

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

---

SCUOLA DI SCIENZE  
Dipartimento di Fisica e Astronomia  
Corso di Laurea in Astronomia

## Fisica dell'accrescimento

Tesi di Laurea

Candidato:  
Ingratta Gianfranco

Relatore:  
Chiar.mo Prof.  
Dallacasa Daniele

---

Sessione  
Anno Accademico 2017/2018

## Sommario

L'accrescimento è un fenomeno di fondamentale importanza in astrofisica dal momento che esso coinvolge processi che liberano ingenti quantità di energia. Infatti, esso interviene nelle emissioni energetiche rilasciate dagli AGN (nuclei galattici attivi) e da alcuni sistemi binari dove oggetti compatti come stelle di neutroni o nane bianche accrescono materia da una stella compagna. Ciò viene spiegato nella **Introduzione**, dove si confronta l'efficienza radiativa dell'accrescimento con quella della reazione nucleare protone-protone tipica delle stelle in sequenza principale. Nel **Capitolo 2** si presentano i modelli matematici descrittivi dell'accrescimento, primo tra tutti il modello di Bondi classico che tratta l'accrescimento di un buco nero (che può essere generalizzato ad un oggetto compatto qualsiasi), immerso in una distribuzione di gas infinita. Esso non tiene conto di eventuali momenti angolari, campi magnetici o effetti relativistici, quindi è un modello semplicemente idrodinamico. Nonostante trascuri molti aspetti, tale modello è una base solida per la generalizzazione a casi più complessi, come ad esempio l'accrescimento con *electron scattering* che apre alla definizione di luminosità di Eddington. L'elaborato si conclude con il **Capitolo 3** nel quale vengono trattati i sistemi binari. Ciò ci permetterà di mettere in luce il ruolo chiave della viscosità e del campo magnetico nella dinamica dell'accrescimento e che tuttavia sono trascurati nella modellizzazione matematica di Bondi.

# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Modelli matematici dell'accrescimento</b>	<b>4</b>
2.1	Il modello di Bondi classico . . . . .	4
2.1.1	Soluzione al problema di Bondi . . . . .	6
2.2	Modello di Bondi con electron scattering . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Accrescimento in sistemi binari</b>	<b>10</b>
3.1	Dischi di accrescimento e ruolo della viscosità . . . . .	12
3.2	Effetto del campo magnetico nell'accrescimento . . . . .	15
3.2.1	Colonne di accrescimento e luminosità super-Eddington . . . . .	16

# Capitolo 1

## Introduzione

L'accrescimento è il fenomeno che si verifica quando materia orbitante attorno ad un oggetto compatto vi cade al suo interno. Nella caduta, parte dell'energia totale viene convertita in radiazione. Dalla fisica classica sappiamo che un oggetto che possiede una carica ed è accelerato, emette radiazione secondo la formula di Larmor<sup>1</sup>; tuttavia non è elettromagnetica la causa dell'emissione<sup>2</sup>. Anche se la dinamica non è del tutto nota, essa è attribuita a fenomeni di attrito che il corpo subirebbe durante la caduta. La massa che precipita all'interno del centro di gravità, si trasforma in parte in radiazione, e ciò è permesso dalla nota formula di Einstein  $E = mc^2$  che lega la massa all'energia. Al fine di stimare l'efficienza di accrescimento consideriamo l'esempio canonico di un oggetto di massa  $m$  che cade all'interno di un buco nero di massa  $M$  e di raggio classico<sup>3</sup> pari a  $R_{SW} = \frac{2GM}{c^2}$  detto *raggio di Schwarzschild*. La teoria della relatività assicura che l'oggetto non ha alcuna possibilità di sfuggire al buco nero qualora si trovi all'interno di  $3R_{SW}$  e quello che osserviamo è che la quantità di massa che viene convertita in radiazione, risulta essere approssimativamente pari alla differenza di energia totale posseduta dal corpo fra  $3R_{SW}$  e  $1R_{SW}$ , limite oltre in quale non vediamo alcuna radiazione. Indicando come  $\Delta E$  tale differenza<sup>4</sup>:

$$\Delta E = E_{3R_{SW}} - E_{1R_{SW}} = \frac{GMm}{3R_{SW}} = \frac{mc^2}{6} \quad (1.1)$$

La frazione di energia rilasciata sotto forma di radiazione è quindi  $\frac{\Delta E}{mc^2} = 0.16$ . Calcoli di relatività più accurati danno il 13%. Tale percentuale è piuttosto alta se ad esempio confrontata con la reazione di fusione nucleare che porta alla formazione di un nucleo di elio a partire da quattro protoni; ciascuno di essi ha un'energia di massa di circa 1Gev<sup>5</sup> e la reazione libera 25 Mev, quindi l'efficienza è dello 0.6%. Si conclude

---

<sup>1</sup> $P = \frac{2q^2a^2}{3c^3}$  dove  $q$  è la carica,  $a$  è l'accelerazione e  $c$  la velocità della luce.

<sup>2</sup>se il corpo in caduta fosse carico, come per esempio un elettrone che cade in un buco nero, la percentuale di energia persa elettromagneticamente sul totale di quella posseduta è irrisoria rispetto a quella gravitazionale e si dimostra essere uguale a  $\frac{\Delta E}{E} = \frac{R_{EL}}{4R_{SW}} \approx 10^{-18}$ , dove  $R_{EL} = 2,82 \times 10^{-15}m$  è il raggio classico dell'elettrone e  $R_{SW}$  è il raggio classico di un buco nero che consideriamo dell'ordine di qualche km (per il Sole 3 km).

<sup>3</sup>classicamente l'idea fu di Pierre Simon de Laplace che nel libro *position du systeme du monde* del 1796, definì quello che oggi chiamiamo "raggio di Schwarzschild" come il raggio che doveva avere un oggetto di massa  $M$  affinché avesse una velocità di fuga pari a quella della luce.

