### ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

### SCUOLA DI INGEGNERIA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'ENERGIA ELETTRICA E DELL'INFORMAZIONE "Guglielmo Marconi" DEI

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA DELL'ENERGIA ELETTRICA

### TESI DI LAUREA

in Ingegneria dei Sistemi Superconduttivi M

### PERDITE AC NEI MATERIALI SUPERCONDUTTORI AD ALTA TEMPERATURA CRITICA

CANDIDATO Francesca Guglielmo RELATORE Prof. Ing. Marco Breschi

CORRELATORI Ing. Andrea Musso Prof. Ing. Gaetano Pasini

Anno Accademico 2017/18

Sessione II

# Indice

	Indice	1
	Introduzione	3
	1. SUPERCONDUTTIVITA'	5
1.1	Origine del fenomeno	6
1.2	Parametri critici	9
1.3	Superconduttori di II tipo	11
1.4	Pinning	14
1.5	Teorie superconduttive	17
	2. MATERIALI HTS	. 19
2.1	Materiali Superconduttivi	20
2.2	Ossidi Superconduttivi	21
2.3	Distribuzione di corrente e campo all'interno del superconduttore	25
2.4	Legge della potenza	29
	3. PERDITE AC	. 31
3.1	Perdite di trasporto e magnetizzazione	32
3.2	Modelli su COMSOL Multiphysics®	37
3.3	Modello integrale (1D)	39
3.4	Modello H-formulation (2D)	41

	4. VALIDAZIONE DEI MODELLI	
4.1	Corrente di trasporto imposta	44
4.2	Campo magnetico esterno applicato	
	5. APPARATO SPERIMENTALE	55
5.1	Prova di corrente critica	56
5.2	Taratura degli strumenti	61
5.3	Prove sul superconduttore	
5.4	Realizzazione di bobine superconduttive	
	Conclusioni	
	Bibliografia	

### Introduzione

Sin dalla prima metà del secolo scorso, la scoperta dei fenomeni legati al mondo dei superconduttori ha aperto numerose prospettive di utilizzo per questi materiali, ma ha anche rappresentato una nuova sfida per la comunità scientifica, ritrovatasi a discutere di differenti meccanismi di conduzione delle cariche a livello subatomico. L'assenza di resistenza elettrica e il perfetto diamagnetismo riscontrati a temperature prossime allo zero assoluto ha definito un nuovo stato della materia, caratterizzato da parametri critici che incidono sull'osservarsi del fenomeno stesso.

Tale scoperta è stata permessa grazie ai passi avanti negli studi criogenici di inizio secolo, con l'importante traguardo, nel 1908, della liquefazione dell'elio: velocemente si susseguirono scoperte riguardo nuovi materiali, proprietà e comportamenti.

L'avvento dei materiali superconduttori del secondo tipo che presentano proprietà superconduttive a temperature ben superiori a quelle dei superconduttori della generazione precedente ha dato il via allo sviluppo di nuove applicazioni, poiché è stato possibile prevedere un sistema di raffreddamento meno energivoro. Il rapido spostamento dei flussoni, denominato "flux jump", all'interno dei materiali superconduttivi del secondo tipo determina una dissipazione importante, sufficiente a riportare il materiale in zona normale entro pochi nanosecondi. In regime tempovariante si verificano perdite di entità non trascurabile: una delle sfide ancora aperte riguarda la stabilità di questi materiali in stato superconduttivo. Lo studio della fenomenologia fisica alla base della potenza dissipata è fondamentale per minimizzare tali perdite e prevederne l'entità ai fini di dimensionare il sistema di raffreddamento. Ciò permetterebbe di valutarne l'impiego nelle applicazioni di potenza.

In questo elaborato è stata condotta l'analisi delle perdite AC nei superconduttori ad alta temperatura critica, introducendo una modellazione tramite il software COMSOL Multiphysics© per un nastro infinitamente lungo soggetto a campo magnetico esterno e corrente di trasporto imposta. Queste sollecitazioni sono state inserite in due diverse formulazioni matematiche, entrambe sviluppate agli elementi finiti, per osservare le risposte di due distinti approcci: modello integrale e H-formulation.

Le simulazioni numeriche effettuate hanno reso possibile un dimensionamento di massima del sistema di misura delle perdite. Successivamente, grazie a questi risultati, è stato realizzato un setup sperimentale per misurare la potenza dissipata per corrente di trasporto in un campione di GdBCO. La prova sperimentale richiede l'analisi delle criticità introdotte dalla non linearità del materiale superconduttore e le problematiche insorte in termini di elettronica dei componenti.

Nel primo capitolo vengono presentati i concetti generali riguardanti l'origine del fenomeno e le teorie alla base della sua natura microscopica, mostrandone i vincoli termici ed elettromagnetici.

Il secondo capitolo esamina le famiglie di materiali superconduttori fino ad ora scoperti, la loro composizione chimica e dunque le loro differenti proprietà. Si approfondisce lo studio dei materiali ad alta temperatura critica e la distribuzione di corrente al loro interno, da cui deriva una determinata trattazione matematica.

Tale formulazione si dimostra necessaria per affrontare l'analisi delle perdite al capitolo terzo, in cui si considera la natura delle dissipazioni a cui un superconduttore è soggetto. Vengono discusse le diverse metodologie di misura impiegate in letteratura e i due modelli numerici utilizzati per le simulazioni numeriche effettuate.

Al quarto capitolo si mostrano i risultati delle simulazioni numeriche, confrontandoli con quelli ottenuti dalle formule analitiche presenti in letteratura e ricercando differenze e vantaggi degli approcci utilizzati.

Il quinto capitolo propone un metodo di misura delle perdite AC, alternativo rispetto a quelli più frequentemente impiegati, mostrando l'iter seguito per predisporre la strumentazione.

# Capitolo primo:

# **SUPERCONDUTTIVITA'**

La scoperta della superconduttività è stata guidata e supportata dai nuovi passi avanti raggiunti dagli studi criogenici a inizio secolo, con il grande traguardo raggiungo nel 1908 della liquefazione dell'elio: ciò ha permesso di esplorare le caratteristiche elettriche dei materiali a temperature prossime allo zero assoluto.

Un superconduttore è un materiale che due diverse proprietà elettromagnetiche quando esposto al di sotto di una particolare temperatura, detta temperatura critica  $T_c$ , ovvero l'assenza di resistività elettrica e il perfetto diamagnetismo.

In seguito si osserverà una dipendenza dello stato superconduttivo anche da altri parametri operativi: vi è un limite superiore per quanto riguarda il campo magnetico esterno a cui è soggetto il materiale e la densità di corrente che lo percorre.

Il perfetto diamagnetismo si traduce in un'impossibilità di far penetrare linee di campo magnetico applicato al suo interno: sono detti superconduttori di tipo I. I superconduttori di tipo II si differenziano da quelli del I tipo poiché presentano proprietà magnetiche più complesse: espellono il campo magnetico esterno fino a un primo valore limite, al di sopra del quale le linee di campo penetrano parzialmente, aumentando sempre più fino a penetrarlo completamente in corrispondenza di un secondo valore limite.

#### 1.1 Origine del fenomeno

Il mondo superconduttivo è stato scoperto nel 1911, quando K.Hamerleigh Onnes, fisico olandese dell'Università di Leiden, osservò una discontinuità nell'andamento della resistenza di un provino di mercurio, esposto a una temperatura prossima allo zero



Figura 1.1: Crollo della resistenza nel grafico T-p [1]

assoluto. Osservò una transizione fino a valori non misurabili dalla strumentazione in suo possesso nel diagramma resistenza-temperatura, a partire dal valore di 4.2*K*:

Alla pressione atmosferica, 4.2*K* è la temperatura critica  $T_c$  caratteristica del materiale, alla quale si presenta il fenomeno che Onnes definì *superconduttivo*.

Il provino ha dimostrato una perfetta conduttività in determinate condizioni operative, che si differenziano dalla conduzione ideale propria del conduttore perfetto, dove la resistività è data dalla somma di due contributi, secondo la regola di Matthiessen:

$$\rho = \rho_r + \rho_t$$

Dove  $\rho_t$  è dovuta all'agitazione termica originata da vibrazioni del reticolo cristallino, e  $\rho_r$  è la componente imputabile a imperfezioni della struttura, che dunque hanno come effetto l'ostacolare il flusso di cariche.

In accordo con la teoria classica dell'elettromagnetismo, nei metalli la resistenza elettrica è dovuta all'interazione tra elettroni in conduzione e reticolo cristallino, dunque più si ha energia termica all'interno del reticolo, più esso vibra e aumenta quindi le probabilità di urto tra reticolo e cariche in conduzione. Nel momento in cui si arriva al valore di zero assoluto, la vibrazione è nulla e l'unico urto possibile è dato dai difetti, che creano quindi un valore limite inferiore alla resistività. La prima indagine svolta dal fisico olandese prevedeva un metodo standard di misurazione della resistenza elettrica, e nel momento in cui si è dimostrata minore della sensibilità dello strumento, non è stato possibile definirne il valore come nullo poiché, appunto, non misurabile. Da qui l'esigenza di svolgere misure sulla corrente che attraversa il provino e valutarne il suo decadimento, se presente: nel qual caso, il decadimento sarebbe regolato dalla costante  $\tau$  che dipende dalla resistività.

L'esperimento condotto fu su un circuito in cui si la corrente veniva instaurata tramite un processo induttivo, e tale corrente si dimostrò essere persistente nell'intervallo di tempo di osservazione, anche dopo aver rimosso la sorgente.

Il confronto tra l'andamento della resistività per conduttori ideali, privi di difetti, e conduttori reali, con impurezze al loro interno è esplicitato nella seguente figura:



Figura 1.2: Andamento della resistività nei conduttori ideali e reali [1]

L'andamento in figura è continuo, a differenza della curva di resistività definita da Onnes con le prove sul Mercurio, nella quale si ha un netto crollo a valori nulli, indipendentemente dallo stato di purezza del reticolo cristallino. Inoltre, in corrispondenza di tale valore di temperatura ( $T = T_c$ ), si osserva una discontinuità nella capacità termica per mole, che testimonia una vera e propria transizione di stato.

Di per sé la perfetta conduzione da parte di un materiale, non identifica il materiale come superconduttivo, poiché tale proprietà è presente anche nei conduttori ideali: l'ulteriore proprietà caratterizzante è il *perfetto diamagnetismo*. Nel 1933 Meissner e Ochsenfeld scoprirono che il superconduttore è in grado di escludere un campo magnetico esterno dal materiale, impendendo ai campi magnetici di penetrarlo, e di espellerlo nel caso in cui inizialmente venisse applicato un campo esterno **B** e non si trovasse a temperatura inferiore rispetto a  $T_c$ . L'esclusione del campo esterno è presente anche nel comportamento del conduttore perfetto, in quanto, osservando resistività nulla allo zero assoluto, e partendo dalla legge di Ohm in forma locale:

$$\boldsymbol{E} = \rho \boldsymbol{J}$$

Ne consegue che si ha un campo elettrico nullo per densità di corrente finita. Dalla legge di Faraday:

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$$

Poiché il campo elettrico è nullo, deve quindi esserci un campo B costante all'interno.

Lo stato di magnetizzazione dipende dalla sequenza di condizioni operative applicate, poiché l'unica condizione da rispettare è quella di mantenere il flusso a valore costante da quando viene applicato un campo esterno H: se è stato applicato a temperatura maggiore di 0K si instaurerà un  $B \neq 0$  poiché la resistività non è nulla, e dovendosi mantenere costante, anche una volta raffreddato completamente, manterrà il valore di B. Se invece è stato prima raffreddato alla temperatura dello zero assoluto e sottoposto a un campo esterno, B deve essere nullo e dovrà mantenersi costante a questo valore anche per temperature superiori.

Un materiale nello stato superconduttivo, invece, presenta al suo interno un campo magnetico nullo a prescindere dal campo magnetico iniziale e dalla sequenza di condizioni operative a cui è sottoposto: si ha il fenomeno di espulsione delle linee di campo, detto **effetto Meissner**.

Le linee di campo saranno espulse dal materiale, che si magnetizza, ovvero lo si schematizza con:

$$\boldsymbol{B} = \mu_0 \left( \boldsymbol{H} + \boldsymbol{M} \right) = 0$$

Dunque, la risposta magnetica del materiale è rappresentata dalla magnetizzazione M, e sarà uguale e opposta al vettore campo magnetico:

$$M = -H$$

Nel momento in cui il campo penetra, il materiale si magnetizza in modo da produrre un campo magnetico esattamente opposto, mediante correnti di schermo superficiali, che fluiscono entro uno spessore di 10-100nm:



Figura 1.3: Magnetizzazione M al variare del campo esterno applicato H [15]

### 1.2 Parametri critici

L'applicazione di un campo magnetico esterno sufficientemente alto porta a un ripristino della resistività normale per i superconduttori di tipo I, ed è detto **campo magnetico critico**  $B_c$ . Per valori di campo esterno inferiori si rimane in zona superconduttiva, se anche la temperatura rimane al di sotto della temperatura critica  $T_c$ . Così come per la temperatura, il valore di campo magnetico critico è una caratteristica intrinseca del materiale considerato, non è influenzato dal particolare provino osservato. Questi due parametri quindi, si influenzano a vicenda e si può individuare una regione superconduttiva in cui il campo magnetico critico ha una parabolica dipendenza dalla temperatura:

$$B_c = B_c(0) \left[ 1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^2 \right]$$

Con  $B_c(0)$  valore di campo magnetico critico alla temperatura di 0K. L'intensità dell'induzione magnetica espulsa dal materiale non può avere una discontinuità dal valore esterno al valore nullo interno, diminuisce gradualmente fino ad annullarsi con legge esponenziale:



Figura 1.4: Diminuzione dell'induzione magnetica nello stato superficiale di un superconduttore di tipo I [1]

Con  $\lambda$  profondità di penetrazione: spessore dello strato di materiale in cui scorrono le correnti, e dunque penetra l'induzione magnetica; in prossimità della temperatura critica, tale valore aumenta molto rapidamente, a conferma della macroscopica manifestazione della transizione di fase.

Un ulteriore parametro è la corrente di trasporto che attraversa il superconduttore; se il materiale è percorso da una densità di corrente superiore al valore critico  $J_c$ , densità di corrente critica, anch'esso porta al ripristino delle condizioni normali. È legato al valore di  $B_c$ , in quanto definito come il valore in corrispondenza del quale, in qualunque punto del materiale considerato, l'intensità del campo magnetico totale supera il valore critico e si ha la transizione. Fa riferimento al campo totale, quindi rappresenta il limite superiore alla magnetizzazione dello strato superficiale del provino, che si traduce in valore di soglia per la corrente di schermo che può essere sostenuta. Ancora, in assenza di campo magnetico esterno, l'auto-campo generato dalla corrente di trasporto che interessa la superficie del superconduttore non deve superare il campo magnetico critico. Operativamente, quest'ultima definizione permette di stabilire il valore della densità di corrente critica ed è detto *criterio di Silsbee*: definisce il valore critico del parametro, in assenza di campo magnetico esterno, quando si ha la transizione a stato normale.

In questo caso, la geometria e i trattamenti termici e meccanici subiti dal provino influenzano questo parametro. Per cui, considerando  $J_c(0)$  come valore limite per condizioni di campo esterno applicato nullo, la dipendenza dagli altri parametri critici è la seguente:

$$J_c = \frac{B_c}{B_c(0)} J_c(0) \left[ 1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^4 \right]^{1/2}$$

Tutti i parametri critici vanno a comporsi per definire una regione superconduttiva tridimensionale. È possibile descrivere una superficie nello spazio H-T-J che separa la fase superconduttiva dalla fase normale:



Figura 1.5: Superficie tridimensionale delle fasi per superconduttori del I tipo [2]

Altro parametro critico superconduttori è la frequenza: in presenza di campo elettromagnetici variabili nel tempo il superconduttore rimane tale per valori inferiori alla **frequenza critica**  $f_c$ . Ciò accade perché l'alta frequenza fornisce un apporto energetico sufficiente per eccitare i superelettroni in uno stato più alto, dove possono assumere solo un comportamento da normali elettroni in banda di conduzione.

