

**Alma Mater Studiorum - Università di Bologna**

---

Dipartimento di Fisica e Astronomia  
Corso di studi in Astronomia

**Scala delle distanze in astrofisica**

Tesi di laurea

Presentata da:  
Nicolò Prampolini

Relatore:  
Chiar.mo Prof. Daniele Dallacasa

---

Appello III  
Anno Accademico 2017-2018



# Indice

<b>Abstract</b>	<b>1</b>
<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>1 Misure di distanza in astrofisica</b>	<b>2</b>
1.1 Righelli e Candeled standard	2
1.1.1 Limiti ed errori	3
1.1.2 Il problema dell'estinzione	4
1.2 L'universo della relatività generale	4
1.3 La legge di Hubble	4
<b>2 Indicatori primari</b>	<b>5</b>
2.1 Astronomia radar	5
2.2 Parallasse	5
2.2.1 Parallasse stellare annua	6
2.2.2 Parallasse secolare e altre parallassi	7
<b>3 Indicatori secondari</b>	<b>7</b>
3.1 Fit di sequenza principale	8
3.2 Variabili pulsanti	9
3.2.1 Variabili Cefeidi	10
<b>4 Indicatori terziari</b>	<b>10</b>
4.1 Supernovae	10
4.1.1 Supernovae di tipo Ia	11
4.2 Relazione di Tully-Fisher	12
4.3 Faber-Jackson, $D_n - \sigma$ e piano fondamentale	13
<b>5 Redshift cosmologico</b>	<b>14</b>
5.1 La costante di Hubble	15
<b>6 Conclusioni</b>	<b>15</b>
<b>Riferimenti bibliografici</b>	<b>16</b>
<b>Ringraziamenti</b>	<b>17</b>

## Abstract

In astrofisica non è possibile ottenere misure dirette di una distanza, tutto ciò che si può ottenere sono in realtà stime indirette basate su quantità osservative. Solo pochissimi dei metodi utilizzati sono completamente indipendenti e spesso la loro applicabilità è limitata a distanze relativamente ridotte; tutti gli altri basano su leggi empiriche che evidenziano delle correlazioni la cui costante di proporzionalità deve essere definita da una *calibrazione*. Tramite i primi dunque si calibra un metodo successivo, capace di raggiungere distanze maggiori, che a sua volta verrà usato per calibrare un metodo successivo e via dicendo; il sistema che così si costruisce è noto come *scala delle distanze cosmiche* ed è l'argomento centrale di questo elaborato.

## Introduzione

La scala delle distanze cosmiche è composta da tre gradini, che introducono una suddivisione gerarchica tra gli indicatori di distanza:

- Primari: Non necessitano di calibrazione, sono indipendenti;
- Secondari: Calibrati attraverso i primari, risentono dei loro errori;
- Terziari: Calibrati dai secondari, risentono degli errori di entrambi i precedenti.

Una seconda suddivisione riguarda il principio geometrico alla base del metodo:

- Righelli standard: Dai quali si ricava la distanza tramite una proporzione sulle dimensioni reali e quelle apparenti;
- Candele standard: Dalle quali si ricava la distanza quantificando l'affievolimento osservato del flusso.

Vi è poi un metodo escluso tra questi, quello del redshift cosmologico (Sezione 5) che nel paragone sembra piuttosto essere l'arrivo della scala, il piano superiore.

In seguito mi propongo di descrivere, oltre al funzionamento del singolo metodo e allo sviluppo sequenziale del sistema, in particolare le difficoltà e i limiti che si incontrano nella determinazione accurata delle distanze.

Verrà data anche un'idea delle correzioni da introdurre per fare fronte alla realtà della Relatività generale, correzioni di natura puramente geometrica e certamente piuttosto qualitative per via dei miei attuali limiti teorici riguardo a questo argomento.

# 1 Misure di distanza in astrofisica

In fisica classica, la misura di una distanza comporta la necessità di un confronto simultaneo della posizione di due punti dello spazio:  $d = |\mathbf{x}_1(t_i) - \mathbf{x}_2(t_i)|$ . Di seguito, quando  $\mathbf{x}_1$  coinciderà con la posizione dell'osservatore (che chiamerò  $\mathbf{x}_0$ ) utilizzerò una notazione più breve evidenziando solo l'istante temporale:  $d = |\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_2(t_i)| \equiv d(t_i)$ .

In astrofisica, la posizione di un punto dello spazio è stimabile esclusivamente tramite metodi basati sull'osservazione di una sorgente luminosa in quel punto, la cui luce, viaggiando a velocità finita, impiega un tempo non nullo a percorrere la distanza che ci separa da essa, con la conseguenza che ciò che osserviamo è l'informazione sulla posizione della sorgente non al tempo della misurazione ( $t_m$ ) ma a un tempo precedente, ovvero al tempo dell'emissione del segnale luminoso ( $t_e$ ). In realtà stiamo quindi misurando  $d = |\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}(t_e)| = d(t_e)$ ; dove  $\mathbf{x}$  è la posizione della sorgente.

Ci chiediamo ora se ciò sia significativo. Considerando un universo con metrica statica euclidea come si fa in fisica classica, l'incertezza sulla posizione della sorgente a  $t_m$  è dovuta esclusivamente allo spostamento avvenuto per effetto della sua velocità relativa all'osservatore (nota come velocità peculiare:  $\mathbf{v}_{pec}$ ) nel tempo  $\Delta t_{e,m} \equiv t_m - t_e$ <sup>1</sup>, la quale a sua volta genera un'incertezza sulla distanza<sup>2</sup>  $\Delta d_{e,m} \equiv d(t_m) - d(t_e)$ . Di solito per valori tipici di  $\mathbf{v}_{pec}$  ( $< 10^3 \text{ Km} \cdot \text{s}^{-1}$ ) si ha  $\frac{\Delta d_{e,m}}{d(t_e)} < 10^{-2}$ .

Di seguito lo spostamento dovuto a  $\mathbf{v}_{pec}$  nel tempo  $\Delta t_{e,m}$  verrà trascurato, pertanto non vi sarà distinzione tra le distanze classiche  $d(t_e)$  e  $d(t_m)$  e quando ciò non comprometterà la comprensibilità, scriverò semplicemente  $d$ .

## 1.1 Righelli e Cande standard

In astrofisica i metodi che stimano distanze classiche  $d(t_e)$  basandosi su principi geometrici nella metrica statica euclidea sono due: i righelli standard e le cande standard. Un righello standard è un oggetto astronomico di cui è noto<sup>3</sup> il raggio fisico effettivo ( $r$ ). Se  $\theta$  è la dimensione angolare in radianti che tale raggio sottende si ha  $D_A = \frac{r}{\tan \theta}$ ,  $D_A$  è nota come distanza di diametro angolare. Molto importante è poi l'approssimazione al prim'ordine per  $\theta \ll 1$ :  $\tan \theta = \theta + \mathcal{O}(\theta^2)$ . Possiamo quindi scrivere:

$$D_A = D_A(\theta) \sim \frac{r}{\theta} \quad (1)$$

Una candela standard è un oggetto astronomico di cui è nota la magnitudine assoluta ( $M$ ), si può utilizzare per ricavare la cosiddetta distanza di luminosità ( $D_L$ ) in unità di parsec<sup>4</sup>, infatti vale la relazione:

$$D_L = D_L(\mu) = 10^{0.2\mu+1} \quad (2)$$

---

<sup>1</sup>Infatti, in questo tipo di universo, se la sorgente fosse a riposo nel sistema di laboratorio ( $\forall t \geq 0, v_{pec}(t) = 0$ ) la sua distanza dall'osservatore sarebbe la stessa a tutti i tempi.

