

Alma Mater Studiorum Università di Bologna

SCUOLA DI SCIENZE
Corso di Laurea in Astronomia
Dipartimento di Fisica e Astronomia

PROCESSI DI SCATTERING E APPLICAZIONI ASTROFISICHE

Tesi di laurea

Relatore:
Chiar.mo Prof.
Daniele Dallacasa

Candidato:
Davide Mecoli

Sessione III
Anno Accademico 2016/2017

Indice

Introduzione	1
1 Processi di scattering	2
1.1 Scattering Thomson	2
1.2 Scattering Compton	4
1.3 Inverse Compton	6
2 Applicazioni Astrofisiche	8
2.1 Comptonizzazione	8
2.1.1 Equazione di Kompaneets	10
2.2 Synchrotron-self-Compton(SSC)	10
2.2.1 Catastrofe Compton	11
2.3 Effetto Sunyaev-Zeldovich	12
2.3.1 Costante di Hubble	13

Introduzione

I processi di scattering, o di diffusione, sono una modalità d'interazione tra *particelle libere* e fotoni. Nel 1923 il fisico *Arthur Compton* scoprì che la lunghezza d'onda della radiazione negli Hard-X aumentava quando scatterata da elettroni stazionari e questa fu una evidenza sperimentale della duplice natura, corpuscolare ed ondulatoria, della radiazione elettromagnetica che ha la possibilità di interagire con le particelle libere tramite urti. Ci sono tre tipologie di diffusione, distinte dall'energia reciproca delle particelle; la *Diffusione Thomson* e *Diffusione Compton*, in cui l'elettrone è sostanzialmente stazionario rispetto al fotone incidente, *Compton Inverso* in cui il fotone è poco energetico e l'elettrone si muove a velocità relativistiche; nel caso dello Scattering Thomson, il contenuto energetico del fotone e dell'elettrone rimane invariato ed avviene una ridistribuzione della radiazione incidente in altre direzioni. Nel caso di Scattering Compton, il fotone viene diffuso ad una lunghezza d'onda maggiore rispetto alla lunghezza d'onda posseduta prima dell'evento, tipicamente si passa da energie della banda X ad energie della banda IR, in quanto esso cede parte della sua energia all'elettrone. Il processo di Compton Inverso produce un fotone più energetico, venendo diffuso da lunghezze d'onda tipicamente della banda radio a lunghezze d'onda della banda γ , ottica ed X, in quanto acquisisce parte dell'energia dell'elettrone. In altre parole, i processi che cambiano il contenuto energetico delle due particelle sono la Diffusione Compton, in cui il fotone perde energia, Compton Inverso, in cui il fotone acquisisce energia e rappresentano i casi limite dello scattering Compton. In realtà in astrofisica questi fenomeni sono presenti in concomitanza con altri meccanismi di radiazione (*Sincrotrone*) come ad esempio il SSC, nel caso di *radiosorgenti compatte*, o ancora Compton e Compton inverso in successione, che danno origine al fenomeno detto *Comptonizzazione*. Il processo di Compton inverso è molto importante in astrofisica in quanto alla base dell'*Effetto Sunyaev-Zeldovich*, che ha applicazioni cosmologiche sfruttate in ambito osservativo.

Capitolo 1

Processi di scattering

I processi di scattering riguardano l'interazione tra *radiazione e materia*. In un processo di scattering ci sono due parametri fondamentali che sono *angolo d'incidenza* ed *energia*. Questa fornisce una classificazione per la tipologia di diffusione in quanto riferita al paragone tra il contenuto energetico del fotone rispetto all'elettrone o viceversa. Nel capitolo vengono analizzati e discussi i tre processi fisici nei singoli casi limite con accenni in ambito astrofisico.

1.1 Scattering Thomson

Nei processi di diffusione Thomson il fotone incidente possiede un'energia molto inferiore rispetto all'elettrone a riposo pertanto il fenomeno è trattabile impiegando le leggi dell'elettromagnetismo classico. La condizione da rispettare per avere un processo di diffusione Thomson è $h\nu \ll m_e c^2$ ¹. Si consideri un fascio di radiazione non polarizzata coerente in direzione parallela all'asse z , che urta un elettrone a riposo nel suo sistema di riferimento e che viene diffusa con un certo angolo α rispetto alla direzione di propagazione (Fig. 1.1). Il campo elettrico della radiazione incidente ha due componenti, di pari intensità, dirette lungo l'asse x e l'asse y

$$\begin{cases} E_x = E_{x,0} \exp\{i\omega t\} \\ E_y = E_{y,0} \exp\{i\omega t\} \end{cases} \quad (1.1)$$

che imprimono all'elettrone una certa accelerazione, le cui componenti sono

$$\begin{cases} \ddot{r}_x = \frac{eE_x}{m_e} \\ \ddot{r}_y = \frac{eE_y}{m_e} \end{cases} \quad (1.2)$$

Quindi l'elettrone oscilla sotto l'azione del campo elettrico dell'onda elettromagnetica irradiando una potenza media pari a quella di un dipolo oscillante, data dalla *formula di Larmor*:

$$-\left\langle \frac{dE}{dt} \right\rangle = \frac{\langle \ddot{p}^2 \rangle}{4\pi c^3} \sin^2 \theta d\Omega = \frac{\langle \ddot{r}^2 \rangle e^2}{4\pi c^3} \sin^2 \theta d\Omega \quad (1.3)$$

