibilità totale:*

$$c_t = c_f + c \quad (4.0)$$

Sviluppando le derivate rispetto sia a  $x$  che a  $y$ , la (3.9) diventa:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{k_x}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{k_y}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) + c \left[ \frac{k_x}{\mu} \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 + \frac{k_y}{\mu} \left( \frac{\partial p}{\partial y} \right)^2 \right] - \frac{q_m}{\rho} = \varphi \cdot c_t \frac{\partial p}{\partial t} \quad (4.1)$$

L'equazione appena ricavata per il flusso monofase bidimensionale in mezzi porosi, può essere espressa in maniera generalizzata e compatta, se si considera la permeabilità  $c$  del fluido molto piccola, tanto da poter trascurare i termini  $\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)^2$  e  $\left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)^2$  nel seguente modo:

$$\nabla \left[ \frac{\alpha [k]}{\mu} (\nabla p - \rho g \nabla D) \right] - \alpha q_v = \alpha \cdot \varphi \cdot c_i \frac{\partial p}{\partial t} \quad (4.2)$$

Dove:

$q_v$  : è la portata in volume di fluido per unità di volume di roccia

$\alpha$  : ha lo stesso significato espresso nella (3.6)

In questo caso l'unica incognita da determinare è la  $p(x, y, z, t)$ . Si noti che tutti i coefficienti che compaiono nella (4.2) sono funzioni di  $p$ : i loro valori subiranno quindi delle variazioni con l'evolversi di  $p$  nello spazio e nel tempo.

$$p(x, y, z, t)$$

## 2.3.2 Flusso multifase

Per completezza viene brevemente citato il caso più generale di un mezzo poroso tridimensionale nel quale fluiscano contemporaneamente olio, gas ed acqua.

In un sistema polifase:

$$p = p(x, y, z, t)$$

$$0 < S < 1$$

$$k_r = k_r(S)$$

Dove la pressione è di fase in ogni punto del reservoir.

Ricordando la (3.5) è possibile esplicitare l'equazione di flusso per ogni fase come segue:

*Per la fase olio in giacimento:*

$$\nabla \left[ \frac{[k] k_{ro} \rho_o}{\mu_o} (\nabla p_o - \rho_o g \nabla D) \right] - q_{m,o} = \frac{\partial}{\partial t} (\varphi \cdot S_o \cdot \rho_o) \quad (4.3)$$

Per la fase gas in giacimento:

$$\nabla \left[ \frac{[k] k_{rg} \rho_g}{\mu_g} (\nabla p_g - \rho_g g \nabla D) \right] - q_{m,g} = \frac{\partial}{\partial t} (\phi \cdot S_g \cdot \rho_g) \quad (4.4)$$

Per la fase acqua in giacimento:

$$\nabla \left[ \frac{[k] k_{rw} \rho_w}{\mu_w} (\nabla p_w - \rho_w g \nabla D) \right] - q_{m,w} = \frac{\partial}{\partial t} (\phi \cdot S_w \cdot \rho_w) \quad (4.5)$$

Le tre equazioni appena espresse si vanno a modificare a seconda del modello considerato, che sia esso “black-oil” o un “composizionale” entrambi descritti brevemente nel capitolo IV, in quanto rispettivamente i modelli considerano le fasi uguali ai componenti e le fasi diverse dai componenti.

### 2.3.3 Flusso di calore

Nel caso di reservoir geotermici non isotermi [5], è necessario impostare anche delle equazioni che descrivano il flusso di calore, trasferito per conduzione e convezione:

$$C = -\lambda \nabla T + \sum_{\beta} h_{\beta} F_{\beta} \quad (4.6)$$

Dove:

$\beta$  : generica fase;

$\lambda \left[ \frac{W}{mK} \right]$  : conducibilità termica;

$T [K]$  : temperatura;

$h_{\beta} \left[ \frac{J}{kg} \right]$  : entalpia specifica;

$F_{\beta} \left[ \frac{kg}{s} \right]$  : flusso della generica fase.

# CAPITOLO III

## LE LINEE DI FLUSSO

Un fluido è un corpo materiale [6] che, a causa della mobilità delle particelle che lo compongono, può subire delle grandi variazioni di forma anche sotto l'azione di forze di piccola entità. Il comportamento di fronte a tali forze distingue i fluidi in due grandi gruppi:

- 1) *Liquidi;*
- 2) *Gas.*

I liquidi oppongono grande resistenza alla variazioni di volume e presentano sempre una superficie libera, a contatto con l'atmosfera sovrastante. I gas hanno un comportamento opposto perché anche variazioni di piccola entità provocano variazioni di volume. Sinteticamente si dice che i liquidi sono poco comprimibili e i gas sono facilmente comprimibili.

Il fenomeno della comprimibilità descrive come cambia il volume del fluido, e quindi la sua densità, al variare della pressione alla quale è assoggettato.

### 3.1 Cinematica dei fluidi

La cinematica dei fluidi [1] [6], di cui sopra si è brevemente accennato, studia il moto dei fluidi e il modo in cui è possibile descrivere tale moto.

Esistono sostanzialmente due modi diversi di descrivere il moto di un fluido:

- 1) *Descrizione Lagrangiana:*

Si seguono particelle individuali o gruppi di particelle di fluido. Sotto questa ipotesi, la soluzione alle equazioni descrittive del moto, porta alla determinazione del vettore posizione e del vettore velocità in funzione del tempo. Nonostante questo modo di descrivere il moto dei fluidi sia abbastanza complicato, esso trova applicazione nello studio del percorso di inquinanti passivi in una corrente o dei problemi di trasporto solido nei corsi d'acqua;

## 2) Descrizione Euleriana:

L'approccio presuppone la definizione di un volume di controllo, la cui superficie esterna viene attraversata dal flusso del fluido. All'interno di tale volume di controllo vengono definite delle variabili di campo, funzioni dello spazio e del tempo; non è perciò necessario conoscere posizione e velocità delle singole particelle di fluido.

Fissata una terna cartesiana di riferimento con assi  $x$ ,  $y$ ,  $z$  e per un generico moto vario tridimensionale risulta:

*Pressione scalare:*

$$p = p(x, y, z, t) \quad (4.7)$$

*Velocità vettoriale:*

$$v = v(x, y, z, t) \quad (4.8)$$

*Accelerazione vettoriale:*

$$a = a(x, y, z, t) \quad (4.9)$$

Il campo vettoriale della velocità e dell'accelerazione, può essere scomposto in una terna di funzioni scalari:

$$\begin{aligned} v_x &= v_x(x, y, z, t) \\ v_y &= v_y(x, y, z, t) \\ v_z &= v_z(x, y, z, t) \end{aligned} \quad (5.0)$$

$$\begin{aligned} a_x &= a_x(x, y, z, t) \\ a_y &= a_y(x, y, z, t) \\ a_z &= a_z(x, y, z, t) \end{aligned} \quad (5.1)$$

Con la descrizione euleriana perciò si ha una descrizione completa del moto  $(x, y, z, t)$ . Questo metodo è utile ai fini pratici, per i quali è di interesse conoscere i valori di pressione, velocità, accelerazione lungo determinate linee e superfici.

Il moto di un fluido può essere efficacemente rappresentato grazie al tracciamento di tre famiglie di linee [6], ciascuna delle quali mette in evidenza aspetti diversi del movimento:

1) *Traiettorie:*

Sono linee che individuano la storia delle particelle e pertanto sono il luogo dei punti occupati dalle particelle. Le equazioni delle traiettorie sono tre, una per ogni direzione e sono di tipo differenziale:

$$\begin{aligned} dx &= u(x, y, z; t) dt \\ dy &= v(x, y, z; t) dt \\ dz &= w(x, y, z; t) dt \end{aligned} \quad (5.2)$$

Partendo dalla posizione iniziale  $(x_1, y_1, z_1)$  all'istante  $t_1$  il sistema di equazioni definisce il complesso di traiettorie;

2) *Linee di flusso o di corrente:*

Supponendo noto ad un generico istante il vettore velocità, la linea di flusso è la curva tangente in ogni punto del moto al vettore velocità considerato. Per ogni vettore velocità passa solo un punto della curva tangente. Analiticamente una linea di flusso è esprimibile con una serie di equazioni uguali tra loro come se si trattasse di segmenti paralleli:

$$\frac{dx}{u(x, y, z; t_0)} = \frac{dy}{v(x, y, z; t_0)} = \frac{dz}{w(x, y, z; t_0)} \quad (5.3)$$

Nelle quali  $t_0$  bisogna considerarlo come parametro. Quello che varia nelle equazioni e di conseguenza fa variare le linee di flusso sono le tre componenti di velocità  $u, v, w$  che variano istante per istante;

3) *Linee di emissione:*

Fissata l'attenzione su un punto particolare del moto delle particelle, si dice linea di emissione tutte le particelle che successivamente passano per il suddetto punto. In un moto qualsiasi le linee di emissione sono variabili istante per istante e distinte sia dalle traiettorie, sia dalle linee di flusso.

Le tre linee coincidono quando il moto è indipendente dal tempo.

Concludendo, le caratteristiche delle tre linee appena descritte si possono sintetizzare nei seguenti punti:

- Le traiettorie forniscono un quadro delle posizioni successivamente assunte nel tempo da singole particelle;
- Le linee di flusso individuano la velocità delle particelle in punti differenti del campo in un dato istante;
- Le linee di emissione definiscono, fissato un punto nel campo, la posizione in un preciso istante occupata dalle particelle precedentemente passate dal punto prefissato.

Tutte queste linee sono di facile individuazione attraverso metodi chimici e fisici. Dalla definizione di una qualunque linea chiusa, è possibile individuare uno spazio delimitato dal complesso delle linee di flusso e determinare la portata all'interno di quello che viene chiamato tubo di flusso. Immaginando di tagliare il tubo di flusso con una generica superficie  $dA$  con versore normale  $v$ .

## 3.2 Equazioni fondamentali delle linee di flusso

Diverse strategie computazionali per rappresentare il trasporto o il flusso monofase o multifase richiedono il tracciamento delle linee di flusso [5].

L'utilizzo di griglie non strutturate per la modellizzazione di reservoir pone il problema della traccia delle linee di flusso sopra queste griglie. La problematica principale riguarda il campo di velocità perché è un campo continuo, mentre le simulazioni numeriche forniscono per le equazioni di flusso in acque sotterranee una forma discreta. La soluzione per ovviare al problema è rappresentata da un metodo che utilizza su celle interne del dominio un'approssimazione ai minimi quadrati non vincolata, mentre su celle di confine al dominio la stessa approssimazione ma vincolata che permette di approssimare la velocità al centro del blocco e che può essere continuamente interpolata in qualsiasi punto del dominio di interesse. I test bidimensionali e tridimensionali, effettuati su griglie esaedriche regolari, dimostrano che il metodo riproduce correttamente il flusso su griglie completamente non strutturate.

Per le griglie strutturate un metodo ampiamente utilizzato è quello di Pollock che lavora direttamente su flussi calcolati su un volume finito evitando la ricostruzione esplicita del campo di velocità. La difficoltà nasce per griglie non strutturate, in quanto richiede una velocità di flusso disponibile ovunque nella regione spaziale di interesse. Come citato in precedenza, i campi di velocità per queste griglie, devono essere ricostruiti da una soluzione numerica discretizzata. Il tracciamento delle linee di flusso è strettamente legato al metodo numerico e al tipo di griglia non strutturata scelta.

Un altro aspetto da considerare è la sensibilità nella caratterizzazione del moto di caratteristiche a larga scala, come ad esempio le faglie o a piccola scala, come ad esempio strati altamente permeabili o piccole fratture. Ulteriori aspetti come le stratificazioni sedimentarie o variazioni su piccola scala di alcune caratteristiche geologiche provocano un impatto minimo sulle linee di flusso e spesso vengono omesse dal modello

Una strategia ampiamente diffusa prevede l'utilizzo combinato dei due approcci: *cell-based* e *streamline-based* [9]. Considerando l'equazione che descrive il problema relativo al trasporto di massa della fase bagnante, ponendo una correlazione tra la stessa e la velocità del fluido totale (analoga l'equazione per la fase non bagnante), risulta:

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + \nabla(\phi_w u) = f_w \quad (5.4)$$

Trascurando gli effetti dovuti alle forze capillari e alla gravità, ponendo pertanto  $f = 0$ , la formula diviene:

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + \nabla(\phi_w u) = 0 \quad (5.5)$$

Indicando con  $s$  la lunghezza delle linea di flusso, sostituendo l'identità

$$\nabla \cdot u \equiv \|u\| \frac{\partial}{\partial s} \quad (5.6)$$

L'equazione (5.5) in termini monodimensionali, può essere scritta nella seguente formula:

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + \|u\| \frac{\partial \phi_w}{\partial s} = 0 \quad (5.7)$$

Viene introdotto ora il concetto di tempo di volo, in inglese time of flight (TOF). Esso rappresenta il tempo impiegato da un particella per percorrere una certa distanza e raggiungere una determinata posizione nello spazio. Generalmente è individuato con la lettera greca  $\tau$  ed è legato alla lunghezza della linea di flusso e alla velocità totale dalla seguente relazione:

$$\frac{\partial \tau}{\partial s} = \frac{\phi}{\|u\|} \quad (5.8)$$

Sostituendo la (5.8) nella (5.7) si ricava una semplice equazione che esprime il problema di trasporto di massa di un fluido monodimensionale fornendo le saturazioni lungo il percorso della linea di flusso:

$$\frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{\partial \phi_w}{\partial t} = 0 \quad (5.9)$$

I problemi da risolvere sono due, ovvero quello di trasporto che viene risolto mediante l'equazione appena ottenuta e quello di pressione che viene risolto mediante un simulatore *cell-based*, da cui vengono poi estrapolate le linee di flusso. La ricostruzione delle linee di flusso avviene in due passaggi [10]:

- 1) Ricostruzione del campo di velocità a partire dai flussi associati agli elementi usati dal simulatore *cell-based*;
- 2) Determinazione della posizione e del tempo di volo delle particelle a partire dal campo di velocità ottenuto nel passaggio precedente.

Risulta quindi di fondamentale importanza la discretizzazione del dominio, che si complica in presenza di griglie non strutturate nel primo passaggio al fine di determinare accuratamente le linee di flusso in termini di coordinate e tempi di volo nel secondo passaggio.

### 3.3 Vantaggi e ambiti di applicazione delle streamline-based

I vantaggi di questo tipo di approccio sono molteplici, così come gli ambiti di applicazione [11]. La possibilità di una rappresentazione grafica delle linee di flusso è sicuramente una delle funzioni più utili anche per comprendere globalmente il flusso nel mezzo poroso. È possibile infatti comprendere meglio come il flusso evolve dai pozzi di emungimento a quelli di iniezione, come la geometria e le

eterogeneità tipiche del reservoir interferiscono con il percorso delle particelle. Dedurre se il modello geologico utilizzato è sbagliato oppure no in base alle incongruenze che eventualmente possono essere evidenziate. Grazie a questo approccio è anche possibile fornire una spiegazione ad eventuali problemi di iniezione, come ad esempio la ripartizione del volume iniettato anche in un particolare pozzo fra i vari pozzi di emungimento che sta alimentando; oppure risalire alle cause che provocano un watercut in un determinato pozzo di emungimento. Valutare per ogni pozzo che sia esso di produzione o di iniezione, la quota parte di influenza che quel determinato pozzo ha rispetto all'intero reservoir. Ulteriore vantaggio, ma non ultimo per importanza è il tempo computazionale, che a parità di domini indagati, fornisce un tempo di calcolo inferiore con un'occupazione di memoria inferiore rispetto ad altri simulatori numerici tradizionali.

Gli ambiti di utilizzo, spaziano da quello idrologico a quello petrolifero. In particolare quest'ultimo ha applicazioni interessanti nella determinazione dei well allocation factors e well pore volumes [5], riguardanti la storia passata del giacimento (history-matching). L'history-matching presenta notevoli difficoltà a cominciare dalla forte non linearità delle sua riproduzione de parte del modello, in quanto richiede in genere numerose simulazioni che forniscono soluzioni non uniche. Utilizzando le streamline-based si aumenta l'efficienza nell'ottenimento di una history-matching affidabile e ottenere analiticamente coefficienti di sensitività in regioni di reservoir associate a determinati pozzi in cui l'history-matching tipicamente fallisce con altri tipi di approccio.

### 3.4 Linee di flusso con l'algoritmo di Klausen

L'algoritmo di Klausen [12] è implementato nel software TOUGH2Path [13].

In output TOUGH2Path restituisce dei file ".dat" nei quali, per ogni particella, sono riportati i valori delle coordinate spaziali  $x$ ,  $y$ ,  $z$  e i valori delle velocità lungo questi 3 assi (poiché si sta considerando un piano 2D la coordinata  $z$  rimane costante e la velocità lungo tale asse risulta sempre nulla). Le informazioni principali sono riassunte in un altro file di output, denominato *paths\_log.csv* leggibile con Excel, in cui sono presenti le posizioni iniziali e finali di tutte le particelle, le loro velocità, il loro tempo di volo (Time Of Flight) e le distanze totali (Total Distance) percorse. I file ".dat" e ".csv" sono ottenuti dalla simulazioni effettuate con TOUGH2Path mediante l'algoritmo di Klausen.

Dal punto di vista teorico, l'approccio adottato da Klausen viene descritto nell'articolo "*Velocity interpolation and streamline tracing on irregular geometries*" [12]. L'algoritmo propone il

tracciamento delle linee di flusso mediante la risoluzione della seguente equazione differenziale ordinaria:

$$\frac{dx}{d\tau} = v(x) \quad (6.0)$$

Dove:

$x$  : punto definito nello spazio;

$v$  : campo di velocità;

$\tau$  : tempo di volo (Time Of Fly).