<sup>2</sup>Tale incertezza è un limite teorico dovuto esclusivamente a  $\mathbf{v}_{pec}$ ; non tiene conto delle incertezze relative ai problemi di misurazione, né riguarda la calibrazione di cui si parla nell'**Abstract**.

<sup>3</sup>In generale quando dico *noto* intendo dire noto entro una piccola incertezza relativa.

<sup>4</sup>Per la definizione di parsec rimando alla Sezione 2.2.1.

Dove  $\mu \equiv m - M$  è detto modulo di distanza e  $m$  è la magnitudine apparente nella stessa banda di  $M$ .

### 1.1.1 Limiti ed errori

Al fine di dare un'idea indicativa delle potenzialità dei metodi sviluppati su questi due principi generali, eseguo una semplice analisi degli errori per (1) e (2) e definisco la distanza massima stimabile ( $D_M$ ) come il valore massimo di distanza il cui errore relativo sia inferiore a 0.1 <sup>5</sup>.

Dato che  $r$  è noto può essere lecito assumere che il suo errore relativo sia molto inferiore a quello di  $\theta$ , se  $\delta x$  è l'errore associato alla variabile  $x$ , dalla (1) in questo caso si ha

$$\left(\frac{\delta D_A}{D_A}\right)^2 = \left(\frac{\delta r}{r}\right)^2 + \left(\frac{\delta \theta}{\theta}\right)^2 \sim \left(\frac{\delta \theta}{\theta}\right)^2$$

e imponendo il limite sull'errore si ottiene la seguente condizione su  $\theta$ .

$$0.01 > \left(\frac{\delta D_A}{D_A}\right)^2 = \left(\frac{\delta \theta}{\theta}\right)^2 \iff \theta > 10 \delta \theta \equiv \theta_{min}$$

Nuovamente dalla (1) è ovvio che  $D_{A,M} = D_A(\theta_{min})$  da cui si ottiene infine

$$D_{A,M} = \frac{r}{\theta_{min}} = 0.1 \frac{r}{\delta \theta} \quad (3)$$

Questa relazione ci mostra che la distanza massima stimabile di un righello standard cresce con la dimensione del righello e con la precisione della misura di  $\theta$ .

Passiamo alle candele standard, applicando la propagazione degli errori sulle funzioni alla (2) si ricava la seguente espressione per l'errore relativo di  $D_L$

$$\frac{\delta D_L}{D_L} = 0.2 \ln 10 \delta \mu \quad (4)$$

In base a questa formula, la precisione sulla stima di  $D_L$  dipende esclusivamente da quella sulla stima di  $\mu$ . Proseguo imponendo il limite sull'errore relativo.

$$0.1 > \frac{\delta D_L}{D_L} = 0.2 \ln 10 \delta \mu \iff \delta \mu < \frac{0.1}{0.2 \ln 10} \simeq 0.22 \text{ mag}$$

Questa volta per definire il valore di  $D_{L,M}$  considero un limite strumentale, assumo come minimo valore di magnitudine osservabile  $m_{max} \equiv 27.5 \text{ mag}$  <sup>6</sup>, da cui  $\mu_{max} \equiv 27.5 - M \text{ mag}$ . Ora, richiamando la (2) si può scrivere  $D_{L,M} = D_L(\mu_{max})$  da cui

$$D_{L,M} = 10^{0.2(27.5-M)+1} = 10^{6.5-0.2M} \quad (5)$$

Ciò significa che se siamo in grado di stimare  $\mu$  con sufficiente precisione, la distanza massima stimabile di una candela standard dipende esclusivamente dalla sua magnitudine assoluta.

<sup>5</sup>Nell'ambito delle distanze astrofisiche un'incertezza del 10% è un buon risultato.

<sup>6</sup>Questo è un valore approssimativo il cui scopo è semplicemente dare un'idea delle distanze stimabili tramite una candela standard, il calcolo preciso di  $m_{max}$  dovrebbe tenere conto delle condizioni di osservazione, delle caratteristiche del telescopio, del tempo di esposizione.

## 1.1.2 Il problema dell'estinzione

Quando si misura il valore di una quantità osservativa come  $m$ , non è detto che le proprietà determinate siano interamente dovute alla sorgente. L'interazione con l'ISM ad esempio provoca fenomeni di scattering e assorbimento, che possono modificare sensibilmente l'intensità e la forma degli spettri. Per descrivere questi effetti si definisce la funzione estinzione  $A_\nu$  in modo che  $m_o \equiv m - A_\nu$ , dove  $m_o$  indica il valore non estinto della magnitudine apparente della sorgente.

Per un corretto utilizzo del modulo di distanza è necessario eliminare tutti gli effetti di attenuazione del segnale luminoso che non sono direttamente dovuti alla distanza percorsa, quali appunto l'estinzione, ridefiniamo  $\mu \equiv m - M - A_\nu$  e riscriviamo la (5).

$$D_{L,M} = 10^{6.5-0.2M-A_\nu} \quad (6)$$

## 1.2 L'universo della relatività generale

L'introduzione dello spazio-tempo dovuta alla relatività generale (1915) portò negli anni seguenti alla necessità di formulare una metrica nuova, oggi nota come FLRW <sup>7</sup>. L'universo così definito è dinamico, lo spazio al suo interno si espande (o contrae) secondo un parametro temporale detto fattore di scala  $a(t)$ , in questo modo a  $\Delta d_{e,m}$  si aggiunge in  $\Delta t_{e,m}$  un'altra incertezza  $\Delta d_{esp}$ . Introduciamo la distanza propria ( $D_P$ ), trascurando l'incertezza  $\Delta d_{e,m}$  come detto in Sezione 1 si ha  $D_P(t_e) \equiv d(t_e)$  e  $D_P(t_m) \equiv d(t_e) + \Delta d_{esp}$ , quindi  $D_P(t_m)$  equivale alla distanza classica a  $t_e$  corretta considerando l'effetto dell'espansione durante  $\Delta t_{e,m}$ . Il fattore di scala agisce su  $D_P(t)$  in modo che

$$a(t_i)^{-1} \cdot D_P(t_i) = a(t_k)^{-1} \cdot D_P(t_k) \quad (7)$$

ovviamente si definisce  $a(t_m) \equiv 1$ .

Per brevità d'ora in avanti quando scriverò  $D_P$  sarà sottinteso  $D_P(t_m)$ .

In FLRW  $D_P$  è legata a  $D_A$  e  $D_L$  dalle seguenti relazioni di natura geometrica:

$$D_P = a(t_e)^{-1} \cdot D_A \quad e \quad D_P = a(t_e) \cdot D_L \quad (8)$$

## 1.3 La legge di Hubble

Nel 1929 Edwin Hubble osservò una correlazione tra la distanza delle galassie e il loro redshift:  $z_c \propto d$  nota come legge di Hubble <sup>8</sup>. Ciò che egli osservò è l'aumento di distanza tra le galassie dovuto all'espansione dello spazio, la velocità di allontanamento che questo fenomeno determina è nota come velocità di recessione ( $v_{rec}$ ).