¹ $m_e c^2 = 0.5 \text{ Mev} \approx 8.5 \cdot 10^{-7} \text{ erg}$ energia a riposo dell'elettrone

dove θ è l'angolo tra la direzione dell'oscillazione della carica e la linea di vista e $\vec{p} = e\vec{r}$ rappresenta il momento di dipolo elettrico. Sostituendo la prima equazione del sistema (1.1) nella prima del sistema (1.2) e considerando il valore mediato, si ottiene la componente in x della potenza media:

$$-\left\langle \frac{dE}{dt} \right\rangle_x = \frac{e^4 E_{x,0}^2}{8\pi c^3 m_e^2} \sin^2 \theta d\Omega = \frac{e^4 E_{x,0}^2}{8\pi c^3 m_e^2} \cos^2 \alpha d\Omega \quad (1.4)$$

dove l'uguaglianza è verificata per il fatto che $\sin^2 \theta = \cos^2 \alpha$ ². Analogamente si ottiene la componente in y :

$$-\left\langle \frac{dE}{dt} \right\rangle_y = \frac{e^4 E_{y,0}^2}{8\pi c^3 m_e^2} d\Omega \quad (1.5)$$

Il *vettore di Poynting* S indica la quantità di radiazione incidente per unità di area che con una media temporale è scrivibile come $S = c\overline{E^2}/4\pi$ dove $\overline{E^2} = E_0^2/2$. Sommando su tutte le onde incidenti mediate nel tempo, raggruppando i termini e sostituendo, le equazioni (1.4) e (1.5) diventano:

$$\begin{cases} -\left(\frac{dE}{dt}\right)_x = \frac{e^4 S_x}{c^4 m_e^2} \cos^2 \alpha d\Omega \\ -\left(\frac{dE}{dt}\right)_y = \frac{e^4 S_y}{c^4 m_e^2} d\Omega \end{cases}$$

La somma delle due componenti fornisce la *potenza media totale* della radiazione diffusa in un infinitesimo di angolo solido $d\Omega$, considerando che $S = S_x + S_y$ e che per una radiazione incidente non polarizzata $S_x = S_y$:

$$-\left\langle \frac{dE}{dt} \right\rangle = \frac{e^4 S}{2c^4 m_e^2} d\Omega \quad (1.6)$$

A questo punto si può definire una quantità detta *sezione d'urto Thomson*, che dal punto di vista fisico rappresenta la quantità di energia nell'unità di tempo per unità di angolo solido, rapportata alla quantità di radiazione incidente per unità di tempo e di area:

$$d\sigma_T = \frac{\langle dE/dt \rangle}{\langle S \rangle} = \frac{e^4}{2c^4 m_e^2} (1 + \cos^2 \alpha) d\Omega = \frac{r_e^2}{2} (1 + \cos^2 \alpha) d\Omega \quad (1.7)$$

con $r_e = \frac{e^2}{m_e c^2} = 2.82 \cdot 10^{-13} \text{cm}$ che rappresenta il *raggio classico dell'elettrone*. Integrando sull'angolo solido, si ottiene:

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} r_e^2 = 6,65 \cdot 10^{-25} \text{cm}^2$$

Concettualmente la sezione d'urto la si può immaginare come lo spazio esplorato dalla particella e come risulta dalla dimensione fisica, rappresenta l'area attorno ad una "particella bersaglio" nella quale una seconda particella può interagire causando fenomeni di diffusione. La caratteristica della diffusione Thomson è che

²L'angolo di diffusione α è legato all'angolo θ tramite la *formula degli angoli associati*: $\sin \theta = \cos \alpha$ con $\alpha = \frac{\pi}{2} - \theta$

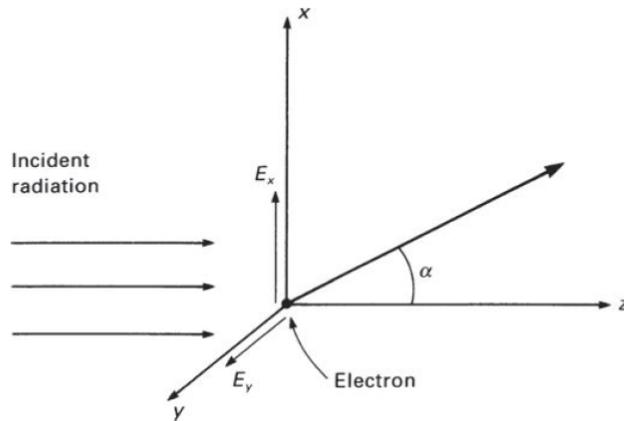


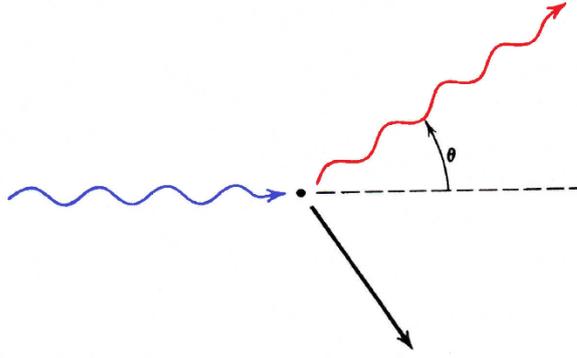
Figura 1.1: Schema dello scattering Thomson (LONGAIR, p. 232)

l'elettrone emette la radiazione con un'intensità pari a quella incidente³, di conseguenza non c'è un cambiamento energetico delle due particelle ma solamente un cambiamento di direzione della radiazione, diffusa con un angolo α rispetto alla direzione di propagazione. Dalla (1.3) si vede che $W \propto \sin^2 \theta$, è pertanto una distribuzione simmetrica in cui la potenza media emessa è massima nel piano perpendicolare alla direzione del moto e nulla nella direzione del moto, dove W è l'energia emessa nell'unità di tempo. Il processo produce una *radiazione polarizzata*, la cui direzione è determinata ovviamente dall'asse del dipolo ma, globalmente, in un insieme casuale di cariche libere, la radiazione è non polarizzata. La presenza di un campo magnetico può imporre una direzione preferenziale all'oscillazione di dipolo, si osserva in questo caso una radiazione polarizzata. Per le caratteristiche appena elencate, in astrofisica è possibile osservare la radiazione *polarizzata* per scattering Thomson proveniente da zone circondate da materiale otticamente spesso, che impediscono l'osservazione diretta. Un esempio è dato dal *toro di polveri* che circonda *disco di accrescimento*, nei pressi di un *Nucleo Galattico Attivo*. Immaginando il toro di polveri parallelo alla linea di vista, assorbe tutta la radiazione ottica quindi impedisce l'osservazione delle zone più interne. Se presenti un campo magnetico e degli elettroni si può osservare la radiazione proveniente polarizzata dal materiale caldo scaterata per riprodurre la funzione spettrale del disco.