L'algoritmo è in grado di calcolare le velocità in qualsiasi punto del blocco senza particolari restrizioni. Quanto detto è possibile grazie all'interpolazione applicabile su griglie generiche, che si basa su coordinate baricentriche [14] e che ne verifica la conservazione della massa.

Per spiegare meglio quanto detto in precedenza, si consideri un triangolo  $T \subset R^2$  con vertici  $v_1, v_2, v_3$ . Ogni punto  $x$ , interno al triangolo, suddividerà lo stesso in tre sotto triangoli come mostra la figura 2. Le coordinate baricentriche di  $x$  verranno determinate con il rapporto tra le aree dei sotto triangoli ( $A_i$ ) e l'area totale ( $A$ ) del triangolo:

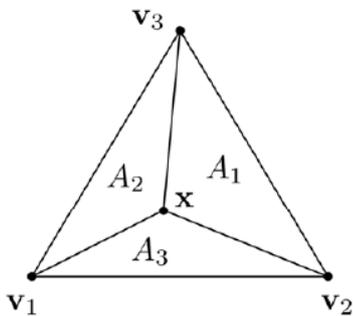


Figura 2: triangolo suddiviso in tre sottotriangoli ottenuti dalla posizione del punto "x".

$$x = \phi_1 v_1 + \phi_2 v_2 + \phi_3 v_3 \quad (6.1)$$

Dove:

$\phi_i$  : è il rapporto tra l'area del sotto triangolo e l'area del triangolo  $\left(\frac{A_i}{A}\right)$ .

Analogamente il ragionamento si può estendere al caso tridimensionale dove, il triangolo è un tetraedro e i sotto triangoli dei sotto-tetraedri e il calcolo delle coordinate baricentriche verrà riferito ai volumi e non alle superfici.

Generalizzando ancora di più il problema è possibile esprimere delle considerazioni simili nel caso di poligoni generici che non per forza devono essere dei triangoli.

Sia  $P \subset R^2$  un poligono convesso, avente vertici  $v_1, v_2, \dots, v_n$  con  $n \geq 3$ . La funzione  $\phi_i : P \rightarrow R$ , con  $i = 1, \dots, n$  esprime le coordinate baricentriche generalizzate  $x$ , se  $\forall x \in P, \phi_i(x) \geq 0$ , con  $i = 1, \dots, n$  e:

$$x = \sum_{i=1}^n \phi_i(x) v_i \quad (6.2)$$

Per trovare le velocità nei blocchi in funzione delle coordinate baricentriche, è necessario fare riferimento a una faccia poligonale piana e alla normale ad essa.

Sia  $F_i \subset \partial E$  la generica faccia poligonale piana del dominio  $E$ , si dice *basis function*  $\psi_i(x)$  la funzione che dipende dalle dimensioni del blocco:

$$\psi_i(x) = \sum_j \frac{v_j^i}{v_j^i \cdot n_i} \phi_j(x) \quad (6.3)$$

Dove:

$\phi_j$  : sono le funzioni baricentriche di un generico poligono;

$n_i$  : è la normale alla faccia poligonale piana;

$v_j^i$  : ipotizzando che in un vertice  $x_j$  del poligono si incontrino tre lati, due di questi giaceranno sulla stesso piano della faccia poligonale, mentre il terzo ( $v_j^i$ ) giacerà sulla normale ad esso.

Una volta determinata la *basis function* è possibile calcolare la velocità associata alla faccia poligonale  $F_i$  con la seguente formula:

$$v = \sum_i (v \cdot n_i) \cdot \psi_i \quad (6.4)$$

Secondo Klausen quindi, è importante adottare una griglia flessibile costituita da un numero finito di elementi, ovvero considerare un dominio finito.

# CAPITOLO IV

## TEORIA SULLE GRIGLIE E SUI MODELLI NUMERICI

Un sistema reale è in genere molto complesso da analizzare, dati i numerosi aspetti da considerare e l'impossibilità di valutare con oggettività le numerose proprietà dello stesso [2].

Al fine di risolvere un problema inerente il sistema stesso, si può però considerare una rappresentazione semplificata, detta *modello*: questo nuovo sistema sarà composto da tutti e solo quegli elementi del sistema originario che si ritengono determinanti per la risoluzione del problema in questione.

I modelli si suddividono in:

- Fisici;
- Matematici.

I modelli fisici sono anch'essi dei sistemi reali, le cui proprietà rispecchiano, attraverso una relazione di proporzionalità, le proprietà del sistema originario.

Per quanto concerne la soluzione del problema matematico, i modelli matematici si possono suddividere ulteriormente in modelli analitici e numerici: i primi permettono di ricavare soluzioni, se queste esistono, esatte; mentre i modelli numerici risolvono le equazioni che regolano il problema in questione mediante approssimazioni, consentendo di ottenere soluzioni, non esatte, ma sufficientemente vicine ai valori di queste ultime. La necessità di usare modelli numerici è indotta dall'impossibilità di risolvere analiticamente le equazioni in casi complessi che si presentano comunemente nello studio di un sistema reale, come ad esempio un bacino geotermico.

Il termine modello numerico è tuttavia più spesso associato all'insieme delle equazioni matematiche discretizzate e dei parametri necessari alla loro risoluzione, definiti in ogni intervallo in cui è stato discretizzato il dominio spazio-temporale.

I modelli numerici debbono contenere una gran mole di dati, se il dominio spazio-temporale viene suddiviso in intervalli piccoli, tuttavia possono essere trattati in maniera automatizzata; tale peculiarità ne permette lo studio tramite algoritmi eseguiti da computer. Ciò consente di avere una

riproduzione non solo qualitativa, ma pure quantitativa del sistema reale, in tempi brevi ed a costo contenuto.

## 4.1 Modelli black-oil e composizionali

Nei modelli bi e trifasi, nei quali siano presenti oli (o condensati) al di sotto della pressione di saturazione e gas in equilibrio, gli scambi di massa fra fase gassosa e liquida possono venire trattati in due diverse maniere [4], ovvero:

### 1) *Black oil*:

Supponendo che la composizione della fase gassosa non varia la composizione durante tutta la vita del giacimento. In questo caso il fluido in giacimento viene rappresentato con tanti componenti quante sono le fasi. Nel caso degli idrocarburi ad esempio si presuppone che esista solamente tre componenti, uno che rappresenta l'olio, uno che rappresenta l'acqua e uno il gas. Questi modelli vengono definiti *black-oil*. Essi descrivono con sufficiente accuratezza ad esempio oli medio-pesanti;

### 2) *Composizionali*:

Descrivendo, per ciascun componente presente nel fluido, gli scambi di massa fra le varie fasi presenti nel sistema. Questi modelli vengono definiti *composizionali*, in quanto descrivono fra l'altro l'andamento nel tempo delle composizioni delle tre fasi, ad esempio: idrocarburi liquidi, idrocarburi gassosi, acqua + idrocarburi in soluzione. Non essendo possibile disporre delle costanti di equilibrio per tutti i singoli componenti, è pratica comune raggruppare più componenti in un singolo pseudocomponente costituito da una loro miscela e descrivere poi il comportamento del sistema mediante questi pseudocomponenti.

## 4.2 Tipi di magliatura

Nel caso più comune e semplice, ovvero quello in due dimensioni, la griglia può essere definita:

### 1) *Blocchi centrati*:

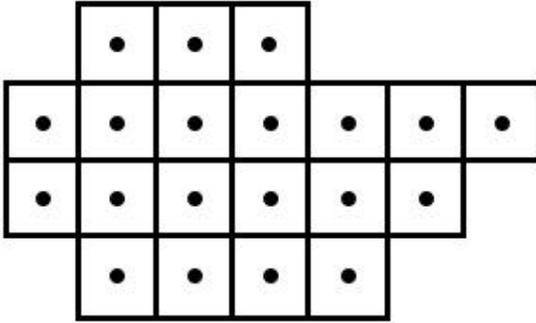


Figura 3: esempio magliatura a blocchi centrati.

Dove i valori delle grandezze sono posti al centro di ciascun blocco. Questo tipo di magliatura è la più diffusa e trova il suo miglior impiego quando le condizioni al contorno sono di tipo Neumann, ovvero con portate prefissate lungo il bordo esterno del volume simulato. Nel caso in cui fosse presente una portata nulla, verrà aggiunto un blocco esterno detto immagine, utile a mantenere la pressione uguale a quella del primo blocco interno.

2) *Nodi centrati:*

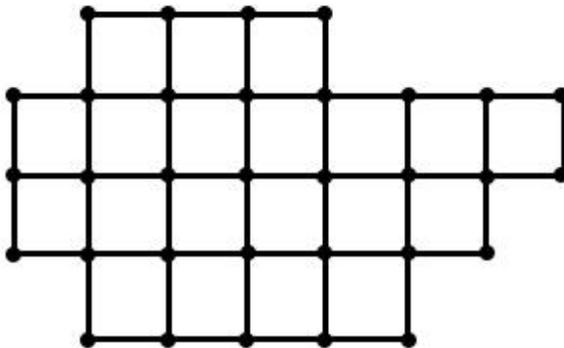


Figura 4: esempio di magliatura a nodi centrati.

Dove i valori delle grandezze sono posti ai vertici di ogni blocco. Questa magliatura risulta utile nel caso in cui le condizioni al contorno siano di tipo Dirichet, ovvero quando la pressione è prefissata lungo il bordo esterno.

Per convenzione i blocchi vengono identificati con numeri e indici, mentre la discretizzazione temporale viene individuata da apici, ad esempio:

$$P_{w,i,j,k}^n$$

Indica la pressione dell'acqua al tempo " $t_n$ ", nel blocco in direzione  $i, j, k$  rispettivamente nelle direzioni  $x, y, z$ .

La suddivisione dei blocchi della griglia se formata da elementi di tipo differente (triangolari e quadrangolari ad esempio) è molto performante ai fini di una corretta rappresentazione dell'eterogeneità del sistema. L'utilizzo di elementi di diversa forma e dimensione è spesso utilizzato nelle zone di passaggio da griglie poco fitte a griglie molto fitte (raffittimento).

Si possono anche suddividere le griglie o "mesh" in:

- *Strutturate:*

In una griglia strutturata i nodi della "griglia" vengono generati dall'intersezione di due famiglie di linee appartenenti a determinati sistemi di coordinate cartesiane o curvilinee (è simile alle griglie realizzate con il metodo delle differenze finite). In "griglie" di questo tipo è facile procedere a una numerazione "razionale" dei nodi. Queste "mesh" di solito non sono ibride (Figura 5).

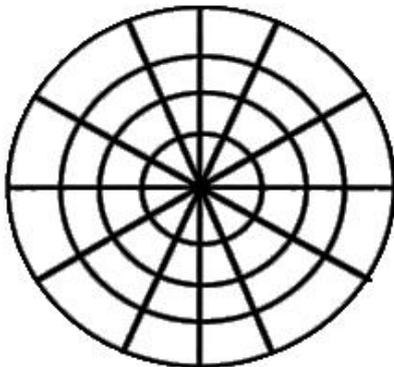


Figura 5: esempio di griglia strutturata.

- *Non strutturate:*

Le "mesh" non strutturate possono essere o meno ibride (piane, composte da elementi triangolari o elementi quadrangolari, o tridimensionali, composte da tetraedri o esaedri). Nelle "mesh" non strutturate non è facile procedere a una numerazione "razionale" dei nodi ma si procede alla numerazione seguendo un ordine prestabilito. Nonostante la necessità di "memorizzare" i nodi, queste "mesh" consentono di riprodurre geometrie complesse e sono molto flessibili. Per questa ragione sono attualmente le "mesh" più utilizzate per la rappresentazione delle georisorse (Figura 6).

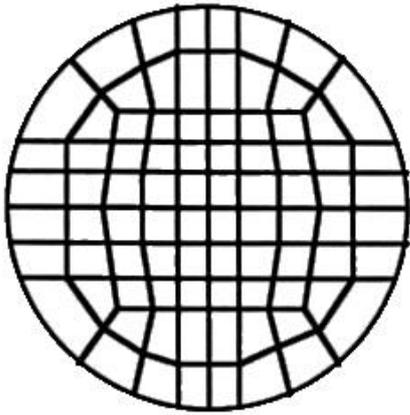


Figura 6: esempio di griglia non strutturata.

## 4.3 Tipi di discretizzazioni

La classificazione delle griglie può anche differenziarsi per come viene discretizzato il volume del dominio:

### 1) Differenze finite:

I blocchi impiegati sono parallelepipedi, quadrati, rettangoli, rombi e romboidi, come mostra la figura 7 sottostante. Il raffittimento che è possibile effettuare con queste forme, si estende anche ad aree in cui esso non è richiesto;

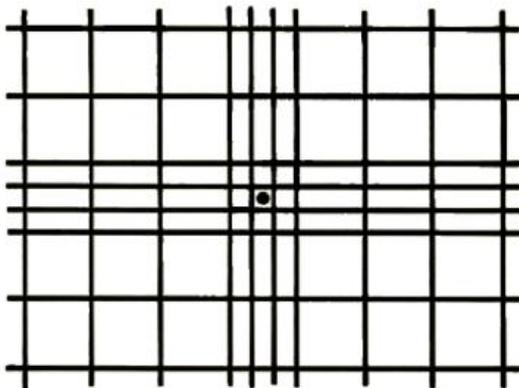


Figura 7: esempio di discretizzazione alle differenze finite.

### 2) Elementi finiti:

I blocchi impiegati lasciano maggiori libertà, ammettendo anche forme poligonali e prismatiche, con l'ovvio vincolo che esse riempiano totalmente il volume del giacimento. Questo tipo di modello permette di eseguire più agevolmente il raffittimento delle maglie in

zone dove si richiede una descrizione più accurata del flusso, come rappresentato nelle figura 8. Nonostante questo metodo abbia molti vantaggi, esso presenta difficoltà nel descrivere il flusso di fluidi ad alta comprimibilità (gas).

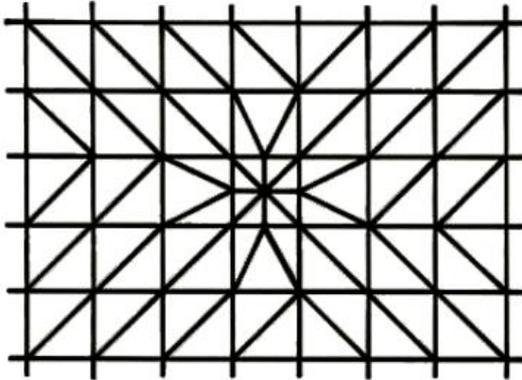


Figura 8: esempio di discretizzazione agli elementi finiti con raffittimento.

Sulla base del numero di fluidi mobili in giacimento i modelli numerici, vengono classificati in:

- Monofasi;
- Bifasi;
- Trifasi.

### 3) Volumi finiti (IFDM):

Il metodo delle IFDM (Integral Finite Difference Method) [3] consente di creare griglie regolari e non, con raffittimenti locali in zone di interesse, senza risentire delle difficoltà degli elementi finiti per la descrizione dei fluidi ad alta comprimibilità. Il programma di simulazione numerica, utilizzato in questo elaborato, TOUGH2 [15] utilizza per la discretizzazione spaziale il metodo IFDM, mentre lascia la discretizzazione temporale a metodi totalmente impliciti. La discretizzazione spazio-temporale genera un sistema di equazioni algebriche fortemente non lineari, le cui incognite sono rappresentate dalle proprietà termodinamiche di ogni blocco del dominio. Le equazioni vengono risolte in maniera residuale mediante iterazioni di *Raphson-Newton*, i cui passi temporali vengono modificati automaticamente durante la simulazione a seconda della velocità di convergenza del processo iterativo.

In TOUGH2 le equazioni di discretizzazione spaziale che rappresentano tutti di bilanci di massa o di energia hanno formulazione generale identica:

$$\frac{d}{dt} \int_{V_n} M^k dV_n = \int_{S_n} (\vec{F}^k \cdot \vec{n}) dS_n + \int_{V_n} q^k dV_n \quad (6.5)$$

Dove:

$\frac{d}{dt} \int_{V_n} M^k dV_n$  : è il termine di accumulo;

$\int_{S_n} (\vec{F}^k \cdot \vec{n}) dS_n$  : è l'integrale del flusso;

$\int_{V_n} q^k dV_n$  : è il termine di produzione;

$V_n$  : è il volume del sottodominio spaziale di flusso;

$S_n$  : è la superficie esterna di  $V_n$  ;

$n$  : normale entrante a  $S_n$  ;

$M$  : è la massa o energia per unità di volume;

$k$  : è il numero di componenti;

$F$  : rappresenta il flusso di massa  $\left[ \frac{kg}{m^2 s} \right]$  o di calore  $\left[ \frac{J}{m^2 s} \right]$  ;

$q$  : è la portata massica  $\left[ \frac{kg}{m^3} \right]$  o la potenza termica  $\left[ \frac{J}{m^3} \right]$  proveniente da sorgenti o pozzi per unità di volume.

Introducendo le medie volumetriche, il termine di accumulo risulta:

$$\int_{V_n} M dV = V_n M_n \quad (6.6)$$

Dove:

$M$  : è una quantità estensiva per unità di volume;

$M_n$  : è il suo valore medio nel volume del sottodominio.

Mentre l'integrale di superficie approssimato risulta:

$$\int_{S_n} (\vec{F}^k \cdot \vec{n}) dS_n = \sum_m A_{nm} F_{nm} \quad (6.7)$$

Dove:

$F_{nm}$  : è il valor medio della componente di F normale alla superficie  $A_{nm}$  ;

$A_{nm}$  : è la superficie di contatto fra i volumi  $V_n$  e  $V_m$  .