È importante sottolineare che la distanza nella legge di Hubble è la distanza propria e che il fattore di scala di FLRW può essere espresso in termini di redshift come  $a(t) = (1 + z_c)^{-1}$ , pertanto possiamo riscrivere le relazioni (8).

$$D_P = (1 + z_c) \cdot D_A \quad (9)$$

$$D_P = (1 + z_c)^{-1} \cdot D_L \quad (10)$$

<sup>7</sup>Dai nomi degli scienziati che la calcolarono: Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker.

<sup>8</sup>Per una definizione di  $z_c$  rimando al capitolo 5, per ora basti sapere che il redshift consente la stima della velocità di allontanamento di una sorgente semplicemente tramite osservazioni spettroscopiche.

È evidente che la costante di proporzionalità della legge di Hubble è strettamente legata al tasso di espansione dello spazio, per questo motivo la sua determinazione ha implicazioni cosmologiche fondamentali e vi è in letteratura un'infinità di studi a riguardo di questa calibrazione. Per  $z_c = 0.1$ ,  $D_A$  e  $D_L$  differiscono solo del 10% da  $D_P$  e utilizzando uno tra i valori oggi più comunemente accettati della costante (di cui parleremo meglio nella sezione 5.1) si ha  $D_P \simeq 1 \text{ Gly}$ <sup>9</sup> [1]. Gli indicatori primari e secondari non hanno applicabilità a distanze così elevate, pertanto considererò gli effetti dell'espansione solo dalla sezione 4 in poi, dedicata agli indicatori terziari.

## 2 Indicatori primari

In questa sezione presenterò i metodi indipendenti, di natura geometrica, che non necessitano di calibrazioni. Ricordando quanto detto nella Sezione 1.3, si farà uso qui e nella Sezione 3 di  $d$ ,  $D_A$  e  $D_L$  sottintendendo  $d \sim D_P$ ,  $D_A \sim D_P$  e  $D_L \sim D_P$ .

### 2.1 Astronomia radar

Inviando un segnale alla frequenza delle microonde verso un corpo del sistema solare, è possibile determinarne la distanza semplicemente misurando il tempo  $\Delta t$  impiegato dal segnale riflesso per ritornare all'osservatore, poiché il segnale compie due volte il tragitto, la distanza vale  $d = c (0.5 \cdot \Delta t)$ . Questo metodo è diverso da tutti gli altri, sfrutta come costante nota la velocità della luce.

Il vero problema delle tecniche radar è la potenza, il segnale inviato è debole e perde potenza durante l'intero tragitto  $P \propto d^{-4}$  [2], questo ne limita l'uso al Sistema solare ma le precisioni raggiungibili sono davvero notevoli e furono determinanti per la misura accurata della distanza Terra-Sole ( $d_{TS}$ ). Si ha infatti  $\langle d_{TS} \rangle = (149, 597, 870, 700 \pm 3) m$  da cui si definisce  $1 \text{ au} \equiv 149, 597, 870, 700 m$ , detta unità astronomica [2][3].

### 2.2 Parallasse

La parallasse è lo spostamento angolare apparente di un oggetto, quando viene osservato da due punti di vista diversi [4]. Nella Figura 1 ne vediamo un esempio generale, mentre dalla prossima sezione specificherò l'utilizzo che se ne fa in astronomia.

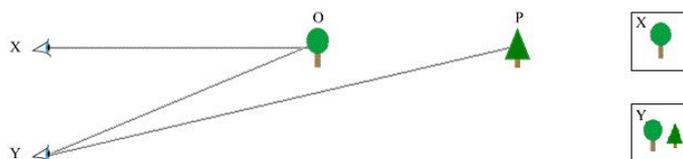


Figura 1: Si noti che l'effetto visivo è equivalente a uno spostamento dell'oggetto in P.

<sup>9</sup>  $Gly$  sta per  $10^9 ly$  ovvero un miliardo di anni luce, dove  $1 ly \simeq 9.461 \cdot 10^{15} m$ .

## 2.2.1 Parallasse stellare annua

Iniziamo lo studio del fenomeno con qualche semplificazione. Per ora supponiamo che il moto Terra-Sole si sviluppi su una circonferenza di raggio  $R = 1 \text{ au}$  e che all'interno della nostra galassia, le stelle si possano considerare in quiete una rispetto all'altra. Visualizziamo gli effetti del moto di rivoluzione sull'osservazione delle altre stelle tramite la Figura 2. Nell'esempio vediamo alcune background stars molto distanti e una nearby star più vicina, le stelle più scure in fondo alle rette nere rappresentano invece la posizione apparente della nearby star rispetto alle background stars come vista da un osservatore sulla Terra.

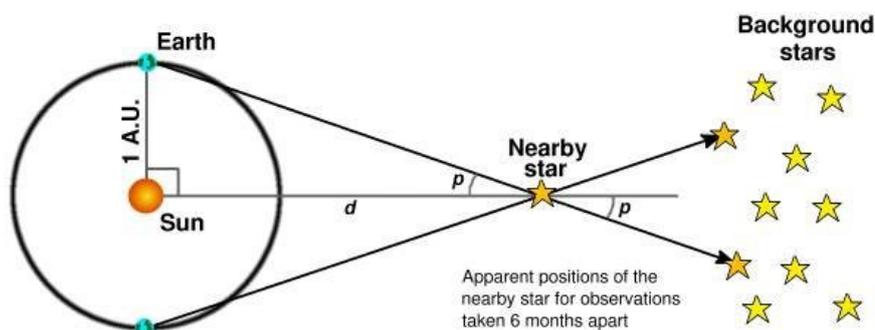


Figura 2: Le linee nere rappresentano le linee di vista dell'osservatore posto sulla Terra, lo spostamento considerato equivale a un tempo di 6 mesi.

Ciò che si osserva è quindi uno spostamento *relativo* tra stelle a distanza diversa. Il problema può essere pensato anche come la misura della distanza di diametro angolare dell'orbita terrestre vista dalla nearby star essendo noto il raggio fisico  $R = 1 \text{ au}$ . In questo senso, l'orbita terrestre fa da righello standard. Anche l'angolo  $p$  è chiamato parallasse ed è ottenuto considerando le background stars come riferimento fisso.

Dalla Figura 2 abbiamo  $D_A = \frac{R}{\tan p}$  e tipicamente  $p < 1 \text{ arcsec} = \frac{\pi}{180 \cdot 60 \cdot 60} \text{ rad} \simeq 5 \cdot 10^{-6} \text{ rad}$ , con lo stesso procedimento che per la (1) otteniamo  $D_A \sim \frac{R}{p} = \frac{1 \text{ au}}{p}$ .

A questo punto, solo per comodità si è soliti introdurre una nuova unità di misura: il parsec ( $pc$ ), la distanza alla quale si ha una parallasse stellare annua di  $1 \text{ arcsec}$ .

$$d = 1 \text{ pc} \equiv \frac{1 \cdot 180 \cdot 60 \cdot 60}{\pi} \text{ au} \simeq 3.1 \cdot 10^{16} \text{ m} \quad (11)$$

Questa definizione ci permette di esprimere la seguente semplicissima relazione.

$$\frac{D_A}{[pc]} = \frac{[arcsec]}{p} \quad (12)$$

Attualmente il limite di risoluzione angolare per misure astrometriche è  $\delta\theta = 10^{-5} \text{ arcsec}$ , raggiungibile dal satellite GAIA [5]. L'errore relativo introdotto dall'approssimazione di orbita circolare  $R = 1 \text{ au}$  è inferiore a  $10^{-6}$  mentre quello sulla misura della parallasse

è superiore a  $\frac{\delta p_{min}}{p_{max}} = \frac{10^{-5} \text{ arcsec}}{10^{-1} \text{ arcsec}} = 10^{-4}$ , segue che l'errore relativo del raggio fisico noto è trascurabile, quindi ci riconduciamo alla (3) ottenendo  $D_{A,M} = 10 \text{ Kpc}$  che è dell'ordine del raggio della Via Lattea. Con la parallasse possiamo determinare con buona precisione solo la distanza di oggetti interni alla galassia.