1.2 Scattering Compton

La condizione per avere diffusione Compton è $h\nu \leq m_e c^2$ quindi è il caso dell'interazione, ad esempio, tra un fotone X o γ ed un elettrone a riposo nel suo sistema di riferimento. A seguito dell'interazione parte dell'energia viene trasferita all'elettrone e come risultato si ha un fotone che si sposta a lunghezze d'onda maggiori, interpretabile come *arrossamento* della radiazione, diffuso con un certo angolo θ rispetto alla traiettoria d'incidenza.

³ $E_{inc} = E_{em}$



L'importanza storica del processo è la dimostrazione della duplice natura *corpuscolare-ondulatoria* della radiazione elettromagnetica. Infatti, il fenomeno è trattato puramente come un urto elastico tra il fotone e la particella assumendo questa nel suo sistema di riferimento con un'energia a riposo pari a $E_i = m_e c^2$ mentre il fotone incidente ha un'energia pari a $E_i = h\nu_i$. Dopo l'interazione l'energia dell'elettrone è pari a $E'_e = \sqrt{p_e^2 c^2 + m_e^2 c^4}$ mentre l'energia del fotone è $E'_f = h\nu_f$. Dall'equazione di conservazione dell'energia e dell'impulso si ha:

$$h\nu_i + m_e c^2 = h\nu_f + \sqrt{p_e^2 c^2 + m_e^2 c^4}$$

si ottiene la variazione della lunghezza d'onda del fotone:

$$\lambda_f - \lambda_i = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta) = \lambda_0 (1 - \cos \theta) \quad (1.8)$$

dove $\lambda_0 = h/m_e c = 0.02426 \text{ \AA}$ è detta *lunghezza d'onda Compton*. Il massimo trasferimento di energia si ha per $\theta = 180^\circ$ in cui il fotone viene riflesso esattamente nel senso opposto lungo la direzione di provenienza. L'energia del fotone diffuso in funzione dell'energia del fotone incidente è data dalla seguente:

$$h\nu_e = \frac{h\nu_i}{1 + h\nu_i(1 - \cos \theta)/m_e c^2} \quad (1.9)$$

Il fotone quindi perde sempre energia eccezion fatta per $\theta = 0^\circ$, caso di un urto frontale che comporta un'energia finale uguale a quella iniziale. Dal punto di vista astrofisico è il processo meno importante poichè scattera radiazione elettromagnetica dalle alte alle basse energie. Il processo inizia a perdere di efficienza alle alte energie in quanto cambia la sezione d'urto che non è più quella di Thomson ma quella di *Klein-Nishina* (Fig 1.2), che dipende dall'inverso dell'energia del fotone incidente e può essere notevolmente inferiore a quella classica. In altre parole, più l'energia è alta e più il fotone sperimenta una zona ristretta dello spazio, diminuendo le probabilità di avere fenomeni di scattering. L'equazione della sezione d'urto diventa:

$$\sigma_{KN} = \pi r_e^2 \frac{1}{x} \left\{ \left[1 - \frac{2(x+1)}{x^2} \right] \ln(2x+1) + \frac{1}{2} + \frac{4}{x} - \frac{1}{2(2x+1)^2} \right\} \quad (1.10)$$

dove $x = h\nu/m_e c^2$, quindi risulta evidente la dipendenza dall'inverso dell'energia. Graficamente l'andamento si presenta come in figura 1.2 in cui $h\nu = 2\pi\hbar$ per le

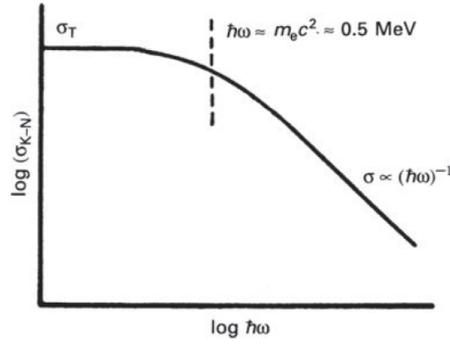


Figura 1.2: Andamento della sezione d'urto, in ordinata, in funzione dell'energia del fotone, in ascissa.

relazioni $h = \hbar/2\pi$ e $\nu = \omega/2\pi$. Per $x \ll 1$, quindi per fotoni a bassa energia l'espressione torna ad essere la sezione d'urto Thomson:

$$\sigma_{KN} = \frac{8\pi}{3} r_e^2 (1 - 2x) = \sigma_T (1 - 2x) \approx \sigma_T$$

A regimi *ultra-relativistici* diventa invece:

$$\sigma_{KN} = \pi r_e^2 \frac{1}{x} \left(\ln 2x + \frac{1}{2} \right)$$

1.3 Inverse Compton

L'inverse Compton, o Compton inverso, riguarda l'interazione tra *elettroni ultra-relativistici* e fotoni a bassa energia pertanto il processo avviene sotto condizione $h\nu \ll m_e c^2$. La particolarità del fenomeno è che contrariamente allo scattering Compton il trasferimento di energia avviene dall'elettrone al fotone, che dalle basse si sposta alle alte energie⁴. La Fig. 1.3 mostra uno schema del processo:

- nel sistema di riferimento del laboratorio S , fotone incide con un certo angolo θ con una frequenza ν e viene diffuso con un certo angolo θ_f ed una frequenza ν_f ;
- nel sistema di riferimento dell'elettrone S' gli angoli d'incidenza e diffusione del fotone sono rispettivamente θ' e θ'' e le frequenze ν' e ν'_f ;

Al fine di semplificare il processo si procede in modo schematico, considerando preliminarmente valida la sezione d'urto Thomson nel sistema di riferimento dell'elettrone, in cui questo è a riposo, al fine di trascurare gli aspetti relativistici dell'urto:

1. La relazione di legame tra i sistemi S ed S' è $\nu' = \nu\gamma(1 - \beta \cos \theta)$;
2. L'assunzione fatta in partenza consente di considerare un processo di *diffusione Thomson*, ovvero nel sistema di riferimento dell'elettrone è valida l'assunzione $h\nu' \ll m_e c^2$, pertanto il fotone viene riflesso con la stessa frequenza d'incidenza $\nu'_f = \nu'$;

⁴Viene prodotta radiazione di lunghezze d'onda *ottiche*, X , γ .