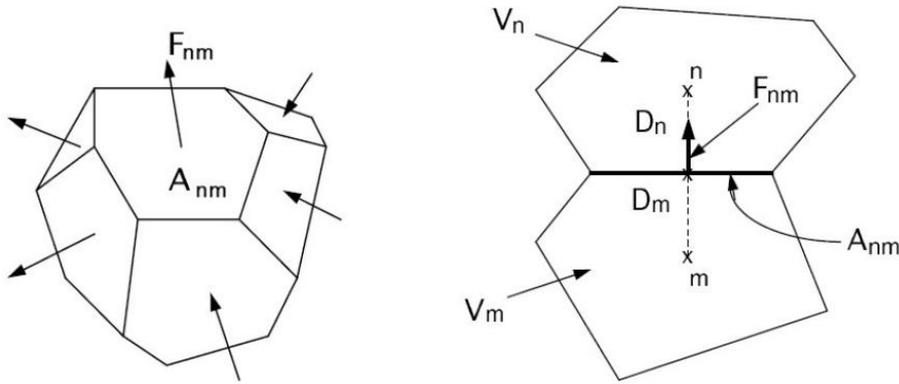


Figura 9: discretizzazione spaziale e dati geometrici nel metodo delle IFDM (da TOUGH2 User's Guide, Pruess,1999).

Sostituendo l'equazione (6.6) e (6.7) nella (6.5) si ottiene:

$$\frac{dM_n^k}{dt} = \frac{1}{V_n} \sum_m A_{nm} F_{nm}^k + q_n^k \quad (6.8)$$

I termini dell'equazione (6.8) legati a flussi e sorgenti, sono valutati al passo temporale  $t^{j+1} = t^j + \Delta t$ , tale discretizzazione temporale è di tipo implicito, poiché i flussi sono espressi in funzione di parametri termodinamici incogniti, al tempo  $t^{j+1}$ .

Come accennato in precedenza, la discretizzazione spazio-temporale genera equazioni algebriche non lineari risolvibili in forma residuale, del tipo:

$$R_n^{k,j+1} = M_n^{k,j+1} - M_n^{k,j} - \frac{\Delta t}{V_n} \left[ \sum_m A_{nm} F_{nm}^{k,j+1} + V_n q_n^{k,j+1} \right] = 0 \quad (6.9)$$

Dove il primo membro è appunto il residuo.

Il metodo di Raphson-Newton, implementato su tali equazioni, si arresta quando dopo un certo numero di iterazioni (p), i residui raggiungono la seguente condizione di convergenza relativa prestabilita:

$$\left| \frac{R_{n,p+1}^{k,j+1}}{M_{n,p+1}^{k,j+1}} \right| \leq \varepsilon_1 \quad (7.8)$$

Solitamente la convergenza si ha dopo 3 o 4 iterazioni, fino a un massimo di 8 iterazioni. Se dopo questo, la convergenza non è ottenuta, il passo temporale viene ridotto e si ricomincia il calcolo iterativo.

## 4.5 Tassellazione di Voronoi e Delaunay

TOUGH2 [15] può utilizzare griglie Voronoi [16] perché esse soddisfano implicitamente i vincoli imposti dalla discretizzazione IFDM. Poiché permettono di riprodurre l'eterogeneità del modello geologico in maniera accurata, si possono ottenere simulazioni affidabili.

### 4.5.1 Voronoi

La tassellazione o discretizzazione di Voronoi [16] consiste in un partizionamento del piano in  $n$  poligoni derivati da  $n$  punti principali, dove ciascun poligono contiene uno solo degli  $n$  punti principali e dove ogni altro punto del poligono sia più vicino al punto principale del poligono che a tutti gli altri punti principali (figura 10). Il perimetro di ciascun poligono è a metà strada tra due punti principali.

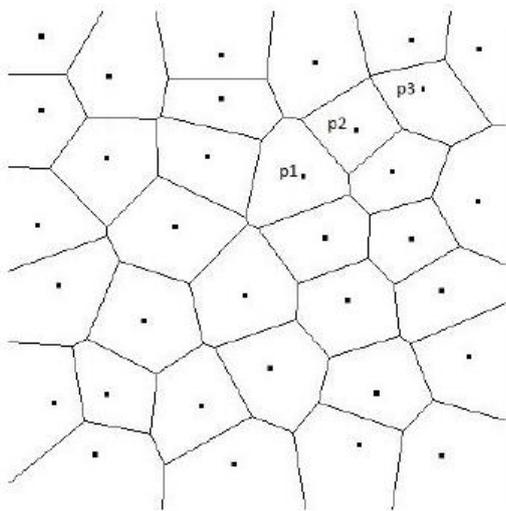


Figura 10: esempio di tassellazione di Voronoi.

In altre parole il diagramma di Voronoi [17] è una particolare decomposizione di uno spazio metrico, determinato dalle distanze rispetto, in questo caso, da un insieme finito di punti. Matematicamente

parlando, dato un sistema finito di punti  $S(p_1, p_2, p_3, \dots)$ , il diagramma di Voronoi per  $S$  è la partizione di piano che associa una regione  $V(p)$  ad ogni punto  $p \in S$  in modo tale che tutti i punti di  $V(p)$  siano più vicini a  $p$  che ad ogni altro punto in  $S$ .

Considerando le griglie non strutturate presenti in questo elaborato, ci si può avvalere della discretizzazione di Voronoi in quanto la costruzione di volumi di controllo attorno ai vertici delle griglie non è immediata.

La condizione per ottenere una discretizzazione del dominio mediante tassellatura di Voronoi è la seguente [17]:

Dato un dominio bidimensionale  $\Omega \subset R^2$ , limitato, con frontiera poligonale, e sia  $\{p_i\}$  un insieme di punti (comunemente chiamati nodi) del dominio, a ciascun nodo può essere associato un poligono  $\Omega_i^V$ , tale che:

$$\Omega_i^V = \{p \in R^2 \mid d(p, p_i) \leq d(p, p_j) \text{ con } i \neq j\}$$

Dove:

$d$ : è la distanza euclidea.

La partizione poligonale ottenuta, è formata da poligoni convessi e non necessariamente limitati. I loro vertici, chiamati vertici di Voronoi, sono detti regolari quando sono punto d'incontro di tre poligoni e degeneri quando sono punto d'incontro di quattro poligoni.

Il medesimo ragionamento è applicabile al caso tridimensionale, dove le regioni di Voronoi, saranno dei poliedri ai quali viene associato un nodo. Un poliedro contiene tutti i punti dello spazio più vicini al corrispettivo nodo che a qualsiasi altro nodo della griglia.

#### 4.5.2. Delanuay

Un metodo speditivo per realizzare le griglie Voronoi è passare per la tassellazione di Delanuay.

Nel caso ci siano dei vertici degeneri nella discretizzazione di Voronoi, si ottiene una triangolazione di Delaunay [16], operando una triangolazione opportuna dei poligoni costruiti intorno ai vertici degeneri (Figura 11).

Questo tipo di triangolazione, in 2D, si basa sul concetto di circumcerchio vuoto. Per circumcerchio, si intende la circonferenza circoscritta a un triangolo, ovvero quella circonferenza unica, passante

per i tre vertici del triangolo, il cui centro viene detto circocentro e il cui raggio viene detto circumraggio.

Per un sistema di punti  $S$  su un piano, si ha una triangolazione di Delaunay se nessun punto  $p$  appartenente ad  $S$ , si trova all'interno di ogni triangolo della tassellatura.

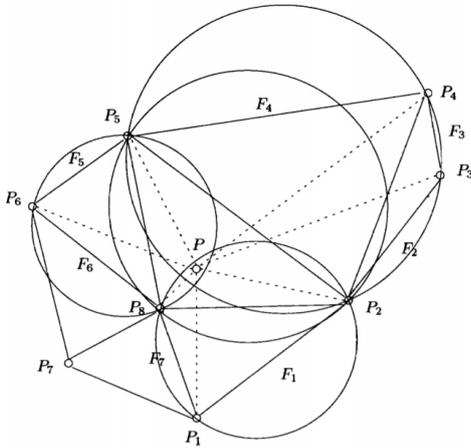


Figura 11: rappresentazione della triangolazione di Delaunay con circumcerchi in vista.

Se solo tre punti appartengono ad ogni circonferenza del reticolo, la triangolazione di Delaunay è unica. Se appartengono più punti, la triangolazione di Delaunay non sarà più unica, ma degenera come accennato in precedenza.

Il diagramma Voronoi e la triangolazione di Delaunay risultano stare in una relazione biunivoca: ad ogni vertice della discretizzazione Voronoi corrisponde biunivocamente un elemento della triangolazione di Delaunay e ogni vertice della triangolazione di Delaunay è in corrispondenza biunivoca con un poligono della discretizzazione di Voronoi e quindi con un nodo, come mostra la figura 12.

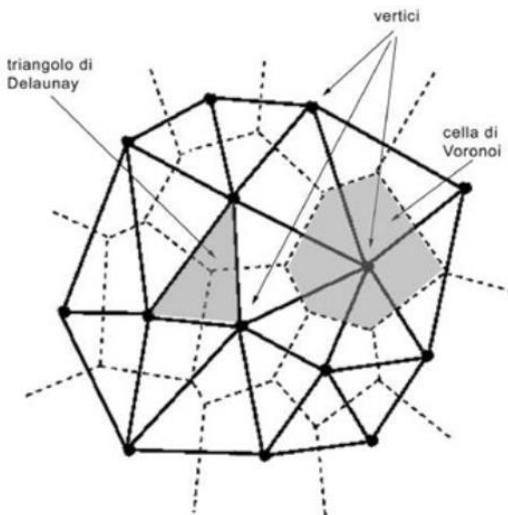


Figura 12: rappresentazione della funzione biunivoca fra la triangolazioni di Delaunay e la cella di Voronoi.

## 4.6 Approssimazioni di calcolo

Oltre alle approssimazioni che derivano dalle discretizzazioni sopra citate, anche i calcolatori numerici [4] lavorando con un numero fisso di numeri, normalmente da 7 a 12 in semplice precisione e da 14 a 24 in doppia precisione, introducono ulteriori approssimazioni. Infatti se la cifra supera la massima precisione, allora si commette un errore di arrotondamento. Nel caso invece di somme algebriche i cui numeri differiscono di molti ordini di grandezza, viene commesso un errore di cancellazione, limitabile attraverso opportune tecniche. Non eliminabile è l'errore di troncatura dato dallo scarto esistente tra la derivata e la sua approssimazione alle differenze finite. Lo scarto tende a zero con il passo di discretizzazione  $\Delta x$  e ancora di più con il quadrato  $\Delta x^2$ . Riducendo l'errore di discretizzazione raffittendo la magliaatura, aumentano di molto le tempistiche di calcolo, pertanto è necessario accettare un certo errore.

# CAPITOLO V

## SOFTWARE UTILIZZATI

L'ambiente di sviluppo per la simulazione delle linee di flusso è il simulatore TOUH2Path [13]. Esso si serve in input dei file prodotti dal simulatore cell-based TOUGH2 [15], il quale a sua volta ha bisogno in pre-processing dei file prodotti da VORO2MESH [18] che permette di creare le griglie sia 2D che 3D non strutturate.

Nel seguito del Capitolo questi programmi verranno brevemente presentati illustrandone potenzialità e ambiti di applicazione.

### 5.1 VORO2MESH

VORO2MESH [18] è un programma che realizza la discretizzazione spaziale di un dominio convesso mediante la tassellazione di Voronoi [17]. È sviluppato in C++ e fa uso della libreria Voropp.

I dati in input per VORO2MESH possono essere di due tipi:

- Set di punti (*seed*) che costituiscono i nodi della tassellazione;
- Set di superfici geologiche da cui poi vengono in automatico individuati i nodi.

Il software produce direttamente i file di input specifici per TOUGH2 [15] inerenti la discretizzazione spaziale del dominio e file con informazioni statistiche sugli elementi.

I dati in output al programma sono diversi e comprendono, fra gli altri, area, volume e coordinate dei vertici degli elementi di Voronoi in cui il dominio è stato discretizzato.

### 5.2 TOUGH2

TOUGH2 [15] è l'acronimo di Transport Of Unsaturated Groundwater and Heat. È un simulatore sviluppato presso il Lawrence Berkeley National Laboratory nei primi anni Ottanta, principalmente studiato per l'ingegneria dei reservoir geotermici. Oggi è molto utilizzato a livello universitario,

governativo, industriale e per svariate applicazioni, tra cui lo smaltimento dei rifiuti nucleari, bonifica ambientale, produzione di energia o stoccaggio e molto altro.

Il simulatore è di tipo compositivo adatto ad un flusso multifase e multicomponente non isotermico in mezzi porosi fratturati. Tiene conto del movimento delle fasi gassose e liquide, del loro trasporto di calore latente e delle transizioni di fase tra liquido e vapore.

Per descrivere i diversi fenomeni adotta un approccio modulare mediante moduli intercambiabili detti EOS (Equation Of State) che definiscono le componenti, le fasi e le proprietà termodinamiche come la viscosità, entalpia, densità del fluido considerato. Ogni modulo EOS ha uno campo specifico di applicazione e verrà scelto in base al problema della simulazione.

TOUGH2 [15] considera il fluido in entrambe le fasi liquide e gassose seguendo la legge di generalizzata Darcy dove l'interferenza tra le fasi nel mezzo poroso è rappresentata dalle funzioni di permeabilità relativa. Il codice include effetti Klinkenberg e diffusione binaria nella fase gassosa ed effetti di assorbimento capillare. Il trasporto di calore avviene per conduzione, convezione e diffusione binaria.

Per la simulazione numerica è necessaria la discretizzazione delle variabili continue nello spazio e nel tempo. La discretizzazione spaziale, in tutti i codici della famiglia TOUGH, avviene direttamente nella forma integrale delle equazione della conservazione della massa, impiegando il metodo IFDM (Integral Finite Difference Method) descritto nel capitolo IV. L'approccio adottato da TOUGH2 è quindi di tipo *cell-based*, creando pertanto una griglia composta da celle, alle quali vengono associate variabili fluido-termodinamiche e delle velocità dei fluidi, tra cui il vettore velocità tra l'interfaccia di due celle adiacenti. TOUGH2 [15] è corredato di programmi satellite che facilitano le operazioni di pre e post-processing, come ad esempio il software VORO2MESH [18] per la creazione di griglie e l'inserimento di dati in input e il software PARAVIEW [19] per la rappresentazione grafica dei risultati, in quanto TOUGH2 non possiede strumenti di post-processing. Questa limitazione ha portato alla realizzazione di strumenti in grado di visualizzare i modelli simulati attraverso interfacce grafiche come ad esempio TOUGH2Viewer [19]

## 5.3 TOUGH2Viewer

TOUGH2Viewer [19] è un software di visualizzazione 3D di post-processing compatibile con il simulatore numerico TOUGH2 [15] sviluppato al DICAM sin dal 2010. Scritto in Java, è stato

originariamente sviluppato per migliorare l'analisi delle simulazioni full-field di giacimenti geotermici. Gli output ottenuti con TOUGH2 [15] sono complessi file ASCII spesso di grandi dimensioni di non immediata interpretazione, perciò la possibilità di avere una ricostruzione grafica dei risultati ottenuti rende più veloce e completa l'analisi qualitativa e quantitativa della simulazione. Il software è utile per la visualizzazione di modelli con griglie 3D (sia per griglie strutturate che per griglie non strutturate) e per la rappresentazione tridimensionale dei flussi di massa e di calore.

Con questo software è possibile:

- Maneggiare il modello con semplici comandi di zoom, rotazione, scorrimenti nelle varie direzioni, viste frontali e laterali;
- Visualizzare la variazione in funzione del passo temporale delle variabili termodinamiche simulate, come la pressione, la temperatura...;
- Visualizzare il tipo di roccia del mezzo poroso studiato;
- Selezionare un nodo di interesse all'interno del modello e tracciare i profili spaziali e temporali delle variabili termodinamiche;
- Plottare alcune parti o l'intero modello con la funzione SnapShot.

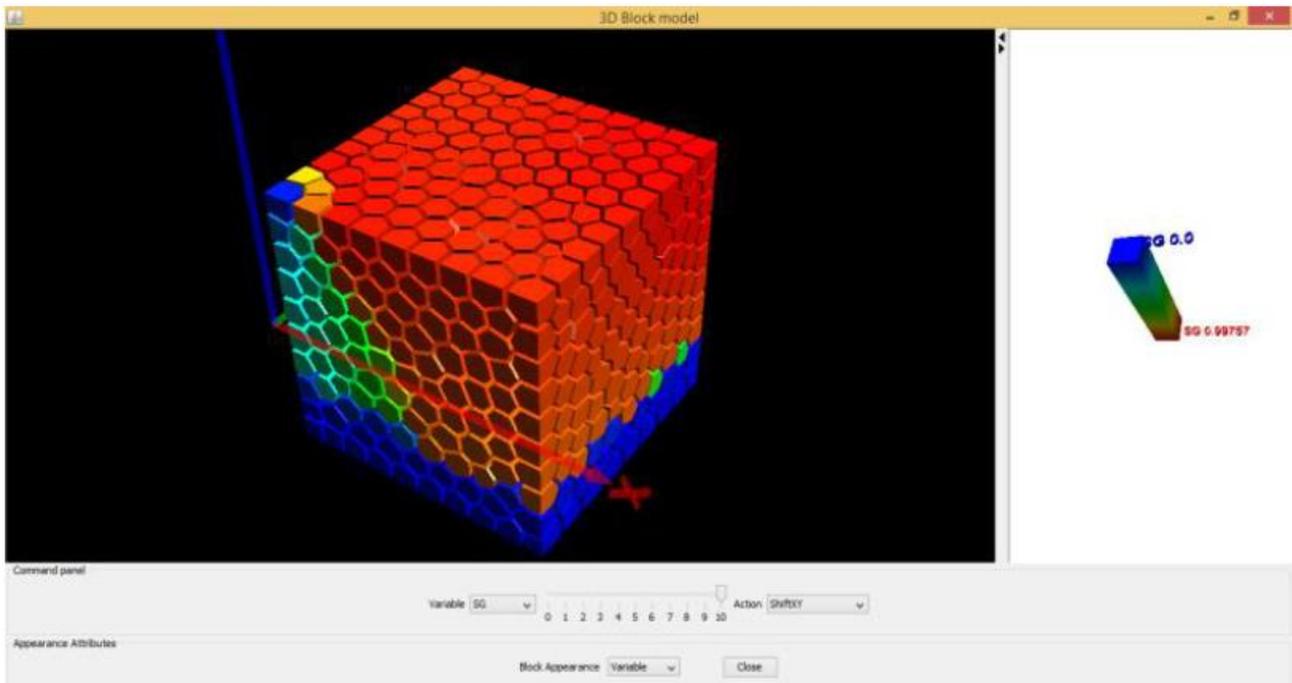


Figura 13: vista 3D di un modello esempio, estrapolata dal manuale online di TOUGH2Viewer [20].