<sup>4</sup>nel calcolo si stima l'energia totale per i due raggi considerati come energia potenziale gravitazionale del BH più quella cinetica; si è assunta poi la velocità totalmente centripeta come  $v = \frac{GM}{R}$ , infine esplicitando il raggio di Schwarzschild si è ottenuta l'espressione finale

<sup>5</sup>l'energia cinetica è dell'ordine del Mev può essere quindi trascurata

che l'accrescimento gravitazionale è il metodo più efficiente di convertire materia in energia. A testimonianza di ciò, durante gli anni sessanta tramite osservazioni radio, vennero osservate righe in emissione con un redshift intorno a  $z = 7$  di un oggetto di tredicesima magnitudine. Un tale shift implicava che l'oggetto emittente doveva trovarsi a distanze di qualche miliardo di anni luce. Ciò che destava stupore era l'incredibile luminosità che esso emetteva pur essendo lontanissimo. All'inizio si ipotizzò che derivasse dall'emissione di una galassia, ma, il verificarsi di variazioni periodiche di luminosità, permise di misurare il tempo di ricorrenza<sup>6</sup> compatibile con tali variazioni, stimando che l'oggetto in questione non potesse essere più grande di qualche anno luce ( $10^{16}m \approx 10^7 R_{\odot}$ ). Per produrre una luminosità come quella osservata tramite reazioni termonucleari, è necessaria una quantità di massa pari a quella di un'intera galassia, il che porterebbe inevitabilmente la stella a collassare per l'eccessiva gravità. Dunque anche quest'ultima via venne esclusa. La soluzione arrivò dall'astrofisico britannico *Donald Lynden-Bell* il quale capì, all'inizio degli anni '70, che l'energia in gioco poteva essere prodotta dall'accrescimento da parte di un buco nero supermassiccio. Essi si trovano all'interno di galassie ellittiche, hanno masse di  $10^6 - 10^{10} M_{\odot}$  e vengono detti Quasar. Per un oggetto compatto che accresce materia la luminosità liberata si scrive:

$$L = \epsilon \dot{M} c^2 \quad (1.2)$$

dove  $\epsilon \approx 0.1$  è l'efficienza e  $\dot{M}$  è il rate di accrescimento. Se un buco nero o un qualsiasi oggetto denso, mangiasse ad esempio  $1M_{\odot}$  all'anno, la sua luminosità sarebbe:

$$L = 0.1 \cdot \frac{2 \cdot 10^{33} g}{\pi \cdot 10^7 s} \cdot 9 \cdot 10^{20} \frac{cm^2}{s^2} \approx 6 \cdot 10^{45} \frac{erg}{s} \approx 10^{12} L_{\odot} \quad (1.3)$$

una quantità di energia emessa ogni secondo, circa dieci volte superiore a quella della nostra galassia. Un ulteriore esempio di efficienza dell'accrescimento, come si vedrà nel Capitolo 3, sono gli ULX (ultraluminous X-ray source), oggetti luminosissimi in banda X che arrivano ad emettere fino a  $L \approx 10^{41} erg s^{-1}$ .

---

<sup>6</sup>un oggetto non può avere una dimensione maggiore di  $\Delta tv$ , dove  $\Delta t$  è il tempo impiegato dall'informazione per attraversare, con velocità  $v$ , l'oggetto.

# Capitolo 2

## Modelli matematici dell'accrescimento

### 2.1 Il modello di Bondi classico

Con le equazioni che entreranno in gioco, il modello si prefigge di descrivere il comportamento del fluido accresciuto, ricavando informazioni su come la velocità di caduta sul centro di accrescimento vari, al variare della distanza dal centro. Si considera un oggetto compatto (nel nostro caso un buco nero di massa  $M_{BH}$ ) immerso in una distribuzione di gas infinitamente estesa dove, all'infinito, assume i valori di densità  $\rho_\infty$ , temperatura  $T_\infty$  e pressione  $P_\infty$ . Il gas viene considerato perfetto in regime stazionario, descritto quindi dal canonico modello di Eulero con  $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ , eseguente trasformazioni politropiche e soggetto esclusivamente al potenziale gravitazionale del buco nero (si trascura quindi il potenziale generato dal gas stesso). Matematicamente ciò si traduce nel seguente sistema:

$$\begin{cases} \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) \\ (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{\nabla p}{\rho} - \nabla \Phi \\ p = p_\infty \left(\frac{\rho}{\rho_\infty}\right)^\gamma \\ \Phi = -\frac{GM_{BH}}{r} \end{cases}$$

dove  $\mathbf{u}(\mathbf{r})$  e  $\rho(\mathbf{r})$  sono le incognite del problema e dipendono solo dalla variabile radiale  $r$ , si ha quindi un accrescimento stazionario a simmetria sferica.  $\gamma$  è l'indice politropico ( $1 < \gamma \leq \frac{5}{3}$ ) legato alla velocità del suono tipica del modello, dalla relazione  $c_s = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}}$ . A questo punto si lavora sulle prime due equazioni del sistema, integrandole e passando quindi dalla forma locale a quella integrale. Per la prima si può applicare il teorema di Gauss ottenendo:

$$4\pi r^2 \rho(r) u(r) = \text{cost} = \dot{M} \quad \forall r \quad (2.1)$$

dove  $\dot{M}$  è il flusso di materia del fluido per unità di tempo attraverso una superficie sferica a distanza  $r$  dal BH. Per l'equazione di Eulero invece, la formulazione integrale equivale al teorema di Bernoulli per un gas perfetto stazionario che, nel caso particolare specificato, grazie alle terza e quarta equazione del sistema, diventa:

$$\frac{v^2}{2} + \frac{c_{s\infty}^2}{\gamma - 1} \left[ \left( \frac{\rho}{\rho_\infty} \right)^{\gamma-1} - 1 \right] - \frac{GM_{BH}}{r} = 0 \quad (2.2)$$

in genere il sistema viene scritto in una forma più compatta introducendo le grandezze normalizzate riportate nella nota<sup>1</sup>. Si giunge, tramite passaggi algebrici, al sistema finale nel quale l'incognita descrivente il problema  $u$  è sostituita dal numero di Mach  $M = \frac{u(r)}{c_s}$ , che tiene conto della natura del fluido tramite  $c_s$  che ha in pancia  $\gamma$ . Anche la variabile  $r$  è rimpiazzata da  $x = \frac{r}{r_B}$  dove  $r_B$  è il *raggio di Bondi*<sup>2</sup>:

$$g(M) = M^{\frac{2(1-\gamma)}{1+\gamma}} \left[ \frac{M^2}{2} + \frac{1}{\gamma - 1} \right] \quad f(x) = x^{\frac{4(\gamma-1)}{\gamma+1}} \left[ \frac{1}{\gamma - 1} + \frac{1}{x} \right] \quad (2.3)$$

