

Scuola di Scienze
Dipartimento di Fisica e Astronomia
Corso di Laurea in Fisica

**Nuova misura del parametro di densità della
materia dalle distorsioni geometriche nel
clustering delle galassie BOSS**

Relatore:
Prof. Lauro Moscardini

Presentata da:
Francesco Falo

Correlatori:
Dott. Federico Marulli
Dott. Alfonso Veropalumbo

Anno Accademico 2017/2018

Reaching out to embrace the random.

Abstract

Uno dei principali obiettivi della cosmologia osservativa moderna è la misura dei parametri del modello cosmologico standard. Tra questi vi è il cosiddetto parametro di densità della materia, Ω_m . In questo lavoro di Tesi abbiamo utilizzato uno dei più estesi cataloghi spettroscopici di galassie, fornito dalla Baryon Oscillation Spectroscopic Survey (BOSS), per misurare Ω_m tramite il test di Alcock-Paczynsky. Nello specifico, abbiamo sfruttato le anisotropie geometriche nella funzione di correlazione a due punti delle galassie, dovute alla scelta di una cosmologia diversa da quella reale nel calcolo delle distanze comoventi. Il risultato ottenuto è $\Omega_m = 0.29$, consistente con misure indipendenti ottenute in passato sfruttando diverse sonde cosmologiche, quali la radiazione cosmica di fondo e le proprietà spaziali delle strutture a grande scala dell'Universo.

Indice

Introduzione	1
1 Dalla metrica ai parametri cosmologici	3
1.1 La metrica di Friedmann-Robertson-Walker	3
1.1.1 Omogeneità e isotropia	3
1.1.2 La metrica dello spazio-tempo cosmologico	4
1.1.3 Caratteristiche e fenomeni legati alla metrica	6
1.2 Le equazioni di Friedmann	9
1.2.1 Il modello Λ CDM	10
1.3 Il parametro di densità Ω	11
1.3.1 Definizione	11
1.3.2 Dipendenza dal tempo	12
1.3.3 Evoluzione del fattore di scala	14
2 La funzione di correlazione e il test di Alcock-Paczynski	17
2.1 Le perturbazioni di densità	17
2.1.1 Origine	17
2.1.2 Descrizione tramite teoria di Jeans	18
2.2 La funzione di correlazione	22
2.2.1 Definizione	22
2.2.2 Traccianti e stimatori	24
2.3 Il test di Alcock-Paczynski	25
2.3.1 Distorsioni della funzione di correlazione bidimensionale	25
2.3.2 Funzionamento e implementazione del test AP	28
3 Metodo e risultati	31
3.1 Caratteristiche del catalogo	31
3.2 Il codice utilizzato	33
3.2.1 Metodo utilizzato	33
3.2.2 Schema del metodo utilizzato	38
3.3 Risultati	38
Conclusioni	43

Bibliografia

47

Introduzione

Dalla formulazione della teoria della Relatività Generale ad oggi, la cosmologia ha subito un processo di evoluzione molto rapido, culminato con l'elaborazione del cosiddetto modello cosmologico standard, supportato da tutte le principali evidenze osservative attualmente disponibili. Da un punto di vista teorico, i principali risultati sono stati la deduzione di una metrica adatta a descrivere le proprietà dello spazio-tempo (metrica di Friedmann-Robertson-Walker) e la determinazione delle equazioni che ne descrivano l'evoluzione nel tempo (equazioni di Friedmann) e la crescita delle perturbazioni. Da un punto di vista osservativo, ricordiamo in particolare le misure dello spettro di potenza della radiazione cosmica di fondo, e delle proprietà spaziali delle strutture cosmiche, che hanno permesso di dedurre caratteristiche generali dell'Universo, quali l'omogeneità e l'isotropia a grande scala.

Nell'ambito di questo modello, si conoscono nell'Universo tre componenti principali: la materia, la radiazione e la costante cosmologica. A queste, e in particolare alla loro densità, sono associati alcuni dei cosiddetti parametri cosmologici. Solo grazie ad una precisa determinazione dei parametri cosmologici è possibile tenere conto dell'evoluzione globale dell'Universo e spiegare caratteristiche quali la sua espansione e la sua struttura a grande scala.

Il lavoro svolto in questo elaborato consisterà nella descrizione e nell'applicazione di un metodo per la stima di uno dei parametri cosmologici, il parametro di densità della materia. In particolare, il metodo considerato permette di effettuare il cosiddetto test di Alcock-Paczynski, che sfrutta le distorsioni geometriche nella funzione di correlazione, con la sola ipotesi che il nostro Universo è isotropo a scale sufficientemente grandi. La funzione di correlazione misura l'eccesso o il difetto di probabilità di trovare due oggetti separati da una certa distanza comovente, rispetto ad una distribuzione casuale. Risulta particolarmente conveniente per questo tipo di analisi scomporre le distanze nelle componenti parallela e perpendicolare alla linea di vista, misurando quindi una funzione di correlazione bidimensionale. Nel caso di perfetta isotropia, le curve di iso-correlazione della funzione di correlazione bidimensionale hanno forma circolare. Nella realtà presentano anche distorsioni dinamiche dovute alle velocità peculiari degli oggetti che, non essendo generalmente misurabili, vengono trascurate nella misura delle distanze. A queste si aggiungono distorsioni geometriche, causate dall'eventuale assunzione errata dei parametri cosmologici nella misura delle distanze. Modellando queste distorsioni è possibile ricavare

vincoli fondamentali sulla geometria e dinamica dell'Universo.

In questo lavoro di Tesi verrà descritto ed effettuato il test di Alcock-Paczynski facendo uso di un ampio catalogo di galassie selezionato dalla survey BOSS DR12. Nel primo Capitolo verranno introdotte le nozioni principali del modello cosmologico standard, per poi passare ad una descrizione della dinamica dell'Universo e giungere infine ai parametri che lo caratterizzano. Nel secondo Capitolo verrà descritta brevemente la teoria che descrive l'origine e successiva evoluzione delle strutture cosmiche; da qui si passerà alla definizione della funzione di correlazione a due punti, per poi spiegare nel dettaglio il procedimento che caratterizza il test di Alcock-Paczynski. Infine, nel terzo Capitolo, descriveremo le caratteristiche principali del catalogo di galassie utilizzato, il codice implementato per effettuare il test di Alcock-Paczynski e, in conclusione, verranno presentati e discussi i principali risultati ottenuti.

Capitolo 1

Dalla metrica ai parametri cosmologici

L'obiettivo principale del primo capitolo di questo lavoro sarà fornire una visione generale della cosmologia, ambito dell'astrofisica che per lungo tempo fu considerato invece un soggetto più pertinente alla matematica, se non solamente alla metafisica (fino all'avvento della Relatività Generale). La cosmologia ha come oggetto di studio l'Universo nel suo insieme. Si occupa in particolare di descriverne l'origine e l'evoluzione, focalizzandosi sull'analisi delle strutture cosmiche al suo interno. Ci apprestiamo quindi a descrivere le proprietà, le leggi e i fenomeni più importanti riguardanti un universo quadri-dimensionale ponendo particolare attenzione, in vista dello studio successivo, ai parametri che definiscono un modello cosmologico. Per le dimostrazioni e i calcoli dei risultati principali si fa riferimento ai due libri di testo *Spacetime, Geometry and Gravitation* di Pankaj Sharan [27] e *Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity* di Steven Weinberg [31].

1.1 La metrica di Friedmann-Robertson-Walker

1.1.1 Omogeneità e isotropia

La cosmologia moderna si basa principalmente sulla teoria della Relatività Generale di Einstein e sul cosiddetto *Principio Cosmologico*, secondo cui l'Universo è omogeneo e isotropo su scale sufficientemente grandi. Questo principio deriva a sua volta dal *Principio Copernicano*, che afferma che l'uomo non è un osservatore privilegiato nell'Universo. Da questo è ragionevole assumere che l'Universo appaia a qualsiasi altro osservatore ipotetico così come appare a noi.

I concetti di omogeneità e isotropia possono apparire contraddittori, soprattutto quando applicati a osservazioni locali. La Via Lattea ad esempio presenta zone a densità estre-

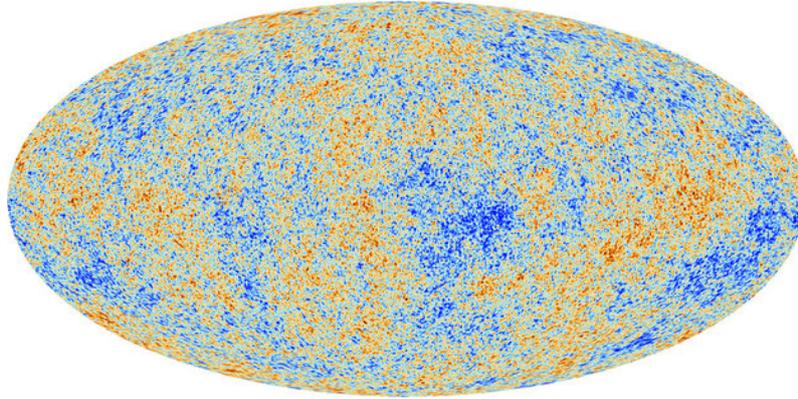


Figura 1.1: La famosa mappa di fluttuazioni di temperatura prodotta dalla missione ESA Planck (2013) che mostra la (quasi) perfetta omogeneità della radiazione cosmica di fondo. Immagine tratta dal sito web dell'European Space Agency [3].

mamente bassa¹ e allo stesso tempo concentrazioni locali di materia che possono dare luogo a strutture come pianeti, stelle e ammassi stellari: a queste scale l'Universo non appare nè omogeneo nè isotropo. Il Principio Cosmologico si riferisce a scale più grandi e afferma che la distribuzione di materia nell'Universo su aree opportunamente campionate appare la stessa in tutte le direzioni. Allo stato attuale, su scale maggiori delle centinaia di Mpc², l'omogeneità e l'isotropia diventano assunzioni giustificate dalle osservazioni sperimentali. Tra queste la distribuzione spaziale delle galassie [26] e la radiazione cosmica di fondo (Cosmic Microwave Background Radiation, CMB, Fig. 1.1) [28]. La CMB, in particolare, fornisce un test importante per il modello cosmologico standard attuale (a cui accenneremo nella sezione 1.2.1). La sua scoperta [24] valse il Premio Nobel per la fisica del 1978 a Arno Penzias e Robert Woodrow Wilson.

D'altra parte è importante sottolineare che fornire prove osservative del Principio Cosmologico non è semplice. L'Universo che osserviamo in un dato istante è l'immagine prodotta dai coni di luce (passati), ovvero da segnali generati a diversi intervalli temporali, Δt , nel passato da diverse distanze, Δs . Considerando lo spazio-tempo di Minkowski in Figura 1.2, occorrerebbe poter stabilire l'omogeneità dell'Universo su ogni ipersuperficie temporale Σ_t ad un tempo fissato t e ciò non è possibile se non slegando le coordinate spaziali da quella temporale. L'omogeneità dell'Universo in un istante qualsiasi è comunque assicurata dall'isotropia e dal Principio Copernicano, come ad esempio evidenziato da [18]. Il Principio Cosmologico rappresenta il presupposto basilare per tutti i principali modelli cosmologici.

1.1.2 La metrica dello spazio-tempo cosmologico

Per descrivere l'Universo su grandi scale è necessario utilizzare la teoria della Relatività Generale e in particolare costruire una metrica spazio-temporale che soddisfi le carat-

¹La densità media della materia interstellare è di circa un atomo di idrogeno per centimetro cubo, circa 20 ordini di grandezza più piccola rispetto alla bassa atmosfera terrestre[10].

²Si ricorda che un parsec (pc) è la distanza dal Sole di un oggetto con parallasse annua di 1"; 1 pc \approx 3.26 al (anni luce) $\approx 3.086 \times 10^{16}m$.

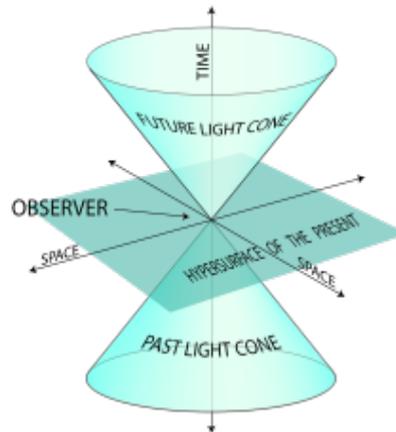


Figura 1.2: Diagramma dello spazio-tempo di Minkowski dove le tre dimensioni spaziali sono *schiacciate* in due e con il cono di luce centrato nell'origine.

teristiche di omogeneità e isotropia dell'Universo. Tale metrica deve essere in grado di descrivere un Universo non statico, dal momento che nel 1929 E. Hubble e M. Humason osservarono le galassie più lontane recedere da noi tanto più velocemente [14]. In altre parole, adottando il linguaggio della geometria differenziale, l'Universo può essere visto come una varietà 4-dimensionale la cui foliazione (famiglia di sottovarietà) 3-dimensionale spaziale è omogenea e isotropa.

Le suddette proprietà costituiscono delle *invarianze*, o *simmetrie*³, che per una metrica vengono chiamate *isometrie*. La forma della metrica cosmologica $g_{\mu\nu}$ può essere fissata assumendo l'esistenza di vettori di Killing⁴, cioè di vettori che generano un'isometria; nel nostro caso si hanno:

- tre vettori di Killing indipendenti di tipo spazio che generano simmetrie per traslazione (definiscono matematicamente l'omogeneità);
- tre vettori di Killing indipendenti di tipo spazio che generano simmetrie per rotazione (definiscono matematicamente l'isotropia);
- nessun vettore di Killing di tipo tempo dal momento che si vuole descrivere un Universo in evoluzione.

Inoltre, è possibile dimostrare che una combinazione lineare a coefficienti costanti di vettori di Killing è ancora un vettore di Killing e che questi formano uno spazio vettoriale di dimensione massima $\frac{N(N+1)}{2}$.

Con le sei isometrie indipendenti appena definite, è possibile mostrare che la foliazione 3-dimensionale dello spazio-tempo non può ammetterne di ulteriori: queste (sotto)varietà di tipo spazio stratificate sulla rimanente dimensione temporale sono quindi dette massimamente simmetriche. Su queste basi, omettendo la dimostrazione completa, possiamo

³In geometria differenziale, dato un campo tensoriale T su una varietà \mathcal{M} , una sua simmetria è un campo vettoriale \vec{V} tale che la derivata di Lie di T lungo \vec{V} sia nulla, ovvero: $\mathcal{L}_{\vec{V}}T = 0$.

⁴I vettori di Killing sono l'analogo dei campi vettoriali per il tensore metrico.

finalmente ottenere una metrica consona allo spazio-tempo cosmologico, la *metrica di Friedmann-Robertson-Walker* (FRW), definita in forma diagonale nel seguente modo:

$$-d\tau^2 \equiv g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

$$d\tau^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right]. \quad (1.1)$$

A parte la velocità della luce nel vuoto c , i parametri che vi compaiono sono:

$$\begin{aligned} t, r, \theta, \phi & \quad \text{le coordinate comoventi} \\ a(t) & \quad \text{il fattore di scala} \\ k = 0, \pm 1 & \quad \text{la costante di curvatura.} \end{aligned}$$

Prima di procedere nell'esposizione del loro significato fisico, chiariamo che, in questo sistema di coordinate, r è un parametro spaziale adimensionale; la dimensionalità dell'equazione è invece garantita dal fattore di scala (una lunghezza) dipendente dal tempo. Infine, quando $k \neq 0$, è sempre possibile effettuare un ridimensionamento adeguato di r e a per far sì che $k = \pm 1$, la costante di curvatura assume quindi solo i tre valori interi menzionati.