## 5.4 TOUGH2Path

TOUGH2Path [13] permette di ottenere il percorso di una particella attraverso ogni blocco di un dominio discretizzato tridimensionale di tipo Voronoi utilizzando l'algoritmo di Klausen. È un software sviluppato in linguaggio C++ utilizzabile in ambiente Windows e utilizza i file di output di simulazioni eseguite con TOUGH2 [15].

TOUGH2Path richiede in input le informazioni geometriche sulla forma dei blocchi della griglia e i dati di flusso tra i blocchi. In particolare, poiché la struttura del file di output TOUGH2 dipende dal modulo EOS utilizzato, TOUGH2Path deve essere istruito su dove sono le posizioni delle variabili da leggere. Pertanto, i dati di input di TOUGH2Path sono composti da diversi file:

- *TOUGH2path.par*: contiene i parametri del calcolo del percorso della particella, come la fase di integrazione, il numero massimo di iterazioni, la direttiva per terminare il calcolo e i limiti del dominio;
- *MESH*: è il file MESH standard di TOUGH2. Gli elementi con volume superiore a  $1.0 \cdot 10^{20}$  sono considerati "blocco finale", quindi quando la particella sta entrando in un blocco finale il calcolo terminerà;
- *TOUGH2Viewer.dat*: è il file generato da VORO2MESH [18] contenente le informazioni geometriche su ciascun blocco (vertici, spigoli, facce e facce normali);
- *T2.out*: il file di output standard di TOUGH2 [15]. Contiene la velocità di flusso tra i blocchi (di solito denominati VEL (LIQ) (m/s) o VEL (GAS) (m/s));
- *header.dat*: è un file contenente almeno 3 righe di caratteri, come appaiono nel file T2.out;
- *seed\_points.dat*: è un file ASCII, contenente le coordinate  $x, y, z$  del punto iniziale dell'insieme delle particelle su cui calcolare il percorso;

- *ending\_points.dat*: un file ASCII, coordinate spaziali  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $r$  (raggio) della posizione finale dell'insieme di particelle su cui termina il calcolo del percorso. Il numero di punti finali deve essere lo stesso dei seed-points presenti nel file *seed\_points.dat*. Il calcolo del percorso della particella verrà terminato quando la distanza 3D tra la posizione della particella e il rispettivo punto finale è inferiore a  $r$ ;

- *GENER*: è il file GENER standard di TOUGH2. Se la velocità di flusso specificata di un elemento GENER è maggiore di zero (blocco di iniezione), viene aggiunto un seed-point per ogni faccia all'insieme dei seed-points. Se la portata è inferiore a zero (blocco di produzione), il blocco verrà considerato come blocco finale.

Gli output di TOUGH2Path, invece, sono composti da un set di file ASCII con informazioni sul percorso di ciascuna particella presente in input. Essi sono:

- File *path*: viene creato per ogni particella. È un file ASCII separato da uno spazio, in cui ogni riga contiene: la posizione della particella ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ), le tre componenti della velocità ( $v_x$ ,  $v_y$ ,  $v_z$ ), l'ID del blocco attraversato, la distanza percorsa e il tempo di integrazione. Di norma la denominazione di questi file è: *path [numero di particelle].dat*;

- File *T2Path.vtp*: un file XML per la visualizzazione delle particelle in PARAVIEW. Contiene tutte le informazioni per la visualizzazione del percorso della particella come polilinea:

- La coordinata in ogni punto ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ );
- La velocità stimata ( $v_x$ ,  $v_y$ ,  $v_z$ );
- L'ID del blocco a cui appartiene il punto;
- Il tempo di integrazione;
- La distanza percorsa totale;
- Il motivo per la terminazione del calcolo della linea del percorso (un codice compreso tra 1 e 8).

- File *Node\_vel.csv*: sono file separati dalla virgola della velocità calcolata per ciascun nodo per ogni passo temporale. Di norma la denominazione di questi file è:

*Node\_vel\_ [time step] .csv;*

- File *TOUGH2Path.log*: un file contenente informazioni sui parametri utilizzati, tempo di avviso di calcolo e, se presenti, errori durante il calcolo.

## 5.5 PARAVIEW

ParaView [20] è un software open source utilizzato per l'analisi e la visualizzazione di dati in geometrie sia bidimensionali che tridimensionali. È stato sviluppato da Kitware con un linguaggio C++. I file in input sono essenziali del formato ".vtk" (Visualization Toolkit), ma il software è in grado di leggere anche file di estensioni differenti per una maggiore versatilità nel suo utilizzo.

# CAPITOLO VI

## CASO DI STUDIO E SIMULAZIONI

### 6.1 Introduzione al caso studio

L'energia geotermica a bassa temperatura, nelle ultime decadi è stata sfruttata, processata e analizzata in diverse parti del mondo. Il governo polacco ha promosso l'utilizzo di questa fonte di energia, per ridurre l'impatto delle fonti fossili e la dipendenza del paese dell'importazione di energia. Il progetto descritto è stato sviluppato nella contea di Skierniewice a circa 60 km a Sud-Ovest di Varsavia (figura 14) [21].

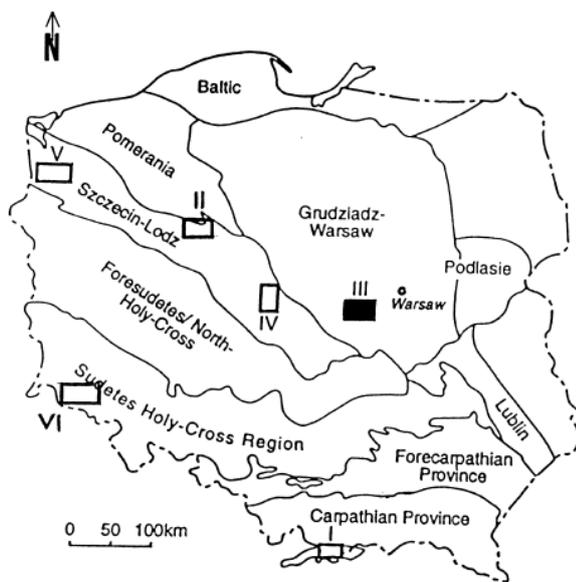


Figura 14: localizzazione geografica della contea di Skierniewice.

L'obiettivo è migliorare la performance energetica del sito riducendo l'inquinamento e promuovendo l'energia rinnovabile compresa quella geotermica per sopperire la dipendenza dal carbone utilizzato nei sistemi di riscaldamento nel territorio polacco. Lo studio dell'area ha evidenziato la presenza di depositi risalenti all'età del Cretaceo che poggiano su rocce del Giurassico e del Triassico in tutta la struttura geologica principale della zona. Lo spessore dello strato Giurassico e Triassico cresce verso Sud-Ovest da 1300 a 2000 metri ad una profondità di 800 – 1400 metri

rispettivamente. Il progetto, focalizzato sulla mappatura dello strato Giurassico, ne ha evidenziate le caratteristiche di interesse per lo sfruttamento delle risorse del sottosuolo. In particolare di interesse geotermico vi sono lo strato sommitale del Giurassico superiore, del Giurassico medio e l'orizzonte superiore del Triassico; mentre il Giurassico inferiore presenta un'alternanza di strati di arenaria con strati di roccia sedimentaria a grana fine e argilla. In questa zona, grazie a pozzi esplorativi, all'aggiornamento e alla revisione dei dati geologici e geofisici iniziali, sono state individuate quattro falde acquifere, denominate secondo cronostratigrafia dallo strato più alto a quello più basso:

- A) Upper Toarcian;
- B) Upper Plienbachian;
- C) Synemurian;
- D) Hettangian.

I dati relativi alla temperatura, pressione di giacimento, salinità sono stati rivisti e mappati.

Tra il 1991 e il 1997, furono perforati due pozzi alla periferia di Skierniewice per definire le caratteristiche idrogeologiche della falda idrica Hettangiana (figura 15).

Il pozzo GT-1 è stato perforato nel 1991 (figura 15) fino a una profondità di 3001 m, e il pozzo GT2 è stato perforato nel 1997 a una profondità totale di 2900 m.

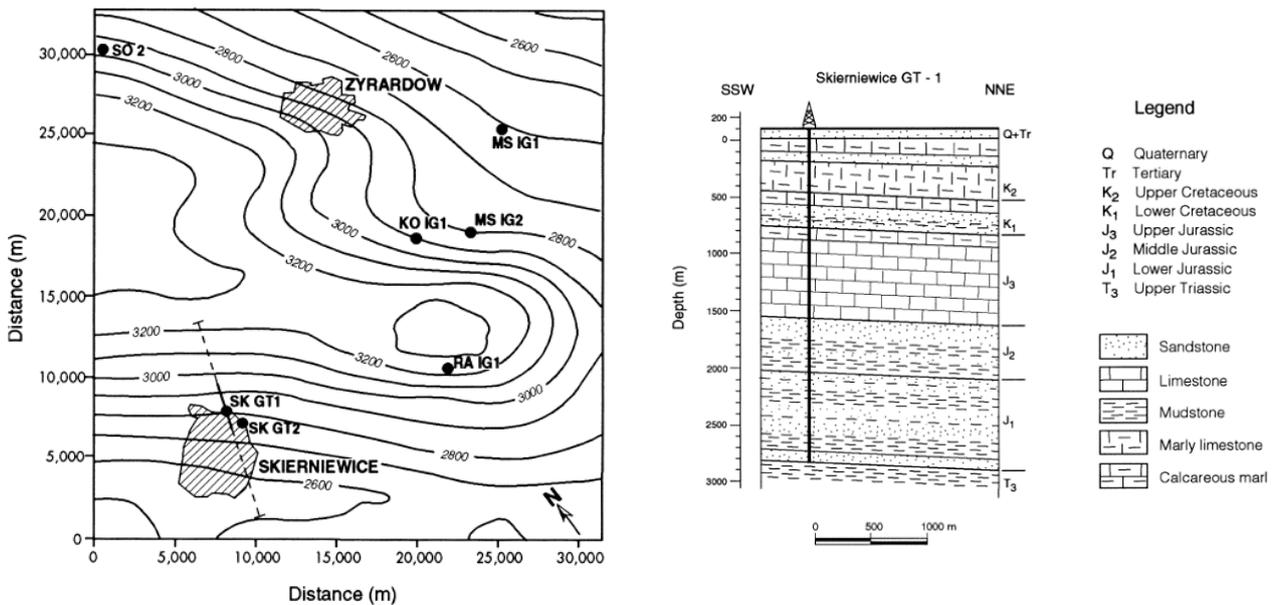


Figura 15: visualizzazione geografica della locazione dei pozzi GT-1 e Gt-2 (sinistra) e sezione gologica del pozzo GT-1 (destra).

Per una più completa caratterizzazione del reservoir, vengono continuamente eseguite delle prove di produzione in pozzo, pertanto è compito dell'ingegnere di serbatoio interpretare tali prove accertandone o meno l'accuratezza. L'acqua salina (brine) trovata si trova ad una temperatura di 70°C, l'ideale per la geotermia a media entalpia. La pressione alla reservoir conditions è stimata approssimativamente attorno ai 5 bar, mentre l'alta salinità e il pH attorno a 6 misurati alle standard conditions la rende molto corrosiva. A tal proposito sono stati eseguiti calcoli teorici (Acuqarter, 1997) per verificare il comportamento dei minerali presenti nell'acqua a temperature comprese tra 30 e 70 °C, che rappresentano il range termodinamico previsto per lo sfruttamento in superficie. I calcoli suggerivano che minerali quali pirite, galena, barite, dolomite, calcedonio e cristobalite molto probabilmente sarebbero precipitati.

La sezione acquifera hettangiana nel pozzo GT-1 è stata trovata tra la profondità di 2875 m e 2941 m, in due intervalli di spessore di 5 e 37m. A seguito del completamento del suddetto pozzo, nel 1991 è stato condotto un test di produzione registrando la pressione del foro utilizzando un trasduttore di pressione al quarzo. Il test effettuato, implementando un codice di regressione lineare ai minimi quadrati su un modello rappresentativo di un reservoir omogeneo, ha evidenziato che la falda acquifera presente nel Giurassico inferiore può essere influenzata da diversi difetti geologici. Uno di questo è stato dedotto a circa 800 – 1500 m a Nord. Considerando che i livelli permeabili sono piuttosto sottili, è possibile che questa anomalia, così come altri difetti, possa agire come confine impermeabile.

Nel pozzo GT-2 localizzato a 1 km SSE dal GT-1 e perforato 6 anni più tardi è stato eseguito un test di produzione utilizzando un manometro di Kuster durante l'estrazione in successivi periodi di accumulo. Il pozzo è stato testato durante tre fasi di produzione con prelievi via via crescenti. Il pozzo penetra in strati distinti di arenaria all'interno del serbatoio hettangiano; dall'interpretazione dei dati geofisici del pozzo trivellato, si è scoperto che i due strati più profondi, sono responsabili per il 70% della trasmissività idraulica, pur rappresentando solo il 46% dello spessore. Il risultato ottenuto ha notevoli conseguenze per l'iniezione della brine avendo una penetrazione più rapida durante la produzione. L'interpretazione di questi risultati è stata eseguita utilizzando un modello di serbatoio omogeneo per il pozzo GT-2; si è constatato inoltre che la trasmissività dell'acquifero è inferiore a quella del pozzo GT-1. È compito dell'ingegnere di serbatoio interpretare e valutare la qualità dei risultati di tali prove.



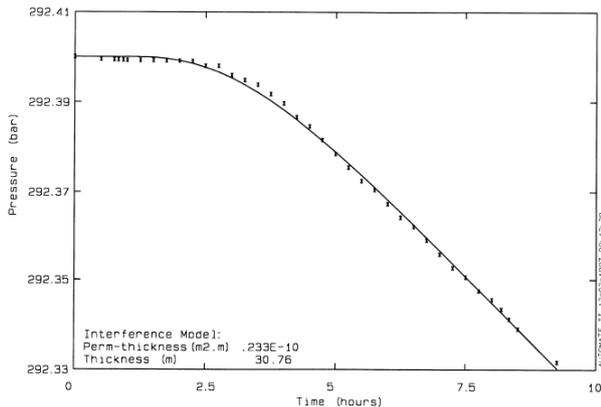


Figura 17: andamento della pressione nel tempo del pozzo GT-2 utilizzato come iniettore.

### 6.1.3 Test di iniezione

L'iniezione e la risposta che dà la brine sono aspetti molto importanti per quanto riguarda lo sfruttamento di serbatoi geotermici a bassa temperatura. Per testare il comportamento del bacino idrico di Hettang durante l'iniezione, sono stati effettuati due test nei pozzi GT-1 e GT-2 utilizzandoli alternativamente come produttori e iniettori. Innanzitutto il pozzo GT-1 è stato utilizzato come produttore e il GT-2 come iniettore, portando i seguenti risultati: la velocità di iniezione di GT-2 è diminuita dai  $60 \text{ m}^3 \text{ h}^{-1}$  a  $30 \text{ m}^3 \text{ h}^{-1}$  dopo sole 10 ore, con un aumento di pressione della testa pozzo fino a 8 bar, corrispondente alla pressione di servizio dell'apparecchiatura della testa pozzo. In seguito i parametri di iniezione si sono stabilizzati a circa  $11 \text{ m}^3/\text{h}$ . Questa repentina diminuzione della portata di iniezione (figura 18), potrebbe far pensare ad un intasamento dei pori a causa del trasporto di solidi sospesi o il deposito di particelle di calcare, ma corrispondente a questo, questi processi dovrebbero essere responsabili di un progressivo declino dell'indice di iniettività e inoltre causare danni alla formazione che in realtà rimangono stabili. Altra ipotesi correlata a prove di iniezione effettuate su altri pozzi, suggeriva una possibile sigillatura dei pori da parte del degassamento del fluido che però non ha trovato conferma in quanto il contenuto di gas non condensabile del serbatoio idrico è inferiore a 100 ppm in peso, con una pressione del punto di ebollizione significativamente inferiore a quella statica del serbatoio, non sviluppando alcun rischio di sviluppo di fase gassosa. D'altra parte era possibile che all'inizio dell'iniezione in GT-2 le bolle di gas della brine, pompata a 100 m al di sotto dei 127 m del livello dell'acqua rispetto al terreno potevano causare il repentino declino, ma questa ipotesi non ha ritrovato riscontri in quanto una

volta che il pozzo era pieno di brine, non sono state generate bolle di gas e l'indice di iniettività si è stabilizzato. In definitiva i dati disponibili non permettono di stabilire il fattore responsabile di tale comportamento osservato.