Dunque dall'equazione di continuità e da quella di Eulero in forma integrale siamo giunti alle forme (2.3). Queste due funzioni devono essere risolte simultaneamente, quindi il problema di Bondi si riduce a trovare, specificato il tipo di fluido tramite  $\gamma$ , per ogni raggio  $x$  il corrispondente numero di Mach  $M$ :

$$g(M) = \Lambda f(x) \quad (2.4)$$

con

$$\Lambda = \lambda^{-\frac{2(1-\gamma)}{1+\gamma}} \quad (2.5)$$

L'equazione (2.4) è di fondamentale importanza in quanto racchiude tutte le informazioni sul problema. La  $g(M)$  dipende soltanto dal fluido considerato, essa rappresenta la somma dell'energia cinetica e dell'entalpia del fluido. Qualora si volesse considerare un'ulteriore potenziale agente su di esso (oltre a quello gravitazionale del BH), matematicamente si tradurrebbe in un termine aggiuntivo nella  $f(x)$ . Il membro di destra contiene informazioni sul rate di accrescimento del BH tramite il termine  $\lambda$ . Esso discende dall'integrazione dell'equazione di continuità, è detto autovalore del problema di Bondi e rappresenta il tasso di accrescimento (adimensionale):

$$\lambda = \frac{\dot{M}}{4\pi r_B^2 \rho_\infty c_\infty} \quad (2.6)$$

Lo studio delle funzioni  $g(M)$  e  $f(x)$  conduce al primo fondamentale risultato del modello. La  $g(M)$  presenta un punto di minimo per  $M_{min}=1$  detto punto *sonico* e diverge all'infinito. Anche la  $f(x)$  presenta un minimo in  $x_{min} = \frac{5-3\gamma}{4}$  e ha lo stesso comportamento della  $g(M)$  all'infinito. L'esistenza di un minimo per entrambe le funzioni comporta che l'autovalore  $\Lambda$  non sia arbitrario, ma assuma valori  $\Lambda > \Lambda_{cr}$  dove  $\Lambda_{cr}$  è definito imponendo  $g(M_{min}) = \Lambda_{cr} g(x_{min})$ . Per  $\Lambda < \Lambda_{cr}$ , infatti, l'equazione (2.4) non è mai verificata. In questo modo abbiamo implicitamente fissato una condizione per il valore  $\lambda$ , cioè  $\lambda < \lambda_{cr}$ , con:

$$\lambda_{cr} = \left( \frac{g_{min}}{f_{min}} \right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} = \frac{1}{2}^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \left( \frac{5-3\gamma}{4} \right)^{-\frac{5-3\gamma}{2(\gamma-1)}} \quad (2.7)$$

Esiste quindi un limite superiore al tasso di accrescimento che l'oggetto accrescente non può superare. Come si vede dalla (2.7), tale accrescimento dipende esclusivamente dal fluido in caduta. Si riportano in tabella (2.1) alcuni valori di  $\lambda_{cr}$  per

---

<sup>1</sup>  $\tilde{\rho}(r) = \frac{\rho(r)}{c_{s\infty}}$      $\tilde{u}(r) = \frac{u(r)}{c_{s\infty}}$      $\tilde{p}(r) = \frac{p(r)}{p_\infty}$   
<sup>2</sup>  $r_B = \frac{GM_{BH}}{c_{s\infty}^2}$  e  $c_{s\infty}$  è la velocità del suono all'infinito.

differenti  $\gamma$ : per  $\gamma=5/3$ , cioè nel caso di un flusso adiabatico di un gas monoatomico (ad esempio nubi di idrogeno neutro), si ha la più bassa efficienza di accrescimento. Ciò può essere spiegato se si confronta un gas monoatomico con quello biatomico ( $\gamma=7/5$ ). Per il primo esistono tre gradi di libertà traslazionali, per il secondo tre traslazionali e due rotazionali per cui, a parità di lavoro compiuto dal BH sul gas, il monoatomico offre maggiore resistenza alla compressione rispetto al biatomico, che avendo due gradi di libertà in più “smaltisce” il lavoro subito nei moti rotatori. Un accrescimento isoterma ( $\gamma=1$ ) risulta essere il più efficiente.

**Tabella 2.1:** tassi di accrescimento massimi per differenti valori di  $\gamma$

$\gamma$	1.2	1.4	7/5	5/3
$\lambda_{cr}$	0.87	0.63	0.37	0.25

### 2.1.1 Soluzione al problema di Bondi

Definito il tipo di fluido dal parametro  $\gamma$ , il problema di Bondi ammette una coppia di soluzioni per ogni fissato  $\lambda$  scelto tra i possibili valori nell'intervallo  $[0, \lambda_{cr}]$ . L'equazione (2.4) è trascendente e viene risolta graficamente tramite il calcolatore. Il risultato è mostrato in tabella (2.1), dove sono rappresentate le soluzioni, fissato  $\gamma=1.4$ , per due differenti valori di  $\lambda$ .

- per  $\lambda < \lambda_{cr}$  si hanno due soluzioni date dalle curve viola e verde; la prima è una soluzione supersonica (per ogni raggio considerato la velocità del fluido è maggiore di quella del suono), l'altra è subsonica per quasi tutto il moto;
- per  $\lambda = \lambda_{cr}$  le soluzioni sono rappresentate dalle curve rossa e blu. Vengono dette entrambe soluzioni transoniche, perché in prossimità del raggio di Bondi esse passano dal regime subsonico a quello supersonico o viceversa.

Le condizioni iniziali non impongono alcuna restrizione sul verso di percorrenza di tali curve ma poiché l'accrescimento porta il materiale a cadere verso l'oggetto è evidente che il verso di percorrenza è da destra a sinistra; il verso opposto ha comunque senso fisico ed è il caso del vento stellare (problema di Parker). Per capire quali soluzioni siano accettabili basta osservare che, a meno di condizioni iniziali particolari in cui il fluido “entra” nel campo gravitazionale del BH in regime supersonico, è ragionevole assumere una velocità all'infinito nulla e quindi vengono escluse le soluzioni viola e blu<sup>3</sup>. L' **accrescimento subsonico** (verde) è il caso di un gas che, cadendo, raggiunge la sua massima velocità in prossimità del raggio di Bondi e muovendosi verso il centro rallenta la sua caduta fino a fermarsi. L'equazione del moto di Eulero<sup>4</sup> in prossimità del centro diventa:

$$\frac{1}{\rho} \nabla p \approx -\nabla \Phi \quad (2.8)$$

<sup>3</sup>tale soluzione è ideale nel caso del problema dei venti stellari in cui si immagina che il materiale parta con velocità nulla dalla superficie della stella e venga espulso a gran velocità verso l'esterno.

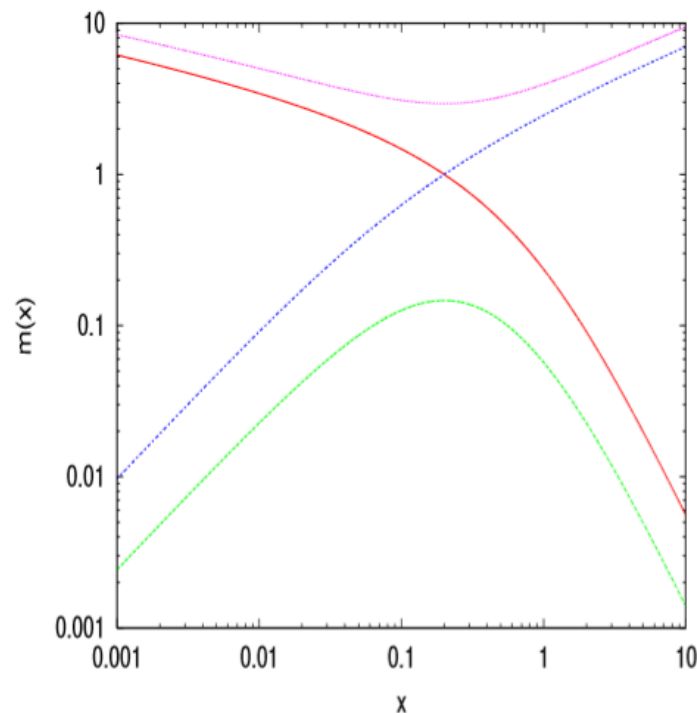
<sup>4</sup> $\frac{v^2}{2} + h + \Phi = cost = h_\infty$