Un'altra approssimazione riguarda le background stars, esse non sono davvero fisse, in realtà potremmo immaginare uno sfondo più distante rispetto al quale mostrano una parallasse, tuttavia notiamo dalla (12) che  $p \propto D_A^{-1}$ . Essendo le background stars molto più lontane della nearby star, il loro spostamento angolare risulta trascurabile. Infine nella realtà le stelle non sono in quiete fra loro ma presentano un *moto angolare intrinseco* che va a sommarsi all'incertezza  $\delta p$ , questo contributo non sempre è trascurabile e in tal caso prima di applicare il metodo di parallasse è necessario eliminare la componente intrinseca tramite altre considerazioni.

## 2.2.2 Parallasse secolare e altre parallassi

Il Sole si muove a velocità  $v_{\odot} \simeq 20 \text{ Km} \cdot \text{s}^{-1}$  rispetto alle popolazioni del disco galattico e  $v_{\odot} \simeq 200 \text{ Km} \cdot \text{s}^{-1}$  rispetto alle popolazioni dell'alone, la parallasse secolare sfrutta come righello standard un tratto dell'orbita solare compiuto in diversi anni che permette di raggiungere una  $D_{A,M}$  superiore rispetto alla parallasse stellare annua. Purtroppo anche lo spostamento angolare intrinseco tra le stelle cresce incrementando di molto  $\delta p$ , impedendo di trarre benefici dal punto precedente. L'uso della parallasse secolare è quindi limitato ai casi in cui l'effetto del moto angolare intrinseco è eliminabile.

Un esempio importante riguarda gli ammassi <sup>10</sup>: Assumendo semplicemente che le velocità delle stelle al loro interno presentino una distribuzione isotropa rispetto alla popolazione del disco (o dell'alone), si ottiene che il moto angolare *medio* dell'ammasso è completamente determinato dal moto del Sole rispetto alla stessa popolazione [6][7]. Un altro utilizzo che si può fare della parallasse secolare riguarda la parallasse statistica: misurando la velocità radiale media di un ammasso tramite osservazioni spettroscopiche e assumendo che questa sia una buona stima della velocità trasversale media, è possibile combinarla con lo spostamento angolare *medio* osservato per eliminarne la componente intrinseca *media* dell'ammasso [7].

Infine ci sono altri tipi di parallasse il cui principio geometrico è rivisitato per sfruttare una misura spettroscopica della velocità radiale e la variazione di diametro angolare di un oggetto, come un ammasso che si allontana (parallasse di gruppo o di ammasso mobile) o una nebulosa planetaria in espansione (parallasse di espansione).

## 3 Indicatori secondari

Il presente paragrafo riguarda metodi calibrati tramite indicatori primari la cui affidabilità dipende, pertanto, dalla precisione dei calibratori, oltre che dalle assunzioni,

<sup>10</sup>Quando la dimensione di un oggetto è trascurabile sulla sua distanza media, si è soliti assumere che gli oggetti al suo interno siano tutti alla stessa distanza dall'osservatore, così è ad esempio per le stelle negli ammassi e nelle galassie, o per le galassie in un ammasso di galassie.

approssimazioni e caratteristiche proprie dei metodi stessi.

### 3.1 Fit di sequenza principale

È possibile collocare le stelle degli ammassi in grafici *m-classe spettrale* grazie a semplici osservazioni spettroscopiche [2]. Questi vengono detti diagrammi *HR* e presentano tutti la stessa forma caratteristica ma traslata verticalmente, la sezione centrale è nota come sequenza principale <sup>11</sup>. Supponiamo che ammassi simili in età e metallicità presentino lo stesso diagramma in magnitudine assoluta ( $HR_M$ ), cioè che la differenza osservata in magnitudine non sia intrinseca ma dovuta a diversità nella distanza o nell'estinzione tra i vari ammassi.

Preso un ammasso per cui è nota l'estinzione e per cui la distanza sia stimabile tramite uno dei metodi di parallasse, possiamo determinare la magnitudine assoluta delle stelle che lo compongono, infatti invertendo la (2) e ricordando che  $\mu \equiv m - M - A_\nu$  otteniamo

$$M = m + 5(1 - \log_{10} D_L) - A_\nu \quad (13)$$

A questo punto un fit sulla nuova distribuzione ottenuta fornisce una stima per  $HR_M$ . Ora, come vediamo in figura 3, ricostruendo il diagramma *HR* di un qualunque ammasso, è sufficiente misurarne lo scostamento verticale dal fit per  $HR_M$  per determinarne il modulo di distanza  $\mu$ , da cui stimiamo la distanza tramite la (2).

$HR_M$  rappresenta il diagramma all'ordinata a cui tutti i diagrammi *HR* tendono se posti alla stessa distanza, ciò che abbiamo fatto tramite la parallasse è una stima di questa ordinata, ovvero una calibrazione di questo metodo noto come fit di sequenza principale, riconducibile alle candele standard, in quanto basa sull'assunto che la classificazione spettrale sia un buon indicatore di  $M$ .

Essendo un metodo statistico, la sua affidabilità è strettamente legata al campione che si considera ed è più difficile dare una stima univoca di  $D_{L,M}$ . Per far sì che  $\delta\mu < 0.22 \text{ mag}$

è necessario considerare un gran numero di stelle ma la distanza crescente rende quelle meno luminose impossibili da osservare restringendo il campione. La massima distanza per cui un campione di stelle può rimanere significativo per questa tecnica è di circa 10-30 *Kpc* e varia a seconda dei valori di  $A_\nu$ .

La procedura di fitting può poi essere alterata da altri problemi. Inserire in *HR* stelle lungo la linea di vista che non sono interne all'ammasso ma dietro o davanti ad esso

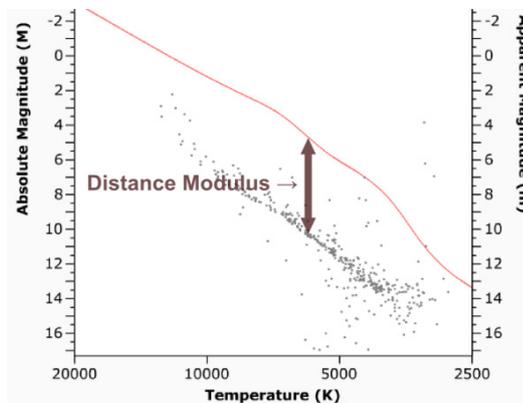


Figura 3: In alto: fit per  $HR_M$ ; sotto: diagramma *HR* di un ammasso.

