

**ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA**

---

**SCUOLA DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA**

*DICAM – Dipartimento di Ingegneria Civile, Chimica, Ambientale e dei Materiali*

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile – curriculum Strutture

**TESI DI LAUREA**

in  
**PROGETTO DI PONTI**

**VERIFICHE A FATICA DI UN PONTE AD ARCO IN ACCIAIO**

CANDIDATA:

Alice Bertoncelli

RELATORE:

Chiar.mo Prof. Ing. Stefano Silvestri

CORRELATORE:

Ing. Michele Bianchini

Anno Accademico 2016/2017

II Sessione



## INDICE

1. INTRODUZIONE .....	1
1.1. Oggetto e finalità della tesi .....	1
1.2. Organizzazione della tesi .....	2
2. LA FATICA .....	3
2.1. Cenni storici .....	3
2.2. Aspetti generali .....	4
2.2.1. Parametri tipici.....	7
2.2.2. Sollecitazioni.....	9
2.2.3. Resistenze .....	13
2.2.3.1. Acciaio.....	13
2.2.3.2. Calcestruzzo armato .....	20
3. PROCEDURA INDIVIDUATA PER LE VERIFICHE DI FATICA SUL PONTE.....	22
3.1. Individuazione dei carichi da fatica .....	23
3.1.1. Influenza della tensione media sulla vita a fatica .....	23
3.2. Determinazione dell'oscillogramma e dell'istogramma delle tensioni ....	25
3.3. Verifiche .....	26
4. INDIVIDUAZIONE DEI CARICHI DA FATICA.....	27
4.1. Calcestruzzo.....	27
4.2. Acciaio .....	29
5. DETERMINAZIONE DELL' OSCILLOGRAMMA E DELL' ISTOGRAMMA DELLE TENSIONI .....	31
5.1. Individuazione dello schema statico .....	32
5.2. Linea di influenza tradizionale.....	32
5.3. Linea di influenza "speciale" .....	33

5.4.	Dalla linea di influenza “speciale” all’oscillogramma delle tensioni.....	37
5.5.	Conteggio dei cicli.....	38
5.6.	Costruzione dell’istogramma delle tensioni .....	40
6.	VERIFICHE DI FATICA .....	41
6.1.	Acciaio.....	41
6.1.1.	Verifica a vita illimitata.....	42
6.1.2.	Verifiche a danneggiamento.....	43
6.1.2.1.	Verifica a danneggiamento cumulativo (regola di Palmgren-Miner) .....	44
6.1.2.2.	Verifica a danneggiamento semplificata.....	46
6.2.	Calcestruzzo.....	49
7.	CASO STUDIO: PONTE AD ARCO IN ACCIAIO A VIA INFERIORE.....	53
7.1.	Descrizione dell’opera e concezione strutturale.....	53
7.2.	Descrizione geometrica .....	55
7.2.1.	Impalcato .....	55
7.2.2.	Archi .....	56
7.3.	Materiali .....	57
7.4.	Azioni – analisi dei carichi .....	57
7.5.	Funzionamento statico del sistema arco-trave.....	60
7.5.1.	Cenni storici.....	60
7.5.2.	Aspetti generali.....	63
7.5.3.	Introduzione al problema.....	66
7.5.4.	Ipotesi per il calcolo e ruolo delle rigidzze.....	67
7.5.5.	Caso limite 1: $E_a J_a / E_t J_t \rightarrow 0$ , Arco infinitamente flessibile rispetto alla trave .....	72

7.5.6.	Caso limite 2: $EaJa/EtJt \rightarrow \infty$ , arco infinitamente rigido rispetto alla trave .....	79
7.5.7.	Caso 3: $EaJa/EtJt \approx 1$ .....	80
7.5.7.1.	Componenti di spostamento dell'arco .....	81
7.5.7.2.	Equazione della linea elastica dell'arco.....	84
7.5.7.3.	Il sistema combinato arco-trave.....	85
7.5.8.	Applicazione: ponte ad arco a via inferiore, calcolo manuale della spinta .....	88
7.5.8.1.	Calcolo manuale della spinta. Caso limite 1 ( $EaJa/EtJt \rightarrow 0$ ).....	88
7.5.8.2.	Calcolo manuale della spinta per il caso limite 2 ( $EaJa/EtJt \rightarrow \infty$ ).....	89
7.6.	Individuazione dei dettagli costruttivi secondo normativa .....	91
7.6.1.	Soletta .....	91
7.6.2.	Travi longitudinali principali .....	92
7.6.3.	Traversi .....	96
7.6.4.	Travi longitudinali secondarie (IPE 240).....	102
7.6.5.	Angolari (controventamento impalcato).....	106
7.6.6.	Archi .....	107
7.6.7.	Controventamento superiore (archi) .....	109
7.6.8.	Pendini .....	113
8.	VERIFICHE A FATICA DI SELEZIONATI ELEMENTI STRUTTURALI	116
8.1.	Soletta di impalcato.....	116
8.1.1.	Azioni.....	117
8.1.2.	Individuazione dello schema statico .....	118
8.1.3.	Calcolo delle sollecitazioni dovute ai carichi permanenti .....	118
8.1.4.	Linea di influenza tradizionale di M all'appoggio I .....	119

8.1.5.	Linea di influenza “speciale” di $ML/2$ (appoggio centrale) a due assi a distanza costante (modello di fatica n.1) .....	124
8.1.6.	Linearizzazione.....	125
8.1.7.	Verifica del calcestruzzo compresso, sezione d’appoggio .....	126
8.1.7.1.	Linea di influenza “speciale” delle tensioni linearizzata e oscillogramma delle tensioni .....	126
8.1.7.2.	Calcolo dello stress range massimo e verifica .....	131
8.1.8.	Verifica dell’armatura tesa, sezione d’appoggio .....	135
8.1.8.1.	Linea di influenza “speciale” delle tensioni linearizzata e oscillogramma delle tensioni .....	135
8.1.8.2.	Calcolo dello stress range massimo e verifica .....	136
8.1.9.	Linea di influenza tradizionale di $M$ in campata .....	138
8.1.10.	Linea di influenza “speciale” di $M_{campata}$ a due assi a distanza costante (modello di fatica n.1) .....	139
8.1.11.	Linearizzazione.....	140
8.1.12.	Verifica del calcestruzzo compresso, sezione di campata .....	141
8.1.12.1.	Linea di influenza “speciale” delle tensioni linearizzata e oscillogramma delle tensioni .....	141
8.1.12.2.	Calcolo dello stress range massimo e verifica .....	144
8.1.13.	Verifica dell’armatura tesa, sezione di campata .....	147
8.1.13.1.	Linea di influenza “speciale” delle tensioni linearizzata e oscillogramma delle tensioni .....	147
8.1.13.2.	Calcolo della variazione di tensione massima e verifica .....	148
8.2.	Pendini.....	151
8.2.1.	Azioni .....	152
8.2.2.	Individuazione dello schema statico.....	153

8.2.3.	Linea di influenza tradizionale, N.....	153
8.2.4.	Linea di influenza “speciale” di N a due assi a distanza costante (modello di fatica n.1) .....	158
8.2.5.	Linea di influenza “speciale” di N a quattro assi a distanza costante (modello di fatica n.3) .....	162
8.2.6.	Linearizzazione .....	164
8.2.7.	Verifica del cavo .....	165
8.2.7.1.	Verifica a vita illimitata.....	166
8.2.7.1.1.	Oscillogramma delle tensioni.....	166
8.2.7.1.2.	Calcolo della variazione di tensione massima e verifica.....	166
8.2.7.2.	Verifica a danneggiamento cumulativo .....	168
8.2.7.2.1.	Oscillogramma delle tensioni.....	168
8.2.7.2.2.	Calcolo delle variazioni di tensione e verifiche .....	169
8.2.8.	Verifica della saldatura della piastra di ancoraggio.....	172
8.2.8.1.	Verifica a vita illimitata.....	173
8.2.8.2.	Verifica a danneggiamento cumulativo .....	176
8.2.9.	Verifica del perno di aggancio alla piastra di ancoraggio.....	179
8.2.9.1.	Verifica a vita illimitata.....	179
8.2.9.2.	Verifica a danneggiamento cumulativo.....	181
8.3.	Travi principali.....	184
8.3.1.	Azioni.....	186
8.3.2.	Individuazione dello schema statico .....	186
8.3.3.	Linea di influenza tradizionale della spinta, calcolo manuale, trave Langer .....	186
8.3.4.	Linea di influenza tradizionale della spinta, calcolo automatico, ponte reale .....	189

8.3.5.	Linea di influenza tradizionale del momento e del taglio ad $L/2$ , calcolo manuale, trave Langer .....	191
8.3.6.	Linea di influenza tradizionale del momento a $L/2$ , calcolo automatico, ponte reale .....	194
8.3.7.	Linea di influenza “speciale” di $N_{L/2}$ a due assi a distanza costante (modello di carico di fatica n.1) .....	196
8.3.8.	Linearizzazione.....	199
8.3.9.	Linea di influenza “speciale” di $M_{L/2}$ e di $V_{L/2}$ a due assi a distanza costante (modello di carico di fatica n.1) .....	200
8.3.10.	Linearizzazione .....	203
8.3.11.	Verifiche a vita illimitata, sezione di mezzeria.....	204
8.3.11.1.	Verifica a flessione .....	204
8.3.11.1.1.	Verifica del piatto metallico (trazione).....	210
8.3.11.1.2.	Verifica degli irrigidimenti .....	210
8.3.11.1.3.	Verifica delle saldature longitudinali.....	211
8.3.11.2.	Verifica a taglio .....	211
8.3.11.2.1.	Verifica del piatto metallico.....	214
8.3.11.2.2.	Verifica degli irrigidimenti .....	215
8.3.11.2.3.	Verifica delle saldature longitudinali.....	215
8.3.11.3.	Verifica combinata (flessione + taglio) .....	216
8.3.12.	Linea di influenza “speciale” di $N_{L/2}$ a quattro assi a distanza costante (modello di carico di fatica n.3) .....	217
8.3.13.	Linearizzazione .....	219
8.3.14.	Linea di influenza “speciale” di $M_{L/2}$ e di $V_{L/2}$ a quattro assi a distanza costante (modello di carico di fatica n.3) .....	220
8.3.15.	Linearizzazione .....	223



8.3.16.	Verifiche a danneggiamento cumulativo, sezione di mezzeria .....	224
8.3.16.1.	Verifica a sforzo normale .....	224
8.3.16.1.1.	Verifica dei piatti metallici.....	226
8.3.16.1.2.	Verifica degli irrigidimenti.....	227
8.3.16.1.3.	Verifica delle saldature longitudinali .....	228
8.3.16.2.	Verifica a flessione.....	228
8.3.16.2.1.	Verifica dei piatti metallici.....	231
8.3.16.2.2.	Verifica degli irrigidimenti.....	232
8.3.16.2.3.	Verifica delle saldature longitudinali .....	233
8.3.16.3.	Verifica N+M .....	233
8.3.16.3.1.	Verifica dei piatti metallici.....	237
8.3.16.3.2.	Verifica degli irrigidimenti.....	237
8.3.16.3.3.	Verifica delle saldature longitudinali .....	238
8.3.16.4.	Verifica a taglio .....	239
8.3.16.4.1.	Verifica dei piatti metallici.....	242
8.3.16.4.2.	Verifica degli irrigidimenti.....	243
8.3.16.4.3.	Verifica delle saldature longitudinali .....	243
8.3.17.	Linea di influenza tradizionale di $M_{x=6m}$ e di $V_{x=6m}$ , calcolo manuale, trave Langer .....	244
8.3.18.	Linea di influenza tradizionale di $M_{x=6m}$ e di $V_{x=6m}$ , calcolo automatico, ponte reale.....	246
8.3.19.	Linea di influenza “speciale” di $N_{x=6m}$ a due assi a distanza costante (modello di carico di fatica n.1).....	249
8.3.20.	Linearizzazione .....	250
8.3.21.	Linea di influenza “speciale” di $M_{x=6m}$ e $V_{x=6m}$ a due assi a distanza costante (modello di carico di fatica n.1) .....	250

8.3.22.	Linearizzazione .....	254
8.3.23.	Verifica a vita illimitata, sezione $x=6m$ .....	255
8.3.23.1.	Verifica a flessione .....	255
8.3.23.1.1.	Verifica dei piatti metallici .....	258
8.3.23.1.2.	Verifica delle saldature testa a testa.....	258
8.3.23.2.	Verifica a taglio .....	259
8.3.23.2.1.	Verifica dei piatti .....	263
8.3.23.2.2.	Verifica delle saldature testa a testa.....	263
8.3.23.3.	Verifica combinata (flessione + taglio) .....	263
8.3.24.	Linea di influenza “speciale” di $N_{x=6m}$ a quattro assi a distanza costante (modello di carico di fatica n.3) .....	264
8.3.25.	Linearizzazione .....	265
8.3.26.	Linea di influenza “speciale” di $M_{x=6m}$ e $V_{x=6m}$ a quattro assi a distanza costante (modello di carico di fatica n.3) .....	266
8.3.27.	Linearizzazione .....	269
8.3.28.	Verifiche a danneggiamento cumulativo, sezione $x=6m$ .....	271
8.3.28.1.	Verifica a sforzo normale.....	271
8.3.28.1.1.	Verifica dei piatti metallici .....	273
8.3.28.1.2.	Verifica delle saldature testa a testa.....	273
8.3.28.2.	Verifica a flessione .....	274
8.3.28.2.1.	Verifica dei piatti metallici .....	277
8.3.28.2.2.	Verifica delle saldature testa a testa.....	277
8.3.28.3.	Verifica N+M.....	278
8.3.28.3.1.	Verifica dei piatti metallici .....	281
8.3.28.3.2.	Verifica delle saldature testa a testa.....	282
8.3.28.4.	Verifica a taglio .....	282

8.3.28.4.1.	Verifica dei piatti metallici.....	286
8.3.28.4.2.	Verifica delle saldature testa a testa .....	286
8.3.29.	Linee di influenza tradizionali di $M_{x=16m}$ e $V_{x=16m}$ , calcolo manuale, trave Langer.....	287
8.3.30.	Linee di influenza tradizionale di $M_{x=16m}$ e $V_{x=16m}$ , calcolo automatico, ponte reale.....	289
8.3.31.	Linea di influenza “speciale” di $N_{x=16m}$ a due assi (modello di carico di fatica n.1).....	292
8.3.32.	Linearizzazione .....	293
8.3.33.	Linea di influenza “speciale” di $M_{x=16m}$ e $V_{x=16m}$ a due assi a distanza costante (modello di carico di fatica n.1) .....	293
8.3.34.	Linearizzazione .....	296
8.3.35.	Verifiche a vita illimitata, sezione $x=16m$ .....	297
8.3.35.1.	Verifica a flessione.....	298
8.3.35.1.1.	Verifica dei piatti.....	300
8.3.35.1.2.	Verifica delle saldature testa a testa .....	302
8.3.35.2.	Verifica a taglio.....	303
8.3.35.2.1.	Verifica dei piatti.....	306
8.3.35.2.2.	Verifica delle saldature testa a testa .....	306
8.3.35.3.	Verifica combinata flessione(N+M) + taglio .....	306
8.3.36.	Linea di influenza “speciale” di $N_{x=16m}$ a quattro assi (modello di carico di fatica n.3) .....	307
8.3.37.	Linearizzazione .....	308
8.3.38.	Linea di influenza “speciale” di $M_{x=16m}$ e $V_{x=16m}$ a quattro assi a distanza costante (modello di carico di fatica n.3) .....	308
8.3.39.	Linearizzazione .....	312

8.3.40.	Verifiche a danneggiamento cumulativo, sezione $x = 16m$ .....	313
8.3.40.1.	Verifica a sforzo normale.....	313
8.3.40.1.1.	Verifica dei piatti metallici .....	315
8.3.40.1.2.	Verifica delle saldature testa a testa.....	316
8.3.40.2.	Verifica a flessione .....	316
8.3.40.2.1.	Verifica dei piatti metallici .....	319
8.3.40.2.2.	Verifica delle saldature testa a testa.....	320
8.3.40.3.	Verifica N+M.....	320
8.3.40.3.1.	Verifica dei piatti metallici .....	323
8.3.40.3.2.	Verifica delle saldature testa a testa.....	323
8.3.40.4.	Verifiche a taglio .....	324
8.3.40.4.1.	Verifica dei piatti metallici .....	327
8.3.40.4.2.	Verifica delle saldature di testa.....	328
8.3.41.	Linee di influenza tradizionali del momento torcente, calcolo manuale .....	328
8.3.42.	Linea di influenza “speciale” di $M_t$ ad $L/2$ a due assi a distanza costante (modello di carico di fatica n.1).....	334
8.3.43.	Linearizzazione .....	337
8.3.44.	Verifica a torsione a vita illimitata, sezione di $L/2$ .....	338
8.3.44.1.	Verifica dei piatti .....	342
8.3.44.2.	Verifica degli irrigidimenti .....	342
8.3.44.3.	Verifica delle saldature longitudinali.....	343
8.3.45.	Linea di influenza “speciale” a quattro assi di $M_{tL/2}$ (modello di carico di fatica n.3).....	343
8.3.46.	Linearizzazione .....	345
8.3.47.	Verifiche a danneggiamento cumulativo a torsione, sezione $L/2$ ..	346

8.3.47.1.	Verifica dei piatti metallici.....	349
8.3.47.2.	Verifica degli irrigidimenti.....	350
8.3.47.3.	Verifica delle saldature longitudinali .....	350
8.3.48.	Linea di influenza “speciale” di $M_{t_{x=6m}}$ a due assi a distanza costante (modello di carico di fatica n.1).....	351
8.3.49.	Linearizzazione .....	353
8.3.50.	Verifiche a vita illimitata a torsione, sezione $x=6m$ .....	354
8.3.50.1.	Verifica dei piatti metallici.....	357
8.3.50.2.	Verifica delle saldature testa a testa .....	357
8.3.51.	Linea di influenza “speciale” di $M_{t_{x=6m}}$ a quattro assi a distanza costante (modello di carico di fatica n.3) .....	357
8.3.52.	Linearizzazione .....	360
8.3.53.	Verifiche a danneggiamento cumulativo a torsione, sezione $x=6m$ .... .....	361
8.3.53.1.	Verifica dei piatti metallici.....	363
8.3.53.2.	Verifica delle saldature testa a testa .....	364
8.3.54.	Linea di influenza “speciale” di $M_{t_{x=16m}}$ a due assi a distanza costante (modello di carico di fatica n.1).....	364
8.3.55.	Linearizzazione .....	366
8.3.56.	Verifiche a vita illimitata a torsione, sezione $x = 16m$ .....	367
8.3.56.1.	Verifica dei piatti metallici.....	369
8.3.56.2.	Verifica delle saldature testa a testa .....	369
8.3.57.	Linea di influenza “speciale” di $M_{t_{x=16m}}$ a quattro assi a distanza costante (modello di carico di fatica n.3) .....	370
8.3.58.	Linearizzazione .....	372

8.3.59.	Verifiche a danneggiamento cumulativo a torsione, sezione $x = 16m$	373
8.3.59.1.	Verifica dei piatti metallici	376
8.3.59.2.	Verifica delle saldature testa a testa	376
9.	CONCLUSIONI	377
	BIBLIOGRAFIA	379
	APPENDICE A – Script per il calcolo della linea di influenza tradizionale, linea di influenza “speciale” di $m_{1/2}$ e oscillogramma delle tensioni (fibra di intradosso), soletta	381
	APPENDICE B – APPLICAZIONE NUMERICA SUL SISTEMA COMBINATO ARCO-TRAVE	400
B.1.	Dati del problema	400
B.2.	Studio dell’arco ideale, calcolo manuale	401
B.2.1	Calcolo della spinta tramite il metodo della congruenza	403
B.2.2	Calcolo della spinta tramite il metodo della spinta addizionale	407
B.3.	Calcolo dei momenti ripartiti, passaggio dall’arco ideale al sistema reale ...	410
B.4.	Studio dell’arco ideale, calcolo automatico	411
B.5.	Studio del ponte reale, calcolo automatico	412

## **1. INTRODUZIONE**

Un' importante problematica per i ponti è la fatica; infatti, tali strutture sono continuamente soggette a carichi ciclici per effetto del passaggio dei veicoli e ciò può provocare, a lungo andare, la propagazione di lesioni nei materiali e potenzialmente poter causare crolli o problemi strutturali gravi.

Si deve quindi, in sede di progetto, valutare se sarà possibile effettuare una regolare manutenzione della struttura nel corso della sua vita; in caso positivo, si potranno eseguire semplicemente le verifiche di fatica. In caso negativo invece, è necessario progettare la struttura per fatica.

Nella seguente trattazione il fenomeno della fatica verrà analizzato e applicato su un caso reale: un ponte ad arco a via inferiore (sistema collaborante arco-trave).

I ponti ad arco vengono realizzati sin dai tempi dell'epoca romana, in cui conobbero il loro periodo di maggiore sviluppo e diffusione; la geometria di tali strutture infatti risultava molto efficace anche con l'utilizzo di materiali non resistenti a trazione, come la muratura, in quanto l'arco è soggetto prevalentemente a compressione se la sua linea d'asse coincide con la curva delle pressioni.

Un'importante evoluzione dell'arco fu l'arco a spinta eliminata; tale configurazione infatti permise di alleggerire le sollecitazioni sulle fondazioni, essendo le prime sopportate direttamente dall'impalcato (ponte ad arco a via inferiore).

### **1.1. Oggetto e finalità della tesi**

Oggetto della seguente tesi è lo studio del funzionamento statico di un ponte ad arco a via inferiore in acciaio e l'applicazione di verifiche di fatica a tale struttura.

Ci si pone come obiettivo quello di identificare in modo chiaro un procedimento da seguire per condurre le verifiche e di applicarle al caso studio in esame calcolando le sollecitazioni sugli elementi strutturali sulla base di schemi statici semplificati.

A tal fine, si è focalizzata l'attenzione sulle sollecitazioni provocate dal passaggio dei veicoli, quindi dai carichi mobili, ricavate, per varie sezioni di alcuni elementi strutturali principali, tramite le linee di influenza. Esse infatti sono l'elemento fondamentale di questa tesi e si sono rivelate uno strumento molto utile per valutare gli stati tensionali che si verificano nei vari elementi strutturali, comprendendo a pieno il problema del passaggio contemporaneo sul ponte di più carichi concentrati, costituenti gli assi dei veicoli della normativa. La creazione delle linee di influenza ha richiesto, inevitabilmente, uno studio preliminare della struttura in esame, del suo comportamento statico e un'identificazione di schemi semplificati con cui svolgere i calcoli.

Tali calcoli sono stati svolti con l'ausilio di un programma agli elementi finiti e uno di calcolo numerico, confrontando i risultati al fine di validare i conti.

## **1.2. Organizzazione della tesi**

Il lavoro svolto è stato organizzato in modo tale da descrivere ed elencare nell'ordine opportuno i passaggi da effettuare per condurre le verifiche di fatica.

Nel secondo capitolo vi è un'introduzione sull'argomento centrale (la fatica) in cui vengono descritti gli aspetti principali del fenomeno senza troppo entrare nel dettaglio per quanto riguarda gli aspetti fisici e di degradazione del materiale (che poco ci interessano in questa trattazione), bensì focalizzandosi sulle resistenze dei materiali e sulla tipologia dei carichi rilevanti per la fatica.

Nel terzo capitolo viene fornita una sintesi del procedimento individuato e seguito per condurre le verifiche, che verrà sviscerato nel capitolo stesso e, ancora di più, nei tre capitoli successivi, soffermandosi sui vari passaggi.

Nel settimo capitolo viene descritto il ponte dal punto di vista geometrico, dei materiali e della concezione strutturale, analizzando anche il comportamento del sistema collaborante arco-trave, quale che è il ponte in esame.

Nel capitolo ottavo, infine, sono elencate e descritte in modo dettagliato le verifiche condotte per alcuni elementi strutturali principali.



## 2. LA FATICA

### 2.1. Cenni storici

Il fenomeno della fatica, per le strutture metalliche, fu osservato e studiato approfonditamente da August Wöhler nel diciannovesimo secolo; già in questo periodo furono condotte le prime ricerche a riguardo e quindi la fatica non è una novità in campo ingegneristico, anche se non presenta pochi problemi di studio e valutazione.

Nel diciannovesimo secolo infatti, si pensava che la rottura per fatica fosse un fenomeno misterioso, data l'invisibilità dei danni provocati da essa; e così avvennero incidenti catastrofici come esplosioni o crolli completi di ponti o altre strutture imponenti. Nel ventesimo secolo, poi, si capì che la ripetizione di un certo carico su un materiale/struttura causava la nascita del meccanismo di fatica, il quale portava alla nucleazione della cricca, propagazione della cricca e rottura completa del materiale.

La rottura può provocare danni sia catastrofici (strutture crollate interamente e non più utilizzabili) sia limitati a parte della struttura, ma in ogni caso l'evento rappresenta un aspetto molto negativo dal punto di vista economico e strutturale.

Altri autori che si occuparono del fenomeno pubblicando articoli a riguardo furono Walter Schütz e John Mann, i quali raccolsero in libri molte fonti ed esempi di problemi di fatica dall'anno 1837 al 1994 (*Schijve, 2001*).

Dunque, essendo il numero di pubblicazioni aumentato molto rispetto a quegli anni, si può intuire la ingente quantità di materiale riguardo a tale fenomeno. In ogni caso, è necessario cogliere gli aspetti generali e focalizzarsi sul caso studio, poiché ogni struttura è a sé.

## 2.2. Aspetti generali

Si definisce fatica il meccanismo secondo cui si ha lo sviluppo di lesioni in un materiale/elemento strutturale a causa di tensioni (tangenziali e/o normali) variabili. La rottura dell'elemento si ha in corrispondenza di un livello tensionale inferiore rispetto a quello che porterebbe a crisi in caso di applicazione monotona.

Questa riduzione di tensione limite è tanto più accentuata quanto maggiore è il numero di volte che si applicano variazioni di tensione e tanto maggiore è l'escursione della tensione (ampiezza dei cicli).

Il fenomeno può essere definito come:

- non reversibile
- progressivo
- localizzato

Infatti, una volta provocata la cricca, se si cerca di far tornare l'elemento alle condizioni iniziali diminuendo e mandando a zero la forza, si avranno comunque delle deformazioni residue. Inoltre, si parla di progressività in quanto ogni applicazione del carico induce danno e lo aumenta; infine, l'aggettivo localizzato sta ad indicare il fatto che il meccanismo riguarda una limitata zona dell'elemento strutturale e non, per esempio, un degrado delle proprietà di esso.

Sia per quanto riguarda il calcestruzzo che per l'acciaio, la crisi è di tipo fragile.

Per le strutture in acciaio, la fatica si manifesta in presenza di sforzi di trazione; nel caso del calcestruzzo il problema può presentarsi anche in caso di sollecitazioni di compressione con microfratture.

La vita di un componente si può vedere come suddivisa in tre stadi:

1. Vita fino alla comparsa di un difetto visibile
2. Propagazione subcritica del difetto
3. Propagazione critica del difetto/cricca fino alla rottura

Il danno causato ad ogni ciclo è funzione dei cicli precedenti, cioè si può dire che il materiale ha "memoria": al variare dell'ampiezza del carico tende a ripercorrere i cicli

di carico precedenti. Per questo motivo è necessario valutare l'ampiezza dei cicli di carico nel tempo.

In questa sede ci si occuperà soltanto della terza fase, ci si porrà nell'ottica cioè di valutare il massimo stato di variazione di sollecitazione e paragonarlo alla resistenza dell'elemento senza preoccuparsi di come il difetto si propaga.

Oltre ai carichi esterni dei veicoli (causa principale del fenomeno fatica) sono importanti anche altri aspetti legati alle caratteristiche ambientali, dei materiali e di come vengono trattati per realizzare l'opera.

Gli aspetti che possono maggiormente influenzare il comportamento a fatica di un materiale sono quelli come:

- l'ambiente in cui ci si trova (più è corrosivo, più ha tendenza a ridurre la vita a fatica)
- la temperatura (minore è e più problemi si hanno in quanto le plasticizzazioni sono ostacolate)
- il tipo di materiale (più è altro-resistente più è sensibile alla corrosione)
- le dimensioni dell'elemento (effetto scala, ma solo in presenza di gradiente di tensione)
- la finitura superficiale

In particolare, per gli elementi in acciaio, sono caratteristici i seguenti fattori peggiorativi:

- trattamenti superficiali (aumentano la resistenza a fatica in ambiente corrosivo ma la possono ridurre in ambiente non corrosivo)
- trattamenti a caldo (dannosi perché inducono tensioni residue di trazione, autotensioni)
- processi di saldatura (inducono tensioni residue)
- intagli

La saldatura in particolar modo gioca un ruolo fondamentale nelle strutture in acciaio e le lesioni di fatica si manifestano più facilmente in prossimità dei cordoni d'angolo per due motivi principali: è in questi punti che si creano piccole discontinuità da cui

tendono a svilupparsi le cricche; inoltre, la saldatura determina profili irregolari con brusco cambiamento di sezione alla base (e al piede) dei filetti di saldatura:

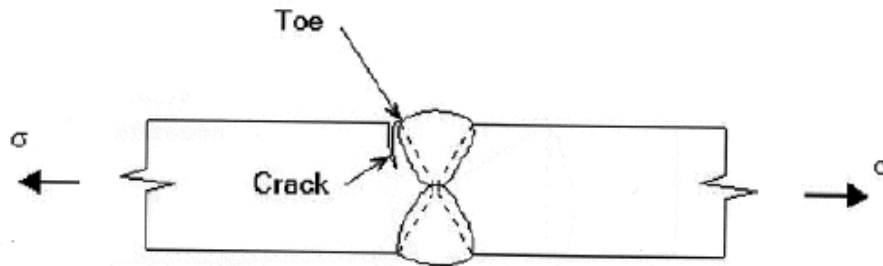


Figura 2-1- Propagazione di una cricca in corrispondenza di una saldatura di testa

Per quanto riguarda i trattamenti superficiali, spesso l'acciaio viene protetto dalla corrosione tramite la zincatura; essa non ha una buona resistenza all'usura ma comunque non causa problemi legati alla fatica.

Se sono presenti intagli o fori, si avranno concentrazioni (picchi) di tensione che possono innescare una rottura in vicinanza del foro; di conseguenza la sezione si riduce e ciò porta rapidamente al collasso:

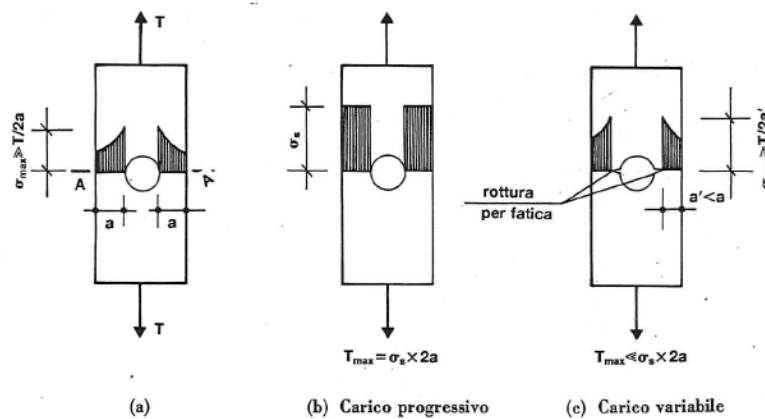


Figura 2-2- Effetto del foro su un elemento metallico soggetto a carico statico o ciclico

Dalla Figura 2-2 si evincono le differenze tra l'effetto di un carico monotono e uno ciclico. Per carico monotono, la tensione diventa costante al superamento del livello di snervamento; viceversa, per carico ciclico, si ha la formazione della cricca e una

conseguente diminuzione della sezione utile con la tensione che non raggiunge neanche il livello di snervamento.

Nel presente paragrafo sono stati quindi evidenziati i caratteri fisici principali del fenomeno; nel seguito ci si concentra sulle grandezze che caratterizzano la fatica e che servono per quantificare le resistenze e le sollecitazioni.

### 2.2.1. Parametri tipici

Per caratterizzare l'azione ciclica si faccia riferimento alla seguente immagine:

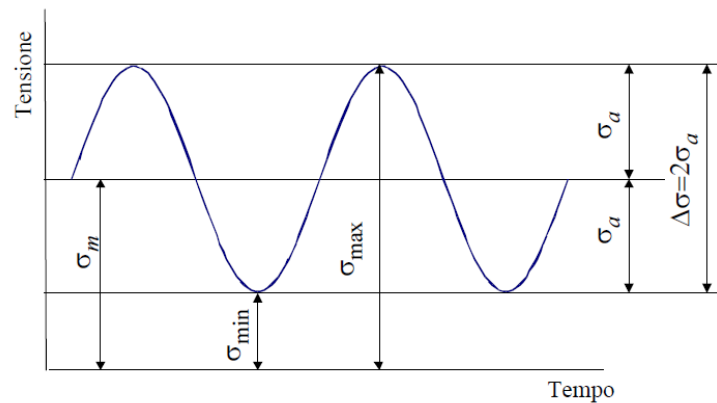


Figura 2-3 - Parametri dell'azione ciclica

E' rappresentato l'andamento della tensione nel tempo. La Figura 2-3 mostra il caso semplice di legge sinusoidale che, nella realtà, non si riscontra mai; ma comunque è utile per definire le grandezze con cui si può descrivere l'azione ciclica:

- $\Delta\sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}$  è l'escursione di tensione
- $\sigma_a = \Delta\sigma/2 = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min})/2$  è l'ampiezza del ciclo o tensione alternata
- $\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_a$  è il livello massimo di tensione
- $\sigma_{\min} = \sigma_m - \sigma_a$  è il livello minimo di tensione
- $R = \sigma_{\min}/\sigma_{\max}$  è il rapporto di tensione
- $R_a = \sigma_a/\sigma_m$  è il rapporto di ampiezza
- $\sigma_m = (\sigma_{\max} + \sigma_{\min})/2$  è la tensione media

- N è il numero di cicli

Con riferimento alla Figura 2-4 si distinguono poi vari tipi di carico in base al valore assunto dal rapporto di tensione R:

- Carico statico:  $R = 1$
- Carico pulsante:  $0 < R < 1$
- Carico pulsante dallo zero:  $R = 0$
- Carico alterno asimmetrico:  $-1 < R < 0$
- Carico alterno simmetrico:  $R = -1$

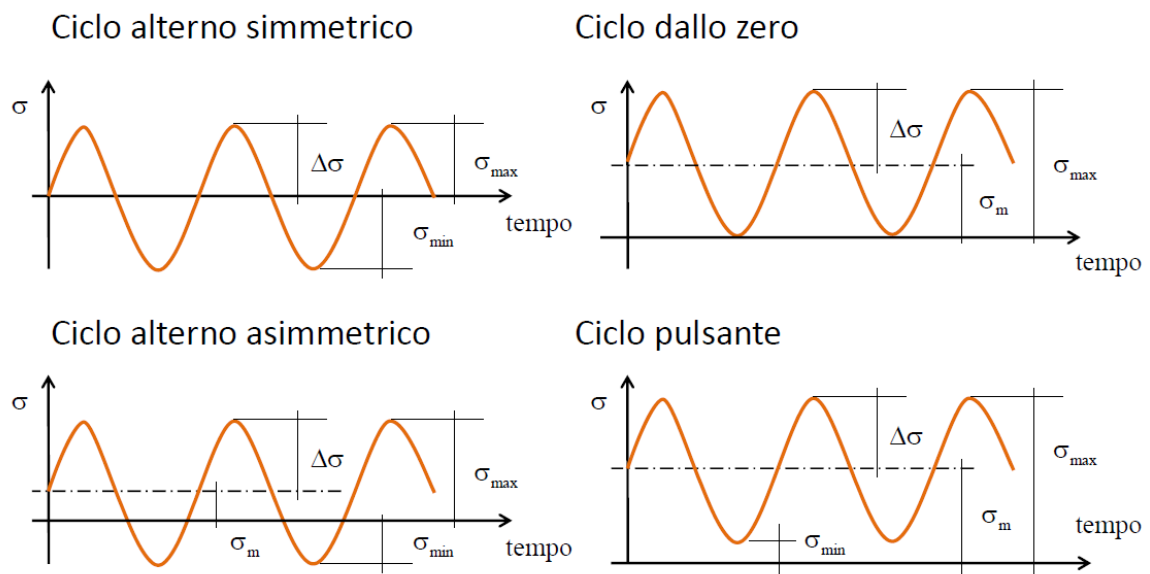


Figura 2-4 - Tipologie di cicli di carico

Le coppie di parametri indipendenti utilizzate di solito sono:

- $\sigma_m$  e  $\sigma_a$
- $\sigma_{max} = \sigma_m + \sigma_a$  ;  $\sigma_{min} = \sigma_m - \sigma_a$
- $\Delta\sigma$  e R

Da un punto di vista meccanicistico, è più adatta la seconda definizione; i livelli di tensione massima e minima sono quelli entro cui si inverte la direzione dell'azione ciclica.

Considerando invece il fatto che una struttura, in genere, nelle condizioni di esercizio, è soggetta ai carichi distribuiti (stazionari) e a cicli di carico sovrapposti, è più idoneo

scegliere la prima definizione; infatti, la tensione media è relativa ai carichi stazionari mentre l'ampiezza  $\Delta\sigma/2$  ai carichi ciclici. Se l'intensità del carico ciclico diminuisce, diminuisce l'ampiezza  $\sigma_A$  ma la tensione media rimane la stessa, quindi risulta più logico scegliere la suddetta definizione.

Infine, ci si riferisce alla terza coppia quando, per esempio, si vuole aumentare la vita a fatica riducendo il livello di tensione di progetto: tutti gli stress ranges sono ridotti mantenendo lo stesso rapporto R (*Schijve, 2001*).

### 2.2.2. Sollecitazioni

Sui carichi da utilizzare per condurre le verifiche a fatica si discuterà più approfonditamente nel capitolo 4; per ora ci si limita alla descrizione dei carichi ciclici, cioè dei carichi da fatica definiti dalla normativa italiana (D.M. 14/01/2008).

Nel §5.1.4.3 vengono assegnati i modelli di carico da fatica per ponti stradali:

- *Modello di carico di fatica n.1*, utilizzato per verifiche a vita illimitata
- *Modello di carico di fatica n.2*, utilizzato per verifiche a vita illimitata
- *Modello di carico di fatica n.3*, utilizzato in genere per verifiche a danneggiamento con stress range equivalente
- *Modello di carico di fatica n.4*, utilizzato in genere per verifiche a danneggiamento cumulativo

Il modello di carico di fatica n.1 è costituito dallo schema di carico 1 avente valori di carichi asse ridotti del 30% e carichi distribuiti ridotti del 70%, in ragione dell'utilizzo della combinazione frequente delle azioni; in alternativa allo schema di carico 1, per verifiche locali e se più gravoso, può essere utilizzato lo schema di carico 2 con carichi asse ridotti del 30%:

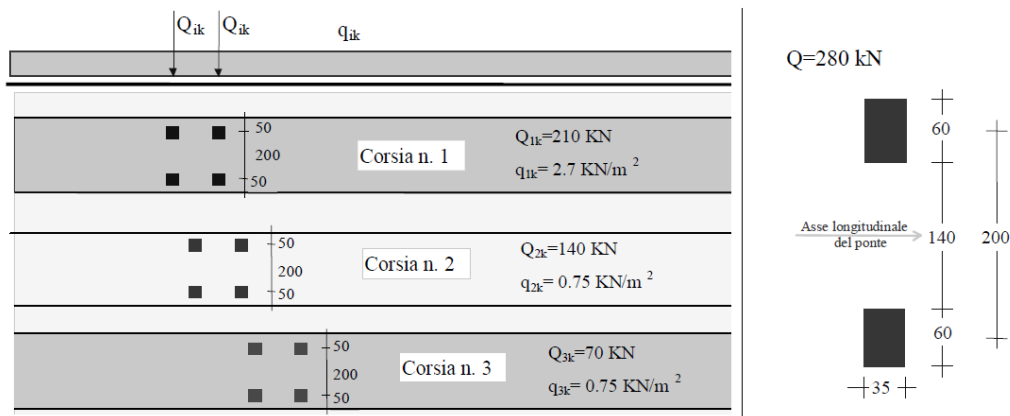


Figura 2-5 - Modello di carico di fatica n.1

Se si vogliono risultati più precisi, in alternativa al modello di carico n.1 è possibile utilizzare il modello di carico n.2 con i veicoli applicati singolarmente sulla corsia lenta (cioè sull'effettiva corsia di circolazione); tale modello di carico è costituito da cinque sagome di veicoli aventi disposizione degli assi e carichi assi frequenti differenti:

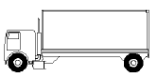

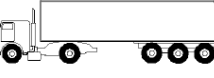
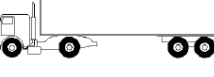

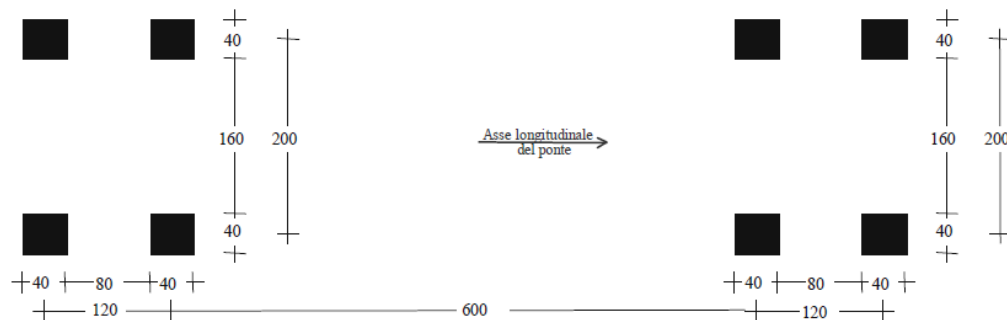
SAGOMA del VEICOLO	Distanza tra gli assi (m)	Carico frequente per asse (kN)	Tipo di ruota (Tab. 5.1.IX)
	4,5	90 190	A B
	4,20 1,30	80 140 140	A B B
	3,20 5,20 1,30 1,30	90 180 120 120 120	A B C C C
	3,40 6,00 1,80	90 190 140 140	A B B B
	4,80 3,60 4,40 1,30	90 180 120 110 110	A B C C C

Figura 2-6 - Modello di carico di fatica n.2



Per ottenere la massima escursione di tensione (stress range)  $\Delta\sigma_{\max}$ , i modelli di carico sopra descritti posso essere disposti sul ponte in una posizione studiata in modo tale da ottenere la massima e la minima sollecitazione oppure si può ricavare lo spettro di carico (oscillogramma delle tensioni) tramite l'utilizzo delle linee di influenza.

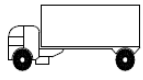
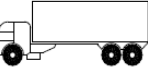
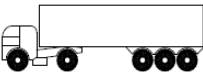
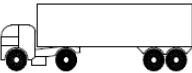
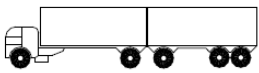
Il modello di carico di fatica n. 3 è un veicolo simmetrico a 4 assi su ciascuno dei quali gravano 120 kN:



*Figura 2-7 - Modello di carico di fatica n.3*

Tale modello di carico, essendo caratterizzato da un carico convenzionale, è da presumere in transito isolatamente sulla corsia più gravosa.

In alternativa, quando si necessita di valutazioni più precise, si può utilizzare il modello di carico n.4, costituito da cinque sagome di veicoli con diversi carichi asse e diverse disposizioni degli assi:

Sagoma del veicolo	Tipo di pneumatico (Tab.5.1-IX)	Interassi [m]	Valori equivalenti dei carichi asse [kN]	Composizione del traffico		
				Lunga percorrenza	Media percorrenza	Traffico locale
	A B	4,50	70 130	20,0	40,0	80,0
	A B B	4,20 1,30	70 120 120	5,0	10,0	5,0
	A B C C C	3,20 5,20 1,30 1,30	70 150 90 90 90	50,0	30,0	5,0
	A B B B	3,40 6,00 1,80	70 140 90 90	15,0	15,0	5,0
	A B C C C	4,80 3,60 4,40 1,30	70 130 90 80 80	10,0	5,0	5,0

*Figura 2-8 - Modello di carico di fatica n.4*

I veicoli di quest'ultimo modello di carico devono essere applicati sulla corsia lenta, singolarmente; i valori dei carichi asse invece sono valori equivalenti, diversi dai carichi frequenti del modello di carico di fatica n.2. La composizione del traffico viene utilizzata per calcolare il numero totale di cicli caratterizzanti il passaggio di un determinato veicolo per tutta la vita del ponte.

Infine, la normativa (Tabella 5.1.X) definisce il flusso annuo di veicoli pesanti sulla corsia lenta determinato in base alla categoria di traffico che interessa la strada cui appartiene il ponte:

Categorie di traffico	Flusso annuo di veicoli di peso superiore a 100 kN sulla corsia lenta
1 - Strade ed autostrade con 2 o più corsie per senso di marcia, caratterizzate da intenso traffico pesante	$2,0 \times 10^6$
2 - Strade ed autostrade caratterizzate da traffico pesante di media intensità	$0,5 \times 10^6$
3 - Strade principali caratterizzate da traffico pesante di modesta intensità	$0,125 \times 10^6$
4 - Strade locali caratterizzate da traffico pesante di intensità molto ridotta	$0,05 \times 10^6$

*Figura 2-9 - Tabella 5.1.X, D.M. 2008, flusso annuo di veicoli pesanti sulla corsia lenta*

Il modello di carico di fatica n.3 viene in genere utilizzato per verifiche a danneggiamento con stress range equivalente; il modello di carico di fatica n.4 invece, per l'applicazione del metodo di Palmgren-Miner (verifica a danneggiamento cumulativo); ma comunque si possono utilizzare entrambi per applicare la regola di Palmgren-Miner.

### 2.2.3. Resistenze

#### 2.2.3.1. Acciaio

La resistenza a fatica viene definita come l'intervallo di tensione  $\Delta\sigma_R$  (stress range resistente) entro il quale la variazione oscillatoria delle tensioni provoca il collasso di un dato elemento strutturale al raggiungimento di un dato numero di cicli N.

La resistenza di elementi metallici è descritta dalle curve di Wöhler che delineano l'andamento dello stress range limite (resistenza) in funzione del numero di cicli, in scala logaritmica. In generale, si ha che ad un aumento del numero di cicli, la resistenza a fatica diminuisce.

Le curve si differenziano per:

- tensioni normali  $\sigma$
- tensioni tangenziali  $\tau$
- connettori a piolo

Per quanto riguarda le tensioni normali, la relazione fra resistenza e numero di cicli in scala lineare è la seguente:

$$\Delta\sigma_R = \left(\frac{a}{N}\right)^{\frac{1}{m}} \rightarrow N\Delta\sigma_R^m = a$$

dove  $a$  è una costante e  $m$  è la pendenza con la quale varia la resistenza.

In scala logaritmica diventa:

$$\log N = \log a - m \cdot \log \Delta\sigma_R$$

La Circ. n° 617 riporta le curve di fatica differenziate a seconda della classe di resistenza del dettaglio:

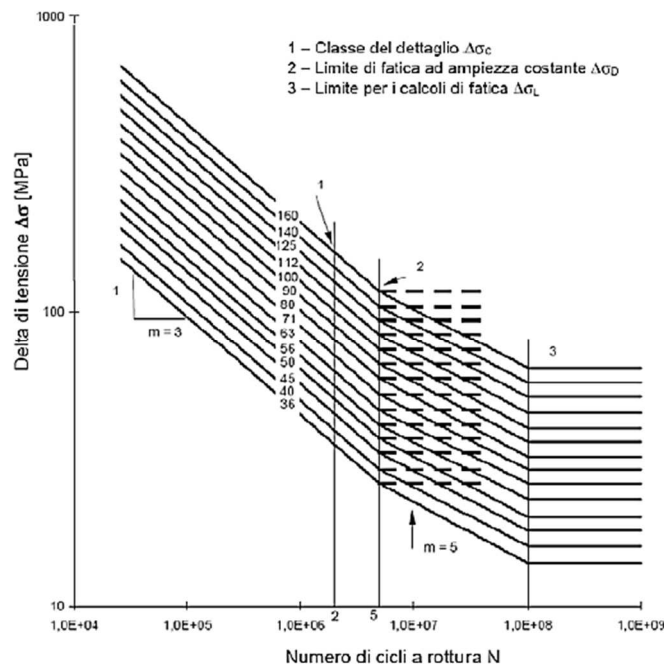


Figura 2-10 - Curve di Wöhler per tensioni normali

Per analizzare meglio i limiti e le caratteristiche di tali curve, si fa riferimento alla seguente immagine:

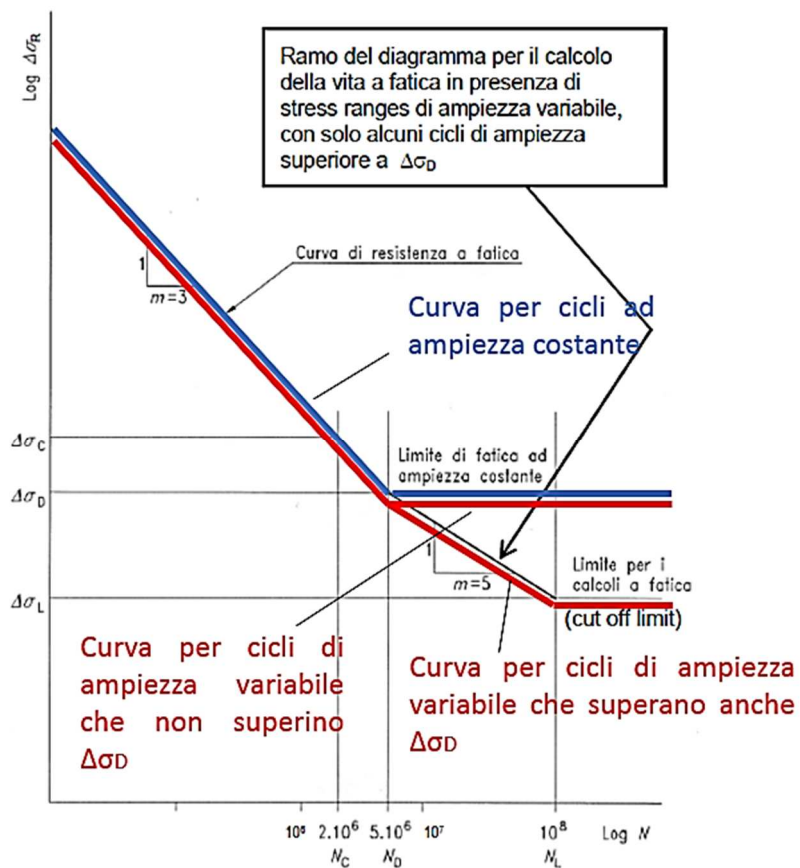


Figura 2-11 - Tipica curva di resistenza a fatica per tensioni normali

Sulla retta delle ascisse si hanno tre valori notevoli:

- $N_C = 2 \cdot 10^6$
- $N_D = 5 \cdot 10^6$
- $N_L = 10^8$

che corrispondono alla vita a fatica rispettivamente per:

- $\Delta\sigma_C$  (classe di resistenza del dettaglio)
- $\Delta\sigma_D$  (limite di resistenza al di sotto del quale non si ha fatica per cicli di ampiezza costante)
- $\Delta\sigma_L$  (stress range al di sotto del quale il fenomeno della fatica non viene considerato)

Le curve sono suddivise in un ramo più lungo ( $m = 3$ ), che è la retta relativa a cicli di ampiezza costante e in un ramo più corto ( $m = 5$ ) relativo a cicli di ampiezza variabile con alcuni di ampiezza maggiore di  $\Delta\sigma_D$ .

In sintesi, si può dire che:

- Se tutte le  $\Delta\sigma$  sono inferiori al limite per i calcoli di fatica  $\Delta\sigma_L$ , non si verificano fenomeni di fatica.
- Se i cicli hanno tutti ampiezza costante, il problema della fatica non si presenta nel caso in cui tutti i  $\Delta\sigma$  siano inferiori a  $\Delta\sigma_D$ . Al contrario, il problema sussiste (ramo con  $m = 3$ ).
- Per cicli ad ampiezza variabile, se tutti i  $\Delta\sigma$  sono inferiori a  $\Delta\sigma_D$ , allora la vita a fatica è illimitata (la verifica a vita illimitata è soddisfatta); se, invece, uno o più cicli superano il valore  $\Delta\sigma_D$ , allora si ha una resistenza minore dovuta al fatto che la presenza di cicli di maggiore ampiezza peggiorano l'effetto della fatica aumentando le lesioni (ramo con  $m = 5$ ).

Tornando alla relazione fra la resistenza e il numero di cicli  $N$ , si può determinare la costante  $a$  sapendo che la classe di resistenza del dettaglio  $\Delta\sigma_C$  è relativa ad un numero di cicli pari a  $2 \cdot 10^6$ :

$$a = N_C \cdot \Delta\sigma_C^m$$

e poiché la resistenza del dettaglio si trova sul ramo di pendenza pari a 3, si ha:

$$a = 2 \cdot 10^6 \cdot \Delta\sigma_C^3$$

Dunque, uguagliando le espressioni di  $a$ :

$$N\Delta\sigma_R^3 = 2 \cdot 10^6 \Delta\sigma_C^3$$

$$\Delta\sigma_R = \Delta\sigma_C \left( \frac{2 \cdot 10^6}{N} \right)^{\frac{1}{3}}$$

L'espressione appena trovata lega la resistenza a fatica con il numero di cicli  $N$ , per il ramo con  $m=3$ .

Generalizzando, per i vari tratti si può scrivere:

- $N \leq 5 \cdot 10^6 \rightarrow \Delta\sigma_R = \Delta\sigma_C \left( \frac{2 \cdot 10^6}{N} \right)^{\frac{1}{m}}$

- $5 \cdot 10^6 < N \leq 10^8 \rightarrow \Delta\sigma_R = \Delta\sigma_D \left( \frac{5 \cdot 10^6}{N} \right)^{\frac{1}{m+2}}$
- $N > 10^8 \rightarrow \Delta\sigma_R = \Delta\sigma_L$

Da queste equazioni è possibile ricavare le espressioni di  $\Delta\sigma_D$  e  $\Delta\sigma_L$  in funzione della classe di resistenza del dettaglio:

$$\Delta\sigma_D = \Delta\sigma_R(N = 5 \cdot 10^6) = \Delta\sigma_C \left( \frac{2 \cdot 10^6}{5 \cdot 10^6} \right)^{\frac{1}{3}} = 0,737 \Delta\sigma_C$$

$$\Delta\sigma_L = \Delta\sigma_R(N = 10^8) = \Delta\sigma_D \left( \frac{5 \cdot 10^6}{10^8} \right)^{\frac{1}{5}} = 0,549 \Delta\sigma_D = 0,549 \cdot 0,737 \Delta\sigma_C =$$

$$\mathbf{0,405 \Delta\sigma_C}$$

Per quanto riguarda le tensioni tangenziali, le curve di resistenza fornite dalla normativa sono le seguenti:

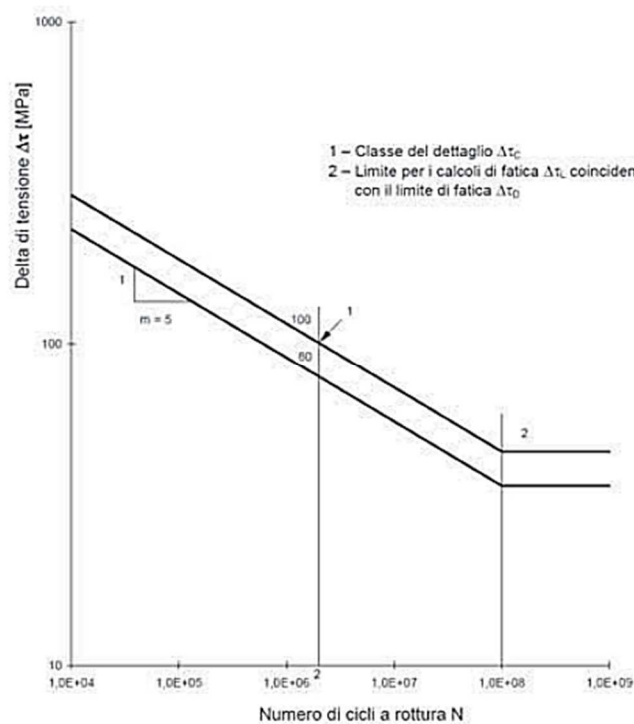


Figura 2-12 - Curve di resistenza a fatica per cicli ad ampiezza costante, tensioni tangenziali

Si nota che in questo caso si ha un'unica pendenza con  $m = 5$ .

L'equazione della retta è analoga a quella scritta per le tensioni normali:

$$a = N\Delta\tau_R^m$$

- $\Delta\tau_R = \Delta\tau_C \left(\frac{2 \cdot 10^6}{N}\right)^{\frac{1}{m}}$  per  $N \leq 10^8$
- $\Delta\tau_R = \Delta\tau_L$  per  $N > 10^8$

$\Delta\tau_C$  è la classe del dettaglio in termini di tensioni tangenziali e  $\Delta\tau_L$  il limite per i calcoli di fatica (sotto al quale non si verificano fenomeni di fatica).

Per  $m = 5$  si può esprimere il limite per i calcoli di fatica in funzione della classe di resistenza del dettaglio:

$$\Delta\tau_L = \Delta\tau(N = 10^8) = \Delta\tau_C \left(\frac{2 \cdot 10^6}{10^8}\right)^{\frac{1}{5}} = 0,457\Delta\tau_C$$

Infine, per i connettori a piolo la curva di resistenza non presenta limite di fatica e si ha un'unica pendenza di  $m = 8$ :

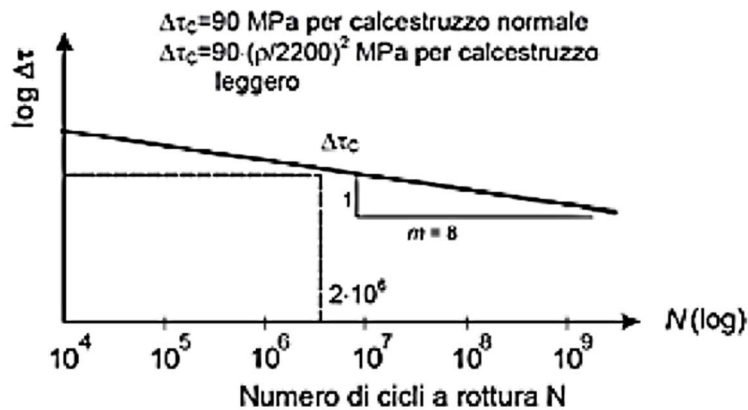


Figura 2-13 - Curva di resistenza a fatica per connettori a piolo

La classe di resistenza per calcestruzzo normale è  $\Delta\tau_C = 90$  MPa mentre per i calcestruzzi leggeri si ha una classe di resistenza inferiore in funzione della densità  $\rho$ :

$$\Delta\tau_C = 90 \left(\frac{\rho}{2200}\right)^2 \text{ MPa}$$

Di solito, tutte le curve S-N (curve di Wöhler) si riferiscono alle tensioni nominali, per cui ci si serve generalmente delle seguenti espressioni:



$$\sigma_N = \frac{N}{A}; \sigma_{M+N} = \frac{N}{A} + \frac{M}{W}$$

Gli effetti di concentrazioni locali di tensione, di tensioni residue e di condizioni metallurgiche sono già state messe in conto nella costruzione delle curve di resistenza a fatica per cui non è necessario considerarli nel calcolo delle tensioni nominali.

Nel caso in cui si abbia a che fare con profili particolari o innovativi è possibile dover calcolare le tensioni di picco misurate tramite indagini numeriche (elementi finiti) e/o sperimentali.

Inoltre, se opportuno, è possibile tenere in conto i benefici eventuali forniti all'elemento grazie a trattamenti termici o meccanici; per dettagli costruttivi di cui non è nota la curva di resistenza a fatica, ci si riferisce a tensioni geometriche o di picco.

In presenza di fori o tagli, spigoli rientranti, le verifiche si effettuano sulla base di tensioni nominali modificate con opportuni fattori di concentrazione ricavati da manuali.

Per quanto riguarda la classe del dettaglio, essa dev'essere ridotta di un certo fattore  $k_s$  nel caso in cui l'influenza dello spessore dell'elemento metallico non sia trascurabile:

$$\Delta\sigma_{C,red} = k_s \Delta\sigma_C$$

Maggiore è lo spessore, minore è il coefficiente riduttivo; i valori dei coefficienti si possono ricavare nell'EC3 (EN1993-1-9) o nel D.M. 2008 nelle tabelle di classificazione dei dettagli.

Infine, per i dettagli costruttivi non saldati e nei dettagli costruttivi saldati sottoposti a trattamento termico di distensione, l'EC3 (EN1993-1-9) consente l'utilizzo di uno stress range efficace (minore rispetto a quello effettivo) ottenuto sommando alla componente di trazione il 60% della componente di compressione:

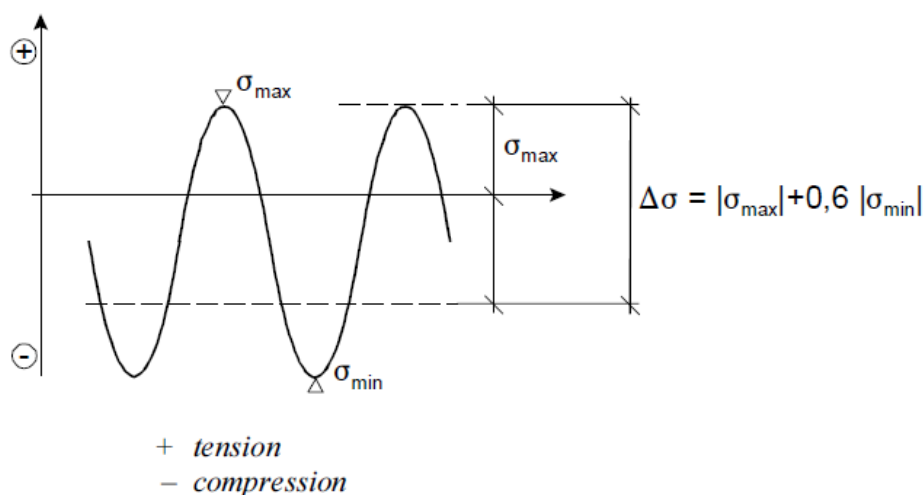


Figura 2-14 - Stress range modificato per dettagli non saldati o sottoposti a trattamenti di distensione

### 2.2.3.2. Calcestruzzo armato

Per quanto riguarda i ponti in cemento armato, le resistenze delle barre di armatura e del calcestruzzo sono definite in modo diverso rispetto all'acciaio da carpenteria; per le barre di armatura ordinarie o da precompressione, l'EC2 (UNIV1992-2) fornisce la curva S-N avente due diverse pendenze ricavabili dalle tabelle relative:

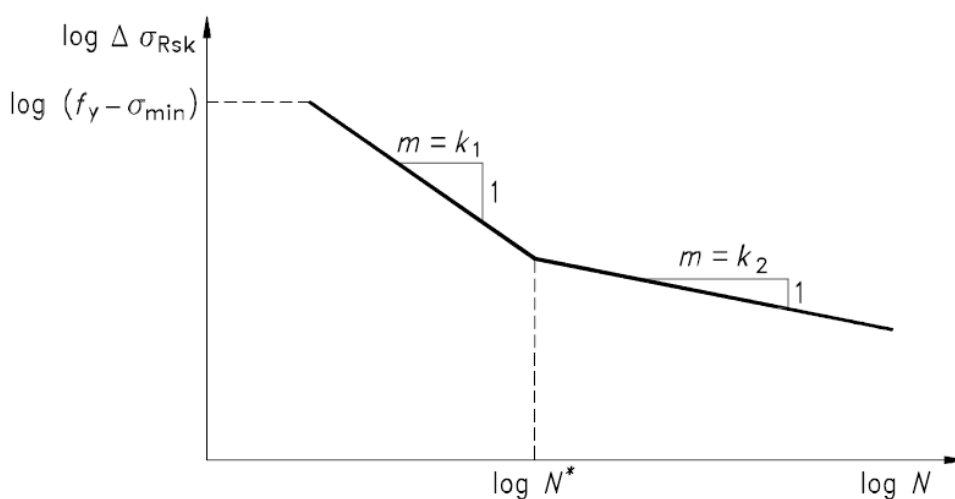
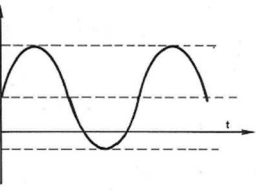
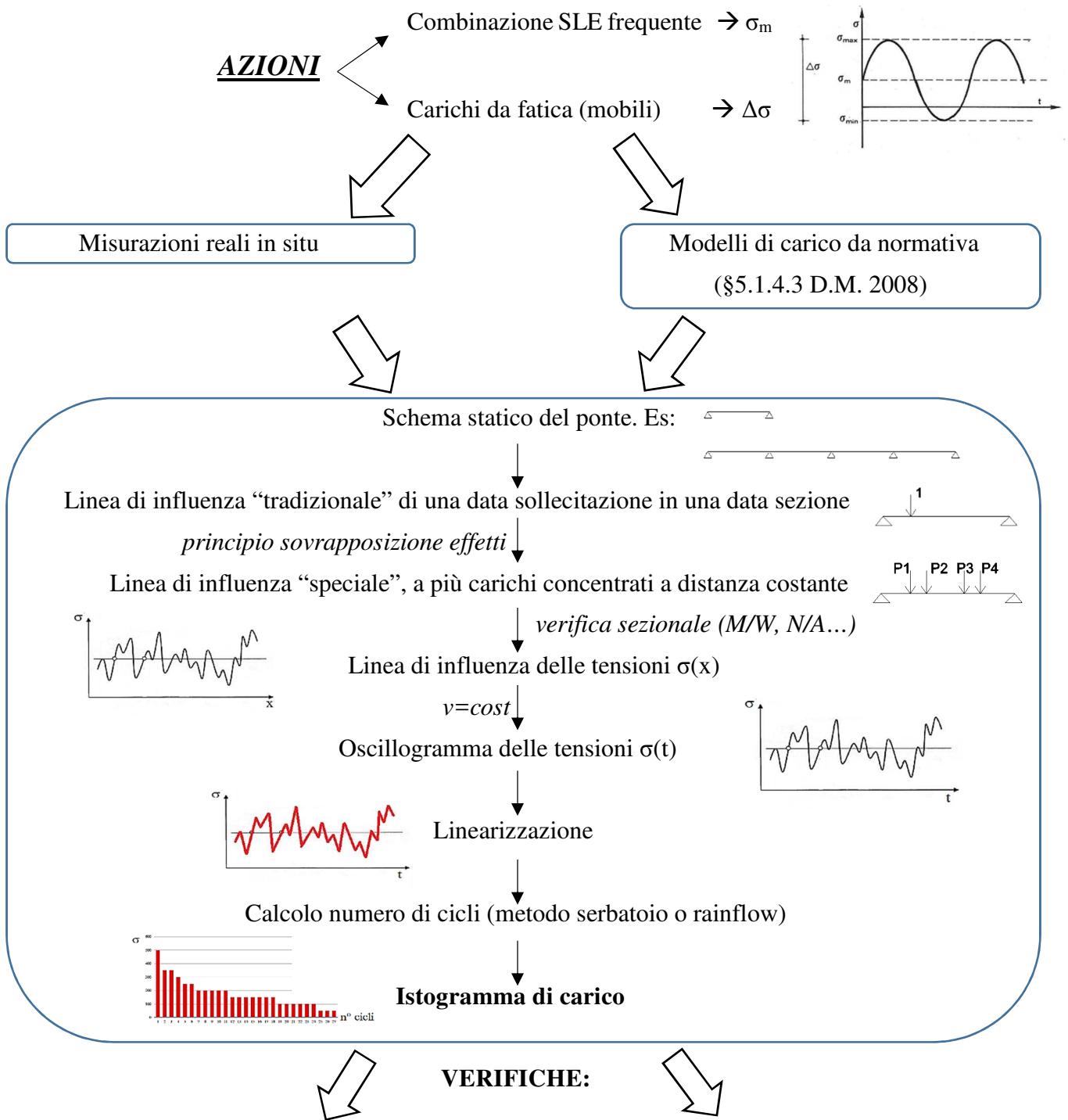


Figura 2-15 - Curva di resistenza a fatica per acciaio ordinario e da precompressione

Nel caso in cui siano presenti sia barre di armatura ordinaria che barre da precompressione, è necessario tenere in conto il diverso comportamento di aderenza aumentando lo sforzo nell'armatura lenta di un certo fattore.

Per quanto riguarda il calcestruzzo, la normativa non fornisce le curve S-N ma l'adeguata resistenza a fatica viene verificata controllando che le tensioni normali e tangenziali massime e minime rientrino all'interno di certi domini di resistenza.

### 3. PROCEDURA INDIVIDUATA PER LE VERIFICHE DI FATICA SUL PONTE



- ACCIAIO:**
1. Individuazione dettaglio da normativa
  - 2.1. Verifica a vita illimitata
  - 2.2. Verifica a danneggiamento cumulativo
  - 2.3. Verifica a danneggiamento semplificata

- CEMENTO ARMATO:**
- Verifica barre di armatura
  - Verifica per cls compresso
  - Verifica per puntoni compressi
  - Verifica c.a. senza armatura a taglio

### 3.1. Individuazione dei carichi da fatica

Le azioni caratterizzanti il fenomeno della fatica sono i carichi distribuiti (permanenti e variabili) e i carichi variabili da traffico; i primi provocano uno stato tensionale medio ( $\sigma_m$ ) e i secondi uno stato di sollecitazione ciclico con ampiezza totale (costante o variabile)  $\Delta\sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}$ .

Secondo studi sperimentali, si ha una netta prevalenza dell'influenza dei carichi da traffico sulla vita a fatica rispetto ai carichi distribuiti; dunque, al fine delle verifiche per elementi in acciaio, ci si concentra sui primi. Per quanto riguarda il calcestruzzo, è importante anche la  $\sigma_m$ .

#### 3.1.1. Influenza della tensione media sulla vita a fatica

Per capire meglio quale ruolo giocano i carichi distribuiti (permanenti o variabili) sulla vita a fatica degli elementi strutturali e se è importante considerarli nei calcoli, si consideri innanzitutto l'azione ciclica rappresentata in Figura 3-1:

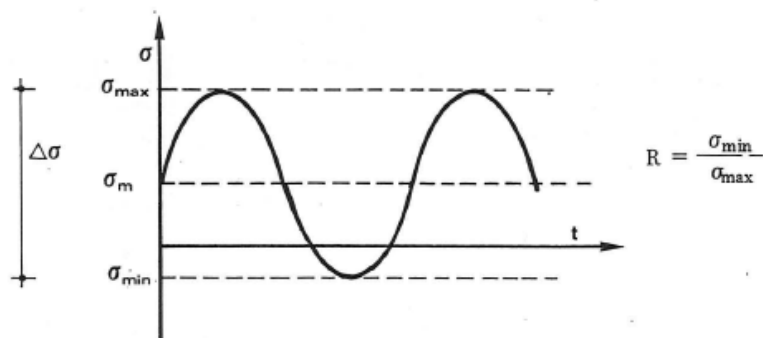


Figura 3-1- Oscillogramma delle tensioni, livelli di tensione caratteristici

Come già detto in precedenza, la tensione media  $\sigma_m$  corrisponde all'effetto dei carichi distribuiti mentre le tensioni massima e minima ( $\sigma_{\max}$  e  $\sigma_{\min}$ ) sono l'effetto dei carichi da traffico.