### **1.3** Superconduttori di II tipo

I superconduttori del II tipo si differenziano in quanto presentano due valori di campo magnetico critico a scandire le proprietà del materiale, la transizione non avviene in modo netto. Con il raggiungimento del valore  $B_{c1}$ , campo magnetico critico inferiore, le linee di campo cominciano a penetrare, viene meno la condizione di perfetto diamagnetismo e si entra in quello che è definito *stato misto*. Questa particolare condizione è stata a fondo studiata dapprima da Ginzburg e Landau nel 1950 e poi sviluppata ancora da Abrikosov, che nel 1957 ne pubblicò un'analisi energetica dettagliata. Le linee di campo che penetrano determinano una locale transizione a stato normale, ogni tubo di flusso che interessa il materiale è detto flussoide.

All'interfaccia tra materiale normale e superconduttore si ha un graduale decadimento del campo magnetico, valutato grazie alla profondità di penetrazione  $\lambda$ , mentre si ha un ulteriore parametro che regola la densità dei superelettroni all'interno del superconduttore; è detta **lunghezza di coerenza**  $\xi$ , e dipende dalla temperatura come anche dalla purezza del materiale. L'andamento dei due parametri all'interfaccia è ovviamente opposto perché, mentre  $\xi$  è legato a un fenomeno di superconduttività,  $\lambda$  è legato allo stato normale dei materiali:



Figura 1.6: Andamento dei parametri  $\xi \in \lambda$  all'interfaccia [2]

La situazione intermedia creatasi con la penetrazione del campo magnetico esterno, dà luogo ad una energia superficiale che si somma all'energia libera di Gibbs. Lunghezza di coerenza e profondità di penetrazione apportano contributi diversi a questo termine energetico, provocando un salto di energia in prossimità della zona di confine, pari a:

$$G_n - G_s = \frac{1}{2}\mu_0 H^2$$

Con  $G_n$  energia associata all'interno del materiale, che riduce l'energia libera specifica  $G_s$  poiché la presenza di superelettroni rende la situazione più ordinata abbassandone l'entropia. Integrando opportunamente i contributi dell'equazione, si ottiene l'andamento dell'energia superficiale, che dipende dal parametro  $\kappa$ :

$$\kappa = \lambda / \xi$$

Se  $\kappa < 1/\sqrt{2}$  allora l'energia superficiale è positiva, ovvero si è nello stato intermedio. È uno stato energeticamente sfavorito poiché incrementa l'energia libera specifica, che per essere minimizzata deve avere una minima superficie di separazione dei domini. Ciò comporta una normalizzazione di tutta la superficie coinvolta, quindi non è uno stato d'equilibrio stabile. La penetrazione del campo esterno porta a una transizione di tutto il materiale, a parte particolari condizioni geometriche in cui si verifica l'alternanza di stato transito e stato superconduttivo in equilibrio termodinamico. Se, invece,  $\kappa > 1/\sqrt{2}$  l'energia superficiale è negativa e lo stato è energeticamente favorito: stato misto. Poiché rappresenta un contributo negativo, è tanto più favorito quanto più si ha massimizzato il rapporto superficie/volume. Tale condizione si verifica quando si hanno tanti più domini esistenti all'interno del materiale, ovvero quando a penetrare è la singola linea di flusso, il quanto di flusso, detto **flussone** che vale:

$$\Phi_0 = \frac{h}{2e} = 2.07 \cdot 10^{-7} Gauss \cdot cm^2$$

Ciascun flussone è avvolto da un vortice di supercorrenti, questi nuclei si respingono a vicenda a causa della repulsione elettromagnetica, disponendosi ai vertici di esagoni regolari. All'aumentare del campo magnetico esterno, i nuclei normali si fanno sempre più densi fino a un valore di **campo magnetico critico superiore**  $B_{c2}$ , in cui si ha completa transizione a materiale normale:



Figura 1.8: Andamento dell'induzione magnetica e della magnetizzazione in funzione del campo magnetico esterno applicato per superconduttori di II tipo. Inizialmente essi hanno lo stesso andamento dei superconduttori di I tipo [15]

Per quanto riguarda la magnetizzazione, essa cala fino al valore di campo critico inferiore, per poi aumentare fino ad annullarsi poiché viene meno la necessità di contrastare le linee di campo esterne, in quanto esse penetrano gradualmente.

### 1.4 Pinning

Lo stato energeticamente stabile è dunque lo stato misto, che si manifesta unicamente nei superconduttori di tipo II, formato da flussoni che invadono la superficie del materiale minimizzando l'energia libera di Gibbs. Laddove ci sono i vortici il materiale è normale, ma la corrente scorrerà comunque nelle zone superconduttive poiché a resistenza minore.



Figura 1.9: Disposizione dei vortici all'interno di un superconduttore del II tipo [3]

Al di sopra di determinate densità di corrente che fluiscono nel superconduttore, si presenta un accoppiamento elettromagnetico tra corrente di trasporto e flussoni: essi sono soggetti alla forza di Lorentz dovuta dall'interazione con il campo:

$$F_L = J \times B$$

Che tende a farli traslare. Tale forza è esprimibile in  $N/m^3$  e, poiché la repulsione tra i quanti di flusso li dispone in un reticolo ben determinato e regolare, la totalità dei flussoni trasla rigidamente: questo movimento collettivo e continuo è detto **flux flow**. La migrazione di zone normali e non, determina una dissipazione di energia in termini di calore; la conducibilità termica è ridotta in stato superconduttivo per cui il materiale non è in grado di smaltire l'aumento di temperatura. Il risultato finale non è altro che la transizione locale a stato normale, dapprima limitato spazialmente, fino a interessare l'intera superficie nel caso non ripristinato il bilancio energetico (recovery) alla condizione iniziale. Si ha una transizione che non è più limitata a determinate zone, con un aumento della resistività: si parla in questo caso di **quench**, e può verificarsi in tempi molto rapidi, nell'ordine del 10<sup>-4</sup>s.

Nonostante si lavori in zona superconduttiva, operare in stato misto determina una dissipazione di calore e la conseguente transizione, dovuta allo spostamento dei flussoni sulla superficie; un modo per impedire loro di traslare è compensare la forza di Lorentz, e lo si fa ancorando le linee di campo al materiale, per ottenere:

$$F_L = F_P$$

Dove  $F_P$  è la forza di pinning, che quantifica l'ancoraggio alle imperfezioni del reticolo cristallino. In certi materiali si introduce tramite trattamenti termici e meccanici per rendere la distanza reticolare assimilabile alla distanza tra i vortici, come nel NbTi, mentre in materiali come il Nb<sub>3</sub>Sn si sfruttano i bordi di grano: interfaccia tra le impurità del reticolo. L'entità della forza di pinning che caratterizza un determinato materiale, li distingue in due tipologie: hard e soft. Nei materiali di tipo **hard** la forza di ancoraggio è di notevole entità, a differenza dei **soft**.

Il distacco dei flussoni dai centri di pinning può anche essere causato dall'agitazione termica, che fornisce l'energia sufficiente per migrare da un centro all'altro; a differenza del flux flow, si parla di un movimento locale ed è detto **flux creep**. Questo tipo di movimento è il meno frequente che operativamente si verifica, se posta adeguata attenzione alle condizioni di lavoro. Inoltre, un provino sottoposto a sollecitazione di tipo termico, meccanico o elettrico può presentare un movimento collettivo dei flussoni, occasionale ma molto dissipativo, e prende il nome di **flux jump**. Questi fenomeni determinano una variazione dello stato interno del superconduttore, le cui caratteristiche vanno a concatenarsi tra loro; l'effetto finale sarà un'amplificazione del disturbo iniziale, instaurando una sorta di feedback positivo.

Quando si raggiunge il campo  $Hc_2$  i vortici hanno invaso completamente il materiale quindi esso è transito ed è diventato normale; a questo punto se c'è pinning i flussodi che erano entrati, rimangono ancorati ai centri anche se viene annullato il campo esterno: tale irreversibilità si traduce in un comportamento isteretico:



Figura 1.10: Caratteristica isteretica nella curva di induzione magnetica e magnetizzazione, in funzione del campo applicato esterno. [1]

In questo modo, si osserva che la magnetizzazione di un superconduttore dipende dalla storia magnetica precedente. Operando su un provino una variazione tempo-variante del campo magnetico applicato, quindi in regime di corrente alternata, la magnetizzazione presenta un ciclo di isteresi.



Figura 1.11: Ciclo di isteresi

L'area sottesa alla curva coincide con l'energia dissipata nel ciclo per unità di volume.

Dalla curva di magnetizzazione in *Figura 1.10* si osserva che il grafico non segue un unico profilo in funzione del campo esterno applicato, bensì presenta una linea di magnetizzazione, dapprima uguale a quella di smagnetizzazione, per poi differenziarsi da un certo valore di campo applicato. La zona in cui si ha la sovrapposizione delle due curve è detta **zona di reversibilità** e segna il limite di utilizzazione del materiale, in cui i vortici rimangono ancorati ai centri di pinning e dunque si parla di *vortex glass*. Entrando nel campo di irreversibilità invece, si osservano perdite dovute all'instaurarsi del flux flow e il movimento dei vortici ne determina l'inutilizzabilità; questa zona è definita *liquid vortex*, e non rappresenta interesse applicativo.

### **1.5** Teorie superconduttive

Per quanto riguarda i modelli del fenomeno superconduttivo si sono susseguiti diverse teorie, ma nessuna è, ancora oggi, esaustiva.

Il **modello classico** sviluppato da London nel 1935 parte dalle equazioni di Maxwell e ne introduce una discontinuità nell'istante della transizione. In questo modo riesce a modellizzare le caratteristiche macroscopiche, quindi il comportamento della resistività e del perfetto diamagnetismo, ovvero dell'effetto Meissner. Arriva alla formulazione di due equazioni, dette equazioni di London che esprimono il comportamento del campo magnetico all'interno del superconduttore e della densità di corrente che vi scorre, ma è applicabile unicamente ai superconduttori di tipo I.

Il modello **MQM** (**Macroscopic Quantum Model**) descrive il comportamento della totalità dei superelettroni, utilizzando le equazioni d'onda: il modello considera la soluzione all'equazione di Schroedinger, per particelle cariche in un campo elettromagnetico, per ricavare la densità di corrente. In questo modo è possibile prevedere l'esistenza della superconduttività del II tipo e dal modello è possibile derivare le equazioni di London, che sono quindi comprese nel MQM.

Nel 1950 **Ginzburg e Landau** introducono l'aspetto termodinamico al Macroscopic Quantum Model, in modo tale da studiare la transizione di fase dei materiali superconduttivi, a partire dall'osservazione della discontinuità nella caratteristica della capacità termica molare.

Sette anni dopo, nel 1957, si correla il fenomeno all'interazione dei portatori di carica con il reticolo cristallino, con la **teoria di Bardeen, Cooper e Schriffer (BCS)**. È un modello macroscopico che descrive l'origine dello stato superconduttivo che ha validità per materiali metallici, a bassa temperatura critica, ma il limite è la non applicabilità ai materiali ceramici che presentano alta temperatura critica.

A differenza della visione della conduttività, dovuta alla ridotta interazione tra cariche in movimento e reticolo cristallino, la superconduttività è invece data grazie a questa interazione. È dovuta alla presenza di un elettrone all'interno del reticolo, che scambia con il reticolo energia e momento; il reticolo reagisce al passaggio dell'elettrone, creando quindi una scia di carica positiva, un percorso preferenziale per il passaggio di un secondo

elettrone, al quale cede l'energia ricevuta dal primo, senza dissipazione di energia e quantità di moto. La superconduttività dipende quindi da coppie di elettroni, dette **coppie di Cooper**; occupando il medesimo stato energetico, possibile nei fermioni per la condensazione di Bose Einstein, la coppia di elettroni deve necessariamente avere spin opposto, creando quindi un bosone. A campi magnetici molto elevati viene trasferito un gap energetico tale da causare l'allineamento degli spin e dunque il doppietto non è più in grado di formare un bosone. Mentre per quanto riguarda l'agitazione termica, la temperatura critica rappresenta la temperatura alla quale la vibrazione del reticolo cristallino non rende possibile la creazione del percorso preferenziale a carica positiva: al passaggio del primo elettrone il reticolo non è in grado di percepire tale carica in modo efficace per creare una scia distinguibile rispetto ad altri percorsi. Il meccanismo alla base della teoria BCS è dunque l'interazione tra reticolo cristallino per mezzo del **fonone**, quanto di energia, con uno scambio in cui non si verifica dissipazione.

### Capitolo secondo:

# 2. MATERIALI HTS

La scoperta della superconduttività ha dato inizio alla ricerca di nuovi materiali che presentano i comportamenti descritti nel capitolo precedente, ma anche la ricerca di tali comportamenti nei materiali già conosciuti. I metalli che presentano il fenomeno superconduttivo hanno temperature molto basse e si predilige l'utilizzo in ambito prettamente di ricerca, mentre per le leghe si riesce ad avere un limite meno restrittivo. Nel 1961, nel laboratorio Bell, J. E. Kunzler individuò composti e leghe capaci di resistere a campi molto intensi, fino ai 30T e a densità di correnti molto elevate, fino a 106 A/cm<sup>2</sup>: ciò spinse la ricerca a rivalutare i superconduttori del II tipo in chiave applicativa e non unicamente volta alla ricerca scientifica. L'anno seguente, Josephson analizza una particolare giunzione superconduttiva formata da due materiale superconduttori divisi da un sottile strato isolante, e pone le basi a future applicazioni nel campo dell'elettronica.

La ricerca presta particolare attenzione a quei materiali che hanno temperature critiche maggiori della temperatura di liquefazione dell'azoto, poiché l'utilizzo di questo materiale rende operativamente più semplice la strumentazione: è possibile quindi utilizzarlo come liquido criogenico, prevedendo un sistema di raffreddamento meno energivoro. Dal 1986 in poi, anno in cui Muller e Bednork scoprirono nuovi materiali superconduttivi di utile applicazione, le perovskiti, si iniziò a percorrere la strada verso la scoperta di materiali fino a temperature critiche maggiori di 77K, superconduttori ad alta temperatura critica: HTS.

### 2.1 Materiali Superconduttivi

Il fenomeno superconduttivo riguarda più elementi della tavola periodica, caratterizzati da temperature critiche molto basse, dal valore di 325 mK del Rodio (Rh) a 9.2K del Niobio (Nb). Quest'ultimo è stato largamente utilizzato in leghe e composti intermetallici, con il Titanio (NbTi) e lo Stagno (Nb<sub>3</sub>Sn). Gli elementi puri interessati sono i seguenti:



Figura 2.1: Tabella periodica in cui sono mostrati gli elementi che presentano superconduttività, in condizioni normali o di alta pressione/radiazione/lavorati in film sottili [4]

Dal 1973 in poi, si osserva il fenomeno anche in materiali contenenti ossigeno, con temperature critiche ancora molto basse, dell'ordine dei 13K, mentre dal 1986 si osservano temperature critiche quando l'ossigeno è legato al rame, quindi a formare ossidi, detti ceramici perché le caratteristiche fisiche, chimiche, meccaniche e i processi di lavorazione sono simili a quelli dei materiali ceramici.

La scoperta di Bednorz e Muller, nel 1986, vede un valore notevolmente più alto di temperatura critica rispetto ai valori fino ad allora riscontrati: nell'ossido ceramico La-Ba-Cu-O si arriva circa a 30*K*, e tale osservazione inizializzò la ricerca alte temperature critiche tra questi materiali.