<sup>11</sup>In realtà gli ammassi più vecchi presentano un troncamento nella sequenza principale, nonostante ciò, la forma del ramo residuo è sempre all'incirca la stessa.

aumenta la dispersione nel diagramma, infatti stelle poste davanti all'ammasso sono in realtà più vicine a noi, pertanto utilizzando la distanza dell'ammasso nella (13) sovrastimiamo  $M$ , mentre al contrario per quelle poste dietro la sottostimiamo.

## 3.2 Variabili pulsanti

Le variabili sono stelle il cui valore di  $m$  varia nel tempo, tra queste sono particolarmente importanti le variabili pulsanti per le quali una variazione periodica in dimensione genera un'oscillazione in luminosità.

Ne esistono di vari tipi ma quelle più utili alla costruzione della scala delle distanze sono Cefeidi ed RR Lyrae e dalla collocazione in  $HR$  visibile in Figura 4 (fascia quasi verticale detta instability strip), deduciamo che sono stelle giganti.

Una curva di luce tipica per queste stelle presenta periodo e luminosità media costanti, ciò che si osserva è che più è lungo il periodo più è alta la luminosità media, questa correlazione prende il nome di relazione PL<sup>12</sup>. In generale  $\langle M_V \rangle = \delta \log_{10} P + \rho_1$  in cui il periodo ( $P$ ) è solitamente espresso in *giorni* mentre  $\delta$  e  $\rho_1$  sono i parametri di calibrazione.

Una volta calibrata la relazione PL possiamo utilizzare queste variabili pulsanti come candele standard, poiché la loro luminosità media diventa deducibile dal periodo di pulsazione, che è osservabile.

Le caratteristiche strutturali delle stelle all'interno della instability strip mettono in moto un processo fisico noto come meccanismo  $\kappa$ , che è alla base del fenomeno di pulsazione,  $\kappa$  indica l'opacità.

La contrazione della stella provoca un incremento della temperatura, ciò causa un incremento di pressione e inoltre aumenta il numero di elettroni liberi nelle zone a ionizzazione parziale, con conseguente aumento dell'opacità (cioè calo di luminosità). Mano a mano che aumenta la pressione il processo di contrazione si arresta e inverte, ciò riduce la temperatura, consente la ricombinazione nelle zone a ionizzazione parziale e di conseguenza l'opacità ritorna ai valori iniziali (e la luminosità con essa).

L'affidabilità del metodo dipende dalla precisione della calibrazione, dalla "robustezza" della relazione PL del singolo tipo di variabile e da tutti i fattori che modificano le quantità osservative, quali metallicità ed estinzione. Per le variabili che considereremo, la relazione PL è abbastanza ben definita da permettere stime precise di  $M$ , conside-

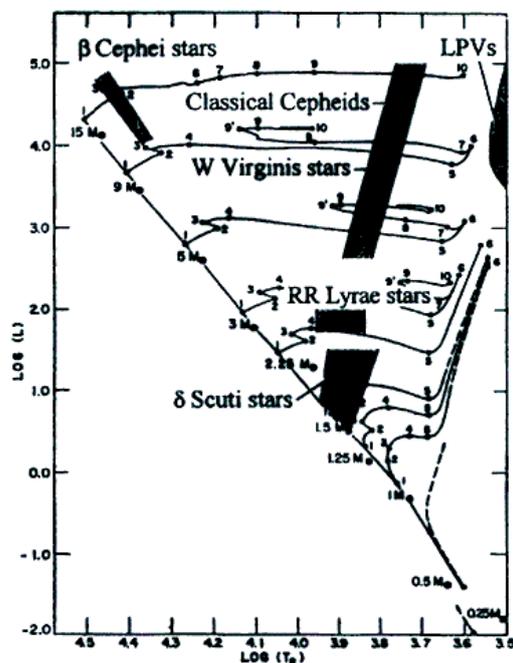


Figura 4: Diversi tipi di variabili pulsanti poste all'interno del diagramma  $HR$ .

<sup>12</sup>In realtà c'è anche una dipendenza dal colore, solitamente si parla quindi di relazione PLC.

rando un campione di variabili abbastanza esteso con le giuste accortezze non è difficile scendere al di sotto del limite  $\delta\mu = 0.22 \text{ mag}$ .

### 3.2.1 Variabili Cefeidi

Queste variabili si dividono in due tipi a seconda della popolazione cui appartengono. Le Cefeidi tipo II sono di popolazione II, mostrano periodi solitamente tra 1 - 60 *giorni* e magnitudini fino a  $\langle M_V \rangle \simeq -3 \text{ mag}$ . Occupano la zona inferiore della instability strip delle Cefeidi, la loro relazione PL è [2]:

$$\langle M_V \rangle = (-0.05 \pm 0.05) + (-1.64 \pm 0.05) \log_{10} P$$

Le magnitudini più elevate con  $A_V = 0 - 0.5 \text{ mag}$  dalla (6) determinano  $D_{L,M} \simeq 10 - 12 \text{ Mpc}$ , oltre il gruppo locale.

Le Cefeidi di tipo I sono di popolazione I, hanno periodi molto regolari di 1 - 40 *giorni*, le magnitudini raggiungono le  $M \simeq -5.8 \text{ mag}$  e si trovano nella zona superiore della instability strip delle Cefeidi. La loro relazione PL è [2]:

$$\langle M_V \rangle = (-1.304 \pm 0.065) + (-2.786 \pm 0.075) \log_{10} P$$

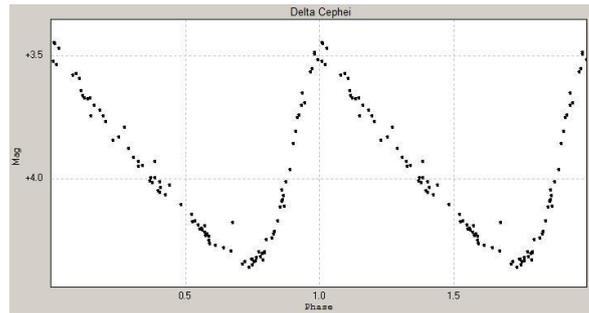


Figura 5: Curva di luce tipica delle Cefeidi, con salita ripida e discesa più lenta.

Con lo stesso procedimento attuato in precedenza otteniamo  $D_{L,M} \simeq 35 - 45 \text{ Mpc}$ , ben al di là del gruppo locale. In certi casi con le Cefeidi tipo I è possibile raggiungere incertezze del 5% su distanze di oltre 30 *Mpc* [8].

## 4 Indicatori terziari

Come già anticipato, d'ora in poi le distanze in gioco saranno estremamente elevate e non sarà più possibile trascurare gli effetti di espansione dello spazio, dovremo quindi rifarci alle equazioni (9) e (10) per ottenere stime corrette di  $D_P$ .

### 4.1 Supernovae

Una supernova (SN) è l'esplosione che segue il collasso di una stella incapace di continuare il processo di fusione nucleare, o di una nana bianca che supera il limite della

massa di Chandrasekhar per accrescimento da una compagna binaria o per coalescenza con un'altra nana bianca, il secondo caso prende il nome di SN Ia, nel primo si trovano invece le tipo Ib, Ic e tutte le tipo II. Osservativamente la divisione è di carattere spettroscopico, infatti basa sull'osservazione di righe spettrali diverse per ogni tipo.