cioè l'accelerazione generata dal buco nero è contrastata dalla pressione generata dal gradiente di densità in prossimità del centro. Questo è il caso dell'accrescimento da parte di oggetti compatti che hanno una superficie sulla quale la materia si deposita, come ad esempio nelle stelle di neutroni o nelle nane bianche. Nel caso di un buco nero si immagina che la materia al centro non si depositi ma caschi irreversibilmente all'interno. Dunque la soluzione accettabile è rappresentata dalla curva rossa che descrive un **accrescimento transonico**. Il fluido parte in quiete e in corrispondenza del raggio di Bondi passa a velocità supersonica; in prossimità del centro, l'attrazione gravitazionale e la velocità assumono valori grandi, tali che, trascurando l'entalpia, l'equazione del moto diventa:

$$\frac{u^2}{2} = \frac{GM_{BH}}{r} \quad (2.9)$$

La perdita di energia gravitazionale soltanto in piccola parte va ad aumentare l'energia interna del gas (entalpia), la maggior parte viene convertita in energia cinetica esattamente come avviene per un corpo solido in caduta libera.



**Figura 2.1:** soluzioni grafiche al problema di Bondi per  $\gamma=1.4$ : soluzione di accrescimento transonica (rossa), soluzione di vento stellare (blu), soluzione subsonica (verde), soluzione supersonica (curva viola)

## 2.2 Modello di Bondi con electron scattering

Il modello di Bondi nella sua semplicità fornisce una descrizione adatta al fenomeno dell'accrescimento, tuttavia tralascia molti aspetti come ad esempio i fenomeni radiativi. E' possibile arricchire il modello, modificando il potenziale  $\Phi$  con una nuova espressione. Tale modifica si ripercuote soltanto sulla  $f(x)$  della (2.4), come già accennato nella sezione (2.1). Prima di andare avanti è bene capire in che modo questi fenomeni radiativi entrino nella dinamica dell'accrescimento. Il processo di accrescimento porta la materia a scaldarsi, ionizzarsi e convertire parte della propria massa in fotoni. Questi, viaggiando in verso opposto alla materia in caduta, possono interagire con essa. Se si considera un gas di idrogeno neutro, l'interazione può avvenire tra un fotone ed un protone o tra un fotone ed un elettrone. La probabilità che si verifichi l'urto dipende dalla sezione d'urto del processo, che è inversamente proporzionale alla massa della particella colpita<sup>5</sup> e, poiché l'elettrone è 1000 volte più leggero del protone<sup>6</sup>, gli urti rilevanti sono quelli tra elettroni e fotoni. Classicamente la sezione d'urto per una particella puntiforme è una costante  $\sigma_T = 6.65 \cdot 10^{-25}$  detta *sezione d'urto Thomson*. La forza netta per unità di volume agente su un'elemento di materia posto a distanza  $r$  dal centro sarà quindi:

$$F_{eff}(r) = -\frac{GM_{BH}}{r^2}\rho(r) + \frac{Ln_e(r)\sigma_T}{4\pi cr^2} \quad (2.10)$$

dove il secondo termine rappresenta la forza esercitata dalla pressione di radiazione dei fotoni che risalgono la corrente di materia in caduta e si oppone quindi alla forza di gravità del BH. Si è assunto che questa pressione agisca soltanto sugli elettroni (per i motivi spiegati all'inizio della sezione (2.2)) di cui  $n_e(r)$  ne rappresenta la densità. Il termine  $L$  invece rappresenta la luminosità della materia accresciuta data dalla formula 1.2. Si definisce *luminosità di Eddington* la luminosità tale per cui la forza gravitazionale eguaglia quella di pressione, ed è data da:

$$L_{Edd} = \frac{4\pi GM_{BH}cm_p}{\sigma_T} \approx 10^{38} \left( \frac{M_{BH}}{M_\odot} \right) \quad \left[ \frac{erg}{s} \right] \quad (2.11)$$

Si tenga presente che l'annullarsi della forza netta agente su un elemento di materia non implica l'annullarsi del processo di accrescimento, a meno che tale materia non parta in quiete<sup>7</sup>. Con le semplificazioni adottate, se  $L > L_{Edd}$  il gas viene spinto fuori dal BH. Quello che avviene nella realtà è che, qualora per un istante la pressione di radiazione contrasti la gravità del buco nero, la materia non viene più accresciuta e immediatamente viene a mancare il "carburante" che alimenta la pressione stessa, permettendo al BH di ricominciare ad inghiottire materia. Si ha quindi un processo di auto-regolamento. La luminosità di Eddington quindi non è da considerarsi un limite invalicabile, soprattutto nei casi reali dove la materia non è in quiete. In base alla definizione (2.11), la (2.10) si scrive:

$$F_{eff}(r) = -\frac{GM_{BH}}{r^2}\rho(r) \left( 1 - \frac{L}{L_{Edd}} \right) \quad (2.12)$$

<sup>5</sup>per la relatività la massa è energia e in elettromagnetismo l'energia di una particella di carica  $q$  è  $\frac{q^2}{r_e} = m_e c^2$ . La sezione d'urto si scrive qualitativamente come  $\sigma = \pi r_e^2 = \pi \left( \frac{q^2}{m_e c^2} \right)^2$

<sup>6</sup> $m_e = 9.1 \cdot 10^{-28}$        $m_p = 1.6 \cdot 10^{-24}$

<sup>7</sup>seconda legge di Newton

Poiché la luminosità non è funzione di  $r$  si può definire una nuove costante di gravitazione “effettiva” come:

$$G_{eff} = G \left( 1 - \frac{L}{L_{Edd}} \right) \quad (2.13)$$

In questo modo si può immaginare che la forza risultante agente sulla materia, data dalla 2.10, sia generata da un potenziale della forma:

$$\Phi_{eff}(r) = - \frac{G_{eff} M_{BH}}{r} \quad (2.14)$$

Esso ha esattamente la stessa forma del potenziale gravitazionale del BH a meno di un una costante di gravitazione “ridotta” dalla pressione di radiazione. In questo modo la generalizzazione delle equazioni nella sezione (2.1) è diretta e porta alla modifica solatanto della  $f(x)$  nell’equazione (2.3):

$$f(x) = x^{\frac{4(\gamma-1)}{(\gamma+1)}} \left[ \frac{1}{\gamma-1} + \frac{1}{x} \left( 1 - \frac{L}{L_{Edd}} \right) \right] \quad (2.15)$$