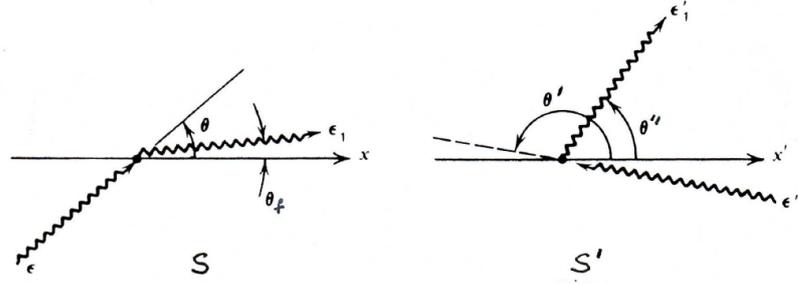


Figura 1.3: Geometria dell'effetto Compton inverso nei due sistemi S , relativo al laboratorio, ed S' relativo all'elettrone. Il fotone incidente è indicato con ϵ ed ϵ' nei rispettivi sistemi, mentre quello diffuso è indicato con ϵ_1 ed ϵ'_1 (Rybicki e Lightman 1979, p. 198)

3. Nel sistema S , la frequenza diffusa è amplificata per effetto Doppler quindi si ha

$$\nu_f = \nu'_f \gamma (1 + \beta \cos \theta'') = \nu \gamma^2 (1 - \beta \cos \theta) (1 + \beta \cos \theta'')$$

Il massimo guadagno energetico da parte del fotone si ha per un urto frontale, $\theta = \pi$ e $\theta'' = 0$ e dati i regimi relativistici $\beta \approx 1$, si ha che l'energia del fotone dopo l'urto:

$$h\nu_f \propto \gamma^2 h\nu$$

viene quindi amplificata di un fattore gamma. Il fenomeno relativistico che amplifica la radiazione è detto *beaming relativistico* ed è strettamente dipendente dalla direzione del moto della sorgente rispetto all'osservatore che se si trova nella direzione del moto vede la radiazione amplificata in un cono di semi-apertura $1/\gamma$, al di fuori di questa regione la radiazione risulta *de-amplificata*. Un esempio pratico in astrofisica è dato da un fotone CMB che collide con un elettrone ultra-relativistico: questo viene scatterato nella banda X quindi: $h\nu_X = h\gamma^2\nu_{CMB}$. Questo fenomeno è alla base di un importante effetto, trattato più avanti, detto *Effetto Sunyaev-Zeldovich*. Un ulteriore esempio è dato dall'interazione con un fotone di natura stellare. Gli elettroni hanno un fattore $\gamma \simeq 10^3$ e scatterano i fotoni dal radio fino all'UV od anche dall'ottico al gamma. Si può concludere sottolineando che il Compton inverso è il meccanismo di produzione delle alte energie la cui efficienza può diminuire se nel sistema di riferimento dell'elettrone il fotone è sufficientemente energetico da rendere valida la σ_{KN} invece che la σ_T .

Capitolo 2

Applicazioni Astrofisiche

Fino ad ora si sono analizzati i singoli processi fisici di scattering nei loro casi limite. In astrofisica questi processi avvengono in concomitanza con altri come, ad esempio, nelle radiosorgenti compatte è possibile avere ripetute collisioni fra elettroni e fotoni, ciò comporta una evoluzione delle relative distribuzioni energetiche. Lo studio della variazione dello spettro dei fotoni in caso di scattering multipli con elettroni caldi all'equilibrio termico viene chiamato *Comptonizzazione*. Il caso citato coinvolge elettroni non relativistici. Il Compton inverso rappresenta uno dei processi più importanti in astrofisica, in quanto alla base dell'effetto *Sunyaev-Zeldovich*. Sono state rivelate emissioni X causate da Compton inverso in strutture come *Lobi Radio* in *galassie attive*, come evidenziato dallo studio condotto da E. D. Feigelson et al, 1995, sui lobi radio della *radiogalassia Fornax A* situata nell'*Ammasso della Fornace*. Lo studio ha fornito una delle prime evidenze di processi di Compton inverso in tali strutture, dimostrando che la struttura X si sovrappone alla struttura osservata nel *radio*. Questo è anche un processo di *Synchrotron-self-Compton* (vedi Sez. 2.2) in cui, sostanzialmente, gli elettroni attivi per processi di sincrotrone fungono da "partner" dei fotoni prodotti dallo stesso processo, oltre che per i fotoni CMB.

2.1 Comptonizzazione

Per *comptonizzazione* si intendono processi di scattering Compton e Compton inverso in successione, con conseguente modifica dello spettro. Il requisito fondamentale affinché l'evoluzione dello spettro di una regione di un plasma sia dominata prevalentemente da scattering Compton è che sia sufficientemente rarefatto. La trattazione verrà fatta in condizioni non relativistiche in cui $kT_e \ll m_e c^2$ e $h\nu \ll m_e c^2$, quindi si considera valido l'utilizzo della sezione d'urto Thomson. È inoltre importante che il plasma sia molto caldo al fine di considerare scambi energetici rilevanti. La frazione energetica media persa dai fotoni a seguito di un'interazione Compton è data dalla:

$$\left\langle \frac{\Delta\epsilon}{\epsilon} \right\rangle = -\frac{h\nu}{m_e c^2}$$

mentre l'energia media persa dagli elettroni è data dalla seguente:

$$\left\langle \frac{\Delta\epsilon}{\epsilon} \right\rangle = \frac{4k_bT}{m_e c^2}$$