1.1.3 Caratteristiche e fenomeni legati alla metrica

Curvatura

Consideriamo ora quali conseguenze ha il valore della costante di curvatura sulla topologia di un'ipersuperficie Σ_t a t fissato. Poniamo la parte angolare della metrica come $d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2$ e l'elemento di linea $d\sigma^2$ come il termine tra parentesi quadre che moltiplica il fattore di scala nella metrica (1.1); si avranno le seguenti possibilità:

- $k = 0$: in questo caso la coordinata r può essere paragonata alla coordinata radiale in \mathbb{R}^3 e l'ipersuperficie Σ_t è piatta (Universo piatto),

$$d\sigma^2 = dr^2 + r^2 d\Omega^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 \quad . \quad (1.2)$$

- $k = +1$: curvatura positiva, è possibile porre $r = \sin \Phi$ ottenendo così

$$d\sigma^2 = d\Phi^2 + \sin^2(\Phi) d\Omega^2 \quad . \quad (1.3)$$

Σ_t è una sfera 3-dimensionale (Universo chiuso).

- $k = -1$: curvatura negativa, è possibile porre $r = \sinh \Psi$ e si ha

$$d\sigma^2 = d\Psi^2 + \sinh^2(\Psi) d\Omega^2 \quad . \quad (1.4)$$

Σ_t è un iperboloide 3-dimensionale (Universo aperto).

Distanza propria e comovente

In ambito cosmologico è necessario definire un ulteriore tipo di distanza oltre a quella propria, la *distanza comovente*. D'ora in poi, per semplificare la notazione, ometteremo le dipendenze dal tempo e indicheremo con t_0 il tempo dell'osservatore comovente e con un pedice 0 le quantità dipendenti dal tempo calcolate appunto in t_0 .

Consideriamo due oggetti allineati lungo la linea di vista dell'osservatore e quindi con $d\theta = d\phi = 0$, la distanza fisica spaziale tra i due, considerando ipersuperfici di tipo spazio con $dt^2 = 0$, è detta distanza propria $d_p(t)$ ed è data da

$$d_p(r) = \int_0^r a(t) \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}} = a(t)f(r) \quad , \quad (1.5)$$

dove $f(r)$ dipende dalla costante di curvatura e può essere ricavato dalle corrispondenti condizioni in (1.2), (1.3) e (1.4)

$$f(r) = \begin{cases} \operatorname{arcsinh}(r) & \text{per } k = -1 \\ r & \text{per } k = 0 \\ \arcsin(r) & \text{per } k = +1 \end{cases} .$$

La definizione proposta è dipendente dal valore del fattore di scala in un determinato tempo t e perciò tiene conto del fatto che la posizione calcolata in coordinate comoventi definite in una sottovarietà spaziale può evolvere con la quarta variabile temporale. Il significato fisico di $a(t)$ è proprio quello di tenere conto dell'espansione o della contrazione degli spazi massimamente simmetrici, ovvero delineare il comportamento temporale dell'Universo nel suo complesso. In altre parole la distanza propria è la distanza che l'oggetto avrebbe ad un determinato istante t del tempo cosmologico, distanza che in generale può cambiare nel tempo.

Se al contrario la posizione di un oggetto a riposo in uno di questi *strati* spaziali fosse descritta solo tramite le coordinate comoventi r , θ e ϕ , non si terrebbe conto di quanto detto in precedenza. Per convenzione si pone la distanza comovente tra due punti uguale a quella propria al tempo presente $t = t_0$

$$d_c(r) = d_p|_{t=t_0} = a_0 f(r) = \frac{a_0}{a(t)} d_p|_t. \quad (1.6)$$

Perciò l'eventuale espansione o contrazione dell'Universo ha come risultato un cambiamento di d_p e nessuna variazione per d_c .

Legge di Hubble e redshift cosmologico

Tutte le osservazioni astronomiche effettuate fino ad oggi mostrano che l'Universo è in espansione: le galassie più lontane recedono da noi più velocemente, la distanza tra di esse cresce nel tempo, mentre le loro dimensioni tipiche restano le stesse, come punti su un

palloncino che si dilata. Questo quadro può essere modellato matematicamente da una metrica FRW che localmente si approssima ad una metrica di Schwarzschild⁵.

Proprio per la dipendenza temporale di d_p tramite $a(t)$, è possibile derivare la velocità radiale con cui un punto a riposo nell'ipersuperficie spaziale 3-dimensionale si muove nello spazio-tempo 4-dimensionale:

$$v_r = \frac{d}{dt}(d_p) = \dot{a}(t)f(r) \quad ,$$

da cui, introducendo il *parametro di Hubble* $H(t) \equiv \dot{a}/a(t)$ [s^{-1}], si ottiene

$$v_r = H(t)d_p \quad . \quad (1.7)$$

Quando si tengono ben separate le componenti spaziali e temporali secondo la costruzione ormai ricorrente, $H(t)$ può essere considerata una costante dello spazio pur dipendendo dal tempo t , in particolare, in t_0 la (1.7) è chiamata Legge di Hubble. Due corpi perfettamente a riposo nei loro sottospazi, quindi, possono avere una velocità d'allontanamento (o di recessione) dovuta all'espansione dell'Universo, proporzionale alla distanza propria con un fattore $H(t)$.

Una delle predizioni in questo tipo di spazio-tempo cosmologico è lo spostamento verso il rosso dovuto a v_r , chiamato *redshift cosmologico*. La radiazione elettromagnetica proveniente, per esempio, da una galassia distante, deve attraversare uno spazio-tempo in espansione che modifica le componenti spettrali di un fattore quantificabile dal redshift $z \equiv (\lambda_o - \lambda_e)/\lambda_e = \Delta\lambda/\lambda$, dove $\Delta\lambda$ è la differenza tra la lunghezza d'onda osservata e quella di emissione. Si noti che il redshift cosmologico non è dovuto ad un vero e proprio effetto Doppler poiché, in generale, gli oggetti possono non avere alcun moto proprio. Per $z \ll 1$, è possibile approssimare questo redshift come effetto Doppler e servirsi della relazione $z \approx v_r/c$; in questo modo è possibile misurare distanze cosmologiche a partire dall'osservabile z e da (1.7).

Infine la relazione che lega il redshift al fattore di scala è

$$z = \frac{a_0}{a(t_e)} - 1 \quad . \quad (1.8)$$

Quest'ultima, insieme alle relazioni precedenti, consente di indicare distanze spaziali in maniera equivalente con z o a , e dato che per la finitezza della velocità della luce osservare lontano nello spazio equivale a osservare nel passato, è possibile affermare lo stesso anche per distanze temporali.

⁵Tale metrica, prototipo dello spazio-tempo per un buco nero, deriva dalle soluzioni sfericamente simmetriche trovate da Karl Schwarzschild per le equazioni di campo di Einstein.

1.2 Le equazioni di Friedmann

Una volta fissata la metrica FRW che descrive la geometria 4-dimensionale dell'Universo, è possibile studiare come questo evolva su grande scala con il passare del tempo e quali fattori possono modificarne lo sviluppo. Sostanzialmente occorrono delle espressioni che descrivano l'andamento del fattore di scala $a(t)$ al variare di t (o di z) e a questo scopo si utilizza l'equazione fondamentale della Relatività Generale, ovvero l'equazione di campo di Einstein (con unità geometrizzata $c = 1$):

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 8\pi G_N T_{\mu\nu} \quad . \quad (1.9)$$

Il tensore $G_{\mu\nu}$ è chiamato tensore di Einstein, $R_{\mu\nu}$ e R sono rispettivamente il tensore di Ricci (Curbastro) e la curvatura scalare (o scalare di Ricci), quantità entrambe derivate dal tensore di Riemann, che definisce la curvatura intrinseca per una varietà. Il termine di destra della (1.9) è relativo alla sorgente gravitazionale, vi compaiono la costante newtoniana di gravitazione universale G_N e il tensore energia-impulso $T_{\mu\nu}$, che descrive il contenuto di materia ed energia del sistema. L'equazione di campo (1.9) contiene in generale un set di (al massimo) 10 equazioni (tante quante le componenti indipendenti del tensore metrico $g_{\mu\nu}$) e riassume in sostanza l'interpretazione geometrica della gravità.

Assumiamo che il contenuto di materia del nostro Universo sia modellato da un fluido omogeneo e perfetto di materia ed energia che riempie tutto lo spazio, in questo caso, il tensore energia-impulso assume la forma

$$T_{\mu\nu} = \left(\frac{P}{c^2} + \rho \right) u_\mu u_\nu - \frac{P}{c^2} g_{\mu\nu} \quad (1.10)$$

per un fluido perfetto con quadri-velocità u_μ e la forma diagonale

$$T_{\mu\nu} = \text{diag}(-\rho, P/c^2, P/c^2, P/c^2) \quad (1.11)$$

in un sistema comovente con esso. I termini $P(t)$ e $\rho(t)$ sono rispettivamente la pressione e la densità proprie, misurate cioè da un osservatore comovente con il fluido. In particolare, $T_{\mu\nu}$ soddisfa l'equazione di continuità $\nabla_\mu T^\mu_\nu = 0$, dalla quale segue anche la conservazione dell'energia. Adottando insieme la forma specifica del tensore energia-impulso e della metrica FRW, le equazioni di Einstein si riducono alle sole due *equazioni di Friedmann*:

$$G_{00} = 8\pi G_N T_{00} \quad \rightarrow \quad \dot{a}^2 = \frac{8\pi}{3} G_N \rho a^2 - kc^2 \quad , \quad (1.12)$$

$$G_{ii} = 8\pi G_N T_{ii} \quad \rightarrow \quad \ddot{a} = -\frac{4\pi}{3} G_N \left(\rho + \frac{3P}{c^2} \right) a \quad . \quad (1.13)$$

Da queste è possibile descrivere l'evoluzione del fattore di scala nel tempo e con esso i moti di espansione o contrazione dello spazio. Si potrebbe dire che (1.12) pone dei vincoli alle possibili combinazioni di valori iniziali per a e \dot{a} , mentre (1.13) è l'equazione dinamica

per $a(t)$ fissato il contenuto di materia-energia.

1.2.1 Il modello Λ CDM

Nelle equazioni di Friedmann, il termine di densità del fluido cosmico, ρ , assume grande importanza dal momento che determina la geometria dello spazio-tempo e il modo in cui questo si espande o si contrae. Le componenti del fluido stanno alla base di quello che viene chiamato modello Λ CDM, l'attuale *modello standard della cosmologia* [1] [16]. L'ipotesi principale prevede che l'Universo sia composto da quattro elementi costitutivi fondamentali: la materia barionica, la materia oscura fredda (cold dark matter, CDM) ⁶ (non relativistica e priva di pressione), la radiazione (priva di massa o altamente relativistica) e la cosiddetta *costante cosmologica* Λ .

Quest'ultimo termine fu introdotto da Einstein quando modificò la propria equazione di campo (1.9) nel tentativo di ottenere una soluzione per un Universo statico. Se si considera un fluido cosmico composto soltanto da componenti ordinarie come materia e radiazione, imporre le condizioni di staticità $\dot{a} = 0$ e $\ddot{a} = 0$ significa imporre, per la (1.13), $(\rho + 3P/c^2) = 0$. Per soddisfare tale presupposto occorrerebbe un Universo completamente vuoto ($\rho = P = 0$) oppure a densità o pressione di segno opposto. L'equazione di campo così modificata diventa:

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi G_N T_{\mu\nu} \quad (1.14)$$

e porta a delle analoghe equazioni di Friedmann in cui P e ρ sono sostituiti da

$$\tilde{P} = P - \frac{\Lambda c^4}{8\pi G_N}, \quad \tilde{\rho} = \rho + \frac{\Lambda c^2}{8\pi G_N} \quad (1.15)$$

Imponendo le condizioni di staticità e considerando un Universo formato esclusivamente da materia ($P = 0$), è possibile ricavare la costante cosmologica:

$$\Lambda = \frac{k}{a^2} \quad (1.16)$$

Con le dovute sostituzioni nell'espressione per la densità di materia ρ (strettamente positiva) in (1.15) è possibile ricavare che, in questo modello, k risulta positivo, ovvero l'Universo statico di Einstein è necessariamente chiuso. In seguito però fu dimostrato che questo tipo di Universo risultava anche instabile. Ciò, in aggiunta alle osservazioni di Hubble, portò Einstein a definire l'introduzione di Λ come il suo più grande errore.

Oggi, le osservazioni confermano non solo che l'Universo è in espansione, ma che tale espansione sta attualmente accelerando ($\ddot{a} > 0$) [25]. In questo contesto, la costante cosmologica Λ ha preservato il suo posto nel formalismo assumendo il significato di energia oscura (dark energy, DE), una componente a pressione negativa e a energia positiva, responsabile dell'accelerazione dell'Universo. Il modello Λ CDM predice correttamente tutte le principali osservazioni cosmologiche, come l'espansione accelerata, la CMB e le proprietà

⁶Diversamente dalla materia ordinaria, si manifesta esclusivamente tramite effetti gravitazionali.

delle strutture a grande scala dell'Universo. La materia oscura del modello Λ CDM è *lenta* o *fredda*. Più precisamente, le particelle di cui è composta cessarono di essere relativistiche prima del disaccoppiamento con la radiazione. Il disaccoppiamento tra radiazione e materia barionica ordinaria è invece alla base dell'emissione della CMB, la radiazione, oggi a circa $3K$, proveniente dal tempo in cui i fotoni iniziarono a viaggiare liberamente, essendosi ridotto il numero di elettroni liberi con cui avere fenomeni di scattering.

1.3 Il parametro di densità Ω

1.3.1 Definizione

Riscriviamo l'equazione di Friedmann (1.12) utilizzando la definizione di densità (1.15):

$$\dot{a}^2 - \frac{8\pi G_N a^2}{3} \left(\rho + \frac{\Lambda c^2}{8\pi G_N} \right) = -kc^2 \quad .$$

Da questa, per $t = t_0$ e dividendo per a_0^2 , si ottiene

$$H_0^2 \left[1 - \frac{8\pi G_N}{3H_0^2} \left(\rho_0 + \frac{\Lambda c^2}{8\pi G_N} \right) \right] = -\frac{kc^2}{a_0^2} \quad . \quad (1.17)$$

Definiamo inoltre la *densità critica* nel seguente modo

$$\rho_{0,crit} = \frac{3H_0^2}{8\pi G_N} \quad . \quad (1.18)$$

Definiamo il parametro di densità Ω come il rapporto tra la densità di una componente del fluido cosmico e la densità critica, cioè, omettendo le dipendenze temporali:

$$\Omega = \frac{8\pi G_N}{3H^2} \rho = \frac{\rho}{\rho_{crit}} \quad . \quad (1.19)$$

La (1.17) può quindi essere riscritta nella forma:

$$\begin{aligned} H_0^2 \left[1 - \left(\frac{\rho_0}{\rho_{0,crit}} + \frac{\rho_{0,\Lambda}}{\rho_{0,crit}} \right) \right] &= -\frac{kc^2}{a_0^2} \\ H_0^2 [1 - (\Omega_0 + \Omega_{0,\Lambda})] &= -\frac{kc^2}{a_0^2} \\ \Omega_{0,tot} - 1 &= \frac{kc^2}{H_0^2 a_0^2} \quad . \end{aligned} \quad (1.20)$$

Si palesa in questo modo la relazione tra le densità dei costituenti del cosmo e la curvatura che questi possono determinare. Il segno di k è infatti univocamente determinato dal valore di $\Omega_{0,tot}$, rappresentativo del rapporto tra la densità totale del fluido cosmico e il valore di soglia $\rho_{0,crit}$ al tempo presente. In particolare: ρ_0 rappresenta la densità del contenuto massa-energia dell'Universo, comprendente le componenti di materia (oscura e barionica) e radiazione, mentre $\rho_{0,\Lambda}$, costante, rappresenta la densità di energia oscura. Ricordando

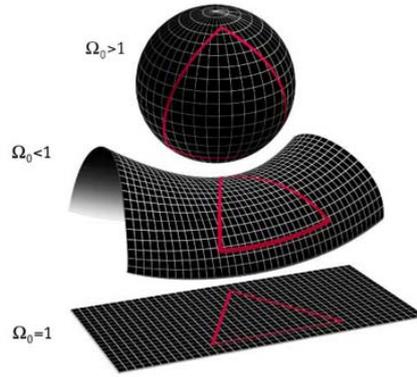


Figura 1.3: Raffigurazione delle tre possibili geometrie in funzione del valore del parametro di densità; dall'altro verso il basso: Universo chiuso a curvatura positiva, Universo aperto a curvatura negativa e Universo piatto a curvatura nulla.

perciò come le possibili curvatures siano definite dai rispettivi valori interi della costante di curvatura, possiamo trarre le seguenti conclusioni:

- $\rho_{0,tot} < \rho_{0,crit} \leftrightarrow \Omega < 1 \leftrightarrow k = -1 \leftrightarrow$ Universo aperto
- $\rho_{0,tot} = \rho_{0,crit} \leftrightarrow \Omega = 1 \leftrightarrow k = 0 \leftrightarrow$ Universo piatto
- $\rho_{0,tot} > \rho_{0,crit} \leftrightarrow \Omega > 1 \leftrightarrow k = +1 \leftrightarrow$ Universo chiuso .