Sempre con riferimento alla Figura 3-1, si considerino ora i seguenti esempi:

- In base al livello di sollecitazione media  $\sigma_m$  cambia il valore massimo di tensione raggiunto ( $\sigma_{max}$ ): maggiore è la prima, maggiore sarà quest'ultimo, a parità di ampiezza del ciclo. Ciò può essere importante dal punto di vista delle verifiche statiche condotte in campo elastico, dovendo controllare che il valore di tensione massima sia inferiore a quella ultima.
- Se  $\sigma_m$  è pari a zero, allora il materiale va in crisi quando l'ampiezza  $\sigma_A$  raggiunge il valore  $\sigma_u$  (tensione ultima di trazione) e si ha che  $\sigma_{max} = \sigma_A$ . Se invece  $\sigma_m$  è diversa da zero e positiva,  $\sigma_u = \sigma_A + \sigma_m$ . Ma dato che  $\sigma_u$  è fisso, se aumenta  $\sigma_m$  allora vorrà dire che servirà un'ampiezza di ciclo minore per arrivare alla crisi.
- Infine, se  $\sigma_m$  aumenta e  $\sigma_A$  rimane la stessa, allora diminuisce la vita a fatica ( $N$ ) e anche il limite di fatica.

Quanto esposto si può rappresentare nei diagrammi di Goodman:

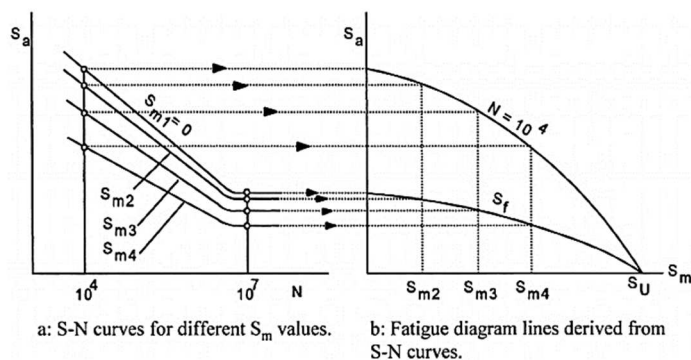


Figura 3-2- Curve di Wöhler per diversi valori di tensione media ( $s_x$ ) e diagramma di Goodman ( $dx$ )

e si traduce in un abbassamento della curva di Wöhler (e quindi della resistenza a fatica) per un aumento della tensione media.

Il diagramma di Goodman mostra l'andamento dell'ampiezza in funzione della tensione media, con vita a fatica ( $N$ ) costante; l'ampiezza man mano diminuisce fino ad arrivare a zero in corrispondenza del valore  $\sigma_m = \sigma_u$ . Quindi, in quest'ultima situazione, non sono permessi altri cicli di carico per portare a rottura il materiale.

Le precedenti considerazioni suggeriscono un'influenza significativa di  $\sigma_m$  sul fenomeno della fatica, ma in realtà, osservando i valori e le curve di fatica di varie prove sperimentali, si nota che  $\sigma_A$  non varia di molto all'aumentare di  $\sigma_m$ , in particolare per un numero alto di cicli a fatica (di vita a fatica). Ciò significa che l'ampiezza del ciclo ha un effetto molto maggiore sulla fatica rispetto al valore di tensione medio. Questo trend suggerisce dunque che la fatica è, innanzitutto, una conseguenza dei carichi ciclici (*Schijve, 2001*).

### **3.2. Determinazione dell'oscillogramma e dell'istogramma delle tensioni**

Se si dispone di una storia di carico (andamento delle sollecitazioni nel tempo) reale ricavata da misurazioni sperimentali in situ, si utilizza questa; altrimenti, l'oscillogramma dev'essere ricavato utilizzando i modelli di carico di fatica definiti dalla normativa italiana (D.M. 2008). Si individua lo schema statico del ponte relativo alla sezione di interesse e, per esso, si costruisce la linea di influenza "tradizionale" (riferita a un singolo carico unitario) di una data sollecitazione in una data fibra di una data sezione di un dato elemento strutturale della struttura (cioè quella definita dalla scienza delle costruzioni).

Si costruisce poi la linea di influenza "speciale" della data sollecitazione nella data fibra della data sezione, cioè relativa a tutti gli assi del veicolo, applicando il principio di sovrapposizione degli effetti; da questa, poi, si passa alla linea di influenza delle tensioni (dividendo la data sollecitazione per la grandezza adeguata) per poter effettuare le verifiche sezionali. Quest'ultima costituisce già l'oscillogramma in quanto il veicolo si può considerare viaggiante a velocità costante; nasce quindi una corrispondenza fra dominio dello spazio e quello del tempo. Si procede con la linearizzazione della linea di influenza per condurre il calcolo del numero di cicli tramite il metodo del serbatoio o il metodo del flusso di pioggia. Una volta finito il conteggio, si ottengono stress ranges ( $\Delta\sigma$ ) di diversa ampiezza, ciascuno corrispondente a un definito numero di cicli. Si è costruito così l'istogramma delle tensioni. Esso va moltiplicato per il numero totale di cicli provocati dal passaggio del veicolo durante tutta la vita del ponte.

### 3.3. Verifiche

La normativa (Circ. n° 617, 2009) fornisce, per l'acciaio, una serie di dettagli tipici differenziati in base alla geometria ed eventuale tipo di saldatura; si riconosce il dettaglio corrispondente a quello reale e la corrispondente classe di resistenza. Si procede con tre possibili tipologie di verifica:

- a vita illimitata (modello 1 o 2)
- a danneggiamento cumulativo (modello 4)
- verifica a danneggiamento semplificata (modello 3).

Tali verifiche sono basate sulle curve S-N di Wöhler. Per il calcestruzzo, invece, la procedura è diversa e prevede l'utilizzo delle stesse curve solo per barre di armatura; per calcestruzzo vengono indicate le seguenti verifiche:

- per calcestruzzo compresso
- per puntoni compressi in elementi soggetti a taglio
- per elementi privi di armatura a taglio

esse consistono nel controllare che i valori minimi/massimi delle tensioni ricadano entro certi domini di resistenza. In questo caso è quindi necessario calcolare la tensione media in quanto la tensione massima dipende da essa.

Nei precedenti paragrafi e nel diagramma di flusso sono stati sintetizzati in maniera più generica possibile i passaggi da effettuare per condurre le verifiche. Nei seguenti paragrafi verranno spiegati più nel dettaglio con l'ausilio di un esempio.



## 4. INDIVIDUAZIONE DEI CARICHI DA FATICA

Essendo il fenomeno definito come il meccanismo per cui si ha un aumento di lesioni in un materiale a causa della presenza di tensioni variabili, i carichi da considerare per valutare gli effetti della fatica e condurre le verifiche a riguardo sono quelli che provocano sollecitazioni cicliche sugli elementi strutturali e, cioè, i carichi da traffico. Ciò è confermato dalla normativa italiana (D.M. 14/01 2008), la quale, al §5.1.4.3, indica i diversi modelli di carico (costituiti da vari tipi di veicoli) da utilizzare per ottenere le sollecitazioni necessarie per le verifiche.

I carichi da traffico, però, non sono gli unici agenti sui ponti; si hanno infatti anche i carichi distribuiti (permanenti o variabili) che non provocano effetti ciclici ma un effetto medio, detto livello tensionale medio ( $\sigma_m$ ). Si è già discussa l'importanza del livello tensionale medio (3.1.1) ed esso risulta in generale molto meno influente sulla vita a fatica degli elementi strutturali rispetto alle variazioni di tensione provocate dai carichi da traffico, ma si può comunque differenziare il discorso a seconda che si parli di acciaio o calcestruzzo.

Per quanto riguarda il calcestruzzo, la tensione  $\sigma_m$  assume maggiore importanza in quanto le verifiche riguardano le tensioni massime e minime, che dipendono dal livello tensionale medio. Per l'acciaio, invece, le normative (a cui si fa riferimento nel seguito) indicano l'utilizzo di modelli di carico di fatica rappresentati da veicoli di diverse caratteristiche per il calcolo degli stress ranges  $\Delta\sigma$ .

### 4.1. Calcestruzzo

L'EC2 (UNI EN 1992-1-1:2005 al § 6.8.3) relativo alle strutture in calcestruzzo suggerisce di calcolare le escursioni di tensione  $\Delta\sigma$  rispetto al livello tensionale medio  $\sigma_m$  (indotto dalla combinazione delle azioni che non inducono cicli di fatica, cioè pesi propri, permanenti, variabili uniformi) tramite l'utilizzo dei modelli di carico di fatica (carichi da traffico). L'azione, quindi, viene divisa in due parti: una che provoca cicli di fatica e una che non li provoca.

La combinazione di azioni relativa ai carichi che non inducono cicli di fatica è quella frequente allo stato limite di esercizio, chiamata combinazione di base:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + \Psi_{11} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \Psi_{2,i} Q_{k,i}$$

Le azioni cicliche devono essere combinate con la più sfavorevole delle combinazioni di base:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + \Psi_{11} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \Psi_{2,i} Q_{k,i} + Q_{fat}$$

dove  $Q_{fat}$  è il carico che produce cicli di fatica (carichi da traffico o di altro tipo).

Il fatto di considerare la combinazione frequente SLE viene confermata (nel D.M. 2008 al §5.1.4.3) dai valori dei carichi asse del modello di carico 1 (Figura 4-1):

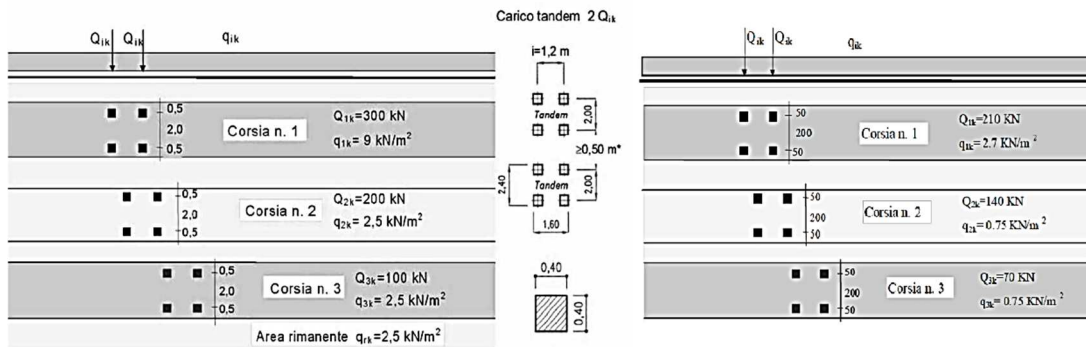


Figura 4-1 - Schema di carico 1 (sx) e modello di carico di fatica n.1 (dx)

Osservando lo schema di carico 1 (Figura 4-1 a sinistra) utilizzato per le verifiche statiche e il modello di fatica, si nota infatti che, passando dal primo al secondo, i carichi concentrati vengono ridotti del 30%, cioè sono il 70% di quelli dello schema 1; i carichi distribuiti invece sono ridotti del 70%. Questo perché i valori dei carichi per le verifiche statiche vengono raggiunti poche volte e quindi non sono significativi per la stima della resistenza a fatica.

L'EC2 parte 2 sui ponti in calcestruzzo (UNI ENV 1992-2) al §4.3.7.2 specifica che le verifiche per acciaio da c.a. e calcestruzzo devono essere effettuate tenendo in conto:

- le azioni permanenti
- la precompressione (valore caratteristico)

- cedimenti vincolari
- valore frequente più sfavorevole della temperatura
- modello di carico da traffico per fatica più opportuno secondo l'EC1 (ENV 1991-3)
- il vento (quando pertinente)

## 4.2. Acciaio

L'EC3 parte 2 sui ponti in acciaio (UNI ENV 1993-2:2002) al §9.2 definisce i carichi da fatica come quelli descritti nell'EC1 (ENV 1991-3) che non sono altro che quelli definiti nel D.M. 2008.

Non si fa riferimento ai carichi distribuiti permanenti o variabili. Anche l'EC3 1-9 (prEN 1993-1-9) al §6.2 indica di calcolare gli stress ranges tramite i modelli di carico di fatica specificati nell'EC1. Dunque, secondo quanto detto dalle normative, i carichi distribuiti non risultano rilevanti per le verifiche.

Ciò è confermato da una serie di prove sperimentali che dimostrano come l'ampiezza dei cicli abbia un effetto molto maggiore sulla fatica rispetto al valore tensionale medio  $\sigma_m$  provocato dai carichi distribuiti. Questo trend suggerisce dunque che la fatica è, innanzitutto, una conseguenza dei carichi ciclici (*Schijve, 2001*)

Altre fonti sono di parere concorde con quello detto fin'ora, per l'acciaio; per esempio il Petrangeli afferma che il valore medio di sforzo non influisce minimamente sulla fatica e conta solo il  $\Delta\sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}$ ; per quanto riguarda invece il calcestruzzo non si è in possesso di così tante prove come per l'acciaio e la questione è leggermente diversa (si veda quanto detto al 4.1). L'autore non fa riferimenti in ogni caso alla tensione media.

Per l'acciaio, quindi, dal momento che le verifiche statiche in campo elastico sono già state effettuate e risultano soddisfatte (e quindi non è necessario valutare la tensione ultima dell'acciaio, dipendente dalla tensione media) e date le fonti bibliografiche

sopra esposte, si decide di valutare gli effetti della fatica concentrandosi sulla componente di azione ciclica, cioè ai carichi da traffico concentrati.

Per quanto riguarda il calcestruzzo, si dovrà calcolare anche la tensione media indotta dai carichi distribuiti e, sommando/sottraendo ad essa l'ampiezza massima dei cicli di fatica, si otterranno rispettivamente il valore massimo e minimo della tensione in una data fibra di una data sezione di un elemento strutturale della struttura.

## **5. DETERMINAZIONE DELL' OSCILLOGRAMMA E DELL' ISTOGRAMMA DELLE TENSIONI**

Prima di spiegare i passaggi da effettuare per ricavare l'oscillogramma delle tensioni, si vuole precisare che tale metodo di procedere è strettamente necessario se si vogliono effettuare verifiche a danneggiamento cumulativo sull'acciaio col metodo di Palmgren – Miner. Infatti, per portare a termine la verifica con tale metodo, bisogna calcolare il numero di cicli totale a cui è soggetto il ponte durante la sua vita per effetto del passaggio di un certo tipo di veicolo; con tale risultato si valuta il danno provocato dagli stress ranges i-esimi e si porta a termine la verifica. E' possibile effettuare questo conto solo se si possiede un andamento delle tensioni nel tempo, cioè l'oscillogramma.

Per la conduzione degli altri tipi di verifiche, cioè a vita illimitata e a danneggiamento con stress range equivalente, l'oscillogramma non è più strettamente necessario in quanto nelle formule di verifica non compare alcun riferimento al numero di cicli, bensì ad uno stress range massimo, che si può valutare o come corrispondente stress range di un fissato numero di cicli (verifica a vita illimitata) o tramite una valutazione delle massime e delle minime sollecitazioni tramite software, disponendo i modelli di carico della normativa nella posizione più o meno gravosa.

Nel lavoro di Tesi si è deciso di effettuare, per l'acciaio, verifiche sia a vita illimitata che a danneggiamento cumulativo per capire come condurre entrambi i tipi di verifica e per poter controllare effettivamente che la seconda fosse meno gravosa della prima, e che quindi, fosse soddisfatta con un maggior coefficiente di sicurezza. Alla luce di questa decisione, è stato utilizzato il metodo dell'oscillogramma delle tensioni per condurre tutte le tipologie di verifica anche relativamente alla soletta in c.a.

Si procede quindi descrivendo i passaggi dettagliati per ottenere l'oscillogramma.

Una volta individuati quali carichi considerare, si ricava il cosiddetto oscillogramma delle tensioni, cioè l'andamento delle tensioni nel tempo per una data fibra di una data

sezione di un dato elemento strutturale della struttura provocato dal passaggio di un veicolo.

Si può procedere in due modi: o si ricava sperimentalmente la storia di carico esatta facendo misure sperimentali in situ o si simula il passaggio reale dei veicoli con i modelli di carico di fatica forniti dalla normativa.

In quest'ultimo caso, in base al tipo di verifica si adatterà un modello di carico di fatica diverso; in particolare, per verifiche a vita illimitata, si usano o il modello di carico 1 o il modello 2 a seconda della precisione che si vuole ottenere. Per verifiche a danneggiamento invece si utilizzano i modelli di carico 3 o 4.

L'utilità dell'oscillogramma sta nell'individuazione di ciascun stress range  $\Delta\sigma$  e del corrispondente numero di cicli  $n_{\Delta\sigma}$  per cui  $\Delta\sigma$  si manifesta al passaggio di un solo veicolo sul ponte; andrà quindi moltiplicato per il numero di volte che il veicolo attraversa la struttura nel corso della sua vita, utilizzando espressioni fornite dalla normativa.

Di seguito si espone la sequenza concettuale della procedura per ricavare l'oscillogramma; a tal fine, si prevede l'utilizzo di un programma di calcolo numerico.

### **5.1. Individuazione dello schema statico**

Si individua lo schema statico della parte di struttura a cui appartiene la sezione/elemento strutturale che si vuole verificare. Per esempio: trave continua su più appoggi.

### **5.2. Linea di influenza tradizionale**

Si ricava la linea di influenza della sollecitazione voluta con riferimento alla sezione d'interesse. Per farlo, è possibile applicare il teorema di Land secondo cui la linea di influenza di un certo effetto (sollecitazione o spostamento) in una certa sezione corrisponde alla deformata verticale che si ottiene imponendo una distorsione unitaria

nella data sezione e corrispondente alla sollecitazione cercata. Per il momento flettente si impone una distorsione angolare unitaria, per lo sforzo normale si impone una differenza di spostamenti assiali unitaria e per il taglio si impone una differenza di spostamento verticale unitaria.

Si applicano dunque i carichi concentrati dei modelli di carico definiti dalla normativa, uno alla volta; per ogni posizione (dalla sezione di inizio a quella di fine del ponte) che assume il veicolo, il momento flettente sarà dato da  $M = P\eta$ .  $P$  è il carico asse concentrato in kN e  $\eta$  è l'ordinata della linea di influenza sotto al carico, in m. Per lo sforzo normale e il taglio, invece, l'ordinata della linea di influenza sarà adimensionale in modo che quando si moltiplica il carico per l'ordinata, si ottiene una grandezza in kN.

I modelli di carico previsti dalla normativa possiedono tutti più di un asse; quindi, essendo  $P_i$  i carichi concentrati e  $\eta_i$  le ordinate della linea sotto a ciascun carico, riferendosi al momento flettente, si ha:

$$M = \sum_i P_i \eta_i$$

### 5.3. Linea di influenza “speciale”

Una volta rappresentata la linea di influenza “tradizionale” (definita dalla scienza delle costruzioni) per il singolo veicolo, si applica il seguente concetto: l'effetto del singolo passaggio del veicolo sulla struttura può essere visto sia come detto al 5.2, sia come la somma degli effetti che si hanno sotto al primo asse del veicolo traslando ogni volta la linea di influenza della distanza che c'è fra il primo asse e quello preso in considerazione. Il numero di traslazioni è  $n-1$  (con  $n$  numero di assi). Per maggior chiarezza si riporta l'esempio della linea di influenza del momento in mezzeria di una trave appoggiata:

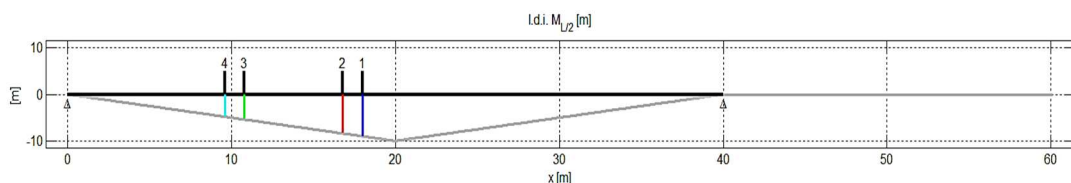


Figura 5-1- Linea di influenza tradizionale

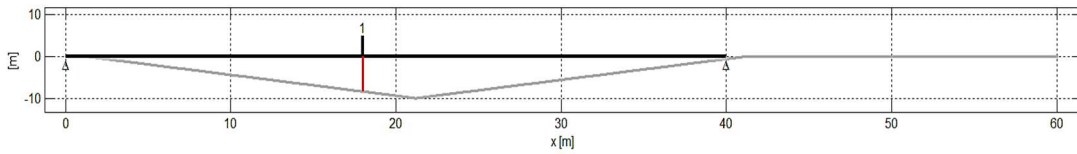


Figura 5-2- Linea di influenza traslata della distanza fra asse 1 e asse 2

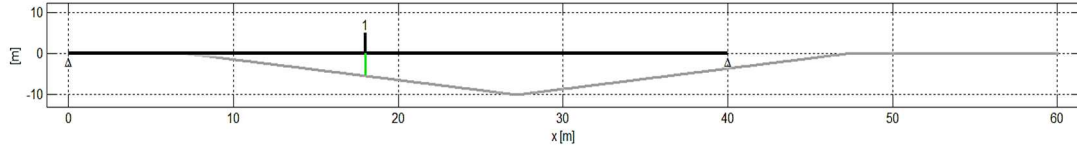


Figura 5-3- Linea di influenza traslata della distanza fra asse 1 e asse 3

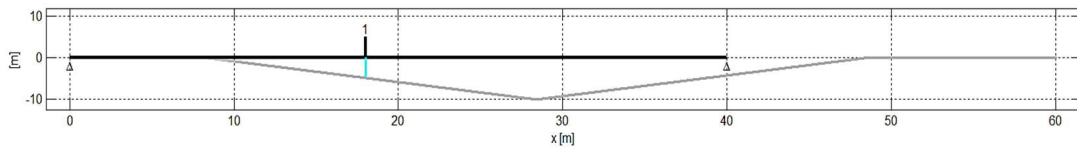


Figura 5-4- Linea di influenza traslata della distanza fra asse 1 e asse 4

Dalle immagini si capisce bene che la somma delle ordinate (rossa, blu, verde e azzurra) della linea di influenza “tradizionale” è uguale alla somma di quelle valutate in corrispondenza della sezione del primo asse sulle linee traslate:

$$M_{\text{tot},L/2} = M_{\text{blu}} + M_{\text{rossa}} + M_{\text{verde}} + M_{\text{azzurra}} = P_1 \eta_{\text{blu}} + P_2 \eta_{\text{rossa}} + P_3 \eta_{\text{verde}} + P_4 \eta_{\text{azzurra}}$$

Tale operazione può essere pensata come il passaggio sequenziale dei quattro assi del veicolo sull’ascissa del primo. In Figura 5-1 (se si eliminano gli assi 2, 3 e 4) è rappresentato il passaggio del primo asse, in Figura 5-2 il passaggio del secondo asse, in Figura 5-3 il passaggio del terzo e in Figura 5-4 il passaggio del quarto. L’ordinata di ogni linea di influenza traslata in corrispondenza dell’ascissa del primo asse è proprio coincidente all’ordinata che assume la linea di influenza “tradizionale” in corrispondenza dell’asse i-esimo.

Si scala poi ciascuna linea di influenza moltiplicando le ordinate per il carico asse relativo, ottenendo così delle ordinate con dimensione di momento flettente (o sforzo normale o taglio). E’ necessario fare questa operazione nel caso in cui gli assi abbiano carichi diversi; nel caso in cui siano tutti uguali, si può applicare anche solo dopo aver



ricavato la linea di influenza “speciale”. Infatti, se ogni asse avesse carico diverso, la linea di influenza “speciale” dovrebbe essere scalata di diverse quantità, ma risulterebbe impossibile.

Infine, per ogni ascissa, si sommano le ordinate delle quattro linee di influenza ottenendo quella che si può definire *linea di influenza a più carichi concentrati a distanza costante* o *linea di influenza “speciale”*.

L’obiettivo della costruzione di quest’ultima è quello di poter intuire a colpo d’occhio la posizione peggiore del veicolo nel suo complesso (dei 4 assi contemporaneamente) in termini di effetti sulla struttura. Inoltre, corrisponde al passaggio simultaneo sul ponte dei quattro assi ad opportune distanze prefissate (mentre con le singole linee ci si riferiva al passaggio di un singolo asse).

Riferendosi sempre all’esempio precedente, la linea di influenza “speciale” ha questo aspetto:

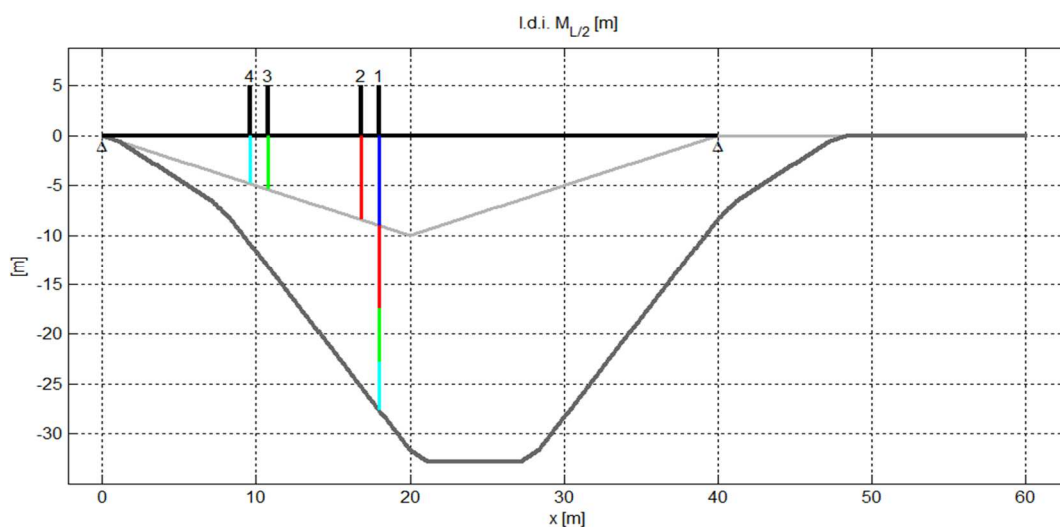


Figura 5-5 - Linea di influenza “speciale”

La linea blu, quindi, in ogni suo punto, rappresenta la somma delle ordinate delle quattro linee di influenza singole; in corrispondenza del primo asse si rappresenta la somma delle ordinate dei quattro assi.

Si immagini ora di far viaggiare il veicolo da sinistra a destra e si prenda sempre come riferimento l’ascissa del primo asse; si guardi, come riferimento, l’andamento della

linea “tradizionale”. Si commenta il significato della linea di influenza “speciale” con riferimento al caso di veicolo con  $n = 4$  assi.

In primis, viene l’asse 1 che è l’unico presente sul ponte finchè non subentra anche l’asse 2. Per questo primo tratto (lungo come la distanza fra gli assi 1 e 2), la linea di influenza “speciale” si sovrappone alla linea di influenza “tradizionale” poiché la prima è composta solo da quest’ultima. Dopodichè, per un tratto lungo  $\overline{23}$ , la pendenza della linea “speciale” cambia, ed è il risultato della somma della linea “tradizionale” e di quella traslata della distanza  $\overline{12}$ ; quando subentra anche l’asse 3, si avrà di nuovo un cambio di pendenza (per un tratto lungo  $\overline{34}$ ) dovuto all’aggiunta della linea traslata della distanza  $\overline{13}$ . Infine, all’entrata dell’asse 4, si ha l’ultimo cambio di pendenza dovuto all’aggiunta della linea traslata della distanza  $\overline{14}$ .

Dopodichè, la pendenza non cambia fino al valore massimo in quanto si ha la compresenza di tutti gli assi sul ponte e, quindi, il risultato è sempre la somma delle quattro linee.

Quando l’asse 1 oltrepassa la mezzeria del ponte, assume ordinate che diminuiscono andando verso destra (come poi di conseguenza tutti gli altri assi man mano che il veicolo procede); dunque, prima del tratto costante, si ha una diminuzione della pendenza della linea “speciale” fino a quando l’asse due non ricade sulla mezzeria e, quindi, per un tratto pari alla distanza  $\overline{12}$ .

Il tratto costante di ordinata massima si ottiene con la disposizione del veicolo a 4 assi a cavallo della mezzeria della campata (con i primi due assi a destra e gli altri due a sinistra); infatti, essendo la linea di influenza “tradizionale” simmetrica, la somma delle ordinate a destra e a sinistra è costante finchè due assi appartengono alla metà di sinistra e gli altri due a quella di destra.

La restante parte è simmetrica a quella descritta fin’ora; dopo il tratto costante si ha un cambio di pendenza (per un tratto lungo  $\overline{34}$ ) dovuto al passaggio anche del terzo asse oltre la mezzeria. Poi la pendenza diminuisce sempre di più ma resta costante in quanto le ordinate dei quattro assi, che appartengono tutti alla metà di destra, diminuiscono. A un certo punto l’asse 1 esce dal ponte e, quindi, l’ordinata della linea “speciale” sarà, per un tratto pari alla distanza  $\overline{12}$ , uguale alla somma delle ordinate delle linee traslate degli assi 2, 3 e 4. Il tratto successivo lungo  $\overline{23}$  è la somma delle

linee degli assi 3 e 4, essendo l'asse 2 anch'esso uscito dal ponte; quando anche l'asse 3 esce si ha un'ulteriore diminuzione della pendenza per un tratto pari a  $\overline{34}$ , fino all'azzeramento in corrispondenza dell'uscita dell'ultimo asse.

Questo funzionamento si può generalizzare per diversi schemi di carico e diverso numero di assi; i numeri e l'andamento della linea di influenza saranno diversi ma i concetti generali rimangono sempre validi.

#### **5.4. Dalla linea di influenza “speciale” all'oscillogramma delle tensioni**

Si passa dal dominio dello spazio a quello del tempo.

E' possibile effettuare tale operazione poiché si pensa che, durante l'attraversamento del ponte da parte dei veicoli, la loro velocità rimanga costante; essendo la velocità il rapporto fra lo spazio e il tempo, si ha che lo spazio e il tempo sono direttamente proporzionali e direttamente correlabili in quanto la velocità è costante.

Quindi parlare di spazio è come parlare di tempo; in questo modo il passaggio è molto semplice.

La linea di influenza “speciale”, dunque, rappresenta anche l'andamento di un certo effetto di sollecitazione indotto da un veicolo viaggiante a velocità costante in funzione del tempo, in corrispondenza di una data sezione. Le ordinate, se già scalate, sono dimensionalmente dei momenti (o sforzi normali o tagli); se non sono state scalate, sono ancora delle lunghezze o delle quantità adimensionali. In questo secondo caso, si moltiplicano le ordinate per il valore dei carichi asse.

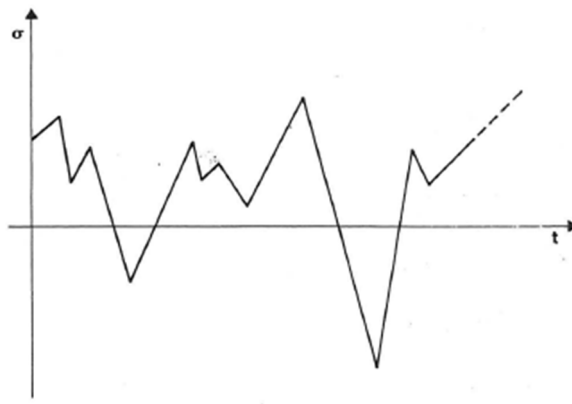
Si passa quindi dalla sollecitazione alla tensione, in quanto il futuro oscillogramma è l'andamento delle tensioni nel tempo.

E' sufficiente dividere la linea di influenza “speciale” della data sollecitazione per la grandezza opportuna in modo da ottenere dimensionalmente una tensione.

Si è ricavato così l'*oscillogramma delle tensioni* o *storia di carico*.

## 5.5. Conteggio dei cicli

L'oscillogramma viene linearizzato. In pratica, per ogni campata (nel caso generale di trave su più appoggi) si ricava il valore massimo/minimo dell'ordinata della linea di influenza e si collegano infine i punti, ottenendo una spezzata. Come esempio, si riporta la seguente immagine:



*Figura 5-6 - Oscillogramma delle tensioni*

Si applica uno dei metodi di conteggio dei cicli, per esempio il metodo rainflow o quello del serbatoio. Per semplicità è più conveniente usare il secondo, anche se il primo è più preciso; inoltre, il secondo è più adatto per conti manuali e storie di carico brevi. Il primo invece per storie di lunga durata e conteggio automatico.

Il metodo del serbatoio consiste nel vedere l'oscillogramma come un serbatoio pieno d'acqua e, mano a mano, nel svuotarlo a partire dal picco inferiore più basso procedendo secondo picchi crescenti; ad ogni svuotamento corrisponde un ciclo e si calcola lo stress range come differenza tra il livello massimo di riempimento del recipiente considerato e quello minimo che si raggiunge svuotandolo. Alla fine del procedimento (cioè quando tutti i picchi sono stati svuotati), si ricava il numero di cicli e i relativi stress ranges; ci possono essere più cicli a uguale differenza di tensione.

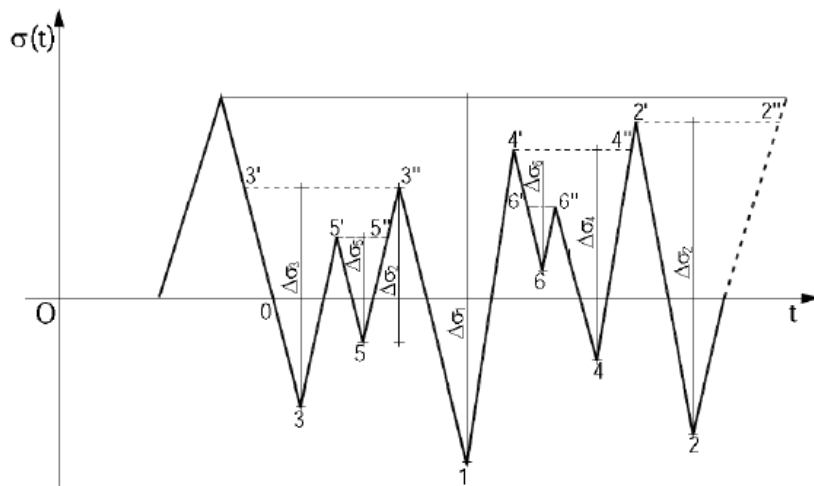


Figura 5-7 - Metodo del serbatoio

Il metodo rainflow è più complesso e prevede la rotazione dell'oscillogramma in verticale, in modo tale da vederlo come superficie su cui cade una goccia di pioggia per gravità. In funzione di com'è fatto l'oscillogramma, la goccia cadrà da un picco alla superficie inferiore seguendo vari percorsi; si procede alternativamente da un massimo locale a un minimo locale ordinando i massimi in ordine decrescente e i minimi in ordine crescente. Ogni volta che la goccia si stacca e cade o incontra un tratto già bagnato, inizia un nuovo semiciclo; i semicicli di uguale ampiezza vengono poi accoppiati per formare dei cicli.

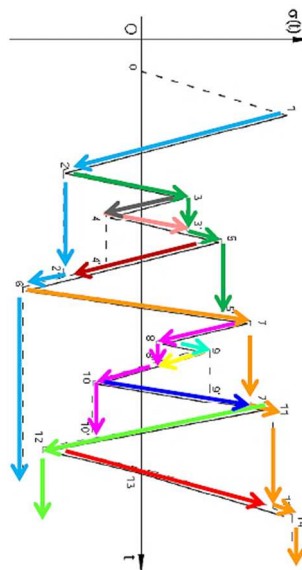
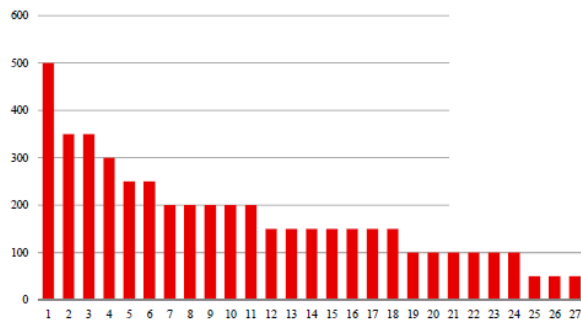


Figura 5-8 - Metodo rainflow

## 5.6. Costruzione dell'istogramma delle tensioni

Si ordinano in un istogramma in ordine decrescente i vari livelli di ampiezza di tensione ricavati al 5.5:



*Figura 5-9- Iistogramma delle tensioni*

L'istogramma ricavato è relativo però ad un singolo passaggio del veicolo; quindi, per ricavare il numero di cicli totale a cui è soggetto il ponte durante la sua vita, è necessario moltiplicare il numero di cicli relativo ad ogni  $\Delta\sigma$  dell'istogramma per il numero di volte che il veicolo passa sul ponte durante la sua vita.

## 6. VERIFICHE DI FATICA

### 6.1. Acciaio

Per effettuare le verifiche è necessario conoscere la resistenza caratteristica della sezione d'interesse, cioè la classe di resistenza del dettaglio. Essa viene fornita, per elementi metallici, nella Circ. n. 617 del 02/02/2009 in base alla geometria dell'elemento e al tipo di saldatura.

Nota la geometria e le caratteristiche del dettaglio reale, si cerca di individuare quello corrispondente della normativa, a cui è assegnata una classe di resistenza  $\Delta\sigma_C$ . E' necessario prestare attenzione a fattori riduttivi della resistenza per esempio in caso di spessori elevati.

Una volta note le sollecitazioni e le resistenze, è possibile condurre le verifiche, che possono essere effettuate in tre modi:

- a vita illimitata
- a danneggiamento cumulativo (regola di Palmgren-Miner)
- verifica semplificata

In base alla precisione che si vuole ottenere e in base al particolare costruttivo da verificare, si sceglierà una verifica piuttosto che un'altra e, di conseguenza, un modello di carico piuttosto che un altro.

Si ricorda che, per verifiche a vita illimitata, si usano il modello di carico 1 o 2 a seconda della precisione che si vuole ottenere; per verifiche a danneggiamento invece si utilizzano i modelli 3 o 4. Nel lavoro di Tesi è stato utilizzato il modello di carico n.1 per verifiche a vita illimitata e il modello di carico n.3 per verifiche a danneggiamento cumulativo.

Di seguito verranno descritti comunque tutti i metodi di verifica per fornire un quadro generale del problema.

### 6.1.1. Verifica a vita illimitata

La verifica a vita illimitata considera stress ranges di ampiezza costante. Quindi, una volta determinato l'istogramma delle tensioni, si individua il  $\Delta\sigma_{\max}$  e si utilizza questo come sollecitazione; operando in questo modo, è come se si sovrastimasse il carico e si ipotizzasse ad ampiezza costante pari a  $\Delta\sigma_{\max}$  (mentre invece, nella realtà, si hanno anche ampiezze variabili e inferiori a quella massima). Dunque, tale metodo è a favore di sicurezza.

Secondo la Circ. n. 617 del 02/02/2009, la verifica è soddisfatta se vengono rispettate le seguenti disequazioni:

$$\Delta\sigma_{\max,D} = \gamma_{Mf}\Delta\sigma_{\max} \leq \Delta\sigma_D$$

$$\Delta\tau_{\max,D} = \gamma_{Mf}\Delta\tau_{\max} \leq \Delta\tau_D$$

dove  $\gamma_{Mf} = \gamma_f \gamma_m$ ;  $\gamma_f$  è il coefficiente parziale relativo alle azioni di fatica e  $\gamma_m$  quello relativo alle resistenze. In tabella C.4.2.XII (Figura 6-1) vengono forniti i valori del coefficiente  $\gamma_{Mf}$  in base alla sensibilità della struttura alla rottura per fatica e al tipo di conseguenze per la costruzione in caso di rottura per fatica:

Tabella C4.2.XII – Coefficienti parziali  $\gamma_{Mf}$  per verifiche a fatica

	Conseguenza della rottura per fatica	
	Moderate	Significative
Danneggiamento accettabile (strutture poco sensibili alla rottura per fatica)	$\gamma_{Mf}=1,00$	$\gamma_{Mf}=1,15$
Vita utile (strutture sensibili alla rottura per fatica)	$\gamma_{Mf}=1,15$	$\gamma_{Mf}=1,35$

Figura 6-1 - Coefficienti parziali per verifiche di fatica

Inoltre,  $\Delta\sigma_{\max,D}$  e  $\Delta\tau_{\max,D}$  sono i valori di progetto dei massimi intervalli delle tensioni normali e tangenziali sul dettaglio considerato;  $\Delta\sigma_D$  e  $\Delta\tau_D$  sono i limiti di fatica ad ampiezza costante (per  $N = 5 \cdot 10^6$ ), determinati tramite le curve di Wöhler, essendo nota la classe di resistenza del dettaglio  $\Delta\sigma_C$  o  $\Delta\tau_C$  (resistenza a fatica per  $N = 2 \cdot 10^6$ ), come già indicato nel 2.2.3.1.



Se non si è in possesso del numero di cicli, si utilizza il limite di fatica ad ampiezza costante come detto sopra; se invece viene effettuato il conteggio tramite lo spettro di carico, allora si entra nel diagramma di Wöhler e, in base al numero di cicli trovato, si ricava la resistenza  $\Delta\sigma_R$  o  $\Delta\tau_R$  tramite una delle seguenti:

- Per  $N \leq 5 \cdot 10^6$   $\Delta\sigma_R = \Delta\sigma_C \left(\frac{2 \cdot 10^6}{N}\right)^{1/3}$
- Per  $5 \cdot 10^6 < N \leq 10^8$   $\Delta\sigma_R = \Delta\sigma_D \left(\frac{5 \cdot 10^6}{N}\right)^{1/5}$
- Per  $N > 10^8$   $\Delta\sigma_R = \Delta\sigma_L$

o le seguenti, per quanto riguarda le tensioni tangenziali:

- Per  $N \leq 10^8$   $\Delta\tau_R = \Delta\tau_C \left(\frac{2 \cdot 10^6}{N}\right)^{\frac{1}{m}}$
- Per  $N > 10^8$   $\Delta\tau_R = \Delta\tau_L$

Si può dire che questo tipo di verifica assomiglia in tutto e per tutto a una verifica di resistenza e può essere svolta soltanto per dettagli le cui curve di resistenza presentino limite di fatica ad ampiezza costante (sono quindi escluse le barre di armatura e i connettori a piolo, per esempio).

### ***6.1.2. Verifiche a danneggiamento***

Le verifiche di danneggiamento sono relative a spettri di carico ad ampiezza variabile e si distinguono in:

- metodo di Palmgren-Miner per la verifica a danneggiamento cumulativo
- verifica semplificata con l'utilizzo di un intervallo di tensione equivalente

### 6.1.2.1. Verifica a danneggiamento cumulativo (regola di Palmgren-Miner)

Si tratta di determinare il danno D provocato dai carichi mobili viaggianti sul ponte; il danno totale è la somma dei danni provocati dai singoli stress ranges  $\Delta\sigma_i$  dell'istogramma delle tensioni agenti per un determinato numero di cicli  $n_i$ .

La somma dev'essere inferiore a 1:

$$D = \frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \dots + \frac{n_n}{N_n} = \sum_i \frac{n_i}{N_i} \leq 1$$

Dunque:

- $n_i$  è il numero di cicli di ampiezza  $\Delta\sigma_i$
- $N_i$  è il numero di cicli di ampiezza  $\gamma_{FF} \gamma_{MF} \Delta\sigma_i$  che porterebbe al collasso l'elemento oggetto di verifica. Quest'ultimo parametro si ricava tramite le leggi delle curve S-N, una volta a conoscenza della classe di resistenza del dettaglio.

Le ipotesi su cui si basa tale legge sono:

1. L'ordine di applicazione dei carichi non influenza il risultato finale (anche se in realtà, nel caso di carichi ripetuti in modo crescente, vi è un allenamento del materiale e la resistenza a fatica è migliorata).
2. Se le tensioni massime  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \dots$  vengono applicate  $n_1, n_2, n_3 \dots$  volte, risulta:

$$\sum \frac{n_i}{N_i} = 1$$

Il significato di quest'ultima espressione può essere spiegato facendo riferimento alla curva di Wöhler:

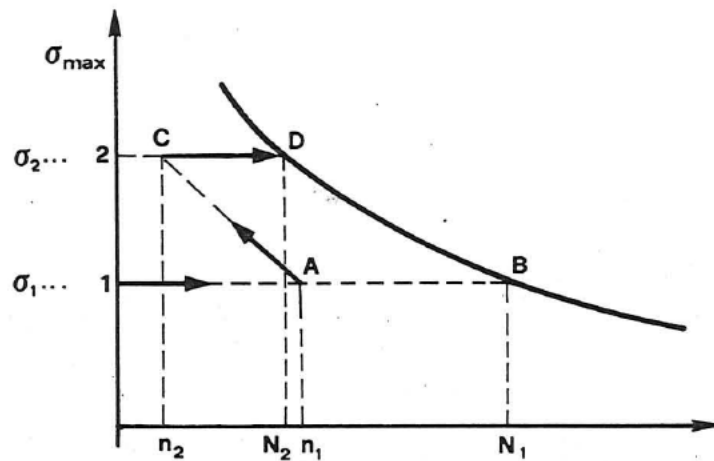


Figura 6-2 - Curva S-N in scala lineare, significato della legge di Palmgren-Miner

Se si suppone di partire dal livello di tensione  $\sigma_1$  e di effettuare  $n_1$  cicli a tale livello, si sarà percorsa una frazione del cammino totale a rottura pari a  $1A/1B$  (con  $1B$  numero di cicli a rottura corrispondenti al livello tensionale  $\sigma_1$ ).

Lo stesso succede se, in seguito ai cicli di livello tensionale  $\sigma_1$ , si effettuano  $n_2$  cicli al livello  $\sigma_2$ ; in questo caso la percentuale di percorso effettuato è  $2C/2D$  (con  $2D$  numero di cicli a rottura corrispondenti al livello tensionale  $\sigma_2$ ).

Quindi, all'interno della legge di Miner, ogni singolo danneggiamento  $n_i/N_i$  rappresenta la parte di risorse spese rispetto a quelle disponibili al livello tensionale relativo al danneggiamento  $i$ -esimo.

Quando si passa al livello 2, la formula:

$$\sum \frac{n_i}{N_i} = 1$$

dice che è come se si fossero effettuati  $n_2$  cicli tali che sia:

$$\frac{n_2}{N_2} = \frac{2 - C}{2 - D} = \frac{1 - A}{1 - B} = \frac{n_1}{N_1}$$

cioè è come se si fosse percorsa la stessa percentuale di cammino disponibile al livello 2. Dunque, il numero di cicli ancora disponibili prima di arrivare a rottura sono rappresentati dal segmento  $CD$  (Figura 6-2).

Si può ragionare analogamente se, prima di arrivare a rottura, si passa ad un livello  $\sigma_3$ , e così via (Petrangeli, 1996).

### 6.1.2.2. Verifica a danneggiamento semplificata

Tale verifica è molto simile ad una verifica a vita illimitata infatti formalmente è una verifica di resistenza. L'espressione da soddisfare è la seguente:

$$\gamma_{Ff} \Delta \sigma_{Ed} \leq \frac{\Delta \sigma_R}{\gamma_{Mf}}$$

dove:

- $\gamma_{Mf}$  è il coefficiente riduttore delle resistenze già discusso nel 6.1.1
- $\gamma_{Ff} = 1$
- $\Delta \sigma_{Ed}$  è lo stress range equivalente, definito come l'intervallo di tensione che produce lo stesso effetto in termini di danneggiamento dello spettro ad ampiezza variabile.

Utilizzando le espressioni già viste relative alle curve S-N (curve di Wöhler), si può ricavare l'espressione di  $\Delta \sigma_{Ed}$ :

1. Considerando un istogramma delle tensioni con cicli di ampiezza variabile  $\Delta \sigma_i$ , secondo la relazione di base delle curve S-N si ha:

$$N_i \Delta \sigma_i^m = \text{cost} = a \rightarrow N_i = \frac{a}{\Delta \sigma_i^m}$$

2. Il danno provocato da ogni stress range di ampiezza  $\Delta \sigma_i$  è:

$$\frac{n_i}{N_i} = n_i \frac{\Delta \sigma_i^m}{a}$$

3. Il danno si può valutare quindi come:

$$\frac{\sum_i n_i}{N_i} = \frac{\sum_i n_i \Delta\sigma_i^m}{a}$$

4. Considerando lo stress range equivalente  $\Delta\sigma_{Ed}$ , il danno ad esso relativo è:

$$\frac{\sum_i n_i}{N_E} = \frac{\sum_i n_i \Delta\sigma_{Ed}^m}{a}$$

5. Dato che l'effetto dello stress range costante equivalente dev'essere per definizione uguale a quello dei cicli ad ampiezza variabile  $\Delta\sigma_i$ , uguagliando le espressioni si ottiene:

$$\frac{\sum_i n_i \Delta\sigma_i^m}{a} = \frac{\sum_i n_i \Delta\sigma_{Ed}^m}{a} \rightarrow \Delta\sigma_{Ed}^m = \frac{\sum_i n_i \Delta\sigma_i^m}{\sum_i n_i} \rightarrow \Delta\sigma_{Ed} = \left( \frac{\sum_i n_i \Delta\sigma_i^m}{\sum_i n_i} \right)^{\frac{1}{m}}$$

Si è ricavata quindi l'espressione dello stress range equivalente con cui condurre le verifiche, anche se le normative danno indicazioni sul suo calcolo tramite vari coefficienti.

La Circolare n° 617 2009 fornisce la seguente relazione:

$$\Delta\sigma_{Ed} = \gamma_{Ff} \lambda \phi_{fat} \Delta\sigma_P$$

dove:

- $\gamma_{Ff}$  ha il significato visto in precedenza ed è pari ad 1
- $\lambda$  è un coefficiente pari al prodotto di più coefficienti ( $\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \cdot \dots \cdot \lambda_n$ ) indicati nell'EC3 parte 2
- $\phi_{fat}$  è il fattore dinamico equivalente di danneggiamento (nell'EC3 parte 2 è chiamato  $\phi_2$  ed è assunto pari ad 1 per ponti stradali)
- $\Delta\sigma_P = \sigma_{p,max} - \sigma_{p,min}$  è il massimo intervallo di tensione provocato nel dettaglio per effetto di un modello di carico di fatica equivalente (e quindi o il modello di carico di fatica n.3 o il modello di carico di fatica n.4)

Come detto sopra, il calcolo del coefficiente  $\lambda$  viene indicato nell'EC3 parte 2 (§9.5.2); esso è il prodotto di quattro fattori:

$$\lambda = \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_4 \text{ ma comunque dev'essere } \lambda \leq \lambda_{\max}$$

- $\lambda_1$  è un fattore che dipende dalla luce della campata della linea di influenza
- $\lambda_2$  dipende dal volume di traffico
- $\lambda_3$  dipende dalla vita di progetto del ponte
- $\lambda_4$  dipende dal traffico pesante sulle altre corsie
- $\lambda_{\max}$  è il massimo valore di  $\lambda$ , che dipende dal limite di fatica

Si conclude il paragrafo specificando le operazioni da effettuare per il conteggio effettivo dei cicli.

Riassumendo, ottenuto l'oscillogramma delle tensioni relativo ad un modello di carico di fatica, si ricava l'istogramma delle tensioni; è noto, quindi, il numero di cicli ad una certa ampiezza  $\Delta\sigma_i$  relativo ad un solo passaggio del veicolo sul ponte.

Si nota che per il modello di carico 3 è sufficiente ripetere tale operazione una volta; per il modello 4 è necessario ripeterla cinque volte, quante sono le sagome previste dalla normativa. Il calcolo del numero di cicli totale relativo ad un certo  $\Delta\sigma_i$  e all'intera vita del ponte si differenzia per i modelli di carico di fatica n.3 e n.4.

Per il modello di carico n.3 si ha:

$$n_i = n_{pi} V_n f_{\text{annuo}}$$

dove:

- $n_{pi}$  è il numero di cicli relativi a  $\Delta\sigma_i$  per un singolo passaggio del veicolo
- $V_n$  è la vita nominale dell'opera
- $f_{\text{annuo}}$  è il flusso medio all'anno di veicoli di peso maggiore di 100 kN (definito dal D.M. 2008 in funzione della categoria stradale)

Per quanto riguarda il modello di carico n.4:

$$n_i = n_{pi} V_n f_{\text{annuo}} C_{\text{traffico}}$$

con  $C_{\text{traffico}}$  la percentuale di traffico variabile col tipo di percorrenza (sempre indicata dal D.M. 2008 in tabelle).

Dato che il modello 4 è costituito da cinque diverse sagome, per ogni sagoma si individua l'oscillogramma delle tensioni e quindi l'istogramma delle tensioni; dopodichè, per ogni sagoma si calcola il numero totale di cicli  $n_i$  relativo ad ogni stress range e, infine, si sommano i danni provocati dalle diverse sagome, verificando che il risultato sia inferiore all'unità:

$$D^{\text{sagoma1}} + D^{\text{sagoma2}} + D^{\text{sagoma3}} + D^{\text{(sagoma4)}} + D^{\text{sagoma5}} \leq 1$$

dove il danno di una singola sagoma è:

$$D^{\text{sagoma1}} = \sum_i \frac{n_i^{\text{sagoma1}}}{N_i}$$

## 6.2. Calcestruzzo

Le sollecitazioni vengono ricavate come per l'acciaio, seguendo il procedimento descritto nei capitoli 4 e 5.

Il metodo di verifica viene fornito al §4.3.7 dell'EC2 (UNIV1992-2) ed è diverso rispetto all'acciaio da carpenteria.

Le verifiche riguardanti i ponti di cemento armato si distinguono in:

- Acciaio da armatura lenta
- Acciaio da precompressione
- Calcestruzzo

Per quanto riguarda l'acciaio sia ordinario che da precompressione, è prevista una curva di resistenza S-N in scala logaritmica simile a quelle viste per l'acciaio da carpenteria:

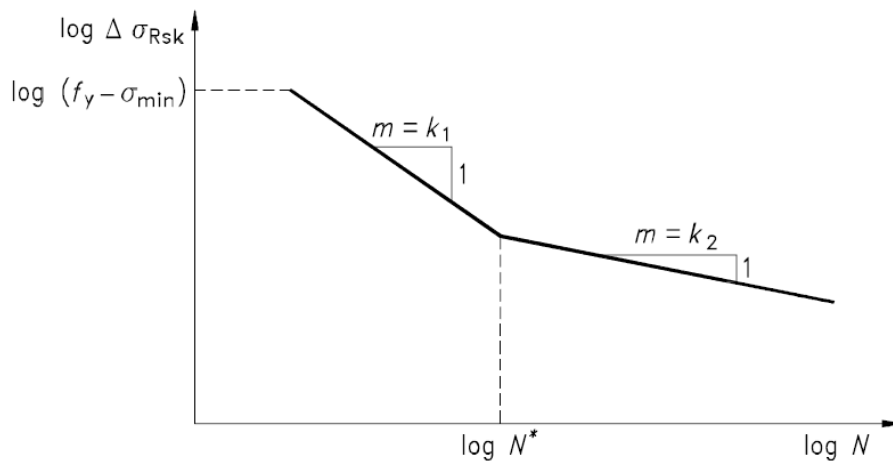


Figura 6-3 - Curva di resistenza a fatica per acciaio ordinario e da precompressione

Per barre di armatura non saldate soggette a trazione, la verifica è soddisfatta se, per la combinazione di azioni frequente, lo stress range  $\Delta\sigma$  è inferiore a 70 MPa.

In generale, per armatura ordinaria o da precompressione, la verifica è soddisfatta se si rispetta la seguente:

$$\gamma_F \gamma_{SD} \Delta\sigma_{S, \text{equ}} \leq \frac{\Delta\sigma_{RSk}}{\gamma_{S, \text{fat}}}$$

dove:

- $\gamma_F = 1$
- $\gamma_{SD} = 1$
- $\Delta\sigma_{S, \text{equ}}$  è l'intervallo di sforzo equivalente calcolato come descritto nell'appendice 106 della normativa.
- $\Delta\sigma_{RSk}$  è l'intervallo di sforzo ricavato dalle tabelle fornite dalla normativa in funzione della tipologia e delle caratteristiche geometriche della barra.
- $\gamma_{S, \text{fat}} = 1,15$

Nel caso in cui siano presenti sia barre di armatura ordinaria che barre da precompressione, è necessario tenere in conto il diverso comportamento di aderenza aumentando lo sforzo nell'armatura lenta del seguente fattore:

$$\eta = \frac{A_S + A_P}{A_S + \xi_1 A_P}$$



con:

- $\xi_1 = \sqrt{\xi \frac{\phi_s}{\phi_p}}$
- $\phi_s$  diametro barre di armatura ordinaria
- $\phi_p$  diametro equivalente barre di armatura da precompressione
- $\xi$  è il rapporto nominale tra le tensioni medie di aderenza fra le due tipologie di armatura fornito nel §4.4.2.3 della stessa normativa

Per quanto riguarda il calcestruzzo, le verifiche non si effettuano con riferimento alle curve S-N ma alla differenza fra i valori minimi e massimi delle tensioni normali e tangenziali relative alla condizione di carico frequente. La normativa fornisce criteri di verifica per:

- calcestruzzo compresso (verifica sulle tensioni normali)
- calcestruzzo in elementi privi di armatura a taglio (verifica sulle tensioni tangenziali)
- puntoni compressi in elementi soggetti a taglio

Per il calcestruzzo compresso dev'essere soddisfatta la seguente espressione:

$$\frac{\sigma_{c,max}}{f_{cd}} \leq 0,5 + 0,45 \frac{\sigma_{c,min}}{f_{cd}} \leq 0,9$$

dove  $\sigma_{c,max}$  e  $\sigma_{c,min}$  sono rispettivamente lo sforzo massimo e quello minimo in una determinata fibra di una data sezione sotto la combinazione di carico frequente; se  $\sigma_{c,min} \leq 0$  (di trazione) dev'essere verificata la seguente relazione:

$$\frac{\sigma_{c,max}}{f_{cd}} \leq 0,5$$

Nel caso di calcestruzzo in elementi privi di armatura a taglio, la verifica si ritiene soddisfatta se è soddisfatta almeno una delle seguenti:

$$\text{Per } \frac{\tau_{min}}{\tau_{max}} \geq 0: \left| \frac{\tau_{max}}{\tau_{Rd}} \right| \leq 0,5 + 0,45 \left| \frac{\tau_{min}}{\tau_{Rd}} \right| \leq 0,9$$

$$\text{Per } \frac{\tau_{\min}}{\tau_{\max}} < 0: \left| \frac{\tau_{\max}}{\tau_{Rd}} \right| \leq 0,5 - \left| \frac{\tau_{\min}}{\tau_{Rd}} \right|$$

dove:

- $\tau_{\max}$  e  $\tau_{\min}$  sono le tensioni tangenziali massima e minima nominali sotto la combinazione di carico frequente
- $\tau_{Rd} = \frac{V_{rd1}}{b_w d}$

Infine, per i puntoni compressi in elementi soggetti a taglio, si applica la stessa relazione utilizzata per il calcestruzzo compresso salvo la riduzione della resistenza di calcolo a compressione  $f_{cd}$  per il fattore di efficacia  $v = 0,7 - f_{ck}/200 \geq 0,5$ :

$$\frac{\sigma_{c,\max}}{v f_{cd}} \leq 0,5 + 0,45 \frac{\sigma_{c,\min}}{v f_{cd}} \leq 0,9$$

## 7. CASO STUDIO: PONTE AD ARCO IN ACCIAIO A VIA INFERIORE

Nel seguente capitolo verrà descritto il ponte oggetto della tesi e ne verrà analizzato il comportamento dal punto di vista della ripartizione dei carichi e delle sollecitazioni fra arco e impalcato, secondo lo schema di sistema collaborante arco-trave.

### 7.1. Descrizione dell'opera e concezione strutturale



*Figura 7-1 – Rendering del ponte*

La tipologia del ponte è ad arco a via inferiore in cui l'arco e l'impalcato sono resi collaboranti fra loro tramite i pendini (funi chiuse a spirale). L'opera (di luce 40m) permette l'unione di due strade ai lati di un canale e quindi si parla di ponte vero e proprio, cioè oper per l'attraversamento di un corso d'acqua.

La struttura è stata progettata totalmente in acciaio con impalcato a sezione mista acciaio-calcestruzzo (soletta collaborante con i traversi tramite pioli di tipo Nelson); esso è costituito da due travi laterali a cassone a cui sono saldati i traversi, i quali sostengono la soletta. E' presente un controventamento di impalcato costituito da profilati ad L e due travi minori longitudinali con profilo IPE; gli archi sono formati da conci di tubi in acciaio a curvatura costante e sono uniti in sommità da un controventamento anch'esso formato da tubi in acciaio di più piccole dimensioni.

La scelta di una soluzione a via inferiore si è basata su alcune necessità e vantaggi di carattere strutturale, idraulico e stradale:

- Dal punto di vista strutturale, l'opera si presenta come un sistema isostatico semplicemente appoggiato e, quindi, la spinta che si genera a livello delle imposte per effetto del funzionamento ad arco è totalmente assorbita dall'impalcato (per la maggior parte dalle travi) che funge da catena. Le fondazioni quindi non sono soggette a spinta orizzontale ma solo alla reazione verticale agli appoggi.

Inoltre, grazie al vincolamento isostatico, la sovrastruttura non risulta vulnerabile a cedimenti in fondazione o variazioni termiche.

- Dal punto di vista idraulico, le problematiche legate al franco minimo da rispettare in condizioni di piena del corso d'acqua possono essere risolte con l'adozione di un ponte ad arco a via inferiore che permette l'utilizzo di travi di altezza ridotta (rispetto a una soluzione a via superiore o a un ponte a travata) lasciando uno spazio maggiore fra il pelo libero dell'acqua e l'intradosso dell'impalcato.

Tale soluzione, inoltre, consente la rinuncia a sostegni intermedi in alveo in modo tale da poter rispettare ampiamente il requisito di compatibilità idraulica dell'intervento, che comprende la possibilità di passaggio di mezzi sia terrestri che idraulici sotto all'impalcato e ai lati del fiume per effettuare una regolare manutenzione.

- Dal punto di vista stradale, infine, la forma curva e svasata dell'impalcato deriva dalla necessità di raccordo del ponte con i tronchi stradali di adduzione; nel contempo ciò permette anche la riduzione dell'area dell'impalcato, con tutti i vantaggi che ne conseguono.

## 7.2. Descrizione geometrica

### 7.2.1. Impalcato

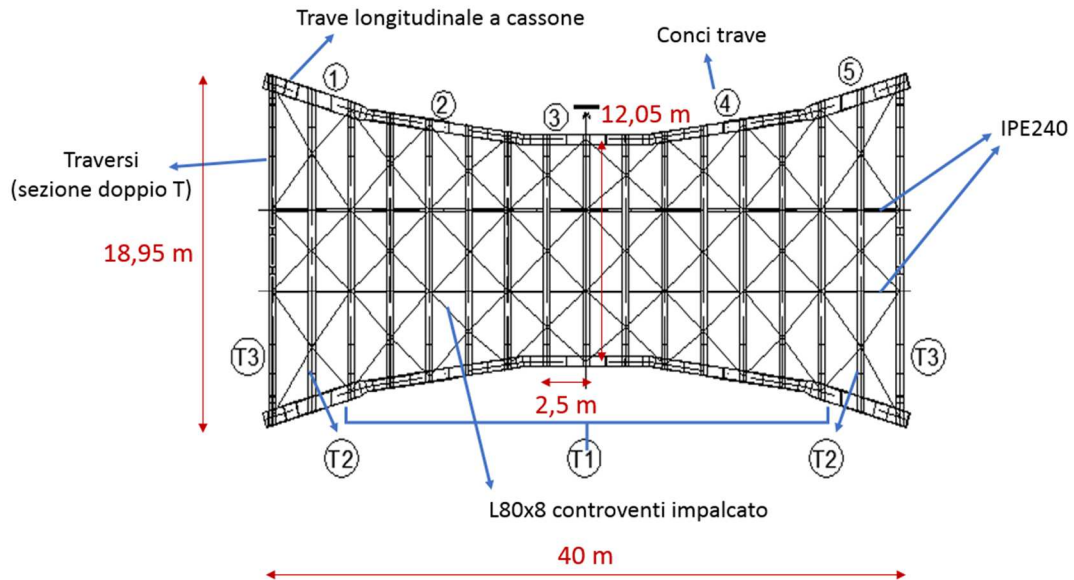


Figura 7-2 - Geometria dell'impalcato

Le travi longitudinali, come detto in precedenza, sono a cassone, costituite da quattro piatti saldati assieme a formare una sezione chiusa; l'intera lunghezza è ottenuta tramite l'unione saldata di cinque conchi aventi area uguale a parte quelli di estremità, i quali presentano una sezione variabile che aumenta verso gli appoggi.

Le travi non sono rettilinee per i motivi discussi nel paragrafo precedente ma i conchi presentano una certa inclinazione rispetto all'asse del ponte. La sezione a cassone fornisce maggiore resistenza anche in termini di sollecitazioni torcenti.

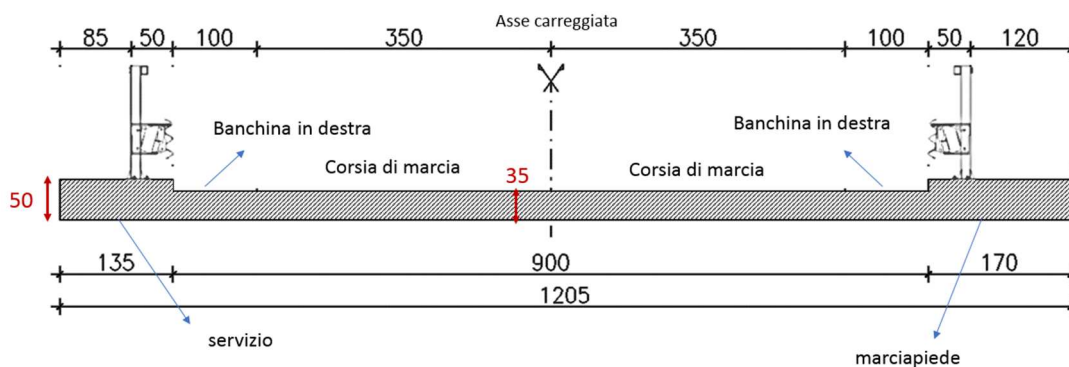
Alle travi sono saldati i traversi, anch'essi in acciaio e aventi sezione a doppio T; sono formati dall'unione per saldatura di tre piatti. I traversi hanno tutti sezione uguale (tipologia T1, Figura 7-2) a parte i due di ogni estremità (tipologie T2 e T3, Figura 7-2); per questi ultimi è prevista un'area resistente maggiore in ragione della notevole luce.

Bullonati ai traversi si trovano gli spezzoni di travi IPE longitudinali e bullonati ai traversi e alle travi laterali gli angolari di controventamento di impalcato, secondo la geometria di Figura 7-2.

Infine, la soletta ha uno spessore medio di 35cm (inclusa la predalle) e ad essa i traversi sono resi collaboranti tramite pioli di tipo nelson saldati alla flangia superiore.

L'armatura della soletta è costituita da barre longitudinali e trasversali B450C ed è gettata su lastre predalle spesse 5cm e disposte in senso longitudinale appoggiate sulle flange superiori dei traversi.

In Figura 7-3 è schematizzata la sezione trasversale della carreggiata del ponte:



*Figura 7-3 - Geometria della piattaforma stradale (quote in cm)*

### 7.2.2. Archi

Gli archi sono costituiti da conci di tubi in acciaio aventi uguale curvatura. La sezione è costante e sono posizionati su un piano inclinato rispetto alla perpendicolare al suolo di un angolo di circa 20°; in questo modo la sezione di chiave dell'arco sta sulla medesima verticale della sezione di mezzeria della trave longitudinale.

Per ridurre il più possibile i fenomeni di instabilità e far sì che gli archi non lavorino troppo al di fuori del loro piano, essi sono collegati mutuamente in sommità tramite altri tubi di più piccole dimensioni a formare il controventamento superiore. Gli archi producono una freccia di circa 10m.

Infine, i pendini (o stralli) sono funi chiuse costituite da fili in acciaio ad alta resistenza; essi sospendono l'impalcato riportando i carichi da quest'ultimo all'arco sovrastante. Sono disposti in modo inclinato secondo lo schema di Figura 7-4:

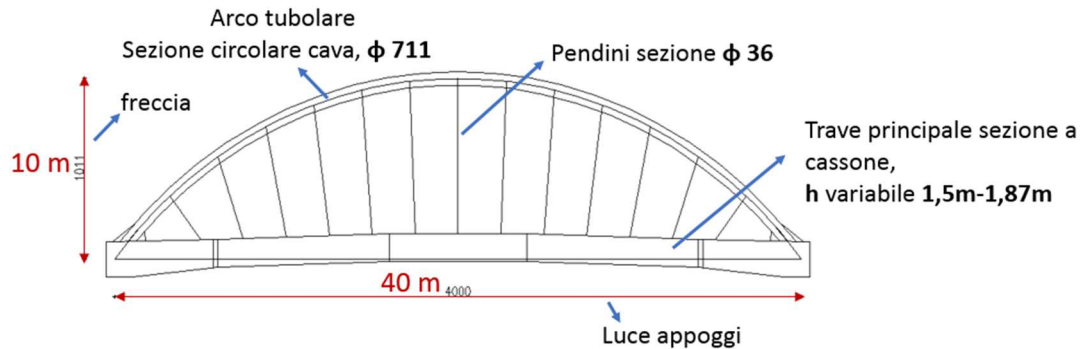


Figura 7-4 - Geometria dell'arco (quote in cm)

### 7.3. Materiali

- Travi, i traversi, le travi minori IPE, i controventi diagonali di impalcato, gli archi e controventamento superiore: acciaio da carpenteria S355J0
- Armatura soletta: B450C
- Calcestruzzo soletta: classe di resistenza minima C35/45
- Stralli: funi chiuse di diametro 36mm, 7850 kg/m<sup>3</sup>

### 7.4. Azioni – analisi dei carichi

Nel paragrafo corrente si riporta il calcolo di massima dei carichi permanenti agenti sul ponte che servirà poi per valutare il comportamento del sistema arco-trave e per il calcolo della spinta secondo gli schemi statici semplificati più opportuni.

Si precisa che il conto è stato effettuato considerando metà ponte (essendo simmetrico) dato che l'analisi del sistema avverrà in un piano bidimensionale; dunque dimensionalmente si avrà un carico in kN/m.