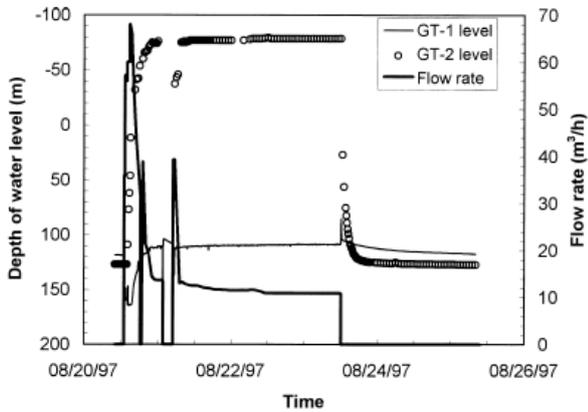


Figura 18: andamento del livello d'acqua tra il pozzo gt-1 (produttore) e GT-2 (iniettore)

### 6.1.4 Installazioni well-doublet

Per sfruttare al meglio la risorsa geotermica disponibile nella contea di Skierniewice, è stato studiato un sistema well doublet, ovvero a doppio pozzo. Viene utilizzata una coppia di pozzi come produttori e un'altra coppia come iniettori. In particolare i pozzi esistenti GT-1 e GT-2 sono produttori e i pozzi GT-3 e GT-4 perforati in seguito sono pozzi iniettori. I vantaggi di questo sistema consistono nel miglioramento dello sfruttamento della falda e nell'allungamento della vita dell'acquifero.

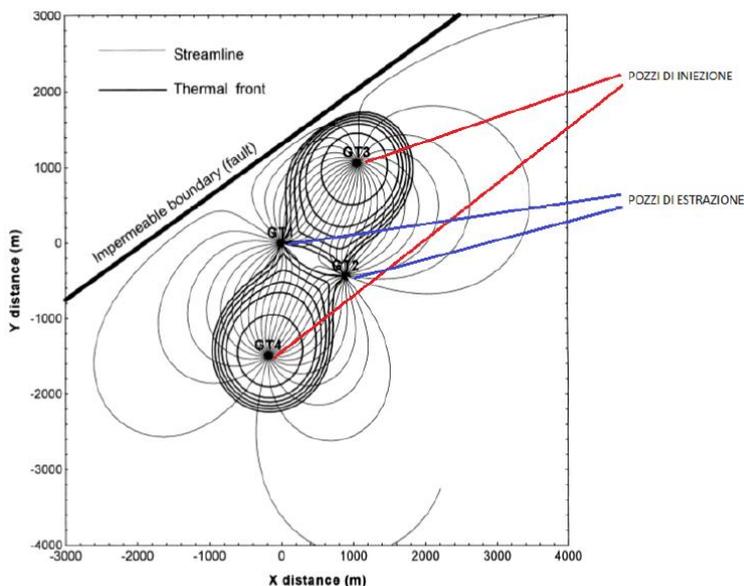


Figura 19: rappresentazione grafice delle streamline quasi-analitica ottenuta dalla simulazione riportata da Battisteli a Nagy [21].

Gli schemi convenzionali a doppio pozzo trovano sempre maggior applicazione come metodi per lo sfruttamento delle risorse geotermiche in quanto presentano notevoli vantaggi. Dopo l'estrazione del calore, i fluidi geotermici raffreddati vengono re-iniettati in serbatoio permettendo così di mantenere l'acquifero sempre alimentato e in pressione. Si risolve inoltre anche il fenomeno della subsidenza e dello smaltimento dei reflui.

## 6.2 Parametri delle simulazioni

La simulazione numerica è stata effettuata con TOUGH2 [15], in seguito con TOUGH2path [13] vengono ottenute le linee di flusso numeriche e analitiche e successivamente visualizzate con PARAVIEW [19].

Le simulazioni di questo elaborato di tesi riproducono il comportamento di uno schema a 4 pozzi (2 iniettori e 2 produttori, rispettivamente GT-3, GT-4 e GT-1, GT-2). Le linee di flusso create con TOUGH2path sia per la soluzione analitica che per quella numerica, verranno valutate seguendo il percorso di 56 particelle.

Le linee di flusso saranno plottate grazie al software di visualizzazione PARAVIEW e verranno confrontate con una soluzione analitica dettata dal lavoro di Battistelli e Nagy. In seguito sempre in ambiente PARAVIEW verrà analizzato il range di pressione presente tra i pozzi iniettori e i produttori ad ogni portata dopo 100 anni di sfruttamento del reservoir.

Per effettuare simulazioni numeriche, in questo caso specifico con TOUGH2, è necessario prima di tutto discretizzare il dominio del reservoir. Utilizzando TOUGH2 non si hanno vincoli di forma per quanto riguarda i blocchi e la discretizzazione utilizzata è di tipo Voronoi, che ben interpreta la geometria complessa del dominio. La griglia è cartesiana bidimensionale monostrato, localmente raffittita nell'area dei pozzi GT-1, GT-2 e GT-3, GT-4 nei quali ci si aspetta la maggiore variazione di pressione e di saturazione e di conseguenza ottenere valori più accurati del percorso delle particelle, sia in termini di tempi di volo (TOF) che di distanza percorsa (DT). La griglia è stata prodotta con il software VORO2MESH [18].

Si è considerato inoltre che i confini laterali della griglia fossero a pressione costante, temperatura e composizione del fluido corrispondente alle condizioni iniziali per l'intera griglia:

Porosità:  $\varphi = 18,3\%$

Permeabilità:  $k = 0.6E12 \text{ m}^2$

Densità:  $\rho = 2600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Pressione:  $p = 2.924E07 \text{ Pa}$

Temperatura:  $T = 69 \text{ }^\circ\text{C}$

Poiché il contenuto di gas non condensabili è piuttosto basso e la pressione del serbatoio è molto più alta della pressione del punto di bolla della brine, il contenuto di gas non condensabili è stato trascurato nelle simulazioni.

Il vantaggio nell'utilizzo di TOUGH2Path è la capacità del software di leggere ed estrapolare in automatico le informazioni necessarie alla simulazione (dati riguardanti i blocchi, le facce e le velocità).

I dati in input riguardanti i blocchi (coordinate, materiali di cui essi sono composti, blocchi adiacenti, valori delle proprietà petrofisiche associate ai vari blocchi) sono riportate in file di tipo ASCII, scritti in modo che il software TOUGH2 possa leggerli. La simulazione di questo elaborato di tesi consiste nel simulare e confrontare le linee di flusso ottenute da una simulazione di TOUGH e TOUGH2Path con una soluzione di riferimento su uno scenario di cinque casi di portate diverse, a temperatura costante. Si fa presente che il simulatore TOUGH2 utilizza come unità di misura per la portata i  $[\text{kg} / \text{s}]$  e non i  $[\text{m}^3 / \text{h}]$ , unità di misura usualmente utilizzata.

## 6.3 Risultati delle simulazioni

Nel seguito sono riportati in formato grafico dei risultati delle cinque simulazioni relative al caso studio in oggetto, che si differenziano per diversi valori della portata di iniezione.

### CASO 1

Portata di iniezione utilizzata:  $Q = 0,15 \text{ [m}^3 / \text{h]}$ .

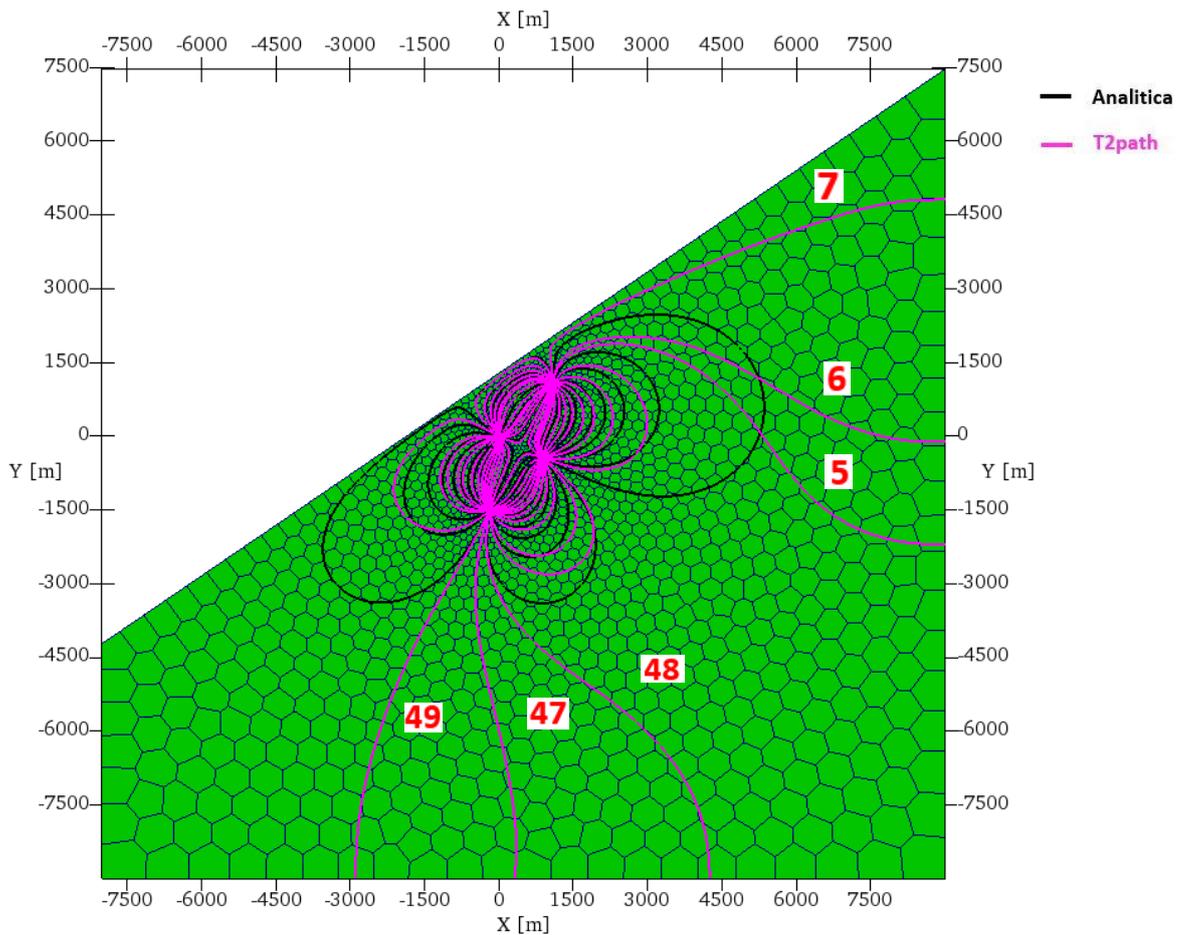


Figura 20: confronto qualitativo fra le linee di flusso numeriche e analitiche per il caso 1 di portata.

In figura 20 sono mostrate le linee di flusso sia analitiche che numeriche compute da TOUGH2Path. Qualitativamente si evidenziano abbastanza chiaramente gli effetti di bordo, in particolare amplificando le differenze delle linee di flusso compute per via numerica rispetto a quelle analitiche.

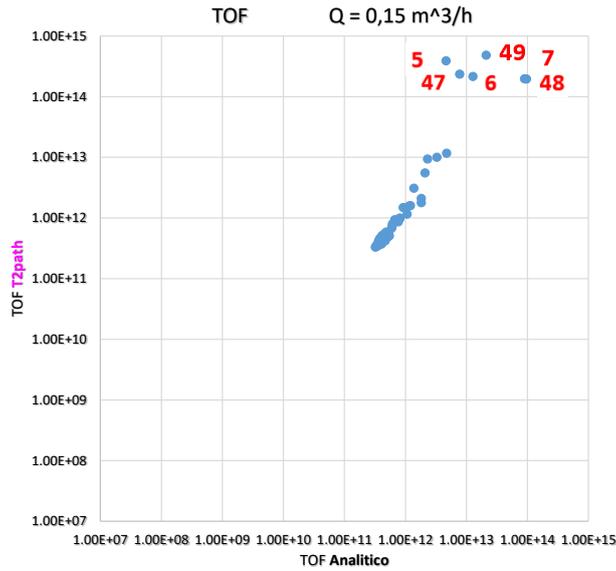


Figura 21: grafico di confronto del tempo di volo (TOF) tra le linee di flusso numeriche e analitiche per il caso 1 di portata.

In figura 21 sono mostrati i tempi di volo (TOF) ottenute dalla simulazioni numeriche rispetto a quelle ottenute con simulazioni analitiche. Le particelle 5,6,7,47,48 e 49 sono quelle che risentono maggiormente del bordo del dominio. Per le rimanenti 50 particelle i due approcci producono risultati sostanzialmente uguali.

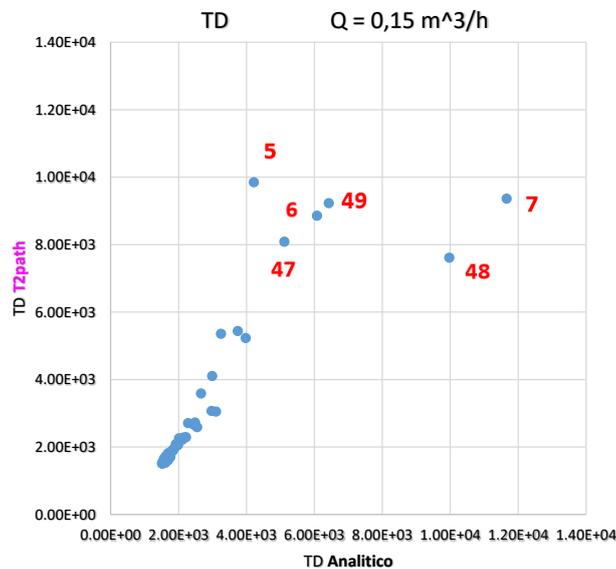


Figura 22: grafico di confronto della distanza percorsa (TD) tra le linee di flusso numeriche e analitiche per il caso 1 di portata.

In figura 22 è riportata la distanza percorsa (TD) come ottenuta dal calcolo analitico e numerico. Anche in questo caso le particelle 5, 6, 7, 47, 48 e 49 si differenziano dalle altre 50 probabilmente per una diversa sensibilità agli effetti di bordo.

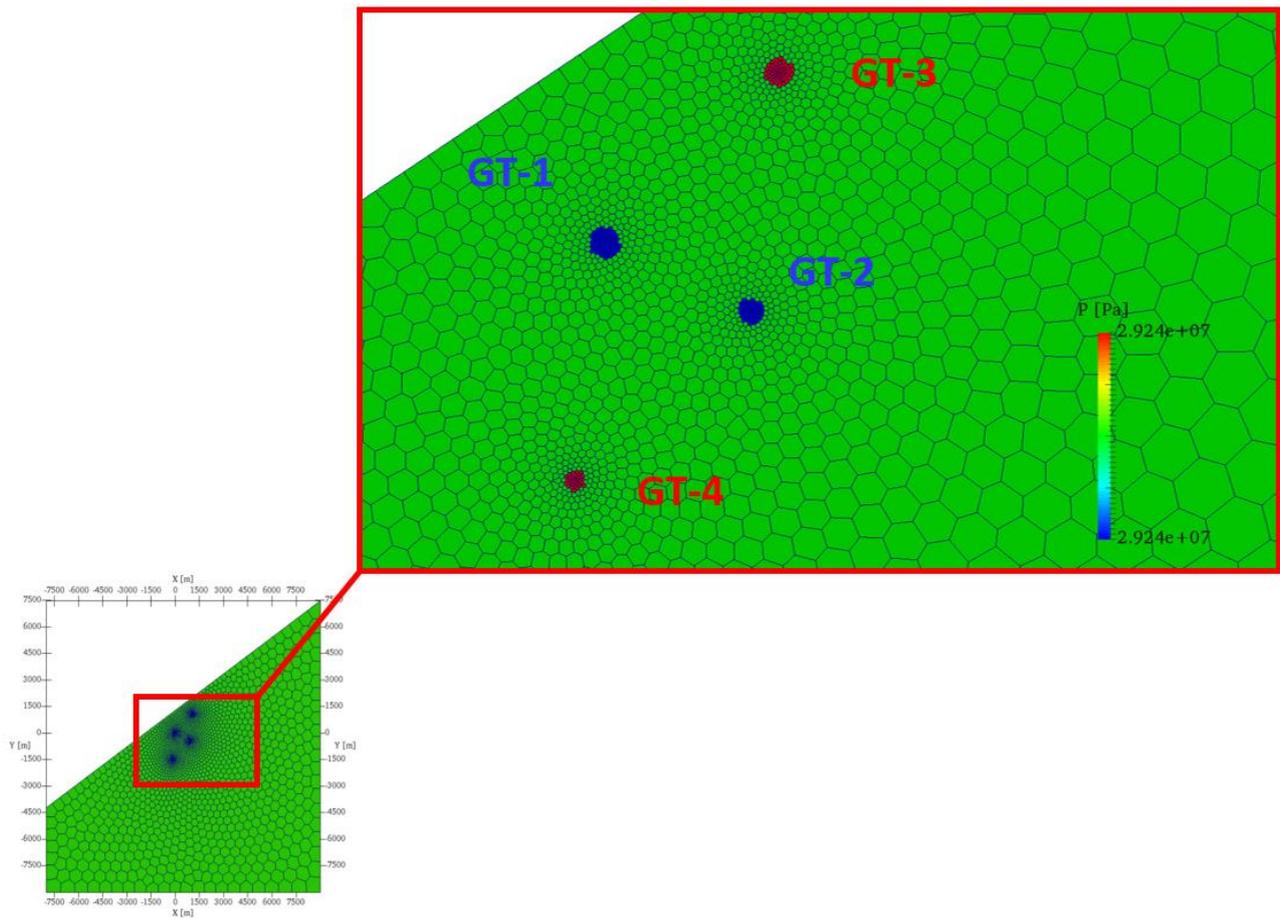


Figura 23: distribuzione dei valori di pressione tra i pozzi di iniezione e di emungimento nel caso 1 di portata.