Dall'anno successivo i dati riscontrati sperimentalmente furono molto soddisfacenti, poiché vennero scoperti ossidi ceramici in cui la temperatura critica supera la temperatura

dell'azoto liquido (77*K*): l'YBCO con 93*K*, ossidi a base di Bismuto con 110*K*, a base di Tallio fino a 125K, a base di Mercurio fino a 135K.

Nella seguente figura sono inseriti gli ossidi ceramici in funzione dell'anno di scoperta del fenomeno superconduttivo su di essi, e dei valori critici raggiunti:



Figura 2.2: Temperature critiche di elementi e leghe inizialmente utilizzati, rispetto agli ossidi ceramici [4]

In cui si osserva come i valori raggiunti grazie a questa nuova categoria di ossidi siano utili al fine applicativo poiché al di sopra della temperatura dell'azoto liquido.

#### 2.2 Ossidi Superconduttivi

Gli ossidi ceramici sono caratterizzati da piani rame-ossigeno (Cu-O) che permettono il fenomeno superconduttivo, intervallati da altri piani di cationi alcalini; dunque presentano una forte anisotropia, in cui addirittura gli altri strati sono strati isolanti, e rappresentano una riserva di cariche positive asservita ai piani conduttivi.

La loro struttura è regolare e ricorda la struttura cristallina delle *perovskiti*, ovvero celle elementari cubiche in cui sono presenti due cationi, A e B, in cui A si trova al centro e B

al vertice del cubo centrato in A; si hanno di conseguenza X anioni, spesso ossigeno, per una formula stechiometrica del tipo:  $ABX_3$ , con rapporto 1:1:3, o 1:2:3.

Gli ossidi ceramici presentano una variazione rispetto alla formula delle perovskiti, in cui i piani di rame e ossigeno individuano il piano *ab*, mentre la direzione perpendicolare ad essi è l'asse *c*, ovvero la direzione degli n strati.

Le varie famiglie di questi composti variano a seconda del blocco isolante, nel caso dell'YBCO (Ittrio e Bario), la cui struttura è la seguente:



*Figura 2.3: (a) Struttura 3D dell'YBCO, (b) strato cuprato in cui è favorita la superconduttività [4]* Il numero di composti che formano gli ossidi influenza la temperatura critica del materiale, così come incide molto la pressione, spesso in modo inverso, ovvero all'aumentare della pressione si ha una riduzione della temperatura critica.

La densità di corrente critica degli ossidi è strettamente legata all'orientazione del materiale a causa della forte anisotropia, così come dall'orientazione del campo di induzione magnetica esterno. Infatti, si verificherà il fenomeno superconduttivo quando corrente e induzione esterna sono dirette lungo i piani *ab*, per cui è possibile schematizzare la densità di corrente critica del materiale come somma di 4 contributi, dovuti alle due possibili orientazioni delle due grandezze:  $J_c^c$ ,  $J_{ab}^c$ ,  $J_c^{ab}$ ,  $J_c^{ab}$ , dove il pedice indica la direzione di circolazione della corrente e l'apice indica la direzione del campo di induzione esterno.

Una caratteristica meccanica importante ai fini applicativi è la trasportabilità dei materiali, in quanto è possibile ridurli a polveri con lavorazioni simili a quelle delle ceramiche, e sono facilmente depositati su film sottili, in cui si hanno successioni di piani

*ab* per tutta la lunghezza del film. Gli spessori sono dell'ordine di 1  $\mu m$ , per cui è necessario depositare i superconduttori in substrati adeguati, in termini di compatibilità chimica, simili proprietà fisiche e meccaniche per evitare, ad esempio, che non ci sia coerenza di dilatazione termica quando sono sottoposti a intervalli di temperatura elevati. Questi materiali così assemblati sono detti *coated conductor*, e consentono raggi di curvatura fino a 20mm, la loro caratteristica è quella di avere un elevato *aspect ratio*, rapporto tra larghezza e spessore del nastro, tipicamente assume valori da 1000 a 10000. Il nastro superconduttivo è formato da più strati di materiale, in modo da supportare meccanicamente, termicamente e elettricamente il nastro superconduttore. Solitamente si ha un substrato di spessore dell'ordine di 100  $\mu m$  su cui appoggiare direttamente il superconduttore ( $\cong 1 \mu m$ ); sopra di esso viene inserito uno stabilizzatore di spessore doppio al superconduttore, per poi aggiungere un rinforzo di tipo metallico per irrobustire la struttura, solitamente l'acciaio.

Per quanto riguarda il **GdBCO**, utilizzato nelle prove sperimentali del progetto analizzato in questo elaborato, si ha una formula bruta del tipo:

#### $GdBa_2Cu_3O_{7-x}$

Per questo materiale la densità di corrente critica ha una diminuzione meno marcata all'aumentare del campo magnetico, rispetto ad altri materiali HTS. Si veda ad esempio la Figura 2.4 per un confronto tra GdBCO e YBCO.



*Figura 2.4: Andamento della densità di corrente critica in funzione del campo magnetico esterno: per GdBCO e YBCO, sottoposti a campo parallelo o perpendicolare al piano c* [5]

Nonostante si noti una netta distinzione tra i risultati di campo magnetico applicato perpendicolarmente e parallelamente al nastro, le proprietà anisotrope per il GdBCO sono meno marcate rispetto agli altri tipici materiali HTS, come da *Figura 2.4* si osservano valori di densità di corrente pari a 3 volte quella osservata nell'YBCO con campo imposto di 1T, e pari a 5 volte con campo imposto 3T. Questo aspetto rende il materiale più affidabile nell'avvolgimento del nastro in bobine, poiché in questo caso il valore più basso di corrente critica incide significativamente sulla corrente critica dell'oggetto.

Il nastro utilizzato è stato prodotto dall'azienda SuNam Co., e prevede un'architettura come mostrata nella seguente figura:



Figura 2.5: Composizione interna del superconduttore in GdBCO utilizzato

Che ne mostra la superficie frontale. L'intera struttura è circondata da strati in rame dello spessore di 15  $\mu$ m ognuno, e più internamente da strati in argento più sottili, con uno spessore di 1,5  $\mu$ m ognuno. La parte più interna vede il superconduttore poggiato su un substrato con spessore di 104  $\mu$ m in acciaio inossidabile e un buffer layer di 200 nm composto da più ossidi ( $AlO_3, Y_2O_3, MgO, LMO$ ). Tale composizione garantisce un buon supporto meccanico e sufficiente dissipazione termica ed elettrica in caso di transizione del superconduttore, considerando che lo strato di superconduttore è di 1,5  $\mu$ m. lo strato in acciaio inossidabile risulta compatibile con lo strato di ossidi isolanti del buffer layer, non presenta fenomeni magnetici per cui è ragionevole utilizzarlo per misure di perdita

in regime alternato senza introdurre contributi aggiuntivi dovuti magnetizzazione del substrato, come spesso accade nei casi in cui è prevista l'aggiunta di Nichel.

### 2.3 Distribuzione di corrente e campo all'interno del superconduttore

Le sollecitazioni elettromagnetiche tempo-varianti applicate a un superconduttore possono riguardare sia l'imposizione di una corrente di trasporto, che si distribuirà secondo una determinata  $J_{trasp}$ , oppure l'imposizione di un campo magnetico esterno al materiale  $B_{ext}$ . La distribuzione delle due grandezze all'interno di un superconduttore è descritta da diversi modelli che si basano sulla descrizione fenomenologica della magnetizzazione del materiale stesso. Si basano sulla successione di stati d'equilibrio termodinamico e si differenziano tra loro per la dipendenza della densità di corrente *J* dal campo *B*.

Il **modello dello stato critico di Bean** fornisce una descrizione macroscopica per la magnetizzazione dei superconduttori di II tipo sottoposto a un campo magnetico esterno variabile nel tempo. La relazione tra campo elettrico instaurato e densità di corrente è fortemente non lineare:



Figura 2.6: Caratteristica E-J nel modello dello stato critico di Bean

Il modello pone un valore limite alla densità di corrente critica che il superconduttore può portare, pari al valore di densità di corrente critica  $J_c$ , e qualunque forza elettromotrice ne determinerà la circolazione. L'esistenza di un valore limite impone che tutta la densità di corrente diffonda all'interno del materiale all'aumentare della sollecitazione, il problema in esame si traduce in successioni di equazioni stazionarie, nel caso di una lastra

infinitamente estesa sugli assi z e x e centrata in 0 con coordinate (-a; a) sottoposta a campo magnetico esterno  $B_{ext}$ , con andamento tempo-variante monotono nel tempo. Partendo dall'equazione di Maxwell:

$$\overline{\nabla} \times \overline{B} = \mu_0 \overline{J}$$

Da cui l'analisi monodimensionale fornisce:

$$\frac{\partial B}{\partial y} = -\mu_0 J$$

Tale campo magnetico esterno imposto provoca l'instaurarsi di correnti di schermo sul superconduttore, che andranno a ridurre il campo magnetico complessivo in modo lineare:

$$B = \begin{cases} B_{ext} - \mu_0 J_c(a - y) & per \ a' \le y \le a \\ 0 & per \ -a' \le y \le a' \\ B_{ext} - \mu_0 J_c(a + y) & per \ -a \le y \le -a' \end{cases}$$

Per cui la densità di corrente critica  $J_c$  diffonde all'interno del superconduttore laddove si ha la penetrazione del campo magnetico B, come visto in [6]. Quando il valore del campo penetrato raggiunge un determinato valore  $B^*$  di saturazione in cui tutto il superconduttore è percorso dalla corrente  $J_c$ , valore che dipende dalla larghezza del nastro, si osserverà solamente un aumento di campo all'interno, mantenendo costante la densità di corrente:



Figura 2.7: (a) Penetrazione dei vortici. (b) Fronte di diffusione della corrente [6]

Le perdite istantanee, per unità di volume di lastra  $[W/m^3]$ , saranno definite come:

$$p(y) = E(y) J(y) = \begin{cases} J_c B_{ext} |y - a'| & per \ a' \le y \le a \\ 0 & per \ -a' \le y \le a' \\ J_c B_{ext} |y + a'| & per \ -a \le y \le -a' \end{cases}$$

poiché si sta analizzando una lastra infinitamente estesa in x e z, è interessante calcolare le perdite per unità di superficie:

$$P = \int_{-a}^{a} E \cdot J \, dy = J_c \, \frac{dB_{ext}}{dt} (a - a')^2$$

Da cui si osserva che quando B = B', e quindi a' = 0, le perdite rimangono invariate vettorialmente, con andamento analogo al termine  $\frac{dB_{ext}}{dt}$ .

Quando il campo esterno comincia a diminuire, si instaurano correnti di schermo opposte, in quanto dipendenti dal termine  $\left(-\frac{dB_{ext}}{dt}\right)$ : il fronte di densità di corrente e campo interno al superconduttore, avanzeranno all'aumentare, in modulo, della variazione del campo esterno:



Figura 2.8: Inversione del campo magnetico esterno: (a) Penetrazione dei vortici (b) Fronte di diffusione della corrente [6]



Fino alla completa inversione delle due grandezze:

#### Figura 2.9: (a) Penetrazione dei vortici (b) Fronte di diffusione della corrente

In questo modo il superconduttore presenterà sempre una magnetizzazione, che è possibile eliminare sottoponendolo a cicli consecutivi di ampiezza decrescente, maggiormente fine sarà la diminuzione di campo applicato, migliore sarà la smagnetizzazione. Si ottiene però una zona centrale in cui è presente un campo residuo e densità di corrente: puntualmente non si annullerà ma complessivamente si hanno strati di corrente uguale e opposta per cui è nullo il contributo macroscopico.

Utilizzando il modello dello stato critico di Bean si ottiene un modello in cui non è possibile dedurre il valore di campo elettrico applicato *E*, come evidente dalla figura (). Ciò significa che il calcolo della potenza istantanea, che integra il valore di  $E \cdot J$  sulla superficie analizzata, divergerà sempre. Inoltre, utilizzando questo modello non fornisce soluzioni per correnti imposte maggiori della corrente critica, per questo motivo si utilizza maggiormente un diverso modello: *E-J power law*.

### 2.4 Legge della potenza

In questo modello vengono messi in relazione i vettori E, J come in figura:



Figura 2.10: Caratteristica E-J nel modello dello stato critico di Bean [8]

La loro relazione è espressa analiticamente come:

$$E = E_0 \left(\frac{J}{J_c}\right)^n$$

Dove  $E_0$  è un valore convenzionale di campo al quale si osservano valori di densità di corrente critica, fissato solitamente a 1  $\mu$ V/cm, e *n* rappresenta un parametro adimensionale che dipende dal superconduttore in esame. È collegato alla natura microscopica del fenomeno del *flux creep*, rappresentando l'energia di attivazione di depinning dei vortici. Questo modello, per valori di *n* tendenti all'infinito, si riduce al modello dello stato critico di Bean.

In questo modo la resistività in stato superconduttivo è definita come:

$$\rho_{sc}(J) = \frac{E_c}{J_c} \left(\frac{J}{J_c}\right)^{n-1}$$

Nel passaggio allo stato normale, la relazione necessariamente cambia, per cui è opportuno raccordare le curve di resistività in stato superconduttivo e stato normale, in modo da prevedere in un solo modello entrambe le soluzioni, senza introdurre discontinuità nella curva. A tal fine è possibile introdurre una resistività equivalente, definita come:

$$\rho(J) = \frac{\rho_{ns}\rho_{sc}(J)}{\rho_{ns} + \rho_{sc}(J)}$$

### La caratteristica E-J risulta:



Figura 2.11: Raccordo tra Power Law e curva di resistività normale [8]

### Capitolo terzo:

# 3. PERDITE AC

La seconda generazione di superconduttori ad alta temperatura critica è subito apparsa molto promettente per quanto riguarda l'elettronica di potenza, in quanto si raggiungono alte correnti e ottimi comportamenti del materiale in presenza di campo magnetico esterno. L'impiego di questi materiali in regime tempo-variante non può prescindere dall'utilizzo di un sistema di raffreddamento, in quanto le perdite sono comunque non trascurabili: possono facilmente portare alla transizione del materiale e quindi al suo irreversibile danneggiamento.

Il sistema criogenico, fortemente energivoro, va dunque dimensionato sulla base della potenza che sarà necessario riuscire a dissipare, ovvero sulle perdite a cui sarà soggetto il sistema superconduttivo. Le perdite possono essere di varia natura e spesso riducibili, ma non eliminabili, per cui si è dimostrato opportuno, soprattutto negli ultimi decenni, sviluppare modelli in grado di prevedere l'entità della potenza dissipata.

La modellazione software analizzata e utilizzata per questo elaborato è stata sviluppata tramite il software COMSOL Multiphysics®, che permette la creazione di geometrie su cui impostare condizioni al contorno e definire equazioni che determinano l'andamento delle variabili all'interno di essa. In particolare, è possibile l'accoppiamento di più fenomeni fisici, come ad esempio la definizione di un modello elettromagnetico e termico su una stessa geometria, ed è possibile scegliere il metodo di risoluzione numerica utilizzata, oltre che la definizione della mesh per avere un grado di libertà sulla convergenza della soluzione e allo stesso tempo sul tempo di computazione.