### 4.1.1 Supernovae di tipo Ia

La magnitudine assoluta di una SN Ia è molto variabile anche in breve tempo, però il suo valore al picco ( $M_{max}$ ) e la forma della curva di luce sono molto simili per tutte, per questo si è soliti chiamarle candele *standardizzabili*. In realtà questa è solo una prima approssimazione, si osserva che curve più larghe hanno picchi più elevati e una relazione più precisa deve legare  $M_{max}$  ad un parametro che definisce la larghezza della curva di luce, ovvero la rapidità con cui la magnitudine varia nel tempo <sup>13</sup>.

La massa di Chandrasekhar è una costante ( $\simeq 1.44 M_{\odot}$ ) e la composizione chimica delle nane bianche è sempre la stessa (nucleo di C-O), proprio per questi fattori le SNe Ia sono sempre così simili tra loro, sono anche quelle con magnitudine assoluta media al picco più alta  $\langle M_{B,max} \rangle = -19.25 \pm 0.20 \text{ mag}$  con deviazione standard di  $0.50 \text{ mag}$  [9]. La relazione empirica che lega  $M_{max}$  alla larghezza è la relazione di Phillips [2]

$$M_{B,max} = -21.726 + 2.698\Delta m_{15}$$

dove  $\Delta m_{15}$  è la variazione in magnitudine dopo 15 giorni dal picco.

La singola curva di luce mostra peculiarità proprie che la differenziano sebbene in minima parte dalle altre, per ridurre al minimo gli effetti di questa variabilità intrinseca si costruisce da un campione di SNe Ia vicino di estinzione nota, una curva di luce di riferimento dipendente da un parametro di larghezza con il quale ricondursi al caso osservato, solitamente la curva di riferimento è fissata a  $\Delta m_{15} = 1.1 \text{ mag}$ .

Il metodo Multicolor Light Curve Shape (MLCS) genera il best-fit di riferimento su più bande, in questo modo oltre alle variazioni intrinseche, è possibile eliminare gli effetti di estinzione tramite osservazioni e confronti su bande diverse.

Il metodo dello stretch factor invece genera il best-fit utilizzando curve di luce di qualsiasi larghezza, riconducendole tutte a  $\Delta m_{15} = 1.1 \text{ mag}$  tramite una deformazione della scala temporale, ottenendo così un campione molto più vasto.

Ad ogni modo quanto considerato finora non tiene conto dell'espansione dello spazio, valori di  $z_c \gtrsim 0.1$  richiedono ulteriori correzioni.

La K-correction tiene conto dello spostamento rigido dello spettro rispetto alla banda di osservazione, ciò modifica la forma osservata della curva di luce poiché l'evoluzione temporale dello spettro può essere diversa a frequenze diverse. Inoltre per  $v_{rec}$  relativistiche la dilatazione dei tempi allarga la curva di luce osservata.

Tenendo conto di tutte queste considerazioni l'incertezza su  $\mu$  può diminuire fino a  $\delta\mu \simeq 0.1 \text{ mag}$ , con corrispondente incertezza percentuale su  $D_P$  di circa il 5%.

Stimando  $D_{L,M}$  in questo caso utilizziamo indicativamente  $M = -18.25 \text{ mag}$  poiché non basta osservare il picco di luminosità ma è necessario un tratto di curva di luce, in questo modo con  $A_{\nu} = 0 - 0.5 \text{ mag}$  otteniamo dalla (6)  $D_{L,M} \simeq 12 - 16 \text{ Gpc}$ , per cui si ha  $z_c \simeq 1.66 - 2.00$  [1], dalla (10) il termine corretto è  $D_{P,M} \simeq 4 - 5 \text{ Gpc}$ .

<sup>13</sup>Le curve di luce sono grafici  $m-t$ , quindi curve ripide stanno a variazioni rapide di magnitudine.

## 4.2 Relazione di Tully-Fisher

Nelle galassie a spirale si osserva una correlazione tra l'allargamento doppler della riga HI ( $W$ ) e la luminosità, la relazione di Tully-Fisher (TFR) ne propone l'utilizzo per la stima delle distanze. Alternativamente a  $W$  è possibile utilizzare i valori di velocità ottenuti dalla curva di rotazione ( $V$ ), essendo le due grandezze strettamente legate.

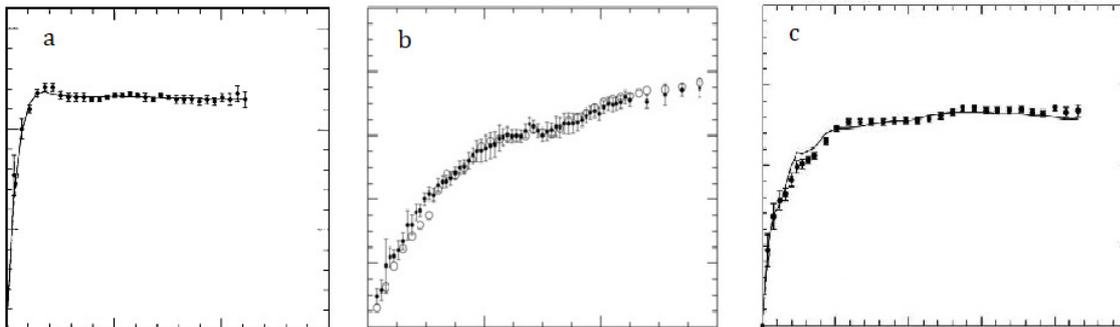


Figura 6: Le tre forme caratteristiche delle curve di rotazione delle galassie a spirale

Una caratteristica comune nelle galassie a spirale è la forma della curva di rotazione, si possono distinguere in Figura 6 tre leggere differenze sulla zona esterna a seconda che si appiattisca dopo una lievissima discesa (a), continui a crescere (b) o si appiattisca al valore del massimo raggiunto (c). Definiamo su queste zone caratteristiche i parametri cinematici  $W_{max}$  e  $V_{max}$  calcolati in corrispondenza del picco della curva di rotazione e  $W_{flat}$  e  $V_{flat}$  calcolati nella zona piatta, mentre  $W_R$  è la media tra  $W_{max}$  e  $W_{flat}$ . I termini  $W$  devono essere corretti anche rispetto all'inclinazione delle galassie ( $i$ ), sia  $W_R^i$  la correzione di  $W_R$ .

La TFR è una relazione lineare  $M = -b(\log_{10} X - 2.5) + a$ , dove al posto di  $X$  si può inserire  $W_R^i$ ,  $2V_{max}$  o  $2V_{flat}$  che sono tutti indicatori di luminosità calibrabili. Una volta stimata  $M$  possiamo ricondurci a  $D_P$  dalla (10), sfruttando il principio delle candele standard. Le assunzioni alla base del metodo sono la simmetria circolare delle galassie a spirale e lo spessore trascurabile del disco galattico, mentre i valori delle calibrazioni dipendono da molti fattori e sono molto variabili.

Per migliorare i risultati ottenibili è necessario eliminare gli effetti di allargamento delle righe dovuti ai moti turbolenti non rotazionali all'interno della galassia, inoltre si hanno due fonti di estinzione da considerare: l'estinzione intergalattica ( $A_{gal}$ ) e l'estinzione interna ( $A_{int}$ ) che dipende dall'inclinazione della spirale. In questo caso definiamo quindi  $A_\nu \equiv A_{\nu,gal} + A_{\nu,int}$ .