Si può quindi stabilire l'energia media scambiata in generale tra fotoni ed elettroni come:

$$\left\langle \frac{\Delta\epsilon}{\epsilon} \right\rangle = \frac{4k_bT - h\nu}{m_e c^2}$$

in cui si vede subito che per $4k_B T = h\nu$ non c'è scambio energetico. Se invece $4k_B T > h\nu$ gli elettroni scaldano la radiazione, in caso contrario sono gli elettroni che guadagnano energia, raffreddando gli elettroni. Il caso interessante è per $4k_B T \gg h\nu$, poichè lo scattering Compton inverso è favorito rispetto al Compton, quindi in generale l'incremento energetico dei fotoni per collisione è dato da:

$$\left\langle \frac{\Delta\epsilon}{\epsilon} \right\rangle = \frac{4k_bT}{m_e c^2} \quad (2.1)$$

Assumendo una densità del plasma pari a n_e , di estensione d ed una profondità ottica $\tau_e = n_e d \sigma_T$ si distinguono due regimi:

- *otticamente sottile*: $\tau_e \ll 1$
- *otticamente spesso*: $\tau_e \gg 1$

Il secondo è il caso d'interesse in quanto il fotone subisce una modifica sostanziale di energia prima di lasciare la regione di scattering. È possibile valutare il numero totale di collisioni effettuate dal fotone prima di lasciare la regione di scattering come $N = (d/l)^2 = \tau_e^2$ dove $l = 1/\sigma_T n_e$ è il libero cammino medio. Dalla (2.1) si ha l'energia del fotone uscente:

$$\epsilon_f = \epsilon_0 e^{\frac{4k_bT}{m_e c^2} N} = \epsilon_0 e^{4y} \quad (2.2)$$

dove $y = \frac{k_bT}{m_e c^2} N$ è detto *parametro di comptonizzazione* che tiene in considerazione il numero di urti per unità di tempo N . Quindi data una distribuzione energetica iniziale di fotoni, essa viene modificata se, al termine dei processi di scattering le frequenze finali sono maggiori di quelle iniziali, condizione che si verifica per $y > 1/4$. All'equilibrio termico, lo spettro modificato dei fotoni segue la *distribuzione di Bose-Einstein*, trattandosi appunto di particelle bosoniche, la cui condizione di raggiungimento è $\epsilon_f = h\nu = 4k_bT$. Si ha quindi:

$$y = \frac{1}{4} \ln \left(\frac{4k_bT}{h\nu} \right) \quad (2.3)$$

come condizione da soddisfare. La distribuzione in questione è:

$$u(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \left[e^\mu e^{\frac{h\nu}{k_bT}} - 1 \right]^{-1} \quad (2.4)$$

dove μ è il potenziale chimico la cui grandezza segna il confine tra il regime a bassa energia, se $\mu \gg h\nu/k_bT$, in questo caso si ha $u(\nu) \propto \nu^3$; regime ad alta energia, se $\mu \ll h\nu/k_bT$, in questo caso invece si ha:

$$u(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} e^{-\mu} e^{-\frac{h\nu}{k_bT}} \quad (2.5)$$

che non è altro che la legge di Plank in approssimazione di *Wienn* modificata dal termine $e^{-\mu}$.

2.1.1 Equazione di Kompaneets

L'equazione di Kompaneets descrive, per valori intermedi di y , l'evoluzione temporale della distribuzione dei fotoni dovuta a scattering Compton inverso ed è:

$$\frac{\partial n}{\partial y} = \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} [x^4 (n + n^4 + \frac{\partial n}{\partial x})] \quad (2.6)$$

dove $x = h\nu/kT$ mentre n definisce il numero di fotoni per unità di tempo descritto dalla statistica di Bose-Einstein. Nel membro sinistro è descritto l'aumento o diminuzione del numero di fotoni nello spazio delle frequenze a seguito dell'effetto Doppler mentre nel membro destro sono definiti: n come la perdita energetica dei fotoni o degli elettroni che hanno subito l'effetto rinculo, n^2 che è legato all'emissione stimolata.

2.2 Synchrotron-self-Compton(SSC)

In astrofisica, il processo di Inverse Compton può essere associato al campo di radiazione a bassa energia generato da processi di *Sincrotrone*¹ in una *radiosorgente compatta* ed autoassorbita. Si parla di *Synchrotron-self-Compton* in merito al fatto che tali fotoni interagendo con gli elettroni ultra-relativistici di sincrotrone che li hanno prodotti, vengono scatterati alle alte energie X e γ e questo fenomeno è stato osservato in nuclei galattici estremamente attivi. In queste sorgenti è possibile stabilire un rapporto che confronta le perdite energetiche per Compton inverso con le perdite per sincrotrone:

$$\eta = \frac{\langle d\epsilon/dt \rangle_{I.C.}}{\langle d\epsilon/dt \rangle_S} = \frac{U_{ph}}{U_H} \quad (2.7)$$

dove $U_H = H^2/8\pi$ è la densità di energia del campo magnetico mentre U_{ph} è la densità di energia del campo di radiazione nella sorgente a cui contribuiscono sia i fotoni generati da sincrotrone che i fotoni della banda del microonde della *Cosmic Microwave Background*, presente isotropicamente in tutto l'Universo, dominanti nelle *radiosorgenti estese* rispetto a quelli di sincrotrone. La (2.7) contiene tutte quantità rilevabili tramite osservazione X per quanto riguarda la luminosità per Compton inverso e radio per quanto riguarda la luminosità di sincrotrone, questo consente di poter stimare il campo magnetico conoscendo U_{ph} . La luminosità persa dalla sorgente a causa dei due meccanismi in atto è :

$$-\left(\frac{d\epsilon}{dt}\right)_S = \frac{4}{3}\sigma_T\gamma^2 c U_H \quad (2.8)$$

$$-\left(\frac{d\epsilon}{dt}\right)_{C.I.} = \frac{4}{3}\sigma_T\gamma^2 c U_{ph} \quad (2.9)$$

Dalla somma delle due si stabilisce l'energia complessiva persa dai due meccanismi

$$-\left(\frac{d\epsilon}{dt}\right)_{S+I.C.} = \kappa\epsilon^2(U_H + U_{ph}) \quad (2.10)$$

¹La radiazione prodotta da Sincrotrone è generata da elettroni relativistici spiraleggianti attorno alle linee di campo magnetico e copre gran parte della banda elettromagnetica, tipicamente dall'*ottico al radio, x, γ* .