In figura 23 è riportata la distribuzione dei valori di pressione sul dominio discretizzato. Come si evidenzia il disturbo di pressione tra i pozzi di emungimento e quelli di pressione non presenta variazioni.

## CASO 2

Nel caso 2 la portata di iniezione utilizzata è stata aumentata a:  $Q = 1,5 \left[ m^3 / h \right]$ .

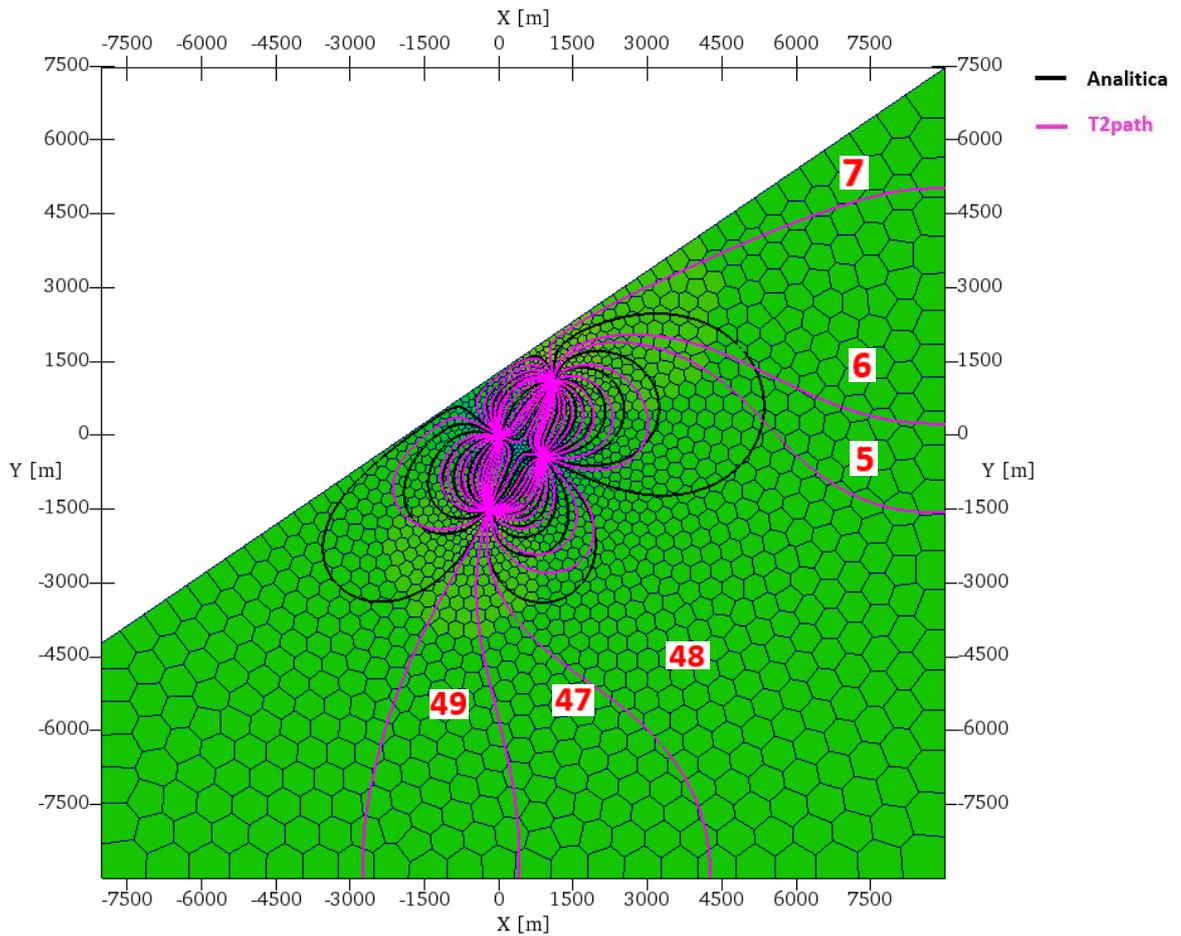


Figura 24 confronto qualitativo fra le linee di flusso numeriche e analitiche per il caso 2 di portata.

In figura 24 sono mostrate le linee di flusso sia analitiche che numeriche computate da TOUGH2Path. Qualitativamente non si notano sostanziali differenze con il caso di portata precedente.

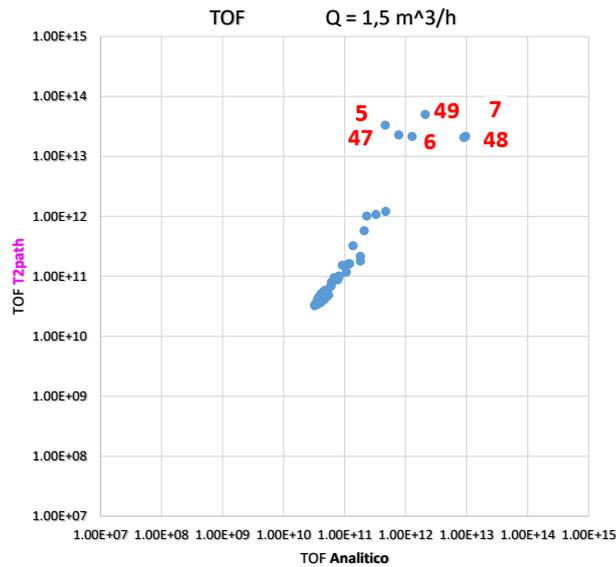


Figura 25: grafico di confronto del tempo di volo (TOF) tra le linee di flusso numeriche e analitiche per il caso 2 di portata.

In figura 25 sono mostrati i tempi di volo (TOF) ottenute dalla simulazioni numeriche rispetto a quelle ottenute con simulazioni analitiche. Le particelle 5, 6, 7, 47, 48 e 49 che risentono maggiormente del bordo del dominio sono le stesse del caso precedente. Si nota però una riduzione del TOF di circa un ordine di grandezza. Per le rimanenti 50 particelle i due approcci producono risultati sostanzialmente uguali.

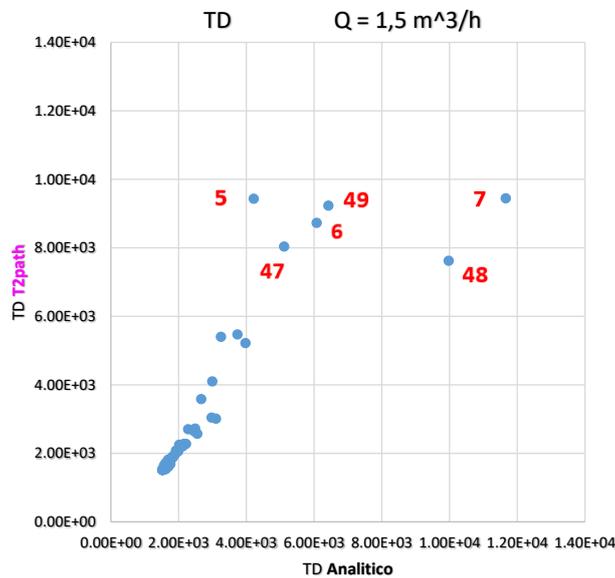


Figura 26: grafico di confronto della distanza percorsa (TD) tra le linee di flusso numeriche e analitiche per il caso 2 di portata.

In figura 26 è riportata la distanza percorsa (TD) come ottenuta dal calcolo analitico e numerico. Anche in questo caso le particelle sono le medesime del caso precedente e non vi sono sostanziali

variazioni nel percorso totale rispetto al caso 1 di portata. Per quanto riguarda le altre 50 particelle si nota una diversa sensibilità agli effetti di bordo.

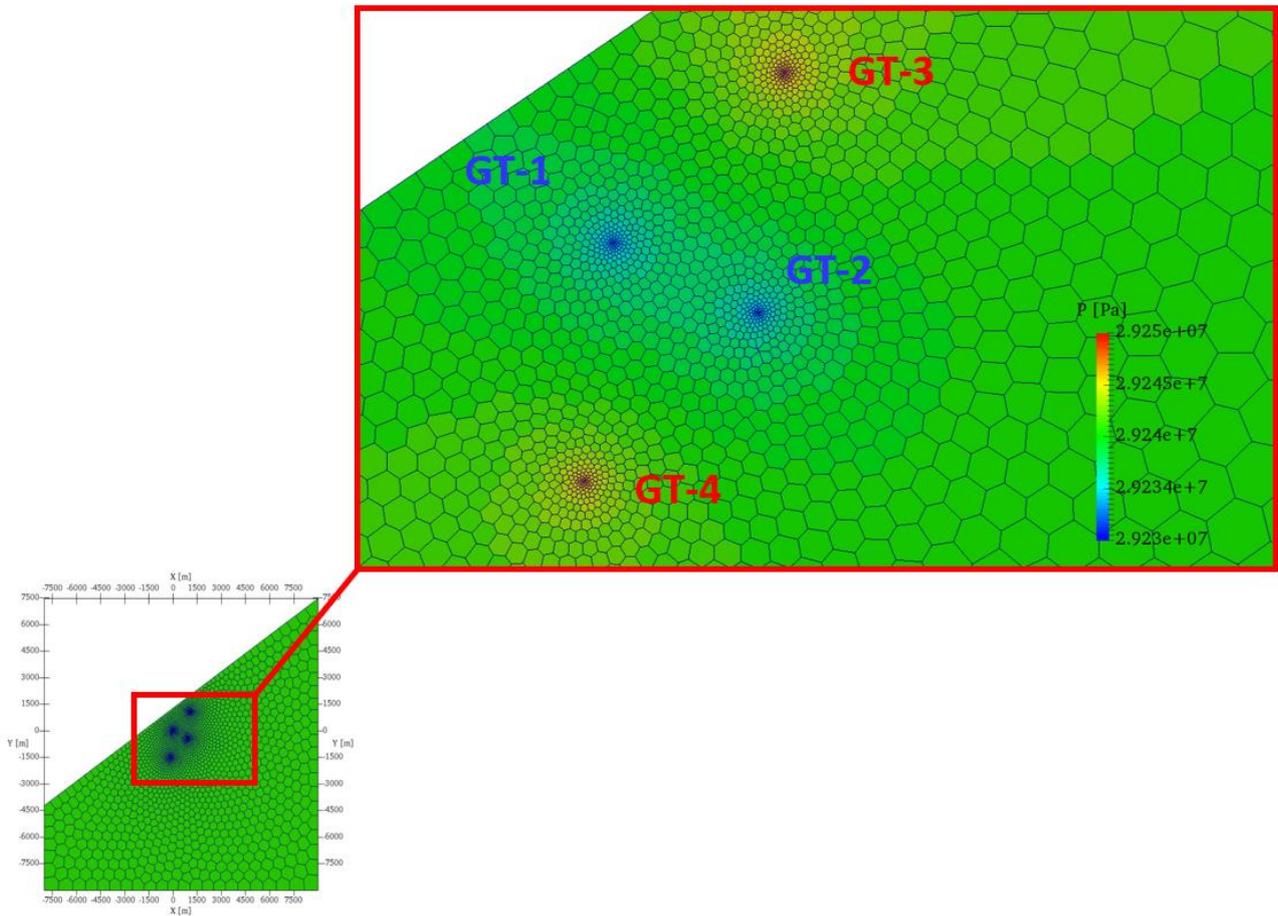


Figura 27: distribuzione dei valori di pressione tra i pozzi di iniezione e di emungimento nel caso 2 di portata.

In figura 27 è riportata la distribuzione dei valori di pressione sul dominio discretizzato. In questo caso si nota una leggera differenza di pressione tra i pozzi di iniezione e quelli di emungimento.

### CASO 3

Ulteriore aumento della portata di iniezione utilizzata:  $Q = 15 \text{ [m}^3 / \text{h]}$ .

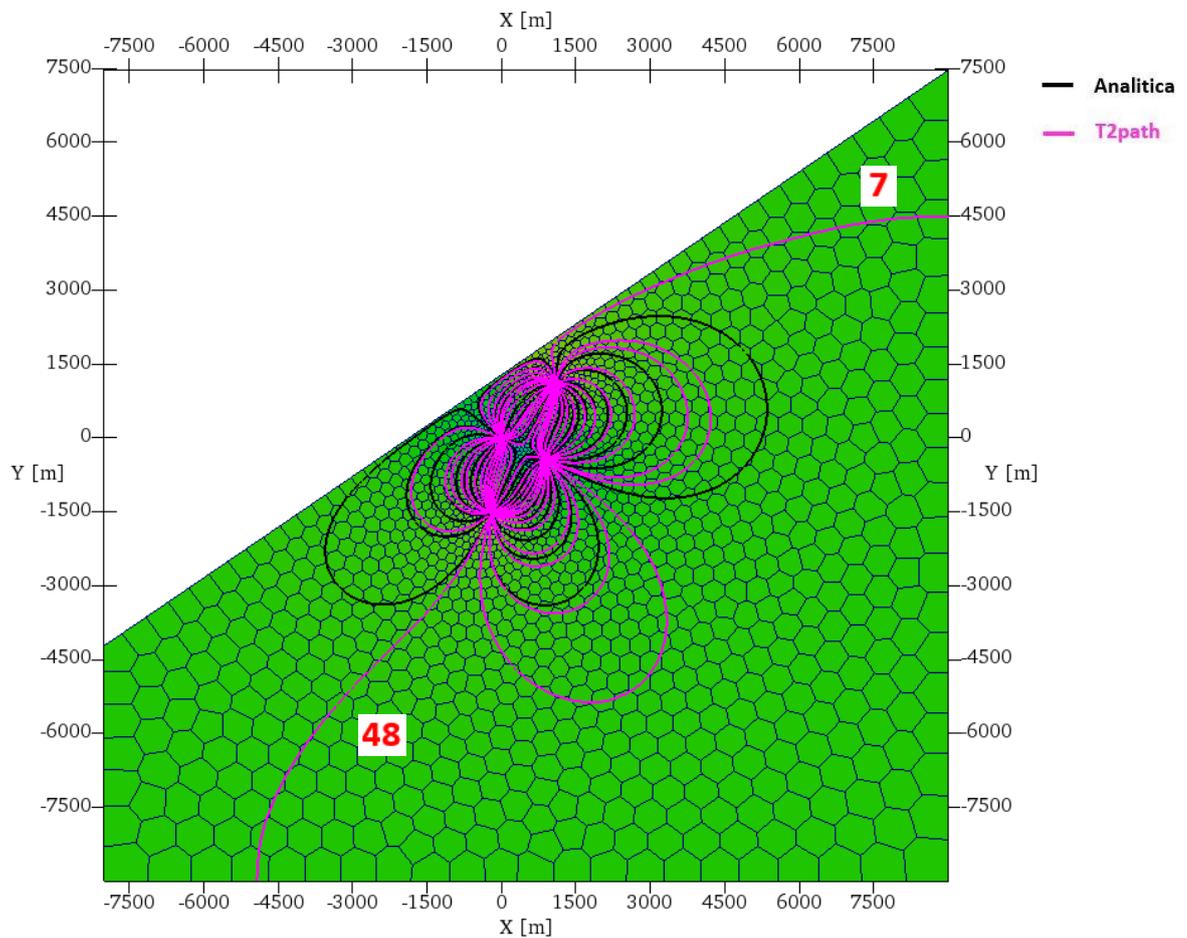


Figura 28: confronto qualitativo fra le linee di flusso numeriche e analitiche per il caso 3 di portata.

In figura 28 sono mostrate le linee di flusso sia analitiche che numeriche compute da TOUGH2Path. Qualitativamente si notano rispetto ai due casi precedentemente descritti, che solamente due particelle, in particolare la 7 e la 48 risentono degli effetti di bordo.

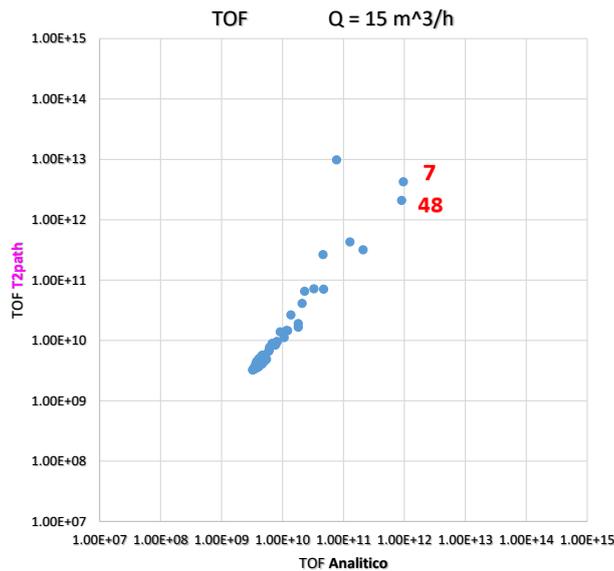


Figura 29: grafico di confronto del tempo di volo (TOF) tra le linee di flusso numeriche e analitiche per il caso 3 di portata.

In figura 29 sono mostrati i tempi di volo (TOF) ottenute dalla simulazioni numeriche rispetto a quelle ottenute con simulazioni analitiche. Si può apprezzare un'ulteriore diminuzione pari a circa un ordine di grandezza rispetto ai casi precedenti con una buona riproduzione da parte di quasi tutte le particelle, tranne per la 7 e la 48 che risultano ancora lontane come tempi rispetto alle altre 54.