### 3.1 Perdite di trasporto e magnetizzazione

Per quanto riguarda le perdite in AC in un superconduttore, esse sono la risultante di più fenomeni concomitanti, dovuti sia al materiale superconduttore vero e proprio, sia alla matrice metallica di supporto. Innanzitutto, ci sono le perdite dovute ai <u>discendenti</u> <u>di corrente</u>: i conduttori che portano all'interno del sistema superconduttivo la corrente sono buoni conduttori elettrici, quindi anche termici, apportando calore. È possibile limitare questo contributo costruendo una strumentazione adeguata in termini di isolamento elettrico, analogamente per le <u>radiazioni</u> incidenti sul sistema per varia natura (esposizione a luca/calore dell'ambiente in cui si lavora), praticamente neutralizzate aggiungendo una camera da vuoto. Da un punto di vista elettromagnetico, invece, il materiale di supporto al nastro superconduttore ha sempre una matrice metallica, per cui si creano loop di corrente che si richiudono nel metallo, generando <u>perdite di tipo Joule</u>; inolte, ad alte frequenze si possono avere fenomeni non trascurabili di <u>accoppiamento magnetico</u> (ad esempio se è presente Nickel). Per evitare i fenomeni di accoppiamento è possibile twistare i filamenti, in modo da neutralizzare, loop dopo loop, i contributi indotti.

Nei materiali HTS, la lunghezza di coerenza  $\xi$  presenta valori ridotti, e, unitamente alle alte temperature a cui sono soggetti, fanno sì che il fenomeno maggiormente dissipativo sia quello del <u>flux creep</u>, per cui si presentano dissipazioni dovute alla migrazione dei flussoni all'interno del superconduttore: è dunque questo il fenomeno dissipativo da analizzare e stimare. Si possono distinguere principalmente due tipi di perdite dovute a questo stesso principio fisico di penetrazione e spostamento dei flussoni. Sono le perdite dovute all'applicazione di un campo magnetico esterno (**perdite per magnetizzazione**) e dovute all'imposizione di una corrente (**perdite per correnti di trasporto**).

Le *perdite per magnetizzazione* dipendono fortemente dall'orientazione del campo esterno applicato, e si hanno potenze dissipate più elevate quando nel caso in figura:



Figura 3.1: Addensamento linee di flusso per campo perpendicolare [9]

Ovvero quando è orientato perpendicolarmente al superconduttore, a causa dell'addensamento delle linee di flusso alle estremità del nastro. Il campo si deforma enormemente a causa della sottigliezza della geometria, e non è possibile conoscerne con esattezza il valore.

Per orientazione parallela al nastro, invece, si conosce il valore del campo all'interfaccia poiché sostanzialmente uguale a quello applicato, per cui è possibile utilizzare un metodo sperimentale di misura delle perdite che consiste nell'inserimento di avvolgimenti sulla lunghezza del superconduttore (*pick up coil*). Le spire inserite sono in grado di cogliere il cambiamento di flusso e misurarlo tramite una misura di tensione U(t): il valore ottenuto viene messo in relazione, tramite i parametri delle N spire e larghezza del nastro 2a, con le perdite ottenute, sapendo che esse sono date dall'integrale temporale del prodotto tra campo e tensione applicata:

$$P = \frac{1}{\mu_0 N2a} \int_0^{1/f} B(t) U(t) dt$$

Questo metodo è utilizzabile anche per campo magnetico perpendicolare, ma ha minor efficacia poiché il valore puntuale delle perdite alle estremità è molto intenso e si rischia di commettere errori a causa di posizionamenti errati delle spire in prossimità di esse: solitamente si utilizza un settaggio calorimetrico.

Un metodo privo di calibrazione è mostrato nella seguente figura:



Figura 3.2: Schema pick up coil per misure di perdite per magnetizzazione [9]

Vengono prodotti due campi esterni identici tramite avvolgimenti connessi in serie, mentre i *pick up coil* di misura saranno inseriti nella strumentazione dapprima in una direzione di avvolgimento, per poi essere invertiti, invertendo così il segnale estratto. Il valore misurato dalla strumentazione è dunque nullo, e nel momento in cui viene inserito il superconduttore si verificherà uno sbilanciamento di tensione che sarà direttamente proporzionale alle perdite.

Un approccio analitico al calcolo delle perdite è stato studiato in letteratura, arrivando a formulare equazioni in grado di stimarne il valore. A tal fine si ricerca inizialmente l'espressione di densità di corrente all'interno del superconduttore,

Considerando un nastro superconduttore con spessore trascurabile rispetto alla larghezza della sezione frontale, e considerando la densità di corrente critica  $J_c$  indipendente dalla densità locale di flusso, è possibile stimare la distribuzione della densità di corrente totale e quindi le perdite, come discusso in [7].

Quando il superconduttore si trova nello stato Meissner i valori di densità di corrente indotta dal campo esterno  $H_a$ :

$$J_{Meissner}(y) = \frac{2y H_a}{\sqrt{a^2 - y^2}}$$

In cui *a* rappresenta la semi lunghezza del provino. Nel momento in cui si raggiungano valori critici, la distribuzione di corrente assume l'andamento descritto nel paragrafo (2.3), analiticamente:

$$\bar{J}(y) = \begin{cases} \frac{2J_c}{\pi} \arctan \frac{cy}{\sqrt{b^2 - y^2}} & |y| < b\\ J_c \frac{y}{|y|} & b < |y| < a \end{cases}$$

Dove *b* indica la distanza del fronte di corrente dal centro di simmetria, e si osserva un gradino in |y| = b in accordo con la teoria dello stato critico. Ricavandosi l'andamento del campo all'interno del superconduttore:

$$\overline{H}(y) = \begin{cases} 0 & |y| < b \\ H_c \operatorname{arctanh} \frac{\sqrt{y^2 - b^2}}{c|y|} & b < |y| < a \\ H_c \operatorname{arctanh} \frac{c|y|}{\sqrt{b^2 - y^2}} & |y| > a \end{cases}$$

Il modello dello stato critico afferma che il valore di magnetizzazione dipende dal valore di  $H_a(t)$  a cui è soggetto e a tutti i valori massimi raggiunti precedentemente, dunque

dalla sua storia magnetica; quando  $H_a(t)$  oscilla con una frequenza f e un'ampiezza  $H_0$ , i valori di magnetizzazione oscillano entro l'intervallo:

$$M = \pm J_c a^2 \left[ \tanh \frac{H_0}{H_c} + 2 \tanh \frac{H_a \mp H_0}{2 H_c} \right]$$

Le perdite per isteresi, sul periodo, saranno:

$$P_{magn} = f\mu_0 \oint M(H_a) dH_a = 4f\mu_0 a^2 J_c H_0 \left[\frac{2}{x} \ln \cosh x - \tanh x\right]$$

Che, per valori molto inferiori al campo critico le perdite hanno valori molto bassi in quanto dipendente dalla quarta potenza di esso:

$$P_{magn} = \frac{2\pi f \ \mu_0 \ a^2}{3 \ H_c^2} H_0^4$$

Mentre per valori molto maggiori al campo critico:

$$P_{magn} = 4f\mu_0 a^2 J_c (H_0 - 1.386 H_c)$$

Per quanto riguarda le *perdite per corrente di trasporto*, invece, si ha una corrente I(t) imposta sul nastro che si distribuisce sul superconduttore in modo tale da soddisfare la relazione:

$$I(t) = \int_{-a}^{a} J(y) \, dy$$

E si distribuirà lungo *a* in base all'avanzamento del fronte di penetrazione delle linee di flusso:



Figura 3.3: Distribuzione di corrente e campo per corrente imposta sul nastro [7]
Da cui, in accordo con il modello dello stato critico si ha una densità di corrente  $J_c$  nella zona puramente superconduttiva (stato Meissner), mentre si ha una diminuzione del suo valore laddove si ha penetrazione delle linee di flusso. L'espressione analitica sarà dunque:

$$\bar{J}(y) = \begin{cases} \frac{2J_c}{\pi} \arctan \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{b^2 - y^2}} & |y| < b \\ J_c & b < |y| < a \end{cases}$$

Da cui si calcola l'energia dissipata nel ciclo:

$$U_{trasp} = \int dt \int_{-a}^{a} E(y) J(y) dy = 4\mu_0 J_c \int_{b}^{a} dy \int_{b}^{y} H(t) dt$$

E la potenza per unità di lunghezza del nastro superconduttore percorso dalla corrente I(t), a frequenza f, valore massimo  $I_0$  e valore critico di corrente  $I_{max} = 2a J_c$ :

$$P_{trasp} = \frac{f\mu_0 I_{max}^2}{\pi} \left[ \left( 1 - \frac{I_0}{I_{max}} \right) \ln \left( 1 - \frac{I_0}{I_{max}} \right) + \left( 1 + \frac{I_0}{I_{max}} \right) \ln \left( 1 + \frac{I_0}{I_{max}} \right) - \left( \frac{I_0}{I_{max}} \right)^2 \right]$$

Che per intensità di corrente più o meno alte può essere calcolata come:

$$P_{trasp} = \frac{f\mu_0}{6\pi I_{max}^2} I_0^4 \qquad I_0 \ll I_{max}$$
$$P_{trasp} = \frac{f\mu_0}{\pi} (2\ln 2 - 1) I_{max}^2 \qquad I_0 = I_{max}$$

che viene misurata in [W/cicli/m].

Le misure sperimentali di tali perdite vengono fatte misurando la tensione in circuiti chiusi dal superconduttore:



Figura 3.4: Strumentazione per misure di perdite per corrente di trasporto [9]

Da cui si estrae un segnale periodico U(t), scomponibile nella componente in fase con la corrente e fuori fase, quindi si conduce una scomposizione nelle varie armoniche. Il prodotto tra corrente e tensione, mediata sul periodo, fornisce le perdite per ciclo [W/ciclo], con la componente fuori fase che non contribuisce ad esse in quanto a media nulla. La componente in fase è molto piccola rispetto alle altre componenti, per cui si utilizza una particolare strumentazione: si fa uso del *lock-in amplifer*, un dispositivo in grado di prendere in entrata tramite due canali, un segnale di riferimento (il segnale della corrente di trasporto imposta), che il segnale di tensione U(t), da cui estrae la componente in fase.

Un approccio differente è quello dei metodi calorimetrici, che misurano le conseguenze del riscaldamento, ovvero l'evaporazione del liquido criogenico o l'innalzamento di temperatura, direttamente collegati alle perdite. È necessario, però, calibrare il sistema caratterizzando il sistema con una curva, rispettivamente, di quantità di azoto evaporataperdite, e di innalzamento di temperatura-perdite. La calibrazione risulta semplice in quanto è possibile usare un blocco di rame in azoto, per cui conosciamo tutti i parametri; oltre alla facilità di calibrazione del sistema, questo metodo non si deve preoccupare del rumore elettromagnetico, né della differenza di fase.

## 3.2 Modelli su COMSOL Multiphysics®

Al fine di prevedere la potenza dissipata da una determinata strumentazione, sono stati realizzati modelli con cui calcolare le perdite AC in un superconduttore tramite il software COMSOL Multiphysics<sup>®</sup>. L'utilizzo di questo software permettere la creazione di geometrie su cui impostare delle condizioni al contorno e su cui definire equazioni che determinano l'andamento delle variabili all'interno di essa. In particolare, è possibile l'accoppiamento di più fenomenologie, come ad esempio la definizione di un modello elettromagnetico e termico sulla stessa geometria definita, ed è possibile scegliere il metodo di risoluzione numerica utilizzata, oltre che la definizione della mesh.

Nello studio condotto sono stati analizzati due modelli differenti per la determinazione delle perdite AC in un nastro superconduttore: sono stati costruiti i due programmi a partire da modelli già validati e resi disponibili in rete, entrambi definiti con sollecitazioni distinte di campo magnetico esterno applicato e corrente di trasporto imposta.

Per ognuno dei due modelli, quindi, si è condotto uno studio fenomenologico differente, di campo magnetico esterno applicato:

$$\overline{H_a} = H_a(x,t) \,\hat{y}$$

E di corrente di trasporto imposta:

$$\overline{J_z} = J_z \left( x, t \right) \hat{z}$$

Applicati per una medesima geometria:



Figura 3.5: Geometria inserita nei modelli costruiti su Comsol Multiphysics® [10]

Verranno utilizzati un modello monodimensionale, che fa uso del metodo integrale con risoluzione numerica utilizzando il metodo agli elementi finiti (FEM), reso disponibile da [11], e un modello bidimensionale basato sulla formulazione H [12]. Per poter confrontare i risultati saranno utilizzati i seguenti parametri:

- Semi-lunghezza del nastro: a = 4 [mm]
- Campo magnetico esterno:  $\overline{B}_{ext} = 50 \cos(2\pi f t) [T]$
- Corrente di trasporto imposta:  $\overline{I}_{app} = 30 \cos(2\pi f t) [A]$
- Frequenza: f = 50 [Hz]
- Esponente della power law: n = 25

Per il metodo 2D sarà inserito anche lo spessore del nastro, assunto pari a:

$$d = 1 \, \mu m$$

Ovvero tre ordini di grandezza più piccolo della larghezza, ipotesi che giustifica l'assunzione di un modello monodimensionale per il metodo integrale. In questo modo si

lavora con aspect ratio molto elevati, in modo da rispecchiare la caratteristica dei coated conductor nei superconduttori ad alta temperatura critica.

La risoluzione farà riferimento ad una simmetria assiale centrata intorno all'asse *z*, per comodità, ma è possibile spostare tale valore imponendo le sollecitazioni elettromagnetiche in modo non concentrico. Questo porterebbe a valori più alti, localmente, ma la trattazione sarebbe la medesima.

Verrà trascurata la lunghezza del nastro, ipotizzandolo in un primo momento infinitamente lungo: l'obiettivo sarà dunque calcolare le perdite per unità di superficie [P/m] sulla sezione frontale, per poi integrarla sulla totalità di esso.

#### **3.3 Modello integrale (1D)**

Questo metodo di risoluzione, basato sulla risoluzione agli elementi finiti è di grande utilità per risolvere casi di estrema complessità con metodi numerici, quindi evita le limitazioni allo studio imposte nei metodi analitici. Considerare la geometria monodimensionale significa assumere che le proprietà elettromagnetiche non variano significativamente lungo lo spessore d.

Si parte dall'equazione di Faraday e di Ampere, la cui integrazione sulla sezione frontale del conduttore fornisce il valore di H(x,t) e J(x,t) caratterizzanti il modello. Come trattato in [10], in presenza di un campo magnetico variabile si induce un campo all'interno del nastro dipendente sia da quello esterno applicato  $H_a(x,t)$  che dall'autocampo prodotto dalle correnti da esso stesso indotte:

$$H(x,t) = H_a(x,t) + \frac{1}{2\pi} \int_{-a}^{a} \frac{J(u,t)}{x-u} du$$

In cui u indica la posizione. Da cui il campo elettrico:

$$E(x,t) = \mu d \left( \int_{-a}^{x} \dot{H}_{a}(x',t) dx' + \int_{-a}^{a} \dot{j}(u,t) \frac{1}{2\pi} \log|x-u| du - \int_{-a}^{a} \dot{j}(u,t) \frac{1}{2\pi} \log|u+a| du \right)$$

In cui l'ultimo integrale è un contributo indipendente dalla posizione, e varia solo al variare dell'istante di tempo, per cui si può porre pari ad una costante C(t). I primi due termini integrali, invece, si riferiscono al contributo di campo elettrico dovuto, rispettivamente, alle correnti indotte dal campo esterno, e da reazioni alle correnti parassite. Una soluzione analitica per tale equazione sarebbe problematica in quanto divergerebbe in u = x nell'argomento logaritmico, laddove anche la separazione delle variabili non fornisce risultati.

La densità di corrente sarà quindi determinata da:

$$J(x,t) = \frac{E(x,t)}{\rho} = \frac{\mu d}{\rho} [K(x,t) + Q(x,t)] + C(x,t)$$

In cui  $\rho$  è definita tramite la legge di potenza, quindi fortemente non lineare.