Si può stabilire il tempo scala di raffreddamento complessivo come $t_c = \epsilon/\dot{\epsilon}_{S+I.C.}$, sostituendo la (2.10) si ha:

$$t_c \approx \frac{1}{\epsilon(U_H + U_{ph})}$$

Da cui si evince che i tempi di raffreddamento sono più brevi in quando la regione della sorgente è attiva in due meccanismi di raffreddamento. Questa perde più energia per Compton inverso che per sincrotrone in quanto il campo di radiazione dipende sia dalla CMB che dai fotoni radio prodotti dal meccanismo di sincrotrone.

2.2.1 Catastrofe Compton

Il meccanismo di comptonizzazione nel caso di regime otticamente spesso porta alla risoluzione di un'apparente inconsistanza tra la determinazione di una temperatura di brillantezza T_b oltre il valore critico caratteristico di una radiosorgente, di cui, per questo motivo, ci si aspetta un'intensa attività nella banda X o γ che in realtà non viene osservata. La catastrofe Compton si ha quando il rapporto $\eta > 1$. Si consideri una radiosorgente di sincrotrone tanto compatta da presentare auto-assorbimento alle basse frequenze, quindi si assume che la temperatura di brillantezza² sia pari alla temperatura cinetica degli elettroni e all'energia totale degli elettroni relativistici: $T_b = T_e = \gamma m_e c^2$. La luminosità radio della sorgente è data da:

$$L_\nu = 4\pi D^2 S_\nu \approx 4\pi \frac{2kT_b \nu^2 R^2}{c^2} \quad \text{dove} \quad S_\nu \approx \frac{2kT_e \nu^2 R^2}{c^2 D^2} \quad (2.11)$$

La densità di energia del campo di radiazione è pari a

$$U_{ph} \sim \frac{L_\nu \nu}{4\pi R^2} = \frac{2kT_b \nu^3}{c^3} \quad (2.12)$$

quindi riscrivendo la (2.7), si ha che η dipende strettamente dalla frequenza e dalla temperatura

$$\eta \propto \kappa \nu T_b^5 \quad (2.13)$$

che costituisce un risultato chiave da cui si ricava, ponendo $\eta = 1$, la temperatura limite $T_b = T_e = 10^{12} (1GHz/\nu)^{1/5}$ che la radiosorgente può avere senza dover subire fenomeni di catastrofe Compton, dove la frequenza è normalizzata in unità di $10^9 Hz$. Alla luce di quanto detto, la rilevazione di una $T_b > 10^{12}$ ci si aspetta un'intensa attività nella banda X in quanto per processi di inverse Compton successivi i fotoni stanno acquistando sempre più energia partendo dalla banda radio, da qui il termine "*catastrofe Compton*". Il motivo per cui le aspettative non corrispondono alle misurazioni è dato dal fatto che la sorgente è in movimento e soggetta all'effetto di *Beaming Relativistico* che concentra la radiazione della sorgente in un cono di semi-apertura $1/\gamma$ nella direzione istantanea della stessa. L'effetto citato modifica sia la frequenza che la temperatura di un fattore moltiplicativo ζ , quindi si ha $\nu_{finale} \approx \zeta \nu_{iniziale}$, $T_{finale} \approx \zeta T_{iniziale}$ che quando molto grande falsa la determinazione della temperatura, pertanto si possono misurare temperature che superino il limite consentito senza che ci siano fenomeni di Compton inverso successivi.

²La temperatura di brillantezza è definita come la temperatura cinetica che un corpo nero deve avere per emettere quella brillantezza

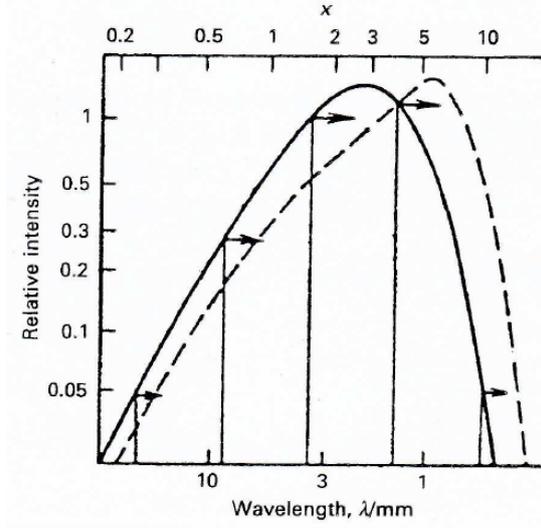


Figura 2.1: L'effetto S-Z si presenta come un shift dello spettro a causa della comptonizzazione. In figura viene mostrato il cambiamento della curva di corpo nero della *Radiazione Cosmica di Fondo* dove $x = h\nu/kT$.