Per discernere tra le geometrie possibili (Fig. 1.3) e quindi tra le possibili evoluzioni dello spazio-tempo e del fattore di scala, è fondamentale conoscere il parametro di densità totale $\Omega_{0,tot}$ (si noti che per avere un Universo piatto occorre raggiungere un preciso valore di soglia).

1.3.2 Dipendenza dal tempo

Supponendo che ciascuna componente dell'Universo si comporti come un fluido perfetto, è possibile assumere l'equazione di stato:

$$P = w\rho c^2 \quad (1.21)$$

con w costante. Da questa, per la conservazione dell'energia nelle trasformazioni adiabatiche, si ha

$$\begin{aligned} d(\rho c^2 a^3) &= -P da^3 \\ &= -w\rho c^2 da^3 \end{aligned}$$

che integrata porta a

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{a}{a_0} \right)^{-3(1+w)} \rightarrow \rho \propto a^{-3(1+w)} \quad , \quad \rho \propto (1+z)^{3(1+w)} \quad . \quad (1.22)$$

Per la materia, priva di pressione, si ha che $w = 0$, e di conseguenza $\rho_m \propto a^{-3}$, in accordo con il fatto che la massa propria è un'invariante e l'elemento di volume va come $V \propto a^{-3}$. Per la radiazione, la massa nulla determina anche che la traccia del tensore energia-impulso (1.11) sia 0 e perciò si ottiene $P = \frac{1}{3}\rho c^2$, che implica $w = 1/3$ e $\rho_{rad} \propto a^{-4}$; ciò è in accordo con il fatto che l'energia dei fotoni viene persa per il redshift cosmologico con un fattore proporzionale a a^{-1} , da considerare oltre al termine di volume. Infine, per l'energia oscura, data la natura costante di Λ , si ha $w = -1$ e $\rho_\Lambda \propto 1$. In Figura 1.4 è mostrato l'andamento temporale delle densità delle componenti appena definite.

Per quanto riguarda la densità critica, la sua dipendenza dal tempo è contenuta nella costante di Hubble $H(t)$. Si consideri il risultato (1.20) e la prima equazione di Friedmann (1.12) divisa per a_0^2 :

$$\frac{\dot{a}^2}{a_0^2} - \frac{8\pi G_N \rho_{tot} a^2}{3 a_0^2} = -\frac{kc^2}{a_0^2} = H_0^2 \left(1 - \frac{\rho_{0,tot}}{\rho_{0,crit}} \right) . \quad (1.23)$$

Da (1.22) e (1.23), e definendo $\rho_{tot} = \sum_i \rho_i = \sum_i \rho_{0,i} (a/a_0)^{-3(1+w_i)}$, si ottiene:

$$\frac{\dot{a}^2}{a_0^2} = H_0^2 \left[1 - \Omega_{0,tot} + \sum_i \Omega_{0,i} \left(\frac{a}{a_0} \right)^{-(1+3w_i)} \right] .$$

Moltiplicando infine per a_0^2/a^2 , si ha:

$$H^2 = H_0^2 \left(\frac{a_0}{a} \right)^2 \left[1 - \Omega_{0,tot} + \sum_i \Omega_{0,i} \left(\frac{a}{a_0} \right)^{-(1+3w_i)} \right] . \quad (1.24)$$

La (1.24) può essere riscritta in forma compatta e in funzione del redshift, utilizzando la seguente espressione:

$$H(z) = H_0 E(z) , \quad (1.25)$$

dove

$$E(z) = (1+z) \left[1 - \Omega_{0,tot} + \sum_i \Omega_{0,i} (1+z)^{(1+3w_i)} \right]^{1/2} . \quad (1.26)$$

È importante notare che il parametro di Hubble, H , non è solo una funzione del tempo ma anche del parametro di densità Ω , che può quindi entrare in gioco anche nella determinazione delle distanze a partire dal redshift z nella legge di Hubble (1.7).

Se consideriamo un Universo contenente esclusivamente materia e applichiamo le dipendenze temporali ricavate sopra all'espressione del parametro di densità, otteniamo

$$\Omega_m(z) = \left(\frac{\Omega_{0,m} - 1}{1+z} + 1 \right)^{-1} . \quad (1.27)$$

Ne consegue che, durante la sua evoluzione, Ω_m non assume mai il valore critico 1 a meno che questo sia il suo valore attuale, ma al massimo vi tende per z grandi. In altre parole

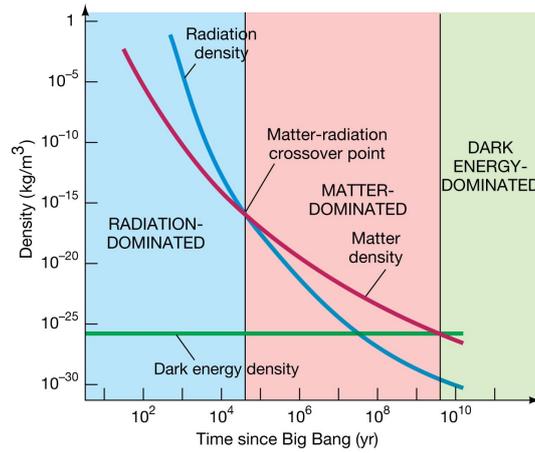


Figura 1.4: Grafico qualitativo dell'evoluzione temporale delle densità ρ_i . In epoche remote, la componente dominante era la radiazione, solo di recente (si parla comunque di miliardi di anni) la costante cosmologica inizia ad essere rilevante e a dominare sulla materia. Immagine tratta dal sito web della University of Oregon [23]

la geometria dell'Universo è fissata sin dal principio e tende ad essere piatta man mano che ci si avvicina all'origine del tempo cosmologico.

1.3.3 Evoluzione del fattore di scala

Vogliamo descrivere brevemente l'andamento del fattore di scala in un Universo piatto. In questo caso, imponendo la condizione di piattezza, $\Omega_{0,tot} = 1$, dalla (1.24) si ottiene

$$\begin{aligned} \frac{\dot{a}^2}{a^2} &= H_0^2 \left(\frac{a_0}{a}\right)^2 \left(\frac{a}{a_0}\right)^{-(1+3w)} , \\ \dot{a} &= H_0 a_0 \left(\frac{a_0}{a}\right)^{\frac{1+3w}{2}} , \\ a^{\frac{1+3w}{2}} da &= H_0 a_0^{\frac{3(1+w)}{2}} dt , \\ a(t) &\sim t^{\frac{2}{3(1+w)}} . \end{aligned} \quad (1.28)$$

In aggiunta è possibile ricavare l'età dell'Universo osservando che $H = \dot{a}/a = \frac{2}{3(1+w)}t^{-1}$, che a $t = t_0$ diventa

$$t_0 = \frac{2}{3(1+w)H_0} . \quad (1.29)$$

Per un fluido cosmico prettamente costituito di materia (Universo di Einstein - de Sitter), l'età diventa $t_0 = 2/3H_0$ e il fattore di scala cresce con un esponente minore di 1, $a(t) \sim t^{2/3}$: l'Universo si espande, ma l'espansione è decelerata. Per descrivere il tasso di espansione dell'Universo si utilizza generalmente il cosiddetto *parametro di decelerazione* così definito:

$$q \equiv -\frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2} = -\frac{\ddot{a}}{aH^2} \quad (> 0 \text{ se } \ddot{a} < 0) .$$

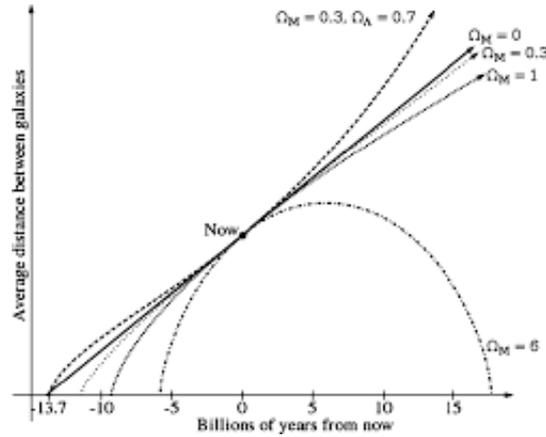


Figura 1.5: Evoluzione della distanza media tra le galassie in funzione del tempo e per diversi valori del parametro di densità indicati in figura. Immagine tratta dall'articolo *Steady Flow cosmological model* [6].

Dalla seconda equazione di Friedmann (1.13) con $k = 0$ (piattezza) e $P = 0$ (assenza di pressione per un fluido materiale), si ha:

$$\ddot{a} = -\frac{4\pi G_N}{3}\rho a \quad \Rightarrow \quad q = \frac{4\pi G_N \rho_m}{3H^2} = \frac{\Omega_m}{2} \quad (q > 0 \quad \text{e} \quad \ddot{a} < 0) \quad .$$

Ripetendo lo stesso ragionamento, dall'equazione di Friedmann modificata nel caso della costante cosmologica Λ , ovvero con $\tilde{\rho}$ e \tilde{P} , si ricava:

$$q = \frac{\Omega_m}{2} - \Omega_\Lambda \quad .$$

In questa circostanza q può essere anche negativo e l'espansione accelerata. $\rho_m = 2\rho_\Lambda$ è il valore critico che determina se l'Universo accelera o decelera. Tutto ciò risulta in accordo con le osservazioni astronomiche attuali, che mostrano, tra l'altro, che il parametro di curvatura è consistente con il valore $k = 0$ (Universo piatto) [2]. In questo lavoro di Tesi considereremo esclusivamente il modello Λ CDM piatto, e perciò quando parleremo di $\Omega_{0,tot}$, daremo per scontato che sia uguale ad 1 e che sia composto da una parte relativa alla DE, $\Omega_{0,\Lambda}$, ed una relativa alla materia totale $\Omega_{0,m}$, oscura fredda e barionica (trascuriamo la componente radiativa).

Per quanto riguarda le altre geometrie, facciamo riferimento alla Figura 1.5. In particolare, con un procedimento analogo a quello utilizzato in questa sezione, si può ottenere che: nel caso di un Universo chiuso, il fattore di scala raggiunge un massimo per poi dare luogo ad un processo di contrazione ($\dot{a} < 0$) che termina con il fenomeno di collasso chiamato Big Crunch; nel caso di un Universo aperto l'espansione continua indefinitamente. L'età di questo tipo di universi è rispettivamente sempre minore o maggiore a parità di H_0 rispetto ad universi piatti di sola materia.

Capitolo 2

La funzione di correlazione e il test di Alcock-Paczynski

In questo capitolo verranno introdotti i concetti principali e le nozioni più specifiche che utilizzeremo come base teorica per descrivere il metodo usato in questo lavoro di Tesi per misurare il parametro di densità di materia, Ω_m . Descriveremo brevemente il processo evolutivo che da piccole perturbazioni nel campo di densità nell'Universo primordiale ha portato alla formazione delle strutture gravitazionali che oggi osserviamo; spiegheremo poi il significato del concetto di *clustering*, ponendo particolare attenzione alla funzione di correlazione a due punti; descriveremo infine il test di Alcock-Paczynski (AP) con cui misureremo Ω_m utilizzando le distorsioni geometriche nel clustering di un catalogo spettroscopico di galassie.

2.1 Le perturbazioni di densità

2.1.1 Origine

Conoscendo l'evoluzione temporale della densità di materia dell'Universo (1.22) e del suo fattore di scala (1.28), siamo in grado di ricostruire la storia evolutiva delle componenti dominanti e dell'espansione dello spazio-tempo. In particolare, possiamo identificare il tempo in cui radiazione e materia si sono disaccoppiate, quando l'Universo era molto più denso e caldo rispetto allo stato presente. Ciò che stupisce sono le proprietà di omogeneità e isotropia se si considerano, ad esempio, due direzioni opposte nella volta celeste. L'incongruenza nasce dal fatto che regioni così lontane della CMB presentano circa la stessa temperatura ed altre proprietà fisiche nonostante nessuno scambio di informazione, la cui velocità massima è c , sia potuto mai avvenire su tali distanze nel tempo stimato dall'evento iniziale del Big Bang. Per questo motivo il modello cosmologico standard attuale incorpora al suo interno la cosiddetta *teoria inflazionaria* [12], nata proprio per spiegare l'anomala omogeneità nell'ambito del *problema dell'orizzonte* appena descritto. Senza entrare nel dettaglio, la teoria inflazionaria prevede che, nelle sue prime fasi evolutive (fino a $\sim 10^{-35}$

s dal Big Bang) le dimensioni dell'Universo fossero abbastanza ridotte da permettere alle sue parti di entrare in contatto causale e di porre le basi per l'omogeneità e l'isotropia che oggi si osserva; successivamente, l'Universo entrò in una fase espansiva molto rapida e quasi esponenziale detta inflazione, che aumentò le sue dimensioni di un fattore compreso tra 10^{25} e 10^{30} . La CMB si sarebbe originata quindi al tempo di disaccoppiamento successivo alla fase inflazionaria e ciò spiegherebbe perché appare omogenea nonostante gli *orizzonti cosmologici* di due porzioni lontane non si sovrappongano. L'*orizzonte cosmologico*, definito come:

$$R_H = a(t) \int_0^t \frac{cdt'}{a(t')} \quad , \quad (2.1)$$

rappresenta infatti la massima distanza dalla quale una qualsiasi particella può aver viaggiato fino all'osservatore e quindi stabilisce il suo limite di osservabilità ¹.

Le strutture gravitazionali, come le galassie e gli ammassi di galassie, hanno origine dalle prime disomogeneità che si palesarono all'uscita della fase inflazionaria. Se è vero che alle grandi scale il principio cosmologico può essere ancora considerato valido, è anche vero che la stessa radiazione cosmica di fondo non è completamente uniforme ma presenta delle piccole perturbazioni di temperatura: queste sono dovute ad altrettanto piccole differenze nel campo di densità di materia-energia, dell'ordine di $\Delta\rho/\bar{\rho} \sim 10^{-5}$ (con $\bar{\rho}$ densità media). In determinate condizioni, queste fluttuazioni nel campo di densità possono crescere in diversi modi per instabilità gravitazionale e influenzarsi le une con le altre per poi dare origine agli oggetti collassati che ci circondano.