In presenza di corrente di trasporto è necessario introdurre una relazione di corrente imposta sul nastro da una fonte di potenza esterna; si impone sul valore di densità di corrente:

$$\int_{-a}^{a} J(x,t) = I(t)$$

E tale valore si introduce nel termine C(t). Considerando entrambi i fenomeni applicati, si avrà necessariamente una perdita di simmetria nel modello, per cui non si avrà più un'inversione di corrente nel punto situato nella mezzeria. L'effetto sarà dunque una traslazione del punto di inversione in cui:

$$E(x,t)=0$$

Cosìcome evidenziato nel paragrafo 2.4 dell'elaborato, sottoporre il nastro superconduttivo a entrambi gli stress elettromagnetici non provoca una lineare sovrapposizione degli effetti, come mostrato in figura:



*Figura 3.6: Sovrapposizione dei fenomeni di campo esterno applicato e imposta [10]* 

Così come evidenziato nel paragrafo 2.4 dell'elaborato, sottoporre il nastro superconduttivo a entrambi gli stress elettromagnetici non provoca una lineare sovrapposizione degli effetti, come mostrato in figura:

Dalla distribuzione di densità di corrente si ottiene la potenza istantanea dissipata per unità di superficie:

$$P(t) = \frac{1}{d} \int_{-a}^{a} \rho(J) J^2(x, t) dx$$

Misurate in [W/cycle/m].

### **3.4 Modello H-formulation (2D)**

Un ulteriore metodo agli elementi finiti per definire il problema sulla geometria analizzata, è il modello H-formulation, largamente utilizzato su COMSOL Multiphysics® grazie alla sua facilità di implementazione sul software tramite gli *edge elements*. Gli *edge elements* sono elementi i cui gradi di libertà sono associati agli spigoli piuttosto che ai nodi, in modo da poter imporre discontinuità di vettori, utilizzata per risolvere le equazioni di Maxwell alle basse frequenze.

Si ipotizza di avere un conduttore con permeabilità magnetica dei superconduttori uguale a  $\mu_0$ , giustificato dal fatto che i valori di campo critico inferiore sono molto bassi per i materiali solitamente utilizzati.

La geometria in esame è di un conduttore infinitamente lungo nella direzione z, su di esso il campo magnetico avrà solamente due componenti:

$$\overline{H} = [H_x, H_y]$$

Per cui giace sul piano *xy*, per cui densità di corrente e campo elettrico avranno solo direzione perpendicolare a tale piano:

$$\bar{J} = [J_z] \qquad \bar{E} = [E_z]$$

Che possono essere espressi in funzione di  $\overline{H}$ ; partendo dalle leggi di Gauss e Faraday, esplicitando il vettore  $\overline{H}$ :

$$\nabla \times \bar{E} = -\frac{\partial \mu \bar{H}}{\partial t} \qquad \nabla \cdot \mu \bar{H} = 0$$

Da cui:

$$J_z = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y}$$

E quindi:

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} = -\mu \frac{\partial H_x}{\partial t}$$
$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = \mu \frac{\partial H_y}{\partial t}$$

Ulteriore equazione inserita nel modello è la *power law*, indicando con con  $\rho$  la resistività del materiale dei superconduttori e con *n* l'esponente collegato al fenomeno del flux creep:

$$\rho(J_z) = \frac{E_c}{J_c} \left| \frac{J_z}{J_c} \right|^{n-1}$$

Dove  $E_c = 10^{-4} V/m e J_c$  rappresenta la densità di corrente critica, che può non essere costante bensì dipendere dal campo magnetico applicato o dalla posizione, Ciò è da stabilirsi in base al caso pratico da analizzare e dalla precisione richiesta dal modello.

Tutte le equazioni sono definite in H, applicato sul contorno di una circonferenza concentrica col modello da studiare, con un raggio abbastanza grande da poter considerare i fenomeni elettromagnetici sulla geometria indipendenti da esso. La presenza delle sole variabili  $H_z$ ,  $H_x$  permette una maggiore velocità di calcolo e l'utilizzo della power law senza problemi di convergenza.

# *Capitolo quarto:* 4. VALIDAZIONE DEI MODELLI

L'ausilio di simulazioni numeriche è importante per prevedere un sistema di raffreddamento adeguato ed evitare che il superconduttore dissipi più potenza di quanto asportata, e che dunque si raggiunga la transizione. Ciò porterebbe non solo all'arrestarsi del circuito in cui è inserito, ma anche a degradazione del materiale stesso e problemi di sicurezza dell'ambiente circostante.

I modelli implementati su COMSOL Multyphisics<sup>©</sup> sono stati costruiti con i modelli descritti ai paragrafi (3.3) e (3.4) del capitolo precedente, sia per situazioni di campo esterno applicato, che per corrente di trasporto imposta, separatamente. Sono stati utilizzati, come file di partenza per l'implementazione dei modelli, i file resi disponibili da Francesco Grilli, professore presso Karlshue Institute of Technology [12], opportunatamente modificati nella geometria e nella costruzione della mesh adeguata per riportarsi al caso in esame.

L'obiettivo è stato quello di verificare la coerenza dei risultati ottenuti tramite le due differenti formulazioni applicate alla medesima geometria, e in secondo luogo di verificarne la validità con formule analitiche presenti in letteratura.

## 4.1 Corrente di trasporto imposta

Le simulazioni vengono effettuate nei due diversi modelli, modello integrale (1D) e H-formulation (2D), a parità di corrente che percorre il superconduttore, riferendosi alla larghezza del nastro di  $\Delta x = 4mm$  e spessore di  $\Delta y = 1\mu m$ , ai fini di trovare un valore di potenza per unità di lunghezza. Le dimensioni sono state scelte analoghe ai nastri superconduttori di cui si dispone in laboratorio; solitamente per questo tipo di nastri si hanno larghezze che vanno dai 4 ai 12 mm.



Figura 4.1: Geometria di riferimento per le simulazioni software La corrente esterna applicata, in entrambi le formulazioni analizzate, ha un valore di picco di 30 *A* e una frequenza di 50 *Hz*:

$$I_{transp} = 30\cos(2\pi 50 t)$$

Nel modello 2D si fa riferimento a un valore di densità di corrente critica pari a:

$$J_{c_2D} = 3 \cdot 10^{10} \ \frac{A}{m^2}$$

Per cui nel modello 1D si adotta il valore:

$$J_{c_{-1D}} = J_{c_{-2D}} \cdot \Delta y = 3 \cdot 10^4 \frac{A}{m}$$

Entrambi i modelli sono stati implementati inserendo una *resistenza variabile* per includere l'ipotesi di superconduttività nella geometria in esame: il suo andamento rispetterà la legge di potenza.

Al variare dell'esponente n nella formula della legge di potenza:

$$E = E_0 \left(\frac{J}{J_c}\right)^n$$

Di conseguenza, le perdite AC presentano un profilo diverso dalla corrente imposta da ipotesi, perderanno l'andamento sinusoidale grazie al comportamento fortemente non lineare del materiale in stato superconduttivo.

La potenza istantanea è dunque valutata come:

$$p(t) = E \cdot J$$

Il prodotto scalare tra campo elettrico e densità di corrente costituisce quindi la potenza istantanea dissipata dal superconduttore, valore puntuale nello spazio e nel tempo.

Integrando tale valore sulla sezione frontale *S* del superconduttore, si ottiene la potenza totale dissipata da tale sezione, nell'intervallo di tempo  $[t_i; t_f]$  di simulazione:

$$P(t) = \int_{S} E \cdot J \ dS$$

Calcolata in W/m.

Tramite la formula analitica elaborata da Norris [13] si ottiene il valore di potenza dissipata sul ciclo  $P_{trasp}(t)$ , pari a:

$$P_{trasp} = \frac{\mu_0 I_{max}^2 f}{\pi} \left( (1 - \xi) \ln(1 - \xi) + (1 + \xi) \ln(1 + \xi) - \xi^2 \right) = 1.92 \ 10^{-4} \frac{W}{m}$$

Indicando con  $\xi$  il rapporto tra corrente applicata e corrente critica, in cui la corrente critica è definita come:

$$I_c = \Delta y \cdot J_c$$

SI osserva una dipendenza lineare dalla frequenza e più che quadratica

E un valore di energia dissipata sul ciclo pari a:

$$E_{trasp} = \frac{P_{trasp}}{T} = 3,85 \ 10^{-6} \frac{J}{m}$$

Con *T* periodo del segnale di corrente imposta.

Il valore dell'esponente n nella power law influisce fortemente sulla convergenza dei risultati della simulazione e sul tempo di computazione, dunque sono state effettuate simulazioni al variare di tale indice.



Utilizzando tali ipotesi, sono stati simulati 5 periodi per un totale di 0.1*s*, ottenendo per il <u>modello 2D</u> un andamento di potenza istantanea p(t) come in figura:

Figura 4.2: Potenza istantanea dissipata tramite simulazione del modello 2D, valutata per diversi valori dell'esponente n della power law.

Si osserva una stabilizzazione della forma d'onda già dalla seconda metà del primo ciclo (t = 0.01s), che assume un andamento periodico con una asimmetria crescente all'aumentare dell'esponente n. Osservando la curva risultante dalla simulazione con n = 30 si osserva il raggiungimento di valori di potenza istantanea più alti, e una rampa sempre più inclinata in fase ascendente, con code di assestamento meno graduali. Questo comportamento diventa più marcato all'aumentare dell'esponente, provocando maggior asimmetria. Questo è matematicamente coerente con la funzione esponente, che acutizza la forma d'onda a cui è applicata, quindi aumentando i valori alti riscontrati e minimizzando quelli prossimi allo zero.

Per quantificare la potenza media Pm(t) dissipata nel ciclo, si procede calcolando l'integrale sulla superficie S del superconduttore, ottenendo un valore di perdite per unità di lunghezza, facendo riferimento al quarto periodo della funzione ottenuta, ovvero quando si considera stabilizzata la forma d'onda Ciò che si ottiene è una quantità nell'ordine di grandezza della potenza calcolata tramite formula analitica, che al variare dell'esponente risultano:



*Figura 4.3: Potenza media dissipata per ciclo tramite modello 2D, al variare dell'esponente n della power law (curva blu), confronto con valore calcolato da formula analitica (curva arancione).* 

In cui si osservano risultati particolarmente vicini al valore fornito dalla formula analitica per valori dell'esponente n delle simulazioni a n = 25 e n = 28, ovvero:

$$Pm_{n=25} = 1,93 \cdot 10^{-4} \frac{W}{m}$$
$$Pm_{analytical} = 1,92 \cdot 10^{-4} \frac{W}{m}$$
$$Pm_{n=28} = 1,90 \cdot 10^{-4} \frac{W}{m}$$

L'energia nel ciclo si ottiene integrando la potenza P(t) nell'intervallo di tempo  $[t_i; t_f]$ , scegliendo di valutarla nell'ultimo ciclo effettuato per evitare problemi numerici:

$$En_{ciclo_{2D}} = \int_{t_i=0.08\,s}^{t_f=0.1\,s} P(t) \, dt$$

Implementata tramite la formula dei trapezi, per cui nell'intervallo di tempo  $[t_i; t_f]$ , scomposto in i sottointervalli:

$$\int_{t_i=0.08\,s}^{t_f=0.1\,s} P(t)\,dt \approx \frac{t_f-t_i}{i} \sum_{k=0}^{i-1} \left[ p(z_k) + p(z_{k+1}) \right]$$

La variazione di potenza dovuta all'*n-value* provoca un differente valore di energia dissipata per ciclo, in particolare:



*Figura 4.4: Energia dissipata per ciclo tramite modello 2D, al variare dell'esponente n della power law (curva blu), confronto con valore calcolato da formula analitica (curva arancione).* 

Per valori di n compresi tra 25 e 30 si hanno differenza percentuali dal valore analitico di potenza ed energia che rientrano nell'2%.

Per il <u>modello integrale 1D</u> si ha un effetto opposto del parametro n rispetto al suo effetto sui risultati ottenuti per il modello 2D. L'aumento dell'esponente provoca una diminuzione del picco di potenza dissipata dal superconduttore e, come nel caso precedente, porta ad un aumento di asimmetria nella forma d'onda.

Nel grafico sottostante viene mostrato anche l'andamento utilizzando un esponente unitario per mostrare come, per *n-value* tendenti a 1, si ritrovi il tipico andamento resistivo:



Figura 4.5: Potenza istantanea dissipata tramite simulazione del modello 1D, valutata per diversi valori dell'esponente n della power law

Da cui si nota una stabilizzazione della forma d'onda solo dal quarto periodo. Un ingrandimento mostra:



Figura 4.6.: Potenza media dissipata per ciclo tramite modello 1D\_Ingrandimento

Nel modello integrale si riscontra un errore di convergenza ad alti valori di *n*, nel momento del ciclo che si verifica due volte ogni periodo. La mesh utilizzata in COMSOL per questa simulazione utilizza sottodomini unidimensionali, per cui sia ha un unico grado di libertà su di essa: è possibile raffinarla nella sua unica direzione. Tale soluzione non ha portato a significativi miglioramenti della forma d'onda e non ha risolto il problema di convergenza.

Oltre ad un errore di convergenza sempre più marcato, avere un effetto esponenziale maggiore porta anche in questo caso ad una maggior asimmetria nel profilo della potenza istantanea, ma anche ad una traslazione verso l'asse delle ascisse.

La simulazione del modello integrale con *n*-value pari a 6 mostra un profilo ancora simile alla relazione resistiva, mentre per *n*-value maggiori di 10 inizia ad evidenziarsi il problema numerico su detto.

Confrontandoli con il valore di potenza media sul ciclo ottenuto tramite la formula analitica, si ottiene una differenza come mostrata in figura:



*Figura 4.7.: Potenza media dissipata per ciclo tramite modello 1D, al variare dell'esponente n della power law (curva blu), e valore calcolato da formula analitica (curva arancione).* 

In cui si osservano risultati particolarmente vicini al valore fornito dalla formula analitica per valori dell'esponente n delle simulazioni a n = 25 e n = 30, nonostante il problema di convergenza riscontrato, che dunque risulta trascurabile nel calcolo della potenza media sul ciclo; per valori troppo alti si hanno errori particolarmente significativi. Per quanto riguarda l'energia dissipata sul ciclo:



*Figura 4.8: Energia dissipata per ciclo tramite modello 1D, al variare dell'esponente n della power law (curva blu), confronto con valore calcolato da formula analitica (curva arancione).* 

Il confronto tra modello 1D (integrale) e 2D (H-formulation) mostra un ottimo accordo nei risultati in termini di potenza dissipata. I risultati di p(t) = p(t, n) vengono valutati per n = 6:



*Figura 4.9: Potenza istantanea p(t) per i modelli integrale (curva arancione) e h-formulation (curva blu) in presenza di corrente di trasporto su un nastro superconduttore di larghezza 4 mm.* 

Dunque l'accordo tra i due modelli risulta essere valido anche sotto un punto di vista qualitativo per le forme d'onda ottenute, a parità di geometria e ipotesi di lavoro.

## 4.2 Campo magnetico esterno applicato

Le simulazioni effettuate per quanto riguarda il campo magnetico esterno applicato restituiscono risultati analoghi al caso precedente. Imponendo un campo esterno di:

$$B_{ext} = 0,5 \cos(2\pi 50 t)$$

Il valore atteso di perdite ottenute tramite formula analitica, risulta:

$$P_{magn} = 4f\mu_0 a^2 J_c H_0 \left[\frac{2}{x} \ln \cosh x - \tanh x\right]$$

Utilizzando la formula introdotta al paragrafo 3.1.

I risultati ottenuti tramite COMSOL hanno mostrato un ottimo accordo con tale valore di perdite per magnetizzazione, così come per il modello visto al paragrafo precedente. In particolare, variando la larghezza del nastro, e simulazioni di modello integrale e H-formulation presentano una forma d'onda per le perdite AC sempre più simile. Per n = 25 si ottiene la seguente figura:



Figura 4.10: Potenza istantanea p(t) per i modelli integrale (curva <mark>blu</mark>) e h-formulation (curva arancione) in presenza di corrente di trasporto su un nastro superconduttore di larghezza 12 mm.