2.3 Effetto Sunyaev-Zeldovich

Una conseguenza rilevante in astrofisica del processo di Comptonizzazione, come accennato in precedenza, è l'effetto Sunyaev-Zeldovich, in cui gli elettroni appartenenti ad un plasma molto caldo interagiscono con i fotoni CMB modificandone lo spettro e la temperatura per Compton inverso. Di conseguenza, come si può vedere in fig.2.1 l'intero spettro viene modificato e spostato ad energie più alte. Dalla figura sembra che paradossalmente il riscaldamento della CMB abbassi la sua temperatura di luminosità alle basse frequenze. Questo perchè il numero di fotoni deve conservarsi e lo scattering, portando i fotoni a frequenze maggiori, “toglie intensità” nella regione di spettro di frequenze minori. In generale la variazione di temperatura di brillantezza della CMB è data da

$$\frac{\Delta T_r}{T_r} = \frac{kT_{gas}}{m_e c^2} \left(x \coth\left(\frac{x}{2}\right) - 4 \right) \tau_e \quad (2.14)$$

prendendo valori di x molto piccoli l'equazione sopra diventa:

$$\frac{\Delta T_r}{T_r} = \frac{\Delta I}{I} = -2y \quad (2.15)$$

dove la prima uguaglianza indica che a variazioni di T_r corrispondono variazioni di intensità ed $y = kT_{gas}/m_e c^2 \int \sigma_T N_e dl$ è la profondità ottica Compton, che determina il grado di distorsione dello spettro. I cambiamenti di I e T_r sono *negativi* a basse intensità e *positivi* ad alte intensità ovvero, in termini di frequenze, il *segno di distorsione* è positivo da una certa frequenza critica $\nu_c \simeq 220GHz$ ed il decremento d'intensità diventa incremento. La temperatura della CMB è $T_{CMB} = 2.7K$ ed i suoi fotoni possiedono un'energia di circa $10^{-3}eV$ quindi un gas intergalattico, con $kT_e \approx 5KeV$, contiene elettroni sufficientemente caldi da scatterare i fotoni ad energie dell' X .

2.3.1 Costante di Hubble

La comparazione tra l'effetto S-Z e l'emissione X in un ammasso di galassie può essere sfruttato per misurarne la distanza, quindi la *costante di Hubble*. Ha avuto questo scopo lo studio effettuato da *M. Birkinshaw et al. 1991*, realizzato sfruttando i telescopi *Einstein Observatory* e *Ginga*, che hanno fornito dati nella banda X, e *OVRO* per la rilevazione dell'effetto S-Z nell'ammasso *Abell 665*. L'osservazione con *OVRO* è stata fatta a 20.3GHz ed i dati indicano un effettivo decremento S-Z del segnale. Per aumentare l'affidabilità del metodo sono state necessarie varie correzioni come l'individuazione di sorgenti vicine che inquinano il segnale, errori di campionamento, errori di valutazione del livello zero dell'effetto S-Z, causato probabilmente da un quantitativo di radiazione fuoriuscente dal telescopio, altre radiosorgenti inquinanti ma difficilmente individuabili per la loro scarsa emissione, errori sistematici e casuali. Il fit risultante dai dati dell'effetto S-Z è rappresentato dalla Fig 2.2. Il satellite *Einstein* conteneva sofisticati strumenti al suo interno,

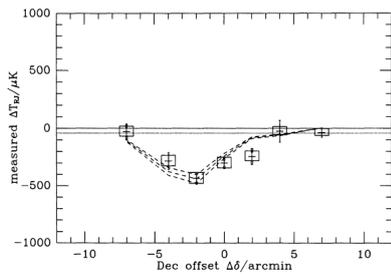


Figura 2.2: La declinazione è presa rispetto al centro nominale dell'ammasso. Ogni punto rappresenta la temperatura della radiazione al microonde con errore statistico associato.

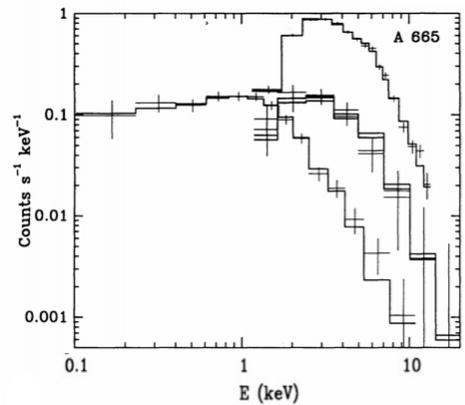


Figura 2.3: Risultato del fit dei dati raccolti da *Ginga* ed *ICP*; le linee indicano i *best-fit* che corrispondono ad un mezzo intergalattico isoterma.

come *HRI (High Resolution Imaging)* e *IPC (Imaging Proportional Counter)*, ed ha fornito un'ottima mappa ad emissione X dell'ammasso. Il satellite *Ginga* ha osservato *Abell 665* con *LAC (Large Area Counters)*. Lo spettro di *Abell 665* ottenuto da *LAC* e *ICP* è mostrato in Fig 2.3. Questa rappresenta il *best fit* dei dati, corretti per sottrazione, dal background in cui si vede, come anche in Fig 2.2, che i dati ben si adattano al modello di distribuzione di gas sferica ed isoterma (β - model), e fornisce informazioni sul *red-shift* $z = 0.182$, *temperatura del gas*, $T_e = 8.18\text{keV}$ e densità di colonna lungo la linea di vista, $\rho_H = 4 \cdot 10^{20} \text{cm}^{-1}$. Si esprimono la brillantezza nell'X e la funzione dell'effetto S-Z come funzione della densità elettronica n_e e temperatura T_e , integrate lungo la linea di vista:

$$b_x = \frac{1}{4\pi(z+1)^3} \int n_e \Lambda_e(E, T_e) dl \quad (2.16)$$

$$\Delta T_{RJ} = -2T_r \frac{k\sigma_T}{m_e c^2} \int n_e T_e dl \quad (2.17)$$

dove $z = 0.182$, la funzione Λ_e è l'emissività spettrale del gas, n_e per l'assunzione del $\beta - model$ è data da

$$n_e = n_{e,0} \left(1 + \frac{r^2}{r_c^2} \right)^{-\frac{3}{2}\beta} \quad (2.18)$$

con $\beta \approx 0.7$. Per il calcolo di D_A , diametro angolare, sono richiesti due coefficienti che sono ottenibili dal fit dei dati X , coefficiente N_X , e relativi all'effetto $S - Z$, coefficiente N_{RJ} . Quindi si ha