Di conseguenza cambia il valore critico di accrescimento massimo nella (2.7):

$$\lambda_{cr,e} = \lambda_{cr} \left( 1 - \frac{L}{L_{Edd}} \right)^2 \quad (2.16)$$

Essendo il fattore correttivo  $(1 - L/L_{Edd}) < 1$ , tale limite è sempre minore di quello che si avrebbe senza electron scattering. Come ci si poteva aspettare anche il flusso di materia in accrescimento diminuisce e risulta essere:

$$\dot{M}_e = \dot{M} \left( 1 - \frac{L}{L_{Edd}} \right)^2 \quad (2.17)$$

Nelle equazioni messe in gioco nel precedente capitolo molti aspetti sono stati trascurati, uno tra tutti la dinamica dell’accrescimento. In particolare si è assunto che l’accrescimento avvenisse secondo una geometria sferica in cui il materia cade radialmente verso l’oggetto compatto. Quello che avviene realmente è che il gas in caduta si dispone in un disco di accrescimento e arriva al centro percorrendo orbite circolari sempre minori. Essendo violata la simmetria sferica, l’accrescimento può essere *super-Eddington*. I fotoni vengono emessi perpendicolarmente al disco e in parte vengono riflessi su di esso secondo un processo detto *back – scattering*. Essi vengono quindi assorbiti dal disco che comincia a scaldarsi e gonfiarsi in modo da intercettare i fotoni in maniera diretta. A questo punto si torna nell’ipotesi di simmetria sferica in cui vige il limite di Eddington. Se si fa una media temporale della luminosità dell’oggetto accrescente, questa si mantiene al di sotto del limite di Eddington. Esistono però alcuni casi anomali, come gli ULX citati nell’introduzione, in cui la luminosità può essere centinaia di volte superiore a quella di Eddington. Tali aspetti verranno approfonditi nel prossimo capitolo.

# Capitolo 3

## Accrescimento in sistemi binari

Il trasferimento di massa da una stella alla sua compagna più compatta, avviene per il rilascio di energia gravitazionale sotto forma di radiazione. La luminosità  $L$  liberata dal processo di accrescimento che avviene ad un tasso  $\dot{M}$  su un oggetto compatto di massa  $M$  e raggio  $R$  sarà  $L_{acc} \approx \frac{GM\dot{M}}{R}$ . Per sistemi binari in cui una stella perde materia a favore di una stella di neutroni, il processo può liberare una copiosa quantità di raggi X. Il rate massimo di accrescimento possibile per un oggetto compatto come una stella di neutroni si ottiene eguagliando la luminosità di accrescimento con quella di Eddington (eq. 2.11) ottenendo:

$$\dot{M}_{Edd} = 1.5 \times 10^{-8} M_{\odot} \text{ yr}^{-1} R_6 \quad (3.1)$$

dove  $R_6$  è il raggio dell'oggetto compatto in unità di  $10^6$  cm. Per una tipica stella di neutroni con  $M = 1.4M_{\odot}$ ,  $R_6 = 1$ , il massimo rate di accrescimento che può essere sostenuto in regime stazionario è  $\dot{M}_{Edd,n} \approx 1.5 \times 10^{-8} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ . Un rate di  $(10^{-12} - 10^{-8}) M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$  produce una luminosità da  $3L_{\odot}$  a  $10^4 L_{\odot}$ . Imponendo la condizione che il tasso di massa accresciuta sia al di sotto del limite di Eddington, si ottengono le condizioni affinché, in un sistema binario, si verifichi accrescimento. Ci sono due differenti meccanismi con i quali questo si verifica. Nel primo caso, la stella compagna si espande oltre i lobi di Roche<sup>1</sup> e trasferisce massa alla stella di neutroni attraverso il punto Lagrangiano<sup>2</sup>. Nel secondo caso la stella compagna, con una massa  $M \geq M_{\odot}$ , possiede significativi venti stellari dai quali la stella di neutroni orbitante accresce materia.

- **condizioni per avere accrescimento tramite lobi di Roche**

Assumendo che la stella accresciuta sia la più massiva del sistema e quindi abbia una massa  $M \gtrsim 1.4M_{\odot}$ , l'orbita e la grandezza dei lobi di Roche in questo caso, sono più piccoli delle dimensioni della stella che quindi può trasferire massa alla stella di neutroni compagna. Ciò avverrà con un tempo scala  $\tau = \frac{GM^2}{RL}$ , dove tutte le quantità sono riferite alla stella che perde massa. Usando le leggi di scala<sup>3</sup> e assumendo che in questo tempo la stella perda gran parte della propria massa, ad esempio  $0.8M_{\odot}$ , si ottiene un rate di accrescimento:

$$\dot{M} \approx 3 \times 10^{-8} \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right)^3 M_{\odot} \text{ yr}^{-1} \quad (3.2)$$

---

<sup>1</sup>curve di energia equipotenziale

<sup>2</sup>punto in cui si incrociano le curve equipotenziali.

<sup>3</sup> $L \propto M^{3.5}$   $R \propto M^{0.5}$

che risulta al di sotto del limite di Eddington  $\dot{M}_{Edd,n}$  solo per  $M \lesssim M_\odot$ . In questo caso però la stella accresciuta non è la più massiva del sistema come ipotizzato inizialmente. Dunque un tale sistema non accresce materia. Se invece la stella ha una massa  $M \leq M_\odot$ , l'accrescimento avviene in tempi scala nucleari e il tasso d'accrescimento si dimostra essere  $\dot{M}_{Roche} \approx 10^{-10}(M/M_\odot)^{3.5}M_\odot yr^{-1}$ , che è più piccolo del limite di Eddington se  $M \lesssim 3M_\odot$ . Questa condizione è compatibile con l'ipotesi di partenza che la stella considerata sia la meno pesante del sistema. Si conclude dunque che il trasferimento di massa tramite lobi di Roche si verifica solo a patto che  $M \lesssim M_\odot$ .