Dati principali:

- Lunghezza impalcato = 40m

- $\text{Larghezza impalcato} = \frac{\text{larghezza media}}{2} = \frac{14,86 \text{ m}}{2} = 7,43 \text{ m}$

✓ *Peso soletta*

$$q_{\text{sol}} = \gamma \cdot \text{spessore medio} \cdot 7,43 = 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \cdot 0,35 \text{ m} \cdot 7,43 \text{ m} = 65 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

✓ *Peso pavimentazione*

$$q_{\text{pav}} = \gamma \cdot \text{spessore medio} \cdot \frac{L}{2} = 23 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \cdot 0,1 \text{ m} \cdot 7,43 \text{ m} = 17 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

✓ *Peso totale SOLETTA + PAVIMENTAZIONE (aumento del 10% per tenere in conto piastre, giunzioni etc...)*

$$q_{\text{sol+pav}} = (65 + 17) + 10\% \cdot (65 + 17) = 90,2 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

✓ *Peso parapetti e sicurvia*

$$q_{\text{accessori}} = 2 \cdot 0,8 \frac{\text{kN}}{\text{m}} = 1,6 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

✓ *Sovraccarico macchinari*

$$q_{\text{macchinari}} = p \cdot \frac{L}{2} = 1 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot 7,43 \text{ m} = 7,43 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

✓ *Peso arco*

$$q_{\text{arco}} = \gamma \cdot A = 76,98 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \cdot 0,0642 \text{ m}^2 = 4,94 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$



✓ *Peso controvento arco*

$$q_{\text{controvento arco}} = \frac{\{[(\gamma \cdot A_{\text{tub1}} \cdot L_{\text{tub1}}) + (\gamma \cdot A_{\text{tub2}} \cdot L_{\text{tub2}})]\}}{\text{Larghezza}_{\text{controvento}}} = \frac{\{[(76,98 \cdot 0,0122 \cdot 81,04) + (76,98 \cdot 0,0033 \cdot 110,28)]\}}{\frac{13}{2}} = 4 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

dove  $A_{\text{tub.1}}$ ,  $A_{\text{tub.2}}$ ,  $L_{\text{tub.1}}$ ,  $L_{\text{tub.2}}$  sono le aree delle sezioni e le lunghezze dei conci di tubi che formano il controventamento superiore.

✓ *Peso trave*

$$q_{\text{trave}} = \gamma \cdot (A_{\text{sez.3,media}} + A_{\text{sez.2,media}} + A_{\text{sez.1}}) = 76,98 \cdot (0,0642 + 0,0622 + 0,0474) = 13,38 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

dove:  $A_{\text{sez.3,media}}$ ,  $A_{\text{sez.2,media}}$ ,  $A_{\text{sez.1}}$  sono le aree delle sezioni della trave longitudinale in corrispondenza, rispettivamente, dei conci 1 e 5 e 2, 3 e 4 (si veda Figura 7-2).

✓ *Peso traversi*

$$q_{\text{traversi}} = \frac{[(\gamma \cdot (A_{\text{T1}} + A_{\text{T2}} + A_{\text{T3}}) \cdot L_{\text{media}})]}{2} = \frac{[(76,98 \cdot (0,0311 + 0,0397 + 0,0448) \cdot 14,86)]}{2} = \frac{8,9}{2} = 4,45 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

dove  $A_{\text{T1}}$ ,  $A_{\text{T2}}$ ,  $A_{\text{T3}}$  sono le aree dei traversi di tipo T1, T2 e T3 (si veda Figura 7-2).

✓ *Peso IPE 240 (travi minori longitudinali)*

$$q_{\text{IPE}} = \gamma \cdot A_{\text{IPE}} = 76,98 \cdot 0,00372 = 0,286 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

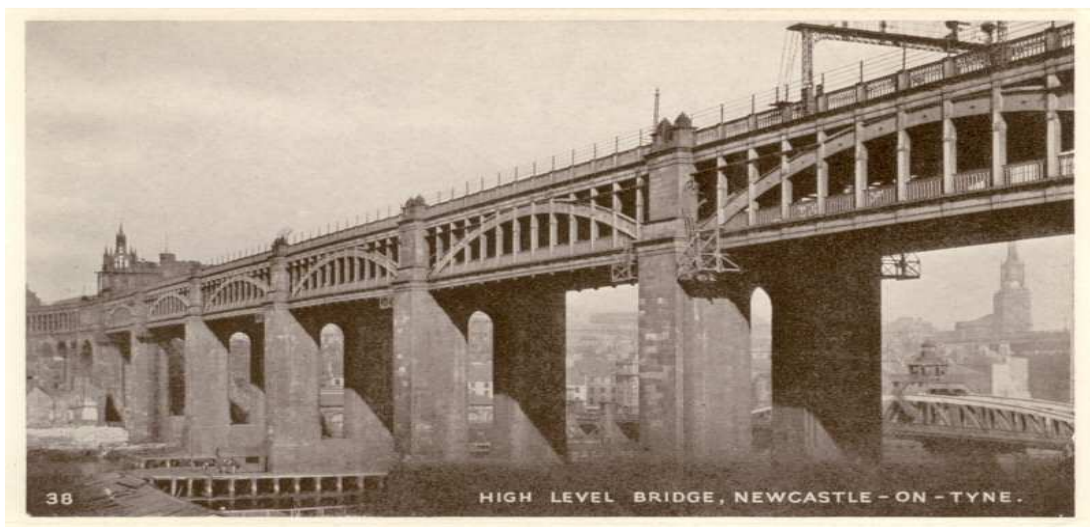
Dunque il carico distribuito totale (trascorrendo il peso degli angolari 80x8 di controvento di impalcato e quello dei cavi) risulta:

$$q_{\text{TOT}} = 90,2 + 1,6 + 7,43 + 4,94 + 4 + 13,38 + 4,45 + 0,286 = 126,29 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

## 7.5. Funzionamento statico del sistema arco-trave

### 7.5.1. Cenni storici

I sistemi arco-trave vengono utilizzati fin dal 1800 per la realizzazione dei ponti e possono essere a via superiore o inferiore; quest'ultima tipologia fu inventata dall'ingegnere americano Squire Whipple nel 1841 con l'introduzione del brevetto "Iron Bowstring Bridge". La prima realizzazione è il ponte High Level nel 1849:



*Figura 7-5 – High Level Bridge, Newcastle*

Come si vede dall'immagine, la struttura è formata da archi in ghisa che trasmettono la spinta a tiranti in ferro costituenti l'impalcato e appesi tramite pendini rigidi agli archi stessi.

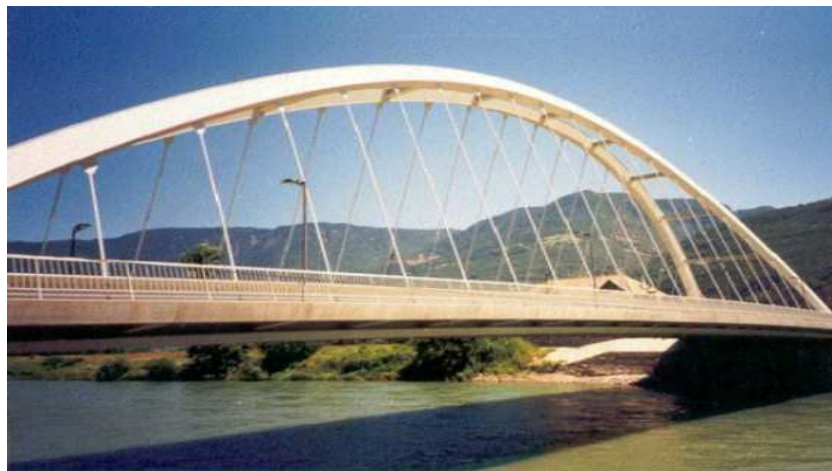
La soluzione quindi adottata dal brevetto Bowstring prevedeva un arco molto rigido e tiranti piuttosto sottili, sostenuti da una cortina di pendini.

Nel 1871 l'ingegnere Joseph Langer invertì il rapporto di rigidità, creando così un sistema (detto Langer) in cui l'arco è molto meno rigido rispetto alla trave sottostante; avendo diminuito la rigidità dell'arco, esso risulta sottoposto prevalentemente (e quasi esclusivamente) a compressione. Contemporaneamente però aumentano gli sforzi sulla trave, che deve essere resa molto più rigida rispetto al sistema Bowstring

per poter resistere alle maggiori sollecitazioni e deformazioni indotte anche dai carichi mobili.

In questo modo si ottiene una soluzione simile a quella dei ponti sospesi, in cui il cavo principale non resiste minimamente a flessione ma, anzi, è soggetto soltanto a sforzi di trazione; infatti esso non possiede rigidità flessionale e si adagia secondo la funicolare dei carichi (*Margiotta, 2011*).

Fin dopo la Seconda Guerra Mondiale, i ponti a spinta eliminata venivano costruiti inserendo pendini verticali; solo successivamente, grazie all'ingegnere svedese Octavius Nielsen, si pensò di ottimizzare la collaborazione fra arco e tirante tramite l'inclinazione dei pendini. In questo modo fu possibile diminuire le sezioni dei due elementi strutturali principali rendendo più agevole l'intera opera sotto molteplici punti di vista; l'unico accorgimento era la necessità di pretendere i pendini poiché alcuni (quelli laterali più esterni) erano soggetti a sforzi di trazione/compressione alternati a causa dei carichi concentrati.



*Figura 7-6 - Ponte di Vadena, Vadena*

Per spiegare il vantaggio di adottare dei pendini inclinati piuttosto che verticali, si prendono come esempio le seguenti due immagini rappresentanti due ponti soggetti al peso proprio e a una forza concentrata:

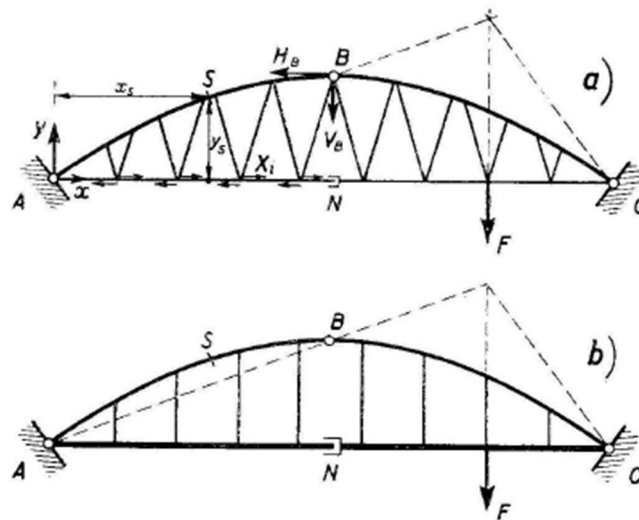


Figura 7-7 - Schema di ponte Nielsen e di ponte con pendini verticali

La prima è riferita a un sistema Nielsen, la seconda ha pendini verticali. In sostanza, il vantaggio sta nella diminuzione dei momenti dovuti ai carichi mobili; infatti, considerando il caso *a*, si nota che il momento in una certa sezione *S* dell'arco (facendo l'equilibrio alla rotazione con polo in *S*) è pari a:

$$M_S + V_B \cdot \left(\frac{1}{2} - x_s\right) - H_B \cdot (f - y_s) - y_s \cdot \sum_{i=1}^N X_i = 0$$

dove  $M_S$  è stato considerato agente in senso orario e le reazioni  $X_i$  sono quelle che nascono ai nodi cerniera della trave in corrispondenza dell'aggancio dei pendini per effetto della loro inclinazione (se si considerano incernierati ad arco e trave). Esplicitando  $M_S$  si ha:

$$M_S = -V_B \cdot \left(\frac{1}{2} - x_s\right) + H_B \cdot (f - y_s) + y_s \cdot \sum_{i=1}^N X_i$$

Per quanto riguarda invece il sistema con pendini rettilinei, si ha (con lo stesso ragionamento precedente):

$$M_S = -V_B \cdot \left(\frac{1}{2} - x_s\right) + H_B \cdot (f - y_s)$$

essendo nulle le reazioni orizzontali in corrispondenza dei pendini verticali.

Poiché in realtà  $M_S$  è negativo (tende le fibre superiori, considerando la parte a sinistra della sezione S), invertendo i segni nelle equazioni si può constatare che il momento indotto nella struttura di tipo Nielsen è minore rispetto a quello della struttura con pendini verticali. Ciò è dovuto proprio all'effetto di riduzione del momento nella generica sezione da parte delle reazioni  $X_i$ : esse si oppongono infatti al momento in S. (*Margiotta, 2011*).

L'ottimizzazione delle sezioni deriva proprio dalla riduzione delle sollecitazioni, fino a 1/10 (per carichi accidentali) di quelle che si hanno in strutture con pendini verticali (*Franciosi, 1971*).

### 7.5.2. *Aspetti generali*

I ponti ad arco propriamente detti sono quelli in cui il rapporto fra le rigidità di arco e impalcato è abbastanza elevato da considerare l'ultimo molto poco rigido rispetto al primo; di conseguenza, l'impalcato può essere valutato come trave continua su più appoggi fissi, costituiti dai pendini anch'essi rigidi. Si può quindi considerare il contributo dell'impalcato a sopportare i carichi praticamente nullo (*Raithel, 1977*).

Se tali condizioni non si verificano, si è di fronte a un sistema combinato arco-trave in cui la trave è capace di collaborare con l'arco all'assorbimento dei carichi poiché ha una rigidità flessionale non trascurabile. Tale collaborazione viene trascurata di solito nei ponti di grande luce (dove le travi di impalcato hanno la sola funzione di sostegno e di trasmissione dei carichi all'arco) mentre è messa in conto nei ponti di media luce poiché è notevole e sarebbe antieconomico non farlo (*Franciosi, 1971*).

Per distinguere i due casi si può definire (dal punto di vista pratico) un limite al di sotto del quale si parla di "arco puro" e al di sopra del quale si parla di sistema arco-trave:

$$\frac{J_t}{J_a} = \frac{1}{25}$$

dove  $J_a$  è l'inerzia dell'arco e  $J_t$  quella della trave.

Per capire a quale sistema ci si sta riferendo, quindi, è necessario collocare il discorso sul piano della deformabilità; e, poiché la misura quantitativa del rapporto di deformabilità arco-trave in relazione agli spostamenti verticali è sufficientemente descritta dal rapporto dei momenti di inerzia, si deriva da ciò la condizione limite di cui sopra (Raithel, 1977).

Riassumendo, quindi:

- $\frac{J_t}{J_a} \leq \frac{1}{25}$  : *sistema ad arco puro*
- $\frac{J_t}{J_a} \geq \frac{1}{25}$  : *sistema collaborante arco-trave*

In particolare, nei casi limite del rapporto tendente a zero e a infinito, si ha:

- $\frac{J_t}{J_a} \rightarrow 0$  : *arco puro*
- $\frac{J_t}{J_a} \rightarrow \infty$  : *sistema a trave irrigidente*

Le tipologie strutturali a cui si associa un comportamento combinato arco-trave possono essere:

- **SISTEMA ARCO-TRAVE A VIA INFERIORE**

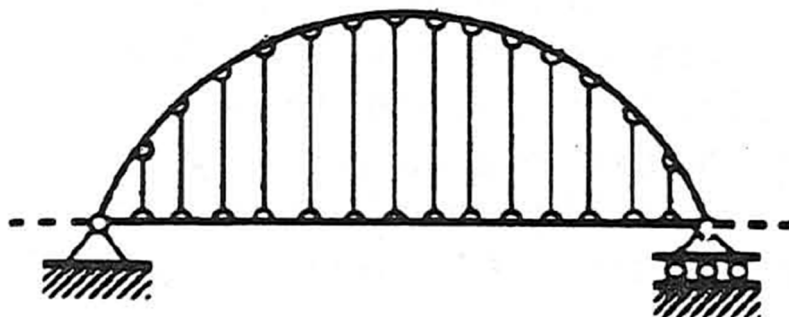
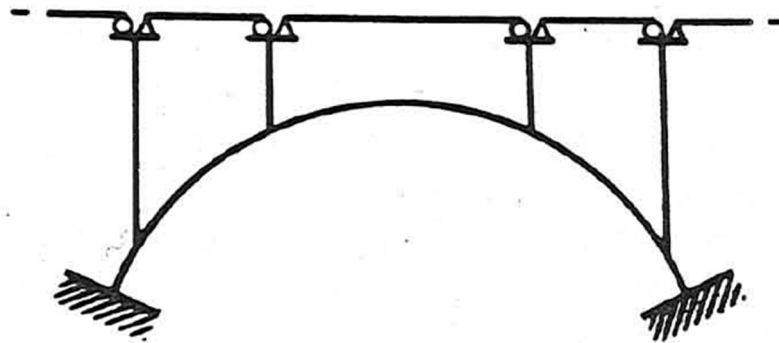


Figura 7-8 - Schema statico di un sistema collaborante a via inferiore

In questo caso (corrispondente al caso studio della tesi) il sistema è isostatico e la spinta è affidata alla catena (impalcato) e non alle fondazioni. Se la trave risulta infinitamente rigida flessionalmente rispetto all'arco si parla di *ponte Langer*.

- *SISTEMA ARCO-TRAVE A VIA SUPERIORE*



*Figura 7-9 - Schema statico di un sistema collaborante a via superiore*

La trave, se semplicemente appoggiata, non assorbe la spinta, che è invece affidata alle fondazioni (l'arco può essere incastrato oppure incernierato con due/tre cerniere). Se la trave è infinitamente rigida flessionalmente rispetto all'arco, si parla di *ponti Maillart*.

Nei paragrafi successivi si analizzeranno i due casi limite e il caso reale di rapporto intermedio ricadente nel caso di sistema arco trave facendo riferimento ai soli carichi permanenti.

### 7.5.3. *Introduzione al problema*

Il caso in esame è di un ponte ad arco a via inferiore in cui il carico, sia mobile che statico, agisce sulla carreggiata e, quindi, sull'impalcato, venendo trasferito ai traversi tramite la diffusione nella soletta; da qui, verrà trasferito alle travi laterali. Ne risulta quindi un sistema di elementi collegati fra loro che collaborano all'assorbimento del carico.

Il carico, essendo l'impalcato collegato sia alla trave che ai pendini, verrà in parte assorbito dalla trave (che quindi lavora anche come trave vera e propria, flessionalmente) e in parte dall'arco, a cui viene trasmesso tramite i pendini di sospensione. E' proprio grazie a questi ultimi infatti che si parla di sistema arco-trave anziché di arco a spinta eliminata.

Si descrivono di seguito in modo sintetico i due casi limite a cui si rimanda per lo studio del sistema arco-trave:

- *Trave infinitamente rigida flessionalmente.*

La trave risulta indeformabile al contrario dell'arco e dei pendini, i quali in questo caso non possono fungere da appoggi fissi.

L'arco, essendo molto deformabile, è incapace di assorbire momento flettente e taglio e quindi è soggetto al solo sforzo normale.

- *Arco infinitamente rigido flessionalmente.*

La rigidità flessionale dell'arco e dei pendini è molto maggiore rispetto a quella della trave. L'arco non si deforma e i pendini, essendo infinitamente rigidi, possono essere considerati appoggi fissi per la trave (impalcato).

Quest'ultima svolge due funzioni: si comporta da catena diminuendo il momento flettente agente sull'arco e lavora a flessione localmente come trave su più appoggi.



L'arco assorbe sforzo normale, momento flettente e taglio dovuti ai carichi che, dalla trave, vengono trasferiti ai pendini e quindi all'arco.

Riassumendo i due casi:

	ARCO	TRAVE	SOLLECITAZIONI
1° CASO LIMITE	$k_{flex} \rightarrow 0$	$k_{flex} \rightarrow \infty$	<b>arco: N;</b> <b>trave: N, M, V</b>
2° CASO LIMITE	$k_{flex} \rightarrow \infty$	$k_{flex} \rightarrow 0$	<b>trave: N, M, V;</b> <b>arco: N, M, V</b>

Ovviamente il caso reale è intermedio fra i due.

Per poter studiare il problema è necessario basarsi sulle rigidità dei tre elementi arco, trave e pendini, in particolare sui loro rapporti:

- $E_a A_a / E_p A_p$  = rapporto di rigidità assiale fra arco e pendini
- $E_a A_a / E_t A_t$  = rapporto di rigidità assiale fra arco e trave
- $E_a J_a / E_t J_t$  = rapporto di rigidità flessionale fra arco e trave

A seconda di quanto prevale una rigidità rispetto ad un'altra si avrà una certa ripartizione del carico tra i vari elementi strutturali.

#### ***7.5.4. Ipotesi per il calcolo e ruolo delle rigidità***

Lo studio di questa tipologia di ponte può essere condotto semplificando la struttura a metà, data la simmetria dei carichi e della geometria.

Le ipotesi su cui ci si può basare per condurre un calcolo approssimato sono le seguenti (*Petrangeli, 1996*):

- ✓ Poter considerare la luce fra i pendini piccola in modo tale da approssimarli ad una distribuzione continua (a “cortina”). Se si hanno interassi tra  $1/10L$  e  $1/30L$  è possibile raggiungere un livello buono di rigidezza della cortina in modo tale da far funzionare in modo ottimale il sistema (*Viviani, 2008*).
- ✓ Trascurare la deformazione assiale dei cavi; in questo modo si ipotizza che gli abbassamenti di trave e arco in punti di uguale ascissa siano coincidenti.

A rigore, questa ipotesi vale soltanto per le sezioni verticali in corrispondenza di un elemento di sospensione; ma poiché essi sono in genere sufficientemente vicini come supposto nella prima ipotesi, è possibile ritenere che si abbia una cortina di sospensione continua e che quindi l’uguaglianza degli spostamenti si abbia anche in tutte le sezioni verticali generiche. Ciò si verifica nella maggior parte dei casi reali (*Raithe, 1977*).

Queste prime due ipotesi consentono di far lavorare al meglio arco e trave in quanto, se si abbandona l’assunzione di spostamenti uguali, si rischia di ridurre il ponte all’impalcato (che lavora come se fosse una trave appoggiata) con l’arco che regge solo il peso proprio.

Le successive ipotesi sono:

- ✓ Trascurare la rigidezza flessionale dei pendini, e cioè considerarli incernierati ad arco e trave in modo tale da poter escludere un qualsiasi loro assorbimento di momento flettente.
- ✓ Considerare un momento d’inerzia costante lungo tutta la trave; se ciò non corrisponde alla realtà, è lecito considerare un momento d’inerzia medio.

Per quanto riguarda quindi la rigidità assiale dei pendini si è già discusso la questione in precedenza (si vedano le prime due ipotesi); riguardo invece alla rigidità assiale dell'arco rispetto alla trave e viceversa, si può dire che è conveniente adottare una rigidità modesta per la seconda in quanto la sua deformabilità può generare momenti flettenti non trascurabili dovuti alla caduta di spinta.

Infatti, considerando il caso semplice di arco a due cerniere con carichi permanenti, si può valutare la caduta di spinta  $\Delta H$  conseguente alla deformabilità della catena tramite il metodo della spinta addizionale.

Si considera un arco soggetto a solo sforzo normale in cui cioè il suo asse coincide con la curva delle pressioni; svincolando un'imposta, la spinta che si genera sarà  $H_0$ ; essa sarà associata ad un accorciamento pari a  $\Delta l$  che tende ad avvicinare le due imposte:

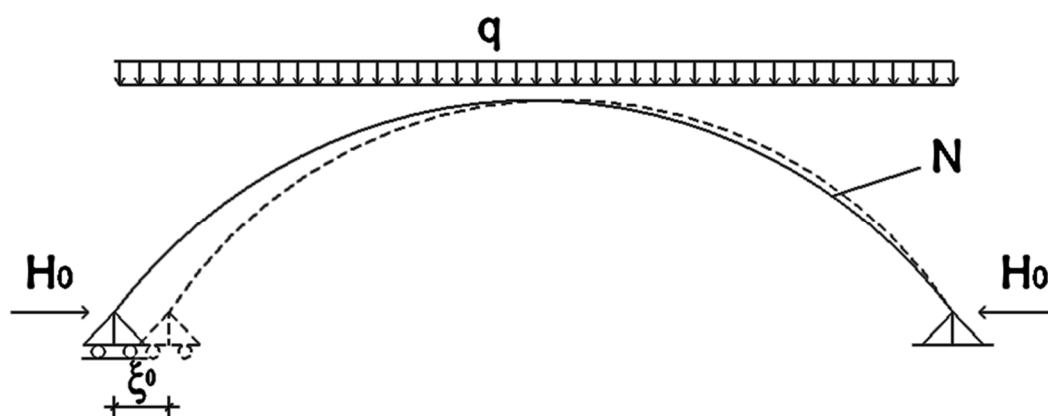


Figura 7-10 - Spinta associata allo spostamento  $\xi_0$

Essendo  $N_0 = \frac{H_0}{\cos\theta}$  poiché nell'arco si ha solo sforzo normale, si ricava che tale accorciamento è pari a  $\xi_0 = \int_{\text{arco}} \frac{N_0 ds}{EA} \cos\theta = \int_{\text{arco}} H_0 \frac{ds}{EA}$ .

La condizione statica dell'arco però richiede che gli spostamenti orizzontali siano nulli, quindi deve per forza nascere un'altra spinta  $\Delta H$  contraria ad  $H$  per riportare al punto di partenza la cerniera:

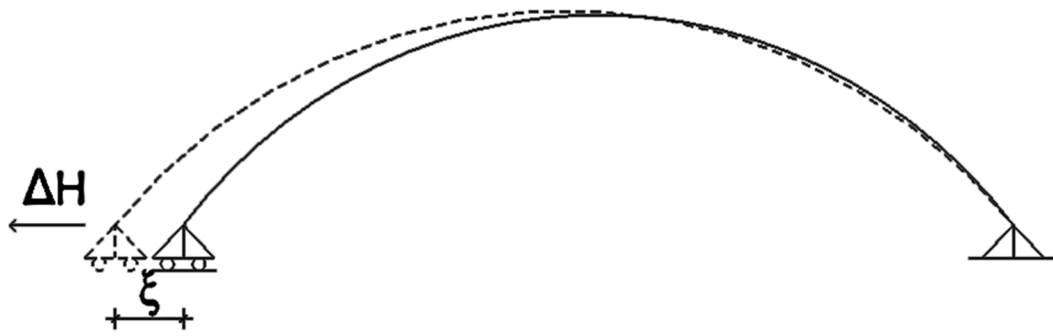


Figura 7-11 - Spostamento associato alla spinta  $\Delta H$  (sistema deformante)

Lo spostamento  $\delta$  dovuto a  $\Delta H$  si ricava imponendo la congruenza e impostando il PLV con l'utilizzo di un sistema ausiliario:



Figura 7-12 - Sistema lavorante

$L_{vi} = L_{ve}$ :

$$\xi = \int_{\text{arco}} N' dl + \int_{\text{arco}} V' dy + \int_{\text{arco}} M' d\varphi = \int_{\text{arco}} N' \frac{N}{EA} ds + \int_{\text{arco}} V' \frac{\chi V}{GA} ds + \int_{\text{arco}} M' \frac{M}{EJ} ds$$

Con  $N'$ ,  $M'$ ,  $V'$  riferiti al sistema ausiliario e  $N$ ,  $V$  ed  $M$  riferiti al sistema reale.

Essendo  $N' = 1 \cdot \cos\theta$ ,  $V' = 1 \cdot \sin\theta$ ,  $M' = 1 \cdot y$  ed  $N$ ,  $V$  e  $M$  rispettivamente  $N' \cdot \Delta H$ ,  $V' \cdot \Delta H$  e  $M' \cdot \Delta H$ , imponendo poi la congruenza ( $\xi = \xi_0$ ) e facendo alcune semplificazioni (considerando  $\frac{\chi E}{G} = 1$ ), si ottiene:

$$\begin{aligned} \xi &= \int_{\text{arco}} (\cos\theta)(\Delta H \cos\theta) \frac{ds}{EA} + \int_{\text{arco}} (\sin\theta)(\Delta H \sin\theta) \frac{\chi ds}{GA} + \int_{\text{arco}} (y)(\Delta H y) \frac{ds}{EJ} = \\ &= \int_{\text{arco}} \Delta H (\cos^2 \theta) \frac{ds}{EA} + \int_{\text{arco}} \Delta H \sin^2 \theta \frac{\chi ds}{GA} + \int_{\text{arco}} \Delta H y^2 \frac{ds}{EJ} = \int_{\text{arco}} (\Delta H \cos^2 \theta + \\ &= \Delta H \sin^2 \theta \frac{E\chi}{G}) \frac{ds}{EA} + \int_{\text{arco}} \Delta H y^2 \frac{ds}{EJ} = \int_{\text{arco}} (\Delta H) \frac{ds}{EA} + \int_{\text{arco}} \Delta H y^2 \frac{ds}{EJ} \\ \Delta H &= \frac{\int_{\text{arco}} \frac{ds}{EA}}{\int_{\text{arco}} y^2 \frac{ds}{EJ} + \int_{\text{arco}} \frac{ds}{EA}} \cdot H_0 = \frac{\pm \Delta l}{\int_{\text{arco}} y^2 \frac{ds}{EJ} + \int_{\text{arco}} \frac{ds}{EA}} \end{aligned}$$

Di conseguenza la spinta alle imposte sarà:  $H = H_0 - \Delta H$ .

Se si trascura la deformazione per taglio, si giunge alla seguente espressione:

$$\Delta H = \frac{\int_{\text{arco}} \frac{ds}{EA}}{\int_{\text{arco}} y^2 \frac{ds}{EJ} + \int_{\text{arco}} \cos^2 \alpha \frac{ds}{EA}} \cdot H_0$$

Si nota quindi che la caduta di spinta in un arco deformabile assialmente provoca dei momenti flettenti positivi ( $\Delta H \cdot y$ ) inevitabili anche nel caso in cui l'arco coincida con la funicolare dei carichi permanenti, quando l'accorciamento elastico fa spostare la linea d'asse da quella delle pressioni; inoltre, all'aumentare della deformabilità dell'arco diminuisce la spinta  $H$  (perché la caduta di spinta aumenta) ed esso tende ad avvicinarsi sempre di più a una trave appoggiata e quindi a non assolvere più alla funzione per cui viene progettato; i momenti flettenti aumentano (*Margiotta, 2011*).

Inoltre si può vedere come, per valori di  $f/l$  bassi, il primo termine al denominatore diminuisca e quindi la caduta di spinta aumenti. Per cedimenti orizzontali importanti in ponti molto ribassati, quindi, si possono avere problemi strutturali dovuti alla caduta di spinta generata da tali spostamenti.

Per un sistema arco-trave in cui è presente anche una catena, la caduta di spinta è dovuta alla deformabilità della stessa; infatti, per un sistema a spinta eliminata, affinché la trave abbia la funzione di catena, una delle due imposte deve essere libera

di spostarsi orizzontalmente. Ma ciò fa sì che ci sia un'ulteriore diminuzione della spinta dovuta alla deformazione del tirante. La differenza, quindi, rispetto alla caduta di spinta di un arco a due cerniere è che si ha in aggiunta il termine legato alla rigidità assiale della catena ( $l/EA$ ):

$$\Delta H = \frac{\int_{\text{arco}} \frac{ds}{EA} + \frac{l}{E_t A_t}}{\int_{\text{arco}} y^2 \frac{ds}{EJ} + \frac{l}{E_t A_t} + \int_{\text{arco}} \frac{ds}{EA}} \cdot H_0$$

Tale espressione si ottiene facendo la stessa ipotesi adottata per il calcolo della spinta  $H$ , cioè  $\frac{\chi^E}{G} = 1$ ; nel caso in cui si trascuri la deformazione per taglio, si ha:

$$\Delta H = \frac{\int_{\text{arco}} \frac{ds}{EA} + \frac{l}{E_t A_t}}{\int_{\text{arco}} y^2 \frac{ds}{EJ} + \frac{l}{E_t A_t} + \int_{\text{arco}} \cos^2 \alpha \frac{ds}{EA}} \cdot H_0$$

Rimane da analizzare il rapporto tra le rigidità flessionali di arco e trave; come già accennato in precedenza, vengono di seguito analizzati i due casi limite.

#### ***7.5.5. Caso limite 1: $EaJ_a/EtJ_t \rightarrow 0$ , Arco infinitamente flessibile rispetto alla trave***

Come già accennato in precedenza, i ponti che ricadono in questo caso limite vengono detti anche ponti di tipo Langer, cioè dotati di elementi ad arco sottili e snelli rispetto alla trave molto rigida; i due elementi strutturali sono collegati dai pendini di sospensione.

L'arco di un ponte di questo genere, essendo infinitamente flessibile, non è capace di sopportare azioni flettenti, per cui le azioni ripartite che vengono trasmesse dai pendini hanno per forza come poligono funicolare la linea d'asse dell'arco qualsiasi sia il carico esterno. Dunque l'arco sarà soggetto soltanto a sforzo normale. In tale

ottica, si intuisce che le tensioni calcolate sull'arco sono sottostimate, mentre quelle calcolate sulla trave sovrastimate, in quanto si trascura il momento flettente sull'arco (*Petrangeli, 1996*).

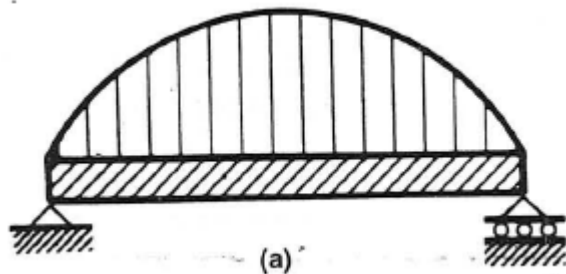
L'equazione che governa l'assorbimento del momento globale in una certa sezione  $x_s$  si può scrivere nel seguente modo:

$$M(x_s) = M_t(x_s) + Hy(x_s)$$

Cioè il momento viene assorbito soltanto da due contributi: il momento sollecitante sulla trave e la coppia generata dalla spinta, essendo nullo il contributo dell'arco.

Inoltre, i momenti flettenti risulteranno modesti in quanto dovuti soltanto alla discontinuità reale dei pendini. Si ottimizza così la funzione di arco e trave: l'uno resiste a sforzo normale e l'altra funge da catena e da trave, assorbendo sia sforzo normale che momento flettente.

L'impalcato si comporta approssimativamente come trave semplicemente appoggiata in quanto i pendini non possono considerarsi appoggi fissi.



*Figura 7-13- Schema di ponte Langer*

Il problema sarebbe caratterizzato da molte incognite iperstatiche se non fosse che si è trascurato il momento flettente sui cavi; in ragione di ciò e delle ipotesi elencate nel 7.5.4, è lecito considerare come unica incognita la spinta  $H$  e quindi lo sforzo normale sull'arco.

Si procede dunque al calcolo della spinta  $H$  relativa a questo caso limite facendo riferimento ad un sistema a via inferiore.

Si considera una sezione S dell'arco di un ponte a via inferiore e si evidenziano le forze interne in equilibrio; il carico q è generico ed è applicato sulla trave in quanto il ponte è a via inferiore. Inoltre, si evidenzia il fatto che l'arco è soggetto a solo sforzo normale, per quanto detto in precedenza riguardo alle caratteristiche del sistema con trave rigida rispetto all'arco.

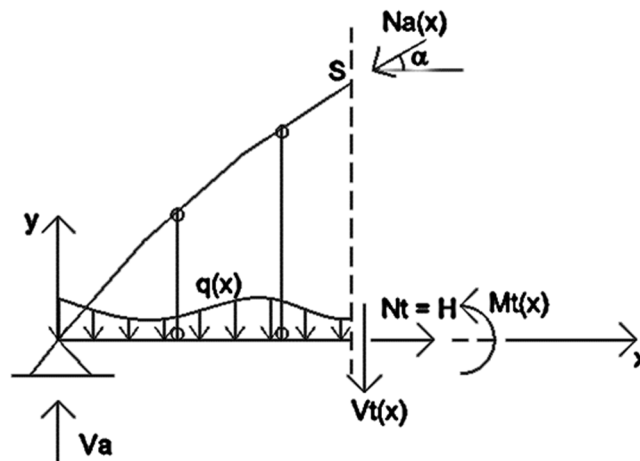


Figura 7-14 - Sollecitazioni su arco e trave, Caso Limite 1

Il momento  $M_t$  nella trave nella sezione S può essere espresso con la seguente equazione ottenuta facendo polo nella sezione dell'arco:

$$M_t(x) - V_a \cdot x + \frac{qx^2}{2} + H \cdot y(x) = 0 \rightarrow M_t(x) = V_a \cdot x - \frac{qx^2}{2} - H \cdot y(x)$$

Chiamando  $m_v(x)$  il momento dovuto ai carichi esterni e alle reazioni, si ha:

$$M_t(x) = m_v(x) - H \cdot y(x), \quad m_v(x) = V_a \cdot x - \frac{qx^2}{2}$$

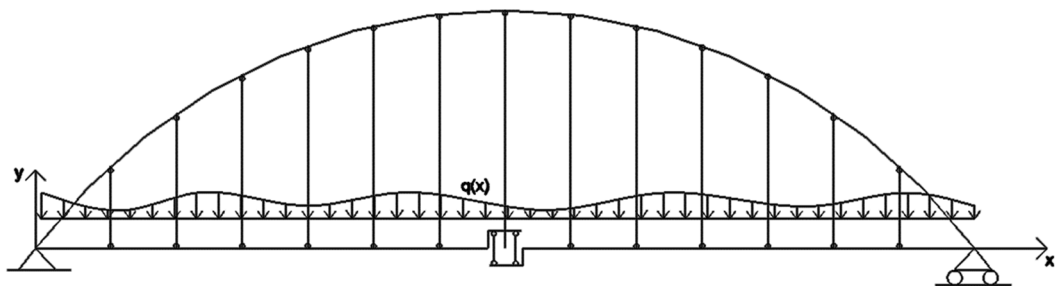
$m_v$  è anche il momento in una sezione generica di una trave in semplice appoggio avente la medesima luce dell'arco; ciò fa intuire che, per  $H = 0$ , si ha il comportamento uguale ad una trave. Per  $H \neq 0$  invece scatta il meccanismo ad arco, e la spinta si oppone



ai carichi esterni con una deformata che tende le fibre esterne, tanto maggiore quanto più l'arco è rigido, cioè tanto più si discosta dal comportamento a trave (infatti, più la spinta tende a diminuire, più il sistema si trasforma man mano da arco-trave a trave).

Tornando al problema, si era detto che può essere ricondotto ad una sola incognita  $H$ , viste le ipotesi fatte; per poter ricavare il suo valore ci si serve del metodo delle forze. Si individua quindi un sistema principale ed uno fittizio; quello principale sarà soggetto ai carichi originari esterni e sarà svincolato il grado di libertà corrispondente all'incognita cercata (spinta orizzontale). Il sistema fittizio invece vede soltanto un carico unitario applicato nella direzione corrispondente ad  $H$ .

Si decide di svincolare la catena in mezzeria introducendo un doppio pendolo che permetta lo scorrimento orizzontale.



*Figura 7-15 - Sistema principale 0)*

Poiché è permesso lo spostamento orizzontale fra i due tratti di trave, lo sforzo normale in essa è nullo, così come è nullo quello nell'arco, poiché  $N = H/\cos\alpha$ . Quindi:

$$N_{a,0}(x) = N_{t,0}(x) = 0$$

Dunque il momento sarà semplicemente quello dovuto alla reazione e al carico distribuito:

$$M_{t,0}(x) = m_v(x)$$

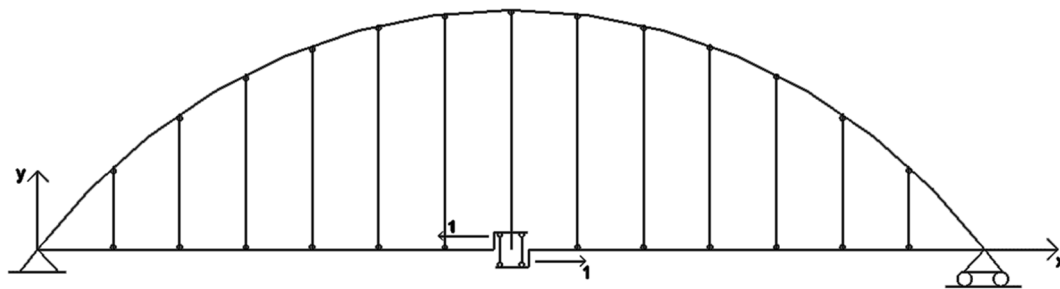


Figura 7-16 - Sistema fittizio 1)

Come detto in precedenza, si impone la forza unitaria di trazione e si guarda l'equilibrio di una parte di struttura:

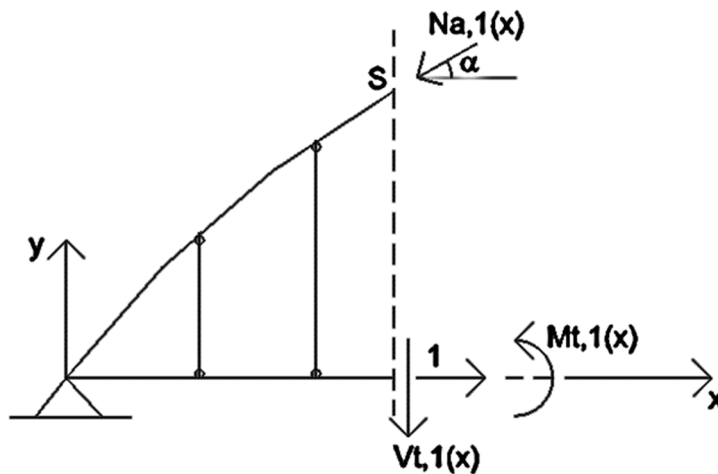


Figura 7-17 - Sollecitazioni su arco e trave, sistema fittizio 1)

Si decide di proiettare lo sforzo  $N$  dell'arco nelle direzioni orizzontale e verticale in modo tale da avere un minor numero di variabili possibili nelle equazioni. Dall'equilibrio alla traslazione orizzontale, verticale e alla rotazione, si ottengono le seguenti sollecitazioni:

- $-N_{a,1}(x) \cdot \cos\alpha + 1 = 0 \rightarrow N_{a,1} = \frac{1}{\cos\alpha}$
- $-N_{a,1}(x) \cdot \sin\alpha - V_{t,1}(x) = 0 \rightarrow V_{t,1} = -N_{a,1}(x) \cdot \sin\alpha = -\text{tg}\alpha$
- $1 \cdot y(x) + M_{t,1}(x) = 0 \rightarrow M_{t,1} = -y(x)$

Sfruttando ora la sovrapposizione degli effetti, si possono ottenere le sollecitazioni dello schema iperstatico originario (reale, cioè senza sconnessione nella catena) come somma delle sollecitazioni indotte dai carichi originari esterni nella struttura principale 0 e di quelle indotte dal carico unitario nel sistema fittizio 1 moltiplicate ciascuna per le incognite iperstatiche; in generale si ha (chiamando  $\eta$  la sollecitazione generica e considerando  $n$  incognite iperstatiche  $X_i$ ):

$$\eta = \eta_0 + \sum_{i=1}^n X_i \eta_i$$

dove  $\eta_0$  è la sollecitazione indotta nel sistema principale e  $\eta_i$  quella indotta nel sistema fittizio.

Nel caso in esame si ha:

$$N_t(x) = N_{t,0}(x) + X \cdot N_{t,1}, \quad V_t(x) = V_{t,0}(x) + X \cdot V_{t,1}(x), \quad M_t(x) = M_{t,0} + X \cdot M_{t,1}$$

la stessa cosa per le sollecitazioni nell'arco.

Impostando ora il PLV secondo cui  $L_{ve}=L_{vi}$  si ha:

$$0 = \int_{trave} N_{t,1} \cdot \left( \frac{N_{t,0} + X N_{t,1}}{EA} \right) dx + \int_{trave} V_{t,1} \cdot \left( \frac{V_{t,0} + X V_{t,1}}{GA} \right) \chi dx + \int_{trave} M_{t,1} \cdot \left( \frac{M_{t,0} + X M_{t,1}}{EJ} \right) dx + \int_{arco} N_{a,1} \cdot \left( \frac{N_{a,0} + X N_{a,1}}{EA} \right) ds + \int_{arco} V_{a,1} \cdot \left( \frac{V_{a,0} + X V_{a,1}}{GA} \right) \chi ds + \int_{arco} M_{a,1} \cdot \left( \frac{M_{a,0} + X M_{a,1}}{EJ} \right) dx$$

Il lavoro virtuale esterno è nullo poiché si riferisce al lavoro compiuto dalle forze del sistema 1 sugli spostamenti del sistema reale iperstatico; dato che in quest'ultimo non è consentito lo scorrimento orizzontale nella catena, il lavoro è per forza nullo.

Trascurando inoltre la deformabilità tagliante e considerando i valori di sollecitazione trovati dei due sistemi precedentemente, l'equazione diventa:

$$0 = \int_{\text{trave}} 1 \cdot \left( \frac{0+X \cdot 1}{EA} \right) dx + \int_{\text{trave}} -y \cdot \left( \frac{m_v + X \cdot (-y)}{EJ} \right) dx + \int_{\text{arco}} \frac{1}{\cos \alpha} \cdot \left( \frac{0+X \cdot \frac{1}{\cos \alpha}}{EA} \right) ds$$

$$X \cdot \left( \int_{\text{trave}} \frac{dx}{EA} + \int_{\text{trave}} \frac{y^2}{EJ} dx + \int_{\text{arco}} \frac{1}{\cos^2 \alpha EA} ds \right) = \int_{\text{trave}} \frac{y \cdot m_v(x)}{EJ} dx$$

Dunque l'incognita iperstatica  $X = H$  risulta pari a:

$$H = \frac{\int_{\text{trave}} \frac{y(x) \cdot m_v(x)}{E_t J_t} dx}{\int_{\text{trave}} \frac{y(x)^2}{E_t J_t} dx + \int_{\text{trave}} \frac{dx}{E_t A_t} + \int_{\text{arco}} \frac{1}{\cos^2 \alpha E_a A_a} ds}$$

Confrontando questa soluzione relativa al caso limite di arco infinitamente flessibile rispetto alla trave con quella riferita all'arco a due cerniere:

$$H = \frac{\int_{\text{arco}} M_v y \frac{ds}{EJ}}{\int_{\text{arco}} y^2 \frac{ds}{EJ} + \int_{\text{arco}} \frac{ds}{EA}}$$

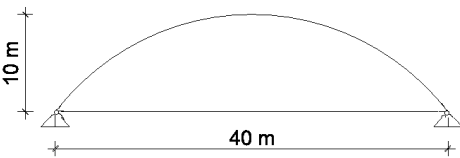
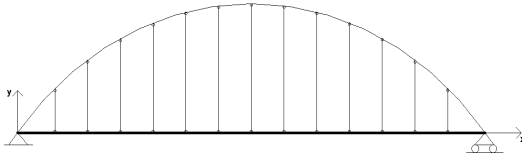
si nota che al posto della rigidezza flessionale dell'arco è stata sostituita quella della trave; il termine  $\int_{\text{trave}} \frac{dx}{E_t A_t}$  viene inserito soltanto per i ponti a via inferiore per tenere in conto la deformabilità della catena, come detto in precedenza. Le due formule risultano quindi analoghe.

Nel caso in cui si consideri un arco a spinta eliminata, l'espressione di  $H$  vede un termine in più a denominatore legato alla rigidezza assiale della catena:

$$H = \frac{\int M_v(x)y(x) \frac{ds}{EJ}}{\int y(x)^2 \frac{ds}{EJ} + \int \frac{ds}{EA} + \frac{l}{E_t A_t}}$$

I risultati che si ottengono per l'arco a due cerniere e per quello a spinta eliminata sono molto simili in quanto (come si verificherà nel seguito) i termini di rigidezza assiale costituiscono un contributo trascurabile rispetto a quelli flessionali; sono infatti dell'ordine di  $10^{-6}$ .

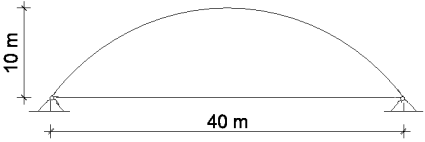
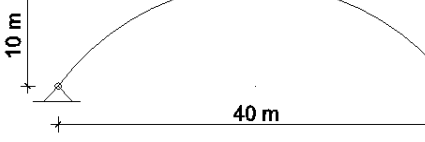
Avendo quindi identificato l'espressione della spinta nel caso limite di ponte Langer, si può fare un confronto tra questa e quella per un ponte ad arco a spinta eliminata:

ARCO A SPINTA ELIMINATA	ARCO-TRAVE, ARCO $\infty$ flex
	
$H = \frac{\int M_v(x)y(x) \frac{ds}{EJ}}{\int y(x)^2 \frac{ds}{EJ} + \int \frac{ds}{EA} + \frac{l}{E_t A_t}}$	$H = \frac{\int_{trave} \frac{y(x) \cdot m_v(x)}{E_t J_t} dx}{\int_{trave} \frac{dx}{E_t A_t} + \int_{trave} \frac{y(x)^2}{E_t J_t} dx + \int_{arco} \frac{1}{\cos^2 \alpha E_a A_a} ds}$

### 7.5.6. Caso limite 2: $EaJa/EtJt \rightarrow \infty$ , arco infinitamente rigido rispetto alla trave

Come già detto, in questo caso l'arco, essendo molto rigido, assorbe anche momento flettente oltre a sforzo normale; la trave lavora come tirante e localmente a flessione, trasferendo i carichi ai pendini e, quindi, all'arco.

Dunque, il secondo caso limite può essere studiato come un arco a due cerniere o arco a spinta eliminata:

ARCO A SPINTA ELIMINATA	ARCO A DUE CERNIERE
	
$H = \frac{\int M_v y \frac{ds}{EJ}}{\int y^2 \frac{ds}{EJ} + \int \frac{ds}{EA} + \frac{l}{E_t A_t}}$	$H = \frac{\int M_v y \frac{ds}{EJ}}{\int y^2 \frac{ds}{EJ} + \int \frac{ds}{EA}}$

L'equazione che governa l'assorbimento del momento esterno da parte degli elementi della struttura per l'arco a due cerniere è la seguente:

$$M(x_s) = M_a(x_s) + H y(x_s)$$

in quanto è nullo il contributo della trave.

### 7.5.7. Caso 3: $EaJ_a/E_tJ_t \approx 1$

Questo terzo caso vede la trave e l'arco con rigidezza finita e paragonabile. La trave collabora ad assorbire i momenti flettenti quindi l'obiettivo è quello di ottenere uno strumento per capire la quota parte di carico assorbita dalla trave e quella assorbita dall'arco.

In genere le dimensioni dei pendini sono trascurabili rispetto alle membrature principali e quindi essi possono essere rappresentati come pendoli; ciò si riflette sul regime flessionale globale. Questa ipotesi comporta che un sistema combinato possieda  $n_t + n_a + n_p$  gradi di iperstaticità, dove:

- $n_t$  è il grado di iperstaticità della trave
- $n_a$  è il grado di iperstaticità dell'arco
- $n_p$  è il numero di pendini

che quindi in genere sono molti.

Si può avere una notevole semplificazione considerando i pendini infinitamente rigidi e quindi indeformabili assialmente, cosa che si verifica quasi nella totalità dei casi. Come detto in precedenza, da tale ipotesi deriva l'uguaglianza degli spostamenti verticali di trave e arco; il problema dunque si riconduce allo studio delle leggi che regolano la deformabilità dei due elementi principali e, in seguito, alla scrittura delle espressioni delle linee elastiche (Raithel, 1977).

Si immagini di effettuare un taglio in una certa sezione del ponte per tutta l'altezza:

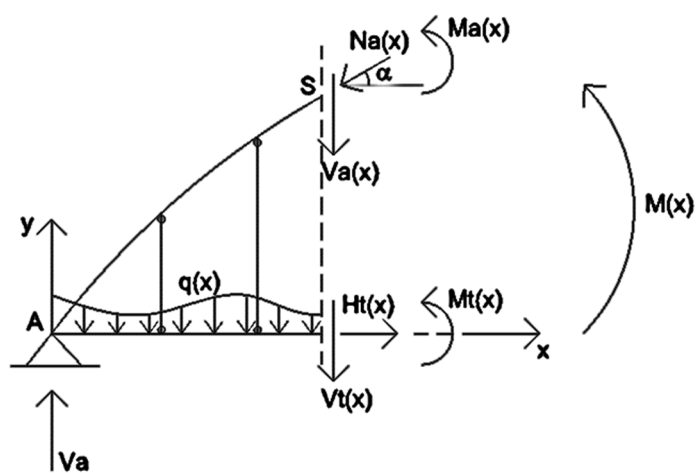


Figura 7-18 - Sollecitazioni su arco e trave, caso 3

Si nota che anche l'arco è soggetto a taglio e momento flettente, dal momento in cui anch'esso possiede una rigidezza tale da poterli assorbire. Inoltre, i pendini sono sempre incernierati ad arco e trave in modo da non poter essere soggetti a momento flettente.

#### 7.5.7.1. Componenti di spostamento dell'arco

Si faccia ora riferimento al seguente schema con il quale si vuole descrivere la deformazione dell'arco:

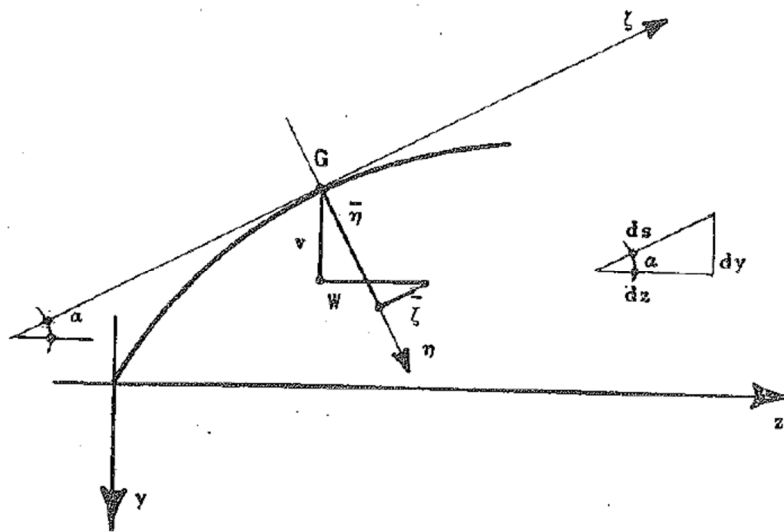


Figura 7-19 - Componenti di spostamento di una sezione dell'arco

Le componenti di spostamento del baricentro della sezione presa in considerazione si possono esprimere sia rispetto al sistema di riferimento  $y, z$  (componenti  $v, w$ ) che al sistema di riferimento  $\eta, \zeta$  (componenti  $\bar{\eta}, \bar{\zeta}$ ).

Le equazioni di passaggio da un tipo di componenti all'altro sono:

$$v = \bar{\eta} \cos(\alpha) - \bar{\zeta} \sin(\alpha)$$

$$w = \bar{\eta} \sin(\alpha) + \bar{\zeta} \cos(\alpha)$$

$$\bar{\eta} = v \cos(\alpha) + w \sin(\alpha)$$

$$\bar{\zeta} = -v \sin(\alpha) + w \cos(\alpha)$$

Con riferimento alla Figura 7-19, si hanno inoltre le seguenti relazioni:

$$\frac{dz}{ds} = \cos \alpha; \quad \frac{dy}{ds} = -\sin \alpha; \quad \frac{dy}{dz} = -\tan \alpha$$



Derivando le espressioni di  $\bar{\eta}$  e  $\bar{\zeta}$  due volte, essendo  $ds = dz/\cos\alpha$ , si ottiene:

$$\frac{d\bar{\eta}}{ds} = \frac{dv}{dz} \cos^2 \alpha + \frac{dw}{dz} \operatorname{sen}\alpha \cos\alpha$$

$$\frac{d^2\bar{\eta}}{ds^2} = \frac{d^2v}{dz^2} \cos^3 \alpha + \frac{d^2w}{dz^2} \operatorname{sen}\alpha \cos^2 \alpha$$

$$\frac{d\bar{\zeta}}{ds} = -\frac{dv}{dz} \operatorname{sen}\alpha \cos\alpha + \frac{dw}{dz} \cos^2 \alpha$$

$$\frac{d^2\bar{\zeta}}{ds^2} = -\frac{d^2v}{dz^2} \operatorname{sen}\alpha \cos^2 \alpha + \frac{d^2w}{dz^2} \cos^3 \alpha$$

Trascurando la deformazione assiale dell'arco, si ha che la derivata di  $\bar{\zeta}$  rispetto all'ascissa curvilinea  $ds$  dev'essere nulla:

$$\frac{d\bar{\zeta}}{ds} = 0$$

Per cui dalla prima delle espressioni precedenti si ottiene:

$$\frac{dw}{dz} = \frac{dv}{dz} \operatorname{tg}\alpha$$

e quindi, analogamente:

$$\frac{dv}{dz} = \frac{dw}{dz} \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{dw}{dy} \frac{dy}{dz} \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} = -\frac{dw}{dy} \operatorname{tg}\alpha \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} = -\frac{dw}{dy}$$

Per scrivere l'equazione della linea elastica è necessario, infine, ricavare le espressioni della rotazione e della curvatura:

$$\varphi = \frac{d\bar{\eta}}{ds} = \frac{dv}{dz} \cos^2 \alpha + \frac{dv}{dz} \operatorname{tg} \alpha \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha = \frac{dv}{dz} = - \frac{dw}{dy}$$

$$\chi = \frac{1}{R} \cong \frac{d^2\bar{\eta}}{ds^2} = \frac{d^2v}{dz^2} \cos^3 \alpha + \frac{d^2v}{dz^2} \operatorname{tg} \alpha \operatorname{sen} \alpha \cos^2 \alpha = \frac{d^2v}{dz^2} \cos \alpha = \frac{d^2w}{dy^2} \operatorname{sen} \alpha$$

dove, al posto di  $dw/dz$  è stata sostituita la sua espressione  $dv/dz \cdot \operatorname{tg} \alpha$ .

#### 7.5.7.2. Equazione della linea elastica dell'arco

La legge che lega gli spostamenti alle sollecitazioni (la linea elastica) può essere ora ricavata utilizzando le espressioni precedenti:

$$\frac{M}{EJ} = -\chi = - \frac{d^2\bar{\eta}}{ds^2} = - \frac{d^2v}{dz^2} \cos \alpha$$

oppure:

$$\frac{M}{EJ} = -\chi = - \frac{d^2\bar{\eta}}{ds^2} = - \frac{d^2w}{dy^2} \operatorname{sen} \alpha$$

dove la prima espressione è quella che di solito viene utilizzata in quanto compare lo spostamento verticale  $v$ . Si nota che le deformazioni per taglio e per sforzo normale sono state trascurate.

### 7.5.7.3. Il sistema combinato arco-trave

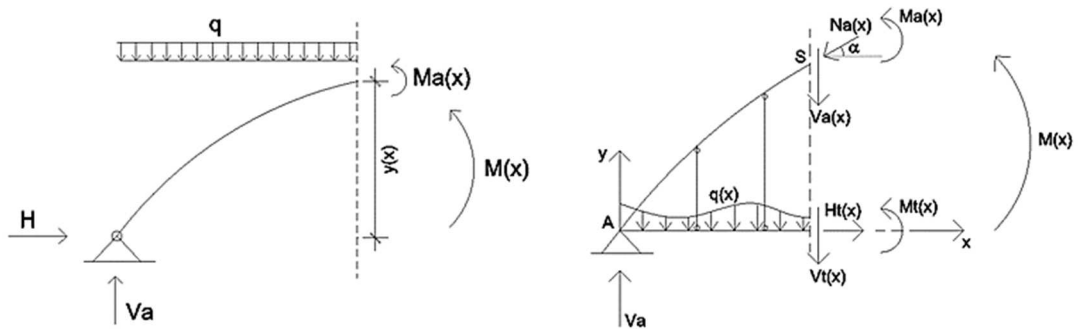


Figura 7-20 - Sistema ad arco puro (sx) e sistema combinato arco-trave (dx)

Facendo ora riferimento alla Figura 7-20 e pensando allo schema di arco puro (a sinistra), si intuisce che il momento totale  $M(x)$  nella sezione in corrispondenza del taglio effettuato viene assorbito da due coppie: un momento flettente sollecitazione interna dell'arco e il momento provocato dalla spinta.

Se si ragiona sull'equilibrio della parte a sinistra del taglio facendo polo nella sezione dell'arco si ha:

$$M = M_a + Hy$$

dove  $M_a$  è il momento sull'arco,  $H$  la spinta e  $y$  la distanza verticale della sezione dall'imposta.

Il momento totale  $M(x)$  è anche detto momento di trave, in quanto è il momento che si avrebbe in una trave semplice di luce pari a quella dell'arco (globalmente il sistema è isostatico), calcolato cioè trascurando la presenza della spinta  $H$ .

Pensando ora al sistema arco-trave, sempre con riferimento alla Figura 7-20 (a destra), la ripartizione del momento totale  $M$  avviene con un momento sull'arco  $M_a$ , un momento sulla trave  $M_t$  e la coppia generata dalla spinta  $H$  per il suo braccio rispetto alla sezione considerata, facendo polo sempre nella sezione dell'arco.

Si ha quindi:

$$M = M_a + M_t + Hy$$

Tale espressione coinciderebbe con quella di arco puro nel caso in cui la trave avesse rigidità flessionale piccola e quindi non riuscisse ad assorbire momento flettente, risultando  $M_t \cong 0$ .

Esprimendo la linea elastica per la trave e per l'arco secondo le espressioni trovate in precedenza si ha:

$$\frac{M_a}{E_a J_a} = -\cos\alpha \frac{d^2 v_a}{dz^2}; \quad \frac{M_t}{E_t J_t} = -\frac{d^2 v_t}{dz^2}$$

e sostituendo nell'espressione del momento per un arco puro:

$$M = -E_a J_a \cos\alpha \frac{d^2 v_a}{dz^2} + Hy$$

Sostituendo nell'espressione del momento per il sistema arco-trave e imponendo l'uguaglianza degli spostamenti  $v_a = v_t$  come da ipotesi, si ricava:

$$M = -E_a J_a \cos\alpha \frac{d^2 v}{dz^2} - E_t J_t \frac{d^2 v}{dz^2} + Hy = -(E_a J_a \cos\alpha + E_t J_t) \frac{d^2 v}{dz^2} + Hy$$

Confrontando le due espressioni precedenti si nota quindi che il comportamento flessionale di un sistema arco-trave coincide con quello di arco puro avente rigidità:

$$E_a J_{id} \cos \alpha = E_a J_a \cos \alpha + E_t J_t$$

$$E_a J_{id} = E_a J_a + \frac{E_t J_t}{\cos \alpha}$$

Quindi, in conclusione, lo studio del sistema arco-trave si riconduce a quello di un arco ideale avente l'area coincidente con quella dell'arco e momento d'inerzia  $J_{id}$  definito dall'equazione scritta sopra.

Una volta ricavate le caratteristiche della sollecitazione interna per l'arco ideale ( $N_{id}$ ,  $M_{id}$ ) è possibile tornare al caso reale considerando che:

$$N_a = -\frac{H}{\cos \alpha}$$

e che il momento flettente totale va ripartito su arco e trave in proporzione alle loro rigidezze; dato che  $M_{id} = M_a + M_t$  e che  $\frac{M_a}{E_a J_a \cos \alpha} = \frac{M_t}{E_t J_t}$  per l'uguaglianza degli spostamenti, si ha:

$$M_{id} = \frac{M_t}{E_t J_t} (E_a J_a \cos \alpha) + M_t = M_t \left( \frac{E_a J_a \cos \alpha + E_t J_t}{E_t J_t} \right) \rightarrow$$

$$M_t = M_{id} \left( \frac{E_t J_t}{E_t J_t + E_a J_a \cos \alpha} \right)$$

$$M_a = M_{id} \left( \frac{E_a J_a \cos \alpha}{E_t J_t + E_a J_a \cos \alpha} \right)$$

Con  $M_{id}$  si è voluta indicare la somma del momento sull'arco e quello sulla trave, per l'arco ideale.

Alla luce delle espressioni precedenti, si possono definire quindi dei coefficienti di ripartizione per la trave e per l'arco secondo cui verranno ripartite le sollecitazioni:

$$r_a = \frac{E_a J_a \cos \alpha}{E_a J_a \cos \alpha + E_t J_t} ; r_t = \frac{E_t J_t}{E_a J_a \cos \alpha + E_t J_t} = 1 - r_a$$

Si ricorda che tale trattazione e tali risultati sono frutto della forte ipotesi di elementi di unione inestensibili e di comportamento a cortina; tali condizioni risultano spesso verificate e quindi si può considerare un buon metodo di analisi (Raithel, 1977).

### 7.5.8. Applicazione: ponte ad arco a via inferiore, calcolo manuale della spinta

In questa sede vengono riportati i calcoli manuali della spinta per i casi limite 1 e 2. Ci si aspetta di trovare valori di spinta che decrescono col diminuire della rigidità dell'arco rispetto a quella della trave, in quanto ci si avvicina sempre di più al comportamento a trave.

Si precisa che i calcoli verranno fatti considerando i carichi distribuiti permanenti valutati nel 7.4.

#### 7.5.8.1. Calcolo manuale della spinta. Caso limite 1 ( $E_a J_a / E_t J_t \rightarrow 0$ )

$$H = \frac{\int_{\text{trave}} \frac{y(x) \cdot m_v(x)}{E_t J_t} dx}{\int_{\text{trave}} \frac{y(x)^2}{E_t J_t} dx + \int_{\text{trave}} \frac{dx}{E_t A_t} + \int_{\text{arco}} \frac{1}{\cos^2 \alpha E_a A_a} ds}$$

dove:

- $y(x) = -0,02525x^2 + 1,01x$
- $y'(x) = -0,0505x + 1,01$
- $m_v(x) = V_a x - q \frac{x^2}{2} = \left( \frac{q_l}{2} x - q \frac{x^2}{2} \right) = \left( \frac{126,29 \cdot 40}{2} \cdot x - 126,29 \frac{x^2}{2} \right) = 2525,8x - 63,145x^2$
- $E_t = 210000000 \text{ kPa}$
- $A_{t,media} = 0,0775 \text{ m}^2$

- $J_{t,medio} = 0,036 \text{ m}^4$
- $E_a = 210000000 \text{ kPa}$
- $A_a = 0,0642 \text{ m}^2$
- $ds = \frac{dx}{\cos\alpha}$

I termini della formula risultano quindi:

$$\int_{\text{trave}} \frac{y(x) \cdot m_v(x)}{E_t J_t} dx = 0,72 \text{ m}$$

$$\int_{\text{trave}} \frac{y(x)^2}{E_t J_t} dx = 2,8784 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{kN}}$$

$$\int_{\text{trave}} \frac{dx}{E_t A_t} = 2,4578 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}}{\text{kN}}$$

$$\int_{\text{arco}} \frac{1}{\cos^2 \alpha E_a A_a} ds = 3,98 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}}{\text{kN}} \text{ avendo considerato che } \operatorname{tg} \alpha = y'(x) \text{ e che } 1/\cos \alpha = 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha.$$

Dunque si ottiene:

$$H_{\text{casolimitel}} = \frac{0,72}{2,8784 \cdot 10^{-4} + 2,4578 \cdot 10^{-6} + 3,98 \cdot 10^{-6}} = \mathbf{2446,67 \text{ kN}}$$

Si può notare (come detto in precedenza) che il contributo dei termini di rigidezza assiale è molto inferiore rispetto a quelli di rigidezza flessionale.

#### 7.5.8.2. Calcolo manuale della spinta per il caso limite 2 ( $E_a J_a / E_t J_t \rightarrow \infty$ )

Se si considera un arco puro, si ha la seguente:

$$H = \frac{\int_{\text{arco}} M_v(x) y(x) \frac{ds}{E_a J_a}}{\int_{\text{arco}} y(x)^2 \frac{ds}{E_a J_a} + \int_{\text{arco}} \frac{ds}{E_a A_a}}$$

che è la formula semplificata ottenuta trascurando gli effetti del taglio, dei cedimenti e delle variazioni termiche e supponendo che la curva delle pressioni sia prossima all'asse dell'arco (Belluzzi, 1989).

Si ha:

- $J_a = 0,00373 \text{ m}^4$

Le altre quantità sono le medesime di quelle ricavate per il caso 1; si ricava:

$$\int_{\text{arco}} M_v(x)y(x) \frac{ds}{E_a J_a} = 6,95 \text{ m}$$

$$\int_{\text{arco}} y(x)^2 \frac{ds}{E_a J_a} = 2,78 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{kN}}$$

$$\int_{\text{arco}} \frac{ds}{E_a A_a} = 2,9669 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}}{\text{kN}}$$

$$H_{\text{casolimit2}} = \frac{6,95}{2,78 \cdot 10^{-3} + 2,9669 \cdot 10^{-6}} = \mathbf{2497,33 \text{ kN}}$$

Come da aspettative, la spinta ottenuta nel caso limite 2 è maggiore rispetto a quella del caso limite 1 in quanto la rigidità dell'arco è maggiore e si è più lontani dal comportamento a trave.

Se si considerasse il caso di arco a spinta eliminata si otterrebbe un valore molto simile in quanto si ha solamente un termine aggiuntivo dovuto alla deformabilità assiale della trave, il cui contributo è esiguo:

$$H = \frac{\int_{\text{arco}} M_v(x)y(x) \frac{ds}{E_a J_a}}{\int_{\text{arco}} y(x)^2 \frac{ds}{E_a J_a} + \int_{\text{arco}} \frac{ds}{E_a A_a} + \frac{l}{E_t A_t}}$$

Si ha:

$$\frac{l}{E_t A_t} = \frac{40}{2,1 \cdot 10^8 \cdot 0,0775} = 2,46 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}}{\text{kN}}$$

e quindi:

$$H_{\text{casolimit2}} = \frac{6,95}{2,78 \cdot 10^{-3} + 2,9669 \cdot 10^{-6} + 2,46 \cdot 10^{-6}} = \mathbf{2495,13 \text{ kN}}$$



## 7.6. Individuazione dei dettagli costruttivi secondo normativa

Per effettuare le verifiche è necessario individuare la classe di resistenza a fatica del dettaglio; essa viene fornita dalla normativa italiana (Circolare n° 617 del 2009) e da altre europee.

Nel seguito verranno elencati i dettagli significativi di ciascun elemento strutturale con indicata la classe di resistenza, la normativa da cui è stato fatto riferimento, lo schema costruttivo reale (con evidenziati in arancione gli elementi a cui ci si riferisce) e il relativo dettaglio della normativa Circ. n° 617, 2009.

### 7.6.1. Soletta

- CALCESTRUZZO

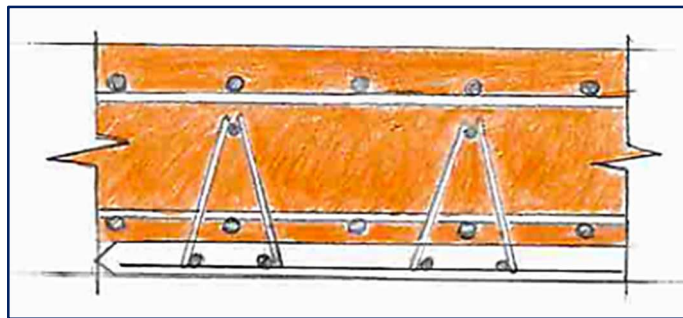


Figura 7-21 - Schema costruttivo soletta, calcestruzzo

- ARMATURA (acciaio da c.a.)

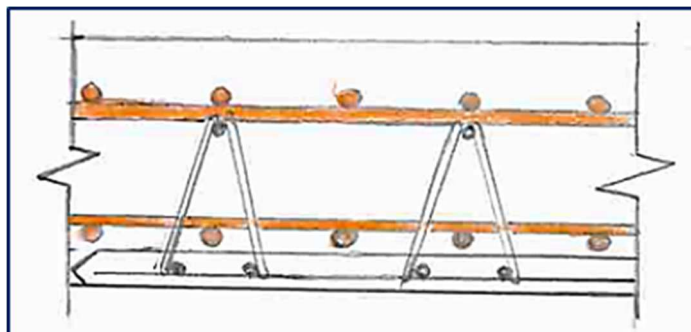


Figura 7-22 - Schema costruttivo soletta, armatura

Per la soletta non esiste la classe di resistenza del dettaglio in quanto le verifiche sul calcestruzzo vengono condotte controllando che la tensione massima e minima ricadano entro certi limiti; per quanto riguarda l'acciaio invece basta controllare che il massimo stress range sia inferiore a un certo valore.