$$D_A = \frac{N_{RJ}^2}{N_X} \left(\frac{m_e c^2}{kT_{e,0}} \right)^2 \frac{\Lambda_e}{16\pi T_r^2 \sigma_T (1+z)^3} \quad (2.19)$$

dove $T_r = 2.7$ è la temperatura della radiazione CMB. Le funzioni n_e, T_e e Λ_e , che rappresenta l'energia persa dal gas, sono in realtà più complicate in quanto contengono informazioni riguardanti la distribuzione spaziale del gas descritta a sua volta da ulteriori funzioni, in coordinate cilindriche, cruciali per la determinazione del diametro angolare D_A , che andrebbero sostituite nelle 2.16 e 2.17, riscritte in funzione di θ e ϕ ed integrate in $d\zeta$. Queste funzioni sono:

$$\begin{aligned} n_e(r) &= n_{e,0} f_n(\theta, \phi, \zeta) \\ T_e(r) &= T_{e,0} f_T(\theta, \phi, \zeta) \\ \Lambda_e(E, T_e) &= \Lambda_{e,0} f_\Lambda(\theta, \phi, \zeta) \end{aligned} \quad (2.20)$$

ed assumendo un'atmosfera *isoterma* dell'ammasso queste vengono semplificate in quanto $\Lambda_e(T_{e,0}) = \Lambda_{e,0}$ diventa una funzione costante e $f_T = 1$, $f_\Lambda = 1$. Assumendo poi una distribuzione sferica in cui si esprime la densità elettronica in funzione del raggio, l'espressione della funzione f_n diventa

$$f_n = \left(1 + \frac{\theta^2 + \zeta^2}{\theta_c^2} \right)^{-\frac{3}{2}\beta}$$

dove β e θ_c sono i parametri dedotti dalle osservazioni che forniscono il valore di H_0 , *costante di Hubble*. La riscrittura della 2.16 e 2.17 è

$$b_x(\theta, \phi) = \frac{\Lambda_{e,0} n_{e,0}}{4\pi(z+1)^3} D_A \int d\zeta f_n^2 f_\Lambda = N_X \Theta^{(1)} \quad (2.21)$$

$$\Delta T_{RJ}(\theta, \phi) = -2T_r \frac{kT_{e,0}}{m_e c^2} \sigma_T n_{e,0} D_A \int d\zeta f_n f_T = -N_{RJ} \Theta^{(2)} \quad (2.22)$$

Le funzioni $\Theta^{(1)}$ e $\Theta^{(2)}$ dipendono da β e θ_c , e descrivono la superficie di brillantezza X e dell'effetto $S - Z$ di Abell 665, sono date da

$$\begin{aligned} \Theta^{(1)} &= \sqrt{\pi} \frac{\Gamma(3\beta - \frac{1}{2})}{\Gamma(3\beta)} \theta_c \left(1 + \frac{\theta^2}{\theta_c^2} \right)^{\frac{1}{2} - 3\beta} \\ \Theta^{(2)} &= \sqrt{\pi} \frac{\Gamma(3\beta - \frac{1}{2})}{\Gamma(3\beta)} \theta_c \left(1 + \frac{\theta^2}{\theta_c^2} \right)^{\frac{1}{2} - \frac{3}{2}\beta} \end{aligned}$$

Combinando il redshift con l'estensione angolare dell'atmosfera gassosa nell'ammasso, si ottiene la costante di Hubble. In Fig 2.4, è mostrato il risultato del fit per i parametri β e θ_c , ottenuti dalle migliori stime delle funzioni 2.21 e della funzione $\theta^{(1)}$. Per un valore di $\beta = 0.66$ e $\theta_c = 1'.6$, combinando in quadratura gli errori sistematici con quelli statistici, si ottiene un valore di $H_0 = (40 \rightarrow 50) \pm 12 Kms^{-1} Mpc^{-1}$, risultato delle assunzioni sull'atmosfera precedentemente citate. Un altro approccio è quello di ipotizzare una combinazione

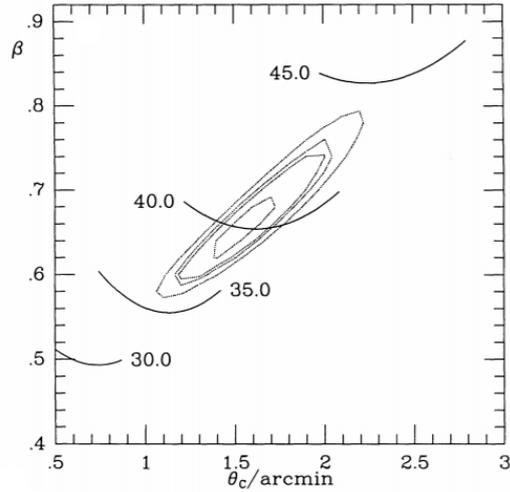


Figura 2.4: Piano $\beta - \theta$ con il valore della costante di Hubble H_0 ed i contorni che indicano i livelli di confidenza dati dalle funzioni 2.21 e $\Theta^{(1)}$

peggiore degli errori sistematici aggiungendoli direttamente. Il risultato per la costante di Hubble diventa quindi $H_0 = (26 \pm 8) \rightarrow (65 \pm 10) kms^{-1} Mpc^{-1}$.

Bibliografia

- [1] LONGAIR ,*High energy astrophysics* Terza edizione.
- [2] C. Fanti, R. Fanti, *Lezioni di radioastronomia*, dispense, 2012.
- [3] Slide lezioni di *Processi di radiazione ed MHD*, prof. Daniele Dallacasa.
- [4] E.D. Feigelson, S.A. Laurent-Muehleisen, R.I. Kollgaard AND E.B. Fomalont: *Discovery of Inverse Compton x-Rays in Radio Lobes*, *The Astrophysical Journal*.
- [5] M. Birkinshaw, J. P. Hughes, and K. A. Arnaud *A measurement of the value of the Hubble Constant from X-ray properties and Sunyaev-Zel'dovich effect of Abell 665*, *The Astronomical Journal* 1991.