- **condizione per accrescimento tramite venti stellari**

Stelle di massa  $M \gtrsim M_\odot$  hanno significativi venti stellari che vengono in parte catturati dalla stella di neutroni. Possiamo ottenere l'espressione del raggio critico  $r_{acc}$  all'interno del quale avviene l'accrescimento, eguagliando il potenziale gravitazionale dell'oggetto compatto a distanza  $r_{acc}$  con l'energia cinetica (per unità di massa) del vento stellare  $V_w^2/2$ , dove  $V_w$  è la velocità del vento. Assumendo che tutto il flusso di particelle del vento attraverso una superficie  $\pi r_{acc}^2$  sia catturato dalla stella di neutroni (a distanza  $a$  dalla compagna), abbiamo un tasso di accrescimento pari a:

$$\dot{M}_{acc} = \frac{\pi r_{acc}^2}{4\pi a^2} \dot{M}_w = \left( \frac{G^2 M_n^2}{V_w^4 a^2} \right) \dot{M}_w \quad (3.3)$$

Ponendo valori tipici di  $a \approx 50R_\odot$  e  $V_w = 10^3 km s^{-1}$ , per avere un accrescimento significativo, ad esempio  $\dot{M}_{acc} \gtrsim 10^{-12} M_\odot yr^{-1}$ , è necessario  $M \gtrsim 2 \times 10^{-8} M_\odot yr^{-1}$ . Questi venti solari sono tipici delle stelle in sequenza principale più pesanti di  $(15-20)M_\odot$  e nelle supergiganti blu di massa più grande approssimativamente di  $(15-20) M_\odot$ .

Si giunge quindi ad un'importante conclusione e cioè che un sistema binario, in cui una delle due stelle è compatta, è anche un sistema di accrescimento soltanto nei casi in cui: (1) la stella accresciuta ha una massa  $M \lesssim 1.4M_\odot$  e il trasferimento di materia avviene a causa dello sbordamento dai lobi di Roche; (2) la stella accresciuta ha una massa  $M \gtrsim 15M_\odot$  che cede materia alla compagna compatta tramite forti venti stellari. Nel range  $(1.4-15)M_\odot$  il vento stellare è troppo debole per usare la seconda modalità e la prima modalità, cioè accrescimento "diretto", sarebbe smorzato dalla superluminosità di Eddington. C'è quindi un gap di massa che non dà vita a sistemi di accrescimento. Le due classi di sistemi sono convenzionalmente chiamate *low mass x-ray binaries (LMXB)* e *high mass x-ray binaries (HMXB)*. Queste binarie a raggi X contengono oggetti compatti come una stella di neutroni o un buco nero, e sono le sorgenti di raggi X più luminose del cielo. Alcune delle loro proprietà sono schematizzate nella tabella (3.1).

**Tabella 3.1:** Caratteristiche dei due tipi di binarie a raggi X

HMXB	LMXB
Controparte ottica é una massiva e luminosa stella early-type O o early B;	Controparte ottica é una debole stella blu
$L_{opt}/L_x > 1$	$L_{opt}/L_x < 0.1$
Concentrate nel piano galattico popolazione stellare giovane;	Concentrate all'interno del centro galattico; popolazione stellare vecchia;
età $< 10^7$ yr	età $(5-10) \times 10^9$ yr
Pulsazioni regolari di raggi X; No x-ray outbursts	Pulsazioni regolari di raggi X solo pochi casi; X-ray outbursts
Spettro con raggi X duri con $k_B T \gtrsim 15 \text{KeV}$	Spettro con raggi X soffici $k_B T \lesssim 10 \text{KeV}$

### 3.1 Dischi di accrescimento e ruolo della viscosità

Il momento angolare specifico della materia orbitante attorno ad un oggetto compatto come una stella di neutroni o un buco nero è , di solito, qualche ordine di grandezza maggiore di quella permessa per un'orbita stabile. La perdita di momento angolare consente alle particelle di disporsi in orbite stabili e, come si vedrà , è una condizione necessaria per l'accrescimento. Il piano di intersezione delle orbite è anche quello dove, con maggior probabilità , hanno luogo le collisioni ed è proprio qui che le particelle, passando vicine le une alle altre, subiscono sollecitazioni gravitazionali che tendono a farle rimanere su tale piano. Il sistema quindi dissipa energia nei moti casuali e per il principio di conservazione del momento angolare totale forma un disco rotante. Supponendo che il disco formato sia in una configurazione di minima energia, al suo interno le particelle si dispongono su orbite circolari.

Assumendo un disco stazionario otticamente sottile in cui la velocità radiale  $v_r$  è trascurabile rispetto a quella angolare  $v_\phi$ , la massa che attraversa un anello a distanza  $R$  dal centro, nell'unità di tempo è  $\dot{M} = -2\pi R \Sigma v_R$ , dove  $\Sigma(R)$  è la densità superficiale di materia. In un disco Kepleriano, in cui il momento angolare orbitale decresce come  $R^{1/2}$ , è necessario che la materia perda momento angolare in modo da spostarsi gradualmente verso il centro. Ciò è possibile grazie alla **viscosità** presente tra anelli adiacenti. Assumendo che la forza viscosa per unità di lunghezza su tutta la circonferenza dell'anello di raggio  $R$  sia  $F = \nu \Sigma (R d\Omega/dR)$  con  $\Sigma$  velocità di rotazione e  $\nu$  coefficiente di viscosità non specificato, allora il momento torcente totale sarà :

$$G(R) = (2\pi R F) R = \nu \Sigma 2\pi R^3 \left( \frac{d\Omega}{dR} \right) \quad (3.4)$$

La direzione del momento è tale per cui il fluido a raggio minore di  $R$  (che sta ruotando più rapidamente) percepisce un momento torcente opposto al proprio senso di rotazione e perde quindi momento angolare a favore del fluido a raggio maggiore di  $R$  che sta ruotando meno velocemente<sup>4</sup>. L'anello esterno, quindi, tende a frenare quello interno tramite **attrito viscoso**, causando un flusso di momento angolare verso l'esterno e di massa verso l'interno. Il flusso netto di momento angolare che,

<sup>4</sup>per un disco kepleriano  $\Omega = \left( \frac{GM}{R^3} \right)$

nell'unità di tempo, attraversa un anello posto a distanza  $R$  dal centro si scrive come:  $\dot{M}[d(R^2\Omega)/dR]dR$  dove  $\dot{M}$  è la massa che, in verso opposto al flusso di momento angolare, attraversa l'anello. La causa di ciò è, come detto, il momento torcente viscoso:

$$\dot{M}\frac{d(R^2\Omega)}{dR} = \frac{d}{dR}\left[\nu\Sigma 2\pi R^3\frac{d\Omega}{dR}\right] \quad (3.5)$$