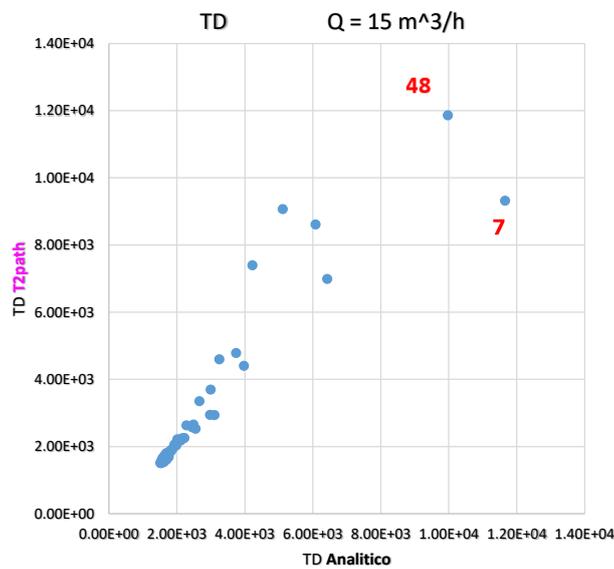


Figura 30: grafico di confronto della distanza percorsa (TD) tra le linee di flusso numeriche e analitiche per il caso 3 di portata.

In figura 30 è riportata la distanza percorsa (TD) come ottenuta dal calcolo analitico e numerico. Anche in questo caso vi sono le particelle 7 e 48 che mostrano rispetto alle altre 54 che risentono meno degli effetti di bordo, una sostanziale variazione nella distanza percorsa.

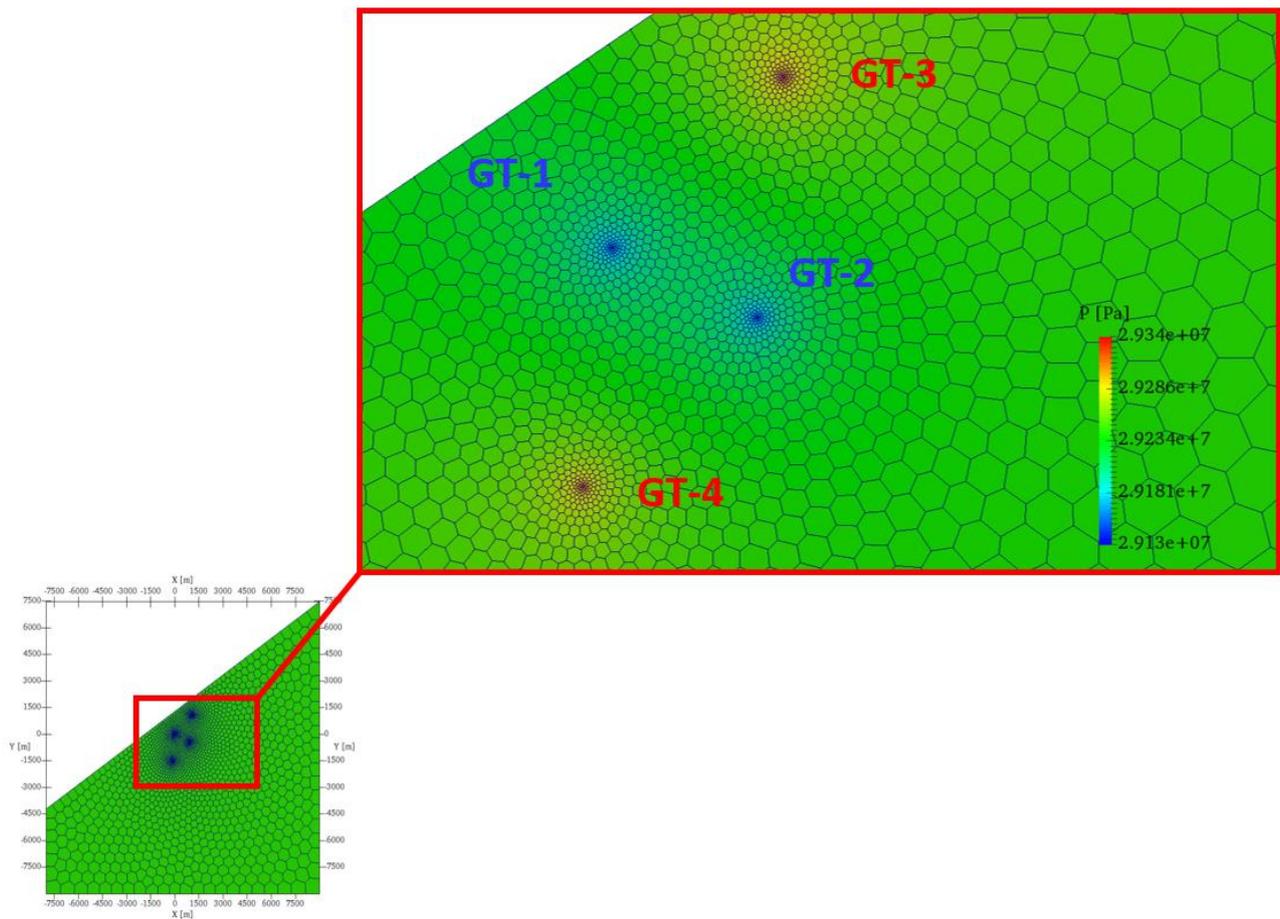


Figura 31: distribuzione dei valori di pressione tra i pozzi di iniezione e di emungimento nel caso 3 di portata.

In figura 31 è riportata la distribuzione dei valori di pressione sul dominio discretizzato. Si nota un'ulteriore aumento del range di pressione tra i pozzi di iniezione e quelli di emungimento rispetto al caso di portata precedente.

## CASO 4

Portata di iniezione utilizzata aumentata a:  $Q = 150 \text{ [m}^3 / \text{h]}$ .

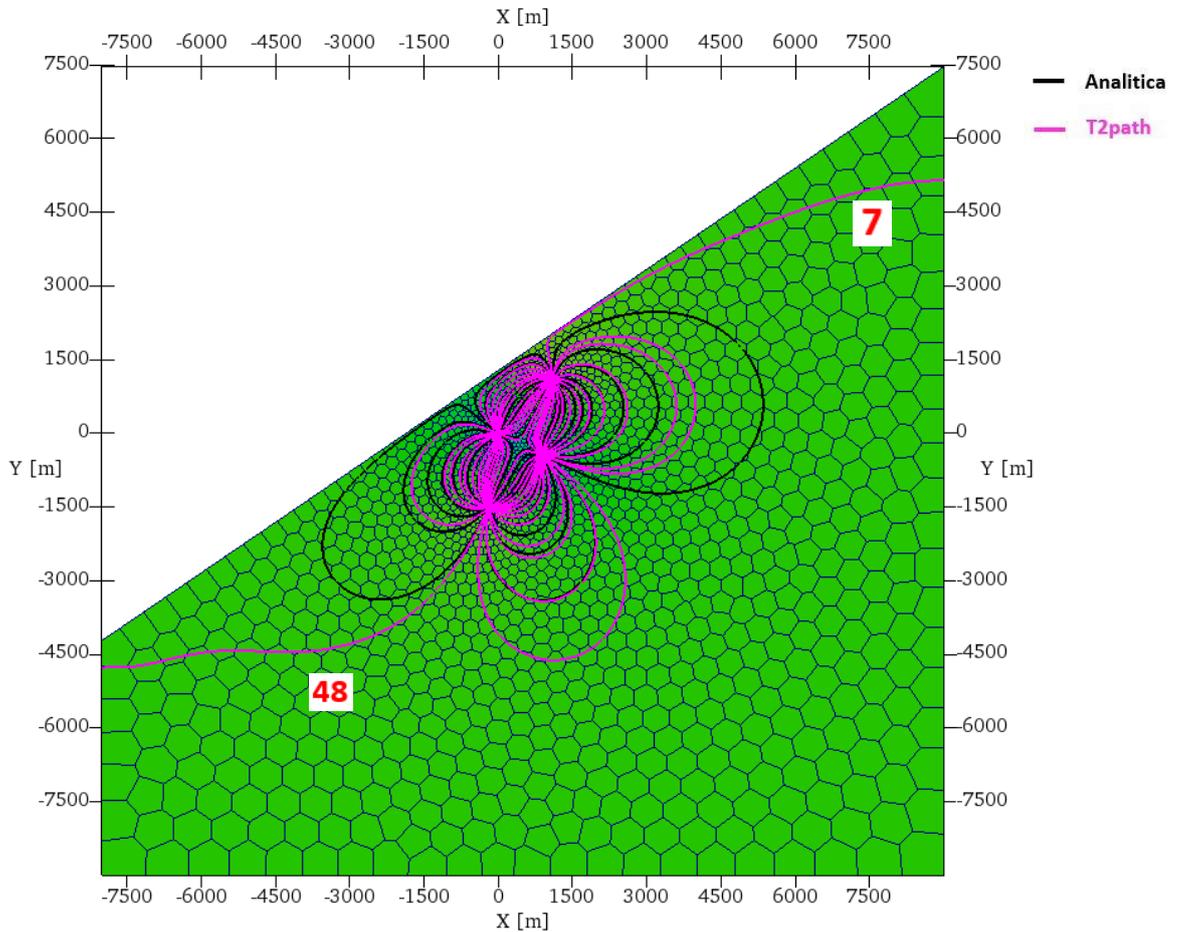


Figura 32: confronto qualitativo fra le linee di flusso numeriche e analitiche per il caso 4 di portata.

In figura 32 sono mostrate le linee di flusso sia analitiche che numeriche compute da TOUGH2Path. Qualitativamente si notano rispetto al caso precedentemente descritto, che nonostante siano le stesse particelle, in particolare la 7 e la 48 che risentono degli effetti di bordo, il tempo di volo e la distanza percorsa risultano essere diverse rispetto al caso precedente di portata.

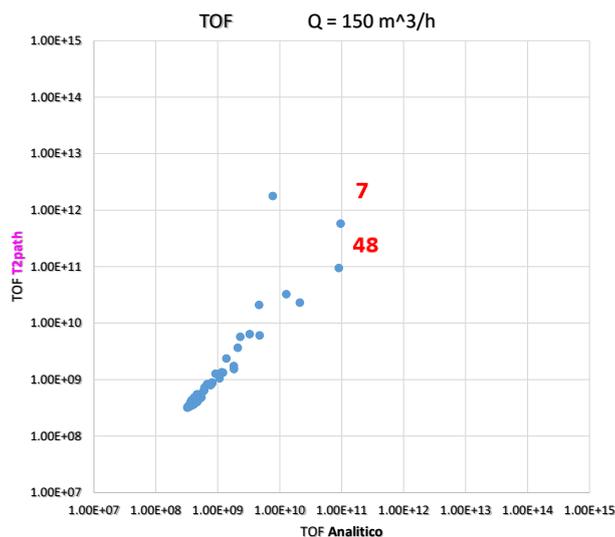


Figura 33: grafico di confronto del tempo di volo (TOF) tra le linee di flusso numeriche e analitiche per il caso 4 di portata.

In figura 33 sono mostrati i tempi di volo (TOF) ottenute dalla simulazioni numeriche rispetto a quelle ottenute con simulazioni analitiche. Si può apprezzare un'ulteriore diminuzione pari a circa un ordine di grandezza rispetto ai casi precedenti con una buona riproduzione da parte di quasi tutte le particelle. La particella 7 e la particella 48 lontane come tempi rispetto alle altre 54, ma sostanzialmente con un tempo di volo inferiore rispetto al caso precedente.

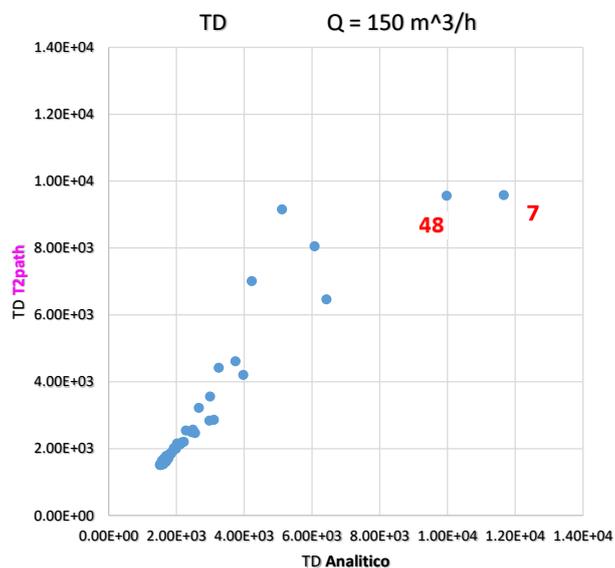


Figura 34: grafico di confronto della distanza percorsa (TD) tra le linee di flusso numeriche e analitiche per il caso 4 di portata.

In figura 34 è riportata la distanza percorsa (TD) come ottenuta dal calcolo analitico e numerico. Anche in questo caso le particelle sono le medesime del caso precedente però vi sono delle differenze nella distanza percorsa che si possono apprezzare per le particelle 7 e 48, in particolare

la particella 48 rispetto al caso precedente diminuisce la propria distanza percorsa. Per quanto riguarda le altre 54 particelle si nota una diversa sensibilità agli effetti di bordo.

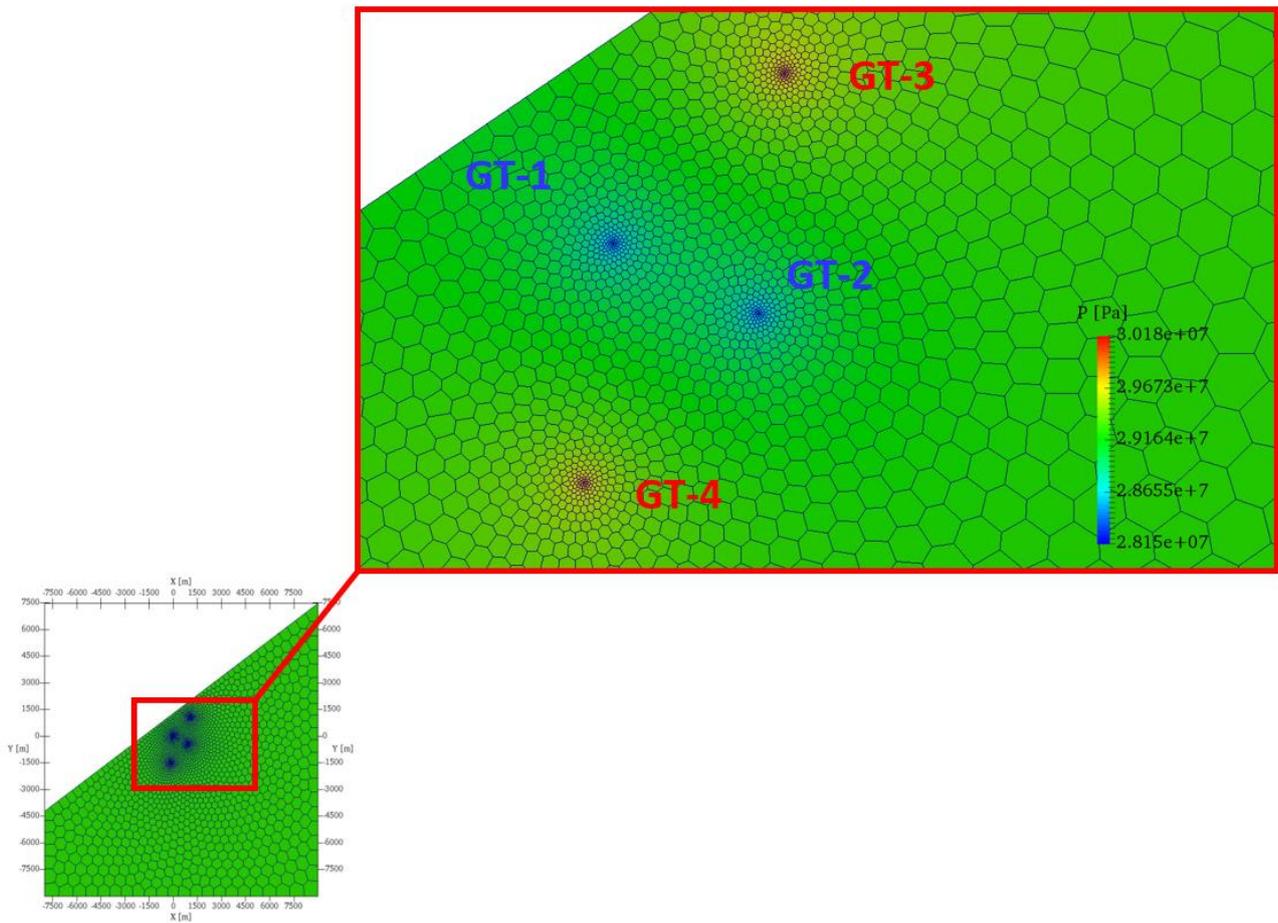


Figura 35: distribuzione dei valori di pressione tra i pozzi di iniezione e di emungimento nel caso 4 di portata.

In figura 35 è riportata la distribuzione dei valori di pressione sul dominio discretizzato. Si nota un'ulteriore aumento del range di pressione tra i pozzi di iniezione e quelli di emungimento rispetto al caso di portata precedente.

## CASO 5

Ultima portata di iniezione utilizzata:  $Q = 1500 \text{ [m}^3 / \text{h]}$ .