2.1.2 Descrizione tramite teoria di Jeans

Passiamo ora in rassegna i criteri secondo i quali è possibile studiare la crescita delle perturbazioni di densità. Una descrizione approssimata del fenomeno si basa sul collasso di una nube di gas, in cui si confrontano, tramite il teorema del viriale, l'energia cinetica legata alla temperatura del gas e l'energia potenziale gravitazionale. Bilanciando i due termini è possibile ricavare una dimensione di soglia al di sopra della quale la struttura è instabile (instabilità di Jeans). Nel caso considerato, la condizione di equilibrio si ha quando:

$$\frac{1}{2}Mv^2 = \frac{G_N M^2}{R} \sim G_N M \rho R^2 \quad , \quad (2.2)$$

con M massa del sistema, ρ densità, R raggio della nube e v termine di velocità legato alla temperatura. Dalla (2.2) si può calcolare il raggio critico per l'instabilità, R_J :

$$R_J = v(2G_N \rho)^{-1/2} \quad . \quad (2.3)$$

La forza di gravità porterà nubi di dimensioni maggiori di R_J a collassare. Nel caso più complesso in cui si considera il comportamento di tutto l'Universo, occorre estendere la

¹L'orizzonte cosmologico cresce con il passare del tempo, man mano che la luce proveniente da regioni sempre più lontane ha la possibilità di giungere fino a noi. Nel calcolo si deve tenere conto sia del valore finito di c che dell'espansione dell'Universo.

teoria di Jeans e considerare il caso di un mezzo uniforme nel quale piccole perturbazioni di densità, $d\rho$, danno luogo a onde di pressione, dP , tali che:

$$dP = c_s^2 d\rho \quad ,$$

dove c_s è la velocità del suono nel mezzo considerato. Per delineare il profilo generale della teoria di Jeans ci serviremo del caso semplice di un Universo statico, come quello descritto in precedenza da Einstein a proposito della costante cosmologica. Il ragionamento resta in sostanza lo stesso anche per i casi di interesse non statici ma con i dovuti accorgimenti. Per prima cosa consideriamo il sistema di equazioni in grado di descrivere uno stato imperturbato iniziale. Questo in particolare è descritto dall'equazione di continuità, dall'equazione di Eulero per la fluidodinamica, dall'equazione di Poisson per la gravità con Φ potenziale gravitazionale, da un'equazione di stato per P in funzione di ρ e dell'entropia S , e una condizione su quest'ultima che è possibile trascurare in caso di trasformazioni adiabatiche ($S = cost$):

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{v}) = 0 \\ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{\nabla P}{\rho} - \nabla \Phi \\ \nabla^2 \Phi = 4\pi G_N \rho \\ P = P(\rho, S) = P(\rho) \quad . \end{cases} \quad (2.4)$$

Aggiungiamo ora una perturbazione lineare al primo ordine alle soluzioni imperturbate

$$\begin{cases} \rho = \rho_{imp} + \delta\rho \\ P = P_{imp} + \delta P \\ \Phi = \Phi_{imp} + \delta\Phi \\ \mathbf{v} = \delta\mathbf{v} \quad , \end{cases}$$

che poi inseriamo nel sistema (2.4). Lo scopo principale è cercare di ricavare delle soluzioni perturbate nello spazio di Fourier, ovvero sotto forma di onde piane, e da queste derivare una relazione di dispersione che in questo caso sarà nella forma:

$$\omega^2 = k^2 c_s^2 - 4\pi G_N \rho_{imp} \quad . \quad (2.5)$$

Le onde generate dalle perturbazioni di densità sono identificate dal rispettivo numero d'onda k , e sono caratterizzate da un'ampiezza limitata (oscillante) per $\omega^2 > 0$, e da un andamento esponenziale per $\omega^2 < 0$. Come nel caso della nube di gas, il valore critico per avere instabilità si determina nel caso limite $\omega^2 = 0$. È possibile così ricavare il numero d'onda di Jeans e la lunghezza d'onda di Jeans, una sorta di analogo del raggio critico determinato in precedenza (si noti anche il simile andamento con la densità):

$$k_J = \sqrt{\frac{4\pi G_N \rho_{imp}}{c_s^2}} \quad \Rightarrow \quad \lambda_J = \frac{2\pi}{k_J} = \sqrt{\frac{\pi c_s^2}{G_N \rho_{imp}}} \quad . \quad (2.6)$$

Come nel caso precedente, le perturbazioni con lunghezza d'onda maggiore di λ_J collasseranno e cresceranno in maniera esponenziale.

Anche nel caso di un Universo in espansione, è possibile descrivere la crescita, o la dissipazione, delle perturbazioni di densità per le varie componenti del fluido cosmico. Occorre comunque adottare dei distinguo. Anzitutto è necessario tenere in considerazione l'effetto inibitorio dell'espansione nei confronti dello sviluppo delle fluttuazioni. Inoltre va ricordato che le equazioni di Friedmann, ricavate assumendo la Relatività Generale, sono valide solo quando l'unica forza in gioco è la gravità, ovvero a scale maggiori dell'orizzonte cosmologico (2.1). Riassumiamo qui di seguito i principali risultati per l'evoluzione delle instabilità, introducendo una variabile denominata *contrasto di densità*:

$$\delta = \frac{\rho - \rho_B}{\rho_B} \quad , \quad (2.7)$$

dove la densità, ρ , è una funzione dello spazio e del tempo (omesso) e ρ_B è la densità media di background.

- All'esterno dell'orizzonte cosmologico, R_H , è lecito considerare l'attrazione gravitazionale come unica forza in atto e di conseguenza applicare le equazioni di Friedmann (1.12) (1.13). La perturbazione di densità si comporta in prima approssimazione come una sorta di Universo chiuso, sovradenso e immerso nel background; uguagliando le costanti di Hubble ricavate dalle rispettive equazioni di Friedmann si ottiene la seguente espressione per il contrasto di densità

$$\delta = \frac{3c^2}{8\pi G_N \rho_B a^2} \quad ,$$

e da questa, includendo il risultato (1.22) per le dipendenze della densità dal fattore di scala, ovvero $\rho \propto a^{-3(1+w)}$, giungiamo a :

$$\delta \sim a^{(1+3w)} \quad . \quad (2.8)$$

Poiché la costante w dipende dalla componente dominante dell'Universo ad ogni epoca, distingueremo tra il pre e il post equivalenza radiazione-materia, termine che indica il momento in cui le densità energetiche di materia e radiazione si trovavano in equilibrio ($\rho_m = \rho_{rad}$). Utilizzando l'espressione (1.28) per $a(t)$, avremo che prima dell'equivalenza, essendo dominante la radiazione, $w = 1/3$, e perciò $\delta_{rad} \sim a^2 \sim t$ mentre in seguito, in epoca dominata dalla materia, $w = 0$ e $\delta_m \sim a \sim t^{2/3}$. In ogni caso, entrambi i tipi di fluttuazione sono destinati a crescere.

- All'interno dell'orizzonte cosmologico, è necessario affrontare il problema tramite un'estensione della teoria di Jeans che tenga conto dell'espansione dell'Universo e che quindi tratti il sistema (2.4) in coordinate comoventi.

La conseguenza principale è che, prima dell'equivalenza, in un fluido prevalentemente fatto di radiazione, la velocità del suono è relativistica e pari a $c/\sqrt{3}$; ne deriva

una lunghezza di Jeans maggiore di R_H e nessuna crescita per le perturbazioni di densità della radiazione: la pressione viaggia troppo velocemente perché le fluttuazioni abbiano tempo di collassare.

Sempre prima dell'equivalenza, in maniera simile ma in forma minore, l'espansione rapida dell'Universo limita la crescita delle perturbazioni del campo di densità anche nel caso della materia oscura, nonostante questa si manifesti solo gravitazionalmente.

Dopo l'equivalenza, dal momento in cui la materia inizia a dominare, lo sviluppo delle perturbazioni della materia oscura (dark matter, DM) con lunghezza d'onda maggiore di λ_J è guidato da un andamento analogo a quello trovato fuori dall'orizzonte cosmologico. I barioni, invece, restano ancora legati alla radiazione, a cui sono accoppiati tramite interazione elettromagnetica (Thomson scattering), fino all'epoca del disaccoppiamento. Dopodiché, le perturbazioni di questa componente, trovano delle buche di potenziale già formate dalla materia oscura che ha già avuto modo di collassare e, sentendone l'attrazione, iniziano a crescere alla stessa maniera. Perciò si ha: $\delta_{bar} \simeq \delta_{DM}$.

La materia oscura, non direttamente osservabile se non tramite i suoi effetti gravitazionali, rappresenterebbe la grandissima parte (quasi il 85%) della densità di materia nell'Universo e, come abbiamo visto, rappresenta una sorta di "intelaiatura" sulla quale poi va a costruirsi tutta la struttura barionica a grande scala che possiamo osservare direttamente.

Due tipi di modello sono in grado di descrivere questo processo, l'uno basato sulla materia oscura calda (hot dark matter, HDM) e l'altro sulla materia oscura fredda (CDM)². La distinzione tra "calda" e "fredda" nasce dall'assunto che la materia oscura sia stata ad un certo punto accoppiata alla radiazione. L'HDM è formata dalle particelle meno massive che cessarono di essere relativistiche dopo il suddetto disaccoppiamento; la CDM, come accennato nella sezione 1.2.1, è invece composta da particelle più massive che perdono le loro proprietà relativistiche già prima del loro disaccoppiamento. A partire dalla lunghezza d'onda di Jeans definita su una componente dominante, ρ_{dom} , possiamo introdurre una corrispondente massa di Jeans oltre la quale le perturbazioni possono addensarsi:

$$\lambda \sim \frac{v}{\sqrt{\rho_{dom}}} \quad \Rightarrow \quad M_J \sim \rho \lambda_J^3 \sim \frac{\rho v^3}{\rho_{dom}^{3/2}} \quad . \quad (2.9)$$

Diverse velocità determinano diverse masse di Jeans; insieme ai fenomeni di tipo dissipativo³ per le perturbazioni della materia oscura, questo fissa una massa critica al di sopra della quale avviene il collasso e al di sotto della quale l'onda di densità viene cancellata. Il massimo valore della massa di Jeans nelle varie epoche si ha tra il disaccoppiamento

²Sebbene le evidenze per l'esistenza della materia oscura siano numerose, la loro natura rappresenta ancora uno dei più grandi problemi della cosmologia moderna. Tra le varie ipotesi citiamo i MACHOs (Massive Compact Halo Objects) fatti di materia barionica "convenzionale" e i WIMPs (Weakly Interacting Massive Particles) di natura non barionica come la CDM.

³Che prendono il nome di *free streaming* nel caso di materia oscura.

della materia oscura e l'equivalenza radiazione-materia; nel modello HDM, corrisponde a $\sim 10^{16}M_{\odot}$ (masse solari) mentre nel modello CDM a $\sim 10^{5-6}M_{\odot}$. L'alto valore trovato nel caso di HDM implica che solo le perturbazioni più massive nel campo di densità hanno avuto la possibilità di collassare, e poi, frammentandosi, hanno dato origine alle strutture più piccole; è avvenuto perciò un processo di formazione degli aloni di tipo top-down, dall'alto verso il basso. Nel secondo caso invece, in accordo con le attuali osservazioni sperimentali, si ha prima il collasso delle fluttuazioni più piccole e poi, per associazione, la creazione dei complessi più grandi, ovvero un approccio dal basso verso l'alto, o bottom-up.

2.2 La funzione di correlazione

La crescita delle fluttuazioni di materia dovuta all'influenza gravitazionale reciproca è detta *clustering*. Conoscere la distribuzione 3-dimensionale delle galassie è di fondamentale importanza per comprendere la storia evolutiva dell'espansione dell'Universo e la crescita delle strutture a grande scala. Il clustering, in particolare, può essere descritto tramite la cosiddetta *funzione di correlazione a due punti*, $\xi(r)$.

2.2.1 Definizione

Indichiamo con i pedici 1 e 2 due diverse perturbazioni di densità δ , localizzate in due diversi volumi comoventi dV e separate da una distanza comovente r . Tramite il teorema di Bayes è possibile calcolare la probabilità a posteriori, o condizionata, che un evento A si verifichi noto l'evento B; nel nostro caso siamo interessati alla probabilità condizionata che δ_1 in dV_1 si trovi alla distanza r da δ_2 in dV_2 , ovvero

$$dP(1|2) = dP(1)dP(2|1) \quad , \quad (2.10)$$

dove $dP(1)$ è la probabilità a priori, ovvero non tenendo conto di nessuna informazione, che si verifichi 1 e dove abbiamo ommesso la costante di normalizzazione che dovrebbe apparire al denominatore. Introducendo la densità numerica media, \bar{n} , per le fluttuazioni nell'intero volume, è possibile concludere che nel caso di una distribuzione totalmente casuale si avrebbe:

$$dP(1|2) = \bar{n}^2 dV_1 dV_2 \quad . \quad (2.11)$$

D'altronde sappiamo che, a scale non eccessivamente grandi, le perturbazioni non seguiranno una distribuzione perfettamente omogenea, perché l'influenza gravitazionale che esercitano le une sulle altre muterà la loro posizione. In cosmologia, la funzione di correlazione a due punti $\xi(r)$ è definita proprio per dare una misura di questa deviazione dalla casualità, modificando così la definizione (2.11) in

$$dP(1|2) = \bar{n}^2 dV_1 dV_2 (1 + \xi(r)) \quad . \quad (2.12)$$

Pertanto la funzione di correlazione restituisce l'eccesso ($\xi(r) > 0$) o il difetto ($\xi(r) < 0$) di probabilità nel clustering delle perturbazioni rispetto ad una distribuzione omogenea ($\xi(r) = 0$).

È possibile ragionare anche in termini di campo di densità continuo, $\rho(x)$, sul quale un rispettivo campo del contrasto di densità, $\delta(x)$, descrive la presenza delle perturbazioni. Se indichiamo con delle parentesi angolate la media spaziale e con $\bar{\rho}$ la densità media sul volume considerato (in (2.7) era ρ_B , densità media di background), la funzione di correlazione assume la seguente forma:

$$\xi(r) = \frac{\langle \rho(x)\rho(x+r) \rangle - \bar{\rho}^2}{\bar{\rho}^2} = \langle \delta(x)\delta(x+r) \rangle \Rightarrow \xi(r) \sim \delta^2 \quad , \quad (2.13)$$

ovvero cresce con il quadrato del contrasto di densità.

Una ulteriore definizione per $\xi(r)$ è deducibile da una descrizione delle fluttuazioni nello spazio di Fourier, ovvero in funzione dei numeri d'onda k (o vettori d'onda \mathbf{k}), così come abbiamo accennato parlando della teoria di Jeans. In questo caso per definizione si ha:

$$\delta(\mathbf{k}) = \int \delta(\mathbf{x})e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}}d\mathbf{x}^3 \quad . \quad (2.14)$$

Alla formula sopra è legata la quantità chiamata spettro di potenza $P(k)$, che, come la funzione di correlazione, varia secondo $\delta^2(\mathbf{k})$. Lo spettro di potenza primordiale, generato al termine della fase inflazionaria, è descritto da un andamento a legge di potenza

$$P(k) \sim k^n \quad (\text{dove } n \text{ è chiamato indice spettrale}) \quad , \quad (2.15)$$

ed è usato principalmente per determinare la distribuzione delle perturbazioni a seconda del loro numero d'onda, o scala, inversamente proporzionale alla lunghezza d'onda. Per la materia oscura, $P(k)$ è determinabile per via teorica secondo quanto detto in precedenza sull'andamento delle fluttuazioni primordiali di questa componente. È stagnante per i valori di k corrispondenti alle perturbazioni limitate nella loro crescita, ovvero entrate nell'orizzonte prima dell'equivalenza; cresce per k via via minori, corrispondenti a scale fisiche maggiori e a perturbazioni già accresciute, che entrano nell'orizzonte ad un tempo successivo. La funzione di correlazione a due punti della materia può essere ricavata dall'anti-trasformata di Fourier dello spettro di potenza.

Per completezza, includiamo nella trattazione anche le funzioni di correlazione di ordini superiori, le quali descrivono la probabilità relativa al clustering di più punti m separati da una distanza multidimensionale \mathbf{r} :

$$dP_m = \bar{n}^m(1 + \xi_m(\mathbf{r}))dV_1\dots dV_m \quad .$$

La funzione di correlazione di ordine m , meno intuitiva, è determinata dagli apporti degli ordini inferiori ed è riconducibile a questi, in particolare a quella a due punti.