### 7.6.2. Travi longitudinali principali

- IRRIGIDIMENTI

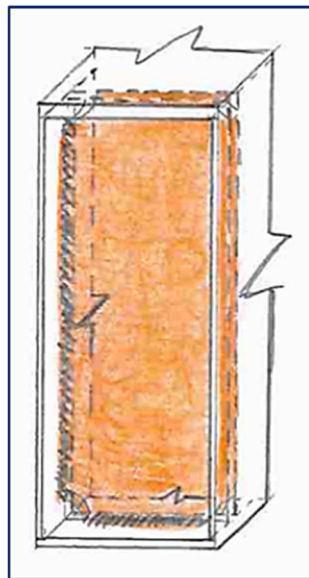


Figura 7-23 - Schema costruttivo trave principale, irrigidimenti

80 (a) 71 (b)		Attacchi trasversali 6) Saldati a una piastra 7) Nervature verticali saldate a un profilo o a una trave composta 8) Diagrammi di travi a cassone composte, saldati all'anima o alla piattabanda  (a) $l \leq 50$ mm (b) $50 < l \leq 80$ mm  Le classi sono valide anche per nervature anulari	6) e 7) Le parti terminali delle saldature devono essere molate accuratamente per eliminare tutte le rientranze presenti  7) Se la nervatura termina nell'anima, $\Delta\sigma$ deve essere calcolato usando le tensioni principali
------------------	--	--	---

Figura 7-24 - Dettagli costruttivi per attacchi e irrigiditori saldati ( $\Delta\sigma$ )

Dato che lo spessore dell'irrigidimento è inferiore a 50 mm, si adotta la seguente classe di resistenza:

$$\Delta\sigma_{c8} = 80 \text{ MPa}$$

Per quanto riguarda le tensioni tangenziali, si adotta il seguente particolare:

Classe del dettaglio	Dettaglio costruttivo	Descrizione	Requisiti
80		<p>8) Cordoni d'angolo continui soggetti a sforzi di sconnessione, quali quelli di composizione tra anima e piattabanda in travi composte saldate</p> <p>9) Giunzioni a sovrapposizione a cordoni d'angolo soggette a tensioni tangenziali</p>	<p>8) <math>\Delta\tau</math> deve essere calcolato in riferimento alla sezione di gola del cordone</p> <p>9) <math>\Delta\tau</math> deve essere calcolato in riferimento alla sezione di gola del cordone, considerando la lunghezza totale del cordone, che deve terminare a più di 10 mm dal bordo della piastra</p>

Figura 7-25 - Dettagli costruttivi per prodotti laminati estrusi ( $\Delta\sigma$ )

$$\Delta\tau_{c8} = 80 \text{ MPa}$$

- PIATTI

Classe del dettaglio	Dettaglio costruttivo	Descrizione	Requisiti
160 140 <sup>(1)</sup>		<p>Prodotti laminati e estrusi</p> <p>1) lamiere e piatti laminati; 2) Lamiere e piatti; 3) Profili cavi senza saldatura, rettangolari e circolari</p>	<p>Difetti superficiali e di laminazione e spigoli vivi devono essere eliminati mediante molatura</p>

Figura 7-26 – Dettagli costruttivi per prodotti laminati estrusi ( $\Delta\sigma$ )

Sotto alla tabella, la normativa specifica che per acciaio resistente alla corrosione, è necessario adottare la classe di resistenza inferiore; dunque, dato che per il ponte si verifica questa situazione, si adotta tale classe di resistenza:

$$\Delta\sigma_{c1} = 140 \text{ MPa}$$

Per quanto riguarda le tensioni tangenziali, il particolare è il seguente:

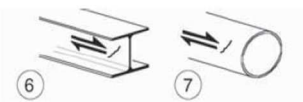
Classe del dettaglio	Dettaglio costruttivo	Descrizione	Requisiti
100		6) e 7) Prodotti laminati e estrusi (come quelli di tabella C4.2.XVII.a) soggetti a tensioni tangenziali	$\Delta\tau$ calcolati con $\Delta\tau = \frac{\Delta V \cdot S(t)}{I \cdot t}$

Figura 7-27 - Dettagli costruttivi per prodotti laminati ed estrusi ( $\Delta\tau$ )

$$\Delta\tau_{c6,7} = 100 \text{ MPa}$$

- SALDATURE LONGITUDINALI FRA PIATTI

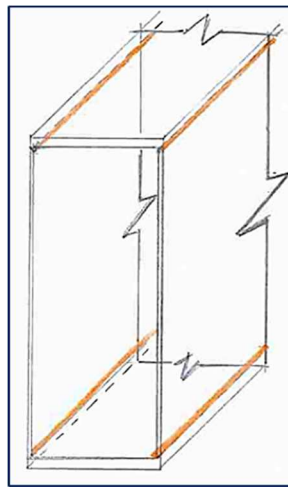


Figura 7-28 - Schema costruttivo travi, saldature longitudinali

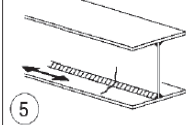
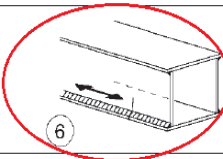
100			5) Saldatura manuale a cordoni d'angolo o a piena penetrazione 6) Saldatura a piena penetrazione manuale o automatica eseguita da un solo lato, in particolare per travi a cassone	5) e 6) Deve essere assicurato un corretto contatto tra anima e piattabanda. Il bordo dell'anima deve essere preparato in modo da garantire una penetrazione regolare alla radice, senza interruzioni
-----	---	---	---	---

Figura 7-29 - Dettagli costruttivi per sezioni saldate ( $\Delta\sigma$ )

E' stato scelto il dettaglio relativo proprio alle travi a cassone.

$$\Delta\sigma_c = 100 \text{ MPa}$$

Per quanto riguarda le tensioni tangenziali, il dettaglio è quello di Figura 7-25:

$$\Delta\tau_c = 80 \text{ MPa}$$

- SALDATURE DI TESTA FRA CONCI

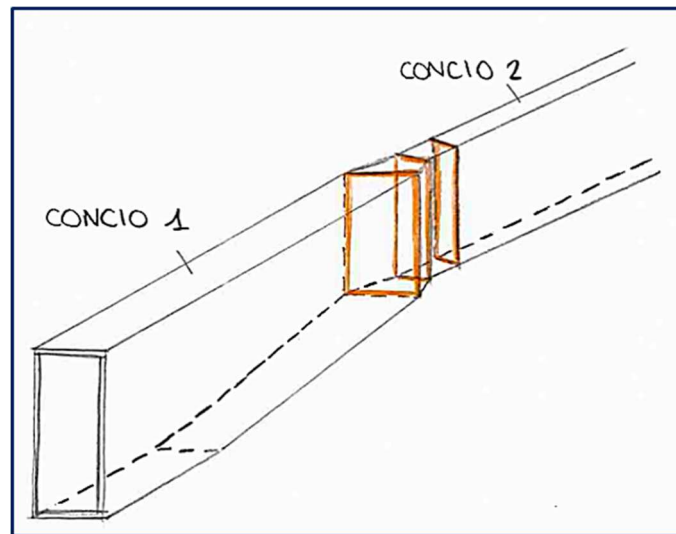


Figura 7-30 - Schema costruttivo trave, saldature di testa

80		<p>Saldature senza piatto di sostegno</p> <p>9) Giunti trasversali in travi composte, in assenza di lunette di scarico</p> <p>10) Giunti trasversali completi di profili laminati, in presenza di lunette di scarico</p> <p>11) Giunti trasversali di lamiere, piatti, profilati e travi composte</p> <p>Per spessori <math>t &gt; 25</math> mm, si deve adottare una classe ridotta del coefficiente</p> <p><math>k_s = (25/t)^{0.2}</math></p>	<p>Saldature effettuate da entrambi i lati, non molate e sottoposte a controlli non distruttivi.</p> <p>Le saldature devono essere iniziate e terminate su tacchi d'estremità, da rimuovere una volta completata la saldatura</p> <p>I bordi esterni delle saldature devono essere molati in direzione degli sforzi</p> <p>Sovrappessore di saldatura non maggiore del 20% della larghezza del cordone, per i dettagli 9) e 11), o del 10% per il dettaglio 10, con zone di transizione regolari</p>
----	--	--	--

Figura 7-31 - Dettagli costruttivi per saldature a piena penetrazione ( $\Delta\sigma$ )

$$\Delta\sigma_{c9} = 80 \text{ MPa}$$

Tale dettaglio verrà utilizzato per le verifiche nella sezione a 16m dall'imposta di sinistra in cui è presente il giunto fra i conchi 2 e 3 eseguito tramite piatti non rastremati.

Per le tensioni tangenziali è stato usato lo stesso dettaglio di Figura 7-25:

$$\Delta\tau_c = 80 \text{ MPa}$$

Al fine di effettuare le verifiche nella sezione a 6m dall'appoggio di sinistra, si utilizzerà il seguente dettaglio, relativo alle giunzioni di testa con piatti rastremati (come mostrato in Figura 7-30):

90		<p>Saldature senza piatto di sostegno</p> <p>5) Giunti trasversali in piatti e lamiera</p> <p>6) Giunti trasversali completi di profili laminati, in assenza di lunette di scarico</p> <p>7) Giunti trasversali di lamiera e piatti con rastremazioni in larghezza e spessore con pendenza non maggiore di 1:4.</p> <p>Nelle zone di transizione gli intagli nelle saldature devono essere eliminati</p> <p>Per spessori <math>t &gt; 25</math> mm, si deve adottare una classe ridotta del coefficiente</p> <p><math>k_s = (25/t)^{0.2}</math></p>	<p>Saldature effettuate da entrambi i lati e sottoposte a controlli non distruttivi</p> <p>Sovrappessore di saldatura non maggiore del 10% della larghezza del cordone, con zone di transizione regolari</p> <p>Le saldature devono essere iniziate e terminate su tacchi d'estremità, da rimuovere una volta completata la saldatura</p> <p>I bordi esterni delle saldature devono essere molati in direzione degli sforzi</p> <p>Le saldature dei dettagli 5) e 7) devono essere eseguite in piano</p>
----	--	---	--

Figura 7-32 - Dettagli costruttivi per saldature a piena penetrazione ( $\Delta\sigma$ )

$$\Delta\sigma_{c7} = 90 \text{ MPa}$$

Relativamente alle tensioni tangenziali, il dettaglio è sempre quello di Figura 7-25:

$$\Delta\tau_c = 80 \text{ MPa}$$

### 7.6.3. Traversi

- SALDATURE LONGITUDINALI FRA PIATTI

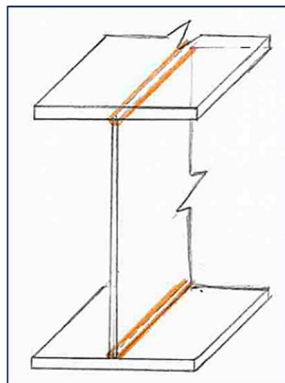


Figura 7-33 - Schema costruttivo trasverso, saldature longitudinali

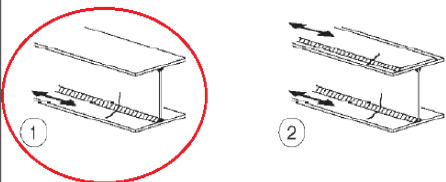
Classe del dettaglio	Dettaglio costruttivo	Descrizione	Requisiti
125		<p>Saldatura longitudinali continue</p> <p>1) Saldatura automatica a piena penetrazione effettuata da entrambi i lati</p> <p>2) Saldatura automatica a cordoni d'angolo. Le parti terminali dei piatti di rinforzo devono essere verificate considerando i dettagli 5) e 6) della tabella C4.2.XXI</p>	<p>1) e 2) Non sono consentite interruzioni/riprese, a meno che la riparazione sia eseguita da un tecnico qualificato e siano eseguiti controlli atti a verificare la corretta esecuzione della riparazione</p>

Figura 7-34 - Dettagli costruttivi per sezioni saldate ( $\Delta\sigma$ )

$$\Delta\sigma_1 = 125 \text{ MPa}$$

Il dettaglio costruttivo relativo alle tensioni tangenziali è sempre quello di Figura 7-25:

$$\Delta\tau_8 = 80 \text{ MPa}$$

- SALDATURE DI TESTA FRA CONCI

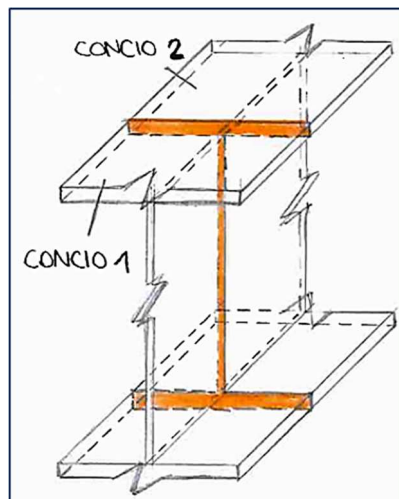


Figura 7-35 - Schema costruttivo trasverso, saldature di testa

Classe del dettaglio	Dettaglio costruttivo	Descrizione	Requisiti
112		<p>Saldature senza piatto di sostegno</p> <p>1) Giunti trasversali in piatti e lamiere</p> <p>2) Giunti di anime e piattabande in travi composte eseguiti prima dell'assemblaggio</p> <p>3) Giunti trasversali completi di profili laminati, in assenza di lunette di scarico</p> <p>4) Giunti trasversali di lamiere e piatti con rastremazioni in larghezza e spessore con pendenza non maggiore di 1:4. Nelle zone di transizione gli intagli nelle saldature devono essere eliminati</p> <p>Per spessori <math>t &gt; 25</math> mm, si deve adottare una classe ridotta del coefficiente</p> <p><math>k_s = (25/t)^{0,2}</math>.</p>	<p>Saldature effettuate da entrambi i lati, molate in direzione degli sforzi e sottoposte a controlli non distruttivi.</p> <p>Le saldature devono essere iniziate e terminate su tacchi d'estremità, da rimuovere una volta completata la saldatura</p> <p>I bordi esterni delle saldature devono essere molati in direzione degli sforzi</p> <p>3) Vale solo per profilati tagliati e risaldati</p>

Figura 7-36 - Dettagli costruttivi per saldature a piena penetrazione ( $\Delta\sigma$ )

$$\Delta\sigma_{c2}(\text{anima}) = 112 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_{c2}(\text{ali}) = 112 * k_s$$

La classe di resistenza  $\Delta\sigma_{c2}$  va ridotta, come indicato, di un coefficiente  $k_s$  quando lo spessore  $t$  del piatto che viene saldato è maggiore di 25mm. Nel caso in esame le ali del traverso hanno spessore maggiore, quindi la resistenza andrà moltiplicata per:

$$k_s = \left(\frac{25}{t}\right)^{0,2}$$

Per quanto riguarda le tensioni tangenziali, si fa sempre riferimento alla Figura 7-25:

$$\Delta\tau_{c8} = 80 \text{ MPa}$$



- SALDATURA DI TESTA CON TRAVE PRINCIPALE

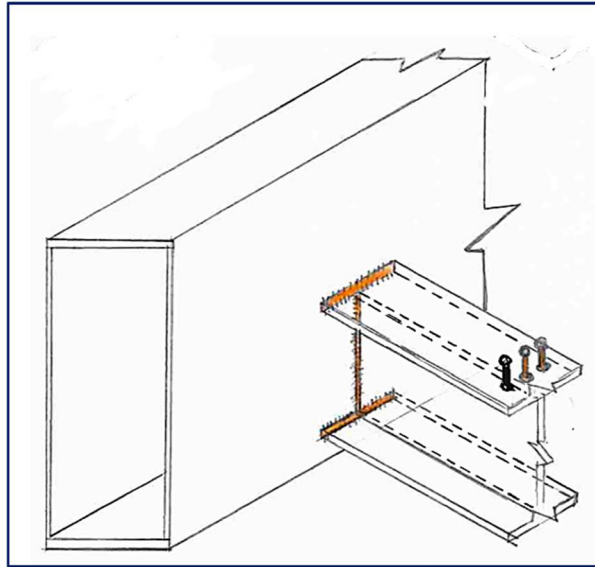


Figura 7-37 - Schema costruttivo trasverso, saldatura di testa con trave longitudinale

As detail 1 in Table 8.5		18) Transverse butt weld at intersecting flanges.	Details 18) and 19) The fatigue strength of the continuous component has to be checked with Table 8.4, detail 4 or detail 5.
As detail 4 in Table 8.4		19) With transition radius according to Table 8.4, detail 4	

Figura 7-38 – Saldature di testa trasversali ( $\Delta\sigma$ )

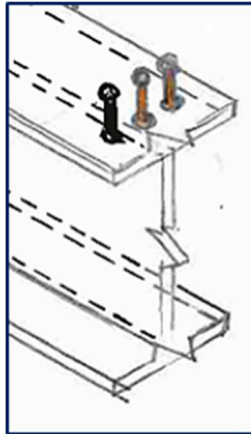
Tale dettaglio è stato preso dalla EN1993-1-9 (EC3) e fornisce la seguente classe di resistenza:

$$\Delta\sigma_c = 80 \text{ MPa}$$

Per quanto riguarda le tensioni tangenziali, si adotta la stessa classe di resistenza della Figura 7-25:

$$\Delta\tau_c = 80 \text{ MPa}$$

- PIOLI



*Figura 7-39 - Schema costruttivo trasverso, pioli tipo Nelson*

80		9) Effetto della saldatura del piolo sul materiale base della piastra	
----	--	---	--

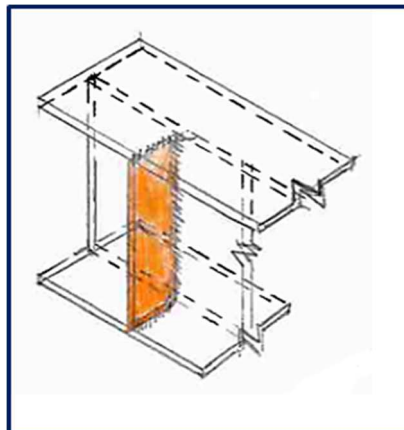
*Figura 7-40 – Dettagli costruttivi per attacchi e irrigiditori saldati ( $\Delta\sigma$ )*

$$\Delta\sigma_c = 80 \text{ MPa}$$

La classe di resistenza è la medesima utilizzata in precedenza:

$$\Delta\tau_c = 80 \text{ MPa}$$

- PIASTRE DI IRRIGIDIMENTO



*Figura 7-41 - Schema costruttivo trasverso, piastra di irrigidimento*

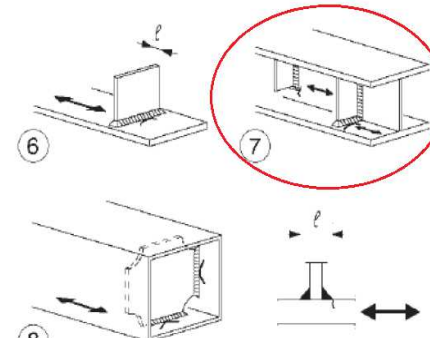
80 (a) 71 (b)		Attacchi trasversali  6) Saldati a una piastra 7) Nervature verticali saldate a un profilo o a una trave composta 8) Diagrammi di travi a cassone composte, saldate all'anima o alla piattabanda  (a) $l \leq 50$ mm (b) $50 < l \leq 80$ mm  Le classi sono valide anche per nervature anulari	6) e 7) Le parti terminali delle saldature devono essere molate accuratamente per eliminare tutte le rientranze presenti  7) Se la nervatura termina nell'anima, $\Delta\sigma$ deve essere calcolato usando le tensioni principali
------------------	---	--	---

Figura 7-42 - Dettagli costruttivi per attacchi e irrigiditori saldati ( $\Delta\sigma$ )

Dato che lo spessore dell'irrigidimento è inferiore a 50mm, si adotta la classe di resistenza più alta:

$$\Delta\sigma_c = 80 \text{ MPa}$$

La classe di resistenza per le tensioni tangenziali è quella di Figura 7-25:

$$\Delta\tau_c = 80 \text{ MPa}$$

- SALDATURA CON PIASTRA PER AGGANCIO DEI DIAGONALI DI CONTROVENTAMENTO

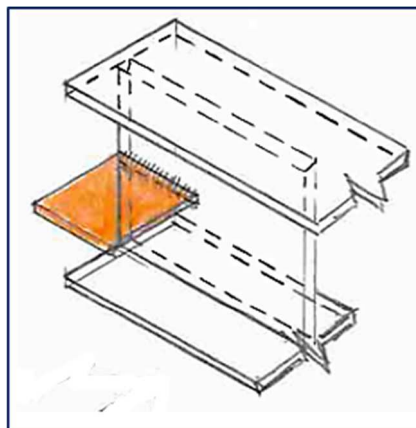


Figura 7-43 - Schema costruttivo trasverso, saldatura con piastre di ancoraggio

Classe del dettaglio	Dettaglio costruttivo	Descrizione	Requisiti
80 (a) 71 (b) 63 (c) 56 (d) 50 (e) 45 (f) 40 (g)		<p>Giunti a croce o a T</p> <p>1) Lesioni al piede della saldatura in giunti a piena penetrazione o a parziale penetrazione</p> <p>2) Lesione al piede della saldatura a partire dal bordo del piatto caricato, in presenza di picchi locali di tensione nelle parti terminali della saldatura dovuti alla deformabilità del pannello</p> <p>(a) <math>l \leq 50</math> mm e <math>t</math> qualsiasi (b) <math>50 &lt; l \leq 80</math> mm e <math>t</math> qualsiasi (c) <math>80 &lt; l \leq 100</math> mm e <math>t</math> qualsiasi (d) <math>100 &lt; l \leq 120</math> mm e <math>t</math> qualsiasi (e) <math>l &gt; 120</math> mm e <math>t \leq 20</math> mm (f) <math>120 &lt; l \leq 200</math> mm e <math>t &gt; 20</math> mm (g) <math>l &gt; 200</math> mm e <math>20 &lt; t \leq 30</math> mm (h) <math>200 &lt; l \leq 300</math> mm e <math>t &gt; 30</math> mm (i) <math>l &gt; 300</math> mm e <math>30 &lt; t \leq 50</math> mm (j) <math>l &gt; 300</math> mm e <math>t &gt; 50</math> mm</p>	<p>1) Il giunto deve essere controllato: le discontinuità e i disallineamenti devono essere conformi alle tolleranze della EN1090.</p> <p>2) Nel calcolo di <math>\Delta\sigma</math> si deve far riferimento al valore di picco delle tensioni, mediante un opportuno fattore di concentrazione degli sforzi <math>k_t</math>.</p> <p>1) e 2) Il disallineamento dei piatti caricati non deve superare il 15% dello spessore della piastra intermedia</p>

Figura 7-44 – Connessioni saldate direttamente sollecitate ( $\Delta\sigma$ )

L'anima del traverso a cui è saldata la piastra ha uno spessore inferiore a 50mm, quindi si adotta la classe di resistenza maggiore:

$$\Delta\sigma_{c1} = 80 \text{ MPa}$$

Per quanto riguarda le tensioni tangenziali, la classe di resistenza è sempre la solita per saldature direttamente sollecitate:

$$\Delta\tau_{c8} = 80 \text{ MPa}$$

#### 7.6.4. Travi longitudinali secondarie (IPE 240)

- PROFILO LAMINATO

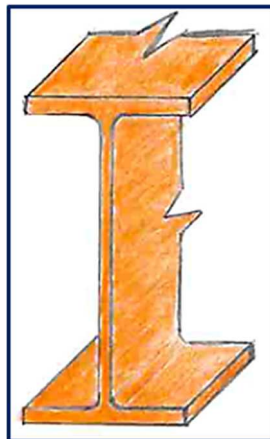


Figura 7-45 - Schema costruttivo IPE 240

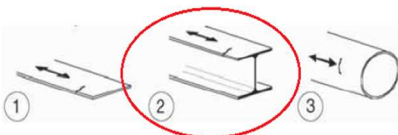
Classe del dettaglio	Dettaglio costruttivo	Descrizione	Requisiti
160 140 <sup>(1)</sup>		<u>Prodotti laminati e estrusi</u> 1) lamiere e piatti laminati; 2) Lamiere e piatti; 3) Profili cavi senza saldatura, rettangolari e circolari	Difetti superficiali e di laminazione e spigoli vivi devono essere eliminati mediante molatura

Figura 7-46 - Dettagli costruttivi per prodotti laminati ed estrusi ( $\Delta\sigma$ )

$$\Delta\sigma_c = 140 \text{ MPa}$$

E' stata adottata la classe di resistenza più bassa in quanto l'acciaio è resistente alla corrosione.

Per quanto riguarda le tensioni tangenziali:


Classe del dettaglio	Dettaglio costruttivo	Descrizione	Requisiti
100		6) e 7) Prodotti laminati e estrusi (come quelli di tabella C4.2.XVII.a) soggetti a tensioni tangenziali	$\Delta\tau$ calcolati con $\Delta\tau = \frac{\Delta V \cdot S(t)}{I \cdot t}$

Figura 7-47 - Dettagli costruttivi per prodotti laminati ed estrusi ( $\Delta\tau$ )

$$\Delta\tau_{c6} = 100 \text{ MPa}$$

- GIUNTO FRA SPEZZONI DI IPE 240

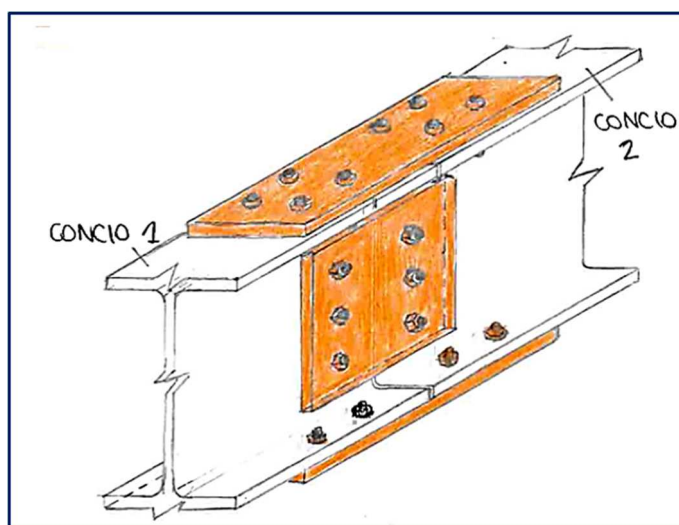


Figura 7-48 - Schema costruttivo IPE 240, giunto bullonato fra spezzoni

Per i bulloni si considera il seguente dettaglio:

Classe del dettaglio	Dettaglio costruttivo	Descrizione	Requisiti
100		15) Bulloni sollecitati a taglio su uno o due piani non interessanti la parte filettata. - Bulloni calibrati - Bulloni normali di grado 5.6, 8.8 e 10.9 e assenza di inversioni di carico	$\Delta\tau$ calcolati in riferimento all'area del gambo

Figura 7-49 – Bulloni sollecitati a taglio ( $\Delta\tau$ )

$$\Delta\tau_{c15} = 100 \text{ MPa}$$

Per il giunto bullonato coi piatti:

80		12) Giunti bullonati con coprigiunti singoli e bulloni calibrati o bulloni non precaricati iniettati	$\Delta\sigma$ riferiti alla sezione netta
----	--	--	--

Figura 7-50 - Dettagli costruttivi per giunti bullonati o chiodati ( $\Delta\sigma$ )

$$\Delta\sigma_{c12} = 80 \text{ MPa}$$

- SALDATURA DI TESTA CON TRAVERSI

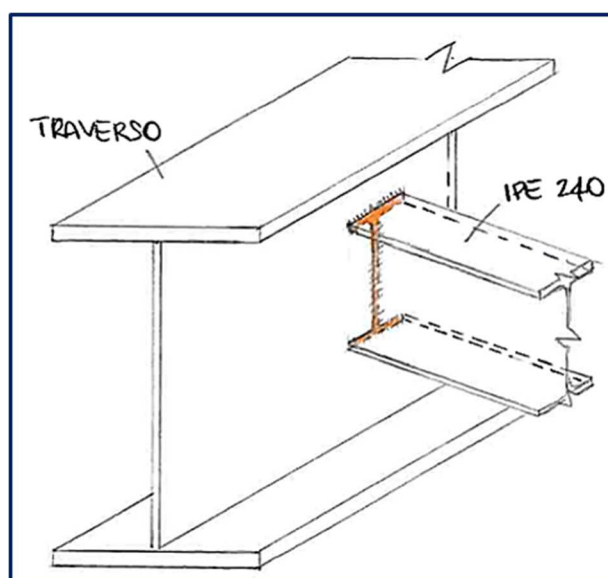


Figura 7-51 - Schema costruttivo IPE 240, saldatura di testa con traverso

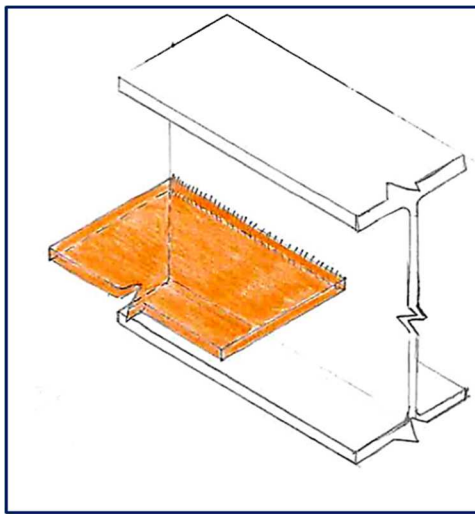
La classe di resistenza per le saldature di testa è quella già mostrata di Figura 7-38:

$$\Delta\sigma_c = 80 \text{ MPa}$$

Per le tensioni tangenziali si utilizza la classe di Figura 7-25:

$$\Delta\tau_c = 80 \text{ MPa}$$

- PIASTRA PER AGGANCIO DIAGONALI



*Figura 7-52 - Schema costruttivo IPE 240, piastra saldata per aggancio diagonali*

La classe di resistenza per le saldature a T è quella di Figura 7-44:

$$\Delta\sigma_c = 80 \text{ MPa}$$

Per le tensioni tangenziali ci si riferisce sempre alla Figura 7-25:

$$\Delta\tau_c = 80 \text{ MPa}$$

### 7.6.5. Angolari (controventamento impalcato)

- PROFILO LAMINATO

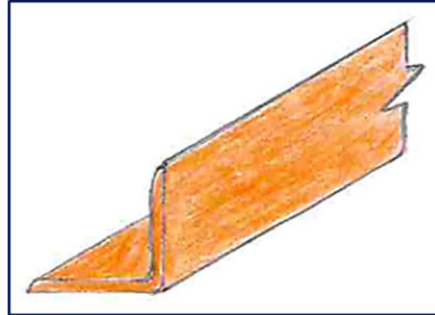


Figura 7-53 - Schema costruttivo angolare

Le classi di resistenza relative alle tensioni normali e tangenziali sono quelle, rispettivamente, di Figura 7-46 e Figura 7-47:

$$\Delta\sigma_{c1} = 140 \text{ MPa}$$

$$\Delta\tau_{c6} = 100 \text{ MPa}$$

- GIUNTI BULLONATI

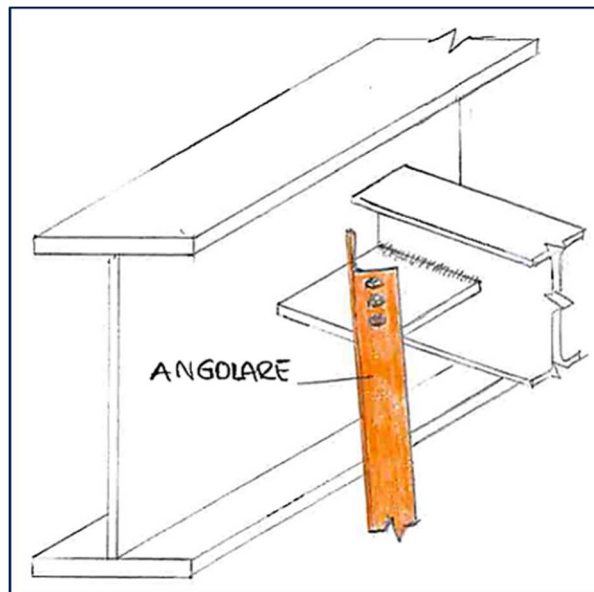


Figura 7-54 - Schema costruttivo angolari, giunto bullonato con piastra



I dettagli costruttivi della normativa per bulloni e giunti bullonati sono di nuovo quelli di Figura 7-49 e Figura 7-50:

$$\Delta\sigma_{c12} = 80 \text{ MPa}$$

$$\Delta\tau_{c15} = 100 \text{ MPa}$$

### 7.6.6. Archi

- PROFILO LAMINATO

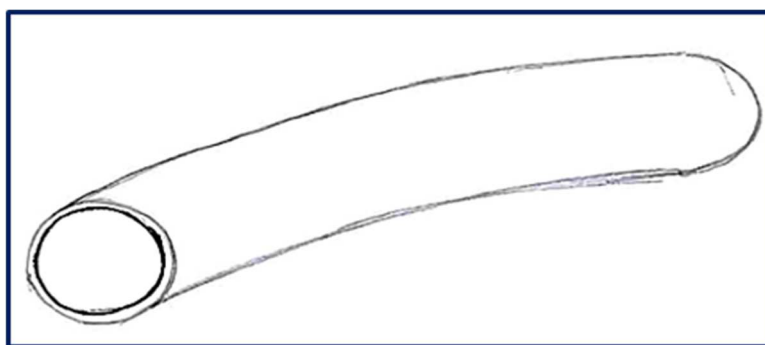


Figura 7-55 - Schema costruttivo concio di arco

Classe del dettaglio	Dettaglio costruttivo	Descrizione	Requisiti
160 140 <sup>(1)</sup>		Prodotti laminati e estrusi 1) lamiere e piatti laminati; 2) Lamiere e piatti; 3) Profili cavi senza saldatura, rettangolari e circolari	Difetti superficiali e di laminazione e spigoli vivi devono essere eliminati mediante molatura

Figura 7-56 - Dettagli costruttivi per prodotti laminati ed estrusi ( $\Delta\sigma$ )

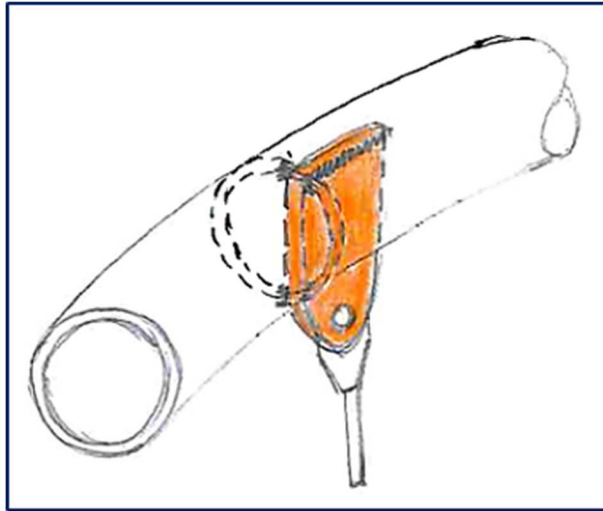
$$\Delta\sigma_3 = 140 \text{ MPa}$$

Classe del dettaglio	Dettaglio costruttivo	Descrizione	Requisiti
100		6) e 7) Prodotti laminati e estrusi (come quelli di tabella C4.2.XVII.a) soggetti a tensioni tangenziali	$\Delta\tau$ calcolati con $\Delta\tau = \frac{\Delta V \cdot S(t)}{I \cdot t}$

Figura 7-57 - Dettagli costruttivi per prodotti laminati ed estrusi ( $\Delta\sigma$ )

$$\Delta\tau_7 = 100 \text{ MPa}$$

- SALDATURA CON PIASTRA PER AGGANCIAMENTO PENDINI



*Figura 7-58 - Schema costruttivo arco, saldatura con piastra per aggancio pendini*

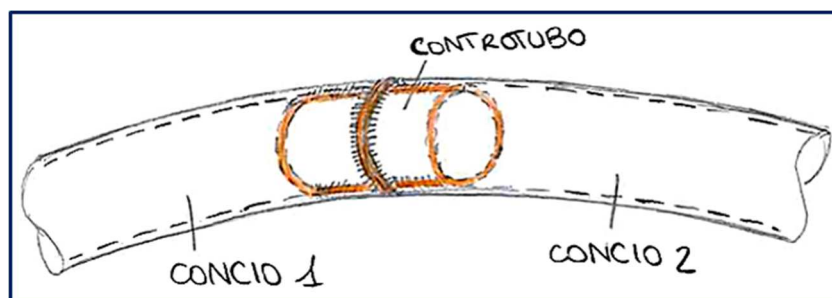
Il particolare corrispondente della normativa alla piastra saldata a T con l'arco è quello di Figura 7-44:

$$\Delta\sigma_{c1} = 80 \text{ MPa}$$

Per le tensioni tangenziali ci si riferisce alla Figura 7-25:

$$\Delta\tau_{c8} = 80 \text{ MPa}$$

- SALDATURA DI TESTA FRA CONCI



*Figura 7-59 - Schema costruttivo arco, saldatura di testa fra conci successivi*

Per quanto riguarda la saldatura del controtubo, il dettaglio corrispondente è:

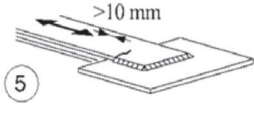
45°		<p>Giunzioni a sovrapposizione</p> <p>4) Giunzione a sovrapposizione a cordoni d'angolo (verifica degli elementi sovrapposti)</p>	<p><math>\Delta\sigma</math> è riferito agli elementi sovrapposti</p> <p>Le saldature devono terminare a più di 10 mm dal bordo della piastra.</p> <p>Le verifiche a fatica della saldatura per tensioni tangenziali devono essere effettuate in riferimento al dettaglio 8 (Tabella C4..2.XVII.b)</p>
-----	---	---	--

Figura 7-60 – Connessioni saldate direttamente sollecitate ( $\Delta\sigma$ )

$$\Delta\sigma_{c5} = 45 \text{ MPa}$$

Relativamente alla saldatura di testa fra i conci di arco si fa riferimento al seguente dettaglio trovato nell'EC3 (UNI1993-1-9):

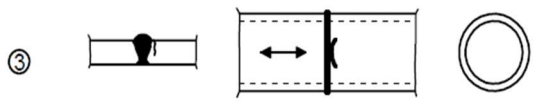
71		<p><u>Transverse butt welds:</u></p> <p>3) Butt-welded end-to-end connections between circular structural hollow sections.</p>
----	--	--

Figura 7-61 - Saldature testa a testa, sezioni cave ( $\Delta\sigma$ )

Per quanto riguarda le tensioni tangenziali, si fa sempre riferimento alla Figura 7-25:

$$\Delta\tau_c = 80 \text{ MPa}$$

### 7.6.7. Controventamento superiore (archi)

- SALDATURA FRA TUBOLARI DI SOMMITA'

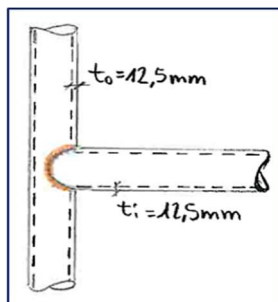


Figura 7-62 - Schema costruttivo controventamento archi, saldatura fra tubolari di sommità

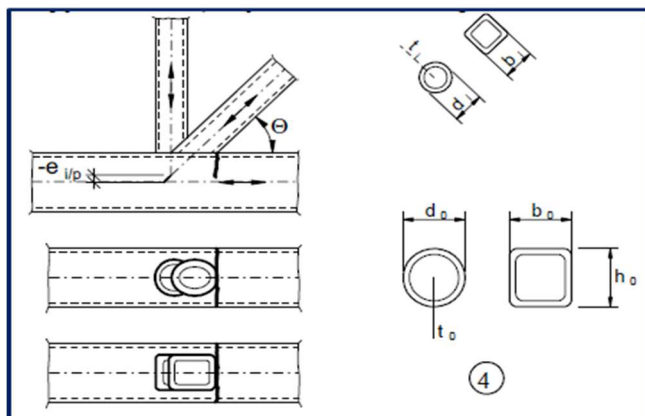


Figura 7-63 - Dettagli da normativa EC3 (EN1993-1-9)

$$\Delta\sigma_c = 50 \text{ MPa}$$

La normativa definisce, per il dettaglio di Figura 7-63, due classi di resistenza diverse a seconda del rapporto fra gli spessori  $t_0$  e  $t_i$ ; in particolare, se  $t_0/t_i = 1$  allora, come in questo caso (si veda Figura 7-62),  $\Delta\sigma_c = 50 \text{ MPa}$ .

- SALDATURA FRA TUBOLARI DI CONTROVENTAMENTO SOMMITALE E TUBOLARI DI SOMMITA'

Questo tipo di giunto si ha fra gli elementi tubolari principali (descritti al punto precedente) e gli elementi diagonali di controventamento; lo schema è il seguente:

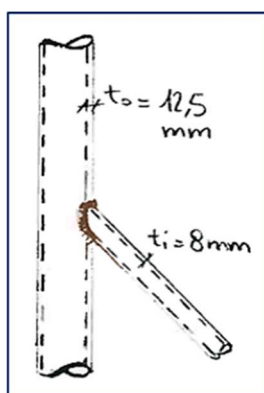


Figura 7-64 - Schema costruttivo controventamento archi, saldatura fra tubolari di sommità e diagonali

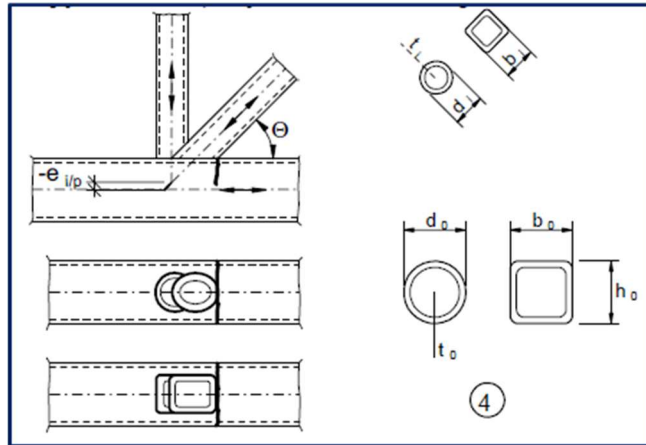


Figura 7-65 - Dettagli da normativa EC3 (EN1993-1-9)

$$\Delta\sigma_c = 71 \text{ MPa}$$

In questo caso il rapporto  $t_0/t_i = 1,56$  risulta maggiore di 1,4 per cui si utilizza una classe di resistenza maggiore.

- SALDATURA FRA TUBOLARI DI CONTROVENTAMENTO SOMMITALE ED ARCO

I diagonali, oltre che ad essere saldati ai tubolari di sommità, sono saldati agli archi, per cui si ha il seguente schema:

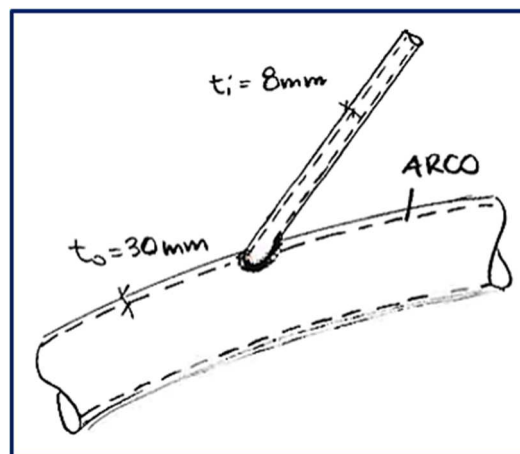


Figura 7-66 - Schema costruttivo controventamento archi, saldatura fra tubolari di controventamento sommitale ed archi

Il dettaglio costruttivo corrispondente della normativa è lo stesso individuato per i due casi precedenti.

Per questo particolare, il rapporto  $t_0/t_i = 3,75$  è di nuovo maggiore di 1,4, dunque si avrà una classe di resistenza pari a:

$$\Delta\sigma_c = 71 \text{ MPa}$$

- SALDATURA FRA TUBOLARI DI SOMMITA' ED ARCO

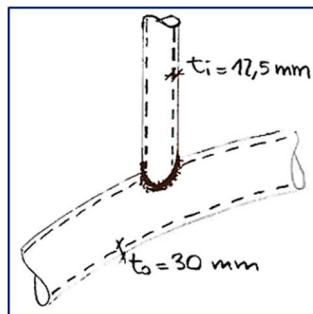


Figura 7-67 - Schema costruttivo controventamento archi, saldatura fra tubolari di sommità ed archi

Il dettaglio della normativa è sempre lo stesso e il rapporto  $t_0/t_i = 2,4$ ; quindi si adotta la seguente classe di resistenza:

$$\Delta\sigma_c = 71 \text{ MPa}$$

- SALDATURA FRA TUBOLARI DI CONTROVENTAMENTO SOMMITALE

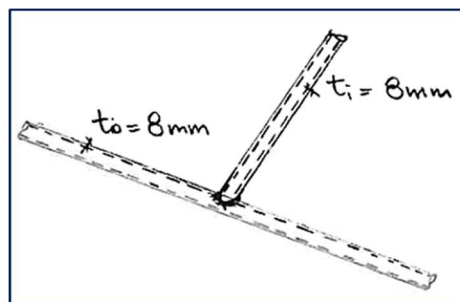


Figura 7-68 - Schema costruttivo controventamento archi, saldatura fra tubolari di controventamento sommitale

Il dettaglio della normativa è lo stesso dei precedenti casi; il rapporto è  $t_0/t_i = 1$  quindi la classe di resistenza è:

$$\Delta\sigma_c = 50 \text{ MPa}$$

### 7.6.8. Pendini

- FUNI

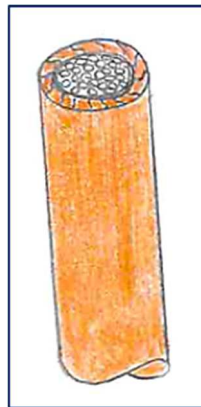


Figura 7-69 - Schema costruttivo pendini, funi

La classe di resistenza, in questo caso, è stata ricavata dall'EC3 (EN 1993-1-11); si dice che, in assenza di prove sperimentali sulla resistenza a fatica dei cavi, si può determinare tale parametro tramite la seguente curva S-N e la seguente tabella:

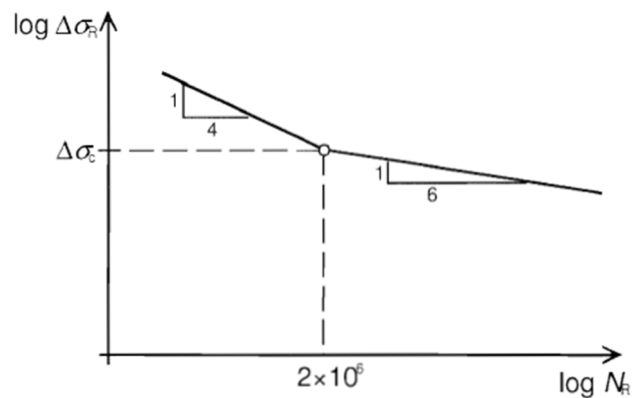


Figura 7-70 - Curva S-N per cavi (tensioni di trazione)

Group	Tension components		Detail category $\Delta\sigma_c$ [N/mm <sup>2</sup> ]
A	1	Prestressing bars	105
B	2	Fully locked coil rope with metal or resin socketing	150
	3	Spiral strands with metal or resin socketing	150
C	4	Parallel wire strands with epoxy socketing	160
	5	Bundle of parallel strands	160
	6	Bundle of parallel wires	160

Figura 7-71 - Tabella delle classi di resistenza per varie tipologie di cavi (EN 1993-1-11)

Nel caso in esame si hanno trefoli a spirale per cui si è nel caso 2 (*fully locked coil rope with metal or resin socketing*); la classe di resistenza è quindi:

$$\Delta\sigma_c = 150 \text{ MPa}$$

- SALDATURA DEL GANCIO DI ANCORAGGIO DEI PENDINI

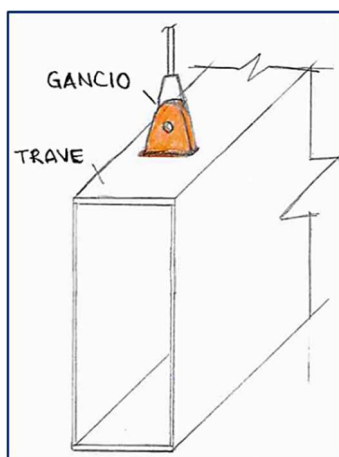


Figura 7-72 - Schema costruttivo pendini, saldatura del gancio di ancoraggio alla trave

La classe di resistenza relativa alla piastra saldata a T sulla trave è la medesima di Figura 7-44:

$$\Delta\sigma_{c1} = 80 \text{ MPa}$$

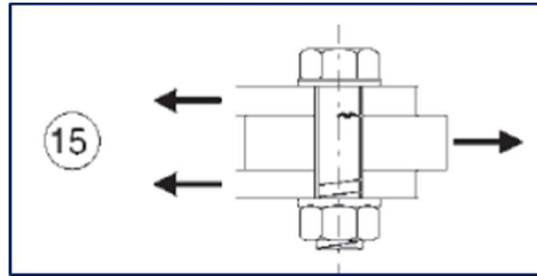
Per le tensioni tangenziali, si fa sempre riferimento alla classe di Figura 7-25:

$$\Delta\tau_{c8} = 80 \text{ MPa}$$



- PERNO DI AGGANCIAMENTO DELLA PIASTRA DI ANCORAGGIO

Si fa sempre riferimento alla Figura 7-72; il perno tiene uniti la piastra di ancoraggio e il pendino, per cui, avendo sforzo normale in quest'ultimo, il perno sarà soggetto a taglio, come indicato nel seguente dettaglio:



*Figura 7-73 - Dettaglio da normativa Circ. n° 617 2009*

$$\Delta\tau_c = 100 \text{ MPa}$$

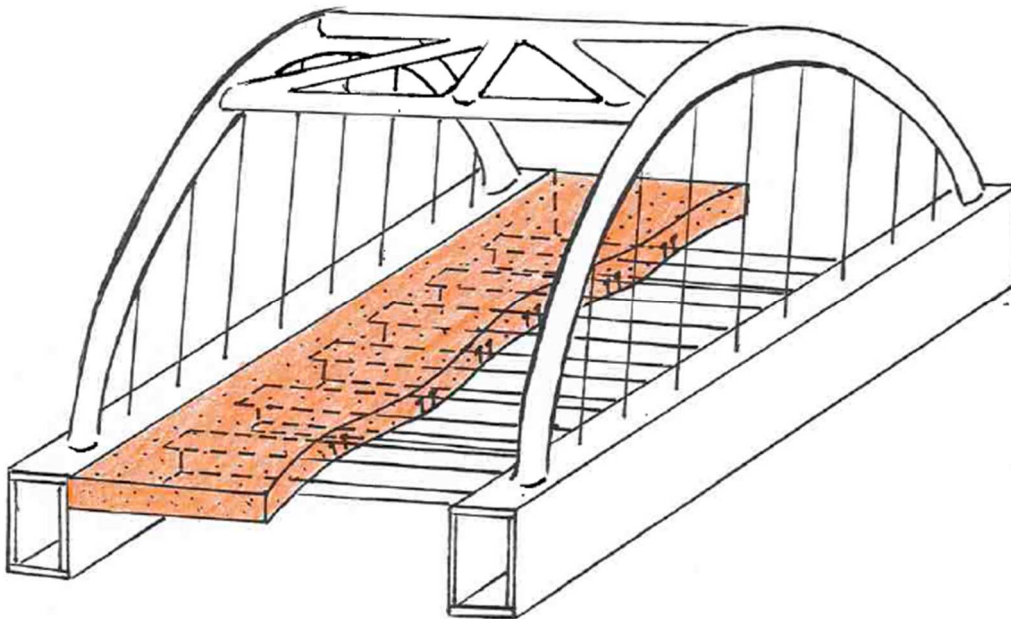
## 8. VERIFICHE A FATICA DI SELEZIONATI ELEMENTI STRUTTURALI

Nel seguente capitolo verrà descritto nel dettaglio il procedimento seguito per effettuare le verifiche di:

- soletta d'impalcato
- pendini
- travi longitudinali

Nella trattazione verrà seguito l'ordine già delineato nello schema del capitolo 3; per ricavare le linee di influenza e gli oscillogrammi delle tensioni sono stati creati script del programma di calcolo numerico. E' stato inserito in appendice come esempio soltanto quello relativo alla soletta (linea di influenza del momento flettente all'appoggio); gli altri (relativi alla soletta per la sezione di campata, alla trave e ai pendini) sono stati creati seguendo la stessa logica, ma partendo da una linea di influenza tradizionale ricavata tramite software e non manualmente.

### 8.1. Soletta di impalcato



*Figura 8-1 - Schizzo del ponte. Elemento studiato: soletta*

Per la soletta di impalcato, gli elementi da verificare sono i seguenti:

- Calcestruzzo
- Barre di armatura

Le verifiche sono state effettuate seguendo le indicazioni dell'EC2 (UNI ENV 1992-2) già esposte nel §6.2.

### *8.1.1. Azioni*

Come già detto in precedenza, per quanto riguarda il calcestruzzo è necessario ricavare le tensioni massime e minime e verificare che rispettino certi limiti indicati dalla normativa.

Le tensioni massime e minime si ricavano nel seguente modo:

- $\sigma_{C,max} = \sigma_{C,media} + \frac{\Delta\sigma_{max}}{2}$
- $\sigma_{C,min} = \sigma_{C,media} - \frac{\Delta\sigma_{max}}{2}$

dove  $\sigma_{C,media}$  è la tensione media sul calcestruzzo data dall'azione dei carichi permanenti distribuiti e  $\Delta\sigma_{max}$  è la variazione di tensione massima dovuta ai carichi mobili.

Si vuole ricordare che la combinazione di carichi da utilizzare per le verifiche di fatica è la SLE frequente, come indicato dall'EC2 (UNI EN 1992-1-1:2005):

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + \Psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \Psi_{2,i} Q_{k,i} + Q_{fat}$$

Nel caso in esame, tale combinazione si riduce ai carichi permanenti calcolati al §7.4:

$$126,29 \text{ kN/m}$$

e ai carichi mobili.

Per questi ultimi, secondo la UNI ENV 1992-2 (§4.3.7.2), è necessario utilizzare il modello di carico di fatica che si pensa possa essere il più gravoso per la verifica;

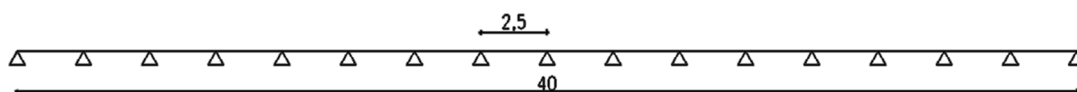
dunque, è stato utilizzato il modello di carico di fatica numero 1, non avendo a disposizione delle misurazioni reali effettuate in situ.

Per quanto riguarda le barre di armatura, invece, essendo soggette a trazione e non saldate (e non essendo pretesate) è sufficiente calcolare lo stress range massimo e verificare che esso sia inferiore a 70 MPa; in caso di esito negativo, è necessario effettuare una verifica più precisa.

Dunque, per l'acciaio d'armatura non servono i carichi permanenti distribuiti ma soltanto i carichi concentrati del modello di carico di fatica n.1.

### **8.1.2. Individuazione dello schema statico**

La soletta è gettata sulle predalles disposte in direzione longitudinale e appoggiate ai diciassette tarversi; dunque lo schema statico è di trave continua di 40m su diciassette appoggi distanti 2,5m:



*Figura 8-2 - Schema statico della soletta di impalcato*

Le verifiche sono state condotte per le sezioni all'appoggio centrale e in campata (rispettivamente la sezione I e la sezione HI di Figura 8-3), considerando una striscia di soletta di larghezza pari a 1,8m come larghezza di diffusione del carico dalla pavimentazione fino al piano medio della soletta.

### **8.1.3. Calcolo delle sollecitazioni dovute ai carichi permanenti**

Lo schema è quello di Figura 8-2 con carico distribuito applicato di 126,29 kN/m; è stato risolto tramite il metodo di cross ottenendo i seguenti risultati:

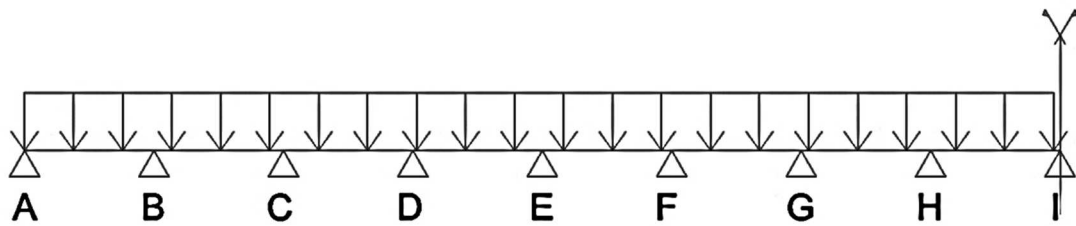


Figura 8-3 - Schema statico di riferimento per il calcolo

<b>M [kNm]</b>	<b>M<sub>AB</sub></b>	56,96	<b>M<sub>B</sub></b>	-83,41	<b>M<sub>BC</sub></b>	26,44
	<b>M<sub>C</sub></b>	-61,05	<b>M<sub>CD</sub></b>	34,61	<b>M<sub>D</sub></b>	-67,04
	<b>M<sub>DE</sub></b>	32,42	<b>M<sub>E</sub></b>	-65,44	<b>M<sub>EF</sub></b>	33,01
	<b>M<sub>F</sub></b>	-65,87	<b>M<sub>FG</sub></b>	32,85	<b>M<sub>G</sub></b>	-65,75
	<b>M<sub>GH</sub></b>	32,9	<b>M<sub>H</sub></b>	-65,78	<b>M<sub>HI</sub></b>	32,89
	<b>M<sub>I</sub></b>					-65,77

Tabella 8-1 - Momenti sollecitanti soletta, carichi permanenti, metodo di Cross

Si vuole precisare che, cautelativamente, è stato considerato anche il peso proprio della soletta nella cosiddetta *fase 2*, in aggiunta ai pesi permanenti portati.

#### 8.1.4. Linea di influenza tradizionale di *M* all'appoggio *I*

Per la costruzione di questa linea di influenza si è proceduto manualmente, utilizzando il criterio fornito dal teorema di Land: applicazione di una distorsione unitaria corrispondente alla sollecitazione cercata.

In questo caso, volendo ricavare il momento all'appoggio centrale, ed essendo quindi la struttura simmetrica, quest'ultima è stata divisa in due parti e all'estremo di sinistra è stata applicata una rotazione pari a  $\frac{1}{2}$ :

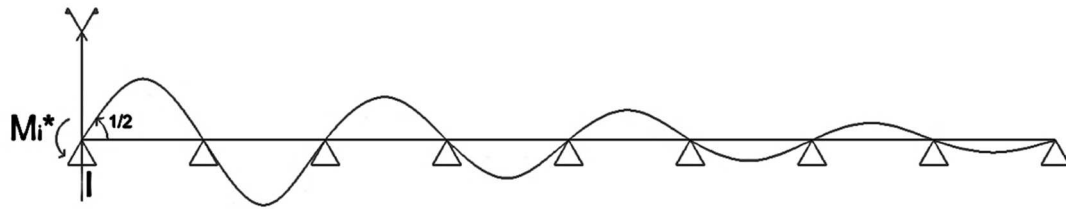


Figura 8-4 - Applicazione della rotazione all'appoggio e relativa configurazione deformata qualitativa

$M_i^*$  è l'incognita del problema, cioè l'azione che genera la rotazione di  $\frac{1}{2}$ , il sistema distorcente incognito. La deformata avrà l'andamento qualitativo di Figura 8-4 cioè con smorzamento degli effetti man mano che ci si allontana dal punto di interesse; infatti, secondo il principio delle linee di influenza, un qualsiasi carico applicato lontano da tale punto non provoca grandi effetti.

Per ricavare l'incognita si sfrutta la congruenza dividendo le singole aste e imponendo l'uguaglianza delle rotazioni agli appoggi; come esempio si riporta lo schema delle prime due campate:

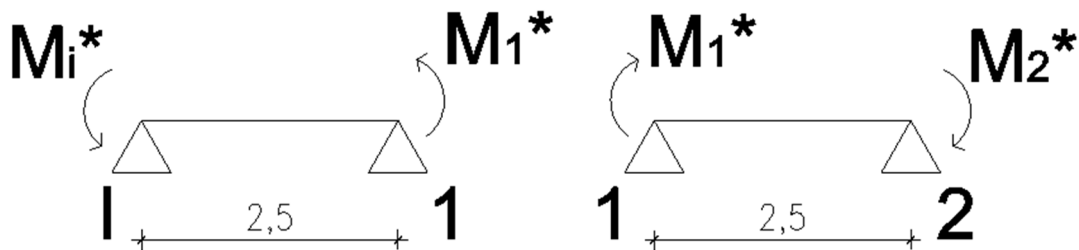


Figura 8-5 - Schema per l'applicazione della congruenza agli appoggi

Le equazioni di congruenza sono:

$$\varphi_{1i} = \varphi_{12}$$

$$\varphi_{21} = \varphi_{23}$$

etc...

cioè la rotazione che si ha in 1 relativamente alla campata i1 (e quindi per effetto di  $M_i^*$  e  $M_1^*$ ) dev'essere uguale a quella che si ha in 1 relativamente alla campata 12; etc...

Esplicitando le condizioni e considerando positive le rotazioni orarie, si ha:

$$\varphi_{1i} = \varphi_{12} \rightarrow \frac{M_i^* l}{6EJ} - \frac{M_1^* l}{3EJ} = \frac{M_1^* l}{3EJ} - \frac{M_2^* l}{6EJ}$$

e semplificando:

$$M_i^* - 2M_1^* = 2M_1^* - M_2^*$$

Quindi si può dire che per trovare  $M_1$  si chiama in causa  $M_2$ , per trovare  $M_2$  si chiama in causa  $M_3$  etc...

Inoltre, man mano che si procede, si ha uno smorzamento degli effetti; ciò si può scrivere nel seguente modo:

$$M_1^* = kM_i^*; M_2^* = k^2M_0^*; M_3^* = k^3M_0^*$$

e così via.

Rimane da ricavare il coefficiente  $k$ , moltiplicatore dell'effetto al vincolo successivo: si può pensare che i due casi limite siano quelli di trave appoggiata e di trave appoggiata da un lato e incastrata dall'altro. Come noto, nel primo caso si ha  $k = 0$  e nel secondo  $k = 1/2$ ; si conclude quindi che il valore di  $k$  sarà compreso fra 0 e  $1/2$  in quanto il resto della struttura (se si separa una campata da tutte le altre) non può mai essere rappresentata bene da un incastro perfetto.

Tornando all'equazione di congruenza per le prime due campate quindi si ottiene:

$$M_i^* - 2M_1^* = 2M_1^* - M_2^* \rightarrow M_i^* - 4M_1^* + M_2^* = 0$$

$$M_i^* - 4kM_i^* + k^2M_i^* = 0$$

e semplificando si ricava  $k$  dall'equazione di secondo grado:

$$k^2 - 4k + 1 = 0 \rightarrow \mathbf{k = 2 - \sqrt{3}}$$

E quindi si ha che  $M_1^* = (2 - \sqrt{3})M_i^*$ .

Come ultimo passaggio, si impone che  $\varphi_{i1}$  (rotazione all'appoggio  $i$  relativamente alla campata  $i1$ ) sia pari a  $1/2$  utilizzando la sua espressione in cui al posto di  $k$  viene sostituito il valore appena trovato:

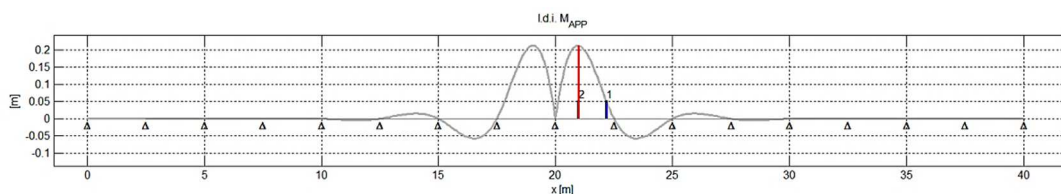
$$\varphi_{i1} = -\frac{M_i^* l}{3EJ} + \frac{M_1^* l}{6EJ} = -\frac{M_i^* l}{3EJ} + (2 - \sqrt{3})\frac{M_i^* l}{6EJ} \rightarrow \mathbf{M_i^* = \frac{\sqrt{3}EJ}{l}}$$

E' stato quindi ricavato il sistema distorcente cercato. Dunque, i momenti rimanenti ( $M_1^*$ ,  $M_2^*$  etc) possono essere determinati di conseguenza.

Infine, è stata calcolata la deformata che assume la trave per effetto dei momenti calcolati utilizzando l'equazione della linea elastica imponendo le condizioni ai vincoli su spostamenti e forze per una trave semplicemente appoggiata.

Si è ricavata quindi la linea di influenza tradizionale del momento ad  $L/2$ , cioè nella sezione di appoggio.

I calcoli fin'ora esposti sono stati implementati in un programma di calcolo numerico ottenendo il seguente risultato:



*Figura 8-6 - Linea di influenza tradizionale di  $M_{L/2}$  (appoggio centrale)*

Dimensionalmente, la linea di influenza è in metri, in quanto, moltiplicata un'ordinata per il carico esterno, si ottengono i kNm.

I segmenti blu e rosso di Figura 8-6 sono le ordinate della linea di influenza in corrispondenza dei due assi del modello di carico di fatica n. 1. Esso può essere posizionato ovunque; nel caso della figura soprastante, l'ascissa dell'asse 2 (rossa) è pari a 21m.

Per verificare che i calcoli fossero eseguiti nel modo giusto, il risultato ottenuto manualmente è stato confrontato con quello ricavato da un programma di calcolo agli elementi finiti.

Il modellino bidimensionale ha il medesimo aspetto di Figura 8-2 e anche ad esso è stato applicato il teorema di Land imponendo una rotazione pari a  $1/2$  da entrambe le parti simmetriche di struttura:



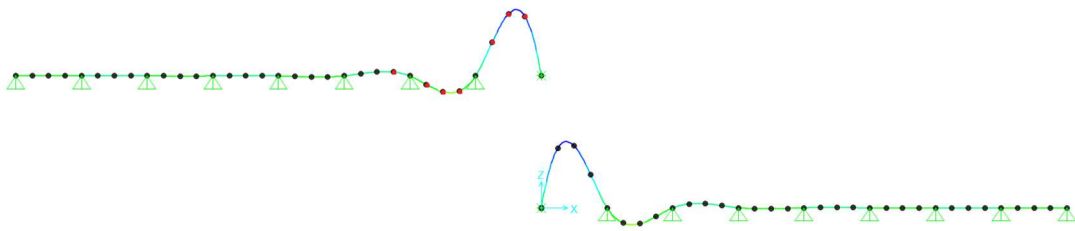


Figura 8-7 - Applicazione della distorsione unitaria al modellino 2D

Sono stati quindi confrontati i valori di spostamento verticale calcolati a mano e ottenuti tramite software; i risultati dei punti più significativi (in rosso in Figura 8-7) sono i seguenti:

	<b>ORDINATA LINEA DI INFLUENZA MANUALE [m]</b>	<b>ORDINATA LINEA DI INFLUENZA CON SOFTWARE [m]</b>
<b>x = 14,375 m</b>	0,0137	0,0123
<b>x = 15,625 m</b>	-0,0283	-0,027
<b>x = 16,25 m</b>	-0,053	-0,05
<b>x = 16,875 m</b>	-0,0512	-0,0481
<b>x = 18,125 m</b>	0,1057	0,1058
<b>x = 18,75 m</b>	0,1978	0,1961
<b>x = 19,375 m</b>	0,191	0,1884
<b>x = 20 m</b>	0	0

Tabella 8-2 - Ordinate della linea di influenza tradizionale di  $Ml/2$  per i punti più significativi

Si può constatare che i valori non differiscono di molto e quindi i calcoli sono validati.

### 8.1.5. Linea di influenza “speciale” di $M_{L/2}$ (appoggio centrale) a due assi a distanza costante (modello di fatica n.1)

Una volta ricavata la linea di influenza tradizionale, l’effetto di più carichi concentrati è pari alla somma degli effetti dovuti ai singoli carichi; vale quindi il principio di sovrapposizione degli effetti.

Come già spiegato al §5.3, per ricavare la linea di influenza “speciale”, quella tradizionale è stata traslata della distanza fra l’asse 1 e l’asse 2, cioè 1,2m (si è considerato infatti il modello di carico di fatica n.1), ottenendo la seguente curva:

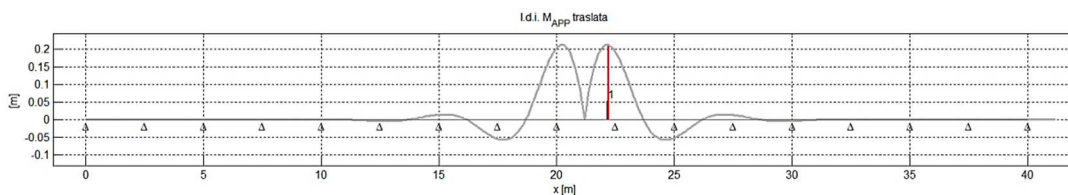


Figura 8-8 – Linea di influenza tradizionale di  $M_{L/2}$  (appoggio centrale) traslata

Il segmento rosso rappresenta l’ordinata della linea di influenza in corrispondenza dell’asse 1, che quantitativamente è pari all’ordinata dell’asse 2 di Figura 8-6; infatti il segmento rosso finisce proprio sulla linea di influenza.