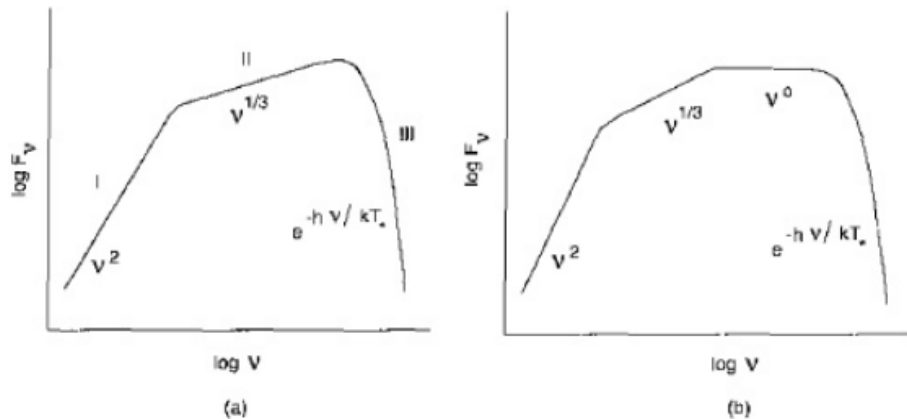
Integrando ambo i membri della (3.1), si può ottenere il rate di dissipazione di energia per unità di area a causa della viscosità :

$$D(R) = \nu\Sigma\left(R\frac{d\Omega}{dR}\right)^2 = \frac{3GMM\dot{M}}{4\pi R^3}\left[1 - \left(\frac{R_*}{R}\right)^{1/2}\right] \quad (3.6)$$

dove  $R_*$  è il raggio dell'ultima orbita circolare stabile (si può considerare il raggio dell'oggetto compatto). Dalla (3.6), l'energia rilasciata tra  $R$  e  $R + dR$  è circa  $(3GMM/2R^2)$  per  $R \gg R_*$  che è tre volte maggiore dell'energia orbitale  $(GMM)/2R^2dR$  a distanza  $R$  dal centro. L'eccesso viene dall'energia rilasciata dagli anelli a raggi minori e trasportata verso l'esterno da forze viscosi. La luminosità del disco si può calcolare tramite la (3.6) ed è :

$$L = \int_{R_*}^{\infty} D(R)2\pi R dR = \frac{GM\dot{M}}{2R_*} \quad (3.7)$$

La luminosità rilasciata è metà dell'energia gravitazionale persa (nel tempo) per un corpo che dall'infinito arriva a  $R_*$ . Ciò vuol dire che metà viene convertita in energia cinetica di rotazione e metà viene emessa per radiazione. Infatti a causa dell'attrito anelli adiacenti si scaldano e la radiazione emessa può essere trattata, in prima approssimazione, come dovuta a un corpo nero. La sua temperatura superficiale può essere ottenuta dalla legge di Stefan Boltzman imponendo che  $2\sigma T_s(R)^4 = D(R)$  (il fattore 2 viene dal fatto che il disco irradia da due superfici). Nota la temperatura, questa può essere inserita nell'espressione del flusso  $F_\nu(T_s)$  emesso per un corpo nero alla temperatura  $T_s$ . Ciò che si ottiene è in figura 3.1 (a), che mostra come il flusso sia quello di un corpo nero con un leggero appiattimento nelle regioni centrali. Se si vuole tener conto dell'opacità, nelle regioni interne del disco, questa è data essenzialmente dallo scattering degli elettroni e ha come effetto un andamento  $\nu^0$  nelle regioni centrali (fig. 3.1 (b)).



**Figura 3.1:**  
(a) spettro del disco di accrescimento otticamente sottile;  
(b) spettro del disco con opacità data dall'elettron-scattering.

Le regioni centrali del disco possono emettere raggi soft-X e radiazione UV forte. Tuttavia, le predizioni teoriche sopra ricavate sull'emissione di un disco di accrescimento non possono essere sempre osservate direttamente per diverse ragioni. Alcuni raggi sono catturati dal disco stesso o vengono eclissati dalla stella compagna. Durante le eclissi è possibile osservare indirettamente l'emissione del disco tramite la radiazione X scatterata dalla corona. Essa è una sorta di atmosfera di elettroni con una temperatura ( $T \approx 10^8 - 10^9 K$ ) superiore a quella del disco ( $T \approx 10^6 K$ ). I raggi soft-X provenienti dal disco, possono interagire con gli elettroni molto energetici della corona tramite il processo di *Inverse Compton*, venendo portati a energie dell'ordine dei 100 KeV. La corona stessa emette un continuo di radiazione, metà della quale giunge sul disco. I fotoni meno energetici di qualche decina di KeV, subiscono *Scattering Thomson* da parte dei metalli; quelli più energetici, con energie superiori ai 40 KeV, riescono a penetrare in profondità e vengono quindi assorbiti.

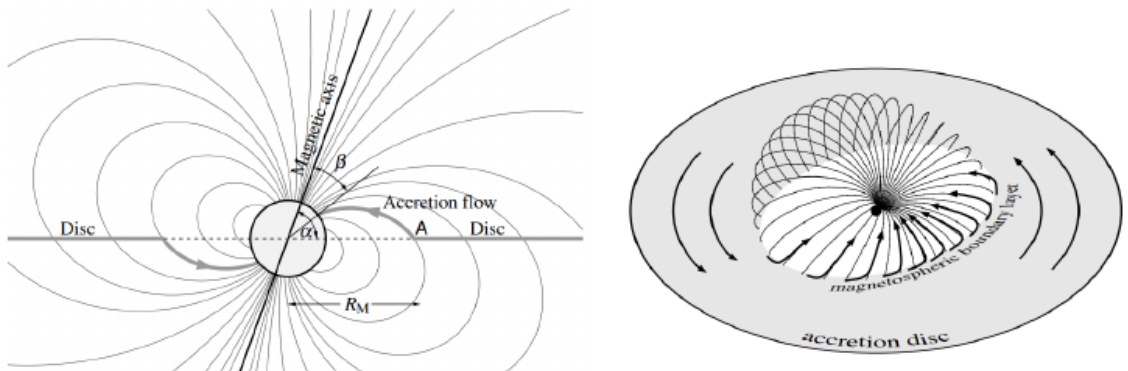


## 3.2 Effetto del campo magnetico nell'accrescimento

Alcuni fenomeni complicati possono verificarsi se l'oggetto che sta accrescendo materia, è anche sorgente di un campo magnetico, come nel caso di una stella di neutroni o di una nana bianca. Un forte campo magnetico può impedire che il flusso di plasma attraversi le linee di campo e la materia può essere accresciuta, in questo sistema, soltanto attraverso le linee di campo che terminano nei poli. Per la maggior parte dei casi, il campo magnetico si può considerare quello di dipolo pari a  $B(R) = (R_0/R)^3 B_0$ , dove  $B_0$  è il campo magnetico a distanza  $R_0$ , raggio dell'oggetto compatto. Se la materia sta cadendo dall'infinito, dove è considerata a riposo, fino a  $R$  essa avrà una velocità  $v \approx (GM/R)^{1/2}$ . Questo gas eserciterà, nella direzione della velocità, una *pressione d'ariete* data da  $P_g = \rho v$ , dove  $\rho$  è la densità del gas. Quando la pressione magnetica è maggiore di quella del gas, le particelle cariche non possono attraversare le linee di campo magnetico e la dinamica dell'accrescimento viene modificata. Eguagliando la pressione d'ariete a quella magnetica<sup>5</sup>, si può determinare quale raggio deve avere la magnetosfera perché ci sia una significativa deviazione dal semplice accrescimento tramite disco. Esprimendo il campo magnetico in unità di  $10^{12}G$  come  $B_{12} = (B_0/10^{12}G)$  e usando  $R_6 = (R_0/10^6 cm)$ ,  $m = (M/M_\odot)$ , e  $\dot{m} = (\dot{M}/\dot{M}_{Edd})$ , si trova che tale raggio è :

$$R_m \approx 1.9 \times 10^8 B_{12}^{4/7} R_6^{10/7} m^{-3/7} \dot{m}^{-2/7} cm \quad (3.8)$$