2.2.2 Traccianti e stimatori

La proprietà spaziali del materia oscura vengono dedotte utilizzando sorgenti osservabili, dette traccianti, costituiti da materia barionica ordinaria. Ciò è possibile perché, come abbiamo visto, gli aloni di materia oscura costituiscono lo “scheletro” più massivo su cui poi le strutture osservabili come le galassie vanno a formarsi. Queste rappresentano quindi dei traccianti attraverso cui risalire al campo continuo di densità totale di materia. In altre parole, il contrasto di densità dei traccianti, ad esempio le galassie e gli ammassi di galassie, può essere espresso tramite una funzione generica del contrasto totale che contenga al suo interno delle informazioni sugli specifici processi che hanno portato alla formazione della strutture prese in considerazione. Questa funzione dipende da diversi parametri astrofisici. In prima approssimazione si ha la seguente espressione per il contrasto di densità dei traccianti:

$$\delta_{tr} = b\delta_{m,tot} \quad . \quad (2.16)$$

Il livello di clustering dei traccianti può risultare quindi maggiore o minore di quello sottostante (della materia oscura) a seconda del valore di b , chiamato *fattore di bias*; la sua espressione è deducibile dell’espressione (2.13) per la funzione di correlazione e risulta

$$b = \sqrt{\frac{\xi_{tr}(r)}{\xi_{m,tot}(r)}} \quad . \quad (2.17)$$

Come risulta dalle osservazioni, la funzione di correlazione a due punti delle galassie può essere descritta da una legge di potenza per scale comprese tra ~ 10 e ~ 100 Mpc/ h^4 (si veda ad esempio la Fig. 2.1):

$$\xi(r) = \left(\frac{r}{R_0}\right)^{-\gamma} \quad , \quad (2.18)$$

con γ (pendenza) e R_0 (lunghezza di correlazione) variabili per ciascun tracciante, i cui valori variano in funzione della selezione del catalogo [7]. In particolare la lunghezza di correlazione (e quindi il bias) cresce al crescere della massa e della luminosità dei traccianti (più spiccatamente ad alto redshift), mentre la pendenza risulta pressoché costante, con valori di $\gamma \approx 1.8$ [22].

La funzione di correlazione, $\xi(r)$, di una distribuzione discreta di traccianti viene misurata utilizzando stimatori statistici che si basano sul conteggio delle coppie di oggetti in funzione della separazione, r . In particolare vengono confrontate le coppie di oggetti del catalogo con quelle di un catalogo omogeneo, o random, ovvero a clustering nullo. Lo stimatore più efficiente, che adotteremo in seguito, è quello di Landy-Szalay [17], che considera anche le *cross*-coppie, composte da un oggetto del catalogo e da uno del catalogo random. Indicando il numero di coppie normalizzato, in funzione della distanza, con le lettere DD per Dato-Dato, RR per Random-Random e DR per Dato-Random, lo stimatore

⁴Il parametro h è un parametro adimensionale compreso nell’intervallo $[0.5, 0.75]$ che riflette l’incertezza sulla misura della costante di Hubble: $h \equiv H_0/(100 \text{ km/s/Mpc})$.

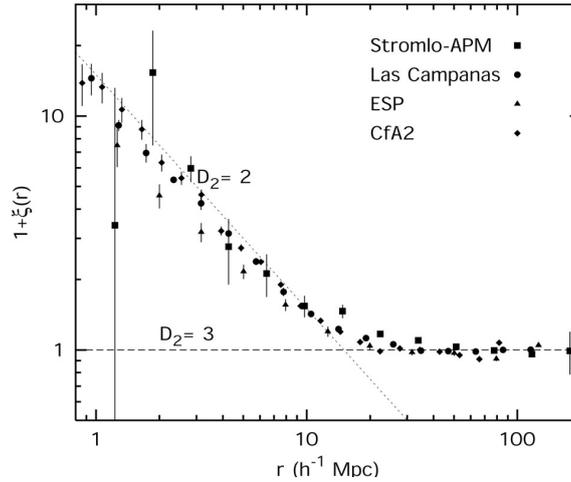


Figura 2.1: La funzione di correlazione delle galassie, $1 + \xi(r)$, misurata in diverse surveys; è possibile notare sia l'andamento a legge di potenza che l'approssimarsi a 0 (distribuzione casuale) a grandi distanze. Immagine dal sito web gestito da IPAC, California Institute of Technology [15].

di Landy-Szalay assume la seguente forma:

$$\xi_{LS}(r) = \frac{DD(r) - 2DR(r) + RR(r)}{RR(r)} . \quad (2.19)$$

L'aggiunta del termine di cross-correlazione aumenta l'efficienza dello stimatore, minimizzando lo scatter e il bias. L'incertezza, in prima approssimazione, è di tipo poissoniano, ovvero cresce con la radice del numero totale di coppie del catalogo di dati.

2.3 Il test di Alcock-Paczynski

In questo lavoro di Tesi considereremo un particolare metodo statistico, chiamato test di Alcock-Paczynski (AP) [4], che consente di misurare alcuni parametri cosmologici a partire dalle distorsioni geometriche nella funzione di correlazione a due punti. Vari effetti possono distorcere la funzione di correlazione lungo componenti diverse della separazione, in particolare lungo la linea di vista, r_{\parallel} , e perpendicolarmente ad essa, r_{\perp} . Studieremo perciò la funzione di correlazione a due punti in due dimensioni, $\xi_{2D}(r_{\perp}, r_{\parallel})$, e le distorsioni che le curve di livello possono subire. In una distribuzione completamente isotropa di traccianti, la correlazione non dipende dalla scelta di una direzione in particolare, e, per questo motivo, le sue curve di livello saranno dei cerchi. Questi possono essere considerati dei *cerchi standard*, allo stesso modo in cui ad esempio le supernove sono considerate delle *candele standard* per la misura delle distanze. In questo caso $\xi(\mathbf{r}) = \xi(r) = \xi(\sqrt{r_{\perp}^2 + r_{\parallel}^2})$.

2.3.1 Distorsioni della funzione di correlazione bidimensionale

Distorsioni dinamiche

Nella misura delle distanze tramite la legge di Hubble (1.7), l'osservabile che entra in gioco è il redshift. Bisogna però considerare che la distanza che si ottiene in questo modo è quella

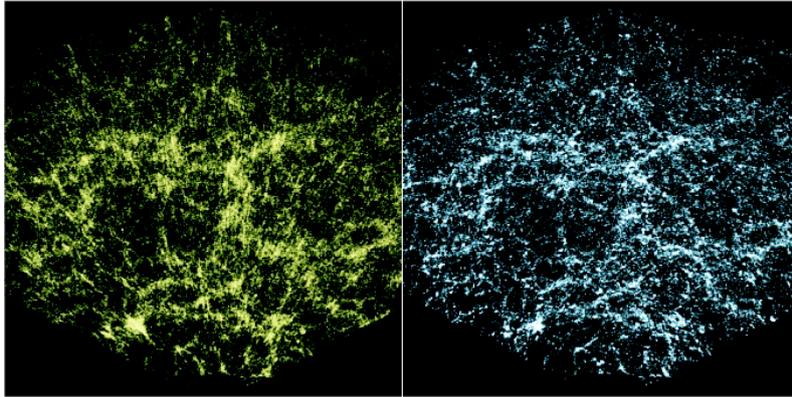


Figura 2.2: Distribuzione di galassie dalla Sloan Digital Sky Survey nello spazio dei redshift (“fingers of God” ben visibili) a sinistra e in quello reale a destra. Immagine tratta da *Visualization of large scale structure from the Sloan Digital Sky Survey* [29].

di un oggetto a riposo, comovente con l’Universo in espansione e perciò lo spostamento verso il rosso coinvolto dovrebbe essere puramente cosmologico z_c . Nella realtà, il redshift osservato, z_{obs} , è *contaminato* dall’effetto Doppler dovuto ai moti peculiari che gli oggetti possono avere (le velocità tipiche delle galassie sono di diverse centinaia di km/s). Se la velocità lungo la linea di vista è v_{\parallel} , si ha:

$$z_{obs} = z_c + \frac{v_{\parallel}}{c}(1 + z_c) + \frac{\sigma_v}{c} \quad , \quad (2.20)$$

dove σ_v è l’errore casuale del redshift misurato in unità di velocità. La dinamica dei moti peculiari degli oggetti, per esempio delle galassie all’interno degli ammassi, induce le cosiddette *distorsioni dinamiche*, o RSD, da redshift-space distortions, esposte qui di seguito:

- A piccole scale e a piccoli r_{\perp} , il moto incoerente delle galassie all’interno degli ammassi è dominante: l’effetto Doppler produce una distorsione che allunga ξ_{2D} lungo la direzione parallela alla linea di vista, un effetto chiamato “fingers of God” (vedi Figura 2.2).
- A grandi distanze, a causa del moto coerente delle galassie verso gli ammassi, si ha una probabilità maggiore che l’effetto Doppler venga ridotto dai moti peculiari di galassie che avvengono in direzioni opposte: la sottostima delle distanze lungo la linea di vista, schiaccia le curve di livello lungo la direzione perpendicolare; in questo caso si parla di “effetto Kaiser”.

Come vedremo nel prossimo capitolo, è possibile tener conto delle distorsioni dinamiche in modo da rimuoverle, in questo caso si parlerà di *spazio reale* (il redshift osservato è unicamente cosmologico), in caso contrario si resterà nel cosiddetto *spazio dei redshift* (la velocità lungo la linea di vista modifica il redshift osservato). In Figura 2.3 è possibile vedere l’effetto sulla funzione di correlazione di entrambi i tipi di distorsioni dinamiche.

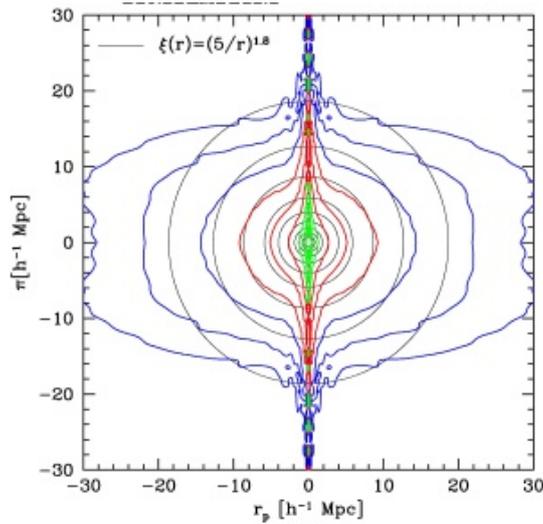


Figura 2.3: Curve di livello della funzione di correlazione a due punti nello spazio dei redshift (curve colorate) per le galassie della Sloan Digital Sky Survey, confrontate con quelle della funzione di correlazione ottenuta assumendo una distribuzione isotropa nello spazio reale (curve nere). r_p e π sono, rispettivamente, la direzione perpendicolare e parallela alla linea di vista. Sono ben visibili i due effetti dovuti alle RSD alle piccole e alle grandi scale. Immagine tratta dal sito web del Max Planck Institute for Astrophysics [5].

Distorsioni geometriche

La funzione di correlazione è suscettibile anche a distorsioni che agiscono su entrambe le direzioni, perpendicolare e parallela alla linea di vista, dovute al modello cosmologico assunto per calcolare le distanze, non necessariamente coincidente con il modello *vero* dell'Universo. Nello specifico, le componenti (r_{\perp}, r_{\parallel}) sono ricavate rispettivamente dalle osservabili $\Delta\theta$, la separazione angolare, e Δz :

$$r_{\perp} = (1+z)D_A(z)\Delta\theta \quad (2.21)$$

$$r_{\parallel} = \frac{c}{H(z)}\Delta z \quad , \quad (2.22)$$

dove la distanza di diametro angolare, D_A , è definita come:

$$D_A(z) = \frac{1}{1+z} \int_0^z \frac{dz'}{H(z')} \quad . \quad (2.23)$$

Sia la componente di distanza perpendicolare sia quella parallela alla linea di vista dipendono dal parametro di Hubble e quindi dal parametro di densità Ω , come si deduce dalla (1.24) nel Capitolo 1. Se la cosmologia è corretta, le curve di iso-correlazione non subiranno modifiche e resteranno dei cerchi nello spazio reale. Al contrario, l'assunzione di una cosmologia errata, introdurrà delle distorsioni lungo entrambe le direzioni. Le relazioni che legano le componenti della distanza misurate in due diverse cosmologie sono:

$$r_{\perp 1} = \frac{D_{A1}(z)}{D_{A2}(z)} r_{\perp 2} \quad ; \quad r_{\parallel 1} = \frac{H_2(z)}{H_1(z)} r_{\parallel 2} \quad . \quad (2.24)$$

2.3.2 Funzionamento e implementazione del test AP

Come abbiamo visto, se si assume una cosmologia errata, la funzione di correlazione bidimensionale subisce delle distorsioni geometriche, sia nello spazio reale che nello spazio dei redshift. Una possibile applicazione del test di Alcock-Paczynski consiste nel modellare le curve di livello di $\xi_{2D}(r_{\perp}, r_{\parallel})$, per poter identificare i parametri cosmologici corretti per cui le distorsioni geometriche sono assenti. Assumendo il modello Λ CDM e un Universo piatto, $\Omega_{0,tot} = 1$, la funzione di Hubble, $H(z)$, diventa:

$$\begin{aligned} H(z) &= H_0(1+z)[\Omega_{0,m}(1+z) + \Omega_{0,\Lambda}(1+z)^{-2}]^{1/2} \\ &= H_0(1+z)[\Omega_{0,m}(1+z) + (1-\Omega_{0,m})(1+z)^{-2}]^{1/2}. \end{aligned}$$

In questo caso, le anisotropie del clustering sono dovute unicamente all'assunzione del parametro di densità di materia $\Omega_{0,m}$. È possibile implementare il test AP in due modi diversi:

- Un primo metodo consiste nell'effettuare la scelta della cosmologia due volte, la prima per stimare la funzione di correlazione a partire dalle coordinate osservate (posizioni angolari e redshift), la seconda per modellare le distorsioni dinamiche. Chiamiamo le due scelte cosmologia *assunta* e cosmologia di *test*. Il test AP consiste in questo caso nello stimare ξ_a per la sola cosmologia assunta e nel modellarla includendo le RSD per diverse cosmologie di test, ξ_t . Si inseriscono per ciascun modello anche gli effetti delle distorsioni geometriche, ovvero si riscalda alla cosmologia assunta tramite la (2.24):

$$\xi_a(r_{\perp}, r_{\parallel}) = \xi_t \left(\frac{D_{A,t}}{D_{A,a}} r_{\perp}, \frac{H_a}{H_t} r_{\parallel} \right) . \quad (2.25)$$

I valori corretti dei parametri cosmologici si trovano quando, aggiungendo anche le distorsioni geometriche, la funzione di correlazione modellata nella cosmologia di test è in accordo con quella misurata nella cosmologia assunta. Il vantaggio principale di questo procedimento è che occorre misurare la funzione di correlazione a due punti solo una volta; gli svantaggi consistono nella necessità di una modellizzazione delle RSD sufficientemente accurata, il ché è difficile da ottenere, e nell'assunzione di un modello per il bias.

- Il metodo alternativo sarà quello adottato nel prossimo capitolo di questa Tesi ed è basato sul lavoro di Marulli et al. (2012) [20]. Il primo passo consiste nel misurare la funzione di correlazione a partire da un catalogo di oggetti per diverse cosmologie di test; per ognuna di esse, si costruisce un modello che include solo le distorsioni dinamiche. In seguito, si confrontano le correlazioni misurate e quelle modellate: per costruzione, si avrà il massimo accordo tra misura e modello quando le distorsioni geometriche sono nulle, ovvero nel caso in cui la cosmologia di test coincide con la cosmologia vera dell'Universo; in caso contrario i modelli non saranno altrettanto compatibili. Per questo metodo, non è necessario un modello per il bias. Lo svan-

taggio è dato dal dover misurare la funzione di correlazione per tutte le cosmologie di test.