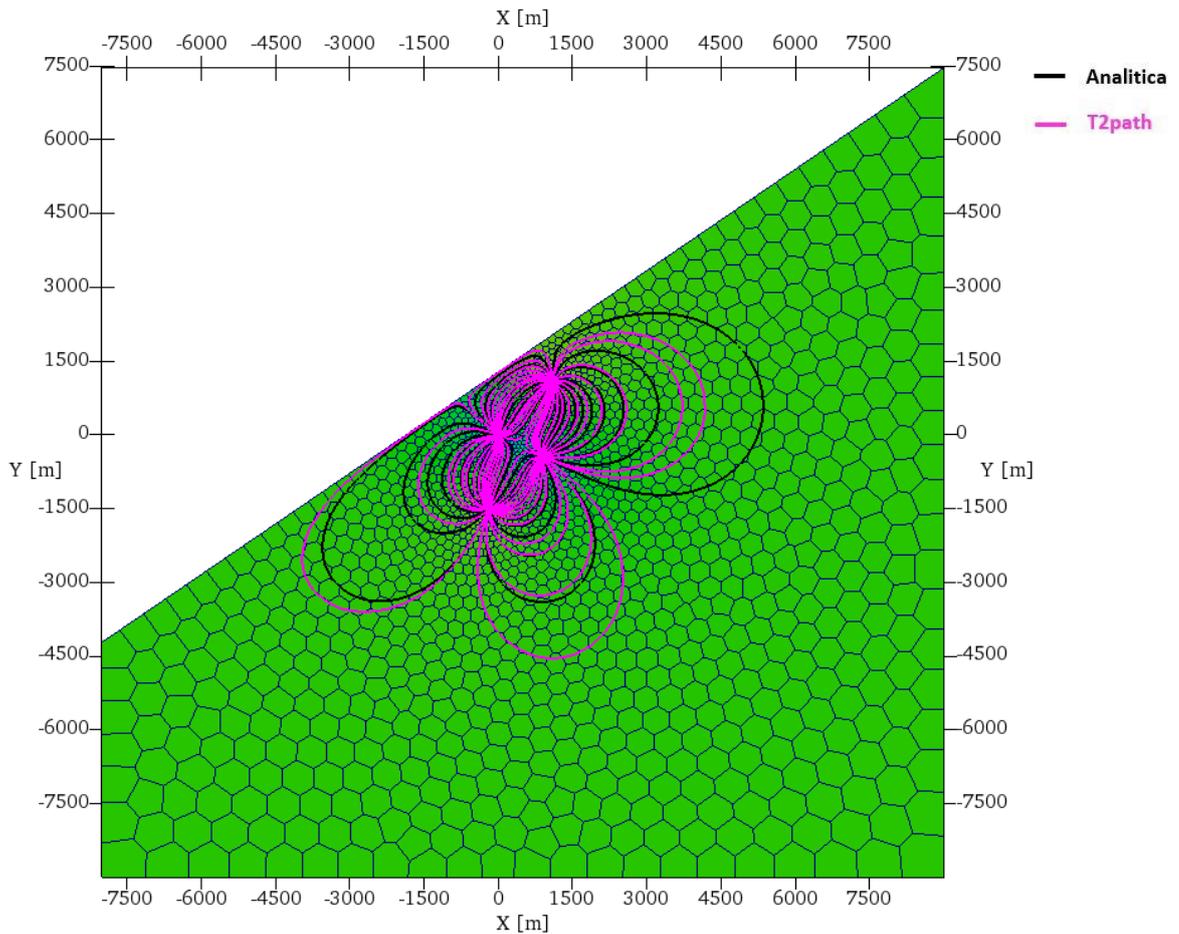


Figura 36: confronto qualitativo fra le linee di flusso numeriche e analitiche per il caso 5 di portata.

In figura 36 sono mostrate le linee di flusso sia analitiche che numeriche computate da TOUGH2Path. Qualitativamente si notano rispetto a tutti i casi precedenti le linee di flusso computate numericamente risentono meno degli effetti di bordo, ma si nota comunque un discostamento tra la soluzione quasi-analitica e quella numerica che visivamente non è apprezzabile e pertanto sarà analizzata meglio nei grafici successivi.

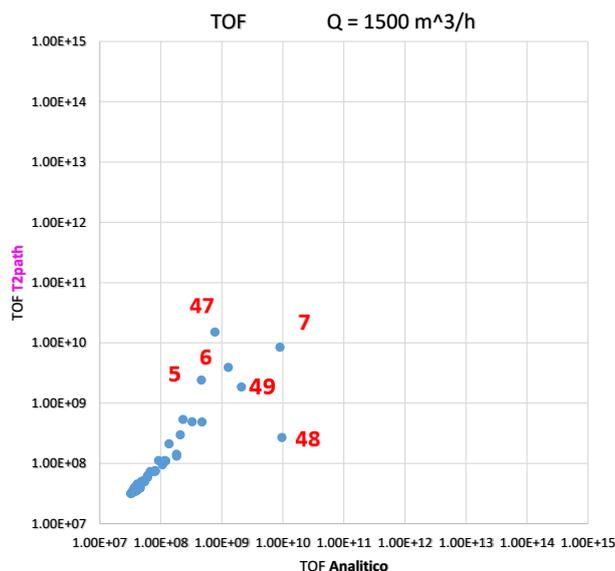


Figura 37: grafico di confronto del tempo di volo (TOF) tra le linee di flusso numeriche e analitiche per il caso 5 di portata.

In figura 37 sono mostrati i tempi di volo (TOF) ottenute dalla simulazioni numeriche rispetto a quelle ottenute con simulazioni analitiche. Le particelle 5, 6, 7, 47, 48 e 49 anche se non risentono particolarmente degli effetti di bordo, seguono una traiettoria diversa e con un tempo di volo diverso, che si riduce ulteriormente di un altro ordine di grandezza rispetto ai casi precedenti. Per le rimanenti 50 particelle i due approcci producono risultati sostanzialmente uguali.

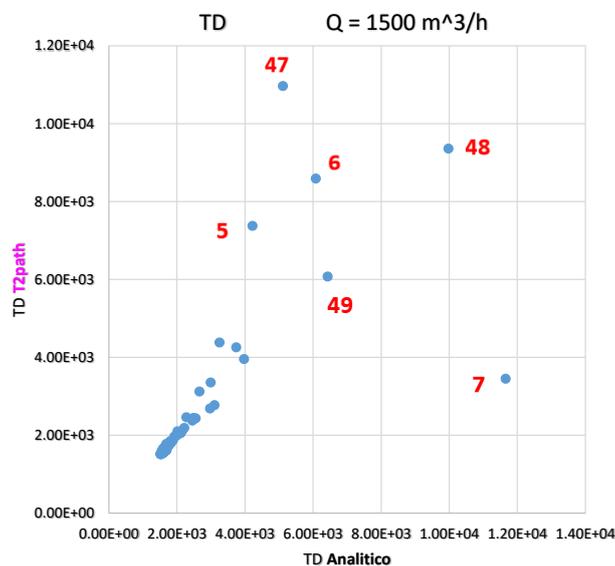


Figura 38: grafico di confronto della distanza percorsa (TD) tra le linee di flusso numeriche e analitiche per il caso 5 di portata.

In figura 38 è riportata la distanza percorsa (TD) come ottenuta dal calcolo analitico e numerico. In questo caso le particelle 5, 6, 7, 47, 48, 49 che visivamente come mostrato in figura 36 non risentono

degli effetti di bordo, si muovono lungo percorsi di altre particelle generando errori più alti. Per quanto riguarda le altre 50 particelle si nota una diversa sensibilità.

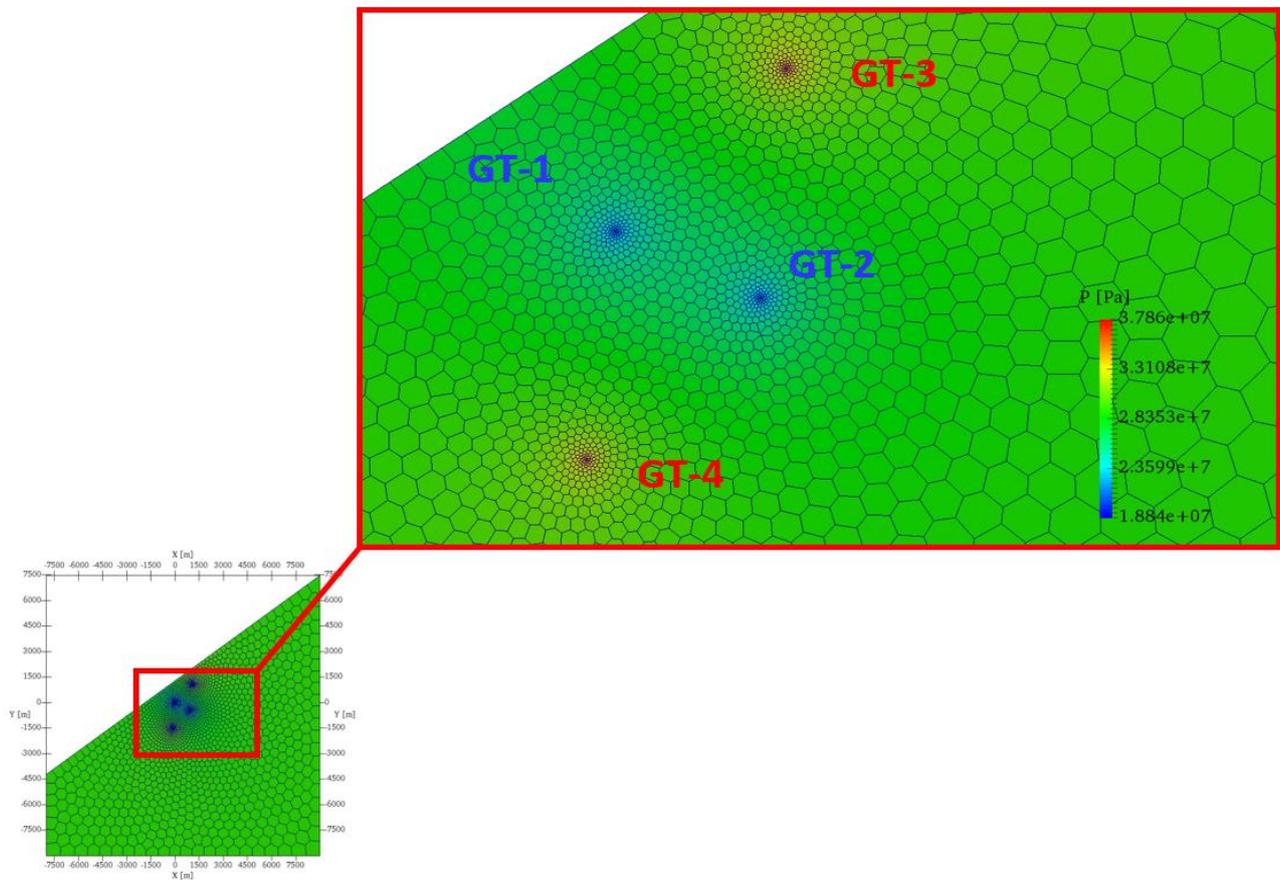


Figura 39: distribuzione dei valori di pressione tra i pozzi di iniezione e di emungimento nel caso 5 di portata.

In figura 39 è riportata la distribuzione dei valori di pressione sul dominio discretizzato. Si nota un'ulteriore aumento del range di pressione tra i pozzi di iniezione e quelli di emungimento rispetto al caso di portata precedente.

# CAPITOLO VII

## CONCLUSIONI

In questo lavoro sono state confrontate le linee di flusso create per alcuni casi studio in rapporto a variazioni di pressione di iniezione nei pozzi. In particolare le linee di flusso sono state create a partire da dati ottenuti da simulazioni numeriche mediante il software TOUGH2Path e confrontate con linee di flusso ottenute utilizzando una soluzione quasi-analitica [21].

L'implementazione dell'algoritmo di Klausen permette di ottenere, nei casi studio affrontati, una buona riproduzione della forma delle linee di flusso così come ottenute con la soluzione quasi-analitica [21]. Tuttavia si rilevano alcune discrepanze, soprattutto nelle zone prossime ai limiti del dominio.

Dal confronto tra la simulazione numerica e quella analitica, per singola portata si ha l'opportunità di valutare anche graficamente quanto si discostino tra loro le linee di flusso ottenute attraverso i due metodi.

Il confronto fra la soluzione numerica e analitica è stato eseguito non solo da un punto di vista "qualitativo", ovvero sulla forma delle traiettorie, ma anche quantitativamente attraverso il confronto delle distanze totali percorse e dal tempo di volo delle particelle.

Considerazioni sul tempo di volo e sulla distanza percorsa:

In generale si può osservare che l'andamento dei tempi di volo (TOF) e le distanze (TD) sono congruenti tra loro, ma per alcune particelle la soluzione numerica rispetto a quella analitica mostra valori sottostimati. Le differenze tra i TOF e i TD ottenute tra la soluzione analitica e la numerica con TOUGH2Path può essere spiegata dal fatto che i due metodi operano su due domini di dimensioni diverse, rispettivamente infinito e finito. Per cui le particelle che seguono un percorso vicino il bordo del dominio, ne saranno inequivocabilmente influenzate dalla stesso.

Considerazioni sulle variazioni di pressione:

Gli effetti della variazione di pressione nel reservoir ad ogni aumento di portata, come atteso, diventano man mano sempre più evidenti. Essi si traducono in variazioni di densità del fluido, come mostra la figura sottostante.

Portata m <sup>3</sup> /h	Densità brine kg/m <sup>3</sup>	
	Iniezione: GT-3 GT-4	Estrazione:GT-1 GT-2
0,15	1061	990,3
1,5	1061	990,3
15	1061	990,3
150	1061	990,5
1500	1061	987,2

Figura 40: valori di densità presenti nei pozzi di iniezione e di emungimento al variare della portata.

Le variazioni di densità si traducono in differenti valori di velocità del fluido, ossia i fenomeni di compressione/decompressione che alterano significativamente il campo delle velocità. Il modello numerico è in grado di apprezzare questi fenomeni, pertanto le linee di flusso create con questo metodo ne sono condizionate, contrariamente a quelle ottenute con la soluzione quasi-analitica dove il fluido è considerato a densità costante. Nel caso delle portate maggiori questa differenziazione tra i due approcci è chiaramente è amplificato.

In conclusione l'utilizzo di TOUGH2Path ha permesso di calcolare le linee di flusso in caso di simulazioni numeriche che utilizzano il metodo IFDM e che considerano la densità del fluido dipendente dalla pressione cui si trova il fluido, evidenziando una tipologia di fenomeni spesso non adeguatamente considerati.

# BIBLIOGRAFIA E SITOGRAFIA

- [1] J. M. Yunus A.Cengel, *Meccanica dei fluidi*, Mc Graw Hill, seconda edizione.
- [2] V. Bortolotti, «Dispense del corso "modelli per la geotermia M",» Alma Mater Studiorum Università di Bologna.
- [3] A. Reverberi, «Accoppiamento esterno del simulatore per sistemi geotermici ad alta entalpia iTOUGH2 con un simulatore di pozzo,» Tesi di Laurea, Alma Mater Studiorum Università di Bologna, 2009/2010.
- [4] G. Chierici, *Principi di ingegneria dei giacimenti di idrocarburi*, Milano: I edizione, AGIP, 1989.
- [5] M. Scapolo, «Linee di flusso per modelli discretizzati con grigli 3D non strutturate: calcolo e visualizzazione sviluppati in ambiente MatLab,» Tesi di Laurea, Alma Mater Studiorum Università di Bologna, 2016/2017.
- [6] G. N. D. Citrini, *Idraulica*, II edizione, Casa Editrice Ambrosiana, 1987.
- [7] E. Mesini, «Dispense del corso "Ingegneria dei giacimenti di Idrocarburi M",» Lezioni di meccanica dei giacimenti di idrocarburi, Alma Mater Studiorum Università di Bologna.
- [8] «Simulation and numerical modelling.pdf».
- [9] G. C. e. K. S. Painter S.L, «Pathline tracing on fully unstructured control-volume grids,» *Computational Geosciences*, n. 16(4), pp. 1125-1134, 2012.
- [10] M. S.F, «Mixed finite element methods for discretization and streamline tracing,» *PhD Dissertation, Stanford University*, 2008.
- [11] T. M.R., «Streamline simulation,» n. 6th International Forum on Reservoir Simulation, 2001.
- [12] A. F. R. e. A. F. S. Runhild A. Klausen, «Velocity interpolation and streamline tracing on irregular geometries,» 2012.
- [13] [Online]. Available: <http://software.dicam.unibo.it/tough2path>. [Consultato il giorno 3 12 2018].
- [14] M. S. Floater, «Generalized barycentric coordinates and application,» 2015.
- [15] [Online]. Available: <http://esd1.lbl.gov/research/projects/tough/software/tough2.html>. [Consultato il giorno 24 11 2018].

- [16] [Online]. Available: <https://www.ti.inf.ethz.ch/ew/Lehre/CG13/lecture/Chapter%206.pdf>. [Consultato il giorno 1 10 2018].
- [17] A. Quarteroni, Modellistica numerica per problemi differenziali, VI edizione, Springer.
- [18] [Online]. Available: <http://software.dicam.unibo.it/voro2mesh>. [Consultato il giorno 1 11 2018].
- [19] [Online]. Available: <http://software.dicam.unibo.it/tough2viewer>. [Consultato il giorno 2 11 2018].
- [20] [Online]. Available: <https://www.lffl.org/2014/05/paraview-potente-software-professionale.html>. [Consultato il giorno 10 1 2019].
- [21] A. B. e. S. Nagy, «Reservoir engineering assessment of low temperature geothermal resources in the Skierniewice,» Geothermics 29,2000.