Per parametri tipici di una stella di neutroni,  $R_m$  è circa 100 volte più grande del raggio della stella, mostrando che esiste una significativa regione vicina all'oggetto compatto, dominata dal campo magnetico. Al contrario, per una nana bianca con  $R_6 \approx 500$ , la condizione  $R_m > R_0$  può essere soddisfatta solo per  $B > 10^6 G$ . Soltanto una frazione di nane bianche ha un così forte campo magnetico. Nelle stelle di neutroni invece, spesso accade che il campo magnetico costringa la materia a incanalarsi attraverso delle *colonne di accrescimento* terminanti nei poli, come mostrato in figura (3.2).



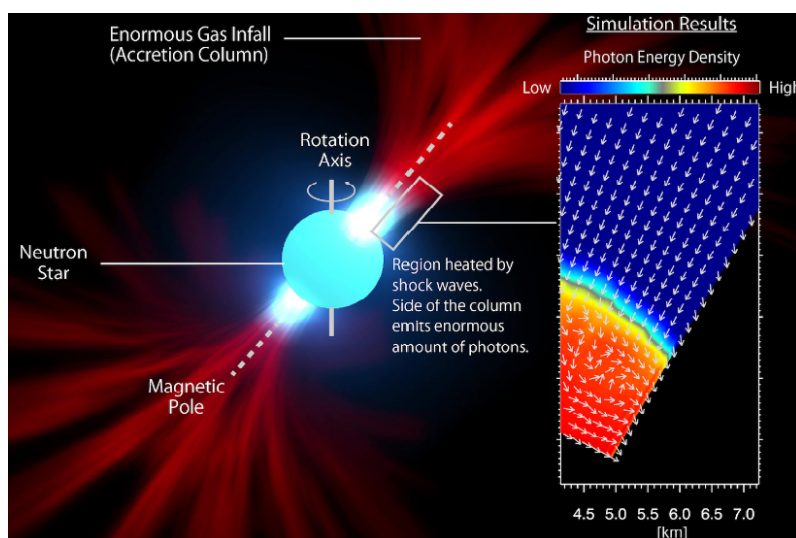
**Figura 3.2:** Accrescimento in presenza di campo magnetico: a raggio  $R_m$  il gas fluisce nei poli attraverso le linee di campo.

---

<sup>5</sup>  $P_{mag} = \frac{[B(R)]^2}{8\pi}$      $P_g \approx \frac{\dot{M}}{4\pi R^2} \sqrt{\frac{GM}{R}}$

### 3.2.1 Colonne di accrescimento e luminosità super-Eddington

Le ULX sono oggetti la cui luminosità è superiore a  $10^{33} \text{ erg s}^{-1}$  che è la luminosità attribuita a buchi neri di massa  $M_{BH} \approx 10 M_{\odot}$ . Le ULXs sono per la stragrande maggioranza buchi neri. Tuttavia nel 2014, il telescopio spaziale NuSTAR della NASA, ha osservato nella vicina galassia M82 il sistema binario M82 X-2 che presentava una luminosità di circa  $L = 10^{40} \text{ erg/s}^{-1}$ , venendo quindi classificato come ULX. Una tale energia se emessa da un buco nero di massa intorno alle centinaia di masse solari (BH di massa intermedia), comporterebbe una luminosità maggiore di quella di Eddington ma comunque all'interno dei modelli teorici. Tuttavia è stato scoperto che essa proveniva da una pulsar la quale possiede una  $L_{Edd} \approx 10^{38} \text{ erg/s}^{-1}$ . Ci si è subito chiesto se esistesse un meccanismo che permettesse ad una pulsar di superare di due ordini di grandezza la luminosità di Eddington. La risposta è stata trovata nel 2016 dall'astrofisico giapponese *Kawashima* e dal suo team, i quali hanno mostrato che, grazie alle colonne di accrescimento, le pulsar possono essere in grado di aggirare la pressione di radiazione incanalando la materia verso l'esterno ed evitando quindi che impedisca la caduta di materia. Attraverso simulazioni matematiche si è inasprita una colonna di accrescimento con densità di  $10^{-4} \text{ g cm}^{-3}$  al di sopra di una stella di neutroni. Il gas cade dalla colonna sulla superficie e viene generato uno shock. All'interno della colonna di accrescimento, nella parte superiore domina la pressione del gas in caduta, nella parte inferiore invece domina quella di radiazione. Quest'ultima non si estende su tutta la colonna dal momento che una grande quantità di fotoni, prodotti attraverso dissipazione di energia cinetica della materia, può sfuggire attraverso canali laterali permettendo alla stella di continuare ad accrescere materia. Una tale dinamica, si è calcolato, porterebbe ad un tasso di accrescimento pari a  $\dot{M} \approx 10^2 - 10^3 L_{Edd}/c^2$ , generando una luminosità super-Eddington.



**Figura 3.3:** Il gas in caduta genera fotoni che in parte fuggono via dalla superficie tramite canali laterali.

# Bibliografia

- [1] Lusso E. and Ciotti L., *One-zone models for spheroidal galaxies with a central supermassive black-hole. Self-regulated Bondi accretion.* A&A, 525:A115. 2011
- [2] Frank J., King A. and Raine D.J. *Accretion Power in Astrophysics.* Cambridge University Press, third edition. 2002
- [3] Korol V. *Accrescimento di Bondi con electron scatterin per buchi neri al centro di galassie.* Tesi di laurea magistrale, università di Bologna. 2014
- [4] Padmanabhan T., *Theoretical Astrophysics, Vol. II: Stars and Stellar Systems.* Cambridge University Press.
- [5] Pranab G., *Rotation and Accretion Powered Pulsar.* World Scientific Series in Astronomy and Astrophysics - Vol 10. 2007
- [6] Shu, Frank H. *The physics of Astrophysics, Vol. II Gas dynamics.* University Science Book. 1991
- [7] Kawashima T., *A radiation-hydrodynamics model of accretion columns for ultra-luminous X-ray pulsars.* Publications of the Astronomical Society of Japan, Volume 68, Issue 5. 2016
- [8] Appunti personali del corso di Astrofisica Extragalattica tenuto dal prof. Luca Ciotti. A.A. 2017/2018