Nel prossimo capitolo, parleremo più nel dettaglio del test AP applicato secondo quest'ultimo metodo, del catalogo utilizzato e delle misure ottenute.

Capitolo 3

Metodo e risultati

In quest'ultimo capitolo esporremo più nel particolare il metodo che abbiamo adottato per effettuare l'AP test e i principali risultati ottenuti. Come abbiamo già accennato, questo è in gran parte basato sul metodo proposto in Marulli et al. (2012) [20] e sul lavoro di Tesi magistrale di M. Gaspari ad esso ispirato [11]. La differenza principale consiste nell'utilizzo di un catalogo di oggetti reale, piuttosto che di uno derivato da simulazioni cosmologiche. Il catalogo in questione è stato selezionato dalla Sloan Digital Sky Survey (SDSS). Una volta spiegate le caratteristiche principali del catalogo, passeremo al metodo, ovvero descriveremo il codice che implementa l'AP test, descrivendo in dettaglio ogni sua parte. Infine discuteremo i risultati principali ottenuti, e in particolare i vincoli sul parametro Ω_m .

3.1 Caratteristiche del catalogo

La Sloan è una grande collaborazione scientifica che da più di quindici anni effettua raccolta e analisi dati in campo osservativo astronomico. Per effettuare la sua indagine in spettroscopia multi-filtro e portare avanti le sue diverse redshift surveys, la Sloan fa principalmente uso di un telescopio ottico dedicato a grandangolo di 2.5 m, situato all'osservatorio di Apache Point negli Stati Uniti. Tra il 2008 e il 2014, la survey SDSS è entrata nella terza fase del suo lavoro con quattro diverse campagne osservative, tra cui la Baryon Oscillation Spectroscopic Survey (BOSS) [9] [30]. Lo scopo principale di BOSS è stato quello di mappare la distribuzione spaziale di galassie luminose rosse (luminous red galaxies, LRGs) e quasar per identificare la traccia caratteristica lasciata dalle cosiddette oscillazioni acustiche barioniche (Baryon Acoustic Oscillations, BAO). Queste onde sonore sono le stesse oscillazioni di densità/pressione dell'Universo primordiale di cui abbiamo già parlato e che si sono evolute nelle strutture odierne, imprimendo una caratteristica scala di lunghezza nelle fluttuazioni della materia, analoghe a quelle della CMB, visibile tuttora nella distribuzione spaziale delle galassie. Per le loro caratteristiche, le BAO rappresentano un fondamentale *righe standard*, con cui è possibile vincolare la geometria dell'Universo.

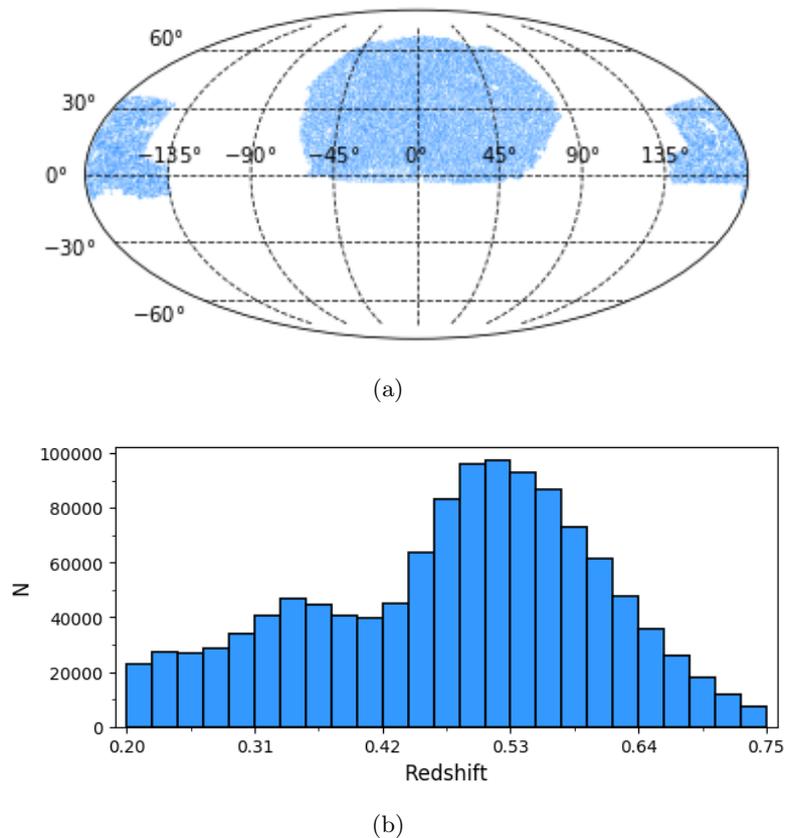


Figura 3.1: Distribuzione angolare (a) e in redshift (b) delle galassie contenute in BOSS DR12.

BOSS in particolare ha fornito un enorme catalogo di galassie che è stato efficacemente sfruttato per lo studio della struttura a grande scala dell'Universo. Per questo lavoro di Tesi è stata utilizzata l'ultima release disponibile, il Data Release 12, contenente i dati finali di SDSS-III BOSS. In particolare è stato considerato il catalogo CMASS-LOWZ negli emisferi nord e sud; nello specifico questo catalogo è l'unione dei due cataloghi CMASS e LOWZ, selezionati rispettivamente in $0.4 < z < 0.8$ e $z < 0.4$. Il numero totale di galassie nel catalogo è 1198004. La posizione di ognuna di esse è espressa in coordinate angolari tramite *Ascensione Retta* (A.R.) e *Declinazione*¹ (*Dec*), e il redshift osservato, z ; sono inoltre forniti dei pesi per ogni galassia, che tengono conto delle varie selezioni osservative. In Figura 3.1 vengono mostrate la distribuzione angolare e in redshift delle galassie in BOSS DR12. Il redshift medio pesato è $\langle z \rangle = 0.48$. Per la misura della funzione di correlazione è stato anche necessario utilizzare un catalogo random, contenente circa 10 volte il numero di oggetti del catalogo delle galassie, anch'esso fornito dalla collaborazione Sloan insieme al catalogo BOSS DR12.

¹L'Ascensione Retta è l'analogo della longitudine ma proiettata sulla sfera celeste. Misura, in gradi o in ore, la distanza angolare lungo lo stesso parallelo tra il meridiano fondamentale (il primo punto equinoziale d'Ariete) e il meridiano passante per l'oggetto. La Declinazione, allo stesso modo, misura in gradi la distanza angolare tra l'equatore celeste e il parallelo passante per l'oggetto, è positiva per gli oggetti a nord dell'equatore e negativa per quelli a sud.

3.2 Il codice utilizzato

Per implementare l'AP test, ci siamo basati sul secondo metodo descritto nella sezione 2.3.2. I passaggi fondamentali sono i seguenti: la misura della funzione di correlazione a due punti e a due dimensioni per i cataloghi descritti in ogni cosmologia di test; la costruzione di un modello che tenga conto delle distorsioni dinamiche, ma non di quelle geometriche dovute all'assunzione di una cosmologia errata; e infine la ricerca del miglior valore del parametro Ω_m per cui l'accordo tra modello e misura è massimo, ovvero in assenza o quasi di distorsioni geometriche. Per raggiungere questo obiettivo è stato implementato un codice in linguaggio C++ basato nella sua interezza sull'utilizzo delle *CosmoBolognaLib* (CBL), un insieme di librerie *Open Source* che permette di effettuare una grande varietà di calcoli in ambito cosmologico. Tra gli strumenti computazionali messi a disposizione dalle CBL vi sono in particolare diverse classi e funzioni di fondamentale importanza per la realizzazione del test AP. Citiamo, limitatamente al lavoro svolto, i metodi aventi i seguenti compiti: gestione di cataloghi di sorgenti extra-galattiche e costruzione di cataloghi random; implementazione di modelli cosmologici; conversione delle distanze; misura e modellizzazione di funzioni di correlazione a due punti. La descrizione completa delle CBL è fornita nella documentazione che si trova in rete [8] e nell'articolo *CosmoBolognaLib: C++ libraries for cosmological calculations* di Marulli, Veropalumbo e Moresco (2016) [19].

Esponiamo qui di seguito il metodo implementato nel codice e in che cosa consiste ciascuna sua parte.

3.2.1 Metodo utilizzato

Scelta delle cosmologie

Il primo passo è stabilire un insieme di cosmologie di test con le quali effettuare l'AP test. Per ognuna di queste si esegue un ciclo di misura e modellizzazione della funzione di correlazione. Assumiamo come riferimento il modello standard piatto Λ CDM. Le cosmologie di test sulle quali effettuare il test AP sono ottenute modificando parametro di densità della materia, Ω_m , e tenendo fissi gli altri parametri cosmologici ai valori di Planck 2015 [2] (tabella 4, colonna TT,TE,EE+lowP+lensing). Nello specifico: il parametro di densità di materia totale $\Omega_{0,m} = 0.3121$, il parametro di densità di energia oscura $\Omega_{0,\Lambda} = 1 - \Omega_{0,m}$, e la costante di Hubble $H_0 = 67.51 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$. Oltre a questi, è utile introdurre un ulteriore parametro, σ_8 , lo scarto quadratico medio della distribuzione di massa² su una scala specifica di $8 h^{-1} \text{ Mpc}$, fondamentale per parametrizzare il clustering e per le quantità che entreranno poi in gioco nella modellizzazione. Per Planck 2015 si ha $\sigma_8 = 0.815$.

²La varianza del contrasto di densità, σ_8^2 , è direttamente collegata alla normalizzazione dello spettro di potenza (2.15).

Gestione dei cataloghi

A questo punto il codice procede (tramite i metodi della classe `Catalogue`) con la lettura dei due cataloghi, il BOSS DR12 e il rispettivo catalogo random. I redshift misurati contengono un termine di *contaminazione* per effetto Doppler dovuto ai moti peculiari, secondo l'equazione (2.20). Ci troviamo cioè nello spazio dei redshift, dove la componente parallela alla linea di vista della velocità produce un effetto che va a sommarsi al redshift cosmologico prodotto dal flusso di Hubble. Per poter stabilire una distanza tra le galassie dei cataloghi e procedere con il calcolo della funzione di correlazione, è necessario un cambiamento di coordinate da osservate a comoventi, per ogni cosmologia di test. Nel concreto, i redshift, z , delle galassie vengono convertiti in distanze comoventi, d_c , considerando il parametro di Hubble della relativa cosmologia. Il sistema di trasformazioni per convertire R.A., Dec, d_c in coordinate comoventi, X, Y, Z è il seguente:

$$\begin{cases} X = d_c \cos(Dec) \sin(R.A.) \\ Y = d_c \cos(Dec) \cos(R.A.) \\ Z = d_c \sin(Dec) \end{cases} \quad . \quad (3.1)$$

Se la cosmologia di test è errata, avremo distorsioni geometriche, dovute in particolare alla scelta sbagliata di $H(z)$ nel passaggio di coordinate. Per il catalogo random, valgono gli stessi passaggi. La forma di entrambi i cataloghi viene così distorta allo stesso modo, per effetto della scelta della cosmologica errata. Se così non fosse, il conteggio delle coppie Data-Random per il calcolo della funzione di correlazione sarebbe compromesso, essendo diversa la geometria dei due cataloghi.

Calcolo della funzione di correlazione

Con il passaggio a coordinate comoventi, è ora possibile procedere al conteggio delle coppie di oggetti che si trovano ad una certa distanza, r , e quindi alla misura della funzione di correlazione a due punti. Lo stimatore utilizzato è quello di Landy-Szalay espresso in (2.19), che necessita sia delle coppie all'interno di ciascun catalogo $DD(r)$ (Dato-Dato) e $RR(r)$ (Random-Random) sia delle coppie incrociate $DR(r)$ (Dato-Random). In realtà r è compreso in un intervallo $[r - \Delta r/2, r + \Delta r/2]$, stiamo cioè discretizzando la separazione in intervalli di ampiezza Δr . Le separazioni sono poi espresse nelle due componenti perpendicolare e trasversa alla linea di vista, come descritto in 2.3.

È importante sottolineare che il conteggio delle coppie richiede un tempo di calcolo notevole e proporzionale al quadrato del numero di oggetti nel catalogo. Nel nostro codice, per ridurre la durata di questa fase, abbiamo usufruito del metodo `count_pairs` nella classe `TwoPointCorrelation`. La tecnica consiste nello scegliere una distanza minima e massima, r_{min} e r_{max} , per ciascuna delle due componenti, e suddividere il catalogo in celle. In ciascuna di esse, C_i , sono memorizzati gli indici degli oggetti presenti in quella regione; partendo da questi, il codice procede nel conteggio delle coppie considerando solo

le celle C_j separate da una distanza compresa tra r_{min} e r_{max} da ogni oggetto, ovvero tali per cui $r_{min} \leq d(C_i, C_j) \leq r_{max}$. In questo modo è possibile escludere a priori tutti gli oggetti contenuti in celle non comprese tra la separazione minima e massima, e ridurre di conseguenza il tempo di computazione. L'errore poissoniano associato allo di Landy-Szalay è:

$$\delta\xi = \sqrt{\left(N_1 \frac{\sqrt{DD}}{RR}\right)^2 + \left(N_2 \frac{\sqrt{DR}}{RR}\right)^2 + \left(\frac{N_1 DD - N_2 DR}{RR^{1.5}}\right)^2} \quad , \quad (3.2)$$

dove

$$N_1 = \frac{f_R N_R (f_R N_R - 1)}{N_D (N_D - 1)} \quad , \quad N_2 = \frac{f_R N_R (f_R N_R - 1)}{N_R N_D} \quad .$$

Le coppie DD , RR e DR sono in questo caso non normalizzate, N_D e N_R rappresentano il numero totale di oggetti nel catalogo dati e random.