Come ulteriore verifica sulla coerenza tra i due modelli si osserva la distribuzione della corrente all'interno del superconduttore:



*Figura 4.11: Distribuzione della corrente J(x) per i modelli integrale (curva rossa) e h-formulation (curva blu) in presenza di corrente di trasporto su un nastro superconduttore di larghezza 12 mm.* 

In accordo con il modello critico, esposto al paragrafo 2.3. Per completezza, viene mostrato l'andamento delle perdite istantanee e della potenza totale dissipata in 5 periodi, per il modello integrale:



Figura 4.12: Andamento della potenza istantanea p(t) (curva blu) e di potenza media (curva rossa)

# Capitolo quinto:

# 5. APPARATO SPERIMENTALE

L'analisi numerica è stata eseguita implementando nel software condizioni analoghe a quelle del provino superconduttivo in GdBCO su cui sono stati effettuati test in laboratorio, in termini di geometria e di sollecitazione imposta; l'ipotesi di superconduttività è stata introdotta implementando la legge di potenza, dunque una resistività variabile, come riportato nel paragrafo 2.4. In questo modo è stato possibile confrontare i risultati numerici con quelli ottenuti sperimentalmente introducendo una sollecitazione per corrente di trasporto imposta.

Prima di tutto è stato necessario caratterizzare il nastro superconduttore, andando a valutarne il valore di corrente critica, parametro fondamentale sia per le simulazioni numeriche che per il calcolo delle perdite tramite formula analitica. Una prima stima delle perdite è stata utile per costruire una strumentazione adeguata in termini di risoluzione di misura e compatibilità elettromagnetica. Si è reso poi necessario poter stimare a priori l'ordine di grandezza della tensione attesa ai capi del campione superconduttore per progettare un sistema di acquisizione in grado di rilevare tale segnale con una buona affidabilità nella misura. È inoltre importante valutare tutte le forme di disturbo, causate da fenomeni elettromagnetici ed elettronici, che possono concatenarsi e alterare i risultati e pertanto non trascurabili.

Ogni dispositivo introdotto nel circuito di misura è stato sottoposto a prove per valutarne gli eventuali disturbi introdotti nel sistema. Particolare attenzione è stata dedicata nell'assicurarsi che tali componenti lavorino in condizioni congruenti con i propri range di funzionamento ottimali. Infine, è stata valutata la compatibilità meccanica e termica dei materiali di supporto con il superconduttore.

## 5.1 Prova di corrente critica

Il valore di corrente critica per un superconduttore è un parametro importante per valutarne il range di lavoro, l'operatività e l'entità delle sue perdite in regime tempovariante. Il test da effettuarsi è un test in DC, che in laboratorio è stato realizzato tramite un generatore di corrente continua TDK-LAMBDA GEN 8-400, programmato in modo da fornire gradini di corrente adeguati al caso in esame. Si è scelto di utilizzare gradini di 10*A* ogni 10*s*, per poi passare a incrementi di 2*A* nel medesimo intervallo temporale; i cavi utilizzati devono essere dimensionati in base alle correnti impegnate nel circuito, in questo caso il valore massimo raggiunge i 220*A* prima di osservare la transizione.

Per realizzare l'esperimento, è stato necessario progettare il sistema di supporto del campione. Il superconduttore è stato posto su un supporto in G10, materiale isolante a base di resina epossidica, resistente alle temperature dell'azoto liquido, criogenico utilizzato per tutti gli esperimenti condotti sul GdBCO. Si veda la Figura 5.1 per comprendere meglio il sistema di supporto sviluppato:



Figura 5.1: Provino superconduttore su materiale d'appoggio e discendenti di corrente

Il campione e il suo supporto sono posizionati all'interno di un contenitore in materiale plastico, che viene poi riempito di azoto liquido per il raffreddamento. Per poter controllare lo svilupparsi dell'esperimento, il coperchio del contenitore è rimosso, pertanto l'azoto liquido si trova libero di scambiare calore con l'ambiente esterno. Il livello dell'azoto deve essere tale da coprire interamente le prese di tensione, per evitare che la forte differenza di temperatura, tra i 77*K* del liquido e la temperatura ambiente, provochi l'instaurarsi di una differenza di tensione, che risulta essere non trascurabile per le misure da effettuarsi. Il materiale plastico garantisce supporto meccanico al sistema e presenta un'eccellente lavorabilità, per cui è stato possibile realizzare con facilità la forma più opportuna.

Il contatto con i discendenti in rame ha rappresentato una criticità durante il lavoro, poiché è necessario garantire una superficie di contatto sufficiente tra essi e il nastro, apportando modifiche al sistema. La resistenza di contatto tra i due materiali non è trascurabile, ed è data dalla formula:

$$R_{contatto} = \frac{\rho_{Cu} \cdot L_{contatto}}{S_{contatto}}$$

Dove  $\rho_{Cu}$  è la resistività del materiale,  $L_{contatto}$  la sua lunghezza e  $S_{contatto}$  la superficie di contatto tra le due aree dei materiali. Quindi aumentando la superficie di contatto tra rame e superconduttore è possibile ridurre la loro resistenza di contatto; nel caso del nastro SunAm la larghezza è di 4mm quindi molto ridotta. Per aumentare la superficie di contatto è stato necessario allungare i discendenti di corrente per coprire il superconduttore fino a 11*cm* per lato.

La dissipazione avviene per effetto Joule, proporzionale al quadrato della corrente, dunque per correnti elevate il calore generato diventa presto insostenibile dal sistema. Un aumento ingente di potenza dissipata in prossimità del contatto porta velocemente ad una locale transizione del superconduttore, con conseguente rottura del materiale. Per questo motivo è necessario inserire nel circuito un contattore in grado di interrompere la corrente in situazioni di sovraccarico elevato. Durante i mesi di lavoro alla tesi sono stati bruciati in questo modo diversi provini superconduttivi, prima di realizzare discendenti di corrente *ad hoc* per il nastro. Sono state fatte prove con contatti di lunghezza pari a 9,5 *e* 10 *mm* per lato, lunghezze rivelatesi insufficienti poiché per valori di corrente superiori a 60 *A*, ben al di sotto della corrente critica del materiale, il provino fondeva aprendo il circuito. Ciò perché esso, per correnti prossime a 60 *A* iniziava a dissipare potenza, potenza che l'azoto liquido non era in grado di estrarre in maniera sufficientemente rapida, causando quindi un innalzamento di temperatura e dunque un quench.

Le prese di tensione sul superconduttore vengono poste ad una distanza  $\Delta x$  di 5*cm* l'una dall'altra, utilizzando cavi di segnale per avere una maggior schermatura e dunque minor rumore sulla misura. L'acquisizione avviene mediante un nanovoltmetro, che lavora in corrente continua, e simultaneamente i dati acquisiti vengono graficati tramite intefaccia Labview, in modo da supervisionare i valori ottenuti e poter interrompere l'alimentazione al raggiungimento di valori critici.

Il campo critico è fissato convenzionalmente a:

$$E_c = 10^{-4} \frac{V}{m}$$

Per cui considerando la distanza tra le prese di tensione, il valore di tensione critico è pari a:

$$V_c = E_c \cdot \Delta x = 5 \cdot 10^{-6} V$$

Avvicinandosi a tale valore ti tensione, a cui corrisponde un avvicinamento alla sua corrente critica, ci si attende che il superconduttore inizi una fase di transizione dallo stato superconduttivo allo stato normale. Nella pratica tale valore può essere superato per via del fenomeno del *current sharing*: quando la resistenza del superconduttore aumenta sensibilmente, parte della corrente inizia a fluire nello strato di rame; in questo modo il materiale composito è in grado di sopportare per brevi periodi una corrente superiore alla corrente che farebbe transire il superconduttore. Per poter valutare il valore di corrente critica per cui viene sospesa l'alimentazione del circuito.



Il circuito finale è riportato schematicamente in Figura 5.2:

La risoluzione della misura è la risoluzione della scheda di acquisizione, pari  $8 \cdot 10^{-7} V$ è perfettamente sufficiente per i valori attesi dall'esperimento.

Si rileva nel segnale in ingresso alla scheda la presenza di un offset dovuto alla strumentazione impiegata. È opportuno effettuare un'operazione di filtraggio software per rimuovere tale offset dai segnali misurati. I risultati sono mostrati in Figura 5.3:



Figura 5.3: Tensione ai capi del superconduttore, dati in uscita dalla scheda (curva blu), e con aggiunta dell'offset (curva arancione).

Si osservano picchi particolarmente marcati, molto evidenti durante la transizione del superconduttore. Tali picchi sono riferibili ad errori strumentali e non sono direttamente riferibili alla fisica del superconduttore: la variazione a gradino della corrente, imposta dall'alimentazione, genera una momentanea sovratensione, che si manifesta in tali picchi.

I segnali acquisiti mostrano valori prossimi allo zero per i primi 300 secondi; si noti che i valori negativi di tensione non descrivono la fisica del sistema, ma sono dovuti ad errori numerici introdotti dalla scheda di acquisizione, la quale non è in grado di rilevare segnali di intensità così bassa a causa di limiti nella sua risoluzione. I dati acquisiti sono stati rielaborati con MATLAB per ottenere il valore di corrente critica del superconduttore, pari a:

$$I_c = 220 A$$

Dove, per tutto il tempo di simulazione, si è verificata la corrente nel circuito:





Figura 5.4: Corrente sul superconduttore

L'andamento in Figura 5.4 è imposto dal generatore di corrente controllato tramite software LabVIEW. Quando la corrente torna ad un valore nullo è perché il generatore è viene spento automaticamente dal software al termine della simulazione.

È possibile tracciare la curva E-I tramite i segnali misurati sperimentalmente e confrontarla con la curva teorica ricavata con la power law: si osserva un buon accordo tra i due andamenti, come mostrato in Figura 5.5 Estrapolando da quest'ultima figura il valore di corrente ottenuto per  $E_c = 10^{-4} V/m$ , si ottiene il valore di corrente critica  $I_c = 220 A$ , valore limite imposto tramite LabVIEW.



Figura 5.5: Curva E-I del superconduttore, calcolata (curva blu) e rielaborata dai dati acquisiti (curva arancione)

## 5.2 Taratura degli strumenti

Per valutare l'entità delle perdite AC nel superconduttore è necessario disporre di un sistema di misura con una determinata risoluzione; ciò può essere dapprima stimato tramite simulazioni numeriche e le formule analitiche disponibili, come già riportato ai capitoli precedenti.

È importante poter comparare la risoluzione della scheda di acquisizione con l'intensità dei segnali che ci si attende di dover misurare. L'intensità del segnale di corrente non desta preoccupazioni, dato che ci si aspetta di misurare correnti nell'ordine delle decine di Ampere. La misura del segnale in tensione può generare più problematiche e va valutato quale possa essere l'ordine di grandezza del segnale atteso. Le prese di tensione, poste alla distanza  $\Delta x$  di 5*cm* l'una dall'altra, misurano una tensione pari a:

$$V_{mis} = \frac{P_{AC}}{I}$$

Dove *I* è la corrente che scorre sul circuito e  $P_{AC}$  è la potenza attiva, ovvero le perdite effettive sul superconduttore. Il segnale verrà acquisito tramite la scheda National Instruments PCI-6281, dotata di 16 input analogici a 18 bit, se utilizzata in multicanale ha un campionamento di 500kS/s. Viene scelto il fondo scala di ±100*mV*, per cui la risoluzione della misura risulta essere:

$$r_{scheda} = \frac{0.2}{2^{18} - 1} \cong 8 \cdot 10^{-7} \, V$$

Per ottenere valori misurabili dal sistema di acquisizione è pertanto opportuno aumentare l'entità delle perdite sul provino, così da aumentare anche l'intensità del segnale in tensione. Come riportato in [13], le perdite AC si possono ricavare tramite la seguente formula:

$$P_{AC} = \frac{f\mu_0 I_c^2}{\pi} \left[ \left( 1 - \frac{I_0}{I_c} \right) \ln \left( 1 - \frac{I_0}{I_c} \right) + \left( 1 + \frac{I_0}{I_c} \right) \ln \left( 1 + \frac{I_0}{I_c} \right) - \left( \frac{I_0}{I_c} \right)^2 \right]$$

Dove  $I_0$  è il valore di picco della corrente imposta sul circuito, f è la frequenza di alimentazione e  $I_c$  è la corrente critica del superconduttore: i parametri su cui è possibile agire sono la frequenza di alimentazione e la corrente di trasporto imposta. Utilizzando correnti sul superconduttore di circa un centinaio di Ampere a frequenze prossime a quelle di rete si prevede di rilevare un segnale in tensione dell'ordine di  $10^{-4} V$ .

L'energizzazione del sistema è stata effettuata tramite il generatore di segnale della marca KEYSIGHT modello 33500B della serie Trueform, in grado di generare un segnale in uscita con valore massimo di 5 V, con resistenza in serie di 50  $\Omega$ . Utilizzando questo segnale direttamente sul campione, non si raggiungerebbe una corrente necessaria per generare una caduta di tensione rilevabile. Per questo motivo sono stati inseriti nel circuito dispositivi volti ad aumentarla: un amplificatore stereo e un trasformatore di misura.

L'amplificatore stereo viene inserito a valle del generatore di segnale; in questo lavoro viene impiegato il modello GX5, del costruttore QSC. Lo strumento richiede di essere impiegato a monte di carichi ohmico-induttivi, per soddisfare questo criterio si aggiunge in serie ad esso un carico resistivo pari a 4  $\Omega$ , come consigliato da catalogo. Si veda la seguente figura per comprendere meglio la disposizione di amplificatore e carichi resistivi:



Figura 5.6: Amplificatore stereo con carico resistivo

L'inserimento dell'amplificatore introduce una resistenza aggiuntiva al circuito, dovuta allo stesso amplificatore e pari a 2  $\Omega$ . Dunque, la resistenza complessiva risulta essere:

$$R_{primario} = 6 \, \Omega$$

Tale dispositivo ha un'amplificazione di 34,4 dB, con funzionamento in un range di frequenze elevato, da 20 Hz a 1 kHz. Il fattore di amplificazione non è sufficiente per innalzare la corrente a valori tali da generare cadute di tensioni misurabili dalla scheda. È pertanto opportuno inserire un secondo elemento di amplificazione nel sistema: un trasformatore di misura

Tramite tale trasformatore di misura si ottiene un isolamento galvanico, intrinseco della macchina per accoppiamento induttivo, senza introdurre sfasamento. In questo modo si raggiungono correnti elevate a fronte di una generazione di segnale di ampiezza ridotta. Esso lavora in maniera ottimale quando utilizzato a frequenze comprese tra 42 Hz e 50 Hz, con un rapporto in corrente tra primario e secondario pari a 30, da dati di targa.

L'introduzione di un trasformatore permette di disaccoppiare i due circuiti: quello di energizzazione del sistema, comprensivo di generazione di segnale e amplificatore stereo, e il circuito ad alte correnti su cui è chiuso in cortocircuito il superconduttore.



Il circuito risultante è schematizzato dalla seguente figura:

Figura 5.7: Circuito di misura per perdite AC nel superconduttore

La corrente che scorre nel circuito secondario è misurata tramite una resistenza di shunt, di valore noto  $R_R$ . In modo è possibile ricavarsi la corrente a partire dalla caduta di tensione  $\Delta V_R$  misurata ai capi di tale resistenza, come:

$$I_{SC} = \frac{\Delta V_R}{R_R}$$

Tale corrente corrisponde alla corrente di trasporto imposta al superconduttore.