La linea di influenza “speciale” è quindi stata ottenuta sommando le ordinate delle due linee (tradizionale e tradizionale traslata) per ogni ascissa:

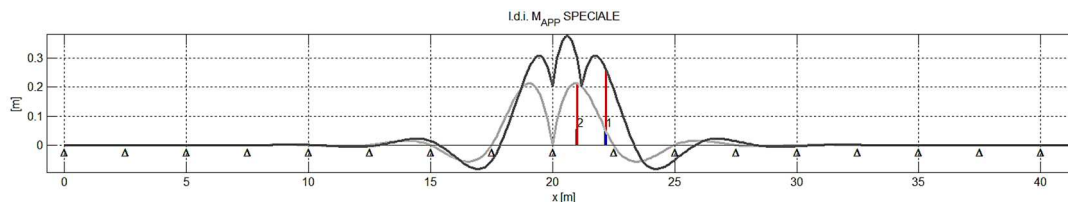
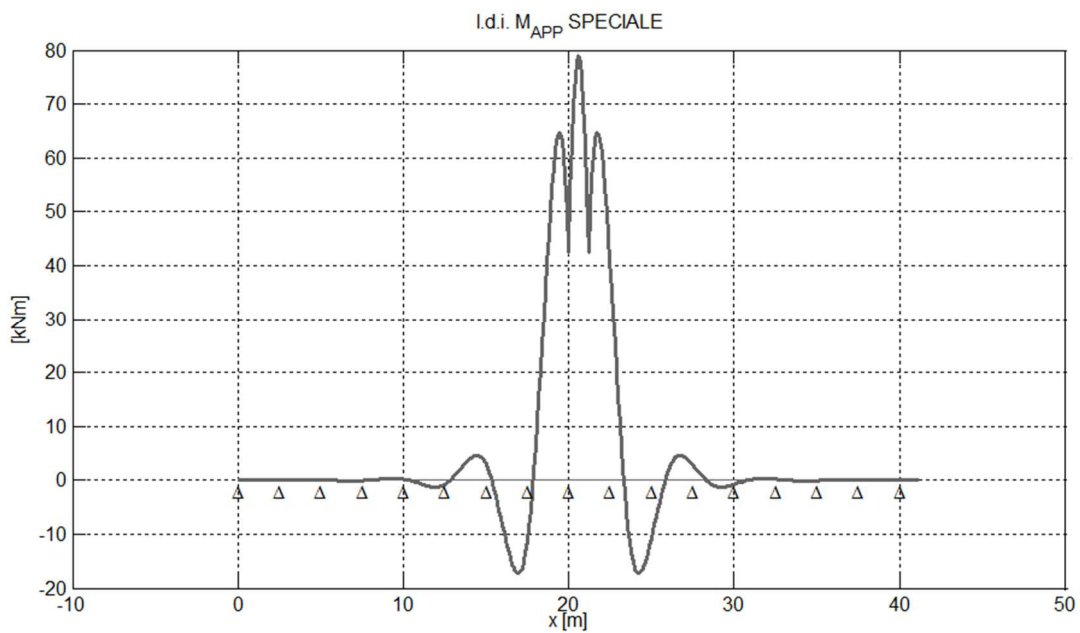


Figura 8-9 - Linea di influenza “speciale” a due assi (grigio scuro) e linea di influenza tradizionale (grigio chiaro)

Si nota che, sommando le ordinate corrispondenti alle ascisse dei due assi (segmenti blu e rosso), si raggiunge la linea di influenza “speciale”; ciò a conferma della bontà del codice di calcolo.

Moltiplicando ora la linea di influenza “speciale” per il valore dei carichi asse (210 kN) si ottiene la linea di influenza “speciale” in kNm:



*Figura 8-10 - Linea di influenza “speciale”,  $M_{L/2}$  (appoggio centrale)*

Questa operazione si è potuta fare in un’unica volta poiché i carichi asse sono costanti; se si avessero avuto carichi concentrati diversi allora si sarebbero moltiplicate già le linee di influenza tradizionali singole, per poi sommarle.

### **8.1.6. Linearizzazione**

Per valutare le variazioni di tensione e ricavare quella massima per effettuare le verifiche, è necessario linearizzare la linea di influenza “speciale”; sono stati quindi ricavati i punti di minimo/massimo per ogni campata ottenendo la curva seguente:

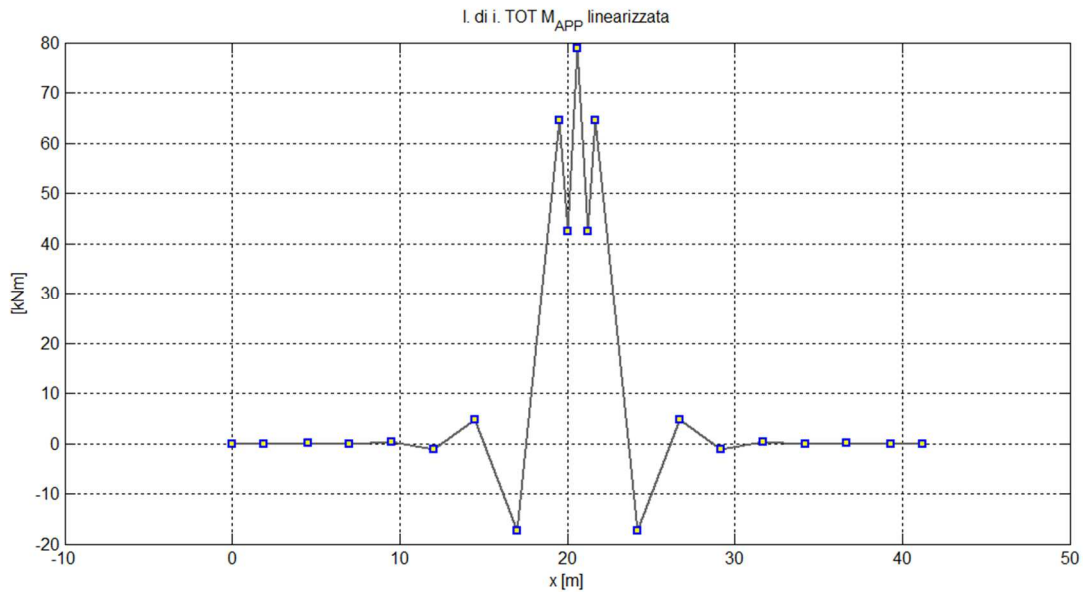


Figura 8-11 - Linea di influenza “speciale”  $M_{L/2}$  linearizzata

### 8.1.7. Verifica del calcestruzzo compresso, sezione d'appoggio

#### 8.1.7.1. Linea di influenza “speciale” delle tensioni linearizzata e oscillogramma delle tensioni

Per passare da momento a tensione normale è necessario dividere per il modulo di resistenza  $W$ :

$$\sigma = \frac{M}{W}$$

Si considerano quindi le tensioni nominali.

Cautelativamente, come sezione resistente è stata considerata soltanto la soletta gettata in opera di 30cm, trascurando il fondello della predalles, anche se esso agli appoggi viene compresso in quanto le fibre tese sono quelle superiori (con momento negativo).

La larghezza della striscia di soletta da considerare è stata calcolata pensando che il carico asse (diviso in due ruote) del modello di carico di fatica n.1 si diffonderà, a

partire dalla pavimentazione, fino all'interno della soletta. La larghezza che si considera è quella ottenuta sul piano medio della soletta facendo partire due linee a 45° dagli estremi della ruota fino ad incontrare il piano, come mostrato nella seguente immagine:

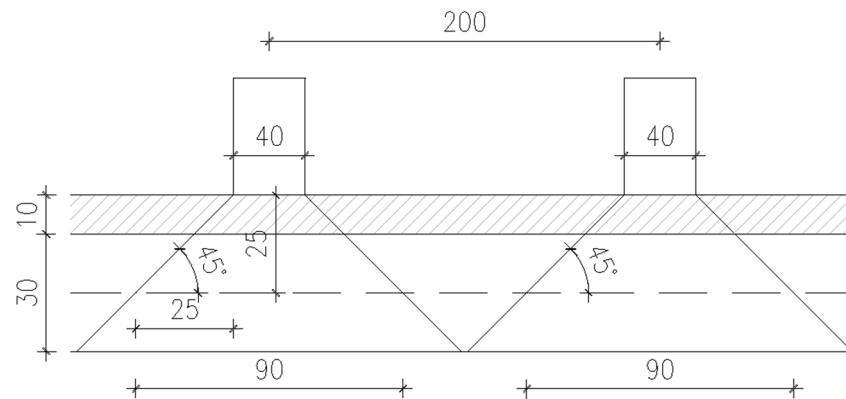


Figura 8-12 - Diffusione del carico concentrato sul piano medio della soletta, quote in cm

Dove 40 cm è la larghezza dell'impronta della singola ruota e 10 cm è lo spessore della pavimentazione.

La larghezza proiettata sul piano medio, quindi, diventa:

$$L_{\text{piano medio}} = 40 + (15 + 10) \cdot 2 = 90 \text{ cm}$$

Si può considerare dunque o il singolo carico concentrato sopra alla singola ruota (105 kN) agente su una larghezza di 90 cm, oppure il carico asse (210 kN) agente su 180 cm. E' stata adottata la seconda strada.

La sezione resistente trasversale risulta essere la seguente:

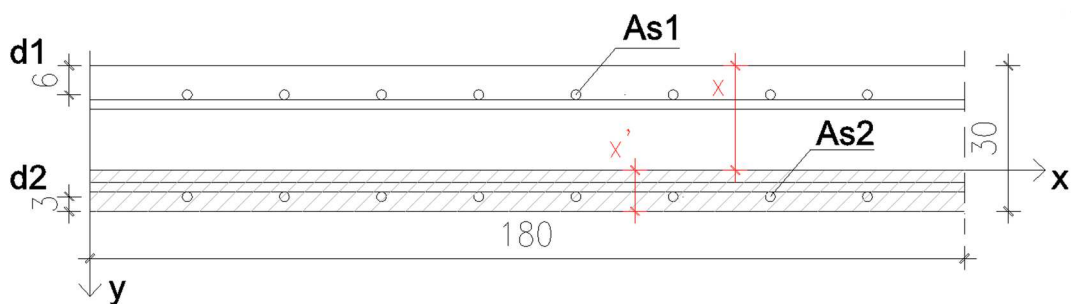


Figura 8-13 - Sezione trasversale soletta all'appoggio, quote in cm

La parte tratteggiata in Figura 8-13 è la zona compressa di calcestruzzo a lembo inferiore;  $A_{S1}$  e  $A_{S2}$  sono le armature superiore e inferiore che lavorano longitudinalmente, cioè quelle che sono rilevanti per il calcolo del modulo di resistenza. Si ha:

- $h = 30\text{cm}$
- $d_1 = 6\text{cm}$  (distanza fra estradosso e baricentro armatura  $A_{S1}$ )
- $d_2 = 3\text{cm}$  (distanza fra intradosso e baricentro armatura  $A_{S2}$ )
- $b = 180\text{cm}$  (larghezza unitaria di soletta)
- $A_{S1} = A_{S2} = 8\phi 20$

Si procede col calcolo dell'asse neutro tramite l'annullamento dei momenti statici del calcestruzzo compresso e delle armature calcolati rispetto a tale asse:

$$A_{CLScompresso} \cdot \left(\frac{h-x}{2}\right) + nA_{S2}(h-x-d_2) - nA_{S1}(x-d_1) = 0$$

dove  $n$  è il coefficiente di omogeneizzazione dell'acciaio a calcestruzzo e vale:

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{1,999 \cdot 10^8}{17000000} = 11,76$$

Sviluppando, si ha:

$$1,8 \cdot (h-x) \cdot \frac{(h-x)}{2} + n \cdot A_S h - nA_S x - nA_S d_2 - nA_S x + nA_S d_1 = 0$$

Sostituendo e sapendo che  $A_{S1} = A_{S2} = A_S = 8\phi 20 = 8 \cdot 3,14 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 2,512 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$ , si ottiene:

$$0,9x^2 - 0,59908x + 0,0907 = 0 \rightarrow x = \mathbf{0,2329 \text{ m}}$$

$$\rightarrow x' = h - x = \mathbf{0,0671 \text{ m}}$$

Successivamente si può ricavare il momento d'inerzia della sezione omogeneizzata parzializzata:

$$J_{n-n} = J_c + A_c \left(\frac{x'}{2}\right)^2 + n[A_{S1}(x-d_1)^2 + A_{S2}(x'-d_2)^2]$$

Risolvendo, si ottiene:

$$J_{n-n} = 1,105 \cdot 10^{-3} \text{m}^4$$

Il momento d'inerzia baricentrico delle armature è stato trascurato in quanto piccolo rispetto alle altre quantità.

Una volta ricavate le caratteristiche geometriche della sezione, si può determinare il modulo di resistenza con riferimento alla fibra di intradosso (cioè quella di calcestruzzo compresso soggetta alla massima tensione):

$$W_{cls,inf} = \frac{J_{n-n}}{x'} = 0,01647 \text{ m}^3$$

E di conseguenza la tensione media relativa al momento dato dai carichi permanenti distribuiti:

$$\sigma_{c,media} = \frac{M}{W_{cls,inf}} = \frac{65,77}{0,01647} = 3993,66 \text{ kPa} = 4 \text{ MPa}$$

Per quanto riguarda i carichi concentrati, si procede riorganizzando i tratti della linea di influenza in modo tale da applicare il metodo del serbatoio per il conteggio dei cicli e il calcolo delle variazioni di tensione:

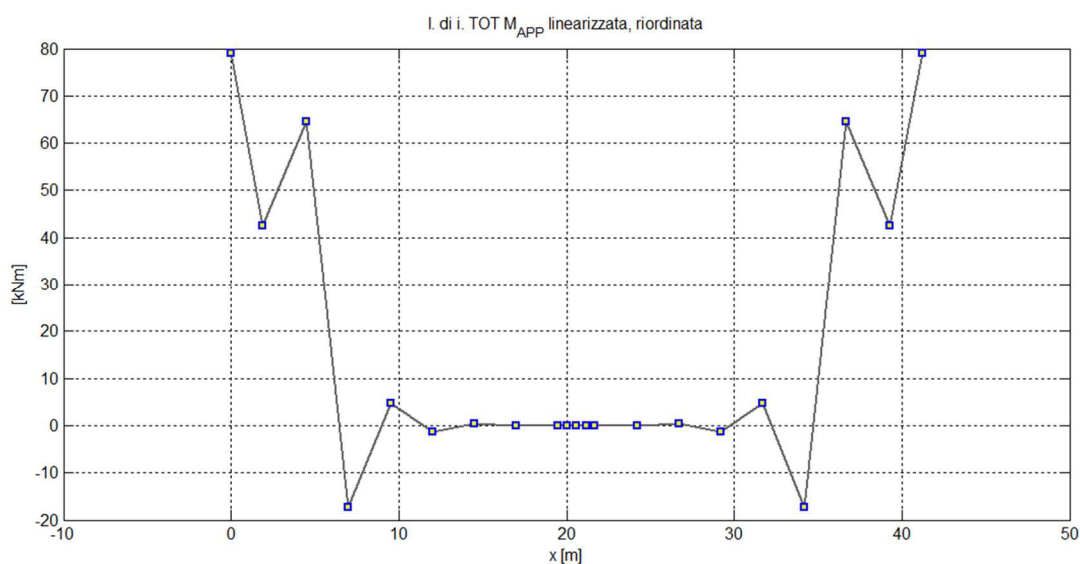


Figura 8-14 - Linea di influenza "speciale" di  $M_{L/2}$  (appoggio centrale) linearizzata, riordinata

Per ottenere la Figura 8-14 a partire dalla Figura 8-11 è stato individuato il picco di massimo assoluto della curva e in quel punto è stata divisa in due; una di queste due parti viene disposta a sinistra e l'altra a destra.

Si nota che la distanza in orizzontale fra i punti non rimane la stessa, ma è poco importante in quanto ciò che conta sono le ordinate, cioè gli stress ranges.

Infine, la linea di influenza delle tensioni linearizzata si ottiene dividendo le ordinate per  $W_{cls,inf}$ :

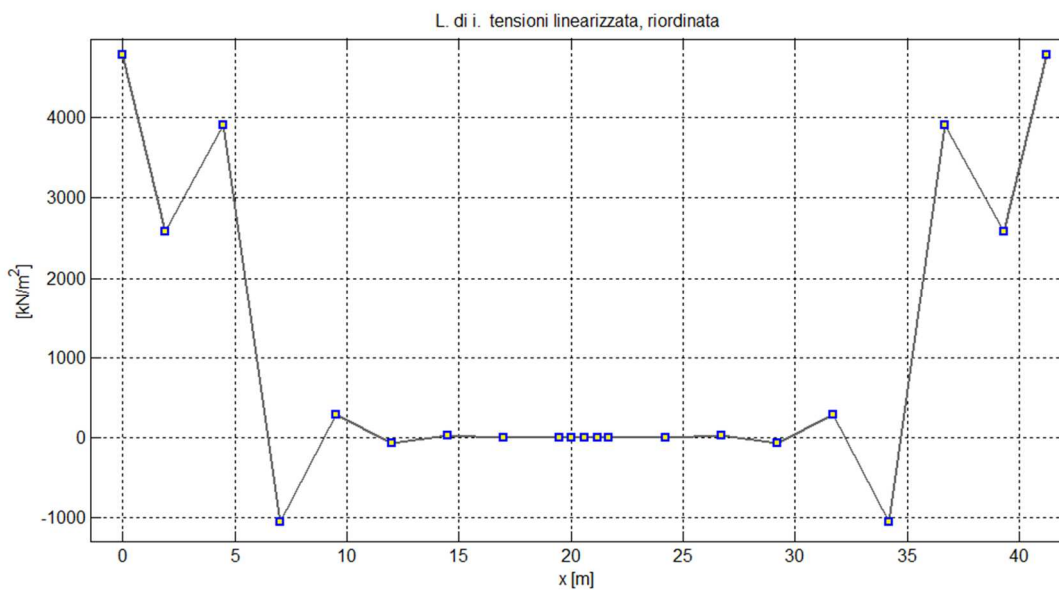


Figura 8-15 - Linea di influenza "speciale" delle tensioni linearizzata e riordinata

Infine, considerando che la luce del ponte è 40m e ipotizzando (come poi si verifica spesso nella realtà) che i veicoli lo attraversino a velocità costante, si può correlare lo spazio al tempo, data la proporzionalità diretta che sussiste fra le due grandezze. Parlare di tempo quindi equivale a parlare di spazio; si ottiene l'oscillogramma delle tensioni:



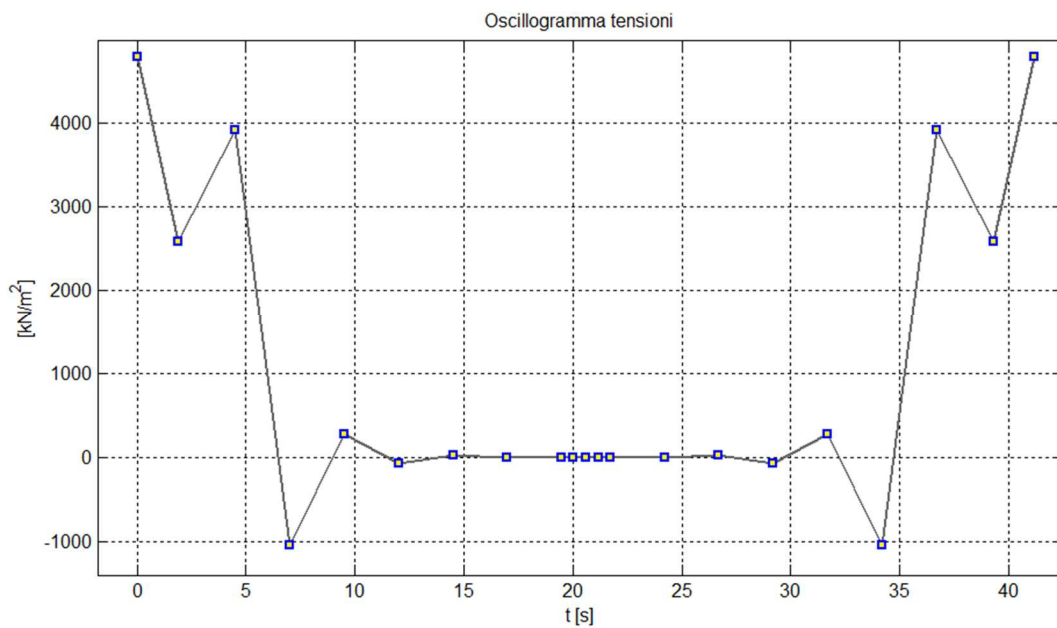


Figura 8-16 - Oscillogramma delle tensioni, fibra inferiore calcestruzzo compresso

#### 8.1.7.2. Calcolo dello stress range massimo e verifica

In ultima fase, è necessario calcolare la variazione massima di tensione (o massimo stress range) in modo da ottenere le tensioni massima e minima sul calcestruzzo.

Si procede applicando il metodo del serbatoio all'oscillogramma delle tensioni: si immagina che esso sia un serbatoio pieno d'acqua e si comincia a svuotarlo dal picco più basso, cioè dal minimo assoluto. La differenza di quota fra il pelo libero dell'acqua e il picco considerato è il primo valore di  $\Delta\sigma$  e corrisponde a un ciclo; successivamente si prosegue svuotando i picchi in ordine crescente ( $\sigma_i < \sigma_{i+1}$ ) al formarsi di bacini più piccoli.

Nell'immagine seguente sono stati numerati i picchi per poi facilitare il conteggio:

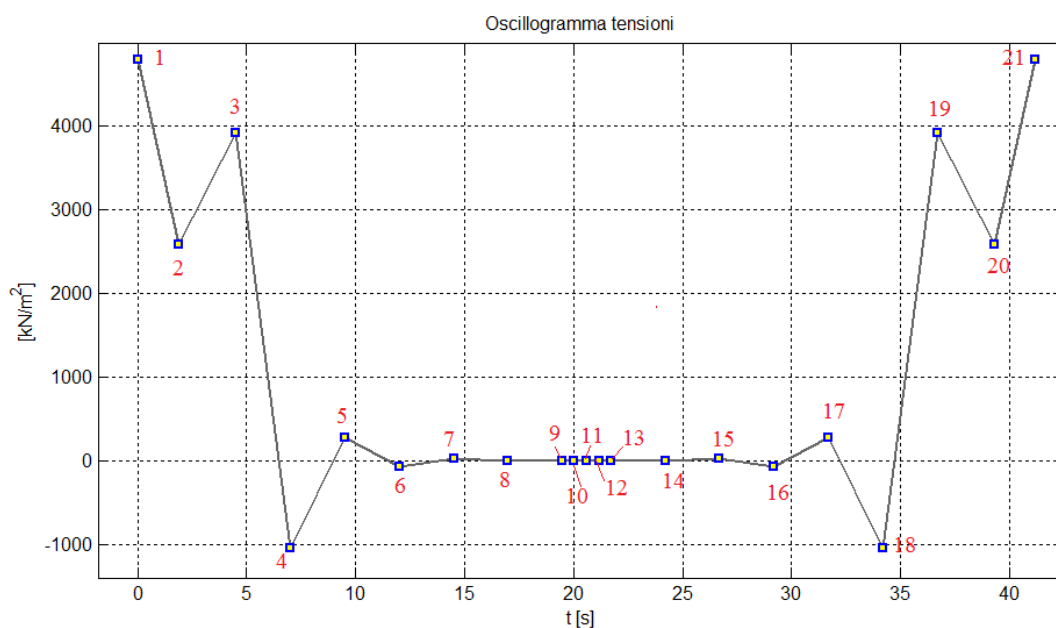


Figura 8-17 - Numerazione picchi, metodo del serbatoio

Si riportano di seguito in tabella i risultati:

$\sigma_1$	4784	kPa	$\sigma_7$	20	kPa
$\sigma_2$	2576	kPa	$\sigma_8$	-5	kPa
$\sigma_3$	3911	kPa	$\sigma_9$	1	kPa
$\sigma_4$	-1048	kPa	$\sigma_{10}$	-1	kPa
$\sigma_5$	281	kPa	$\sigma_{11}$	0	kPa
$\sigma_6$	-75	kPa	$\sigma_{12}$	-1	kPa
$\sigma_{13}$	1	kPa	$\sigma_{18}$	-1048	kPa
$\sigma_{14}$	-5	kPa	$\sigma_{19}$	3911	kPa
$\sigma_{15}$	20	kPa	$\sigma_{20}$	2576	kPa
$\sigma_{16}$	-75	kPa	$\sigma_{21}$	4784	kPa
$\sigma_{17}$	281	kPa			

Tabella 8-3 - Valori di tensione dell'oscillogramma

Nella tabella seguente si riporta la successione di svuotamento dei picchi con il conteggio dei cicli e delle variazioni di tensione:

picco svuotato	stress range			n° cicli
4	$\Delta\sigma_1 = \sigma_1 - \sigma_4$	5832	kPa	1
18	$\Delta\sigma_2 = \sigma_{17} - \sigma_{18}$	1329	kPa	1
6	$\Delta\sigma_3 = \sigma_5 - \sigma_6$	356	kPa	1
16	$\Delta\sigma_4 = \sigma_{15} - \sigma_{16}$	95	kPa	1
8	$\Delta\sigma_5 = \sigma_7 - \sigma_8$	26	kPa	1
14	$\Delta\sigma_6 = \sigma_{13} - \sigma_{14}$	7	kPa	1
10	$\Delta\sigma_7 = \sigma_9 - \sigma_{10}$	2	kPa	1
12	$\Delta\sigma_8 = \sigma_{11} - \sigma_{12}$	1	kPa	1
2	$\Delta\sigma_9 = \sigma_3 - \sigma_2$	1336	kPa	1
20	$\Delta\sigma_{10} = \sigma_{19} - \sigma_{20}$	1336	kPa	1
<b>TOT CICLI</b>				<b>10</b>

Tabella 8-4 - Metodo del serbatoio, stress ranges e conteggio dei cicli

Ad ogni stress range (quindi ad ogni picco svuotato) corrisponde un ciclo; il numero totale di cicli è 10, ma due cicli possiedono uguale variazione di tensione (stress range): si dice che si hanno due cicli a  $\Delta\sigma = 1336$  kPa. I restanti stress ranges corrispondono invece a un ciclo solo.

In base al calcolo effettuato, si può creare l'istogramma delle tensioni, riportando in ascisse i cicli e in ordinate gli stress ranges trovati:

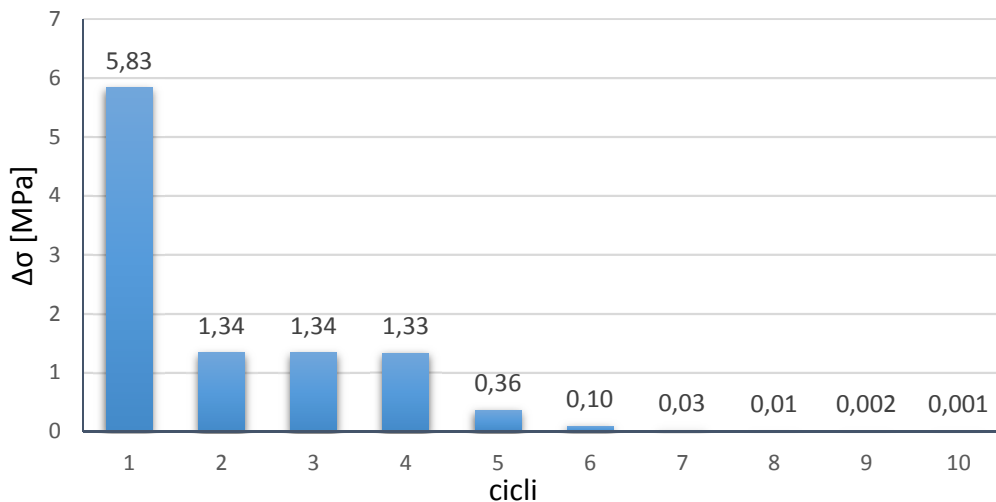


Figura 8-18 - Istogramma delle tensioni, calcestruzzo, sezione di L/2

La variazione di tensione massima risulta quindi pari a 5832 kPa; le tensioni massima e minima si ricavano nel seguente modo:

- $\sigma_{C,max} = \sigma_{c,media} + \frac{\Delta\sigma_{max}}{2}$
- $\sigma_{C,min} = \sigma_{c,media} - \frac{\Delta\sigma_{max}}{2}$

ottenendo:

<b><math>\Delta\sigma, \max</math></b>	<b>5832</b>	<b>kPa</b>
<b><math>\sigma_c, \max</math></b>	<b>6910</b>	<b>kPa</b>
<b><math>\sigma_c, \min</math></b>	<b>1078</b>	<b>kPa</b>

La verifica si conduce controllando che siano soddisfatte le seguenti:

$$\frac{\sigma_{c,max}}{f_{cd}} \leq 0,5 + 0,45 \frac{\sigma_{c,min}}{f_{cd}} \leq 0,9$$

dove  $f_{cd}$  è la resistenza a compressione di calcolo del calcestruzzo:

$$f_{cd} = 0,85 \frac{f_{ck}}{1,5} = 0,85 \frac{35}{1,5} = 19,83 \text{ MPa}$$

<b>VERIFICA 1 (<math>\sigma_{cmax}/f_{cd} \leq 0,5 + 0,45 * (\sigma_{cmin}/f_{cd})</math>)</b>			
$\sigma_{cmax}/f_{cd}$	<b>0,35</b>	$0,5 + 0,45 * (\sigma_{cmin}/f_{cd})$	<b>0,52</b>
$S/R = 0,35/0,52 = 0,6$			
<b>VERIFICA 2 (<math>0,5 + 0,45 * (\sigma_{cmin}/f_{cd}) &lt; 0,9</math>)</b>			
$0,5 + 0,45 * (\sigma_{cmin}/f_{cd})$		<b>0,52</b>	
$S/R = 0,52/0,9 = 0,58$			
<b>VERIFICA 3 (<math>\sigma_{cmax}/f_{cd} &lt; 0,9</math>)</b>			
$S/R = 0,35/0,9 = 0,39$			

*Tabella 8-5 - Verifica del calcestruzzo compresso, sezione di appoggio*

Come si evince dalla Tabella 8-5, le verifiche risultano completamente soddisfatte.

### 8.1.8. Verifica dell'armatura tesa, sezione d'appoggio

#### 8.1.8.1. Linea di influenza "speciale" delle tensioni linearizzata e oscillogramma delle tensioni

La tensione sulle barre d'acciaio superiori ( $A_{S1}$ ) di Figura 8-13 per effetto dei carichi mobili è stata ottenuta dividendo il momento flettente per il modulo di resistenza riferito alla fibra in cui si trovano le armature:

$$W_{acc,sup} = \frac{J_{n-n}}{n \cdot (x-d_1)} = \frac{0,001105}{11,76 \cdot (0,3-0,06)} = 5,435 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

dove  $n$  è il coefficiente di omogeneizzazione, cioè di 'trasformazione' dell'area di acciaio in calcestruzzo.

Dunque, per quanto riguarda i carichi mobili, le ordinate della linea di influenza "speciale" di  $M_{L/2}$  linearizzata (Figura 8-14) sono state divise per  $W_{acc,sup}$  ottenendo:

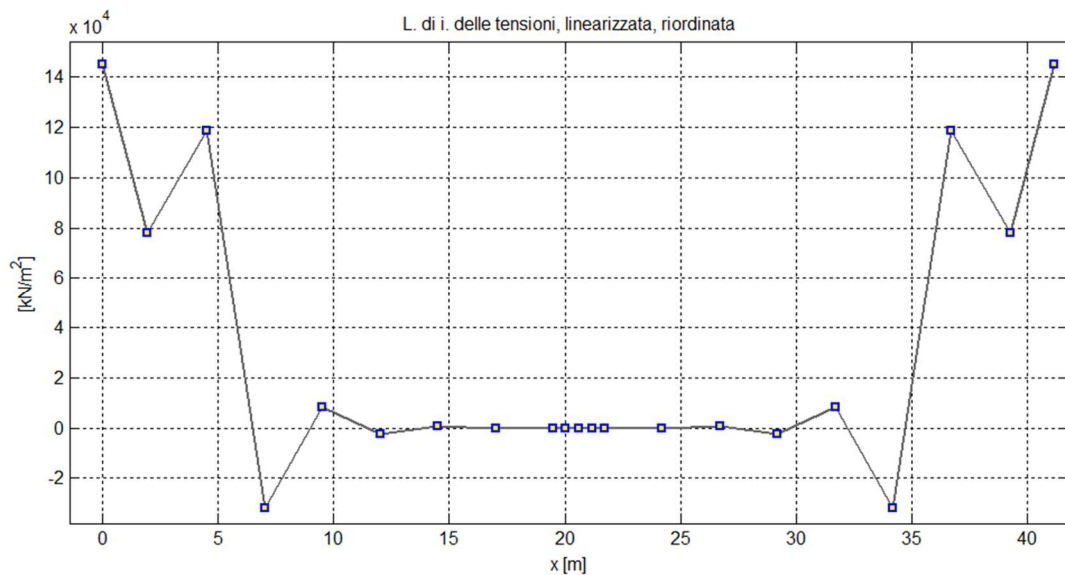


Figura 8-19 - Linea di influenza delle tensioni linearizzata, riordinata, armatura

Con l'ipotesi di velocità costante già adottata per il calcestruzzo, si passa direttamente al dominio del tempo, ottenendo l'oscillogramma delle tensioni:

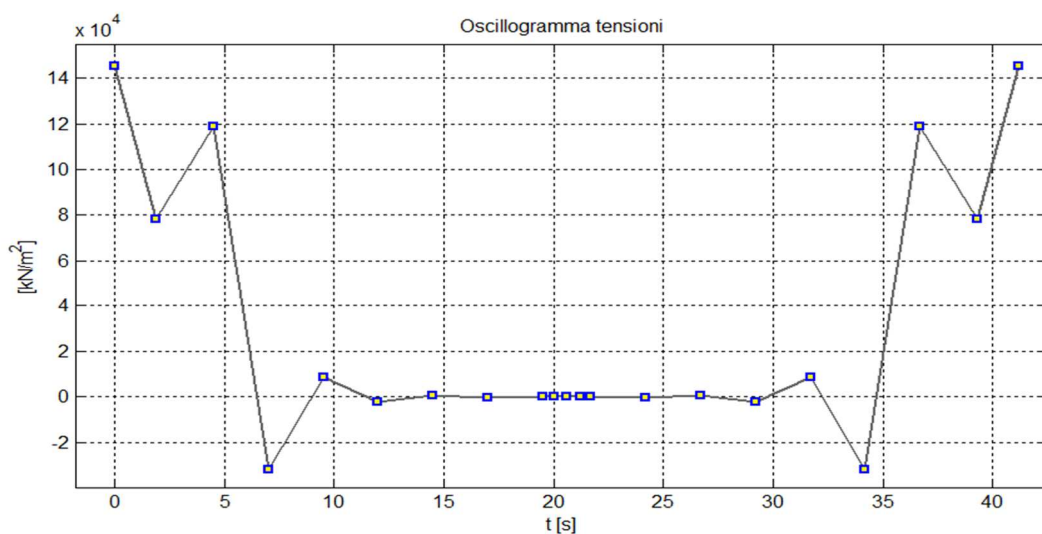


Figura 8-20 - Oscillogramma delle tensioni, sezione di appoggio ( $L/2$ ), armatura

Tali curve sono state ottenute tramite il medesimo script utilizzato per il calcestruzzo; l'unica modifica è il modulo di resistenza  $W$ .

### 8.1.8.2. Calcolo dello stress range massimo e verifica

Applicando di nuovo il metodo del serbatoio all'oscillogramma delle tensioni, si è ricavata la variazione di tensione massima:

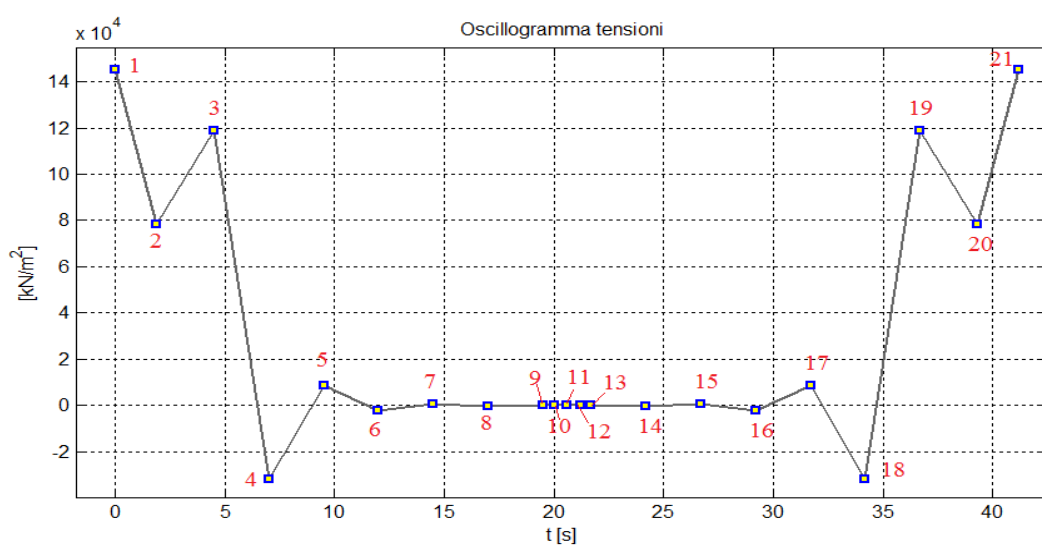


Figura 8-21 - Numerazione dei picchi, metodo serbatoio, armatura

Si riportano di seguito in tabella i risultati:

$\sigma_1$	145236	kPa	$\sigma_7$	612	kPa
$\sigma_2$	78192	kPa	$\sigma_8$	-164	kPa
$\sigma_3$	118743	kPa	$\sigma_9$	44	kPa
$\sigma_4$	-31817	kPa	$\sigma_{10}$	-16	kPa
$\sigma_5$	8525	kPa	$\sigma_{11}$	0	kPa
$\sigma_6$	-2284	kPa	$\sigma_{12}$	-16	kPa

$\sigma_{13}$	44	kPa	$\sigma_{18}$	-31817	kPa
$\sigma_{14}$	-164	kPa	$\sigma_{19}$	118743	kPa
$\sigma_{15}$	612	kPa	$\sigma_{20}$	78192	kPa
$\sigma_{16}$	-2284	kPa	$\sigma_{21}$	145236	kPa
$\sigma_{17}$	8525	kPa			

Tabella 8-6 - Valori di tensione dell'oscillogramma

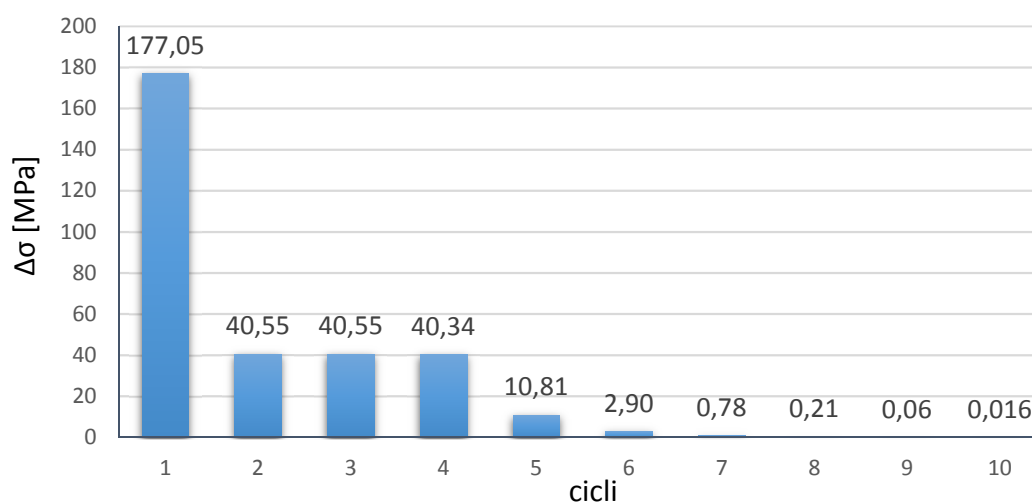
Nella tabella seguente si riporta la successione di svuotamento dei picchi con il conteggio dei cicli e delle variazioni di tensione:

picco svuotato	stress range			n° cicli
<b>4</b>	$\Delta\sigma_1 = \sigma_1 - \sigma_4$	177053	kPa	1
<b>18</b>	$\Delta\sigma_2 = \sigma_{17} - \sigma_{18}$	40342	kPa	1
<b>6</b>	$\Delta\sigma_3 = \sigma_5 - \sigma_6$	10810	kPa	1
<b>16</b>	$\Delta\sigma_4 = \sigma_{15} - \sigma_{16}$	2896	kPa	1
<b>8</b>	$\Delta\sigma_5 = \sigma_7 - \sigma_8$	776	kPa	1
<b>14</b>	$\Delta\sigma_6 = \sigma_{13} - \sigma_{14}$	208	kPa	1
<b>10</b>	$\Delta\sigma_7 = \sigma_9 - \sigma_{10}$	60	kPa	1
<b>12</b>	$\Delta\sigma_8 = \sigma_{11} - \sigma_{12}$	16	kPa	1
<b>2</b>	$\Delta\sigma_9 = \sigma_3 - \sigma_2$	40551	kPa	1
<b>20</b>	$\Delta\sigma_{10} = \sigma_{19} - \sigma_{20}$	40551	kPa	1
	<b>TOT CICLI</b>			<b>10</b>

Tabella 8-7 - Metodo del serbatoio, stress ranges e conteggio dei cicli

Anche in questo caso si hanno due cicli di ampiezza  $\Delta\sigma = 40551$  kPa e i restanti stress ranges corrispondono a un ciclo solo.

Il relativo istogramma è il seguente:



*Figura 8-22 - Istogramma delle tensioni, acciaio armatura, sezione di L/2*

La variazione di tensione massima risulta quindi pari a 177,05 MPa.

Secondo la UNI ENV 1992-2 (EC2) al §4.3.7.5, la resistenza a fatica di barre di armatura non saldate soggette a trazione è adeguata se la variazione di sforzo non è maggiore di 70 MPa; dunque, la verifica non è soddisfatta.

Per un'analisi più approfondita si potrebbe applicare la formula 4.191 della normativa citata sopra situata allo stesso paragrafo, considerando l'effetto del modello di carico di fatica n.3 a quattro assi. In questa sede, tale conto non è stato svolto.

### ***8.1.9. Linea di influenza tradizionale di M in campata***

In questo paragrafo si prende in considerazione la sezione di mezzera della campata HI (Figura 8-3) e si riportano i risultati delle verifiche su calcestruzzo e acciaio, effettuate con lo stesso procedimento già esposto per la sezione di appoggio.

La linea di influenza tradizionale, in questo caso, è stata ricavata in modo automatico tramite software agli elementi finiti; il risultato, implementato nel programma di calcolo numerico, è il seguente:



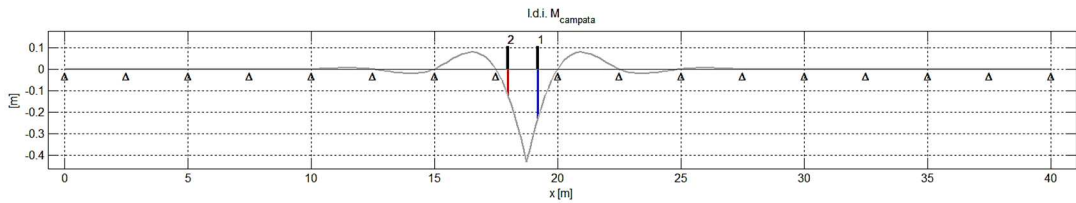


Figura 8-23 - Linea di influenza tradizionale di  $M$  in campata

**8.1.10. Linea di influenza “speciale” di  $M_{campata}$  a due assi a distanza costante (modello di fatica n.1)**

La linea di influenza tradizionale è stata traslata della distanza fra gli assi 1 e 2:

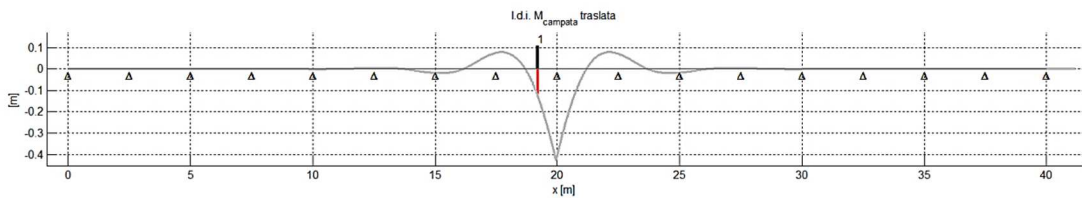


Figura 8-24 - Linea di influenza tradizionale traslata di  $M_{campata}$

Infine, la somma delle due curve è la linea di influenza “speciale”:

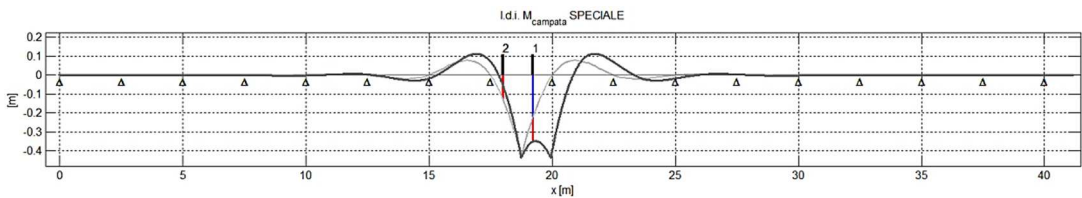


Figura 8-25 - Linea di influenza tradizionale (grigio chiaro) e linea di influenza “speciale” a due assi (grigio scuro) di  $M_{campata}$

Anche in questo caso la somma dei segmenti blu e rosso fornisce l’ordinata della linea di influenza traslata.

Moltiplicando poi per il carico asse di 210 kN (modello di carico di fatica n.1) si ottiene:

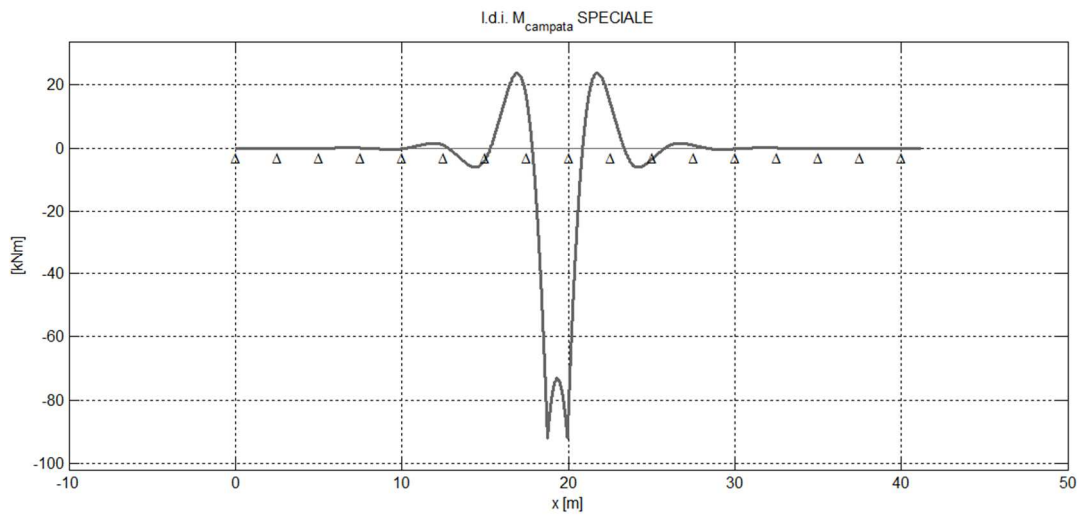


Figura 8-26 - Linea di influenza "speciale" del momento in campata

### 8.1.11. Linearizzazione

Per ogni campata è stato calcolato il valore massimo/minimo della linea di influenza e, unendo i punti con tratti lineari, è stata ricavata la linea di influenza linearizzata:

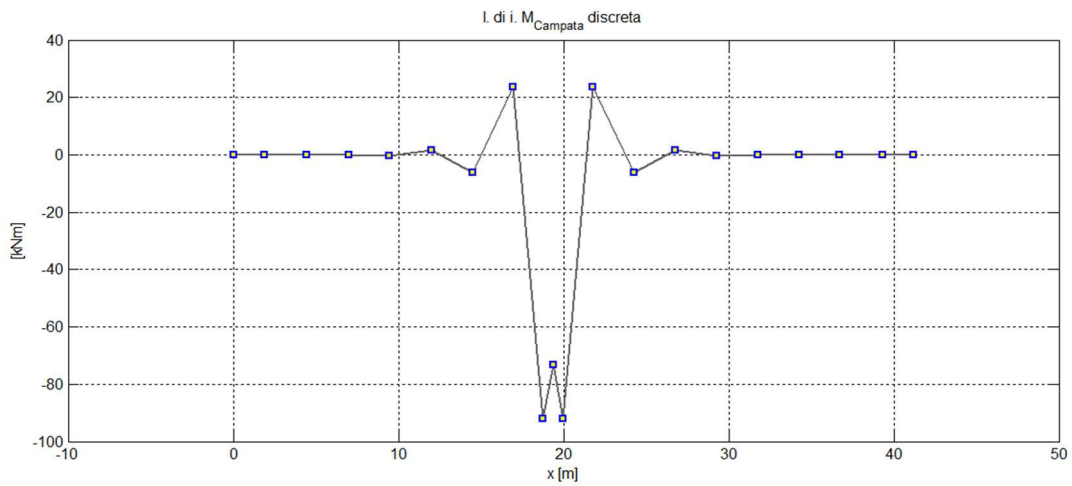


Figura 8-27 - Linea di influenza "speciale" del momento in campata, linearizzata

### 8.1.12. Verifica del calcestruzzo compresso, sezione di campata

#### 8.1.12.1. Linea di influenza "speciale" delle tensioni linearizzata e oscillogramma delle tensioni

Il passaggio da sollecitazione a tensione avviene (come in precedenza) dividendo la prima per il modulo di resistenza W:

$$\sigma = \frac{M}{W}$$

Essendo la sezione in campata, le fibre tese sono quelle inferiori; di conseguenza il calcestruzzo compresso si trova a lembo superiore:

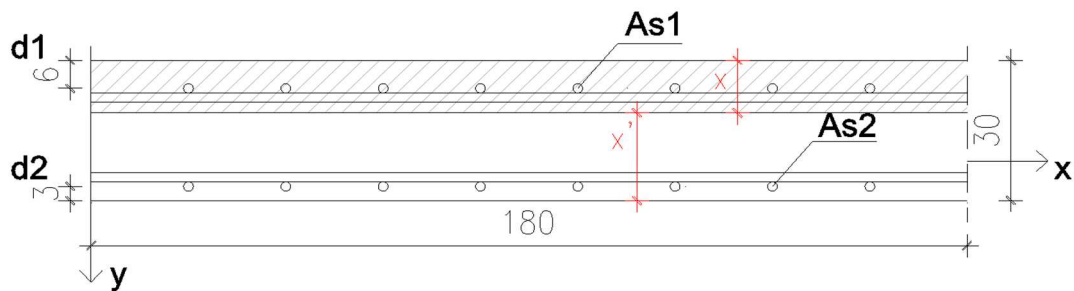


Figura 8-28 - Sezione trasversale soletta in campata, quote in cm

La parte tratteggiata in Figura 8-28 è la zona compressa di calcestruzzo a lembo superiore;  $A_{S1}$  e  $A_{S2}$  sono le armature superiore e inferiore che lavorano longitudinalmente, cioè quelle che sono rilevanti per il calcolo del modulo di resistenza. Si ha:

- $h = 30\text{cm}$
- $d_1 = 6\text{cm}$  (distanza fra estradosso e baricentro armatura  $A_{S1}$ )
- $d_2 = 3\text{cm}$  (distanza fra intradosso e baricentro armatura  $A_{S2}$ )
- $b = 180\text{cm}$  (larghezza di soletta resistente)
- $A_{S1} = A_{S2} = 8\phi 20$

Si procede (come fatto per la sezione di mezzeria) al calcolo dell'asse neutro, che servirà per determinare il momento d'inerzia omogeneizzato.

$$A_{CLS\text{compresso}} \cdot \left(\frac{x^2}{2}\right) + nA_{S1}(x - d_1) - nA_{S2}(h - x - d_2) = 0$$

Sostituendo e sapendo che  $n = 11,76$ ,  $A_{S1} = A_{S2} = A_s = 8\phi 20 = 2,512 \cdot 10^{-3} \text{m}^2$ , si ottiene:

$$x = 0,0763 \text{ m}$$

$$\rightarrow x' = h - x = 0,2237 \text{ m}$$

$$J_{n-n} = J_c + A_c \left(\frac{x}{2}\right)^2 + n[A_{S1}(x - d_1)^2 + A_{S2}(x' - d_2)^2] = 0,001383 \text{ m}^4$$

Si può determinare il modulo di resistenza con riferimento alla fibra di estradosso (cioè quella di calcestruzzo compresso soggetta alla massima tensione):

$$W_{cls,sup} = \frac{J_{n-n}}{x} = 0,01812 \text{ m}^3$$

E di conseguenza la tensione media relativa al momento dato dai carichi permanenti distribuiti:

$$\sigma_{c,media} = \frac{M}{W_{cls,sup}} = \frac{33}{0,01812} = 1820,95 \text{ kPa} = 1,82 \text{ MPa}$$

Per quanto riguarda i carichi concentrati, si procede riorganizzando i tratti della linea di influenza in modo tale da applicare il metodo del serbatoio per il conteggio dei cicli e il calcolo delle variazioni di tensione:

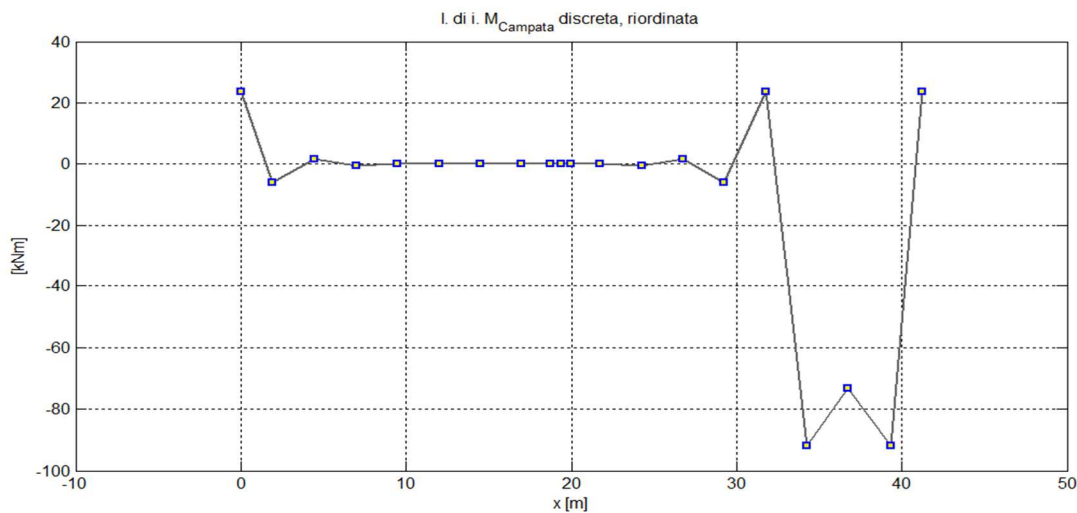


Figura 8-29 - Linea di influenza "speciale" di  $M_{campata}$  linearizzata, riordinata

In questo caso, essendoci due punti di massimo assoluto in Figura 8-27, è stato preso il secondo e, in quel punto, è stata divisa in due la curva. Si ottengono come due serbatoi adiacenti e si procede svuotandoli nell'ordine di picchi crescenti.

Infine, la linea di influenza delle tensioni linearizzata si ottiene dividendo le ordinate per  $W_{cls,sup}$ :

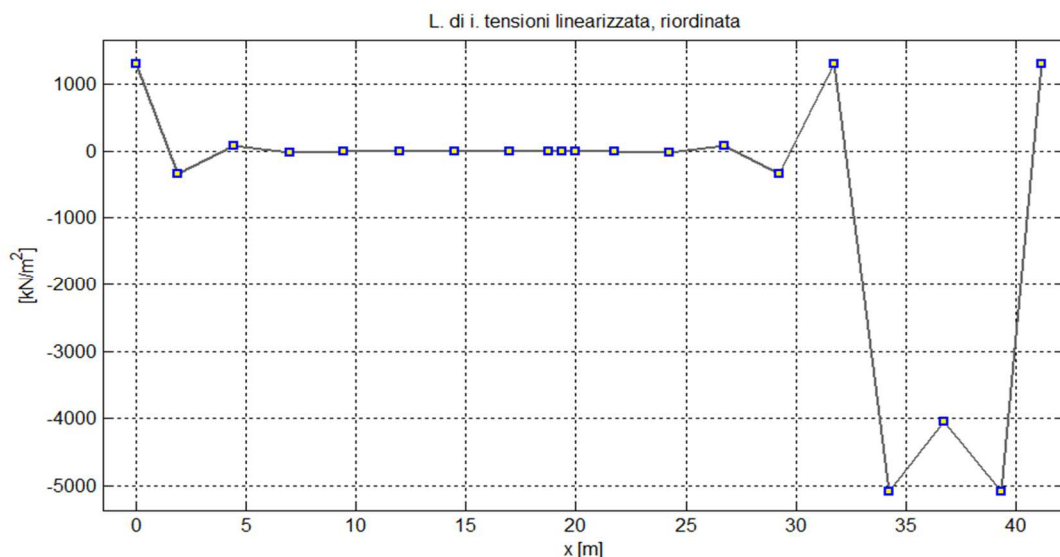


Figura 8-30 - Linea di influenza "speciale" delle tensioni linearizzata e riordinata

Infine, facendo l'ipotesi di velocità costante, si passa agevolmente all'oscillogramma delle tensioni:

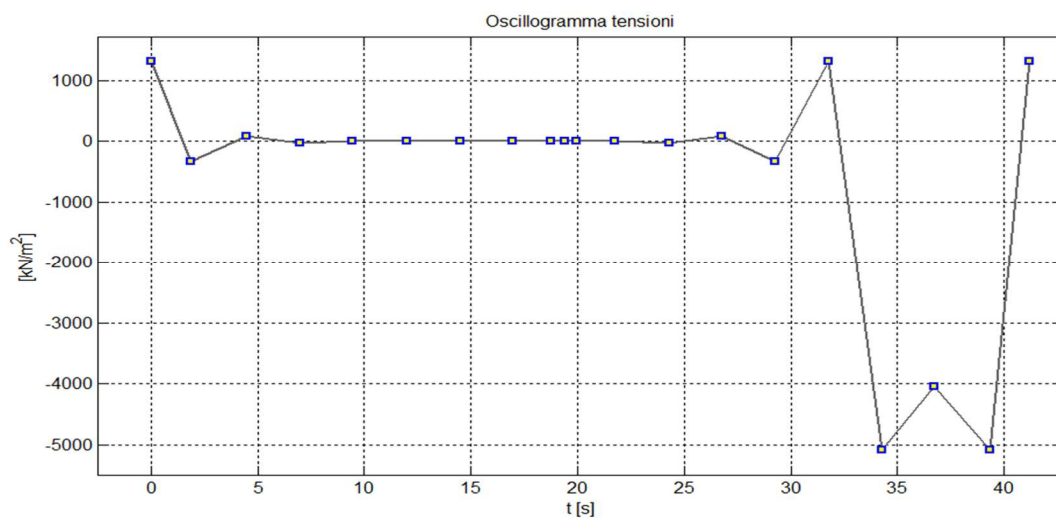


Figura 8-31 - Oscillogramma delle tensioni, fibra superiore calcestruzzo compresso

### 8.1.12.2. Calcolo dello stress range massimo e verifica

In ultima fase, è necessario calcolare la variazione massima di tensione (stress range) in modo da ottenere le tensioni massima e minima sul calcestruzzo.

Si procede applicando il metodo del serbatoio all'oscillogramma delle tensioni; nell'immagine seguente sono stati numerati i picchi per poi facilitare il conteggio:

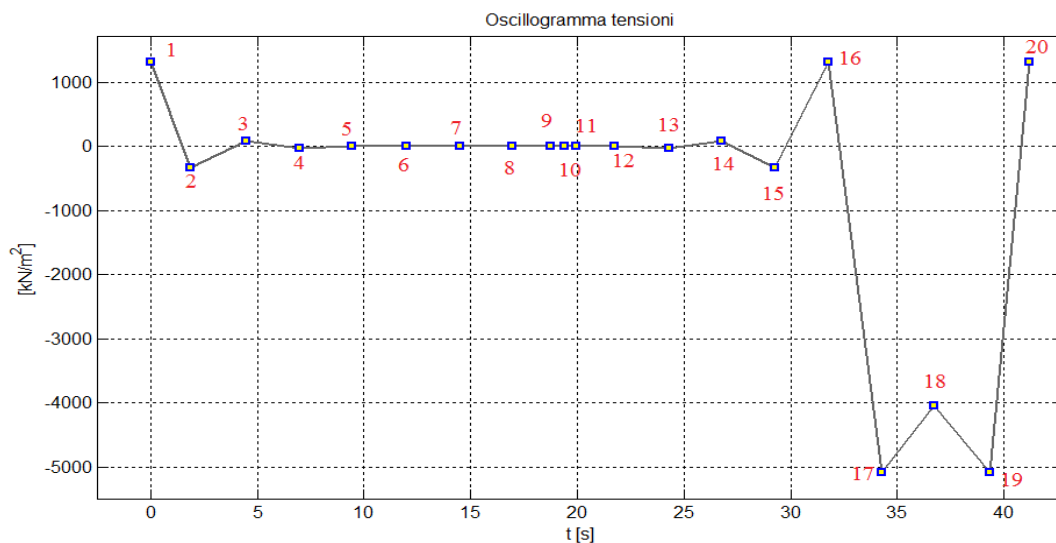


Figura 8-32 - Numerazione picchi, metodo del serbatoio

Si riportano di seguito in tabella i risultati:

$\sigma_1$	1312	kPa	$\sigma_7$	0,37	kPa
$\sigma_2$	-334	kPa	$\sigma_8$	-0,12	kPa
$\sigma_3$	85	kPa	$\sigma_9$	0	kPa
$\sigma_4$	-22	kPa	$\sigma_{10}$	0,45	kPa
$\sigma_5$	6	kPa	$\sigma_{11}$	-1	kPa
$\sigma_6$	-1	kPa	$\sigma_{12}$	6	kPa
$\sigma_{13}$	-22	kPa	$\sigma_{18}$	-4038	kPa
$\sigma_{14}$	85	kPa	$\sigma_{19}$	-5078	kPa
$\sigma_{15}$	-334	kPa	$\sigma_{20}$	1312	kPa
$\sigma_{16}$	1312	kPa			
$\sigma_{17}$	-5078	kPa			

Tabella 8-8 - Valori di tensione dell'oscillogramma

Nella tabella seguente si riporta la successione di svuotamento dei picchi con il conteggio dei cicli e delle variazioni di tensione:

picco svuotato	stress range			n° cicli
17	$\Delta\sigma_1 = \sigma_{16} - \sigma_{17}$	6390	kPa	1
19	$\Delta\sigma_2 = \sigma_{18} - \sigma_{19}$	1040	kPa	1
2	$\Delta\sigma_3 = \sigma_1 - \sigma_2$	1645	kPa	1
15	$\Delta\sigma_4 = \sigma_{14} - \sigma_{15}$	419	kPa	1
4	$\Delta\sigma_5 = \sigma_3 - \sigma_4$	107	kPa	1
13	$\Delta\sigma_6 = \sigma_{12} - \sigma_{13}$	27	kPa	1
6	$\Delta\sigma_7 = \sigma_5 - \sigma_6$	7	kPa	1
11	$\Delta\sigma_8 = \sigma_{10} - \sigma_{11}$	2	kPa	1
8	$\Delta\sigma_9 = \sigma_7 - \sigma_8$	0,5	kPa	1
<b>TOT CICLI</b>				<b>9</b>

Tabella 8-9 - Metodo del serbatoio, variazioni di tensione e conteggio dei cicli

Ad ogni stress range corrisponde un solo ciclo; l'istogramma di carico relativo all'oscillogramma trovato è il seguente:

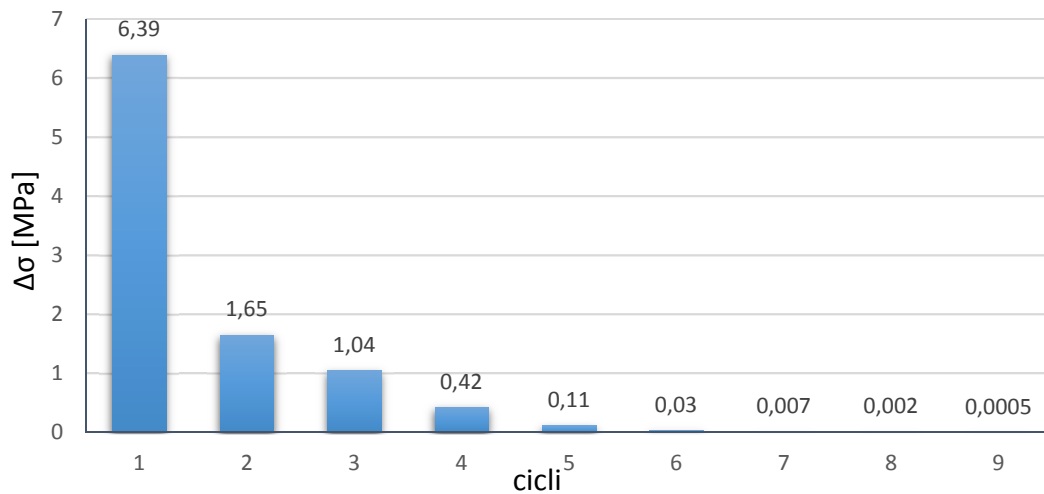


Figura 8-33 - Istitogramma delle tensioni, calcestruzzo, sezione di campata

La variazione di tensione massima risulta quindi pari a 6,39 MPa; le tensioni massima e minima si ricavano nel seguente modo:

- $\sigma_{C,max} = \sigma_{c,media} + \frac{\Delta\sigma_{max}}{2}$
- $\sigma_{C,min} = \sigma_{c,media} - \frac{\Delta\sigma_{max}}{2}$

ottenendo:

<b><math>\Delta\sigma</math>, max</b>	<b>6390</b>	<b>kPa</b>
<b><math>\sigma</math>, max</b>	<b>5016</b>	<b>kPa</b>
<b><math>\sigma</math>, min</b>	<b>-1374</b>	<b>kPa</b>

La verifica si conduce controllando che siano verificate le seguenti:

$$\frac{\sigma_{c,max}}{f_{cd}} \leq 0,5 + 0,45 \frac{\sigma_{c,min}}{f_{cd}} \leq 0,9$$

dove  $f_{cd}$  è la resistenza a compressione di calcolo del calcestruzzo:

$$f_{cd} = 0,85 \frac{f_{ck}}{1,5} = 0,85 \frac{35}{1,5} = 19,83 \text{ MPa}$$

<b>VERIFICA 1 (<math>\sigma_{c,max}/f_{cd} \leq 0,5 + 0,45 * (\sigma_{c,min}/f_{cd})</math>)</b>			
$\sigma_{c,max}/f_{cd}$	<b>0,25</b>	$0,5 + 0,45 * (\sigma_{c,min}/f_{cd})$	<b>0,47</b>
$0,25/0,47 = 0,54$ rapporto S/R			
<b>VERIFICA 2 (<math>0,5 + 0,45 * (\sigma_{c,min}/f_{cd}) &lt; 0,9</math>)</b>			
$0,5 + 0,45 * (\sigma_{c,min}/f_{cd})$			<b>0,47</b>
$0,47/0,9 = 0,52$ rapporto S/R			
<b>VERIFICA 3 (<math>\sigma_{c,max}/f_{cd} &lt; 0,9</math>)</b>			
$0,25/0,9 = 0,28$ rapporto S/R			

*Tabella 8-10 - Verifica del calcestruzzo compresso, sezione di campata*

Come si evince dalla Tabella 8-10, la verifica risulta completamente soddisfatta.

Inoltre, dato che la tensione minima è di trazione, si deve verificare che sia rispettata la seguente:

$$\frac{\sigma_{c,max}}{f_{cd}} \leq 0,5$$

Guardando la tabella, anche l'ultima verifica risulta soddisfatta.



### 8.1.13. Verifica dell'armatura tesa, sezione di campata

#### 8.1.13.1. Linea di influenza "speciale" delle tensioni linearizzata e oscillogramma delle tensioni

La tensione sulle barre d'acciaio inferiori (AS<sub>2</sub>) di Figura 8-28 per effetto dei carichi mobili è stata ottenuta dividendo il momento flettente per il modulo di resistenza riferito alla fibra in cui si trovano le armature:

$$W_{acc,inf} = \frac{J_{n-n}}{n(x' - d_2)} = \frac{0,001383}{11,76 \cdot (0,2237 - 0,03)} = \mathbf{0,000607 \text{ m}^3}$$

Dunque, per quanto riguarda i carichi mobili, le ordinate della linea di influenza "speciale" di  $M_{L/2}$  linearizzata sono state divise per  $W_{acc,inf}$  ottenendo:

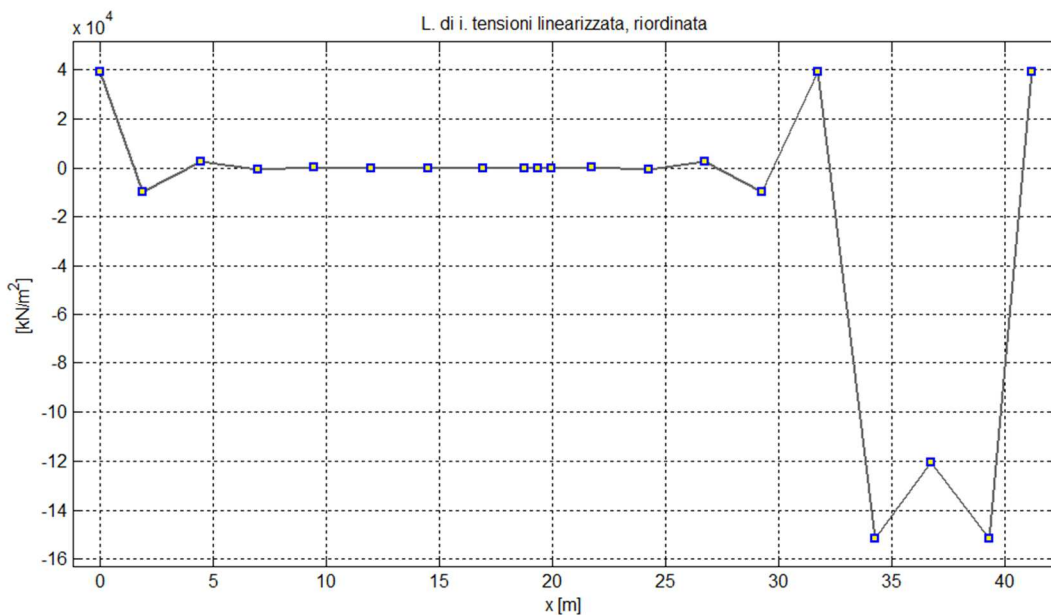


Figura 8-34 - Linea di influenza delle tensioni linearizzata, riordinata, armatura

Con l'ipotesi di velocità costante già adottata per il calcestruzzo, si passa direttamente al dominio del tempo, ottenendo l'oscillogramma delle tensioni:

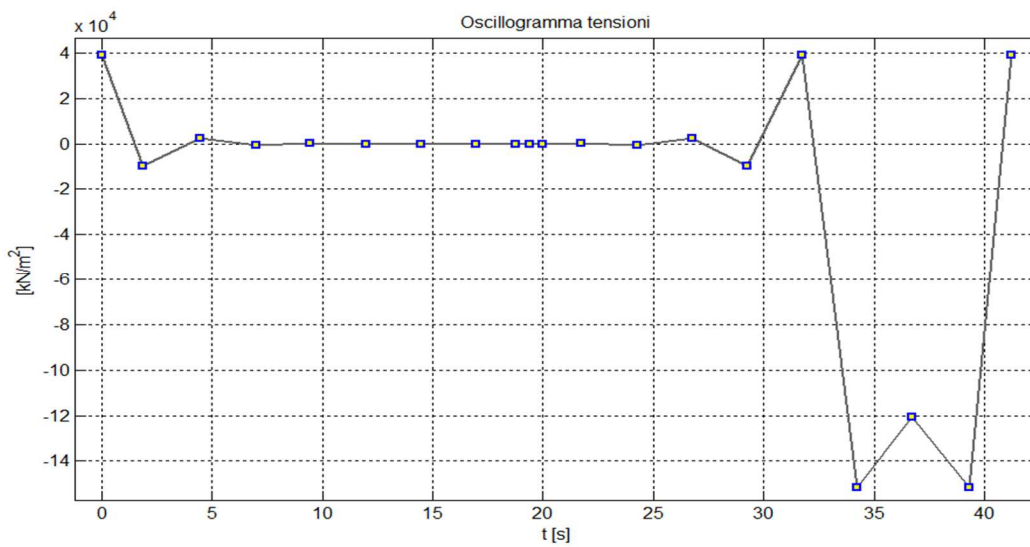


Figura 8-35 - Oscillogramma delle tensioni, sezione di campata, armatura

Tali curve sono state ottenute tramite il medesimo script utilizzato per il calcestruzzo; l'unica modifica è il modulo di resistenza W.