Modellizzazione

Il passaggio successivo riguarda la costruzione del modello [21] e i parametri da cui questo dipende. Precisiamo innanzitutto che indicheremo con $\xi(s_\perp, s_\parallel)$ e $\xi(s)$ ($s = \sqrt{s_\perp^2 + s_\parallel^2}$) il modello della funzione di correlazione nello spazio dei redshift e con $\xi(r)$ la funzione di correlazione nello spazio reale. Nel regime lineare delle perturbazioni di densità (contrasto di densità $\delta \ll 1$) il campo di velocità può essere determinato dal campo di densità. In questo caso, le distorsioni dinamiche sono proporzionali al parametro di distorsione

$$\beta \equiv \frac{f(z)}{b(z)} \quad , \quad (3.3)$$

dove $f(z)$ rappresenta il tasso lineare di crescita delle fluttuazione che può essere approssimato in un modello Λ CDM come:

$$f(z) = \Omega_m(z)^{0.545} \quad . \quad (3.4)$$

Il fattore di bias, $b(z)$, è dato come in (2.17) da:

$$b(z) = \left\langle \sqrt{\frac{\xi(r; z)}{\xi_{DM}(r; z)}} \right\rangle \quad , \quad (3.5)$$

dove il pedice DM si riferisce alla materia oscura e la media riguarda scale sufficientemente grandi in cui vale il regime lineare. In questo limite, la funzione di correlazione nello spazio dei redshift può essere scritta nella seguente forma compatta:

$$\xi_{lin}(s_\perp, s_\parallel) = \xi_0(s)P_0(\mu) + \xi_2(s)P_2(\mu) + \xi_4(s)P_4(\mu) \quad , \quad (3.6)$$

con $\mu = \cos\theta = s_{\parallel}/s$ coseno dell'angolo tra il vettore separazione e la linea di vista, e $P_l(\mu)$ i polinomi di Legendre. I multipoli di $\xi(s)$ si scrivono nel seguente modo:

$$\xi_0(s) = \left(1 + \frac{2}{3}\beta + \frac{1}{5}\beta\right) \xi(r) \quad (3.7)$$

$$\xi_2(s) = \left(\frac{4}{3}\beta + \frac{4}{7}\beta^2\right) [\xi(r) - \bar{\xi}(r)] \quad (3.8)$$

$$\xi_4(s) = \frac{8}{35}\beta^2 \left[\xi(r) + \frac{5}{2}\bar{\xi}(r) - \frac{7}{2}\bar{\bar{\xi}}(r)\right] \quad (3.9)$$

dove:

$$\begin{aligned} \bar{\xi}_{DM}(r) &= \frac{3}{r^3} \int_0^r \xi_{DM}(r') r'^2 dr' \\ \bar{\bar{\xi}}_{DM}(r) &= \frac{5}{r^5} \int_0^r \xi_{DM}(r') r'^4 dr' \quad . \end{aligned}$$

Utilizzando la definizione (3.3), è possibile esprimere le equazioni (3.7),(3.8),(3.9), in funzione dei parametri $f\sigma_8$ e $b\sigma_8$:

$$\xi_0(s) = \left[(b\sigma_8)^2 + \frac{2}{3}f\sigma_8 \cdot b\sigma_8 + \frac{1}{5}(f\sigma_8)^2 \right] \frac{\xi_{DM}(r)}{\sigma_8^2} \quad (3.10)$$

$$\xi_2(s) = \left[\frac{4}{3}f\sigma_8 \cdot b\sigma_8 + \frac{4}{7}(f\sigma_8)^2 \right] \left[\frac{\xi_{DM}(r)}{\sigma_8^2} - \frac{\bar{\xi}_{DM}(r)}{\sigma_8^2} \right] \quad (3.11)$$

$$\xi_4(s) = \frac{8}{35}(f\sigma_8)^2 \left[\frac{\xi_{DM}(r)}{\sigma_8^2} + \frac{5}{2} \frac{\bar{\xi}_{DM}(r)}{\sigma_8^2} - \frac{7}{2} \frac{\bar{\bar{\xi}}_{DM}(r)}{\sigma_8^2} \right] \quad , \quad (3.12)$$

In questa analisi, $\xi_{DM}(r)$ è ottenuta applicando l'anti-trasformata di Fourier dello spettro di potenza della materia (sezione 2.2.1); quest'ultimo è calcolato con il codice CAMB (Code for Anisotropies in the Microwave Background), incorporato nelle CBL. In alternativa si dovrebbe partire dalla funzione di correlazione misurata e operare in sequenza una proiezione lungo la linea di vista e una deproiezione, ottenendo così $\xi(r)$.

Un modello completo, che tiene conto delle grandi e piccole scale, cioè valido sia in regime lineare che non lineare, è espresso dalla convoluzione del modello lineare (3.6) con la distribuzione di velocità $f(v)$. Si ottiene in questo caso il cosiddetto *modello di dispersione*, in grado di tener conto anche dei “fingers of God”, espresso da:

$$\xi(s_{\perp}, s_{\parallel}) = \int_{-\infty}^{\infty} f(v) \xi_{lin} \left(s_{\perp}, s_{\parallel} - \frac{v(1+z)}{H(z)} \right) dv \quad . \quad (3.13)$$

In questo lavoro di Tesi consideriamo la distribuzione di velocità nella forma esponenziale:

$$f(v) = \frac{1}{\sigma_{12}\sqrt{2}} \exp \left(-\frac{\sqrt{2}|v|}{\sigma_{12}} \right) \quad . \quad (3.14)$$

La quantità σ_{12} è in prima approssimazione indipendente dalla separazione delle coppie

e può essere intesa come una dispersione casuale delle velocità peculiari. Il modello di dispersione definito in (3.13) dipende principalmente dalle tre quantità $f\sigma_8$, $b\sigma_8$ e σ_{12} e dalla cosmologia di test. Da questa dipende a sua volta sia la conversione da coordinate angolari e redshift in distanze, sia la misura della funzione di correlazione della materia oscura nello spazio reale³.

Valori di best-fit e test AP

Confrontando nella cosmologia considerata la funzione di correlazione misurata ξ^{mis} e il modello di dispersione ξ^{mod} , nello spazio dei redshift, è possibile vincolare i tre parametri menzionati. In pratica si procede con la minimizzazione della funzione χ^2 :

$$\chi^2(f\sigma_8, b\sigma_8, \sigma_{12}; \Omega_m) = \sum_{i,j} \frac{(y_{i,j}^{mis} - y_{i,j}^{mod})^2}{\delta_{i,j}^2} \Big|_{\Omega_m} \quad (3.15)$$

dove esplicitiamo $y_{i,j}^{mis} = \xi^{mis}(s_{\perp,i}, s_{\parallel,j})$, $y_{i,j}^{mod} = \xi^{mod}(s_{\perp,i}, s_{\parallel,j}; f\sigma_8, b\sigma_8, \sigma_{12})$ e $\delta_{i,j} = \delta\xi^{mis}(s_{\perp,i}, s_{\parallel,j})$, l'incertezza della formula (3.2). Il valore minimo del χ^2 permette quindi di ottenere i parametri di *best-fit* $(f\sigma_8, b\sigma_8, \sigma_{12})_{best-fit}|_{\Omega_m}$ per i quali si ha la miglior modellizzazione delle RSD nella cosmologia data. Nel concreto, il codice esegue i seguenti passaggi⁴: costruire il modello di dispersione, basato sulla stima di ξ_{DM} e su distribuzioni di probabilità a priori uniformi in un intervallo arbitrario per i tre parametri (*priors*); definire una distanza minima e massima entro cui eseguire il fit; costruire e massimizzare una funzione di verosimiglianza (*likelihood*) restituendo così i valori di *best-fit* e il minimo del χ^2 ; infine determinare la cosmologia che più si avvicina a quella vera. Nello specifico, è possibile identificare il miglior valore per il parametro di densità di materia calcolando a sua volta il minimo della funzione :

$$F(\Omega_m) = \chi^2(f\sigma_8, b\sigma_8, \sigma_{12})_{best-fit}|_{\Omega_m} \quad (3.16)$$

La cosmologia per cui le distorsioni geometriche saranno minori o assenti, sarà quella con il minor χ^2 , fissati i parametri ai valori di *best-fit*: una sorta di minimo tra i minimi. Sottolineiamo infine che la funzione $F(\Omega_m)$ è una funzione di verosimiglianza che non obbedisce ad una statistica di χ^2 . Questo perché anche i dati con cui è costruita, cioè la funzione di correlazione misurata, dipendono dal parametro di densità di materia: valori di F valutati a diversi Ω_m non si riferiscono allo stesso insieme di dati. Non è quindi possibile determinare gli errori come si farebbe con una distribuzione χ^2 standard, ma è necessario ricorrere a metodi più sofisticati che esulano da questo lavoro di Tesi.

³Per quest'ultima stima, il codice considera anche il redshift medio del catalogo. Questa resta comunque una buona approssimazione per tenere conto nel modello di evoluzione temporale delle proprietà del catalogo.

⁴Una larga parte di codice che si occupa di modellizzazione è basata sulle classi `Modelling`, `Prior` e `Modelling_TwoPointCorrelation2D`.

3.2.2 Schema del metodo utilizzato

In sintesi, i passaggi del metodo utilizzato per effettuare il test AP sono i seguenti:

- Scelta di una cosmologia di test variando il parametro di densità di materia Ω_m .
- Tramite questa, trasformazione delle coordinate osservate (R.A., Dec , z) in coordinate comoventi (X, Y, Z) per entrambi i cataloghi (galassie e random).
- Misura della funzione di correlazione tramite conteggio delle coppie e stimatore di Landy-Szalay.
- Costruzione di un modello che tenga conto delle sole distorsioni dinamiche.
- Calcolo dei valori di *best-fit* per i parametri del modello tramite minimizzazione del χ^2 in (3.15). Questo minimo sarà il valore di $F(\Omega_m)$ definito in (3.16) per questa cosmologia.
- Reiterazione del procedimento con una cosmologia di test diversa.
- Il minimo di $F(\Omega_m)$ identifica la cosmologia che più si avvicina a quella reale.

3.3 Risultati

In quest'ultima sezione, presentiamo i risultati principali ottenuti in questo lavoro di Tesi utilizzando il metodo descritto in dettaglio delle sezioni precedenti. L'obiettivo principale è ottenere una stima del parametro di densità di materia, Ω_m , indipendente da tutte le precedenti misure presentate in letteratura. Anticipiamo sin da ora che il valore ottenuto grazie alla nostra analisi è $\Omega_m = 0.29$; alla fine della sezione mostreremo l'andamento della funzione $F(\Omega_m)$ che ha permesso questa misura.

Il test AP è stato applicato sul catalogo di galassie BOSS DR12, le cui caratteristiche, come il redshift medio e il numero di galassie, sono state descritte nella prima sezione di questo capitolo. La funzione di correlazione a due punti bidimensionale è stata misurata a diverse cosmologie di test. Nello specifico, abbiamo considerato solo modelli cosmologici standard Λ CDM piatti. Ogni cosmologia di test è caratterizzata da un diverso valore del parametro di densità di materia. I valori di Ω_m di test considerati in quest'analisi sono i seguenti: 0.1, 0.14, 0.17, 0.2, 0.23, 0.25, 0.27, 0.29, 0.3, 0.31, 0.33, 0.35, 0.37, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8.

Per il conteggio delle coppie di galassie, e quindi per il calcolo della funzione di correlazione a due punti, abbiamo scelto di discretizzare le distanze in 30 intervalli, da una separazione minima $r_{min} = 1 \text{ Mpc}/h$ a una separazione massima $r_{max} = 50 \text{ Mpc}/h$, sia lungo la linea di vista che perpendicolarmente ad essa.

Per quanto riguarda la modellizzazione della funzione di correlazione alle diverse cosmologie di test, è stato scelto di eseguire il fit nell'intervallo tra 10 e 30 Mpc/h , per eliminare sia le scale troppo piccole, in cui gli effetti non-lineari sono dominanti e il modello non

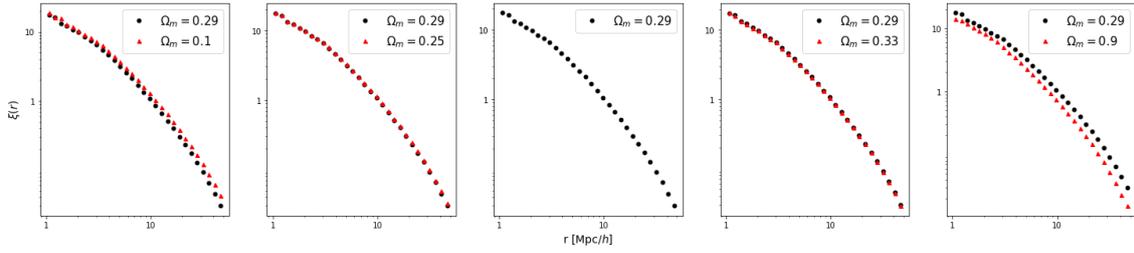


Figura 3.2: Funzione di correlazione unidimensionale, $\xi(r)$, misurata alle cosmologie di test $\Omega_m = 0.1, 0.25, 0.33, 0.7$. La correlazione misurata a $\Omega_m = 0.29$, valore identificato dal test AP come il piú probabile, è mostrata in ogni pannello per riferimento. L'ampiezza delle distorsioni geometriche è chiaramente visibile solo per valori lontani da $\Omega_m = 0.29$.

sufficientemente accurato [21], sia le scale grandi in cui il rapporto segnale/rumore nella funzione di correlazione bidimensionale non è sufficientemente alto. Per quanto riguarda i *priors* per i tre parametri liberi del modello, $f\sigma_8$, $b\sigma_8$ e σ_{12} , abbiamo utilizzato delle distribuzioni uniformi, limitate rispettivamente negli intervalli $[0, 10]$, $[0, 10]$ e $[1, 2000]$. Il limite inferiore del prior su σ_{12} serve per evitare problemi di convergenza nell'integrale (3.14).

La Figura 3.2 mostra gli effetti delle distorsioni geometriche sulla funzione di correlazione a due punti unidimensionale, $\xi(r)$. In particolare, vengono confrontate le funzioni di correlazione nello spazio dei redshift calcolate ai valori $\Omega_m = 0.1, 0.25, 0.29, 0.33, 0.8$. Come si può notare, per effetto delle diverse cosmologie utilizzate per la misura delle distanze cosmologiche, le $\xi(r)$ risultano *traslate*. Ovvero, a distanza fissata, le distorsioni geometriche potenziano o indeboliscono il segnale di correlazione, ma non modificano significativamente la forma della funzione. Da notare inoltre, come l'effetto di distorsione sia molto piccolo e apprezzabile solo a cosmologie lontane da quella *vera*.

Mostriamo ora l'effetto delle distorsioni nella funzione di correlazione bidimensionale nello spazio dei redshift. In Figura 3.3 sono mostrate le curve di iso-correlazione di $\xi(r_\perp, r_\parallel)$ in diverse cosmologie di test: $\Omega_m = 0.1$, $\Omega_{m,vero} = 0.29$ e $\Omega_m = 0.8$. In ciascuna sono evidenti le RSD: in misura minore i “fingers of God” (il limite inferiore impostato per il conteggio, $r_{min} = 1 \text{ Mpc}/h$, esclude l'effetto alle piccole scale), piú palesemente invece l'effetto Kaiser di schiacciamento a grandi scale lungo la linea di vista. E' possibile osservare anche l'effetto piú piccolo dato dalle distorsioni geometriche. Per evidenziare meglio questo risultato, abbiamo riportato in Figura 3.4, nello stesso grafico, le curve di livello per tutte e tre le cosmologie di test.

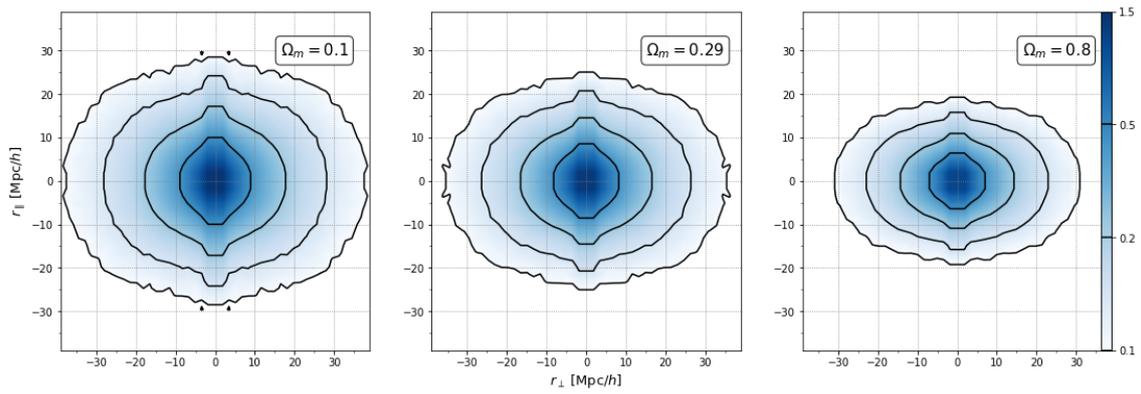


Figura 3.3: Curve di iso-correlazione ai livelli $\xi(r_{\perp}, r_{\parallel}) = 0.1, 0.2, 0.5, 1.5$ per le funzioni di correlazione misurate nello spazio dei redshift. Le cosmologie di test mostrate sono: $\Omega_m = 0.1$, $\Omega_m = 0.29$ e $\Omega_m = 0.9$. Ben visibile la deformazione nello spazio dei redshift, soprattutto l'appiattimento dovuto all'effetto Kaiser alle grandi scale.