In generale la propagazione dell'errore rispetto alla dispersione dei dati è minima nelle bande I ed R, mentre tra i tre parametri cinematici,  $V_{flat}$  sembra generare una relazione leggermente più stringente. Applicando alcuni criteri di selezione sul campione in modo da limitare l'incertezza sui parametri cinematici, scegliendo la banda migliore per l'osservazione e utilizzando il parametro cinematico più accurato, in pochi rari casi si può ridurre la deviazione standard su  $\mu$  fino a  $\delta\mu \simeq 0.22 mag$  corrispondente al 10% di incertezza sulla stima della distanza [10]. Più frequentemente l'ordine di incertezza

è del 15 - 20%.

Nella relazione TRF sono particolarmente interessanti le correzioni per redshift elevati, si osserva infatti una tendenza nelle galassie più vecchie ( $z_c$  grandi) ad essere anche più luminose delle loro gemelle a basso redshift, con correzioni sulla stima di  $M_B$  dell'ordine di  $-1 \text{ mag}$  per  $z_c = 1$  [11].

Con magnitudini assolute anche superiori a  $M = -20 \text{ mag}$  da (6) e (10) con  $A_\nu = 0 - 0.5 \text{ mag}$  si otterrebbe  $D_{P,M} \simeq 7 - 8 \text{ Gpc}$ , all'atto pratico però a distanze così elevate non si osservano campioni statisticamente validi di galassie, basti pensare che l'età dell'universo al redshift corrispondente era di appena un miliardo di anni [1]. Solitamente si ottiene  $D_{P,M} \simeq 1 \text{ Gpc}$  considerando però incertezze relative  $\lesssim 20\%$  anziché  $\lesssim 10\%$  come fatto sinora.

### 4.3 Faber-Jackson, $D_n - \sigma$ e piano fondamentale

In maniera simile alla TFR la relazione di Faber-Jackson (FJR) lega la magnitudine assoluta di una galassia ellittica alla sua dispersione di velocità centrale ( $\sigma$ )<sup>14</sup>, esattamente come la relazione precedente la FJR basa sulle candele standard. La dispersione in questa relazione è molto alta e l'incertezza sulla stima delle distanze risulta superiore al 30%, in pratica la FJR è inservibile come indicatore di distanza [12].

Kormendy pochi anni dopo mise in evidenza l'esistenza di un'altra correlazione tra il raggio effettivo ( $R_e$ ; ovvero il raggio entro il quale è contenuta la metà del flusso della galassia), e la luminosità di una galassia ellittica (KR).

Una relazione biparametrica che metta in relazione  $R_e$ ,  $\sigma$  e  $B_e$  brillantezza superficiale al raggio effettivo definisce una relazione più stringente per le galassie ellittiche<sup>15</sup>, nota come piano fondamentale (FP) (infatti è un piano orientato in uno spazio 3D). La relazione FP ha una dispersione abbastanza bassa da poter essere utilizzata come stimatore di distanza, notiamo però che misurando  $\sigma$  e  $B_e$  otteniamo una stima del raggio fisico  $R_e$ , con cui stimiamo la distanza dalla (1) basandoci sul principio dei righelli standard, il risultato ottenuto sarà da correggere secondo la (9) per ottenere una stima di  $D_P$ .

Una seconda correlazione equivalente a quella di Kormendy ma più stringente è la cosiddetta  $D_n - \sigma$ , dove  $D_n$  è il diametro di luminosità, ovvero il diametro entro cui si osserva una brillantezza superficiale media di  $20.75 \text{ mag} \cdot \text{arcsec}^{-2}$ .

Basandosi sulle dispersioni delle relazioni, se utilizzata su un largo campione la FP può raggiungere in banda K, un errore su  $D_P$  del 16.5%, con calibrazione [12]:

$$\log_{10} R_e = (1.44 \pm 0.04) \log_{10} \sigma + (-0.79 \pm 0.04) \log_{10} B_e$$

La  $D_n - \sigma$  invece può essere utilizzata per la stima della distanza di ammassi di galassie con errori su  $D_P$  fino al 15% [13].

Il problema più serio per queste relazioni è la calibrazione, dato che le galassie ellittiche non contengono Cefeidi, la loro attendibilità è limitata. La stima di  $D_{P,M}$  in questo caso è particolarmente complicata e mi limiterò a dire che all'atto pratico è simile a quella per la TFR:  $D_{P,M} \lesssim 1 \text{ Gpc}$ .

<sup>14</sup> $\sigma$  può essere vista come la deviazione standard della velocità delle stella all'interno della galassia.

<sup>15</sup>La brillantezza superficiale al raggio effettivo è definita come  $F \cdot \theta^{-2}$ , dove  $F$  è il flusso e  $\theta$  è la dimensione angolare del raggio effettivo, pertanto  $B_e$  è misurabile.

## 5 Redshift cosmologico

L'emissione di una sorgente in moto subisce uno spostamento in lunghezza d'onda per effetto della velocità relativa, sia  $\lambda_0$  la lunghezza d'onda emessa a riposo e  $\lambda$  quella osservata nel sistema di laboratorio, definiamo il redshift:

$$z \equiv \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\lambda}{\lambda_0} - 1 \quad (14)$$

Ora analizziamo l'effetto dell'espansione dello spazio su due fronti d'onda consecutivi, se  $\lambda(t_e)$  è la loro distanza propria al tempo dell'emissione possiamo utilizzare la (7) per determinare la loro distanza propria  $\lambda(t_m)$  al tempo attuale (ricordando  $a(t_m) = 1$ ).

$$\lambda(t_m) = a(t_e)^{-1} \cdot \lambda(t_e) \quad (15)$$

All'espansione dello spazio è quindi associata una differenza in lunghezza d'onda da cui possiamo definire il redshift cosmologico tramite (14) e (15) <sup>16</sup>.

$$z_c \equiv \frac{\lambda(t_m)}{\lambda(t_e)} - 1 = a(t_e)^{-1} - 1 \quad (16)$$

Notiamo che invertendo la (16) otteniamo la relazione già introdotta in Sezione 1.3:  $a(t) = (1 + z_c)^{-1}$ . Da  $z_c$  quindi possiamo ricavare  $a(t_e)$  e tramite le definizioni della metrica FLRW ottenere  $D_P$  <sup>17</sup>, essendo necessarie solo misure spettroscopiche, si possono raggiungere ottime precisioni, limitate però dalla determinazione teorica di  $a(t)$ . Il metodo del redshift cosmologico dunque non basa né sulle candele né sui righelli standard, deriva direttamente da principi geometrici della metrica FLRW.

La velocità associata a  $z_c$  è  $v_{rec}$  che è quindi definita come lo spostamento nell'unità di tempo per effetto dell'espansione, possiamo ottenerla dalla (7).

$$v_{rec}(t) \equiv \dot{D}_P(t) = \dot{a}(t) \frac{D_P(t)}{a(t)}$$

Definiamo ora  $H \equiv \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}$  detto parametro di Hubble, si noti che  $H$  dipende dal tempo. A questo punto possiamo dare la formulazione completa della legge di Hubble in FLRW.

$$v_{rec}(t) = H(t) \cdot D_P(t) \quad (17)$$

Questa relazione per valori ridotti di redshift cosmologico, assume una forma più nota valida nell'approssimazione locale sotto le considerazioni  $v_{rec} \ll c$  e  $H(t) \sim H(t_m) \equiv H_0$ , con  $H_0$  nota come costante di Hubble.

$$z = \frac{H_0}{c} D_P \quad (18)$$

<sup>16</sup>Si noti che con questa definizione non si tiene conto di eventuali effetti di  $v_{pec}$ .