### 8.1.13.2. Calcolo della variazione di tensione massima e verifica

Applicando di nuovo il metodo del serbatoio all'oscillogramma delle tensioni, si è ricavata la variazione di tensione massima:

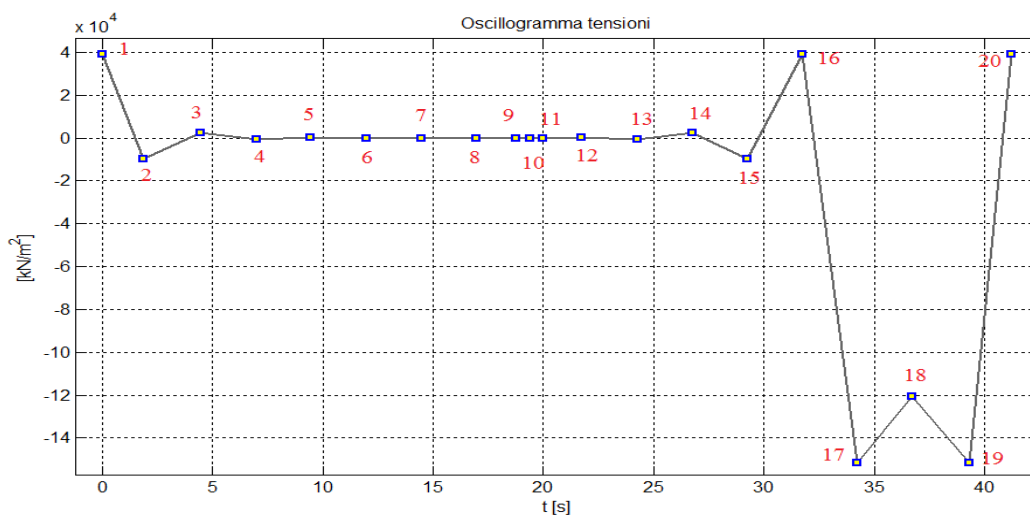


Figura 8-36 - Numerazione dei picchi, metodo serbatoio, armatura

Si riportano di seguito in tabella i risultati:

$\sigma_1$	39156	kPa	$\sigma_7$	11	kPa
$\sigma_2$	-9964	kPa	$\sigma_8$	-3	kPa
$\sigma_3$	2550	kPa	$\sigma_9$	0	kPa
$\sigma_4$	-651	kPa	$\sigma_{10}$	13	kPa
$\sigma_5$	166	kPa	$\sigma_{11}$	-43	kPa
$\sigma_6$	-42	kPa	$\sigma_{12}$	166	kPa

$\sigma_{13}$	-651	kPa	$\sigma_{18}$	-120534	kPa
$\sigma_{14}$	2550	kPa	$\sigma_{19}$	-151588	kPa
$\sigma_{15}$	-9964	kPa	$\sigma_{20}$	39156	kPa
$\sigma_{16}$	39156	kPa			
$\sigma_{17}$	-151588	kPa			

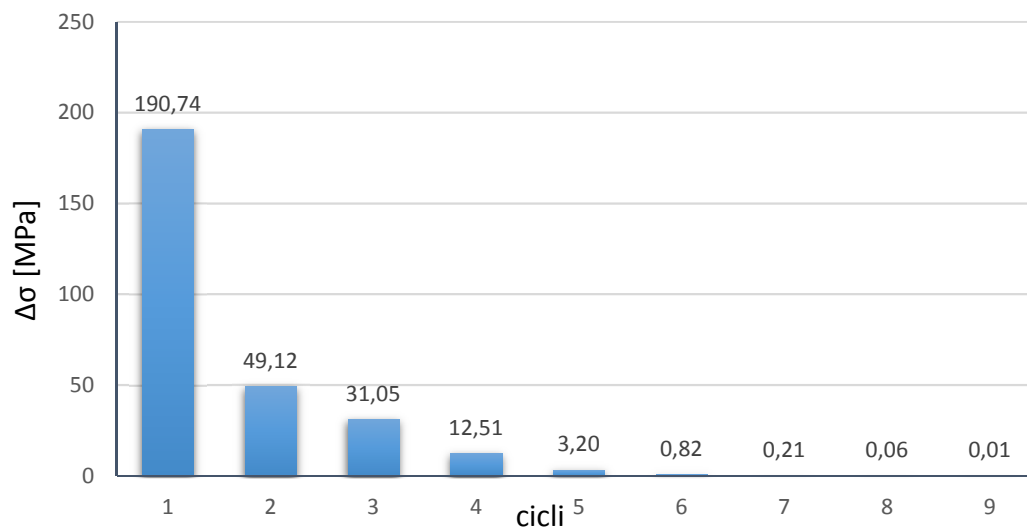
Tabella 8-11 - Valori di tensione dell'oscillogramma

Nella tabella seguente si riporta la successione di svuotamento dei picchi con il conteggio dei cicli e delle variazioni di tensione:

picco svuotato	stress range			n° cicli
<b>17</b>	$\Delta\sigma_1 = \sigma_{16} - \sigma_{17}$	190744	kPa	1
<b>19</b>	$\Delta\sigma_2 = \sigma_{18} - \sigma_{19}$	31054	kPa	1
<b>2</b>	$\Delta\sigma_3 = \sigma_1 - \sigma_2$	49120	kPa	1
<b>15</b>	$\Delta\sigma_4 = \sigma_{14} - \sigma_{15}$	12514	kPa	1
<b>4</b>	$\Delta\sigma_5 = \sigma_3 - \sigma_4$	3201	kPa	1
<b>13</b>	$\Delta\sigma_6 = \sigma_{12} - \sigma_{13}$	818	kPa	1
<b>6</b>	$\Delta\sigma_7 = \sigma_5 - \sigma_6$	208	kPa	1
<b>11</b>	$\Delta\sigma_8 = \sigma_{10} - \sigma_{11}$	56	kPa	1
<b>8</b>	$\Delta\sigma_9 = \sigma_7 - \sigma_8$	14	kPa	1
	<b>TOT CICLI</b>			<b>9</b>

Tabella 8-12 - Metodo del serbatoio, variazioni di tensione e conteggio dei cicli

L'istogramma delle tensioni relativo all'oscillogramma è il seguente:



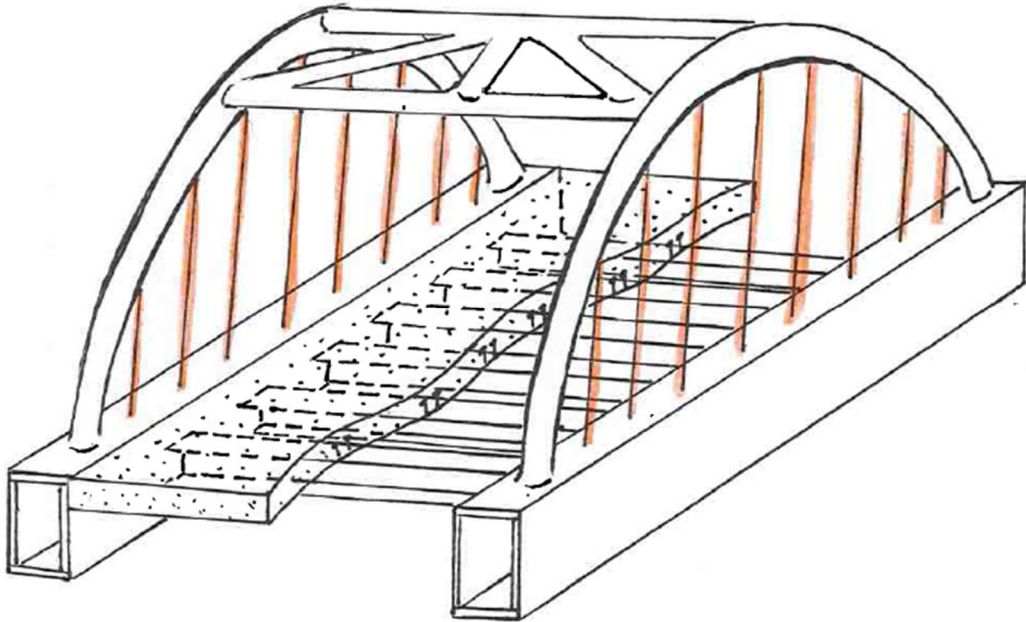
*Figura 8-37 - Istogramma delle tensioni, armatura, sezione di campata*

La variazione di tensione massima risulta quindi pari a 190,74 MPa.

Secondo la UNI ENV 1992-2 (EC2) al §4.3.7.5, la resistenza a fatica di barre di armatura non saldate soggette a trazione è adeguata se la variazione di sforzo non è maggiore di 70 MPa; dunque, la verifica non è soddisfatta.

Si potrebbe quindi applicare la regola 4.191 situata al paragrafo citato dell'EC2, ma in questa sede non è stato effettuato tale conto.

## 8.2. Pendini



*Figura 8-38 - Schizzo del ponte. Elemento studiato: pendini*

Le verifiche sono state condotte sui seguenti particolari:

- cavo
- saldatura della piastra di ancoraggio alla trave
- perno di aggancio del pendino alla piastra

e sono state effettuate sia verifiche a vita illimitata sia a danneggiamento cumulativo, secondo quanto detto nella Circolare n° 617 del 2009.

Anche per i pendini, le linee di influenza e gli oscillogrammi delle tensioni sono stati ricavati utilizzando un software di calcolo numerico.

### 8.2.1. Azioni

Trattandosi di acciaio, i carichi permanenti distribuiti non entrano in gioco; ci si concentra quindi soltanto sui carichi mobili.

Per quanto riguarda la verifica a vita illimitata è stato utilizzato il modello di carico di fatica n.1:

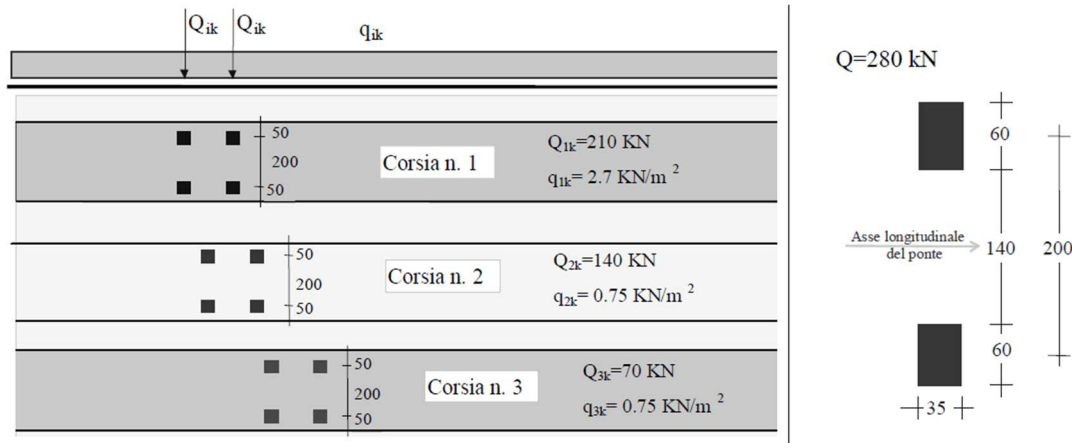


Figura 8-39 - Modello di carico di fatica n.1

Per i pendini è stato utilizzato lo schema tandem a due assi.

Relativamente alla verifica a danneggiamento cumulativo, invece, è stato utilizzato il modello di carico di fatica n.3:

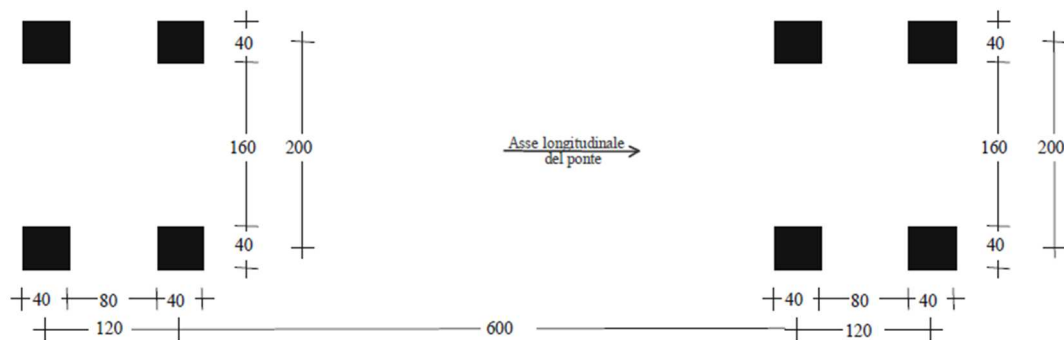


Figura 8-40 - Modello di carico di fatica n.3

i cui carichi asse sono di 120 kN.

### 8.2.2. Individuazione dello schema statico

I pendini sono rappresentabili come bielle, incernierate ad arco e trave poiché il momento flettente e il taglio assorbiti da essi sono trascurabili; si possono quindi studiare considerando soltanto lo sforzo normale.

Lo schema statico a cui si è fatto riferimento è l'intero ponte, di cui è stato creato un modello bidimensionale agli elementi finiti:

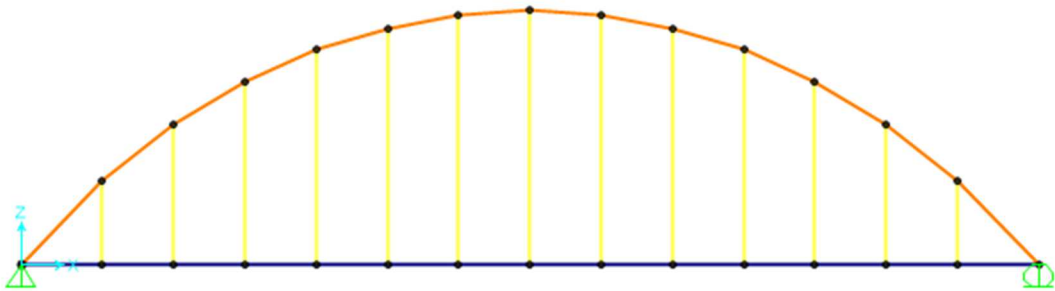


Figura 8-41 - Modello bidimensionale del ponte

Tutti gli elementi strutturali sono stati modellati come *frames*.

Si precisa che il modello è un'approssimazione della realtà, infatti i pendini sono stati disposti in verticale anziché in diagonale; ciò per semplificare i calcoli e ragionare su schemi più semplici e immediati.

### 8.2.3. Linea di influenza tradizionale, $N$

Per la creazione della linea di influenza è stato utilizzato in primo luogo il criterio di Land: la distorsione unitaria in questo caso corrisponde ad uno spostamento assiale fra due parti del pendino preventivamente separate. Dunque, sono state applicate delle differenze di temperatura positive corrispondenti ad un allungamento unitario dei pendini. La deformata che si otterrà sarà quindi la linea di influenza cercata.

La variazione di lunghezza del pendino per effetto di una variazione di temperatura è:

$$\Delta l = \alpha_T \Delta T l$$

dove  $\alpha_T$  coefficiente di dilatazione termica dell'acciaio è  $1,2 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ .

Imponendo un allungamento unitario, si può ricavare la variazione di temperatura da applicare, essendo nota la lunghezza del pendino:

$$\Delta T = \frac{1}{\alpha_T l}$$

Nella seguente tabella vengono elencate le lunghezze e le variazioni di temperatura da assegnare ad ogni strallo:

	<b>l [m]</b>	<b><math>\Delta T</math> [°C]</b>
<b>Pendino 1</b>	3,5	23809,52
<b>Pendino 2</b>	5,73	14543,34
<b>Pendino 3</b>	7,4	11261,26
<b>Pendino 4</b>	8,62	9667,44
<b>Pendino 5</b>	9,46	8809,02
<b>Pendino 6</b>	9,95	8375,21
<b>Pendino 7</b>	10,11	8242,66

*Tabella 8-13 - Variazioni di temperatura da applicare ai pendini e loro lunghezze*

I pendini sono stati numerati a partire da sinistra e ne sono stati riportati soltanto i primi sette in quanto la struttura è simmetrica.

Applicando per esempio il  $\Delta T$  al quinto pendino si ottiene (con un'analisi statica lineare):



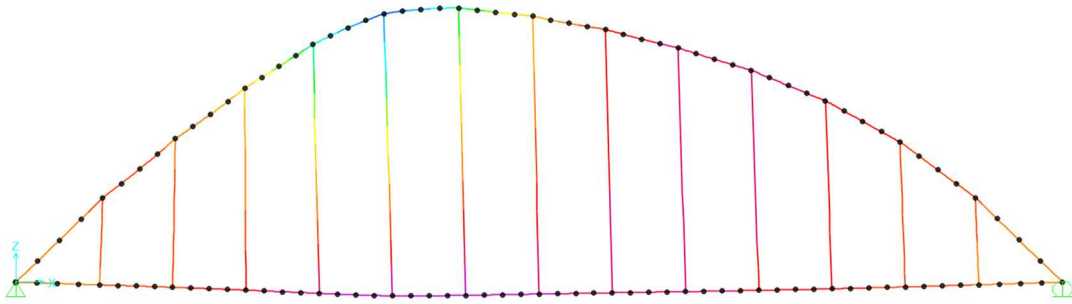


Figura 8-42 - Deformata per allungamento unitario del quinto pendino

La linea di influenza effettiva sarà ovviamente la deformata dell'impalcato considerato isolato dal resto. Ricavati gli spostamenti verticali dell'impalcato per ciascun nodo, sono stati trascritti all'interno dello script del programma di calcolo numerico e, in seguito, uniti con una curva spezzata.

Di seguito si mostrano le linee di influenza ottenute per i pendini da 1 a 7 (i restanti avrebbero linee di influenza con ordinate uguali e simmetriche):

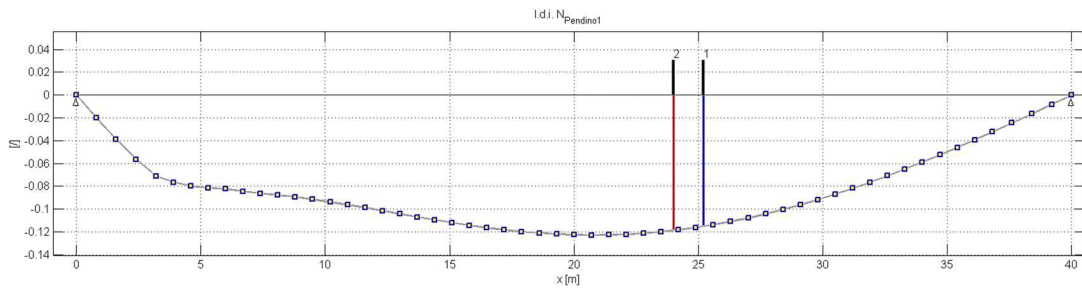


Figura 8-43 - Linea di influenza tradizionale,  $N$  (pendino 1)

In blu e rosso sono le ordinate della linea di influenza in corrispondenza delle ascisse degli assi del modello di carico di fatica n.1.

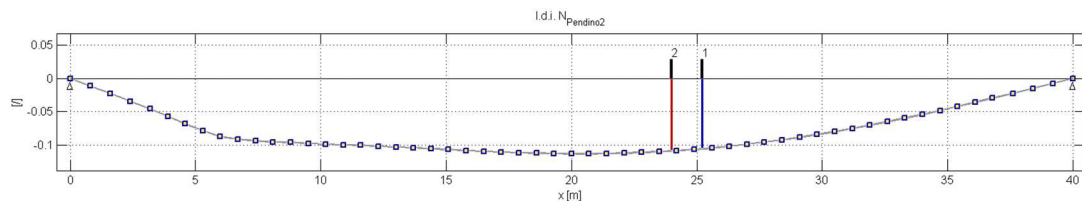


Figura 8-44 - Linea di influenza tradizionale,  $N$  (pendino 2)

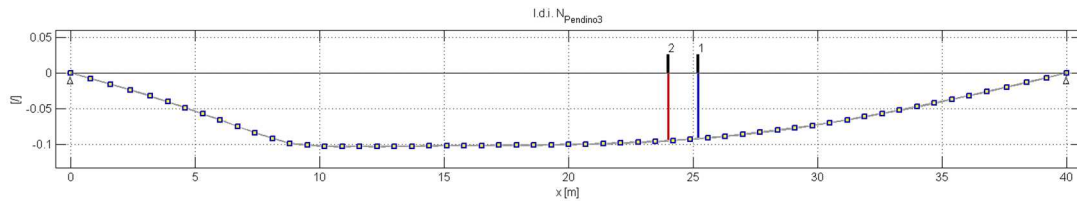


Figura 8-45 - Linea di influenza tradizionale,  $N$  (pendino 3)

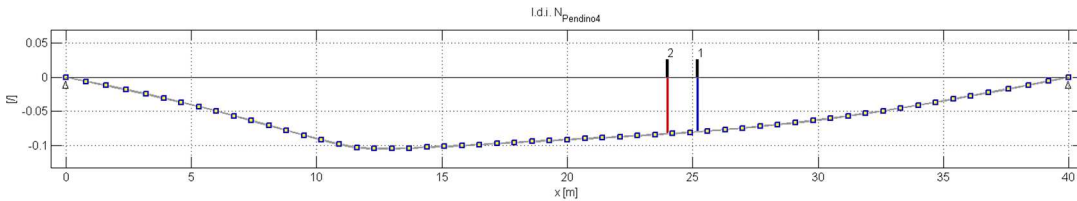


Figura 8-46 - Linea di influenza tradizionale,  $N$  (pendino 4)

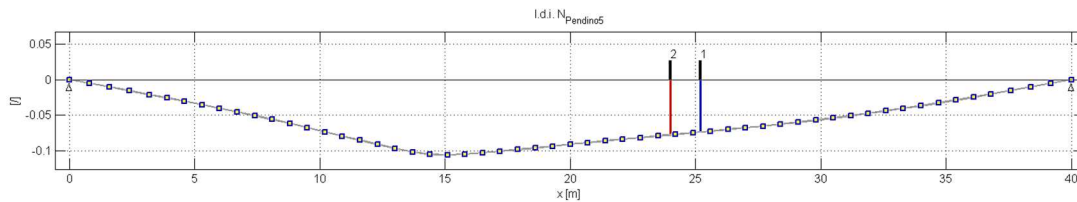


Figura 8-47 - Linea di influenza tradizionale,  $N$  (pendino 5)

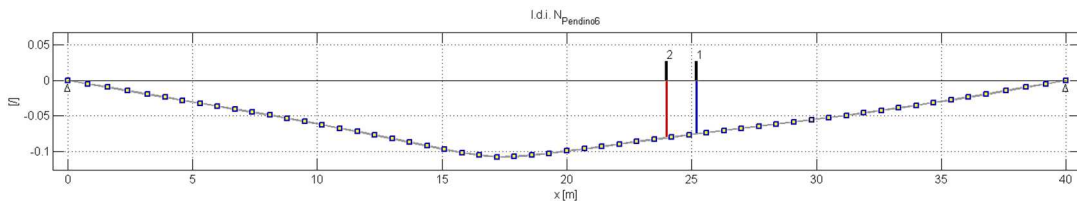


Figura 8-48 - Linea di influenza tradizionale,  $N$  (pendino 6)

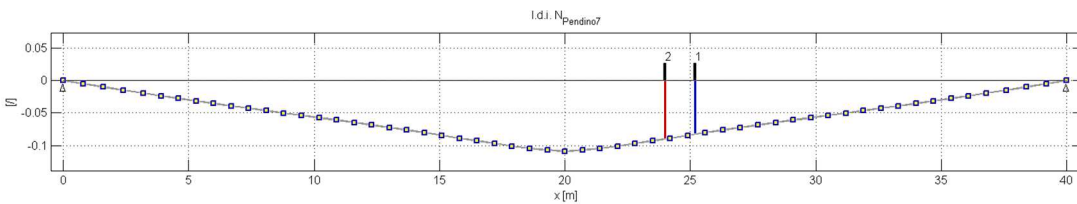


Figura 8-49 - Linea di influenza tradizionale,  $N$  (pendino 7)

Si nota che le ordinate sono adimensionali in quanto, se moltiplicate per i carichi asse, forniscono le dimensioni giuste dello sforzo normale: kN.

Le linee di influenza rappresentano l'effetto sul pendino al variare della posizione del carico sull'impalcato (è per questo che la linea viene tracciata sulla catena).

Si è voluto poi confrontare tali linee di influenza con quelle ricavate automaticamente tramite software agli elementi finiti; per esempio, per il primo pendino, la linea di influenza fornita dal software è la seguente:

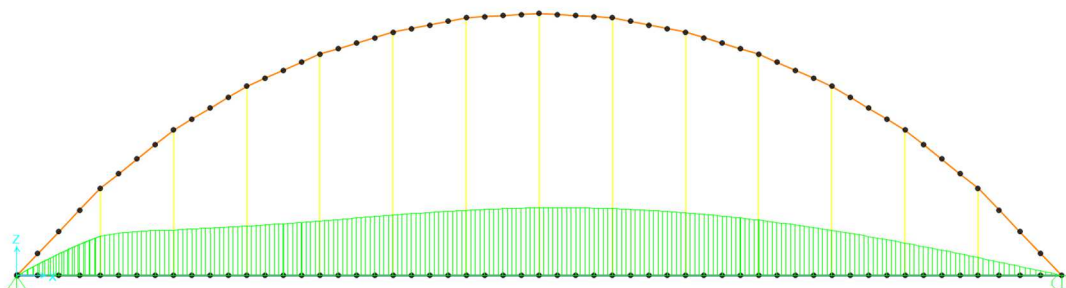


Figura 8-50 - Linea di influenza tradizionale di N, pendino 1

A meno del segno (dipende dalla convenzione del software), la forma equivale a quella della linea di influenza ricavata con Land (Figura 8-43).

Nella seguente tabella si riporta il confronto fra alcuni valori (presi in valore assoluto) delle due linee di influenza ottenute tramite software e tramite il criterio di Land (sempre attraverso il software) per il pendino 1:

<i>Pendino 1</i>	<b>Ordinate linea di influenza – Land [/]</b>	<b>Ordinate linea di influenza – software [/]</b>	<b>errore percentuale</b>
x = 0,4 m	0,00994	0,0105	5,33%
x = 1,2 m	0,0294	0,031	5,16%
x = 2 m	0,0476	0,0503	5,37%
x = 2,561 m	0,0592	0,0625	5,28%
x = 2,8 m	0,0637	0,0673	5,35%
x = 3,55 m	0,0737	0,0778	5,27%
x = 4,25 m	0,0781	0,0822	4,99%

x = 4,95 m	0,0806	0,0848	4,95%
x = 5,65 m	0,0819	0,0861	4,88%
x = 6,35 m	0,0833	0,0876	4,91%
x = 7,05 m	0,0853	0,0896	4,8%
x = 8,45 m	0,0885	0,0929	4,74%
x = 20 m	0,1226	0,1288	4,81%

*Tabella 8-14 - Confronto tra linea di influenza software e Land (N) per pendino 1*

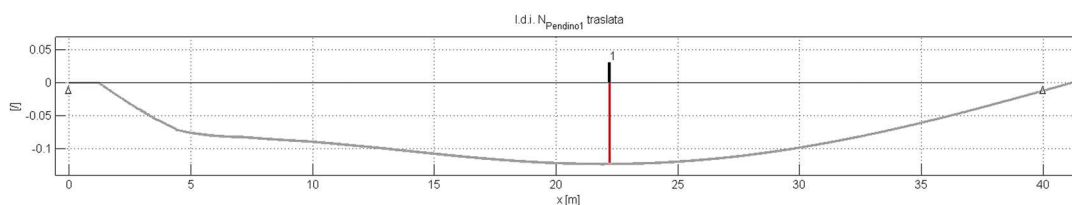
L'errore percentuale è stato calcolato rispetto alla misura esatta delle ordinate ottenute tramite software.

Si può dire di aver ottenuto una buona approssimazione.

#### **8.2.4. Linea di influenza “speciale” di N a due assi a distanza costante (modello di fatica n.1)**

L'effetto totale dato dalle ordinate di due carichi concentrati sulla linea di influenza tradizionale è uguale a quello che si ottiene sommando l'ordinata della linea di influenza tradizionale a quella della linea di influenza tradizionale traslata della distanza fra i due assi; in questo modo poi è possibile ottenere la linea di influenza “speciale”.

Si mostra di seguito l'esempio per il pendino 1:



*Figura 8-51 - Linea di influenza tradizionale traslata, N (pendino 1)*

L'ordinata del segmento rosso (sotto all'asse 1) corrisponde a quella della linea di influenza tralata della distanza fra gli assi del veicolo (cioè 1,2m); tale valore coincide con quello che si ha sotto all'asse 2 nella linea di influenza tradizionale (Figura 8-43).

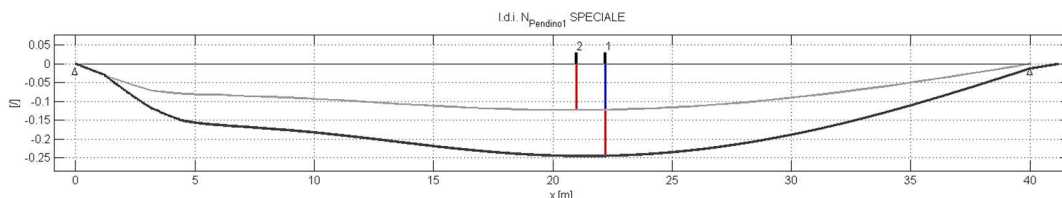


Figura 8-52 - Linea di influenza tradizionale (grigio chiaro) e linea di influenza "speciale" (grigio scuro) a due assi, N (pendino 1)

La somma dei segmenti blu e rosso (ordinate in corrispondenza delle ascisse degli assi) fornisce l'ordinata della linea di influenza "speciale", come previsto.

Dato che i pendini si trovano ai lati del ponte e ricevono i carichi provenienti dall'impalcato trasferendoli all'arco, e dato che il veicolo viaggia sul ponte con un'eccentricità rispetto ai pendini, le ordinate della linea di influenza "speciale" non sono state moltiplicate per il carico asse totale di 210 kN ma per la reazione che si ha sulla trave per effetto del carico concentrato posizionato sulla mezzeria della corsia di marcia.

Lo schema a cui ci si è riferiti per il calcolo è il seguente:

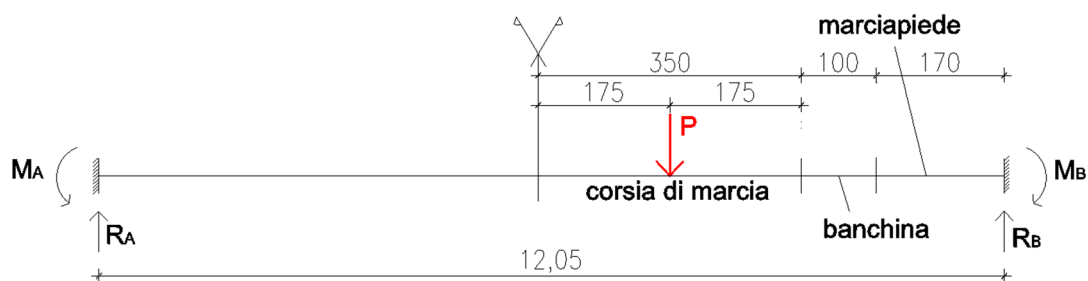


Figura 8-53 - Carico asse P viaggiante, schema sezione trasversale

Le due ruote del singolo asse sono state concentrate nel carico puntuale P, che risulta di 210 kN; ipotizzandolo viaggiante nella mezzeria della corsia di marcia più vicina alla trave, si ricava la reazione  $R_B$  all'incastro.

Lo schema è di trave incastrata poiché essa rappresenta il traverso, che è saldato alle travi laterali; la saldatura è rappresentata da vincoli di incastro.

Si ha:

- $x'_P = 4,45 \text{ m} = 3,5 \text{ m} + 1 \text{ m} + 1,7 \text{ m}$
- $x_P = l - x'_P = 12,05 \text{ m} - 4,45 \text{ m} = 7,6 \text{ m}$
- $P = 210 \text{ kN}$

$$R_B = \frac{P x_P}{l} = \frac{210 \cdot 7,6}{12,05} = 132,45 \text{ kN}$$

Inoltre, si deve tenere in conto il comportamento combinato di arco e trave attraverso i pendini: il carico infatti viene trasferito alle travi per mezzo dei traversi e, da qui, passa all'arco attraverso i pendini.

Dunque, la quota-parte di carico che va sui pendini è quello che poi va sull'arco, quindi è rappresentata dal coefficiente  $r_a$ .

Il fattore moltiplicativo diventa:

$$\frac{P x_P}{l} \cdot r_a$$

Dato che il coefficiente di ripartizione  $r_a$  è dipendente dall'angolo di inclinazione dell'arco rispetto all'orizzontale (e quindi dall'ascissa in cui si trova il pendino), si sono calcolati i coefficienti per ogni pendino.

Nota l'ascissa, si può ricavare la derivata prima della curva dell'arco (quindi la tangente):

$$y(x) = \frac{4f}{l} \left( x - \frac{x^2}{l} \right) \rightarrow y'(x) = \frac{4f}{l} \left( 1 - \frac{2x}{l} \right) = \text{tg} \alpha (x)$$

Infine, ricavando l'angolo di inclinazione, nota la tangente, si ottiene il coefficiente di ripartizione:

$$r_a = \frac{E_a J_a \cos \alpha}{E_a J_a \cos \alpha + E_t J_t}$$

dove:

- $E_a = E_t = 2,1 \cdot 10^8$  kPa
- $J_a = 0,00373$  m<sup>4</sup>
- $J_{t,pendini1-13} = 0,0382$  m<sup>4</sup>
- $J_t = 0,0224$  m<sup>4</sup>

Si riportano in tabella i risultati per ogni pendino:

	$x_s$	$y'$	$\alpha$ (RAD)	$r_a$
<b>pendini 1-13</b>	3,2	0,84	0,698659825	<b>0,070</b>
<b>pendini 2-12</b>	6	0,7	0,610725964	<b>0,120</b>
<b>pendini 3-11</b>	8,8	0,56	0,510488322	<b>0,127</b>
<b>pendini 4-10</b>	11,6	0,42	0,397627992	<b>0,133</b>
<b>pendini 5-9</b>	14,4	0,28	0,273008703	<b>0,138</b>
<b>pendini 6-8</b>	17,2	0,14	0,139095941	<b>0,142</b>
<b>pendino 7</b>	20	0	0	<b>0,143</b>

Tabella 8-15 - Coefficienti di ripartizione  $r_a$  per i pendini

Moltiplicando quindi le ordinate della linea di influenza “speciale” per il fattore scritto sopra, si ottiene la linea di influenza “speciale” in kN. Si riporta l’esempio per il pendino 1:

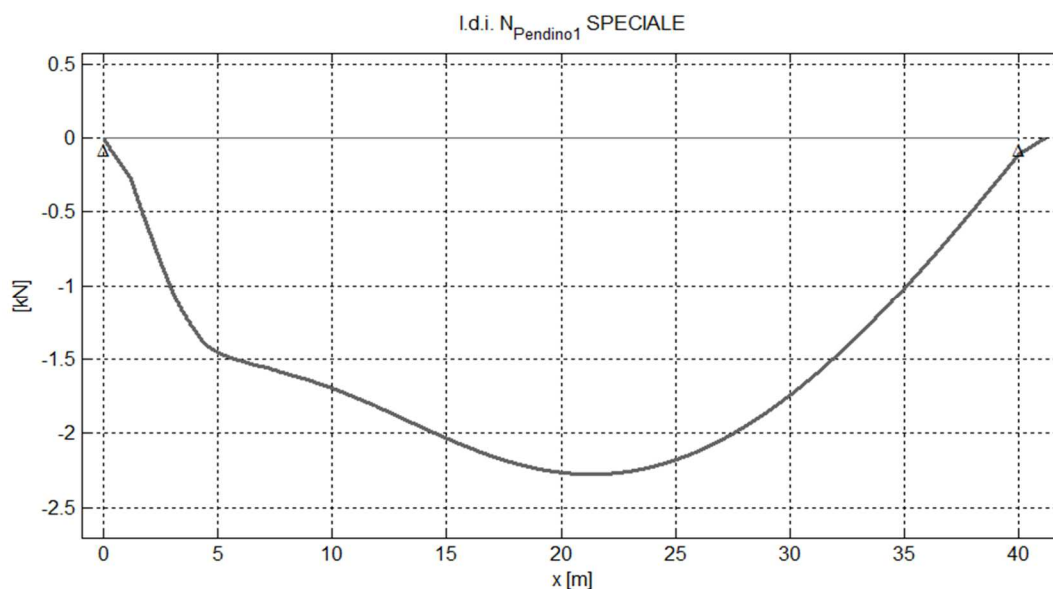


Figura 8-54 - Linea di influenza “speciale” a due assi in kN (N) pendino 1

### 8.2.5. Linea di influenza “speciale” di $N$ a quattro assi a distanza costante (modello di fatica n.3)

Con riferimento alle verifiche di fatica a danneggiamento, si è utilizzato il modello di carico di fatica n.3. Esso è costituito da quattro assi di 120 kN ciascuno distanti 1,2m, 6m e 1,2m.

La linea di influenza tradizionale è sempre uguale; in questo caso viene traslata tre volte delle distanze: 1,2m, 6m e 1,2m.

Si riportano le linee di influenza traslate per il pendino n.1:

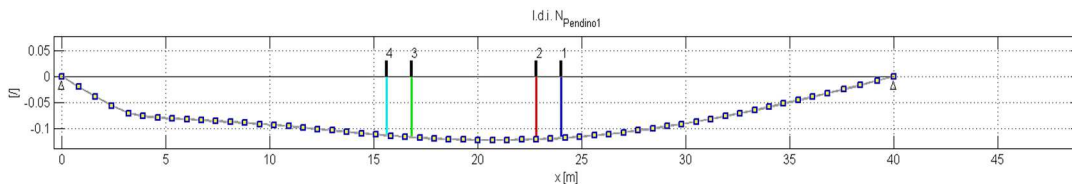


Figura 8-55 - Linea di influenza tradizionale di  $N$ , ordinate dei quattro assi del veicolo

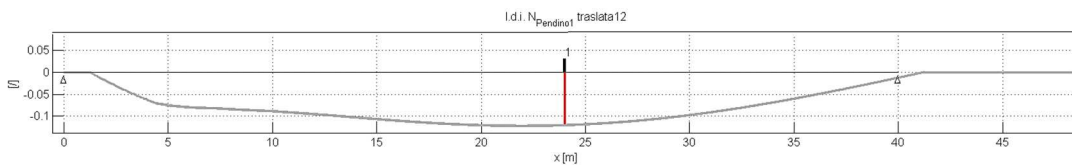


Figura 8-56 - Linea di influenza tradizionale di  $N$  traslata della distanza fra assi 1 e 2

Il segmento rosso (ordinata della linea di influenza traslata sotto all'asse 1) è uguale a quello sotto l'asse 2 nella linea di influenza non traslata.

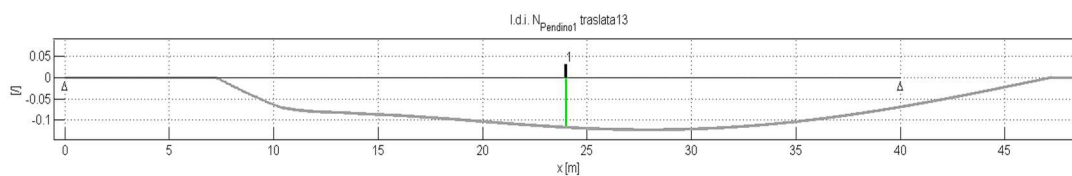


Figura 8-57 - Linea di influenza tradizionale di  $N$  traslata della distanza fra assi 1 e 3

Il segmento verde (ordinata della linea di influenza traslata sotto l'asse 1) è uguale a quello sotto l'asse 3 nella linea di influenza non traslata.



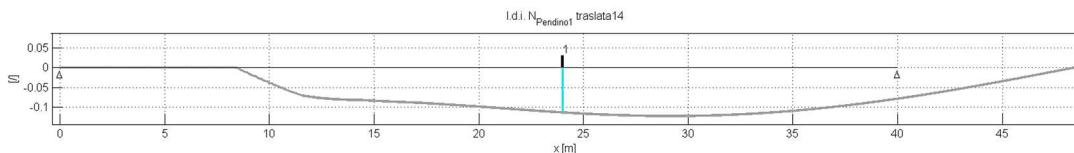


Figura 8-58 - Linea di influenza tradizionale di N traslata della distanza fra assi 1 e 4

Il segmento azzurro (ordinata della linea di influenza traslata sotto l'asse 1) è uguale a quello sotto l'asse 4 nella linea di influenza non traslata.

Sommando le ordinate delle quattro linee di influenza riferite ai singoli assi, si ottiene la linea di influenza "speciale" a quattro assi dello sforzo normale:

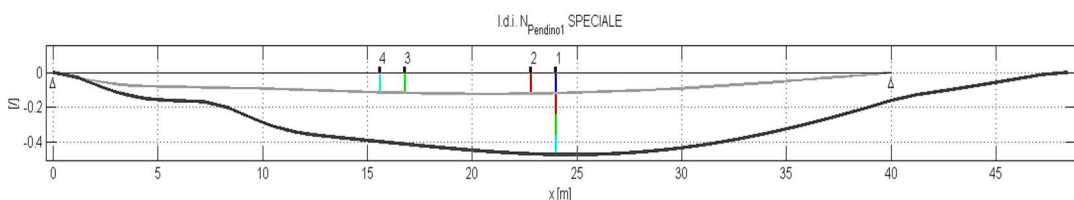


Figura 8-59 - Linea di influenza tradizionale (grigio chiaro), linea di influenza "speciale" (grigio scuro) di N (pendino 1) e ordinate dei quattro assi

Si può notare di nuovo che la somma dei segmenti colorati corrispondenti alle ordinate delle linee di influenza traslate sotto l'asse 1 coincide con l'ordinata della linea di influenza "speciale" sotto il medesimo asse.

Si procede analogamente alla linea di influenza a due assi, moltiplicando le ordinate della linea di influenza "speciale" per il fattore:

$$\frac{P_{\bar{X}_P}}{l} \cdot r_a = \frac{120 \cdot 7,6}{12,05} \cdot r_a = 75,68 \text{ kN} \cdot r_a$$

Dove i coefficienti di ripartizione variano da pendino a pendino e sono quelli ricavati per la linea di influenza "speciale" a due assi.

Per il pendino 1 si ottiene la curva seguente:

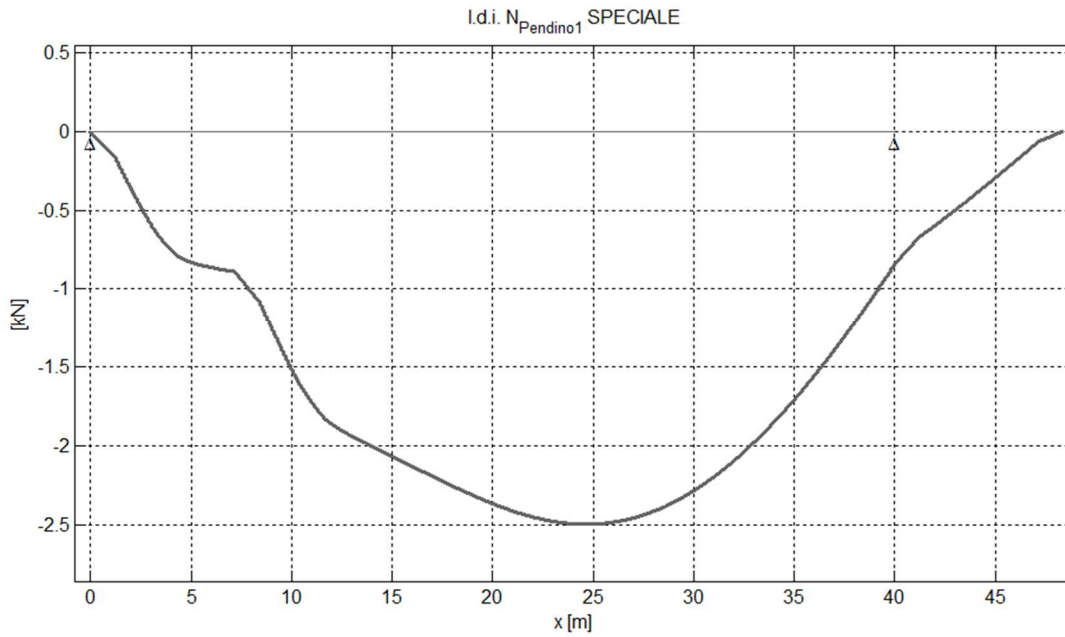


Figura 8-60 - Linea di influenza “speciale” di  $N$  a quattro assi, pendino 1 [kN]

### 8.2.6. Linearizzazione

Le linee di influenza speciali a due e quattro assi sono state linearizzate per procedere al calcolo della variazione di tensione massima; in questo caso l'operazione è risultata più semplice poiché si ha un solo picco.

Si riportano i risultati per il pendino n.1 sia nel caso di due assi che di quattro assi:

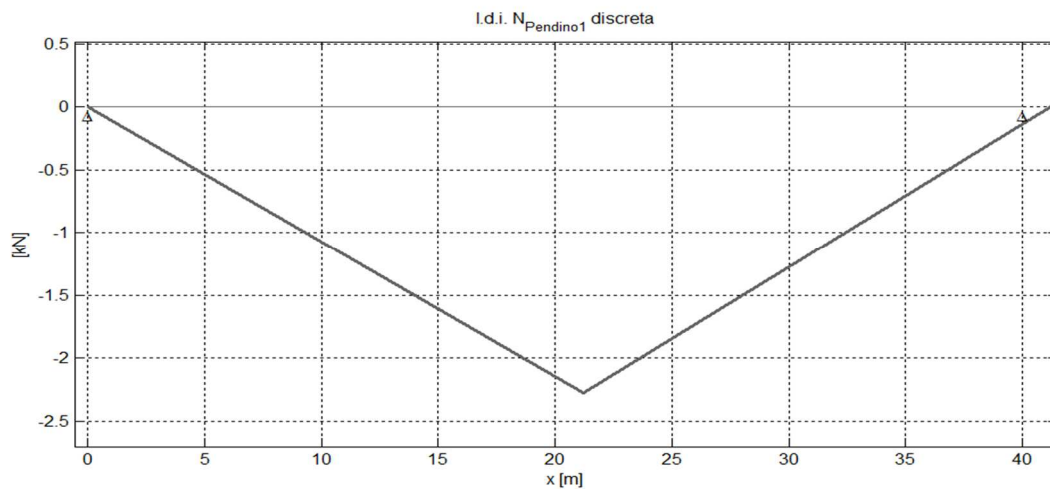


Figura 8-61 - Linea di influenza “speciale” di  $N$  a due assi linearizzata

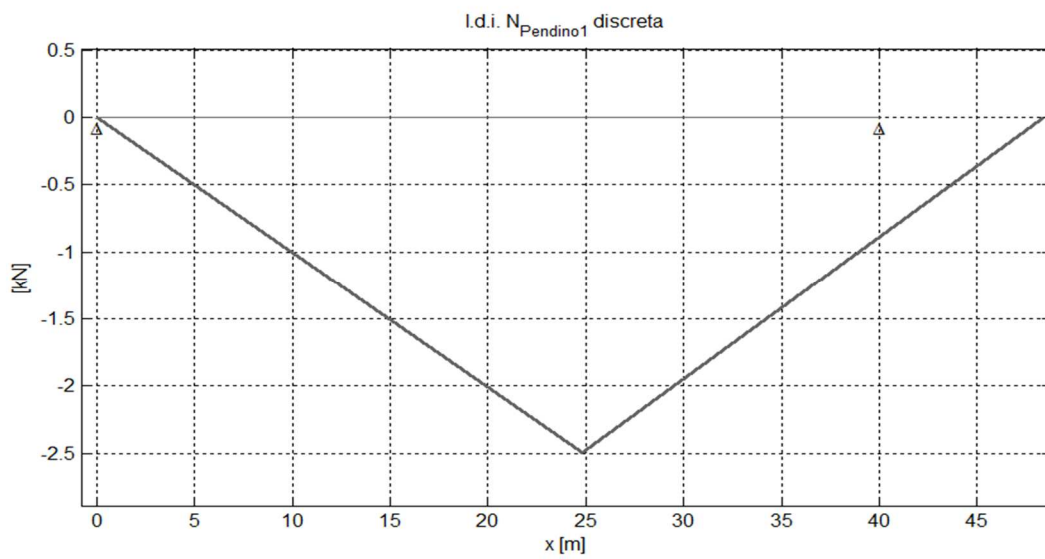


Figura 8-62 - Linea di influenza “speciale” di  $N$  a quattro assi, linearizzata

### 8.2.7. Verifica del cavo

Si procede conducendo le verifiche a vita illimitata e a danneggiamento cumulativo.

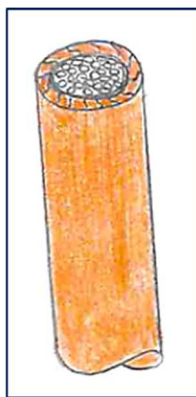


Figura 8-63 - Schema del dettaglio costruttivo: cavo

### 8.2.7.1. Verifica a vita illimitata

#### 8.2.7.1.1. Oscillogramma delle tensioni

E' necessario passare dalla linea di influenza dello sforzo normale a quella delle tensioni; si divide quindi per l'area del cavo pari a  $0,000862 \text{ m}^2$ .

Per passare dalla linea di influenza delle tensioni all'oscillogramma basta fare l'ipotesi che i veicoli viaggino a velocità costante e quindi si passa dal dominio dello spazio a quello del tempo; la seguente immagine si riporta l'oscillogramma per il pendino 1, come esempio:

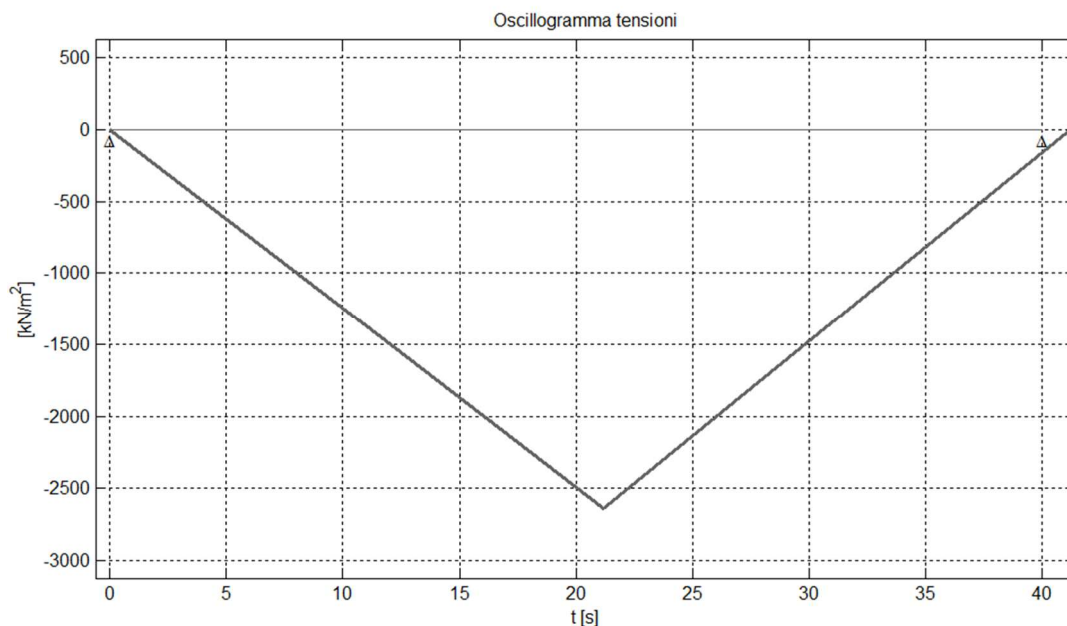


Figura 8-64 - Oscillogramma delle tensioni, pendino 1, modello di carico di fatica n.1

#### 8.2.7.1.2. Calcolo della variazione di tensione massima e verifica

Una volta ottenuto l'oscillogramma delle tensioni, è stata calcolata la variazione di tensione massima per ogni pendino semplicemente facendo la differenza fra lo zero e

il minimo assoluto dell'oscillogramma; la verifica a vita illimitata consiste nel controllare che sia valida la seguente:

$$\Delta\sigma_{\max} \leq \frac{\Delta\sigma_D}{\gamma_{Mf}} \rightarrow \gamma_{Mf}\Delta\sigma_{\max} \leq \Delta\sigma_D$$

dove:

- $\gamma_{Mf} = 1,15$  coefficiente riduttore delle resistenze (per struttura poco sensibile e conseguente significative in caso di crisi)
- $\Delta\sigma_D = 0,737 \Delta\sigma_C$
- $\Delta\sigma_C = 150$  MPa (classe di resistenza del dettaglio 'cavo')

Si riportano di seguito in tabelle i risultati delle verifiche per i cavi dei pendini.

PENDINI 1 e 13				PENDINI 2 e 12			
n° cicli, 1 passaggio	1			n° cicli, 1 passaggio	1		
$\Delta\sigma_{\max(1)}$	2639,1	kPa	2,64 MPa	$\Delta\sigma_{\max(1)}$	4177,37	kPa	4,18 MPa
$\Delta\sigma_C$	150 MPa			$\Delta\sigma_C$	150 MPa		
$\gamma_{mf}$	1,15			$\gamma_{mf}$	1,15		
$\Delta\sigma_D$	110,55 MPa			$\Delta\sigma_D$	110,55 MPa		
$\gamma_{Mf}\Delta\sigma_{\max}$	3,03 MPa			$\gamma_{Mf}\Delta\sigma_{\max}$	4,8 MPa		
$\gamma_{Mf}\Delta\sigma_{\max} \leq \Delta\sigma_D$				$\gamma_{Mf}\Delta\sigma_{\max} \leq \Delta\sigma_D$			
<b>Verificato</b>				<b>Verificato</b>			
R/S = 110,55/3,03		36,43		R/S = 110,55/4,8		23,01	

Tabella 8-16 - Verifica a vita illimitata cavi, pendini 1, 2, 12, 13

PENDINI 3 e 11				PENDINI 4 e 10			
n° cicli, 1 passaggio	1			n° cicli, 1 passaggio	1		
$\Delta\sigma_{\max(1)}$	4014,3	kPa	4,01 MPa	$\Delta\sigma_{\max(1)}$	4274,42	kPa	4,27 MPa
$\Delta\sigma_C$	150 MPa			$\Delta\sigma_C$	150 MPa		
$\gamma_{mf}$	1,15			$\gamma_{mf}$	1,15		
$\Delta\sigma_D$	110,55 MPa			$\Delta\sigma_D$	110,55 MPa		
$\gamma_{Mf}\Delta\sigma_{\max}$	4,62 MPa			$\gamma_{Mf}\Delta\sigma_{\max}$	4,92 MPa		
$\gamma_{Mf}\Delta\sigma_{\max} \leq \Delta\sigma_D$				$\gamma_{Mf}\Delta\sigma_{\max} \leq \Delta\sigma_D$			
<b>Verificato</b>				<b>Verificato</b>			
R/S = 110,55/4,62		23,95		R/S = 110,55/4,92		22,49	

Tabella 8-17 - Verifica a vita illimitata cavi, pendini 3, 4, 10, 11

PENDINI 5 e 9				PENDINI 6 e 8					
n° cicli, 1 passaggio	1			n° cicli, 1 passaggio	1				
$\Delta\sigma_{\max(1)}$	4473,67	kPa	4,47	MPa	$\Delta\sigma_{\max(1)}$	4678,27	kPa	4,68	MPa
$\Delta\sigma_c$	150			MPa	$\Delta\sigma_c$	150			MPa
$\gamma_{mf}$	1,15				$\gamma_{mf}$	1,15			
$\Delta\sigma_D$	110,55			MPa	$\Delta\sigma_D$	110,55			MPa
$\gamma_{Mf}\Delta\sigma_{\max}$	5,14			MPa	$\gamma_{Mf}\Delta\sigma_{\max}$	5,38			MPa
$\gamma_{Mf}\Delta\sigma_{\max} \leq \Delta\sigma_D$				$\gamma_{Mf}\Delta\sigma_{\max} \leq \Delta\sigma_D$					
<b>Verificato</b>				<b>Verificato</b>					
<b>R/S = 110,55/5,14</b>				<b>21,49</b>					
<b>R/S = 110,55/5,38</b>				<b>20,55</b>					

Tabella 8-18 - Verifica a vita illimitata cavi, pendini 5, 6, 8 e 9

PENDINO 7				
n° cicli, 1 passaggio	1			
$\Delta\sigma_{\max(1)}$	4730,22	kPa	4,73	MPa
$\Delta\sigma_c$	150			MPa
$\gamma_{mf}$	1,15			
$\Delta\sigma_D$	110,55			MPa
$\gamma_{Mf}\Delta\sigma_{\max}$	5,44			MPa
$\gamma_{Mf}\Delta\sigma_{\max} \leq \Delta\sigma_D$				
<b>Verificato</b>				
<b>R/S = 110,55/5,44</b>		<b>20,32</b>		

Tabella 8-19 - Verifica a vita illimitata cavi, pendino 7

Tutte le verifiche risultano soddisfatte, con un ampio margine di sicurezza (come si evince dai rapporti R/S = Resistenza/Sollecitazione).

#### 8.2.7.2. Verifica a danneggiamento cumulativo

##### 8.2.7.2.1. Oscillogramma delle tensioni

Dividendo la linea di influenza “speciale” a quattro assi per l’area del cavo e facendo l’ipotesi di velocità costante, si è ottenuto l’oscillogramma delle tensioni

relativamente al modello di carico di fatica n.3; si riporta come esempio il risultato per il pendino 1:

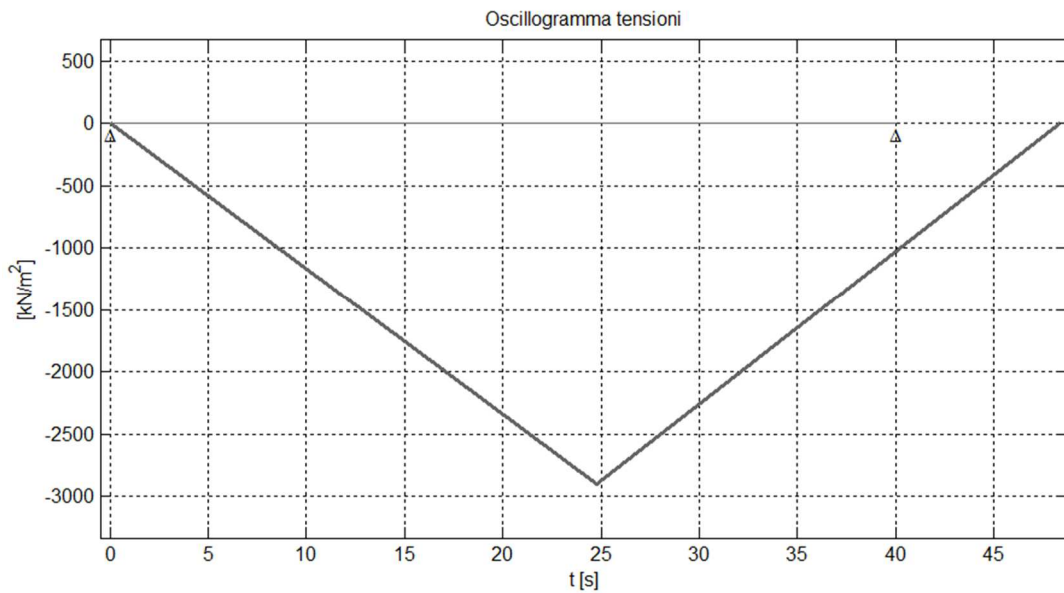


Figura 8-65 - Oscillogramma delle tensioni, pendino 1, modello di carico di fatica n.3

#### 8.2.7.2.2. Calcolo delle variazioni di tensione e verifiche

Il principio del danneggiamento cumulativo si basa sul calcolo del danno provocato da tutti gli stress ranges che compongono l'istogramma di carico; la somma dei danni deve risultare inferiore all'unità.

Il danno singolo vale:

$$D_i = \frac{n_i}{N_i}$$

cioè è il rapporto fra il numero di cicli che corrispondono alla variazione di tensione  $i$ -esima  $\gamma_{Mf}\Delta\sigma_i$  e il numero di cicli che porterebbero a rottura alla stessa ampiezza di tensione.

Il numero di cicli poi dovrebbe essere calcolato tramite il metodo del serbatoio (come fatto per la soletta), ma in questo caso è già noto poiché si ha solo un picco: il minimo assoluto della curva. Dunque, il numero di cicli è sempre pari a 1.

Tale numero di cicli è però riferito al singolo passaggio del veicolo; è necessario quindi moltiplicare per altri fattori che tengono in conto il flusso annuo di veicoli sul ponte in base alla sua tipologia.

In particolare, se si utilizza il modello di carico di fatica n.3, il numero totale di cicli da considerare è:

$$n_i = n_{pi} V_n f_{annuo}$$

dove:

- $n_{pi}$  è il numero di cicli corrispondenti al singolo passaggio del veicolo, quindi 1
- $V_n$  è la vita nominale del ponte = 50 anni
- $f_{annuo}$  è il flusso annuo di veicoli di peso superiore a 100 kN =  $0,05 \cdot 10^{-6}$  (strade locali con traffico pesante di intensità ridotta)

L'unica variazione di tensione è stata calcolata facendo la differenza fra il minimo assoluto della curva e lo zero.

La verifica quindi viene effettuata controllando che sia:

$$D = \frac{n}{N} \leq 1$$

Il numero di cicli a rottura si determina in base alla curva di resistenza del dettaglio.

Si ha:

- $\Delta\sigma_C = 150$  MPa (classe del dettaglio)
- $\Delta\sigma_D = 0,737 \Delta\sigma_C$  (limite di fatica ad ampiezza costante)
- $\Delta\sigma_L = 0,405 \Delta\sigma_C$  (limite per i calcoli di fatica)

In base al valore di stress range che si ha, si può calcolare, tramite formule inverse delle curve di Wöhler, il numero di cicli che servono a quel livello tensionale per arrivare a rottura:

- Se  $\Delta\sigma_i \geq \Delta\sigma_D/\gamma_{Mf} \rightarrow N_i = 2 \cdot 10^6 \left( \frac{\Delta\sigma_c}{\Delta\sigma_i \gamma_{Mf}} \right)^3$
- Se  $\Delta\sigma_L/\gamma_{Mf} \leq \Delta\sigma_i < \Delta\sigma_D/\gamma_{Mf} \rightarrow N_i = 5 \cdot 10^6 \left( \frac{\Delta\sigma_D}{\Delta\sigma_i \gamma_{Mf}} \right)^5$



- Se  $\Delta\sigma_i < \Delta\sigma_L/\gamma_{Mf} \rightarrow$  non si hanno problemi di fatica (e quindi la verifica è automaticamente soddisfatta);  $N_i =$  infinito.

Si riportano dunque i risultati delle verifiche in tabella mostrando i valori delle classi di resistenza soltanto per i primi due pendini, in quanto sono sempre le stesse.

<b>PENDINI 1 e 13</b>			<b>PENDINI 2 e 12</b>		
$\Delta\sigma$	150	MPa	$\Delta\sigma$	150	MPa
$\Delta\sigma D$	110,55	MPa	$\Delta\sigma D$	110,55	MPa
$\Delta\sigma L$	<b>60,75</b>	<b>MPa</b>	$\Delta\sigma L$	<b>60,75</b>	<b>MPa</b>
$\Delta\sigma/\gamma_{Mf}$	130,43	MPa	$\Delta\sigma/\gamma_{Mf}$	130,43	MPa
$\Delta\sigma D/\gamma_{Mf}$	96,13	MPa	$\Delta\sigma D/\gamma_{Mf}$	96,13	MPa
$\Delta\sigma L/\gamma_{Mf}$	<b>52,83</b>	<b>MPa</b>	$\Delta\sigma L/\gamma_{Mf}$	<b>52,83</b>	<b>MPa</b>
$n_{pi}$	1		$n_{pi}$	1	
$V_n$	50	anni	$V_n$	50	anni
$f_{annuo}$	50000		$f_{annuo}$	50000	
<b>ni (num. Cicli di ampiezza <math>\Delta\sigma</math>)</b>	<b>2500000</b>	<b>cicli</b>	<b>ni (num. Cicli di ampiezza <math>\Delta\sigma</math>)</b>	<b>2500000</b>	<b>cicli</b>
$\Delta\sigma(1)$	<b>2,9</b>	<b>MPa</b>	$\Delta\sigma(1)$	<b>4,63</b>	<b>MPa</b>
<b>Ni (num. Cicli a rottura)</b>	<b>Infinito</b>	<b>cicli</b>	<b>Ni (num. Cicli a rottura)</b>	<b>Infinito</b>	<b>cicli</b>
<b>D</b>	/	danno	<b>D</b>	/	danno
<b>VERIFICATO</b>			<b>VERIFICATO</b>		

Tabella 8-20 - Verifica a danneggiamento cumulativo cavi, pendini 1, 2, 12 e 13

<b>PENDINI 3 e 11</b>			<b>PENDINI 4 e 10</b>		
$n_{pi}$	1		$n_{pi}$	1	
$V_n$	50	anni	$V_n$	50	anni
$f_{annuo}$	50000		$f_{annuo}$	50000	
<b>ni (num. Cicli di ampiezza <math>\Delta\sigma</math>)</b>	<b>2500000</b>	<b>cicli</b>	<b>ni (num. Cicli di ampiezza <math>\Delta\sigma</math>)</b>	<b>2500000</b>	<b>cicli</b>
$\Delta\sigma(1)$	<b>4,54</b>	<b>MPa</b>	$\Delta\sigma(1)$	<b>4,6</b>	<b>MPa</b>
<b>Ni (num. Cicli a rottura)</b>	<b>Infinito</b>	<b>cicli</b>	<b>Ni (num. Cicli a rottura)</b>	<b>Infinito</b>	<b>cicli</b>
<b>D</b>	/	danno	<b>D</b>	/	danno
<b>VERIFICATO</b>			<b>VERIFICATO</b>		

Tabella 8-21 - Verifica a danneggiamento cumulativo cavi, pendini 3, 4, 10 e 11

PENDINI 5 e 9			PENDINI 6 e 8		
npi	1		npi	1	
Vn	50	anni	Vn	50	anni
f_annuo	50000		f_annuo	50000	
ni (num. Cicli di ampiezza $\Delta\sigma$ )	2500000	cicli	ni (num. Cicli di ampiezza $\Delta\sigma$ )	2500000	cicli
$\Delta\sigma(1)$	4,61	MPa	$\Delta\sigma(1)$	4,68	MPa
Ni (num. Cicli a rottura)	Infinito	cicli	Ni (num. Cicli a rottura)	Infinito	cicli
D	/	danno	D	/	danno
<b>VERIFICATO</b>			<b>VERIFICATO</b>		

Tabella 8-22 - Verifica a danneggiamento cumulativo cavi, pendini 5, 6, 8 e 9

PENDINO 7		
npi	1	
Vn	50	anni
f_annuo	50000	
ni (num. Cicli di ampiezza $\Delta\sigma$ )	2500000	cicli
$\Delta\sigma(1)$	4,64	MPa
Ni (num. Cicli a rottura)	Infinito	cicli
D	/	danno
<b>VERIFICATO</b>		

Tabella 8-23 - Verifica a danneggiamento cumulativo cavi, pendino 7

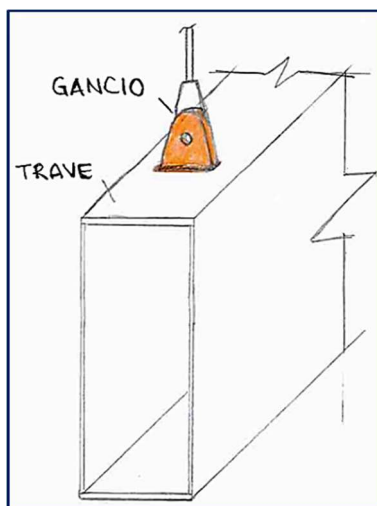
Tutte le verifiche sono ampiamente soddisfatte; per tutti i pendini infatti la variazione di tensione massima è ampiamente sotto il limite dei calcoli a fatica.

Ci si aspettava ciò in quanto già la verifica a vita illimitata era ampiamente dentro i limiti; essendo quella a danneggiamento meno conservativa in quanto più precisa, era automatico che fosse soddisfatta anch'essa.

### 8.2.8. Verifica della saldatura della piastra di ancoraggio

La stessa sollecitazione di trazione che interessa i cavi, agisce anche sulle saldature che tengono unita la piastra per l'ancoraggio dei pendini alla trave.

Si riporta di nuovo l'immagine per ricordare lo schema:



*Figura 8-66 - Schema costruttivo nodo pendino-trave*

Si procede con le verifiche a vita illimitata e a danneggiamento cumulativo.

#### 8.2.8.1. Verifica a vita illimitata

Le saldature sono tutte a piena penetrazione; ciò vuol dire che non necessitano di verifica esplicita come quelle a cordone d'angolo. Di conseguenza la verifica è stata condotta sulla piastra.

L'oscillogramma delle tensioni è il medesimo di Figura 8-64 (esempio del pendino 1), dunque la variazione di tensione massima è la stessa di quella calcolata per le verifiche dei cavi.

Dato che, per ricavare la tensione, si dividerà per l'area della piastra e non più per quella del cavo, è necessario ricondursi alla differenza di sforzo normale a partire dalla differenza di tensione moltiplicando per l'area del cavo. Dopodichè si potrà condurre la verifica sulla piastra:

$$\Delta N_{\max} = A_{\text{cavo}} \cdot \Delta \sigma_{\max}$$

$$\Delta \sigma_{\text{piastra}} = \frac{\Delta N_{\max}}{A_{\text{piastra}}}$$

La variazione massima di tensione è quella calcolata al §8.2.7.1.2 e l'area del cavo è 0,000862 m<sup>2</sup>.