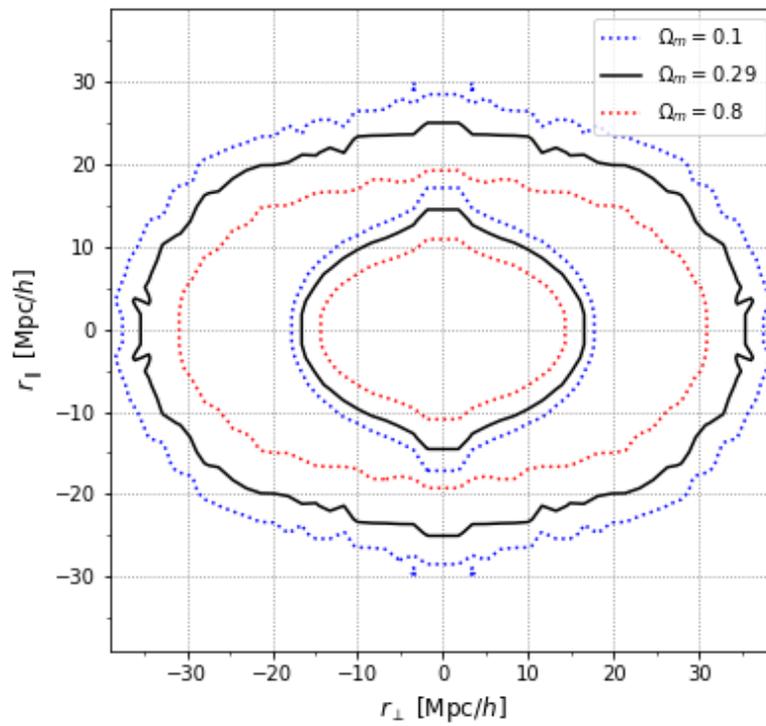


Figura 3.4: Curve di iso-correlazione delle stesse funzioni mostrate in Fig.3.3, ma ai soli livelli 0.1, 0.5, per una maggiore chiarezza di visualizzazione.

Come descritto in precedenza, ad ogni passo del ciclo il codice costruisce un modello della funzione di correlazione bidimensionale nello spazio dei redshift. Il modello di dispersione considerato non fornisce una descrizione delle RSD pienamente soddisfacente a tutte le scale, ma è comunque sufficientemente accurato ai fini di questo tipo di analisi [20]. La minimizzazione della funzione di verosimiglianza (Eq. (3.15)) effettuata nell'intervallo di separazioni descritto sopra, consente di identificare il valore di Ω_m per cui le distorsioni dinamiche sono meglio descritte dal modello, per ogni cosmologia di test considerata. È necessario quindi confrontare misura e modello nelle varie cosmologie di test, considerando che le distorsioni geometriche intervengono su entrambi, per costruzione del metodo. In Figura 3.5, sono mostrate le curve di livello per le funzioni di correlazione misurata e modellata, nello spazio dei redshift, a diverse cosmologie di test. La cosmologia per noi *vera* sarà quella in cui l'accordo tra modello e misura è massimo. Come anticipato, il valore per cui questo accade è $\Omega_m = 0.29$. In ciascun pannello è quindi mostrata per confronto anche la $\xi(r_\perp, r_\parallel)$ misurata per $\Omega_m = 0.29$.

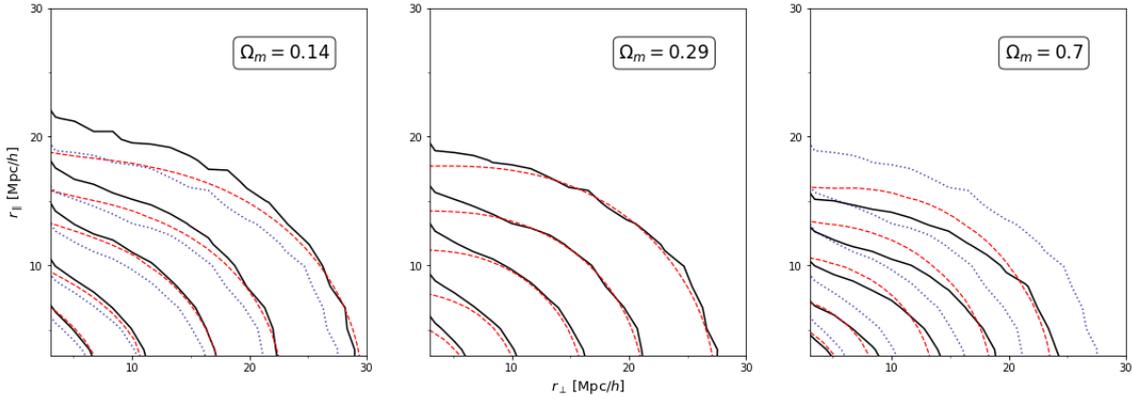


Figura 3.5: Curve di iso-correlazione ai livelli $\xi(r_\perp, r_\parallel) = 0.18, 0.3, 0.5, 1, 2$, della funzione di correlazione misurata (curve continue nere) e modellata (curve tratteggiate rosse), nelle tre cosmologie di test $\Omega_m = 0.14, \Omega_m = 0.29$ e $\Omega_m = 0.7$. Le curve punteggiate blu mostrano la misurata con $\Omega_m = 0.29$, per riferimento. Si può notare che il massimo accordo tra la misura e il modello si ha nel pannello centrale, in corrispondenza di $\Omega_m = 0.29$.

Fissati i valori dei parametri di *best-fit*, $(f\sigma_8, b\sigma_8, \sigma_{12})_{best-fit}$, e determinato quindi un minimo del χ^2 per ognuna delle cosmologie di test, possiamo infine mostrare il vero e proprio risultato del test AP. Il punto in cui cade il minimo della funzione $F(\Omega_m)$, così come definita in (3.16), identifica il parametro di densità della materia più vicino a quello reale, ovvero tale per cui non vi sono distorsioni geometriche. $F(\Omega_m)$ può essere pensato come il parametro che quantifica la differenza tra misura e modello della funzione di correlazione a due punti bidimensionale. In Figura 3.6, presentiamo la funzione di verosimiglianza calcolata per le 18 cosmologie di test considerate. Come si vede, il minimo di $F(\Omega_m)$ coincide con il valore $\Omega_m = 0.29$.

La stima dell'incertezza su questa misura esula da questo lavoro di Tesi, e sarà oggetto di studio in un lavoro successivo. La complicazione deriva dal fatto che, come accennato in precedenza, la funzione $F(\Omega_m)$ non segue una distribuzione del χ^2 standard, poiché sia la funzione di correlazione misurata che i relativi modelli dipendono da Ω_m . Un

metodo possibile per stimare l'errore consiste nel ripetere il test AP in cataloghi simulati di galassie con le stesse caratteristiche del catalogo BOSS considerato. In alternativa si possono usare metodi cosiddetti *interni*, che utilizzano solo i dati stessi e non simulazioni, come il *jackknife* e il *bootstrap*. Solo associando un'incertezza al valore misurato di Ω_m si potrà stabilire la compatibilità del risultato ottenuto con i dati attuali disponibili.

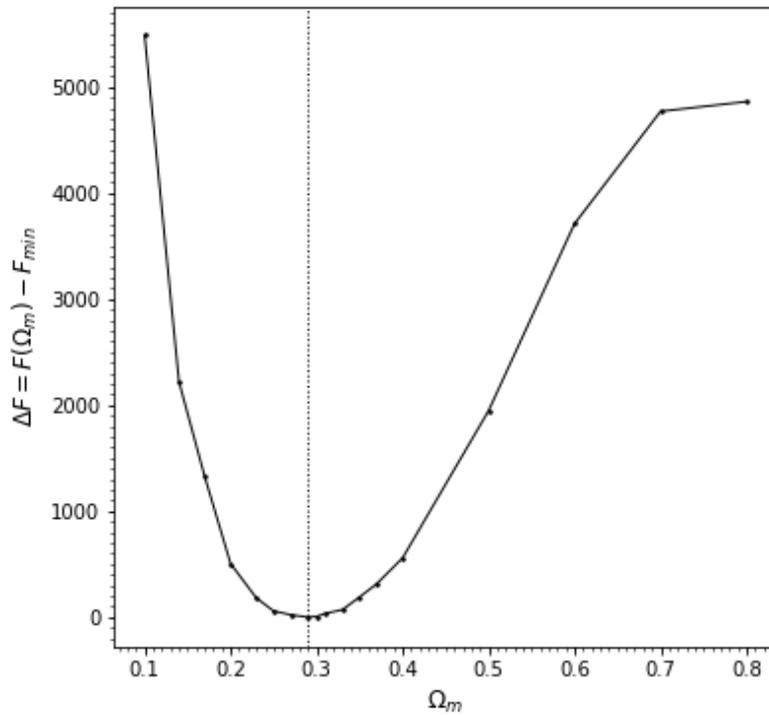


Figura 3.6: Test di AP: ΔF in funzione di Ω_m . Il minimo di questa funzione di verosimiglianza identifica la cosmologia *vera*, in cui le distorsioni geometriche sono assenti.

Conclusioni

Lo scopo principale di questo lavoro di Tesi è stato quello di ottenere una nuova stima del parametro di densità della materia, Ω_m , effettuando un test AP sul catalogo di galassie BOSS DR12. Il vantaggio principale del metodo utilizzato [20] consiste nel poter sfruttare direttamente gli effetti delle distorsioni geometriche sul clustering, indipendentemente dal bias dei traccianti considerati e dall'accuratezza del modello per descrivere le distorsioni dinamiche. Il procedimento in particolare utilizza le deformazioni nelle curve di livello della funzione di correlazione a due punti. L'unica assunzione è che la distribuzione dei traccianti sia isotropa. Lo svantaggio di questo metodo è rappresentato dal notevole costo computazionale, in termini di tempo di calcolo, rispetto ai metodi standard usati in letteratura. Questo problema è stato comunque superato grazie all'utilizzo di codici numerici altamente ottimizzati [19].

Abbiamo in particolare misurato e modellato la funzione di correlazione a due punti bidimensionale delle galassie BOSS, nello spazio dei redshift, per diverse cosmologie di test, caratterizzate da diversi valori di Ω_m . Il valore trovato grazie al metodo AP che abbiamo implementato in questo lavoro di Tesi è: $\Omega_m = 0.29$. La stima dell'errore su questa misura sarà oggetto di studio per un'analisi futura. Il risultato appare comunque in accordo con le precedenti stime di letteratura, in particolare con i vincoli ottenuti dallo spettro di potenza della radiazione cosmica di fondo.

Con il progredire della qualità dei dati nelle surveys extra-galattiche, sarà sempre più facile discriminare le distorsioni geometriche e dinamiche nella funzione di correlazione, permettendo una stima sempre più accurata della geometria e dinamica dell'Universo. Nel prossimo futuro, sarà inoltre possibile utilizzare questo metodo con anche altri tipi di traccianti, quali ad esempio ammassi di galassie e quasar, e a redshift diversi.

Bibliografia

- [1] R Adam et al. «Planck 2015 results-I. Overview of products and scientific results». In: *Astronomy & Astrophysics* 594 (2016), A1.
- [2] Peter AR Ade et al. «Planck 2015 results-xiii. cosmological parameters». In: *Astronomy & Astrophysics* 594 (2016), A13.
- [3] European Space Agency. http://www.esa.int/spaceinimages/Images/2013/03/Planck_CMB.
- [4] Charles Alcock e Bohdan Paczyński. «An evolution free test for non-zero cosmological constant». In: *Nature* 281.5730 (1979), pp. 358–359.
- [5] Max Planck Institute for Astrophysics. https://wwwmpa.mpa-garching.mpg.de/mpa/research/current_research/h12006-2/h12006-2-en.html.
- [6] Juan Casado e David Jou. «Steady Flow cosmological model». In: *Astrophysics and Space Science* 344.2 (2013), pp. 513–520.
- [7] Marc Davis e PJE Peebles. «A survey of galaxy redshifts. V-The two-point position and velocity correlations». In: *The Astrophysical Journal* 267 (1983), pp. 465–482.
- [8] CosmoBolognaLib documentation. <http://apps.difa.unibo.it/files/people/federico.marulli3/CosmoBolognaLib/Doc/html/index.html>.
- [9] Daniel J Eisenstein et al. «SDSS-III: Massive spectroscopic surveys of the distant universe, the Milky Way, and extra-solar planetary systems». In: *The Astronomical Journal* 142.3 (2011), p. 72.
- [10] Katia M Ferriere. «The interstellar environment of our galaxy». In: *Reviews of Modern Physics* 73.4 (2001), p. 1031.
- [11] Matteo Gaspari. «Vincoli cosmologici dalle distorsioni geometriche della funzione di correlazione». Tesi di dott. URL: <http://amslaurea.unibo.it/9855/>.
- [12] Alan H Guth. «Inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems». In: *Physical Review D* 23.2 (1981), p. 347.
- [13] Gary Hinshaw et al. «Nine-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: cosmological parameter results». In: *The Astrophysical Journal Supplement Series* 208.2 (2013), p. 19.

- [14] Edwin Hubble. «A relation between distance and radial velocity among extragalactic nebulae». In: *Proceedings of the National Academy of Sciences* 15.3 (1929), pp. 168–173.
- [15] CALTEC IPAC. https://ned.ipac.caltech.edu/level5/March04/Jones/Jones5_2.html.
- [16] Eiichiro Komatsu et al. «Five-year wilkinson microwave anisotropy probe* Observations: cosmological interpretation». In: *The Astrophysical Journal Supplement Series* 180.2 (2009), p. 330.
- [17] Stephen D Landy e Alexander S Szalay. «Bias and variance of angular correlation functions». In: *The Astrophysical Journal* 412 (1993), pp. 64–71.
- [18] Roy Maartens. «Is the Universe homogeneous?» In: *Phil. Trans. R. Soc. A* 369.1957 (2011), pp. 5115–5137.
- [19] Federico Marulli, Alfonso Veropalumbo e Michele Moresco. «CosmoBolognaLib: C++ libraries for cosmological calculations». In: *Astronomy and Computing* 14 (2016), pp. 35–42.
- [20] Federico Marulli et al. «Cosmology with clustering anisotropies: disentangling dynamic and geometric distortions in galaxy redshift surveys». In: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 426.3 (2012), pp. 2566–2580.
- [21] Federico Marulli et al. «Redshift-space distortions of galaxies, clusters, and AGN- Testing how the accuracy of growth rate measurements depends on scales and sample selections». In: *Astronomy & Astrophysics* 599 (2017), A106.
- [22] F Marulli et al. «The VIMOS Public Extragalactic Redshift Survey (VIPERS)- Luminosity and stellar mass dependence of galaxy clustering at $0.5 < z_i < 1.1$ ». In: *Astronomy & Astrophysics* 557 (2013), A17.
- [23] University of Oregon. <http://pages.uoregon.edu/jimbrou/ast123/Notes/Chapter27.html>.
- [24] Arno A Penzias e Robert Woodrow Wilson. «A measurement of excess antenna temperature at 4080 Mc/s.» In: *The Astrophysical Journal* 142 (1965), pp. 419–421.
- [25] Adam G Riess et al. «Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant». In: *The Astronomical Journal* 116.3 (1998), p. 1009.
- [26] Prakash Sarkar et al. «The scale of homogeneity of the galaxy distribution in SDSS DR6». In: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters* 399.1 (2009), pp. L128–L131.
- [27] Pankaj Sharan. *Spacetime, geometry and gravitation*. Vol. 56. Springer Science & Business Media, 2009.

- [28] William R Stoeger, Roy Maartens e GFR Ellis. «Proving almost-homogeneity of the universe: an almost Ehlers-Geren-Sachs theorem». In: *The Astrophysical Journal* 443 (1995), pp. 1–5.
- [29] MU SubbaRao et al. «Visualization of large scale structure from the Sloan Digital Sky Survey». In: *New Journal of Physics* 10.12 (2008), p. 125015.
- [30] BOSS survey. <http://www.sdss.org/surveys/boss/>.
- [31] Steven Weinberg. *Gravitation and cosmology: principles and applications of the general theory of relativity*. Wiley, 2014.