La connessione dei diversi apparati al circuito secondario è stata eseguita con cavi di sezioni adeguate alle le correnti impiegate. Per le prese di tensione sono stati impiegati opportuni cavi di segnale: essi garantiscono una maggiore schermatura e dunque costituiscono un primo metodo di riduzione *hardware* del rumore sull'acquisizione. Un ulteriore metodo per ottimizzare il segnale misurato è stato quello di porre in cortocircuito i canali non utilizzati della scheda, ai fini di ridurre il *crosstalk* tra i canali. Questo fenomeno indica l'interferenza elettromagnetica che può generarsi tra due cavi adiacenti di un circuito, e per una scheda single-ended come quella utilizzata può essere un contributo significativo. Il campo elettromagnetico tempo-variante può generare uno scambio di energia tra un cavo e l'altro, inducendo una differenza di potenziale su di esso. Il segnale effettivamente letto dalla scheda non sarà quello effettivo, ma comprensivo di contributi dovuti all'interferenza. In un campionamento sequenziale si ha un solo collegamento a massa per tutti i canali, per cui questa problematica può diventare non trascurabile; cortocircuitando i canali non utilizzati si avrà una minore differenza di potenziale, quindi di segnale, rilevata su di essi. Come si vede dalla Figura (5.8):



Figura 5.8: Canali cortocircuitati della scheda d'acquisizione

I canali utilizzati per l'acquisizione del segnale sono stati scelti equidistanti tra loro in ordine di successione di campionamento. Nelle misure in cui si acquisiscono due segnali sono stati utilizzati i canali 0 e 4, cortocircuitando i canali 1, 2, 3, 5, 6, 7. In questo modo il canale acquisito non viene influenzato da quello adiacente, e viene così ridotta la probabilità che ci sia un disturbo di questo genere.

Il contatto tra ingressi/uscite dei dispositivi al secondario e i relativi cavi di collegamento è stato realizzato impiegando dadi, viti e rondelle: l'utilizzo delle rondelle fornisce un supporto meccanico e facilita lo scambio di calore. È importante fissare efficacemente i dispositivi ai cavi di trasporto di corrente per assicurarsi che si realizzi una buona area di contatto: contatti non ottimali possono dare luogo a micro scariche che costituiscono un ulteriore elemento di disturbo alla misura.

L'elaborazione dei segnali è stata condotta tramite il software LabVIEW, con un campionamento complessivo dei canali pari a:

$$N_{camp} = 10^{6} \frac{sample}{channel}$$
$$f_{camp} = 5 \cdot 10^{4} \frac{sample}{s}$$

Avere un alto numero di campioni permette di aumentare il rapporto segnale/rumore, quindi ad avere una precisione più alta associata alla misura.

Pertanto, un'acquisizione completa dei vari canali alle condizioni sopracitate viene realizzata in un periodo pari a:

$$T_{camp} = 20 s$$

Trattandosi di un campionamento sequenziale, si ha uno sfasamento temporale nell'acquisizione dei canali. Solitamente tale sfasamento è inferiore allo sfasamento che si avrebbe se si avesse una durata di campionamento perfettamente uguale per ognuno degli 8 canali della scheda:

$$\Delta t'_{camp} = \frac{T_{camp}}{8 V_{camp}} = 5 \cdot 10^{-5} s$$

Per calcolare esattamente questo sfasamento temporale, viene implementata un'opportuna funzione sul software LabVIEW. Lo sfasamento risulta pari a:

$$\Delta t_{camp} \cong 4,78 \cdot 10^{-5} s$$

Perturbazioni esterne alla strumentazione possono indurre segnali di disturbo che si sovrappongono al segnale che si vorrebbe misurare, in modo indistinguibile dal punto di vista dell'acquisizione. Per analizzare questi contributi si è scelto di effettuare un'analisi dello spettro armonico, tramite l'algoritmo della Fast Fourier Transform (FFT). Essa permette di calcolare la trasformata discreta di Fourier tramite librerie già presenti in LabVIEW, estraendo ampiezza e fase dal segnale in ingresso:





Figura 5.9: Funzione utilizzata in Labview per condurre l'analisi spettrale del segnale

La Figure 5.9 mostra lo schema a blocchi della funziona FFT implementata nelle librerie di LabVIEW e impiegata in questo lavoro. Il segnale in ingresso alla FFT è dipendente dal tempo ed è possibile inserire una finestra a piacere per effettuare l'analisi: viene utilizzata quella di default, ovvero la finestra di Hanning.

Lo spettro rilevato sul segnale non filtrato contiene una componente continua, a frequenza nulla, che rappresenta l'offset dello strumento di misura. Azzerando questa componente ed effettuando un'operazione di anti-trasformata è possibile annullare l'offset.

Per quanto riguarda le altre componenti dello spettro, bisogna considera che i segnali potrebbero essere affetti da disturbi esterni al campione che possono introdurre componenti indesiderate rispetto alle componenti attese. È importante poter stimare a priori quali componenti indesiderate ci si aspetta comparire nell'analisi spettrale. Non è possibile operare una semplice operazione di taglio di frequenze sui segnali acquisiti dal campione, corrispondenti alla frequenza del segnale di corrente impostato. Difatti il superconduttore, come riportato al capitolo 3, introduce una distorsione sul segnale in ingresso. A fronte di un segnale in ingresso a frequenza fissa, ci aspettiamo quindi che la tensione ai suoi capi dia luogo ad uno spettro con più componenti; motivo per cui sarà necessario prendere in considerazione tutti i contributi armonici che si presentano.

Un disturbo sicuramente presente è una componente spettrale alla frequenza di rete, poiché il generatore di segnale è ad essa collegata. Per evitare che ciò si verifichi, si imposta una frequenza del segnale generato diversa da 50 Hz, scegliendo un valore che sia numero primo. In questo modo, per la teoria dei segnali, la prima armonica che potrebbe essere risultato della sovrapposizione delle due componenti si sposta a valori più alti. In particolare, si presenterà alla frequenza di utilizzo, occorre considerare che i dispositivi inseriti nel sistema di misura hanno un limite stringente sulla frequenza di funzionamento. In particolare, il trasformatore di misura lavora in modo ottimale in un range compreso tra 42 Hz e 50 Hz. Viene scelta come frequenza di utilizzo, un numero primo contenuto in questo intervallo e pari a:

$$f = 47 Hz$$

Pertanto, la prima armonica che risulta della sovrapposizione delle due componenti e che potrebbe modificare l'effettiva ampiezza della corrispettiva componente spettrale misura sul campione, è a frequenza pari a:

$$f_{47*50} = 2350 \, Hz$$

Valore a cui presteremo attenzione in fase di analisi spettrale.

Il superconduttore, come visto al capitolo 3, introduce una distorsione al segnale in ingresso. A fronte di un segnale in ingresso a frequenza fissa, ci aspettiamo quindi che la tensione ai suoi capi dia luogo ad uno spettro con più componenti; motivo per cui sarà necessario prendere in considerazione tutti i contributi armonici che si presenteranno.

Per quantificare gli ulteriori disturbi che possono intervenire durante l'acquisizione si effettua un test su delle resistenze di valore noto.

#### • <u>Test su resistenze note</u>

Dal circuito impostato come in Figura 5.7, si sostituisce il superconduttore con un resistore, in questo modo si ha un comportamento sicuramente lineare. La tensione misurata ai capi della resistenza non deve presentare distorsione: deve avere lo stesso contenuto armonico della forma d'onda in uscita dal generatore di segnale.

Se ciò non si verifica, significa che il segnale in ingresso alla scheda d'acquisizione presenta disturbi indesiderati e non trascurabili. In tal caso, tramite l'analisi spettrale del segnale acquisito, è possibile individuare quali frequenze sono interessate da disturbi esterni. Una volta individuata ampiezza e frequenza delle componenti indesiderate, è possibile tenerne conto una volta ottenuto lo spettro armonico del segnale prelevato dal superconduttore.

Il resistore da impiegare deve essere in grado di sopportare alte correnti con basso valore di resistenza per mantenere le condizioni operative il più simili possibili al superconduttore. In questo caso viene utilizzata una resistenza da 150  $\mu\Omega$ , in grado di sopportare correnti fino a 300 *A*; tale componente è riportato in Figura 5.10:



Figura 5.10: Resistenza campione

Il resistore in figura può sopportare le correnti che faremo scorrere sul superconduttore, quindi è possibile inserirlo nel circuito per la misura delle perdite AC. Inserendo una presa di tensione ai suoi capi, poiché la sua resistenza ha valore noto, determinerà la corrente sul circuito.

Le prove effettuate mostrano un buon accordo tra la fase del segnale a monte e a valle del resistore, con un errore nell'ordine di grandezza della risoluzione della scheda. Ciò significa che non si sovrappongono disturbi significativi al segnale.

## • Test sul guadagno di amplificazione

È estremamente utile conoscere l'effettivo guadagno dell'amplificatore per disporre di un circuito in cui si conoscano i segnali al suo interno. Per verificare che l'amplificazione sia quella dichiarata da catalogo si energizza il circuito tramite il generatore di segnale, si inserisce l'amplificatore con carico resistivo e uno shunt a valle dell'amplificatore con valore di resistenza pari a:

$$R_{shunt} = 10 \ m\Omega$$

Ai cui capi viene misurata la tensione, per confrontare il segnale in uscita dall'amplificatore con quello al suo ingresso.

Il circuito risulterà il seguente:



Figura 5.11: Circuito per il test dell'amplificatore stereo

Dai risultati ottenuti si riscontra un'amplificazione pari a:

$$G = 32 \ dB$$

Anziché i 34,4 *dB* dichiarati dal costruttore. Inoltre, si osserva uno sfasamento temporale tra i segnali misurati prima e dopo il dispositivo pari a:

$$\alpha_{stereo} = 3,2^{\circ}$$

Sfasamento introdotto dallo stesso strumento di amplificazione.



I segnali mostrati sono mostrati in Figura 5.12:

Figura 5.12: Segnali a monte dell'amplificatore stereo (curva blu) e a valle di esso (curva rossa)

• <u>Test sul rapporto di trasformazione</u>

Analoghe considerazioni possono essere realizzate per quanto riguarda il rapporto di corrente del trasformatore di misura: è opportuno conoscere a priori la caratteristica dei dispositivi nel circuito per impostare simulazioni adeguate alle richieste Al circuito in figura 5.11 si aggiunge il trasformatore di misura con secondario chiuso in cortocircuito e viene inserita una pinza amperometrica per misurare la corrente:



Figura 5.13: Circuito per test sul trasformatore di misura
Per determinare la corrente sul secondario si utilizza una pinza amperometrica Fluke i101.

Dai risultati ottenuti si osserva un rapporto di correnti non esattamente pari a quello di targa, pari a 30, bensì un valore compreso tra 28,3 e 29,7. Il valore si avvicina maggiormente al dato di targa per tensioni imposte al primario con valore di picco elevato (vicino a 0,7 V), mentre il dato si allontana da quello dichiarato se la tensione viene progressivamente ridotta fino al valore di 0,1 *V*. Così come fatto per l'amplificatore stereo, è possibile osservare uno sfasamento tra i segnali misurati nel circuito primario e secondario, equivalente a:

$$\beta_{TA} = 1,7^{\circ}$$

Come si osserva dal grafico in Figura 5.14.



Figura 5.14: Tensione a monte del TA (curva blu) e a valle di esso (curva rossa)

### **5.3 Prove sul superconduttore**

Lo sfasamento riscontrato sia per l'amplificatore stereo che per il trasformatore di misura non incidono sulla bontà della misura, poiché avremo le prese di tensione direttamente al secondario. La misura di tensione sulla resistenza di shunt presente nel circuito secondario permette di ricavare il segnale di corrente sul superconduttore (dato che la corrente che scorre nel circuito è la stessa). Conoscendo il valore della resistenza, pari a:

$$R_{shunt} = 150 \ \mu\Omega$$

E indicando con  $\Delta V_{shunt}$  la caduta di tensione ai capi della resistenza. La corrente nel circuito del superconduttore può essere ricavata come:

$$I_{SC} = \frac{\Delta V_{shunt}}{R_{shunt}}$$

Le considerazioni discusse al paragrafo precedente portano a determinate scelte sul segnale da impostare tramite software LabVIEW in uscita dalla scheda, introdotto sul circuito primario. Il segnale in ingresso al sistema è settato pari a:

$$V_{primario} = 0,7 \cos(2\pi 47 t + 0)$$

A fronte di questo segnale imposto, si raggiungono correnti al secondario pari a:

$$I_{secondario} = 110 \operatorname{sen}(2\pi 47 t + 0)$$

Oltre alle considerazioni già viste al capitolo precedente riguardanti i metodi di riduzione dei disturbi, si è costruita la presa di tensione sul superconduttore in modo da minimizzare l'area sottesa dai contatti con il nastro e i cavi di segnali:



Figura 5.15: Presa di tensione sul superconduttore

L'area racchiusa nella spira mostrata in Figura 5.15 genera un contributo al segnale in tensione proporzionale alla variazione di flusso concatenato alla spira:

$$V_{spira}(t) = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -L\frac{\partial i(t)}{\partial t}$$

Questo valore è proporzionale alla superficie della spira, alla frequenza operativa e all'ampiezza della corrente. Minimizzando l'area della spira si minimizza il flusso  $\Phi$  poiché si riduce l'area attraverso cui esso si concatena, producendo la sopramenzionata tensione.

È stato inserito un filtro software del novantunesimo ordine, per isolare la frequenza del segnale imposto dal generatore. L'ampiezza della componente a 47 *Hz* risulta la più importante, come atteso, ma si è scelto di non considerarlo come unico valore da filtrare di potenza dissipata effettiva poiché come visto ai capitoli precedenti il superconduttore introduce una distorsione e non è possibile eliminare a priori delle componenti spettrali.

Il calcolo delle perdite AC viene fatto a partire dal segnale di tensione misurato ai capi del superconduttore e dalla corrente su di esso (ricavata dalla conoscenza della caduta di tensione sul resistore campione). Per la determinazione della potenza attiva dissipata si procede calcolando la media integrale del prodotto scalare tra i due segnali:

$$P_{AC} = \int_0^t V(t) \cdot I(t) \, dt$$

Il valore atteso da simulazioni numeriche e formula analitica è pari a:

$$P_{analytical} = 7,10 \cdot 10^{-3} W/m$$

Sono state effettuate diverse misure consecutive alle stesse condizioni. I valori di perdite AC ottenute sperimentalmente variano tra  $4,2 \cdot 10^{-3} W$  a  $4,5 \cdot 10^{-3} W$  nelle varie misure. La varianza delle misure ottenute risulta pari a:

$$\sigma_{47Hz}^2 = 1,9 \cdot 10^{-8}$$

Valore molto basso, che indica una misura che presenta una buona costanza nel tempo.

I risultati ottenuti con il filtro software inserito restituisce valori più alti di perdite, poiché la potenza è calcolata tramite media integrale e considerando meno frequenze si hanno valori mediamente più alti.



Effettuando diverse prove si ottiene l'andamento mostrato in Figura 5.16.

Figura 5.16: Risultati delle simulazioni a 47 Hz, con dati rielaborati e formule analitiche

E' possibile osserva una differenza tra gli andamenti dei risultati sperimentali durante le varie prove, con i risultati analitici attesi, riportati in giallo. In Figura 5.17 sono riportati gli andamenti delle sole misure sperimentali.



Figura 5.17: Risultati delle simulazioni a 47 Hz, con dati rielaborati

Mentre a 23Hz si ottengono valori di perdite con valori 3 - 4 volte superiori rispetto a quelli ottenuti con le formule analitiche. Gli andamenti delle perdite per le prove a 23 Hz sono ripostati in Figura 5.18.



Perdite AC in GdBCO

Figura 5.18: Risultati delle simulazioni a 23 Hz, con dati rielaborati, con formule analitiche



Figura 5.19: Risultati delle simulazioni a 23 Hz, con dati rielaborati

La Figura 5.19 mostra un ingrandimento della Figura 5.18. E' possibile notare come i risultati della rielaborazione con filtro forniscano risultati molto diversi rispetto agli altri due andamenti, rispettivamente non filtrati e con filtro in frequenza.