La verifica infine si effettua controllando che valga la seguente:

$$\gamma_{Mf}\Delta\sigma_{max} \leq \Delta\sigma_D$$

Si riportano di seguito i risultati in tabella:

<b>PENDINI 1 e 13, saldatura piena penetrazione</b>			<b>PENDINI 2 e 12, saldatura piena penetrazione</b>		
L piastra	300	mm	L piastra	300	mm
t piastra	20	mm	t piastra	20	mm
A sez. piastra	6000	mm <sup>2</sup>	A sez. piastra	6000	mm <sup>2</sup>
$\Delta N_{max}$	2,3	kN	$\Delta N_{max}$	3,6	kN
$\Delta\sigma$	<b>80</b>	<b>MPa</b>	$\Delta\sigma$	<b>80</b>	<b>MPa</b>
$\Delta\sigma_{max}$	379	kN/m <sup>2</sup>	$\Delta\sigma_{max}$	600	kN/m <sup>2</sup>
$\gamma_{mf}$		1,15	$\gamma_{mf}$		1,15
$\Delta\sigma_D$	<b>58,96</b>	<b>MPa</b>	$\Delta\sigma_D$	<b>58,96</b>	<b>MPa</b>
$\Delta\sigma_{max} \cdot \gamma_{mf}$	<b>0,44</b>	<b>MPa</b>	$\Delta\sigma_{max} \cdot \gamma_{mf}$	<b>0,69</b>	<b>MPa</b>
$\gamma_{Mf}\Delta\sigma_{max} \leq \Delta\sigma_D$ <b>Verificato</b>			$\gamma_{Mf}\Delta\sigma_{max} \leq \Delta\sigma_D$ <b>Verificato</b>		
<b>R/S=58,96/0,44</b>		<b>135,22</b>	<b>R/S=58,96/0,69</b>		<b>85,43</b>

Tabella 8-24 - Verifica a vita illimitata pendini 1, 2, 12 e 13, saldatura piena penetrazione

<b>PENDINI 3 e 11, saldatura piena penetrazione</b>			<b>PENDINI 4 e 10, saldatura piena penetrazione</b>		
L piastra	300	mm	L piastra	300	mm
t piastra	20	mm	t piastra	20	mm
A sez. piastra	6000	mm <sup>2</sup>	A sez. piastra	6000	mm <sup>2</sup>
$\Delta N_{max}$	3,5	kN	$\Delta N_{max}$	3,7	kN
$\Delta\sigma$	<b>80</b>	<b>MPa</b>	$\Delta\sigma$	<b>80</b>	<b>MPa</b>
$\Delta\sigma_{max}$	577	kN/m <sup>2</sup>	$\Delta\sigma_{max}$	614	kN/m <sup>2</sup>
$\gamma_{mf}$		1,15	$\gamma_{mf}$		1,15
$\Delta\sigma_D$	<b>58,96</b>	<b>MPa</b>	$\Delta\sigma_D$	<b>58,96</b>	<b>MPa</b>
$\Delta\sigma_{max} \cdot \gamma_{mf}$	<b>0,66</b>	<b>MPa</b>	$\Delta\sigma_{max} \cdot \gamma_{mf}$	<b>0,71</b>	<b>MPa</b>
$\gamma_{Mf}\Delta\sigma_{max} \leq \Delta\sigma_D$ <b>Verificato</b>			$\gamma_{Mf}\Delta\sigma_{max} \leq \Delta\sigma_D$ <b>Verificato</b>		
<b>R/S=58,96/0,66</b>		<b>88,90</b>	<b>R/S=58,96/0,71</b>		<b>83,49</b>

Tabella 8-25 - Verifica a vita illimitata pendini 3, 4, 10 e 11, saldatura piena penetrazione

PENDINI 5 e 9, saldatura piena penetrazione			PENDINI 6 e 8, saldatura piena penetrazione		
L piastra	300	mm	L piastra	300	mm
t piastra	20	mm	t piastra	20	mm
A sez. piastra	6000	mm <sup>2</sup>	A sez. piastra	6000	mm <sup>2</sup>
$\Delta N_{max}$	3,9	kN	$\Delta N_{max}$	4	kN
$\Delta\sigma_c$	<b>80</b>	<b>MPa</b>	$\Delta\sigma_c$	<b>80</b>	<b>MPa</b>
$\Delta\sigma_{max}$	643	kN/m <sup>2</sup>	$\Delta\sigma_{max}$	672	kN/m <sup>2</sup>
$\gamma_{mf}$		1,15	$\gamma_{mf}$		1,15
$\Delta\sigma_D$	<b>58,96</b>	<b>MPa</b>	$\Delta\sigma_D$	<b>58,96</b>	<b>MPa</b>
$\Delta\sigma_{max} \cdot \gamma_{mf}$	<b>0,74</b>	<b>MPa</b>	$\Delta\sigma_{max} \cdot \gamma_{mf}$	<b>0,77</b>	<b>MPa</b>
$\gamma_{Mf} \Delta\sigma_{max} \leq \Delta\sigma_D$ <b>Verificato</b>			$\gamma_{Mf} \Delta\sigma_{max} \leq \Delta\sigma_D$ <b>Verificato</b>		
<b>R/S=58,96/0,74      79,77</b>			<b>R/S=58,96/0,77      76,28</b>		

Tabella 8-26 - Verifica a vita illimitata pendini 5, 6, 8 e 9, saldatura piena penetrazione

PENDINO 7, saldatura piena penetrazione		
L piastra	300	mm
t piastra	20	mm
A sez. piastra	6000	mm <sup>2</sup>
$\Delta N_{max}$	4,1	kN
$\Delta\sigma_c$	<b>80</b>	<b>MPa</b>
$\Delta\sigma_{max}$	680	kN/m <sup>2</sup>
$\gamma_{mf}$		1,15
$\Delta\sigma_D$	<b>58,96</b>	<b>MPa</b>
$\Delta\sigma_{max} \cdot \gamma_{mf}$	<b>0,78</b>	<b>MPa</b>
$\gamma_{Mf} \Delta\sigma_{max} \leq \Delta\sigma_D$ <b>Verificato</b>		
<b>R/S=58,96/0,78      75,44</b>		

Tabella 8-27 - Verifica a vita illimitata pendino 7, saldatura piena penetrazione

Le verifiche sono tutte soddisfatte con abbondante margine, come mostrano i rapporti resistenza-sollecitazione.

### 8.2.8.2. Verifica a danneggiamento cumulativo

Anche in questo caso le verifiche sono state condotte sulla piastra e non sulla saldatura. L'oscillogramma tipico a cui si fa riferimento è quello di Figura 8-65, relativo al modello di carico di fatica n.3 a quattro assi.

Come già descritto nel paragrafo precedente, la tensione sulla piastra è stata ricavata moltiplicando in primo luogo l'area del cavo per la variazione di tensione massima (ricavata dall'oscillogramma) per ricondursi a una variazione di sforzo normale; quest'ultimo è stato poi diviso per l'area della piastra.

Il numero di cicli per il singolo passaggio del veicolo rimane pari ad 1 in quanto l'oscillogramma delle tensioni possiede solo un picco. Per ottenere il numero di cicli totale stimati per la vita della struttura, si usa la seguente:

$$n_i = n_{pi} V_n f_{annuo}$$

dove il significato dei termini si è già visto nel §8.2.7.2.2.

I limiti di fatica sono i seguenti:

- $\Delta\sigma_C = 80$  MPa (classe del dettaglio)
- $\Delta\sigma_D = 0,737 \Delta\sigma_C$  (limite di fatica ad ampiezza costante)
- $\Delta\sigma_L = 0,405 \Delta\sigma_C$  (limite per i calcoli di fatica)

In base al valore di stress range che si ha, si può calcolare, tramite formule inverse, il numero di cicli che servono a quel livello tensionale per arrivare a rottura:

- Se  $\Delta\sigma_i \geq \Delta\sigma_D/\gamma_{Mf} \rightarrow N_i = 2 \cdot 10^6 \left( \frac{\Delta\sigma_c}{\Delta\sigma_i \gamma_{Mf}} \right)^3$
- Se  $\Delta\sigma_L/\gamma_{Mf} \leq \Delta\sigma_i < \Delta\sigma_D/\gamma_{Mf} \rightarrow N_i = 5 \cdot 10^6 \left( \frac{\Delta\sigma_D}{\Delta\sigma_i \gamma_{Mf}} \right)^5$
- Se  $\Delta\sigma_i < \Delta\sigma_L/\gamma_{Mf} \rightarrow$  non si hanno problemi di fatica (e quindi la verifica è automaticamente soddisfatta).  $N_i =$  infinito.

Si riportano di seguito i risultati in tabella mostrando solo per i primi 4 pendini le classi di resistenza del dettaglio, in quanto sono uguali anche per i restanti pendini.

PENDINI 1 e 13, saldatura piena penetrazione			PENDINI 2 e 12, saldatura piena penetrazione		
$\Delta\sigma_c$	80	MPa	$\Delta\sigma_c$	80	MPa
$\Delta\sigma_D$	58,96	MPa	$\Delta\sigma_D$	58,96	MPa
<b><math>\Delta\sigma_L</math></b>	<b>32,4</b>	<b>MPa</b>	<b><math>\Delta\sigma_L</math></b>	<b>32,4</b>	<b>MPa</b>
$\Delta\sigma_c/\gamma_{Mf}$	69,57	MPa	$\Delta\sigma_c/\gamma_{Mf}$	69,57	MPa
$\Delta\sigma_D/\gamma_{Mf}$	51,27	MPa	$\Delta\sigma_D/\gamma_{Mf}$	51,27	MPa
<b><math>\Delta\sigma_L/\gamma_{Mf}</math></b>	<b>28,17</b>	<b>MPa</b>	<b><math>\Delta\sigma_L/\gamma_{Mf}</math></b>	<b>28,17</b>	<b>MPa</b>
npi	1		npi	1	
Vn	50	anni	Vn	50	anni
f_annuo	50000		f_annuo	50000	
ni (num. Cicli di ampiezza $\Delta\sigma$ )	2500000	cicli	ni (num. Cicli di ampiezza $\Delta\sigma$ )	2500000	cicli
L piastra	300	mm	L piastra	300	mm
t piastra	20	mm	t piastra	20	mm
A sez piastra	0,006	m <sup>2</sup>	A sez piastra	0,006	m <sup>2</sup>
$\Delta N_{max}$	2,5	kN	$\Delta N_{max}$	3,99	kN
<b><math>\Delta\sigma</math></b>	<b>0,42</b>	<b>MPa</b>	<b><math>\Delta\sigma</math></b>	<b>0,67</b>	<b>MPa</b>
<b>Ni (num. Cicli a rottura)</b>	<b>Infinito</b>	<b>cicli</b>	<b>Ni (num. Cicli a rottura)</b>	<b>Infinito</b>	<b>cicli</b>
<b>D</b>	/	danno	<b>D</b>	/	danno
<b>VERIFICATO</b>			<b>VERIFICATO</b>		

Tabella 8-28 - Verifica a danneggiamento pendini 1, 2, 12 e 13, saldatura a piena penetrazione

PENDINI 3 e 11, saldatura piena penetrazione			PENDINI 4 e 10, saldatura piena penetrazione		
npi	1		npi	1	
Vn	50	anni	Vn	50	anni
f_annuo	50000		f_annuo	50000	
ni (num. Cicli di ampiezza $\Delta\sigma$ )	2500000	cicli	ni (num. Cicli di ampiezza $\Delta\sigma$ )	2500000	cicli
L piastra	300	mm	L piastra	300	mm
t piastra	20	mm	t piastra	20	mm
A sez piastra	0,006	m <sup>2</sup>	A sez piastra	0,006	m <sup>2</sup>
$\Delta N_{max}$	3,91	kN	$\Delta N_{max}$	3,97	kN
<b><math>\Delta\sigma</math></b>	<b>0,65</b>	<b>MPa</b>	<b><math>\Delta\sigma</math></b>	<b>0,66</b>	<b>MPa</b>
<b>Ni (num. Cicli a rottura)</b>	<b>Infinito</b>	<b>cicli</b>	<b>Ni (num. Cicli a rottura)</b>	<b>Infinito</b>	<b>cicli</b>
<b>D</b>	/	danno	<b>D</b>	/	danno
<b>VERIFICATO</b>			<b>VERIFICATO</b>		

Tabella 8-29 - Verifica a danneggiamento pendini 3, 4, 10 e 11, saldatura a piena penetrazione

<b>PENDINI 5 e 9, saldatura piena penetrazione</b>			<b>PENDINI 6 e 8, saldatura piena penetrazione</b>		
npi	1		npi	1	
Vn	50	anni	Vn	50	anni
f_annuo	50000		f_annuo	50000	
ni (num. Cicli di ampiezza $\Delta\sigma$ )	2500000	cicli	ni (num. Cicli di ampiezza $\Delta\sigma$ )	2500000	cicli
L piastra	300	mm	L piastra	300	mm
t piastra	20	mm	t piastra	20	mm
A sez piastra	0,006	m <sup>2</sup>	A sez piastra	0,006	m <sup>2</sup>
$\Delta N_{max}$	3,97	kN	$\Delta N_{max}$	4,03	kN
$\Delta\sigma$	<b>0,66</b>	<b>MPa</b>	$\Delta\sigma$	<b>0,67</b>	<b>MPa</b>
<b>Ni (num. Cicli a rottura)</b>	<b>Infinito</b>	<b>cicli</b>	<b>Ni (num. Cicli a rottura)</b>	<b>Infinito</b>	<b>cicli</b>
<b>D</b>	/	danno	<b>D</b>	/	danno
<b>VERIFICATO</b>			<b>VERIFICATO</b>		

Tabella 8-30 - Verifica a danneggiamento pendini 5, 6, 8 e 9, saldatura a piena penetrazione

<b>PENDINO 7, saldatura piena penetrazione</b>		
npi	1	
Vn	50	anni
f_annuo	50000	
ni (num. Cicli di ampiezza $\Delta\sigma$ )	2500000	cicli
L piastra	300	mm
t piastra	20	mm
A sez piastra	0,006	m <sup>2</sup>
$\Delta N_{max}$	4	kN
$\Delta\sigma$	<b>0,67</b>	<b>MPa</b>
<b>Ni (num. Cicli a rottura)</b>	<b>Infinito</b>	<b>cicli</b>
<b>D</b>	/	danno
<b>VERIFICATO</b>		

Tabella 8-31 - Verifica a danneggiamento pendino 7, saldatura a piena penetrazione

Anche in questo caso le verifiche sono ampiamente soddisfatte; ancora di più che per la verifica a vita illimitata. Quest'ultima infatti è più gravosa perché più approssimata: si considera soltanto l'effetto della variazione di tensione massima senza mettere in conto il numero di cicli etc...ed è più simile ad una verifica di resistenza statica.



### 8.2.9. Verifica del perno di aggancio alla piastra di ancoraggio

Le estremità inferiori dei pendini sono agganciate alla piastra studiata nel paragrafo precedente tramite un perno, che risulta soggetto a taglio in quanto disposto ortogonalmente al pendino. Dunque, il perno si comporta come un bullone a taglio.

Si fa riferimento sempre al seguente nodo:

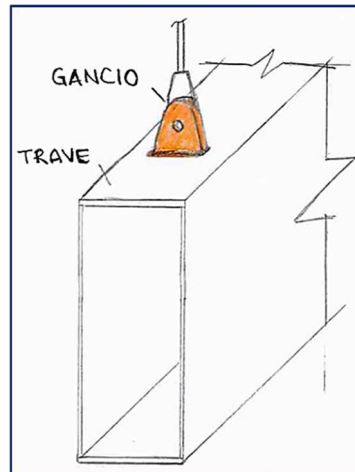


Figura 8-67 - Schema del collegamento fra trave e pendino

Sono state effettuate le verifiche a vita illimitata e a danneggiamento cumulativo.

#### 8.2.9.1. Verifica a vita illimitata

La verifica è stata impostata in modo diverso da quelle già esposte fin'ora; infatti, si è ricavato il diametro effettivo del perno utilizzato nel progetto e si è confrontato con il diametro minimo richiesto dalla condizione di verifica:

$$\gamma_{Mf} \Delta\tau_{\max} \leq \Delta\tau_D$$

dove  $\Delta\tau_{\max}$  è stata calcolata in modo plastico, cioè considerando la redistribuzione delle sollecitazioni;  $\Delta\tau_D$  è pari a  $0,457 \cdot \Delta\tau_C$ .

Avendo il perno due piani di taglio, lo sforzo normale agente (la differenza di sforzo normale) è stato diviso per due.

L'area minima che deve avere il perno soggetto ad un certo carico è:

$$A_{\text{minima,perno}} = \frac{\gamma_{Mf} \frac{\Delta N_{\text{max}}}{2}}{\Delta \tau_D}$$

e quindi il diametro minimo risulta:

$$\varnothing_{\text{min}} = \sqrt{\frac{4A_{\text{min}}}{\pi}}$$

Il diametro effettivo utilizzato è di 6 cm; nel seguito si verifica se è adatto o meno a resistere al fenomeno della fatica.

PENDINI 1 e 13, perno			PENDINI 2 e 12, perno		
$\Delta N, \text{max}/2$	1,1	kN	$\Delta N, \text{max}/2$	1,8	kN
$\Delta \tau_c$	100	MPa	$\Delta \tau_c$	100	MPa
$\gamma_{mf}$	1,15		$\gamma_{mf}$	1,15	
$\Delta \tau_D$	45,7	MPa	$\Delta \tau_D$	45,7	MPa
Asezione min	0,0000286	m <sup>2</sup>	Asezione min	0,0000453	m <sup>2</sup>
Diametro min	0,6	cm	Diametro min	0,8	cm
$6 > 0,6$	VERIFICATO		$6 > 0,8$	VERIFICATO	
R/S=6/0,6	9,94		R/S=6/0,8	7,9	

Tabella 8-32 - Verifica a vita illimitata pendini 1, 2, 12 e 13, perno

PENDINI 3 e 11, perno			PENDINI 4 e 10, perno		
$\Delta N, \text{max}/2$	1,7	kN	$\Delta N, \text{max}/2$	1,8	kN
$\Delta \tau_c$	100	MPa	$\Delta \tau_c$	100	MPa
$\gamma_{mf}$	1,15		$\gamma_{mf}$	1,15	
$\Delta \tau_D$	45,7	MPa	$\Delta \tau_D$	45,7	MPa
Asezione min	0,0000435	m <sup>2</sup>	Asezione min	0,0000464	m <sup>2</sup>
Diametro min	0,7	cm	Diametro min	0,8	cm
$6 > 0,7$	VERIFICATO		$6 > 0,8$	VERIFICATO	
R/S=6/0,7	8,06		R/S=6/0,8	7,81	

Tabella 8-33 - Verifica a vita illimitata pendini 3, 4, 10 e 11, perno

PENDINI 5 e 9, perno			PENDINI 6 e 8, perno		
$\Delta N_{max/2}$	1,9	kN	$\Delta N_{max/2}$	2	kN
$\Delta \tau_c$	100	MPa	$\Delta \tau_c$	100	MPa
$\gamma_{mf}$	1,15		$\gamma_{mf}$	1,15	
$\Delta \tau_D$	45,7	MPa	$\Delta \tau_D$	45,7	MPa
Asezione min	0,0000485	m <sup>2</sup>	Asezione min	0,0000507	m <sup>2</sup>
Diametro min	0,8	cm	Diametro min	0,8	cm
<b>6 &gt; 0,8</b>	<b>VERIFICATO</b>		<b>6 &gt; 0,8</b>	<b>VERIFICATO</b>	
R/S=6/0,8	7,63		R/S=6/0,8	7,46	

Tabella 8-34 - Verifica a vita illimitata pendini 5, 6, 8 e 9, perno

PENDINO 7, perno		
$\Delta N_{max/2}$	2	kN
$\Delta \tau_c$	100	MPa
$\gamma_{mf}$	1,15	
$\Delta \tau_D$	45,7	MPa
Asezione min	0,0000513	m <sup>2</sup>
Diametro min	0,8	cm
<b>6 &gt; 0,8</b>	<b>VERIFICATO</b>	
R/S=6/0,8	7,42	

Tabella 8-35 - Verifica a vita illimitata pendino 7, perno

Tutte le verifiche sono ampiamente soddisfatte.

#### 8.2.9.2. Verifica a danneggiamento cumulativo

L'oscillogramma delle tensioni riferito al modello di carico di fatica n.3 è quello ricavato inizialmente per la verifica a danneggiamento dei cavi; la differenza di sforzo normale è quella ottenuta per le verifiche delle saldature.

Si è proceduto come per la verifica a vita illimitata, considerando la tensione tangenziale plastica:

$$\Delta \tau_{plastica} = \frac{\frac{\Delta N}{2}}{A_{sezione}}$$

Il numero di cicli al singolo passaggio del veicolo risulta sempre pari ad 1 poiché l'oscillogramma è sempre lo stesso; per ricavare il numero di cicli totale  $n_i$  è necessario moltiplicare 1 per il flusso annuo di veicoli pesanti e per la vita nominale dell'opera.

Infine, il numero di cicli a rottura al livello tensionale  $\Delta\tau$  si ricava tramite le seguenti:

- Se  $\Delta\tau > \Delta\tau_L/\gamma_{Mf} = \Delta\tau_D \rightarrow N_i = 2 \cdot 10^6 \left( \frac{\Delta\tau_c}{\Delta\tau_i \gamma_{Mf}} \right)^5$
- Se  $\Delta\tau < \Delta\tau_L/\gamma_{Mf} = \Delta\tau_D/\gamma_{Mf} \rightarrow$  non si hanno problemi di fatica (e quindi la verifica è automaticamente soddisfatta).  $N_i =$  infinito.

con  $\Delta\tau_L = 0,457 \Delta\tau_C$ .

Si riportano di seguito in tabella le verifiche (le classi di resistenza sono mostrate solo nella prima tabella poiché rimangono le stesse per tutti i pendini):

<b>PENDINI 1 e 13, perno</b>			<b>PENDINI 2 e 12, perno</b>		
$\Delta\tau_c$	100	MPa	$\Delta\tau_c$	100	MPa
$\Delta\tau_L$	45,7	MPa	$\Delta\tau_L$	45,7	MPa
$\Delta\tau_c/\gamma_{Mf}$	86,96	MPa	$\Delta\tau_c/\gamma_{Mf}$	86,96	MPa
$\Delta\tau_L/\gamma_{Mf}$	39,74	MPa	$\Delta\tau_L/\gamma_{Mf}$	39,74	MPa
$n_{pi}$	1		$n_{pi}$	1	
Vn	50	anni	Vn	50	anni
f_annuo	50000		f_annuo	50000	
$n_i$ (num. Cicli di ampiezza $\Delta\tau$ )	2500000	cicli	$n_i$ (num. Cicli di ampiezza $\Delta\tau$ )	2500000	cicli
$\Delta N_{max/2}$	<b>1,25</b>	<b>kN</b>	$\Delta N_{max/2}$	<b>2</b>	<b>kN</b>
$A_{sezione}$	0,0028	m <sup>2</sup>	$A_{sezione}$	0,0028	m <sup>2</sup>
$\Delta\tau_{plastica}$	<b>0,44</b>	<b>MPa</b>	$\Delta\tau_{plastica}$	<b>0,71</b>	<b>MPa</b>
<b>Ni (num. Cicli a rottura)</b>	<b>Infinito</b>	<b>cicli</b>	<b>Ni (num. Cicli a rottura)</b>	<b>Infinito</b>	<b>cicli</b>
D	/	danno	D	/	danno
<b>VERIFICATO</b>			<b>VERIFICATO</b>		

Tabella 8-36 - Verifica a danneggiamento pendini 1, 2, 12 e 13, perno

PENDINI 3 e 11, perno			PENDINI 4 e 10, perno		
$n_{pi}$	1		$n_{pi}$	1	
$V_n$	50	anni	$V_n$	50	anni
$f_{annuo}$	50000		$f_{annuo}$	50000	
ni (num. Cicli di ampiezza $\Delta\tau$ )	2500000	cicli	ni (num. Cicli di ampiezza $\Delta\tau$ )	2500000	cicli
$\Delta N_{max/2}$	<b>1,96</b>	<b>kN</b>	$\Delta N_{max/2}$	<b>1,98</b>	<b>kN</b>
$A_{sezione}$	0,0028	$m^2$	$A_{sezione}$	0,0028	$m^2$
$\Delta\tau_{plastica}$	<b>0,69</b>	<b>MPa</b>	$\Delta\tau_{plastica}$	<b>0,7</b>	<b>MPa</b>
Ni (num. Cicli a rottura)	<b>Infinito</b>	<b>cicli</b>	Ni (num. Cicli a rottura)	<b>Infinito</b>	<b>cicli</b>
D	/	danno	D	/	danno
<b>VERIFICATO</b>			<b>VERIFICATO</b>		

Tabella 8-37 - Verifica a danneggiamento pendini 3, 4, 10 e 11, perno

PENDINI 5 e 9, perno			PENDINI 6 e 8, perno		
$n_{pi}$	1		$n_{pi}$	1	
$V_n$	50	anni	$V_n$	50	anni
$f_{annuo}$	50000		$f_{annuo}$	50000	
ni (num. Cicli di ampiezza $\Delta\tau$ )	2500000	cicli	ni (num. Cicli di ampiezza $\Delta\tau$ )	2500000	cicli
$\Delta N_{max/2}$	<b>1,99</b>	<b>kN</b>	$\Delta N_{max/2}$	<b>2,02</b>	<b>kN</b>
$A_{sezione}$	0,0028	$m^2$	$A_{sezione}$	0,0028	$m^2$
$\Delta\tau_{plastica}$	<b>0,7</b>	<b>MPa</b>	$\Delta\tau_{plastica}$	<b>0,71</b>	<b>MPa</b>
Ni (num. Cicli a rottura)	<b>Infinito</b>	<b>cicli</b>	Ni (num. Cicli a rottura)	<b>Infinito</b>	<b>cicli</b>
D	/	danno	D	/	danno
<b>VERIFICATO</b>			<b>VERIFICATO</b>		

Tabella 8-38 - Verifica a danneggiamento pendini 5, 6, 8 e 9, perno

PENDINO 7, perno		
$n_{pi}$	1	
$V_n$	50	anni
$f_{annuo}$	50000	
ni (num. Cicli di ampiezza $\Delta\tau$ )	2500000	cicli
$\Delta N_{max/2}$	<b>2</b>	<b>kN</b>
$A_{sezione}$	0,0028	$m^2$
$\Delta\tau_{plastica}$	<b>0,71</b>	<b>MPa</b>
Ni (num. Cicli a rottura)	<b>Infinito</b>	<b>cicli</b>
D	/	danno
<b>VERIFICATO</b>		

Tabella 8-39 - Verifica a danneggiamento pendino 7, perno

Le verifiche sono ampiamente soddisfatte; d'altra parte la verifica a danneggiamento è meno cautelativa di quella illimitata e quest'ultima era già ampiamente soddisfatta.

### 8.3. Travi principali

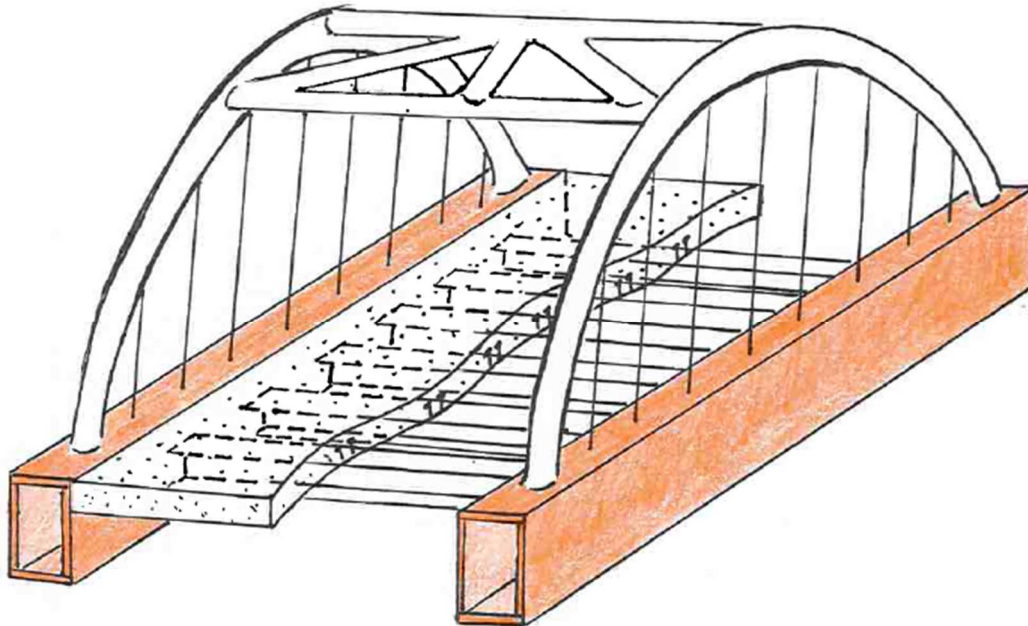


Figura 8-68 - Schizzo del ponte. Elemento studiato: trave

Le travi sono collaboranti con gli archi: assorbono cioè anche loro le sollecitazioni flettenti e di taglio oltre che a lavorare come catena.

Lo studio della trave parte dall'analisi del ponte come sistema combinato arco-trave; al §7.5 sono già state fornite le spiegazioni del funzionamento di tale sistema e si è ricavato che:

$$\frac{J_t}{J_a} = 9,28 \gg \frac{1}{25} = 0,4$$

$$\frac{E_a J_a}{E_t J_t} = 0,11 \rightarrow 0$$

Si ha quindi un sistema arco-trave più vicino al caso di trave irrigidente (ponte tipo Langer).

Secondo la teoria di Raithel, poi, erano stati ricavati i coefficienti di ripartizione per la trave e l'arco  $r_a$  ed  $r_t$  nella sezione di mezzeria, rispettivamente: 0,0973 e 0,9027. Essi erano riferiti alla sezione media della trave (in quanto essa varia sulla lunghezza); nell'ambito delle verifiche sono stati ricavati i coefficienti appropriati, relativi cioè alle caratteristiche della sezione oggetto di studio. In questo modo si è potuta calcolare la quota parte di carico agente sulla trave.

Il carico dei veicoli, viaggiando essi sulla corsia di marcia che è eccentrica rispetto alla trave laterale, viene trasferito in primo luogo alla soletta, successivamente ai traversi più vicini e, infine, alla trave principale.

Tale meccanismo di trasferimento del carico può essere ricondotto ad un caricamento indiretto: la trave cioè non è caricata direttamente (il veicolo non viaggia sulla trave) ma il carico arriva ad essa (struttura primaria) tramite altri elementi, chiamati appoggi o struttura secondaria (traversi) e struttura terziaria (soletta).

Si vuole precisare il fatto che tale meccanismo risulta essere cautelativo in quanto prevede un tranciamento della linea di influenza (e quindi una diminuzione delle ordinate, quindi degli effetti) in prossimità della sezione d'interesse, per cui per momento flettente e taglio non è stato preso in considerazione.

A titolo di esempio, invece, tale criterio è stato applicato relativamente al momento torcente. Nel paragrafo dedicato a questa sollecitazione, verrà spiegato più approfonditamente.

Sono state condotte verifiche sia a vita illimitata che a danneggiamento relativamente a sforzo normale, taglio, momento flettente e torsione; quest'ultima sollecitazione entra in gioco per il fatto che i carichi dei veicoli viaggianti sulla carreggiata provocano un'inflexione dei traversi, i quali trasmettono una coppia alle estremità incastrate (infatti i traversi sono saldati alle travi) che è torcente per le travi a cassone.

Si mostreranno in primo luogo le verifiche a sforzo normale, taglio e momento flettente; in ultimo, quelle a torsione.

Inoltre, le verifiche sono state effettuate nelle sezioni di mezzeria (20m), a 6m (nodo di giunzione fra i conci diversi) e a 16m (nodo di giunzione fra conci uguali); in queste ultime due sezioni si sono potute verificare le saldature di testa fra i conci.

### **8.3.1. Azioni**

I carichi utilizzati per effettuare le verifiche sono il modello di carico di fatica n.1 e il modello di carico di fatica n.3 definiti nel D.M. 2008. Il primo è stato usato per le verifiche a vita illimitata e il secondo per quelle a danneggiamento.

### **8.3.2. Individuazione dello schema statico**

Le linee di influenza sono state determinate in due modi diversi: in primo luogo è stato effettuato un calcolo manuale servendosi delle formule ricavate al §7.5 relative al caso di ponte Langer per la spinta e, quindi, per il momento flettente e il taglio; i risultati ottenuti manualmente sono serviti soltanto per fare un confronto con il successivo calcolo automatico tramite software e vedere quanto l'approssimazione al caso di ponte Langer si discostasse dalla soluzione esatta.

Lo schema statico utilizzato per il calcolo manuale è di trave semplicemente appoggiata in quanto i pendini non sono rigidi e quindi non costituiscono un appoggio fisso; lo schema utilizzato per il calcolo automatico è il modellino bidimensionale del ponte già visto in Figura 8-41.

### **8.3.3. Linea di influenza tradizionale della spinta, calcolo manuale, trave Langer**

Per calcolare lo sforzo normale agente sulla trave (spinta) e, quindi, la variazione di tensione dovuta ad esso, si fa riferimento al caso limite 1 del §7.5.5; l'equazione della spinta è:



$$H = \frac{\int_{\text{trave}} \frac{y(x) \cdot m_v(x)}{E_t J_t} dx}{\int_{\text{trave}} \frac{y(x)^2}{E_t J_t} dx + \int_{\text{trave}} \frac{dx}{E_t A_t} + \int_{\text{arco}} \frac{1}{\cos^2 \alpha E_a A_a} ds}$$

e la caduta di spinta per effetto della deformabilità assiale dell'arco:

$$\Delta H = \frac{\int_{\text{arco}} \frac{1}{\cos^2 \alpha E_a A_a} ds}{\int_{\text{trave}} y^2 \frac{ds}{E_t J_t} + \frac{1}{E_t A_t} + \int_{\text{arco}} \frac{1}{\cos^2 \alpha E A}} \cdot H$$

ricavabile nello stesso modo con cui si è ottenuta la caduta di spinta per un arco a due cerniere (Petrangeli, 1996). Tale formulazione della caduta di spinta si utilizzerebbe di solito relativamente ai carichi permanenti ma, ai fini esposti nel §8.3.2, ci si è serviti comunque di questa espressione. Ai fini del calcolo della linea di influenza “speciale” sono stati sempre utilizzati i valori ottenuti dal programma di calcolo. Tale considerazione vale per le linee di influenza della trave relative a N, M e V.

Dunque, al fine di calcolare le sollecitazioni effettive si è utilizzata la spinta effettiva:

$$H_{\text{eff}} = H - \Delta H$$

che è inferiore a quella iniziale H.

Si ha che:

- $y(x) = \frac{4f}{l} \left( x - \frac{x^2}{l} \right)$  equazione della parabola dell'arco con origine nell'imposta di sinistra, ascisse positive verso destra e ordinate positive verso l'alto
- $f = 10 \text{ m}$
- $l = 40 \text{ m}$
- $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \text{tg}^2 \alpha = 1 + y'(x)$
- $y'(x) = \frac{4f}{l} \left( 1 - \frac{2x}{l} \right)$

Inoltre, soltanto il numeratore dipende dal carico puntuale unitario e, al variare della posizione di esso ( $x_p$ ) varia il risultato dell'integrale, infatti:

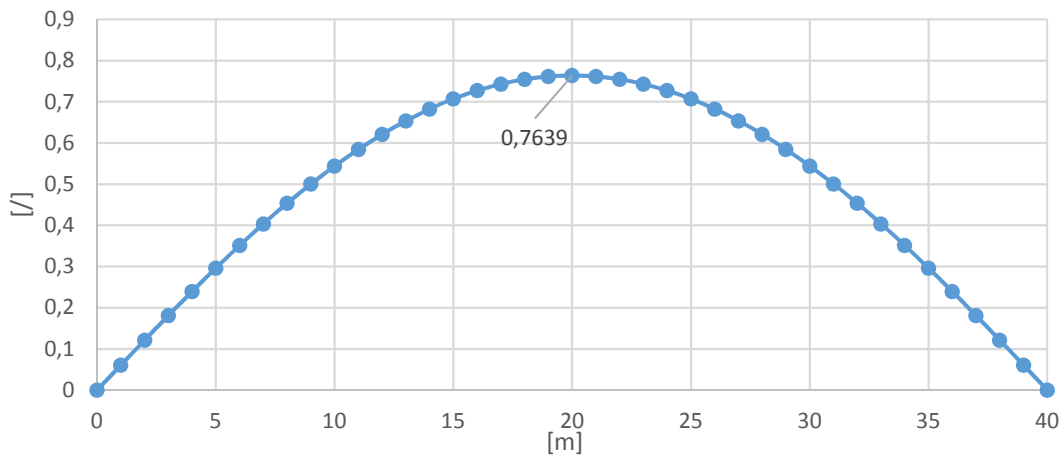
- Per  $0 < x < x_p \rightarrow m_v(x) = R_a x$
- Per  $x_p < x < l \rightarrow m_v(x) = R_a x - 1(x - x_p)$
- $R_a = \frac{1-x_p}{l}$

- $R_b = \frac{x_p}{l}$

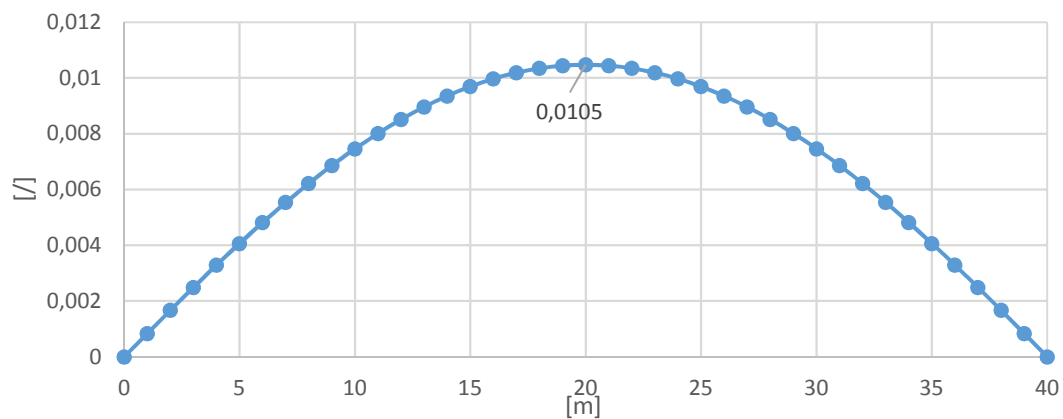
Infine, le caratteristiche geometriche e di materiale di arco e trave sono:

- $E_t = E_a = 2,1 \cdot 10^8 \text{ kPa}$
- $J_t \text{ (medio)} = 0,036 \text{ m}^4$
- $A_t \text{ (media)} = 0,0775 \text{ m}^2$
- $A_a = 0,0642 \text{ m}^2$

Variando i valori di  $x$  e  $x_p$  da 0 m a 40 m con passo di 1m, sviluppando gli integrali e implementando il tutto in un foglio di calcolo, si sono ottenuti i seguenti risultati:



*Figura 8-69 - Linea di influenza tradizionale di H, calcolo manuale, trave Langer*



*Figura 8-70 - Linea di influenza tradizionale di ΔH, calcolo manuale, trave Langer*

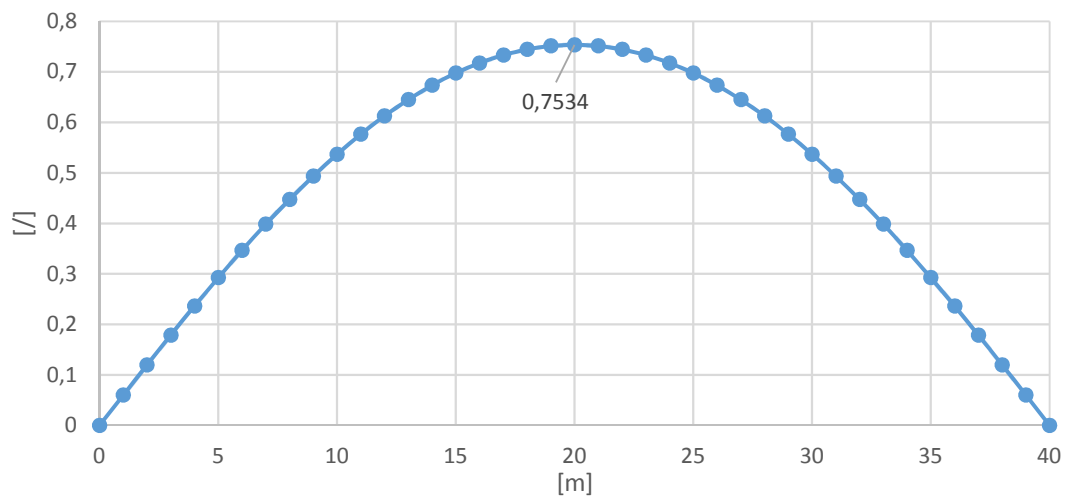


Figura 8-71 - Linea di influenza tradizionale  $H_{eff}$ , calcolo manuale, trave Langer

Si riscontra una piccolissima differenza tra la spinta iniziale e quella effettiva.

Come segno positivo della linea di influenza si è preso quello dei numeri e non il fatto che stia sopra o sotto lo zero.

#### 8.3.4. Linea di influenza tradizionale della spinta, calcolo automatico, ponte reale

Per validare i calcoli manuali si è ricavata la linea di influenza della spinta anche tramite software, utilizzando il modellino bidimensionale già mostrato in precedenza.

Il risultato è il seguente:

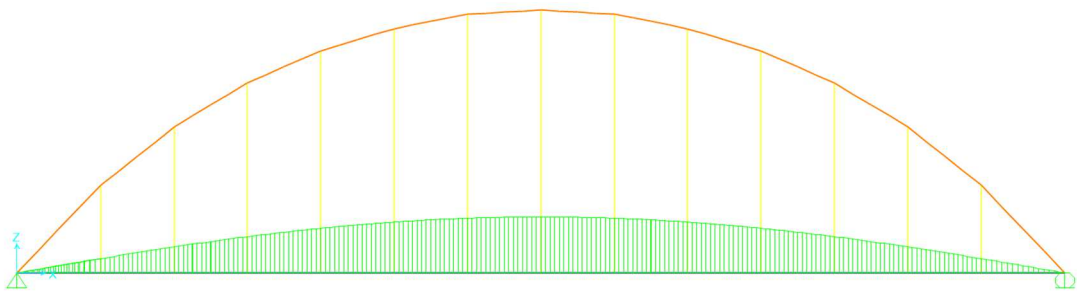


Figura 8-72 - Linea di influenza tradizionale di  $H$ , calcolo automatico, ponte reale

Di seguito in tabella vengono confrontate le ordinate della linea di influenza ottenuta a mano ( $H_{\text{eff}}$ ) considerando il caso limite 1 e di quella ottenuta tramite software, per alcuni valori di ascisse:

	<b>Ordinate linea di influenza manuale - <math>H_{\text{eff}}</math> [/]</b>	<b>Ordinate linea di influenza con software - <math>H</math> [/]</b>	<b>errore percentuale</b>
<b>x = 1m</b>	0,0602	0,0575	4,7 %
<b>x = 2m</b>	0,12	0,1146	4,7 %
<b>x = 4m</b>	0,2365	0,2297	2,96 %
<b>x = 6m</b>	0,3466	0,33	5,03 %
<b>x = 7m</b>	0,3983	0,3811	4,51 %
<b>x = 9m</b>	0,4937	0,4746	4,02 %
<b>x = 11m</b>	0,5765	0,5484	5,12 %
<b>x = 13m</b>	0,6449	0,6093	5,84 %
<b>x = 15m</b>	0,6975	0,66	5,68 %
<b>x = 18m</b>	0,7444	0,7019	6,05 %
<b>x = 20m</b>	0,7534	0,7096	6,17 %

*Tabella 8-40 - Confronto ordinate linee di influenza della spinta ottenute manualmente e tramite software*

Si può dire di aver ottenuto una buona approssimazione in quanto gli errori sono modesti. Le differenze sono dovute al fatto che col calcolo manuale si è fatta l'ipotesi di ponte tipo Langer, quindi trave irrigidente e arco che assorbe solo sforzo normale; nel calcolo automatico invece gli elementi strutturali del modellino possiedono le proprietà reali e arco e trave sono collaboranti.

Avendo buoni risultati si può dire che il caso limite di trave Langer approssima bene quello reale.

### 8.3.5. *Linea di influenza tradizionale del momento e del taglio ad L/2, calcolo manuale, trave Langer*

Una volta ricavata H, è facile ricondursi al momento e al taglio al variare della posizione del carico e per ogni ascissa x.

Dall'equilibrio sul sistema arco-trave nel caso limite 1 si ha:

$$M_t(x) = m_v(x) - H_{\text{eff}}y(x)$$

$$V_t(x) = v_v(x) - H_{\text{eff}}y'(x) = v_v(x) - H_{\text{eff}}\text{tg}(\alpha)$$

Considerando fissa l'ascissa  $x_s$  in cui si vuole ricavare la linea di influenza, le equazioni che forniscono il momento flettente e il taglio in tale sezione al variare della posizione del carico  $x_p$  sono le seguenti:

$$M_{t,s}(x_p) = m_{v,s}(x_p) - H_{\text{eff}}(x_p)y(x_s)$$

$$V_{t,s}(x_p) = v_{v,s}(x_p) - H_{\text{eff}}(x_p)y'(x_s) = v_{v,s}(x_p) - H_{\text{eff}}(x_p)\text{tg}\alpha(x_s)$$

dove  $m_v$  e  $v_v$  sono il momento e il taglio riferiti alla trave equivalente, cioè di pari luce.

Fissando la sezione ad L/2, cioè a 20m, si ha:

- $x_s = 20$  m
- $x'_s = 1 - x_s = 20$  m
- $y(x_s) = 10$  m
- $y'(x_s) = 0$

Si consideri ora il seguente schema per risolvere tramite il metodo diretto la linea di influenza del momento e del taglio:

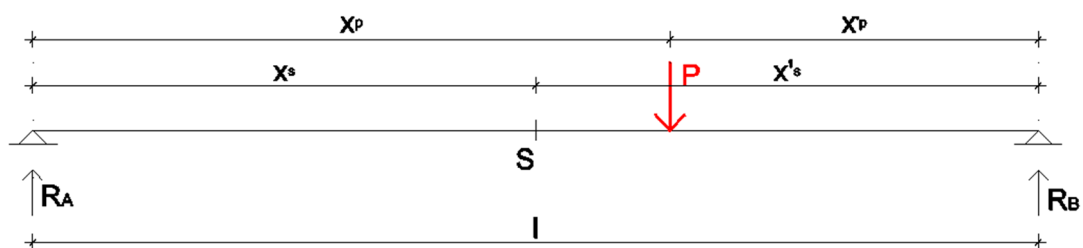


Figura 8-73 - Schema di risoluzione della linea di influenza con metodo diretto

Per  $x_p < x_s$  si considera, per facilità, la parte di destra, cioè  $x_s < x < l$ ; si tiene però in conto che i risultati sono validi per la parte a sinistra di  $x_s$  (cioè dove c'è il carico):

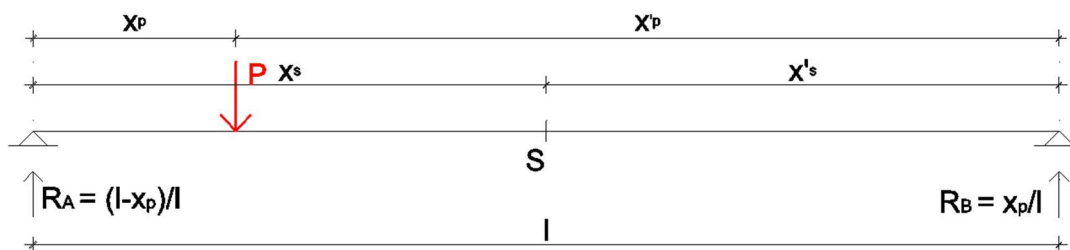


Figura 8-74 - Schema per  $x_p < x_s$

Si può scrivere:

$$m_{v,s}(x_p), sx = R_b x'_s$$

$$v_{v,s}(x_p), sx = -R_b = -\frac{x_p}{l}$$

Per  $x_p > x_s$  si ha:

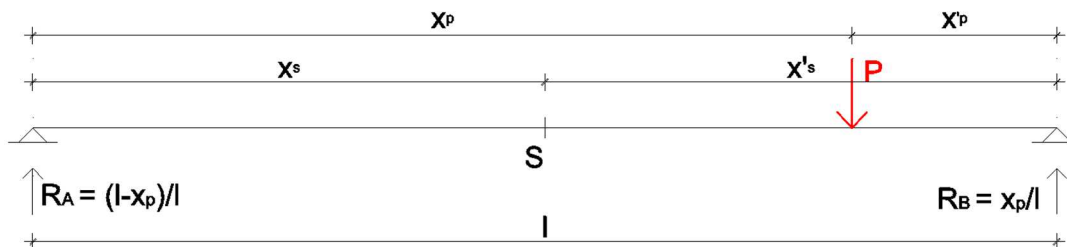


Figura 8-75 - Schema per  $x_p > x_s$

e si può scrivere:

$$m_{v,s}(x_p), dx = R_a x_s$$

$$v_{v,s}(x_p), dx = R_a = \frac{l - x_p}{l}$$

Quindi, in conclusione:

$$M_s(x_p), sx = m_{v,s}(x_p), sx - H_{\text{eff}}(x_p)y(x_s) \rightarrow \text{per } x_p \text{ da } 0\text{m a } 20\text{m}$$

$$M_s(x_p), dx = m_{v,s}(x_p), dx - H_{\text{eff}}(x_p)y(x_s) \rightarrow \text{per } x_p \text{ da } 20\text{m a } 40\text{m}$$

$$V_s(x_p), sx = v_{v,s}(x_p), sx - H_{\text{eff}}(x_p)y'(x_s) \rightarrow \text{per } x_p \text{ da } 0\text{m a } 20\text{m}$$

$$V_s(x_p), dx = v_{v,s}(x_p), dx - H_{\text{eff}}(x_p)y'(x_s) \rightarrow \text{per } x_p \text{ da } 20\text{m a } 40\text{m}$$

Implementando le formule in un foglio di calcolo fissando la sezione  $x_s$  a 20m e imponendo un passo di 1m, si ottiene:

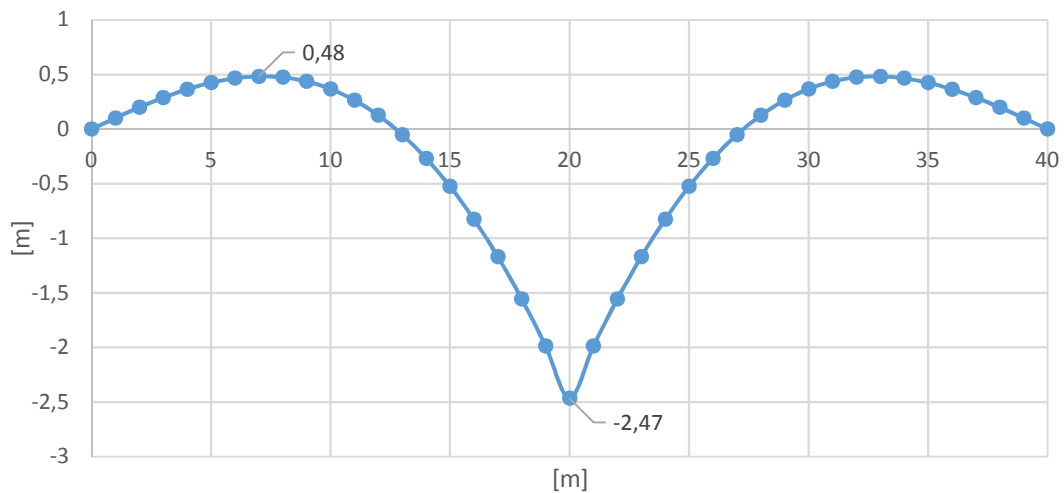
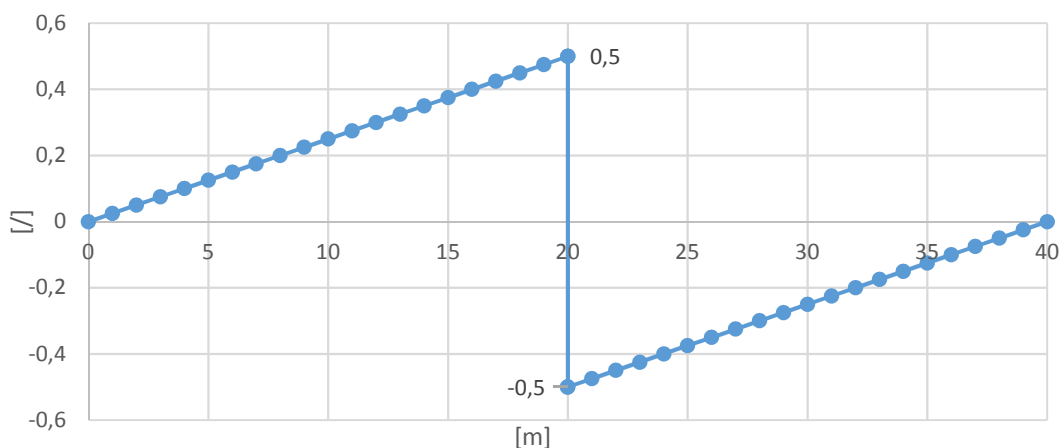


Figura 8-76 - Linea di influenza tradizionale di  $M$  in  $L/2$ , calcolo manuale, trave Langer



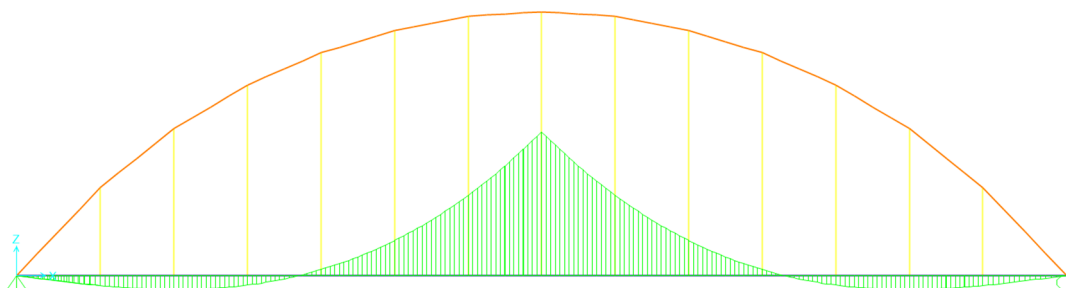
*Figura 8-77 - Linea di influenza tradizionale di  $V$  in  $L/2$ , calcolo manuale, trave Langer*

Le linee di influenza appena mostrate si considerano positive se sotto lo zero e negative se sopra.

Si nota inoltre che la linea di influenza del taglio per il ponte tipo Langer quasi coincide con quella rettilinea di una trave semplicemente appoggiata; ciò a conferma del fatto che la spinta diminuisce sempre di più man mano che la trave acquista rigidità nei confronti dell'arco.

### ***8.3.6. Linea di influenza tradizionale del momento a $L/2$ , calcolo automatico, ponte reale***

Anche in questo caso è stato effettuato un confronto con le linee di influenza ottenute tramite software; per il momento flettente si è ottenuto il seguente risultato:



*Figura 8-78 - Linea di influenza tradizionale del momento flettente a  $L/2$ , calcolo automatico, ponte reale*



A parte il segno, l'andamento è analogo a quello di Figura 8-76. Il confronto tra le ordinate per alcuni valori di ascisse è mostrato nella seguente tabella:

	<b>Ordinate linea di influenza manuale - <math>M_{L/2}</math> [m]</b>	<b>Ordinate linea di influenza con software - <math>M_{L/2}</math> [m]</b>	<b>errore percentuale</b>
<b>x = 1m</b>	0,102	0,067	53 %
<b>x = 2m</b>	0,19959	0,1302	52 %
<b>x = 4m</b>	0,3651	0,2323	57 %
<b>x = 6m</b>	0,4659	0,2705	72 %
<b>x = 7m</b>	0,4833	0,2601	86 %
<b>x = 9m</b>	0,4372	0,1616	171%
<b>x = 11m</b>	0,2652	-0,0356	645 %
<b>x = 13m</b>	-0,0537	-0,3503	85 %
<b>x = 15m</b>	-0,0525	-0,8453	38 %
<b>x = 18m</b>	-1,5561	-1,8558	16 %
<b>x = 20m</b>	-2,4658	-2,724	9 %

*Tabella 8-41 - Confronto ordinate linee di influenza di  $M_{L/2}$  calcolate tramite software e manualmente*

In questo caso si hanno differenze maggiori, soprattutto per il tratto in cui le ordinate sono positive e nel tratto in cui passano da positive a negative. In corrispondenza del picco negativo invece l'errore diminuisce.

Si può però verificare il seguente risultato: il momento totale nella sezione di mezzzeria del sistema arco-trave è pari a  $M_s = M_{v,s} - H_{effy}$ ; dunque, le ordinate delle linee di influenza devono seguire lo stesso criterio.

L'ordinata della linea di influenza di  $M_{L/2}$  per una trave semplicemente appoggiata ( $M_{v,s}$ ) è pari a  $L/4$ ; quindi, se  $L = 40\text{m}$ ,  $L/4 = 10\text{m}$ .

L'ordinata della linea di influenza della spinta  $H_{\text{eff}}$  con riferimento alla Figura 8-71 è  $0,7534$ ; infine, l'ordinata dell'asse dell'arco in corrispondenza dell'ascissa  $20\text{m}$  è  $10\text{m}$ .

Dunque si ottiene:

$$M_{s(L/2)} = 10\text{m} - 0,7534 \cdot 10\text{m} = 10 - 7,534 = \mathbf{2,466\text{ m}}$$

Tale valore corrisponde a quelli ricavati tramite il metodo manuale e quello automatico (anche se con errore maggiore per quest'ultimo). Si sono validati così i calcoli.

Si può dire che il 25% del carico viene assorbito dalla trave (ipotizzando la trave infinitamente rigida) e il 75% la coppia Hy.

### 8.3.7. Linea di influenza "speciale" di $N_{L/2}$ a due assi a distanza costante (modello di carico di fatica n.1)

Al fine di condurre poi le verifiche di fatica per sforzi di trazione e momento flettente combinati, occorre in primo luogo ricavare le linee di influenza speciali delle varie sollecitazioni, per poi arrivare all'oscillogramma delle tensioni, così come già fatto per i pendini e la soletta.

Partendo dalla linea di influenza tradizionale della spinta, che si riporta di seguito:

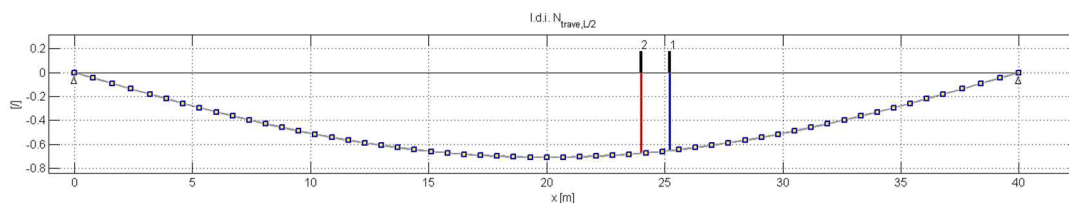
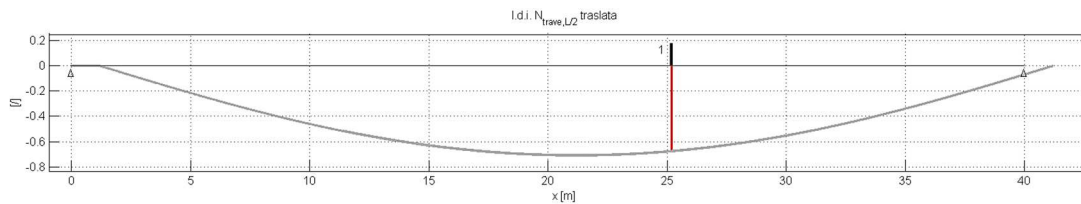


Figura 8-79 - Linea di influenza tradizionale della spinta, calcolo automatico, ponte reale

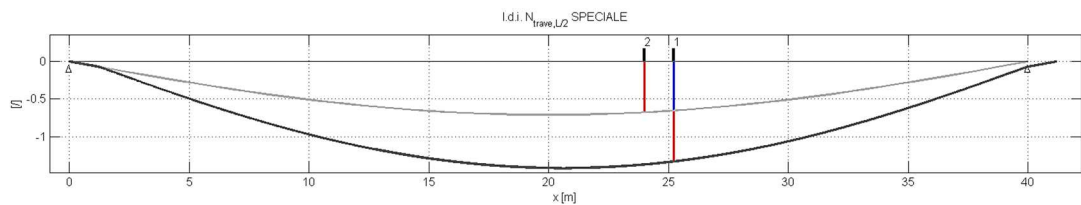
Essa è stata traslata della distanza fra gli assi del modello di carico di fatica n.1 (1,2m) ottenendo la curva seguente:



*Figura 8-80 - Linea di influenza tradizionale della spinta traslata*

Si precisa che per ottenere le curve di Figura 8-79 e Figura 8-80 è stato utilizzato il programma di calcolo numerico, nel quale sono state inserite le ordinate della linea di influenza ottenuta in modo automatico tramite il software.

Una volta ottenuta la linea di influenza traslata, le sue ordinate sono state sommate a quelle della linea di influenza tradizionale non traslata per ottenere la linea di influenza “speciale”:



*Figura 8-81 - Linea di influenza “speciale” di N a due assi (grigio scuro) e linea di influenza tradizionale (grigio chiaro), modello di carico di fatica n.1*

La somma dei segmenti blu e rossa (ordinate della linea di influenza sotto gli assi 1 e 2) disposte sotto all’asse 1 corrisponde all’ordinata della linea di influenza “speciale” sotto il medesimo asse.

Successivamente, le ordinate della linea di influenza “speciale” sono state moltiplicate per la sollecitazione che nasce sulla trave a causa del passaggio del veicolo in mezzzeria della corsia di marcia più vicina.

Lo schema è il seguente:

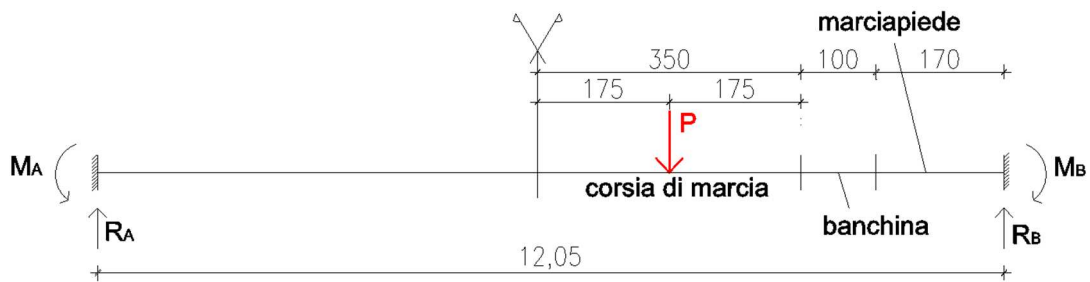


Figura 8-82 - Schema sezione trasversale ponte ad L/2

dove:

- $x_p = 12,05 - 1,75 - 1 - 1,7 = 7,6$  m
- $l = 12,05$  m

La reazione all'incastro  $R_B$  sarà quindi pari a  $(Px_p)/l$ ; questo è l'effetto provocato dal passaggio del singolo asse.

Le ordinate della linea di influenza sono state quindi moltiplicate per tale fattore; ma in più è stato aggiunto il fattore corrispondente al coefficiente di ripartizione riguardante il comportamento del sistema arco-trave.

Per  $x = 20$  m si ha:

- $\alpha = 0^\circ \rightarrow \cos\alpha = 1$

$$r_a = \frac{E_a J_a \cos\alpha}{E_a J_a \cos\alpha + E_t J_t} = \frac{2,1 \cdot 10^8 \cdot 0,00373}{2,1 \cdot 10^8 \cdot 0,00373 + 2,1 \cdot 10^8 \cdot 0,0224} = 0,143$$

$$r_t = 1 - r_a = 0,857$$

Dunque in definitiva, le ordinate sono state moltiplicate per:

$$\frac{Px_p}{l} r_t P = 210 \text{ kN}$$

ottenendo il seguente risultato:

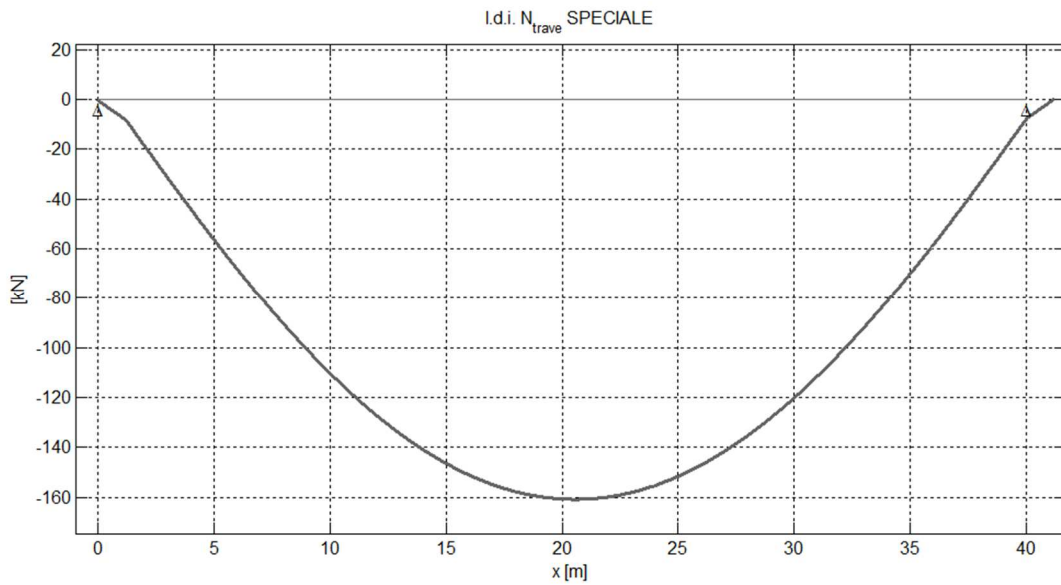


Figura 8-83 - Linea di influenza “speciale” di  $N$  a due assi [kN]

### 8.3.8. Linearizzazione

La linea di influenza “speciale” è stata poi linearizzata nel seguente modo:

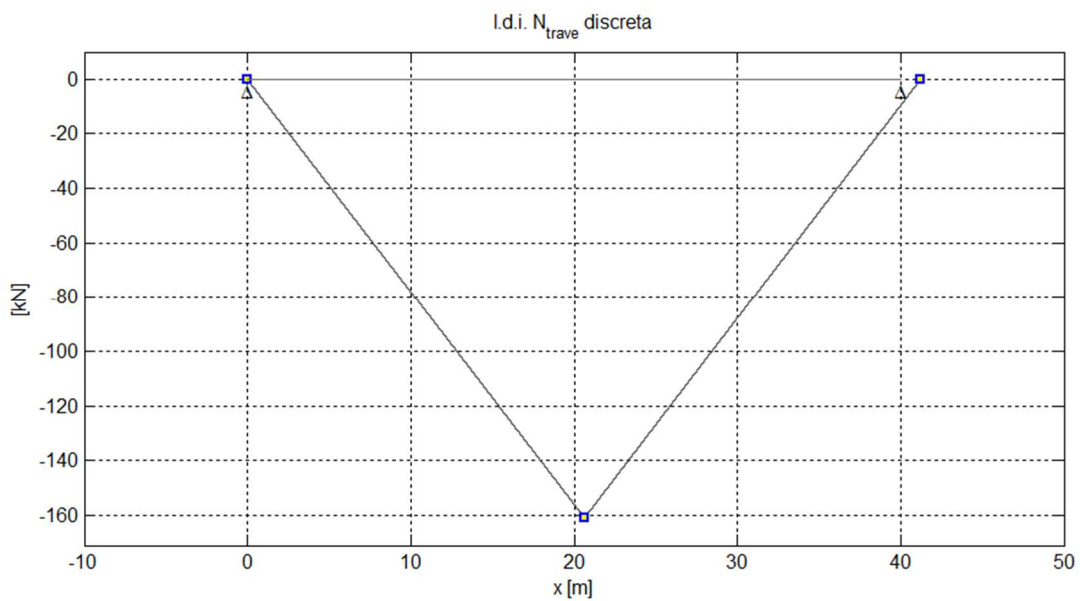


Figura 8-84 - Linea di influenza “speciale” di  $N$  a due assi [kN], linearizzata

### 8.3.9. Linea di influenza “speciale” di $M_{L/2}$ e di $V_{L/2}$ a due assi a distanza costante (modello di carico di fatica n.1)

Le linee di influenza tradizionali ricavate tramite software, sono state implementate nel programma di calcolo numerico ottenendo le seguenti curve:

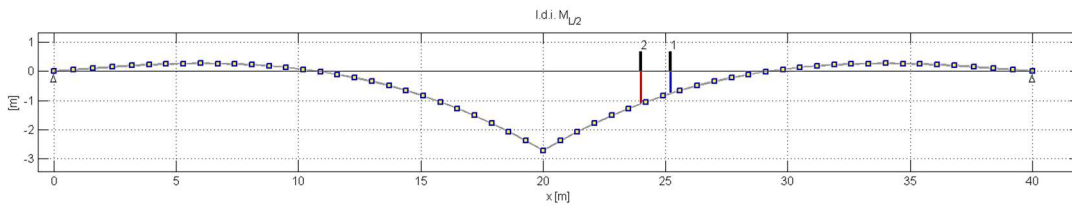


Figura 8-85 - Linea di influenza tradizionale di  $M_{L/2}$ , ponte reale

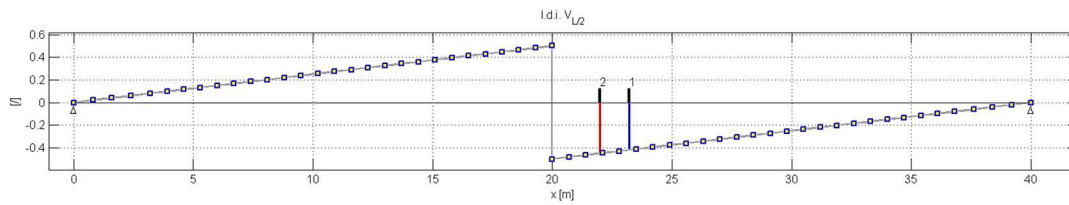


Figura 8-86 - Linea di influenza tradizionale di  $V_{L/2}$ , ponte reale

In seguito sono state traslate della distanza fra gli assi del veicolo (1,2m) ottenendo:

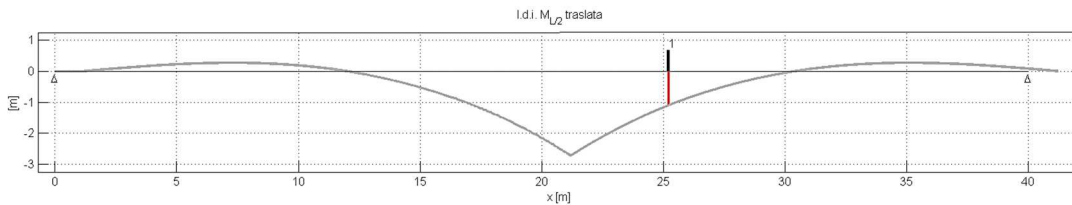


Figura 8-87 - Linea di influenza tradizionale di  $M_{L/2}$ , traslata

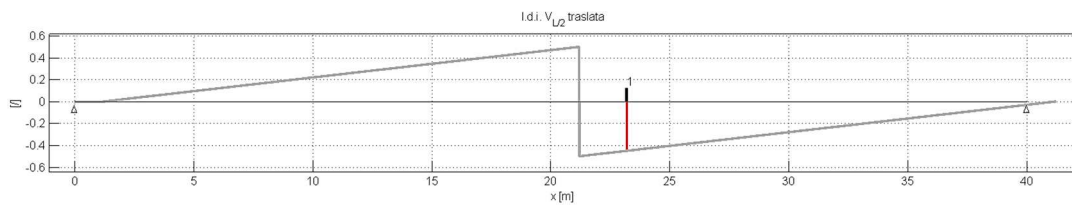


Figura 8-88 - Linea di influenza tradizionale di  $V_{L/2}$ , traslata

Le ordinate delle linee di influenza traslate sotto all'asse 1 corrispondono a quelle delle linee non traslate sotto il medesimo asse poiché la traslazione è proprio pari alla distanza fra gli assi 1 e 2.