<sup>17</sup>Infatti in FLRW  $D_P(t_m) = \int_{t_e}^{t_m} c \frac{dt}{a(t)}$ ; dato un modello per  $a(t)$  si può quindi determinare  $D_P$ .

## 5.1 La costante di Hubble

La (18) rappresenta un indicatore di distanza per redshift ridotti la cui costante di calibrazione è  $H_0$ , le stime più attendibili e recenti ottenute dai satelliti Planck e da una collaborazione tra HST e GAIA valgono rispettivamente  $(67.4 \pm 0.5)$  e  $(73.24 \pm 1.74) \text{ Km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$  [14][15].

Il vero problema nell'utilizzare questa relazione per la stima delle distanze è  $v_{pec}$ , infatti per  $v_{rec} \ll c$  si potrebbe avere  $v_{rec} \simeq v_{pec}$ , in tal caso misurando il redshift non è facile risalire alla sola componente cosmologica e la misura della distanza rimane affetta da un errore enorme, mentre a grandi redshift  $v_{rec} \gg v_{pec}$  pertanto la stima sulla distanza rimane attendibile ma è necessario utilizzare la (17), inoltre l'applicazione di quest'ultima a un ammasso di galassie potrebbe far sì che mediamente i contributi di  $v_{pec}$  si annullino, ottenendo stime ancora più precise della distanza media.

Comunque sia l'importanza di  $H_0$  è piuttosto cosmologica, ad esempio nel modello attualmente più diffuso ( $\Lambda$ CDM) entra nella definizione della costante cosmologica ( $\Lambda$ ) che è indispensabile per determinare l'evoluzione dell'universo.

## 6 Conclusioni

In questo elaborato ho esposto i principali metodi di misura delle distanze astrofisiche, soffermandomi in particolare sui problemi che si possono riscontrare nella riduzione degli errori associati, nei limiti strumentali, nei limiti teorici, insomma sulle debolezze intrinseche della scala delle distanze cosmiche.

Il mio intento non è certo quello di criticare la validità dei risultati ottenuti finora e ottenibili in futuro, soltanto quello di mettere in evidenza come il sistema ridotto che si può presentare in queste poche pagine, dia per natura un'idea di instabilità. Quello che si è potuto mostrare però è, in numero, una frazione minuscola di quello che è il mondo delle distanze astrofisiche.

Il metodo di Baade-Wesselink, l'Expanding Photosphere Method, i Megamaser, le Baryonic Acoustic Oscillations, sono solo alcuni dei coprotagonisti di cui non ho potuto parlare. La scala delle distanze cosmiche è un sistema estremamente dinamico, che continuamente si riassetta per migliorarsi, per adattarsi alle nuove scoperte, alla crescita tecnologica della nostra strumentazione.

La mia presentazione quindi vuole mettere in evidenza che a mio avviso la vera forza del sistema non si trova nella validità del singolo metodo, seppure a volte sia già di per sé stupefacente, ma piuttosto nell'unità dovuta allo stretto legame tra tutte le sue parti e nella molteplicità di queste ultime.

# Riferimenti bibliografici

- [1] E. L. Wright, “A cosmology calculator for the world wide web,” *The Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, Volume 118, Issue 850, pp. 1711-1715, 2006.
- [2] S. Gossan and C. Ott, “Methods of measuring astronomical distances,” *LIGO Scientific Collaboration*, 2012.
- [3] “On the re-definition of the astronomical unit of length.” [https://www.iau.org/static/resolutions/IAU2012\\_English.pdf](https://www.iau.org/static/resolutions/IAU2012_English.pdf), 2012.
- [4] Treccani, “Parallasse.” <http://www.treccani.it/enciclopedia/parallasse/>.
- [5] “Gaia mission.” <https://www.cosmos.esa.int/web/gaia/science>, 2018.
- [6] M. Perryman, *Astronomical Application for Astrometry: Ten Years of Exploitation of the Hipparcos Satellite Data*, p. 212. Cambridge University Press, 2009.
- [7] S. Webb, *Measuring the Universe: the Cosmological Distance Ladder*. Springer Science & Business Media, 1999.
- [8] J. A. Neuman et al., “A cepheid distance to ngc 4603 in centaurs,” *Astrophysical Journal*, 1999.
- [9] D. Richardson et al., “Absolute-magnitude distributions of supernovae,” *Astronomical Journal*, 2014.
- [10] “Tully-fisher relations.” <https://www.astro.umd.edu/~ssm/620f03/c5.pdf>.
- [11] A. Böhm et al., “The tully-fisher relation at intermediate redshift,” *Astronomy and Astrophysics*, 2004.
- [12] J. A. Willick, “Measurement of galaxy distances,” 1996.
- [13] A. Dressler et al., “Spectroscopy and photometry of elliptical galaxies. i - a new distance estimator,” *Astrophysical Journal*, 1987.
- [14] N. Aghanim et al., “Planck 2018 results. vi. cosmological parameters,” 2018.
- [15] A. Riess, “A new measurement of the expansion rate of the universe and a path to 1% with gaia.” [https://www.cosmos.esa.int/documents/915837/915858/Gaia\\_ESAC\\_Riess.pdf](https://www.cosmos.esa.int/documents/915837/915858/Gaia_ESAC_Riess.pdf), 2016.

# Ringraziamenti

Tre anni e mezzo fa ho iniziato un percorso che si chiude qui, con queste ultime righe (almeno per ora), ci sono stati momenti più difficili di altri, i normali alti e bassi: delusioni e soddisfazioni, noia e meraviglia. Ho iniziato con enorme passione ed è grazie a questa se ho potuto arrivare in fondo al mio traguardo, per come sono fatto io, se non c'è questa a guidarmi e sostenermi non riesco a fare neppure un passo.

Eppure se mi fermo a riflettere su *Come* alla fine sono arrivato qui, mi rendo conto che sotto si cela prima un'altra domanda: *Chi?*

Voglio ringraziare quindi Chi mi ha permesso di esprimere la mia passione, in primo luogo Chi mi ha consentito di iscrivermi a questo corso di laurea e di studiare in un luogo adatto, in cui non mi è mai mancato nulla; questo lo devo soprattutto alla mia famiglia, a tutta la mia famiglia.

Ringrazio certo Chi ha condiviso con me la sua passione, che fosse la mia o una completamente differente, perché comunque sia nell'entusiasmo c'è un'energia enorme e contagiosa che ti spinge a crescere; questo invece è il principale merito dei miei amici e dei miei colleghi (tra i quali pure, sotto falso nome, si nascondono degli amici).

Un grazie particolare anche a tutti coloro che sono le "eccezioni" nella mia vita, a Chi vedo poco spesso ma con cui è sempre un piacere condividere e che mi ricorda che ogni tanto è importante cambiare, provare, lasciare aperte nuove strade.

Infine voglio sottolineare quanta fortuna ho avuto a trovarmi con dei ragazzi come sanno essere i miei colleghi, con i quali abbiamo saputo instaurare (quasi sempre) un clima rilassato, che valorizza lo scambio tramite reciproci aiuti disinteressati, un clima di fiducia anche tra chi si conosce poco o non si conosce affatto, dove se c'è competizione è piuttosto con sé stessi che con gli altri, dove non si lotta per un sogno o un obiettivo ma si condivide la strada per raggiungerlo.