Occorre notare che le misure effettuate a 23Hz non sono all'interno nel range di funzionamento adeguato per l'apparato di misura, poiché il trasformatore di misura lavora tra 42 e 50 Hz.

Ulteriori prove sono state effettuate a frequenze di 11 Hz e 17 Hz, nonostante queste siano frequenza non ottimali anche per l'amplificatore stereo, che richiederebbe una frequenza in ingresso superiore ai 20 Hz.. I risultati osservati presentano una proporzionalità diretta con la frequenza, come si osserva in Figura 5.20.



#### Potenza al variare della frequenza

Figura 5.20: Dipendenza della potenza dalla frequenza

La lineare proporzionalità tra potenza e frequenza risulta in accordo con le formule analitiche. La linea di interpolazione della retta è identificata dall'equazione:

$$y = 10^{-4} x - 0,0002$$

Caratterizzata da un coefficiente di determinazione:

$$R^2 = 0,9996$$

Valore prossimo all'unità, a segnalare un eccellente accordo con i dati.

Inoltre, osservando l'andamento di tensione e corrente sul superconduttore si osserva uno sfasamento di:

$$\vartheta = 84^{\circ}$$

La corrente è in ritardo di 84° rispetto alla tensione: il comportamento osservato è quasi completamente di tipo induttivo.

Lo sfasamento tra i due segnali è mostrato in figura 5.21, normalizzando le curve di tensione e corrente per evidenziare la differenza di fase:



Figura 5.21: Curve di tensione e corrente sul superconduttore

Fornendo una tensione massima di:

$$V_{sc} = 1,5 V$$

Questo risultato può significare che il segnale in tensione rilevato,  $V_{sc}$ , è il contributo di tensione induttiva ai capi del campione. Il superconduttore ha un crollo della sua resistività e il contributo induttivo, se pur piccolo, diviene totalmente predominante.

I risultati ottenuti non risultano in accordo con i dati sperimentali in termini di valori ottenuti, ma presentano una dipendenza analoga tra potenza e frequenza. Una possibile motivazione può attribuirsi allo strato di rame del nastro; ipotizzando che la corrente non scorra unicamente sul superconduttore si avrebbe una dissipazione per effetto Joule significativo sul metallo.

Lo spessore del rame è di 30µm, per cui l'entità della potenza dissipata in tali condizioni operative è di:

$$P_{j_{cu}} = \frac{V_{eff}^2}{R_{cu}} = 2 \cdot 10^{-3} W$$

Sottraendo questo contributo alle perdite AC calcolate e mostrate in figura 5.16 si otterrebbero valori di perdite più simili ai valori ricavati dalle formule analitiche. In particolare, si avrebbero valori sperimentali pari al doppio rispetto risultati analitici.

Nonostante ciò, si ritiene che il contributo del rame non sia indicativo, in quanto cortocircuitato dal superconduttore: non si verifica il fenomeno del *current sharing* fino a che non si lavora a correnti vicine al valore critico.

Fattore molto più significativo è quello relativo alle caratteristiche della scheda d'acquisizione. Il campionamento della scheda è sequenziale per cui i due segnali in arrivo dalle prese di tensione sul circuito vengono campionati in istanti di tempo diversi. Tale differenza è stata corretta tramite software, calcolando il ritardo di acquisizione, ma per questa applicazione potrebbe non essere sufficiente a garantire risultati attendibili.

Inoltre, la presenza di 8 canali d'acquisizione con questo tipo di campionamento e unico collegamento a massa può indurre interferenze reciproche tra i segnali acquisiti dai canali utilizzati. Il *crosstalk* può risultare un contributo non trascurabile per misure di tensione così piccole, nonostante la risoluzione della scheda sia di un ordine di grandezza accettabile per le tensioni in gioco. Questa criticità potrebbe essere eliminata con un'acquisizione simultanea, dunque con fase di campionamento indipendente tra i diversi canali.

Le misure alle varie frequenze sono state effettuate sul superconduttore mantenendo fisse le condizioni elettriche e termiche del sistema, quindi con gli stessi parametri circuitali, in termini di tensione e corrente, e con azoto come criogenico. Le prese di tensione sono state mantenute al di sotto del livello di azoto per non indurre tensioni su di esse dovute alla differenza di temperatura. Per quanto riguarda la replicabilità della misura, gli stress meccanici a cui un nastro è soggetto possono incidere significativamente sulla sua corrente critica. Anche l'esposizione all'aria può aver inficiato su tale parametro, e ciò determinerebbe perdite AC differenti, in quando la potenza dissipata è dipendente dal quadrato della corrente critica del superconduttore.

## 5.4 Realizzazione di bobine superconduttive

Dopodiché, i lavori sono proseguito realizzando un avvolgimento superconduttivo. Il supporto della bobina, di progettazione non banale, è stato realizzato in materiale plastico ed in G10. La Figura 5.22 mostra la bobina e il sistema di supporto. I discendenti di correnti sono stati realizzati con una lunghezza dei contatti pari a 11 cm, stessa lunghezza utilizzata per il provino in nastro, per minimizzare la resistenza di contatto.



Figura 5.22: Bobina di nastro superconduttore

Le spire sono state avvicinate tra loro per diminuire l'induttanza del provino, pertanto è stato necessario isolare gli avvolgimenti con nastro in Kapton, un materiale che ha un coefficiente di dilatazione termica adeguata all'applicazione sia a temperatura ambiente che a 77K.

L'applicazione del Kapton attorno al superconduttore è stato effettuato con particolare attenzione poiché il GdBCO non sopporta curvature con raggio minore di 5cm. A raggi di curvatura inferiori intervengono sul materiale degli sforzi meccanici che lo danneggiano, ed esso non garantisce più le stesse proprietà in termini di corrente critica.

Dato che lo stress meccanico potrebbe degradare il superconduttore e diminuire drasticamente la sua corrente critica, il campione è stato fissato ad un materiale di supporto per ridurre al minimo movimenti eccessivi del nastrino, che potrebbero portare a pieghe indesiderati e danni meccanici irreversibili.

Sono state avvolte 10 spire utilizzando un nastro di lunghezza pari a 1m; è stato ipotizzato che una bobina così composta abbia un'induttanza comunque molto limitata. L'auto campo può essere considerato trascurabile, per cui si prevede di calcolare le perdite AC utilizzando le perdite analitiche per corrente di trasporto imposta, come visto per il nastro superconduttore al paragrafo precedente.

Così come fatto per il nastro, anche nel caso della bobina è necessario ridurre l'area della spira formata da prese di tensione e campione. In Figura 5.23 è mostrata la bobina realizzata, con il suo supporto e le prese di tensione, adagiata all'interno del contenitore per l'azoto.



Figura 5.23: Supporto alla bobina di nastro superconduttore

Studi futuri si occuperanno di effettuare misure di perdite AC sulla bobina superconduttiva realizzata, con prese di tensione poste a 86 *cm* tra loro; le perdite attese, calcolate analiticamente, ammontano a:

$$P_{bobina} = 7,77 \cdot 10^{-3} W$$

## Conclusioni

La differenza più evidente tra materiali superconduttori e materiali conduttori tradizionali si manifesta nel drastico calo della resistività elettrica mostrata dai primi, se mantenuti in opportune condizioni di funzionamento. Il loro utilizzo consente di raggiungere densità di correnti maggiori riducendo, o rendendo del tutto trascurabili, le perdite per effetto Joule, proporzionali alla resistività del materiale impiegato e al quadrato della corrente di conduzione. Ciò si traduce nella possibilità di realizzare magneti compatti in grado generare campi magnetici molto importanti, come quelli raggiunti dai magneti dell'LHC al CERN, o nella possibilità di ridurre costi e ingombri rispetto al trasporto di potenza in cavi tradizionali.

Nonostante ciò, non è possibile prescindere da un sistema di raffreddamento che mantenga i superconduttori all'interno dei loro range di temperatura di funzionamento: sono comunque presenti delle dissipazioni di natura microscopica. Questo lavoro in particolare si è concentrato sulle perdite AC che si verificano durante il funzionamento in regime transitorio del superconduttore. Per progettare correttamente un sistema di raffreddamento e protezione di un qualunque dispositivo superconduttivo, è necessario poter stimare tale potenza dissipata nel sistema. Nel lavoro presentato in questa tesi, gli studi analitici e numerici preliminari si sono dimostrati fondamentali per poter realizzare un circuito di misura sperimentale, disponendo adeguatamente gli strumenti necessari.

I risultati ottenuti tramite le simulazioni numeriche sono in ottimo accordo con quelli ottenuti tramite la formulazione analitica presente in letteratura. I due modelli numerici utilizzati, modello integrale e H-formulation (rispettivamente unidimensionale e bidimensionale), si sono dimostrati equivalenti per quanto riguarda la stima della potenza dissipata in un ciclo. Il modello integrale, impiegando una mesh di dimensioni ridotte rispetto al secondo modello analizzato, consente una riduzione dell'allocazione di memoria e dei tempi di calcolo; d'altra parte, esso presenta errori numerici che potrebbero risultare non trascurabili a determinate condizioni operative o per intervalli di simulazione particolarmente brevi. Pertanto è opportuno impiegare il modello 2D qualora il profilo di corrente presenti variazioni rapide.

Tramite l'analisi numerica condotta è stato dimensionato un apparato di misura per le perdite AC in un campione di nastro superconduttore in GdBCO; tali perdite sono calcolate a partire dai segnali di corrente e tensione ai capi del campione. L'apparato è in grado di rilevare una tensione di 8·10<sup>-7</sup> V o superiore. Questo valore può rappresentare un limite quando la corrente imposta è piccola, perché le tensioni previste dalle simulazioni numeriche risultano essere inferiori alla risoluzione della strumentazione, quindi non rilevabili. Per ottenere cadute di tensione misurabili, è stato proposto di aumentare l'intensità della corrente alternata imposta. Per generare le correnti necessarie con la strumentazione disponibile in laboratorio, si è pensato di inserire un amplificatore stereo e trasformatore di misura nel circuito. In questo modo si ottengono due circuiti elettricamente disaccoppiati: un circuito per l'energizzazione del sistema, con correnti di picco di valore massimo pari a qualche Ampere, e un circuito in cui viene inserito il campione nel quale possono scorrere alcune centinaia di Ampere, e sul quale si hanno le prese di tensione per i segnali in acquisizione.

Particolare attenzione è stata posta nella sincronizzazione dei segnali acquisiti poiché il loro sfasamento incide fortemente sul valore delle perdite calcolate. È stato necessario assicurarsi che il campionamento sequenziale dei segnali ad opera della scheda d'acquisizione non introducesse ritardi indesiderati. Inoltre è stata realizzata un'operazione di riduzione del rumore tramite software, andando a limitare i disturbi presenti sui segnali, l'offset di misura e i contenuti armonici dovuti alla mancata schermatura del sistema.

Per quanto riguarda i risultati sperimentali di perdite, essi sono stati ottenuti a partire dall'acquisizione, come media integrale del prodotto scalare tra tensione e corrente; la media è stata realizzata su un intervallo di tempo pari a 300 periodi. Si è osservata una proporzionalità lineare tra i valori di perdite e la frequenza di utilizzo, così come previsto dalle formule analitiche e dai risultati numerici. In particolare, le perdite diminuiscono al diminuire della frequenza. I valori di perdite AC misurati sperimentalmente risultano dalle 4,24 alle 5,64 volte più grandi di quelli ricavati numericamente ed analiticamente. Come possibile spiegazione per tale disparità nei risultati si è ipotizzato importante il contributo dovuto allo strato di rame presente nel nastro, di spessore pari a 60 volte quello del solo superconduttore. Su tale strato si possono generare perdite per effetto Joule, in aggiunta alle perdite dovute al solo superconduttore. Stimandone il contributo e sottraendolo alle misure di potenza dissipata, i valori di perdite calcolati sperimentalmente si riducono: risultano dalle 3,4 alle 3,8 volte più grandi di quelli ricavati numericamente ed analiticamente le proprietà del superconduttore, riducendo la corrente critica. Queste degradazioni, unitamente ad eventuali disomogeneità del materiale, possono portare a perdite aggiuntive.

Inoltre, l'acquisizione utilizzata tramite scheda differenziale può aver causato un crosstalk tra i canali, determinando un'interferenza elettromagnetica tra i segnali acquisiti. Lo sfasamento tra i segnali misurati è molto significativo, pari a 84°, per cui anche un minimo contributo dato dal crosstalk potrebbe determinare un errore significativo. In questo modo, la tensione misurata potrebbe non essere quella effettiva del sistema.

Possibili sviluppi al sistema di misura realizzato potrebbero riguardare il miglioramento dei componenti utilizzati nel circuito di alimentazione e acquisizione, ad esempio utilizzando una scheda con acquisizione simultanea e limitando ogni tipo di contributo dovuto a rumori esterni. Infine, si propone di testare questo sistema e i modelli numerici realizzati per il calcolo delle perdite AC su bobine superconduttive.

# Bibliografia

[1] Tinkham Michael; Introduction to Superconductivity: Second Edition. Dover Publications, 2004

[2] Peter Malkin, Meletios Pagonis. The Design of Fully Super-conducting Power Networks for Future Aircraft Propulsion. 49<sup>th</sup> AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference, (June), 2013.

[3] Poole, Charles P., Jr., et al. Superconductivity, Elsevier Science & Technology, 2010. ProQuest Ebook Central,

http://ebookcentral.proquest.com/lib/unibo/detail.action?docID=311419.

[4] Andrei Mourachkine. High Temperature Superconductivity in Cuprates: The Nonlinear Mechanism and Tunneling Measurements.

[5] H.Fukushima et al. GdBCO and YBCO long coated conductors and coils.

[6] Charles P.Bean. Magnetization of High-Field Superconductors., Rev. Mod. Phys.,

pp. 36-31, 1 January 1964

[7] Ernst Helmut Brandt, Mikhail Indenbom. Type-II-superconductor strip with current in a perpendicular magnetic field, Phys. Rev. B 48, article n° 12893, 1993

[8] Antonio Morandi. 2D electromagnetic modelling of superconductors. Superconductor Science and Technology, Vol. 25, Issue 10, 2012.

[9] Francesco Grilli. Perdite AC nei superconduttori. Karlsruhe Institute of Technology, 2018

[10] Roberto Brambilla et al., Integral equations for the current density in thin conductors and their solution by the finite-element method, Supercond. Sci.
Technol. Article n° 105008, 2008

[11] Francesco Grilli. Integral equation for thin conductors solved by finite-elements. Karlsruhe Institute of Technology.

http://www.htsmodelling.com/?wpdmpro=iemodel\_43a

[12] F. Grilli, F. Sirois, V. Zermeno: Numerical models of HTS for AC loss computation: how far do we need to go?

[13] W T Norris, Calculation of hysteresis losses in hard superconductors carrying ac:isolated conductors and edges of thin sheets, J. Phys. D: Appl. Phys., Vol 3. Issue 489, 1970

[14] L. Prigozhin. On the Bean critical-state model in superconductivity. Department of Mathematics and Computer Science, Ben-Gurion University of the Negev, Beer-Sheva, Israel and University of Oxford, Mathematical Institute, OCIAM, Oxford, UK, 2003

[15] Kittel, C, Introduction to solid state physics (6th ed.). New York: John Wiley & Sons, 1986

[16] Francesco Grilli, Numerical Modeling of HTS Applications. Ieee/Csc & Esas Superconductivity News Forum (global edition), October 2015

[17] P. Oomen. Modelling and measurement of ac loss in BSCCO/Ag-tape windings: et al 2003 Supercond. Sci. Technol., Vol. 16, Issue 339

[18] Francesco Grilli et al., Computation of Losses in HTS Under the Action of Varying Magnetic Fields and Currents