Sono state poi sommate le due linee di influenza ricavando quelle speciali:

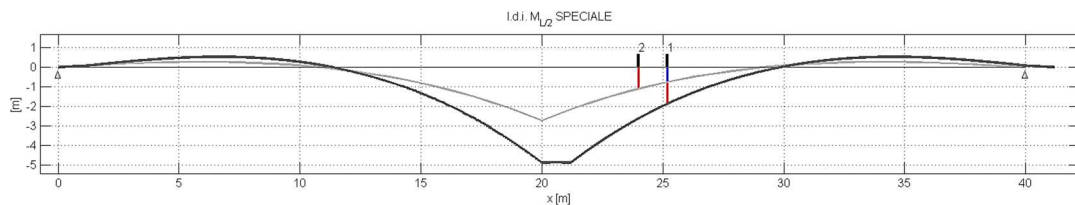


Figura 8-89 - Linea di influenza tradizionale (grigio chiaro) e linea di influenza “speciale” di  $M_{L/2}$  a due assi (grigio scuro)

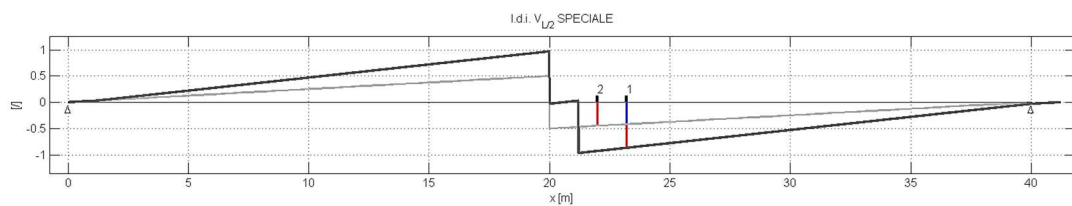


Figura 8-90 - Linea di influenza tradizionale (grigio chiaro) e linea di influenza “speciale” di  $V_{L/2}$  a due assi (grigio scuro)

Come conferma della bontà dei calcoli e della validità del principio di sovrapposizione degli effetti, la somma dei due segmenti blu e rosso è pari all'ordinata della linea di influenza “speciale” sotto l'asse 1.

Infine, si sono ottenute le linee di influenza speciali del momento e del taglio in  $L/2$  in kNm e in kN, rispettivamente, moltiplicando per:

$$\frac{P x_p}{l} r_t, P = 210 \text{ kN}, r_t = 0,857 (x = L/2)$$

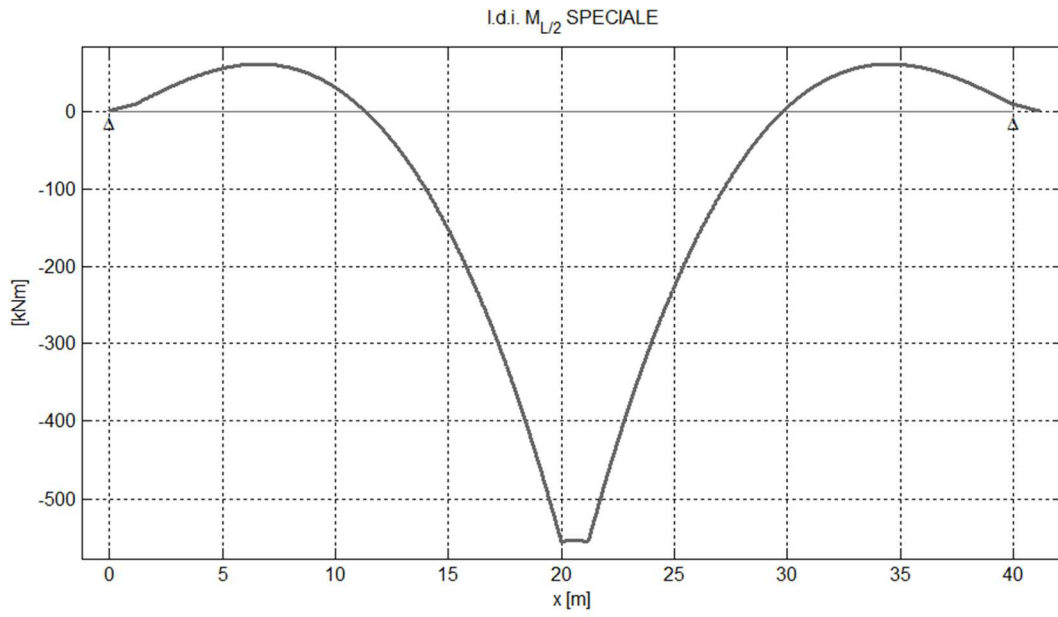


Figura 8-91 - Linea di influenza "speciale" di  $M_{L/2}$  a due assi [ $kNm$ ]

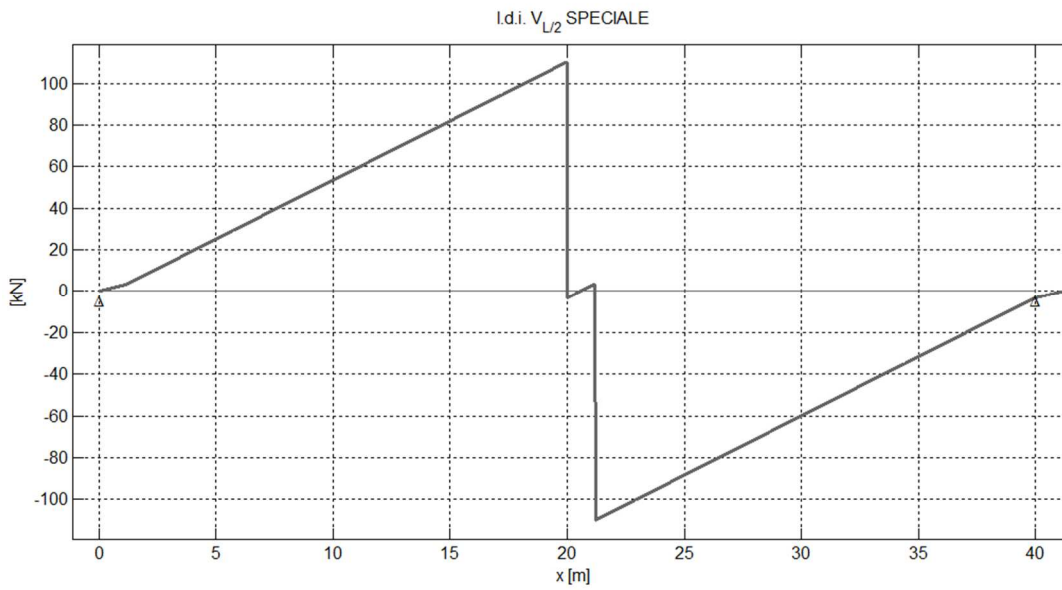


Figura 8-92 - Linea di influenza "speciale" di  $V_{L/2}$  a due assi [ $kN$ ]



### 8.3.10. Linearizzazione

Linearizzando le linee di influenza di M e V in L/2 si ottiene:

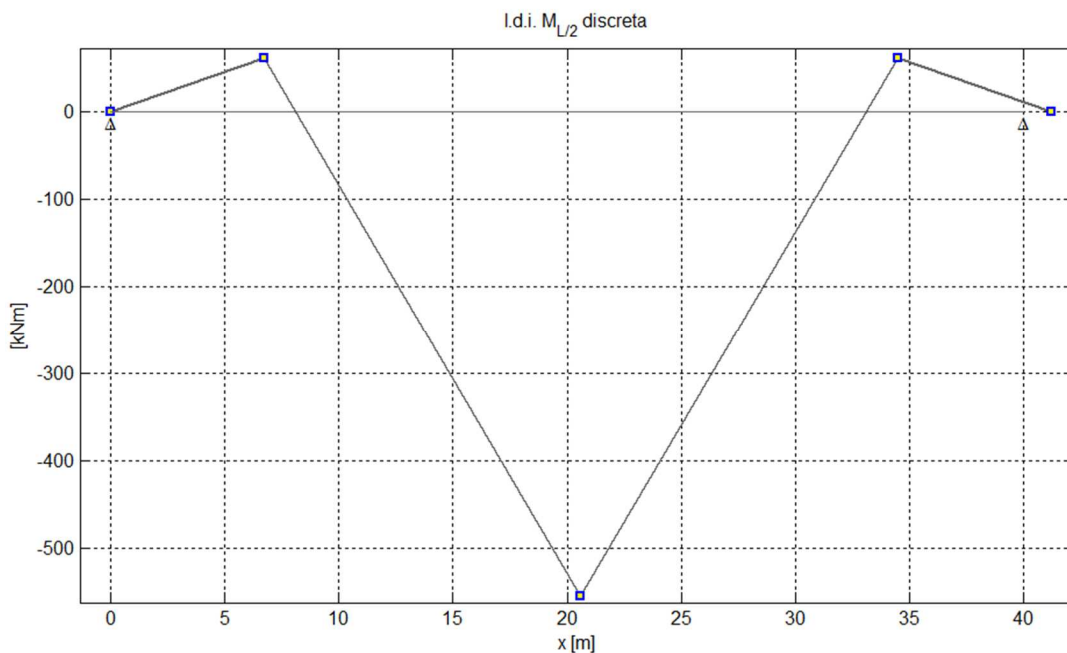


Figura 8-93 - Linea di influenza "speciale" di  $M_{L/2}$  a due assi  $[kNm]$ , linearizzata

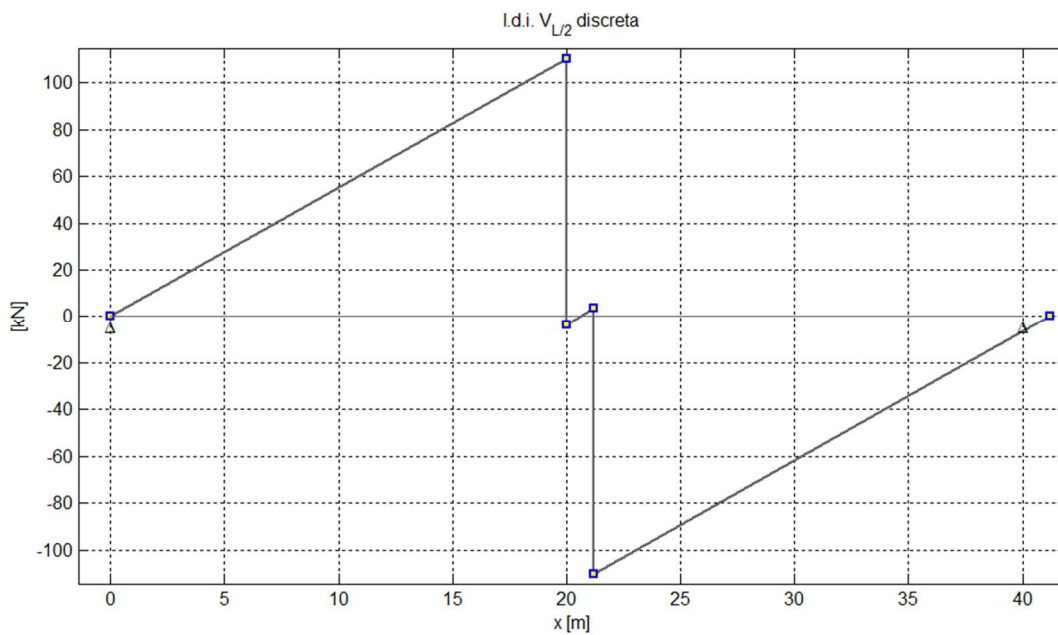


Figura 8-94 - Linea di influenza "speciale" di  $V_{L/2}$  a due assi  $[kN]$ , linearizzata

### 8.3.11. Verifiche a vita illimitata, sezione di mezzeria

Nella sezione ad  $L/2$  non è presente un giunto fra conci; è necessario quindi verificare:

- Piatto metallico (fibra intradosso o estradosso)
- Gli irrigidimenti
- Le saldature longitudinali

Si riportano per chiarezza di nuovo gli schemi dei dettagli:

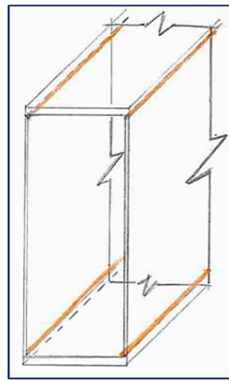


Figura 8-95 - Schema del dettaglio costruttivo: saldature longitudinali

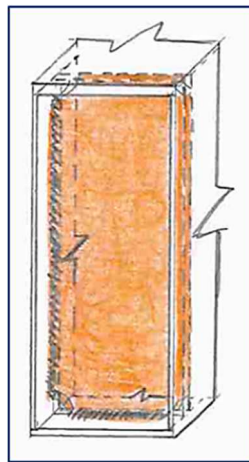


Figura 8-96 - Schema del dettaglio costruttivo: irrigidimento

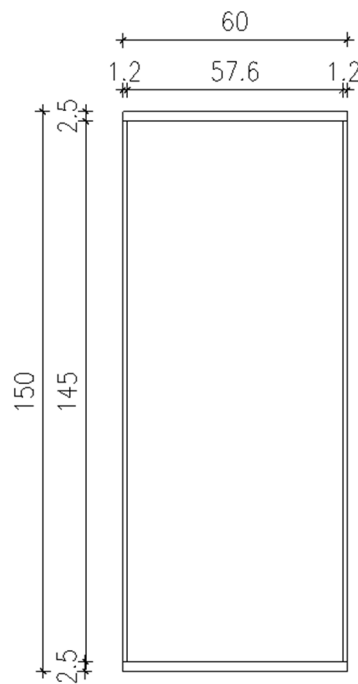
#### 8.3.11.1. Verifica a flessione

Prima di tutto si procede ricavando l'oscillogramma delle tensioni per trovare la variazione di tensione massima; essa sarà la combinazione di quella relativa al

momento flettente e quella relativa allo sforzo normale, utilizzando la formula di Navier:

$$\Delta\sigma_{\max,\text{tot}} = \frac{\Delta M_{\max}}{W} + \frac{\Delta N_{\max}}{A} = \Delta\sigma_{\max,M} + \Delta\sigma_{\max,N}$$

Riprendendo la linea di influenza “speciale” linearizzata in kN relativa allo sforzo normale di Figura 8-84, le sue ordinate sono state divise per l’area della sezione della trave in  $L/2$ :



*Figura 8-97 - Sezione della trave in  $x = 20m$*

$$A = 0,0648 \text{ m}^2$$

Si è ottenuta quindi la linea di influenza delle tensioni in  $\text{kN/m}^2$ ; facendo poi l’ipotesi di velocità di attraversamento del ponte costante da parte dei veicoli, si passa facilmente dal dominio dello spazio a quello del tempo, ottenendo l’oscillogramma delle tensioni:

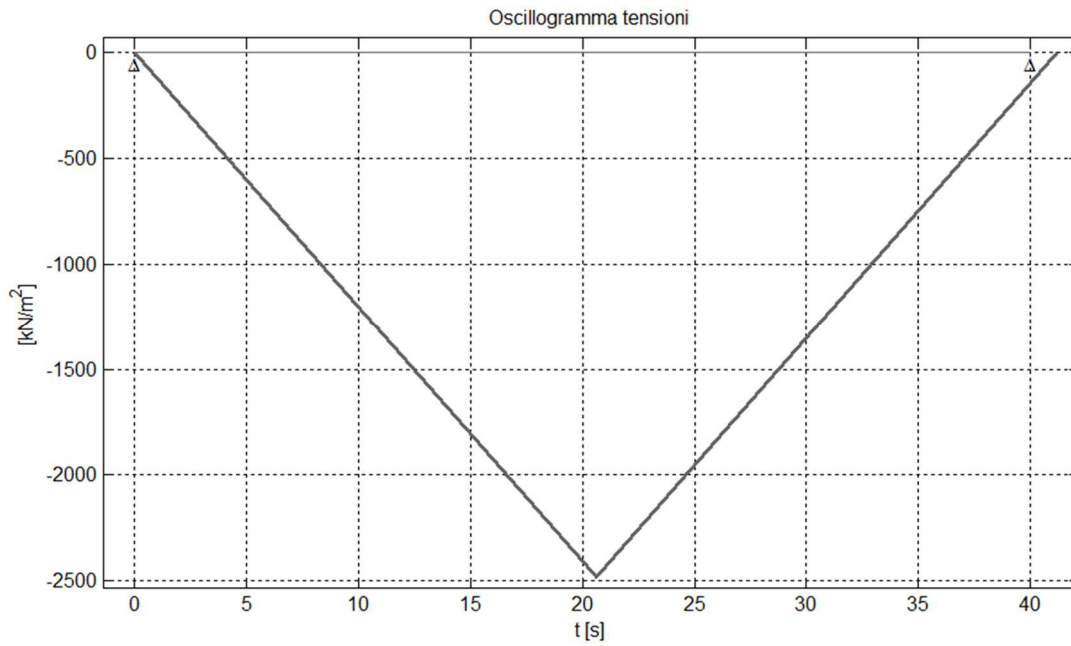


Figura 8-98 - Oscillogramma tensioni (N), sezione di mezzeria, modello di carico di fatica n.1

Per quanto riguarda il momento, ripartendo dalla linea di influenza linearizzata di Figura 8-93, è stata riorganizzata per poter applicare il metodo del serbatoio:

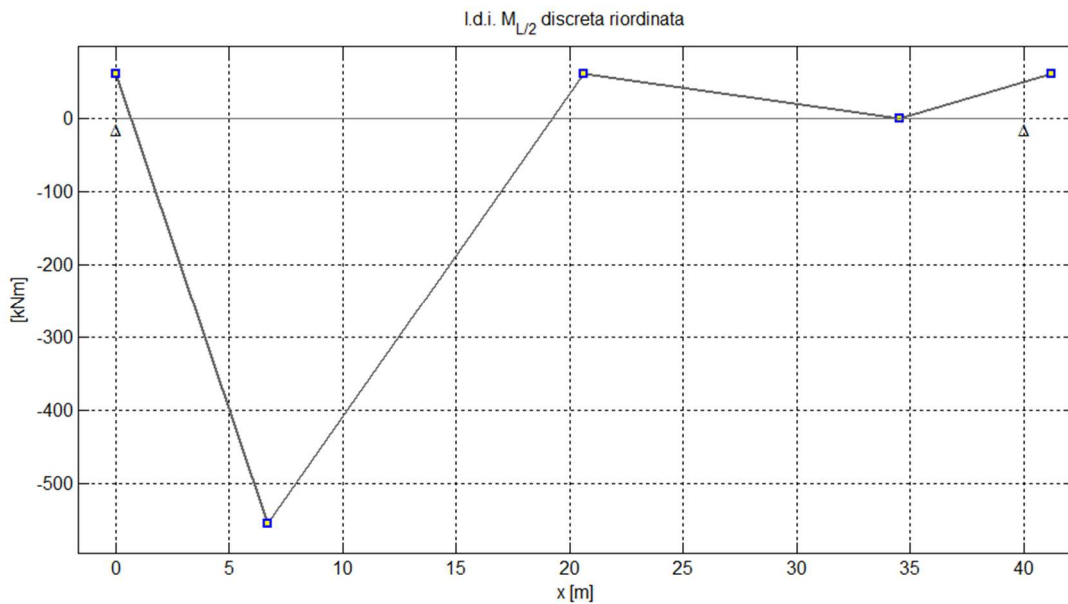


Figura 8-99 - Linea di influenza "speciale" di  $M_{L/2}$  a due assi, linearizzata, riordinata

Le ordinate sono state poi divise per il modulo di resistenza relativo alla sezione di mezzeria (Figura 8-97):

$$J_{\text{sup}} = J_{\text{inf}} = 0,0224 \text{ m}^4$$

$$W_{\text{inf}} = W_{\text{sup}} = J/y_{n-n} = 0,0224/(1,5/2) = 0,03 \text{ m}^3$$

dove i momenti d'inerzia sono riferiti al baricentro della sezione, che è anche asse di simmetria, quindi i valori sono uguali; anche per i moduli di resistenza vale la stessa cosa e sono stati calcolati con riferimento alla distanza delle fibre più esterne dall'asse neutro, che è anche baricentrico ( $y_{n-n}$ ).

Si è ottenuto quindi l'oscillogramma delle tensioni facendo l'ipotesi di velocità di transito costante:

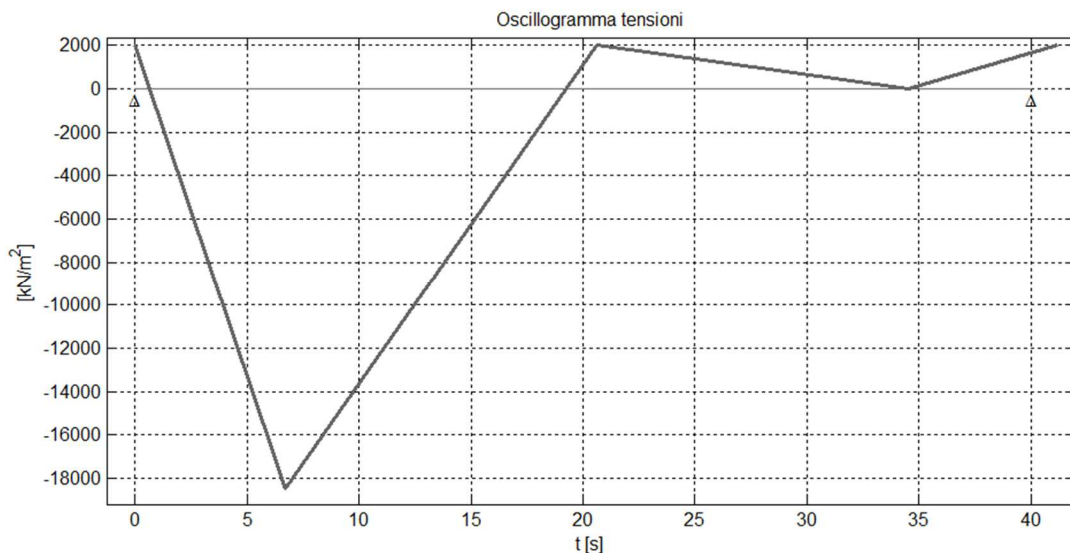


Figura 8-100 - Oscillogramma delle tensioni ( $M$ ), sezione di mezzeria, modello di carico di fatica n.1

La variazione di tensione massima dovuta a sforzo normale risulta:

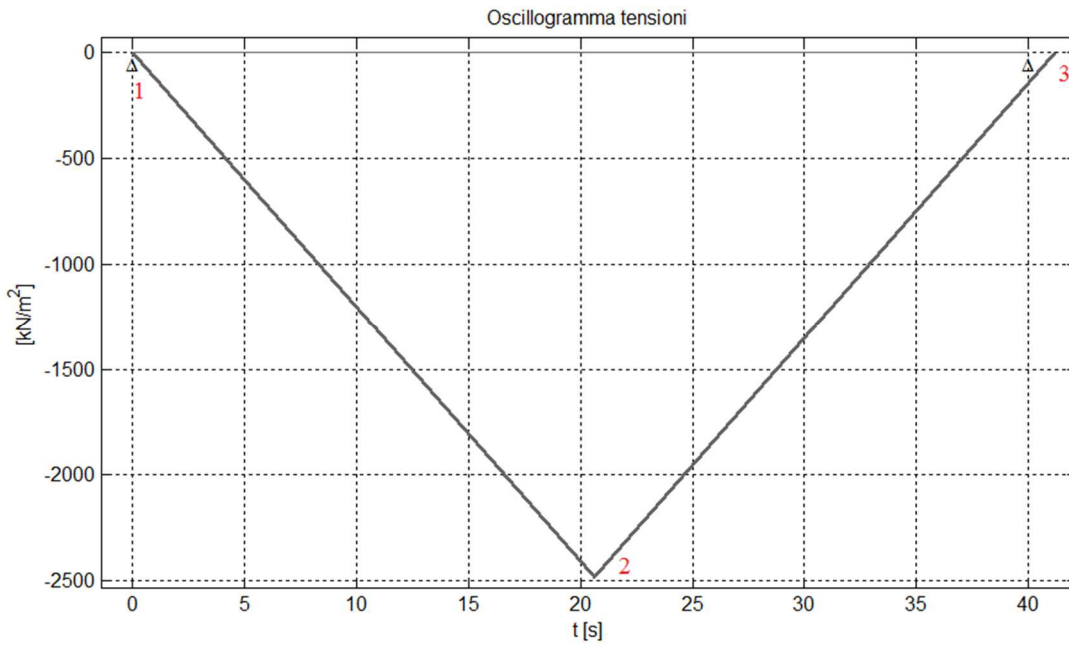


Figura 8-101 - Numerazione picchi, metodo serbatoio, oscillogramma tensioni (N)

$$\Delta\sigma_{\max,N} = \sigma_2 - \sigma_1 = 2482,96 \text{ kPa}$$

Per quanto riguarda il momento flettente, i valori di tensione sono:

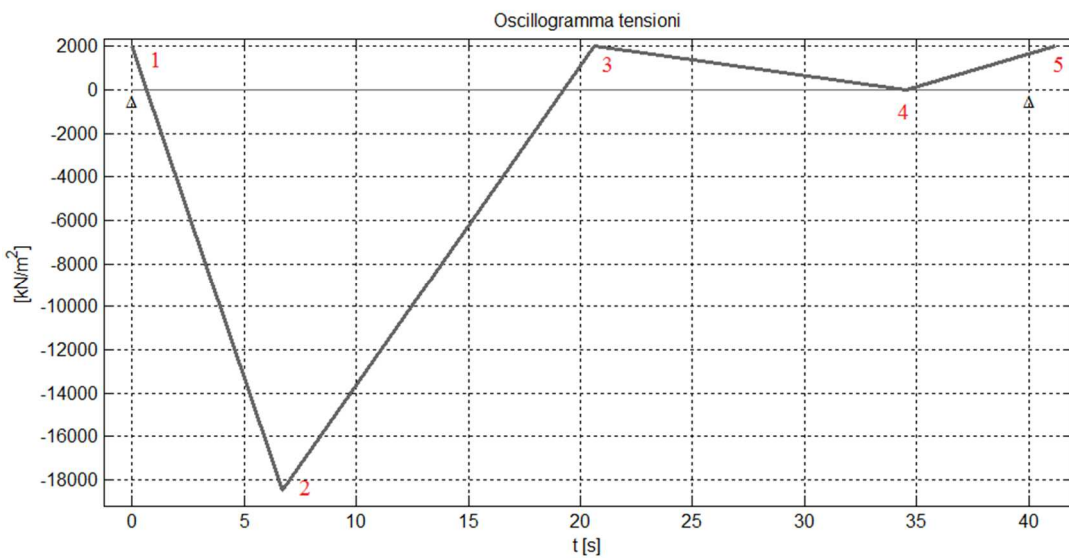


Figura 8-102 - Numerazione picchi, metodo serbatoio, oscillogramma tensioni (M)

$\sigma_1$	2013,36	kPa
$\sigma_2$	-18497,14	kPa
$\sigma_3$	2013,36	kPa
$\sigma_4$	0	kPa
$\sigma_5$	2013,36	kPa

Tabella 8-42 - Valori di tensione dell'oscillogramma di M

Applicando il metodo del serbatoio, si ricavano le seguenti variazioni di tensione:

picco svuotato	Stress range	n° di cicli
2	$\Delta\sigma_1 = \sigma_1 - \sigma_2$ 20510,5 kPa	1
4	$\Delta\sigma_2 = \sigma_3 - \sigma_4$ 2013,36 kPa	1
<b>TOT CICLI</b>		<b>2</b>

Tabella 8-43 - Variazioni di tensione, metodo serbatoio, M

Sapendo il numero di cicli e il rispettivo stress range (variazione di tensione), si può costruire l'istogramma di carico, che riporta gli stress ranges in ordine di ampiezza decrescente:

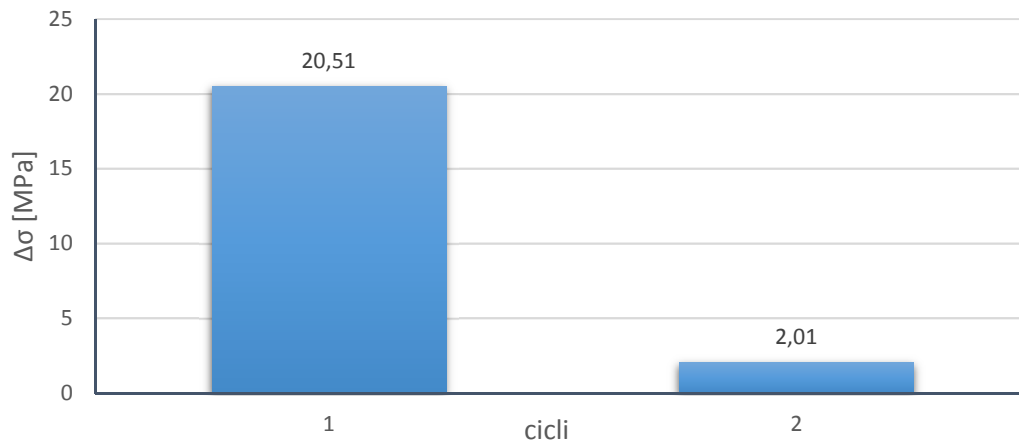


Figura 8-103 - Istogramma delle tensioni, 1 passaggio

Dunque, la variazione di tensione massima è:

$$\Delta\sigma_{\max,M} = 20510,5 \text{ kPa}$$

La variazione di tensione totale risulta, infine:

$$\Delta\sigma_{\max,\text{tot}} = \Delta\sigma_{\max,M} + \Delta\sigma_{\max,N} = 22993,46 \text{ kPa} = 23 \text{ MPa}$$

### 8.3.11.1.1. Verifica del piatto metallico (trazione)

Lo stress range calcolato è relativo ad una tensione di trazione, perché è in questo caso che gli elementi metallici subiscono i fenomeni di fatica; deve risultare:

$$\gamma_{Mf}\Delta\sigma_{\max,tot} \leq \Delta\sigma_D$$

Si riportano in tabella i risultati:

<b>PIATTO METALLICO, trazione</b>		
$\gamma_{mf}$	1,15	
$\gamma_{mf}*\Delta\sigma_{\maxTOT}$	26,44	MPa
$\Delta\sigma_c$	140	MPa
$\Delta\sigma_D$	103,18	MPa
<b>R/S = 103,18/26,44</b>	<b>3,902</b>	

**VERIFICATO**

*Tabella 8-44 - Verifica a vita illimitata del piatto metallico, trazione massima, sezione di mezzeria*

La resistenza è quasi quattro volte superiore alla sollecitazione; dunque la verifica è ampiamente soddisfatta.

### 8.3.11.1.2. Verifica degli irrigidimenti

Nella sezione di mezzeria sono presenti anche irrigidimenti verticali; la loro classe di resistenza è 80 MPa.

Di seguito si riportano i risultati della verifica, che è stata condotta in modo analogo a quella del piatto metallico:

<b>IRRIGIDIMENTI</b>		
$\gamma_{mf}$	1,15	
$\gamma_{mf}*\Delta\sigma_{\maxTOT}$	26,44	MPa
$\Delta\sigma_c$	80	MPa
$\Delta\sigma_D$	58,96	MPa
<b>R/S = 58,96/26,44</b>	<b>2,230</b>	

**VERIFICATO**

*Tabella 8-45 – Verifica a vita illimitata degli irrigidimenti, flessione*



Anche in questo caso la verifica è soddisfatta con un buon margine di sicurezza.

### 8.3.11.1.3. Verifica delle saldature longitudinali

Per la verifica delle saldature è stato calcolato il modulo di resistenza relativo ad esse:

$$W_{\text{saldature}} = \frac{J_{n-n}}{\frac{h}{2} - t_{\text{ala}}} = \frac{0,0224}{0,75 - 0,025} = 0,031\text{m}^3$$

Le quantità fanno sempre riferimento alla Figura 8-97.

Si procede quindi con la verifica:

<b>SALDATURE LONGITUDINALI</b>		
$\gamma_{mf}$	1,15	
$\gamma_{mf} * \Delta\sigma_{\text{maxTOT}}$	25,68	MPa
$\Delta\sigma_c$	100	MPa
$\Delta\sigma_D$	73,7	MPa
<b>R/S = 73,7/25,68</b>	<b>2,87</b>	

**VERIFICATO**

*Tabella 8-46 - Verifica a vita illimitata saldature longitudinali, flessione, sezione di mezzeria*

La verifica è soddisfatta con un buon margine di sicurezza.

### 8.3.11.2. Verifica a taglio

I dettagli costruttivi da verificare sono i medesimi delle verifiche a flessione.

La linea di influenza “speciale” a due assi linearizzata del taglio in mezzeria (Figura 8-94) è stata riordinata in modo tale da applicare il metodo del serbatoio:

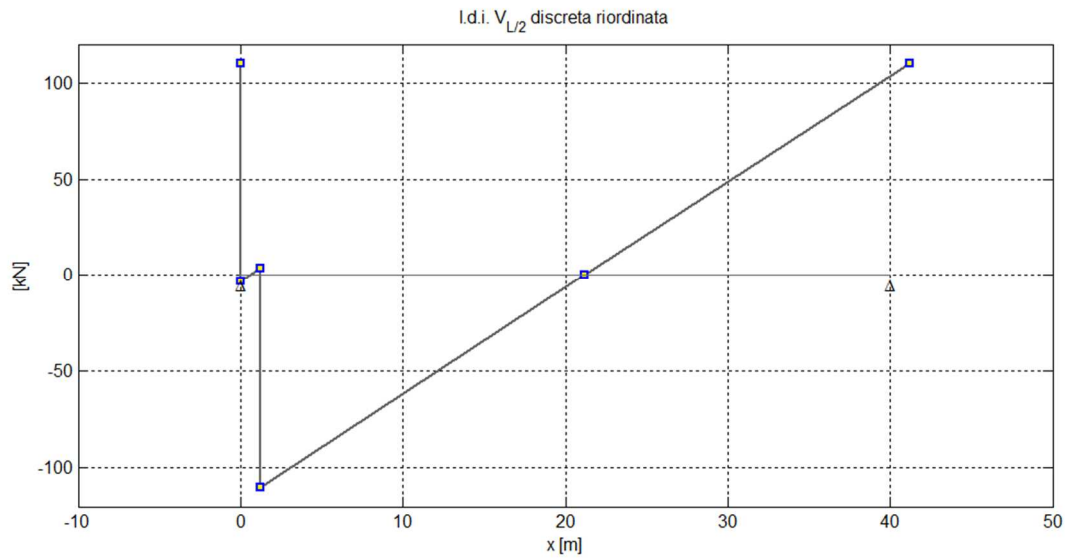


Figura 8-104 - Linea di influenza “speciale” di  $V_{L/2}$  a due assi, linearizzata, riordinata

In seguito le ordinate sono state divise per l'area di taglio (cioè l'area delle due anime, i due piatti verticali):

$$A_{\text{taglio}} = 0,0348 \text{ m}^2$$

ottenendo l'oscillogramma delle tensioni:

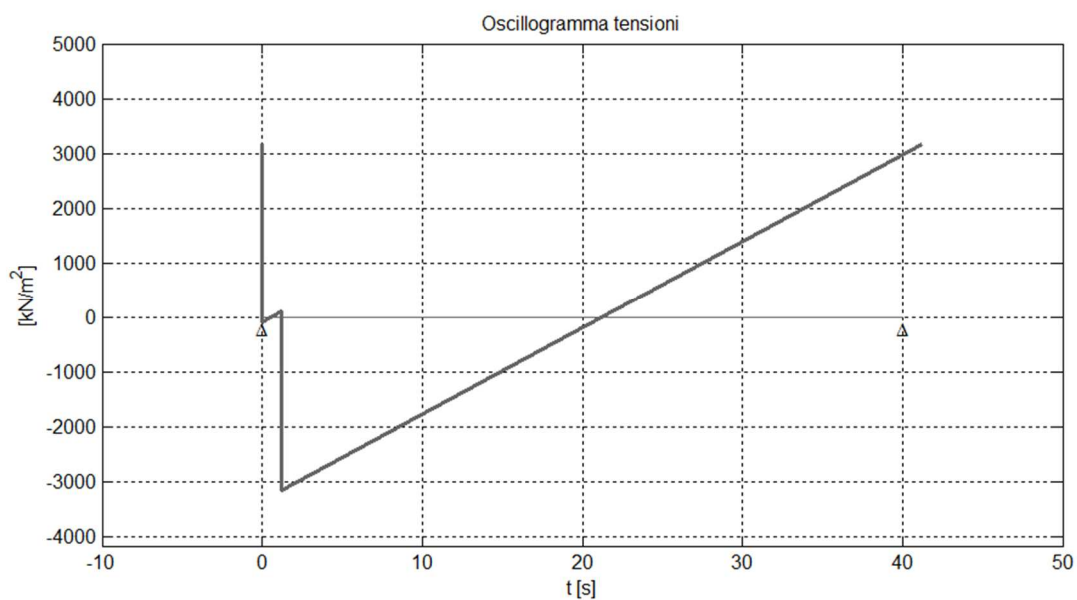


Figura 8-105 - Oscillogramma delle tensioni ( $V$ ), sezione di mezzeria, modello di carico di fatica n.1

Applicando il metodo del serbatoio, sono state ottenute le seguenti variazioni di tensione:

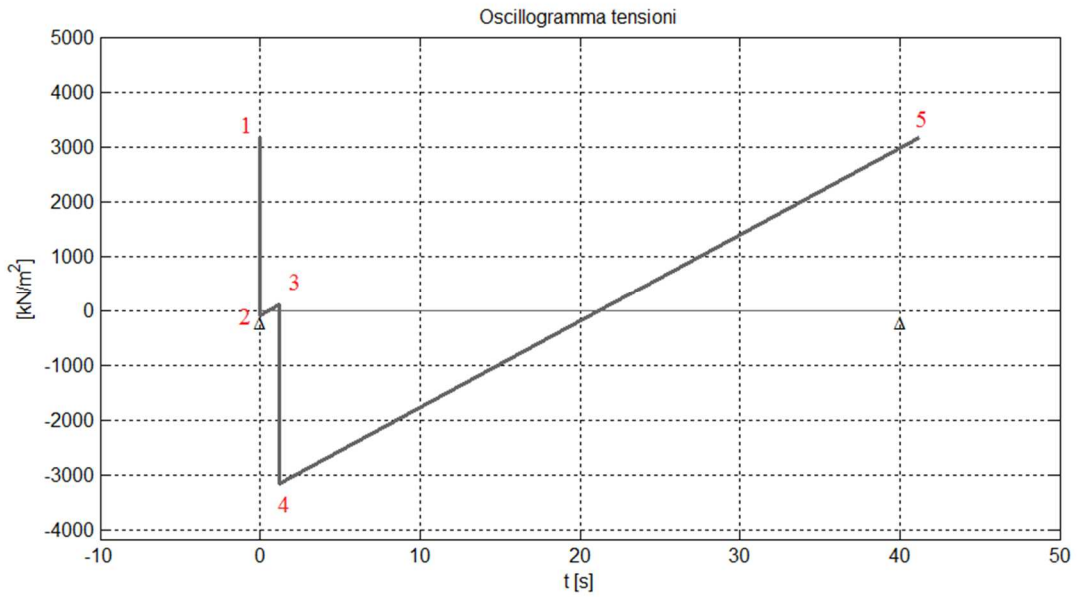


Figura 8-106 - Metodo del serbatoio, numerazione dei picchi, oscillogramma  $V_{L/2}$

$\tau_1$	3162,24	kPa
$\tau_2$	-97,85	kPa
$\tau_3$	97,85	kPa
$\tau_4$	-3163,87	kPa
$\tau_5$	3162,24	kPa

Tabella 8-47 - Valori di tensione oscillogramma ( $V_{L/2}$ )

picco svuotato	Stress ranges		n° cicli
4	$\Delta\tau_1 = \tau_1 - \tau_4$	6326,11 kPa	1
2	$\Delta\tau_2 = \tau_3 - \tau_2$	195,7 kPa	1
<b>TOT CICLI</b>			<b>2</b>

Tabella 8-48 - Variazioni di tensione, metodo del serbatoio,  $V_{L/2}$

L'istogramma corrispondente è il seguente:

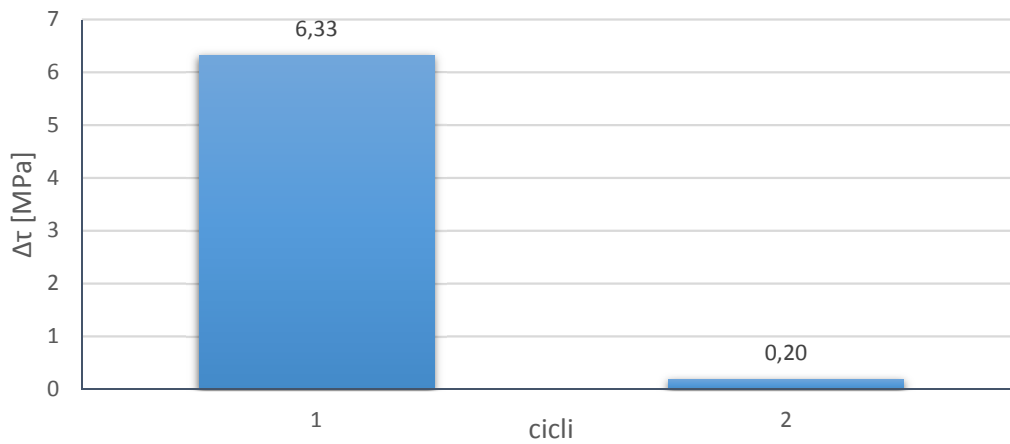


Figura 8-107 - Istogramma delle tensioni, 1 passaggio

$$\Delta\tau_{\max,V} = 6,33 \text{ MPa}$$

#### 8.3.11.2.1. Verifica del piatto metallico

Una volta ricavata la sollecitazione, basta verificare che:

$$\gamma_{Mf}\Delta\tau_{\max} \leq \Delta\tau_L$$

#### PIATTO METALLICO

$\gamma_{mf}$	1,15	
$\gamma_{mf}*\Delta\tau_{\max}$	7,28	MPa
$\Delta\tau_c$	100	MPa
$\Delta\tau_L$	45,7	MPa
<b>R/S = 45,7/7,28</b>	<b>6,28</b>	

**VERIFICATO**

Tabella 8-49 - Verifica a vita illimitata del piatto metallico, taglio, sezione di mezzzeria

La verifica risulta ampiamente soddisfatta.

### 8.3.11.2.2. Verifica degli irrigidimenti

#### IRRIGIDIMENTI

$\gamma_{mf}$	1,15	
$\gamma_{mf} * \Delta\tau_{max}$	7,28	MPa
$\Delta\tau_c$	80	MPa
$\Delta\tau_L$	36,56	MPa
<b>R/S = 36,56/7,28</b>	<b>5,025</b>	

#### VERIFICATO

*Tabella 8-50 - Verifica a vita illimitata degli irrigidimenti, taglio, sezione di mezzeria*

Anche in questo caso la verifica è ampiamente soddisfatta.

### 8.3.11.2.3. Verifica delle saldature longitudinali

Per la verifica delle saldature è stato adottato lo stesso oscillogramma considerato per gli altri due dettagli; infatti la verifica si ‘trasforma’ in una verifica sui piatti in quanto le saldature sono a completa penetrazione e in teoria non sarebbero da verificare.

#### SALDATURE LONGITUDINALI

$\gamma_{mf}$	1,15	
$\gamma_{mf} * \Delta\tau_{max}$	7,28	MPa
$\Delta\tau_c$	80	MPa
$\Delta\tau_L$	36,56	MPa
<b>R/S = 36,56/7,28</b>	<b>5,025</b>	

#### VERIFICATO

*Tabella 8-51 - Verifica a vita illimitata delle saldature longitudinali, taglio, sezione di mezzeria*

Le saldature hanno la stessa resistenza a fatica a taglio degli irrigidimenti; per cui la verifica è identica e ampiamente soddisfatta.

### 8.3.11.3. Verifica combinata (flessione + taglio)

Dato che la trave può essere soggetta contemporaneamente a tensioni normali e tangenziali, si è voluta effettuare anche la verifica combinata, sovrapponendo gli effetti delle  $\sigma$  e delle  $\tau$ , come suggerito dalla Circ. n° 617, 2009; si deve controllare che:

$$D(\sigma + \tau) = \frac{\Delta\sigma_{\max, \text{TOT}} \cdot \gamma_{Mf}}{\Delta\sigma_D} + \frac{\Delta\tau_{\max} \cdot \gamma_{Mf}}{\Delta\tau_L} \leq 1$$

D è il danno provocato da flessione e taglio; in questo caso, essendo una verifica a vita illimitata, è stato calcolato in termini di variazioni di tensione.

Per quanto riguarda i piatti metallici, sostituendo i valori ottenuti ai paragrafi 8.3.11.1.1 e 8.3.11.2.1, si ricava:

$$D(\sigma + \tau) = 0,415 < 1$$

Dunque la verifica è soddisfatta con un fattore di sicurezza pari a  $R/S = 1/0,415 = 2,407$ .

Relativamente agli irrigidimenti si ottiene:

$$D(\sigma + \tau) = 0,647 < 1$$

La verifica è soddisfatta con un fattore di sicurezza pari a  $R/S = 1/0,647 = 1,544$ .

Infine, per quanto riguarda le saldature longitudinali:

$$D(\sigma + \tau) = 0,547 < 1$$

La verifica è soddisfatta con un fattore di sicurezza pari a  $R/S = 1/0,547 = 1,827$ .

### 8.3.12. Linea di influenza “speciale” di $N_{L2}$ a quattro assi a distanza costante (modello di carico di fatica n.3)

Per effettuare le verifiche di fatica a danneggiamento si è utilizzato il modello di carico n.3.

Per quanto riguarda la spinta, la linea di influenza tradizionale con i quattro assi posizionati in modo casuale (ma a distanza costante) è la seguente:

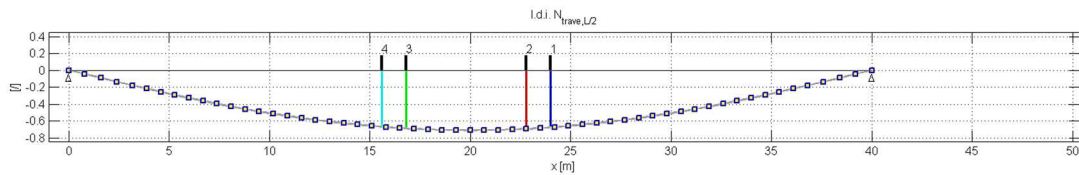


Figura 8-108 - Linea di influenza tradizionale della spinta con i quattro assi del modello di carico di fatica n.3

Tale linea è la stessa di quella di partenza utilizzata per ottenere la linea di influenza “speciale” a due assi; le ordinate sono sempre quelle ricavate in modo automatico tramite software.

Traslando le ordinate della distanza fra gli assi 1 e 2, 1 e 3 e 3 e 4, si sono ottenute le seguenti curve:

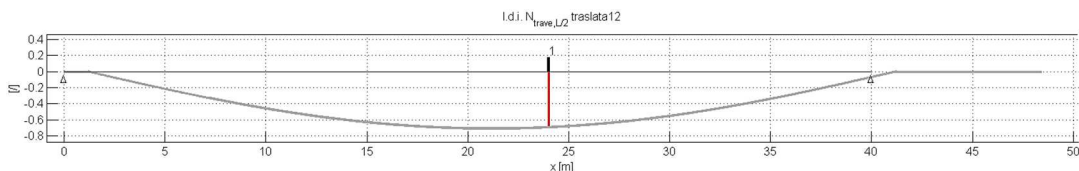


Figura 8-109 - Linea di influenza tradizionale della spinta traslata della distanza assi 1-2

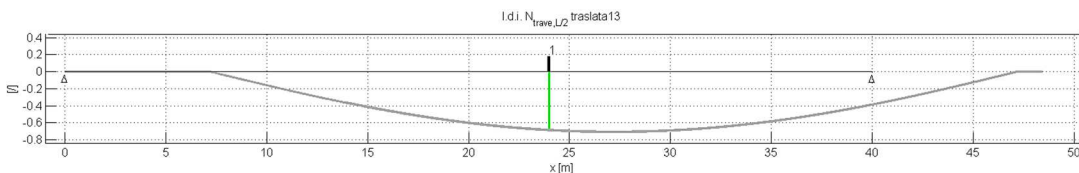


Figura 8-110 - Linea di influenza tradizionale della spinta traslata della distanza assi 1-3

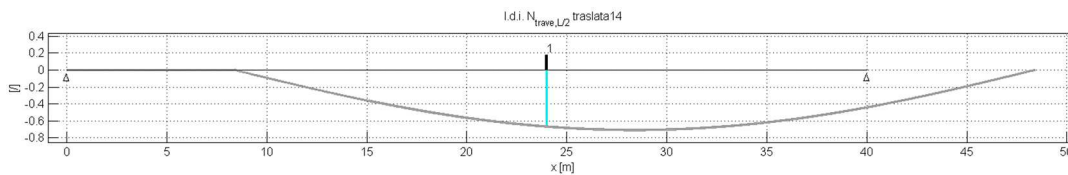


Figura 8-111 - Linea di influenza tradizionale della spinta traslata della distanza assi 1-4

Le ordinate delle linee di influenza traslate sotto l'asse 1 corrispondono alle ordinate della linea di influenza tradizionale non traslata sotto i rispettivi assi.

Sommando le quattro linee di influenza si ottiene la linea di influenza “speciale” a quattro assi:

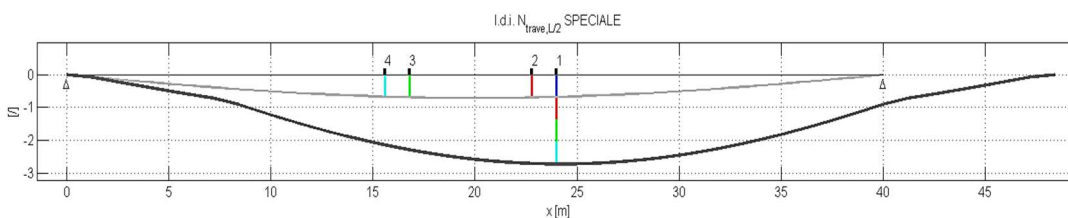


Figura 8-112 - Linea di influenza tradizionale (grigio chiaro) e linea di influenza “speciale” a quattro assi (grigio scuro) della spinta

La somma delle ordinate delle quattro linee di influenza tradizionali traslate sotto l'asse 1 è pari all'ordinata della linea di influenza “speciale” sotto il medesimo asse; cioè vale la sovrapposizione degli effetti.

La linea di influenza “speciale” è poi stata moltiplicata per:

$$\frac{Px_p}{l} r_t, P = 120 \text{ kN}, r_t = 0,857(x = L/2)$$

fattore che tiene conto dell'effetto (reazione verticale) che si ha sulla trave a causa del passaggio del carico asse sulla corsia di marcia e del comportamento combinato arco-trave.

Il risultato è il seguente:



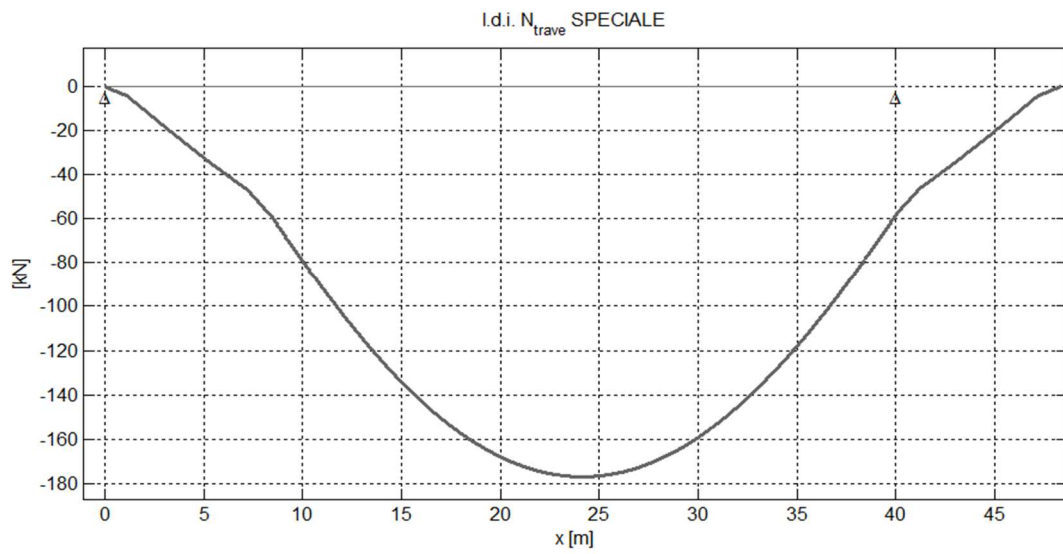


Figura 8-113 - Linea di influenza “speciale” della spinta a quattro assi a distanza costante, [kN], modello di carico di fatica n.3

### 8.3.13. Linearizzazione

La linearizzazione della linea di influenza “speciale” è semplice come per il carico di fatica n.1:

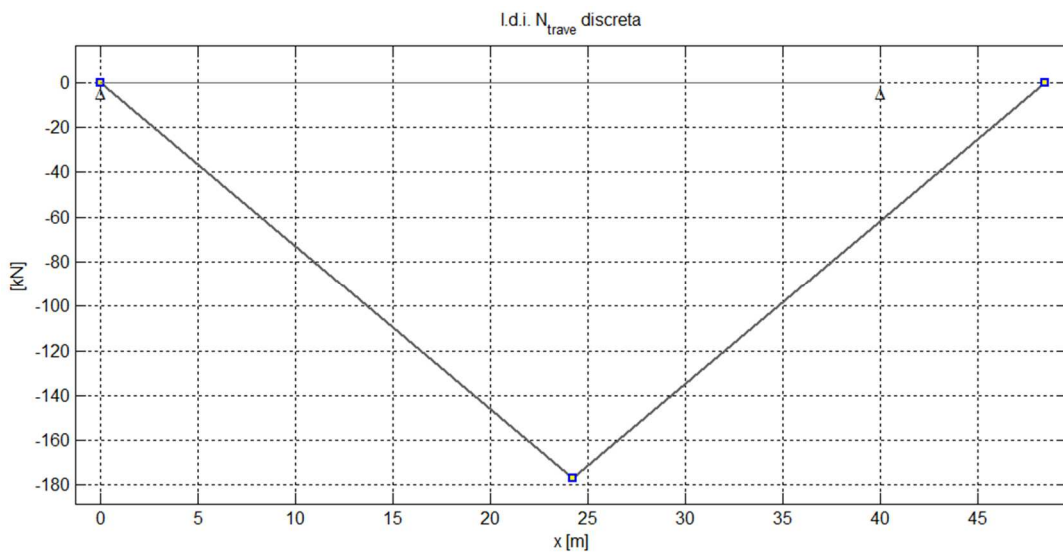
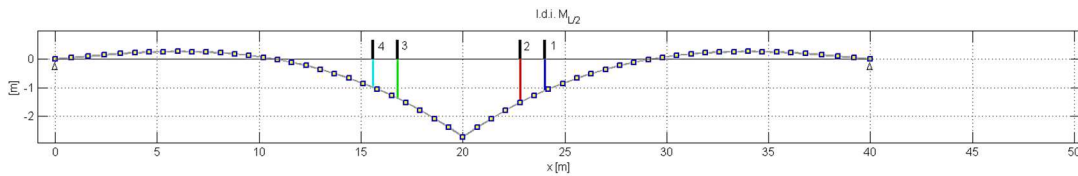


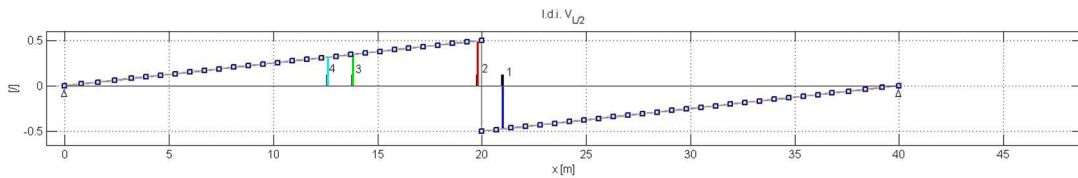
Figura 8-114 - Linea di influenza “speciale” della spinta a quattro assi, linearizzata

**8.3.14. Linea di influenza “speciale” di  $M_{L/2}$  e di  $V_{L/2}$  a quattro assi a distanza costante (modello di carico di fatica n.3)**

Per quanto riguarda il momento e il taglio i passaggi sono gli stessi effettuati per la spinta. La linea di influenza tradizionale è quella ricavata tramite software; implementando le coordinate nel programma di calcolo numerico e unendole con tratti lineari a passo ristretto, il risultato è il seguente:

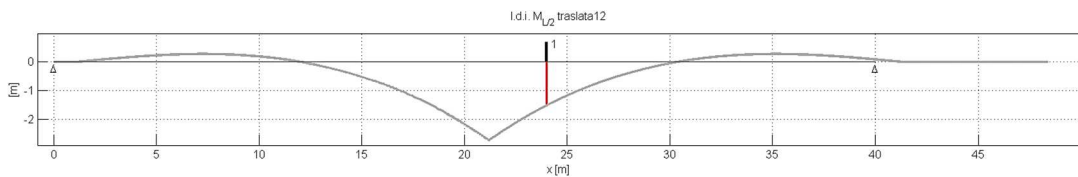


*Figura 8-115 - Linea di influenza tradizionale di  $M_{L/2}$  coi 4 assi*

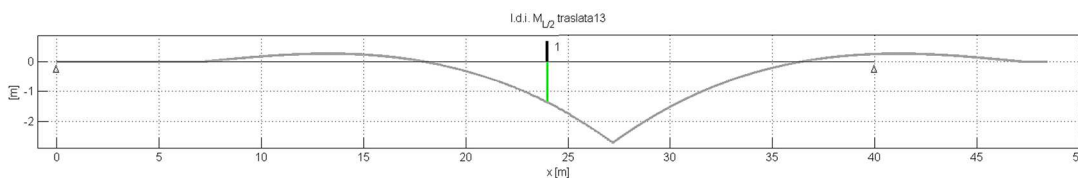


*Figura 8-116 - Linea di influenza tradizionale di  $V_{L/2}$  coi 4 assi*

Traslando le linee di influenza tradizionali tre volte della distanza fra gli assi, si ottiene per il momento:



*Figura 8-117 - Linea di influenza tradizionale di  $M_{L/2}$  traslata della distanza assi 1-2*



*Figura 8-118 - Linea di influenza tradizionale di  $M_{L/2}$  traslata della distanza assi 1-3*

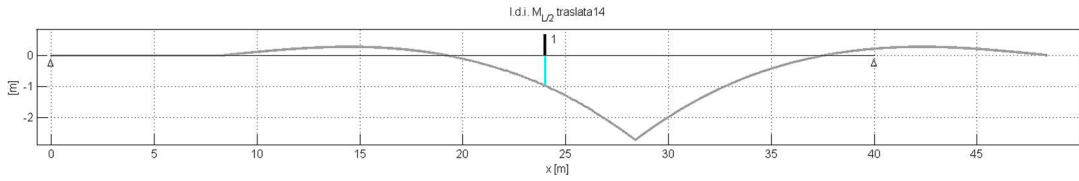


Figura 8-119 - Linea di influenza tradizionale di  $M_{L/2}$  traslata della distanza assi 1-4

Le ordinate delle linee di influenza traslate sotto l'asse 1 sono uguali a quelle sotto gli assi corrispondenti nella linea di influenza tradizionale non traslata.

Per il taglio si ottengono le seguenti:

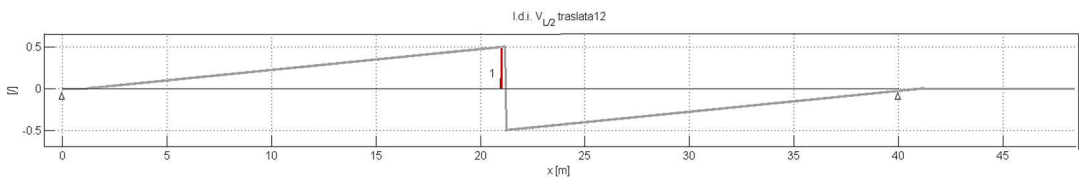


Figura 8-120 - Linea di influenza tradizionale di  $V_{L/2}$  traslata della distanza assi 1-2

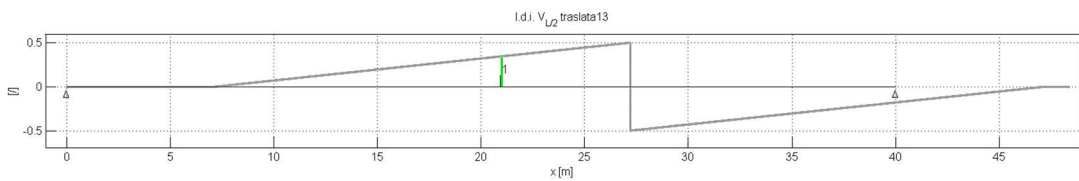


Figura 8-121 - Linea di influenza tradizionale di  $V_{L/2}$  traslata della distanza assi 1-3

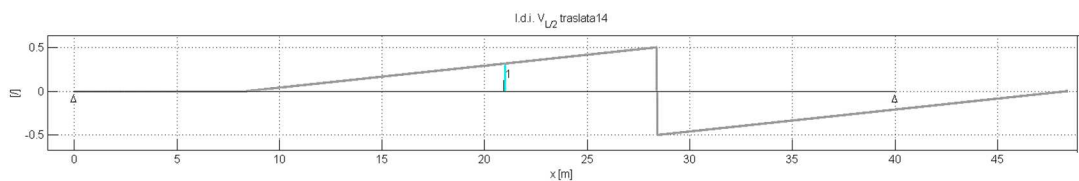


Figura 8-122 - Linea di influenza tradizionale di  $V_{L/2}$  traslata della distanza assi 1-4

Si procede con la somma delle ordinate delle linee di influenza di momento e taglio, ottenendo le linee di influenza speciali:

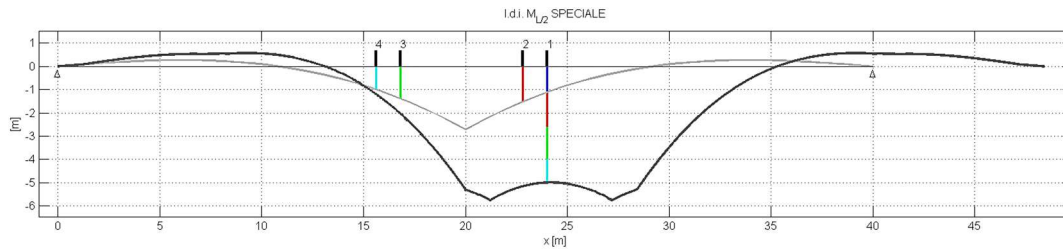


Figura 8-123 - Linea di influenza tradizionale (grigio chiaro) e linea di influenza "speciale" di  $M_{L/2}$  (grigio scuro) a quattro assi, modello di carico di fatica n.3

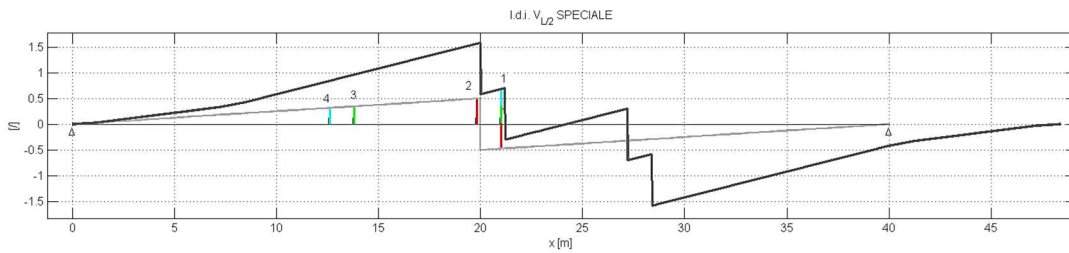


Figura 8-124 - Linea di influenza tradizionale (grigio chiaro) e linea di influenza "speciale" di  $V_{L/2}$  (grigio scuro) a quattro assi, modello di carico di fatica n.3

Si è infine moltiplicato, come fatto in precedenza per la spinta, per il seguente fattore:

$$\frac{Px_p}{l} r_t, P = 120 \text{ kN}, r_t = 0,857(x = L/2)$$

ottenendo la linea di influenza "speciale" in kNm e kN:

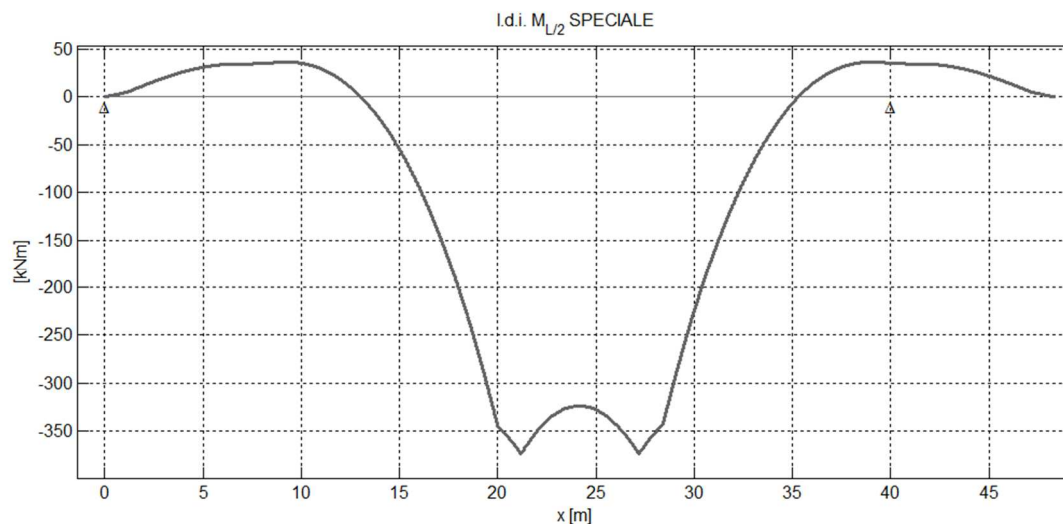


Figura 8-125 - Linea di influenza "speciale" di  $M_{L/2}$  a quattro assi [kNm], modello di carico di fatica n.3

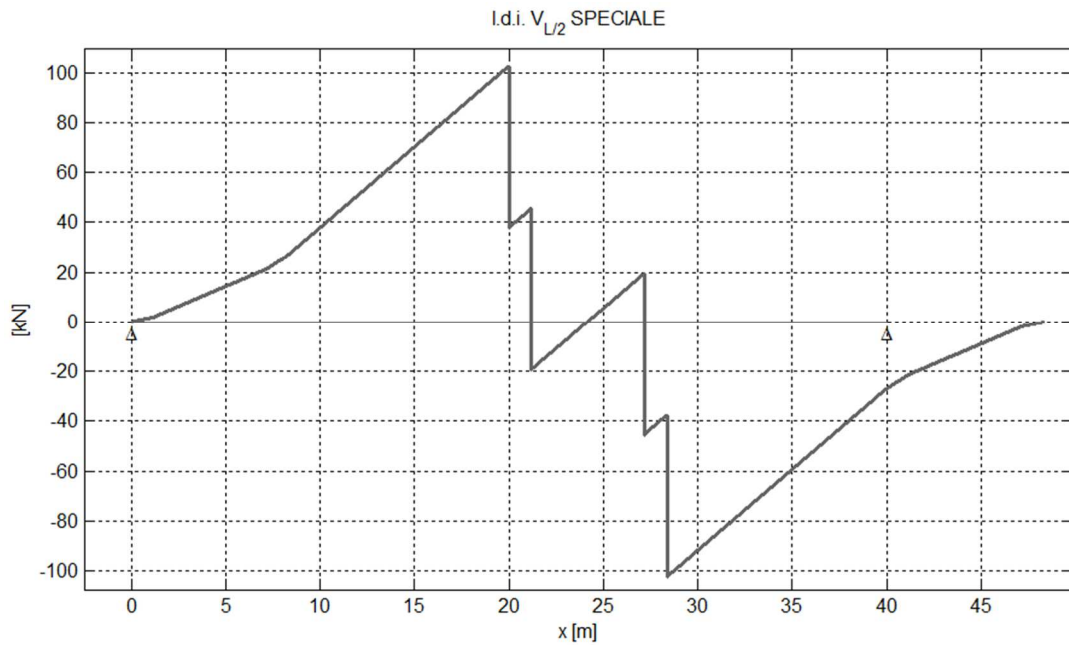


Figura 8-126 - Linea di influenza “speciale” di  $V_{L/2}$  a quattro assi [kN], modello di carico di fatica n.3

### 8.3.15. Linearizzazione

Linearizzando, dopo aver calcolato i massimi e i minimi relativi, si ha il seguente risultato:

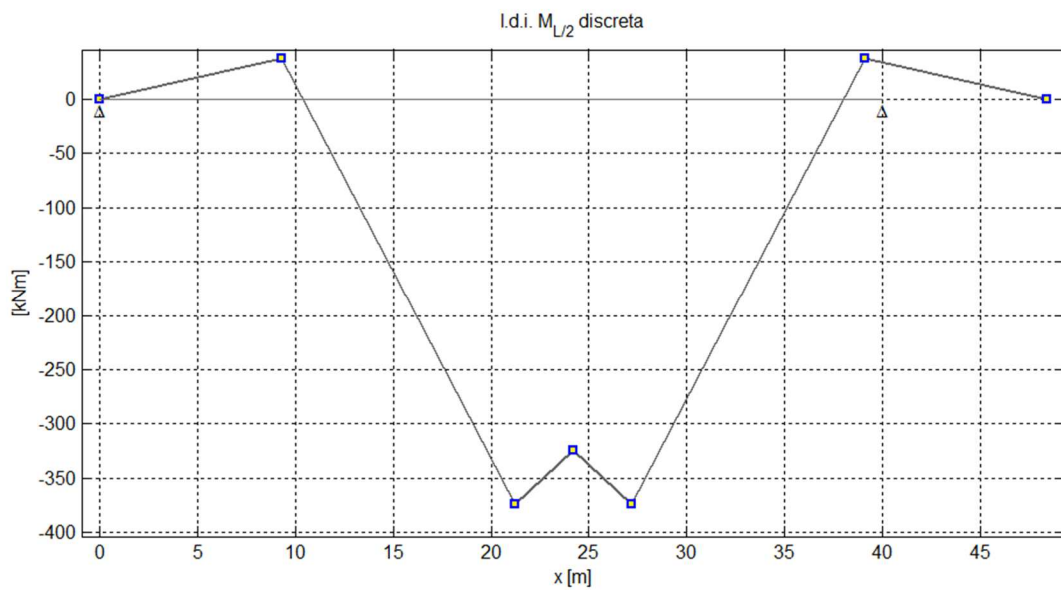


Figura 8-127 - Linea di influenza “speciale” di  $M_{L/2}$  a quattro assi [kNm] linearizzata

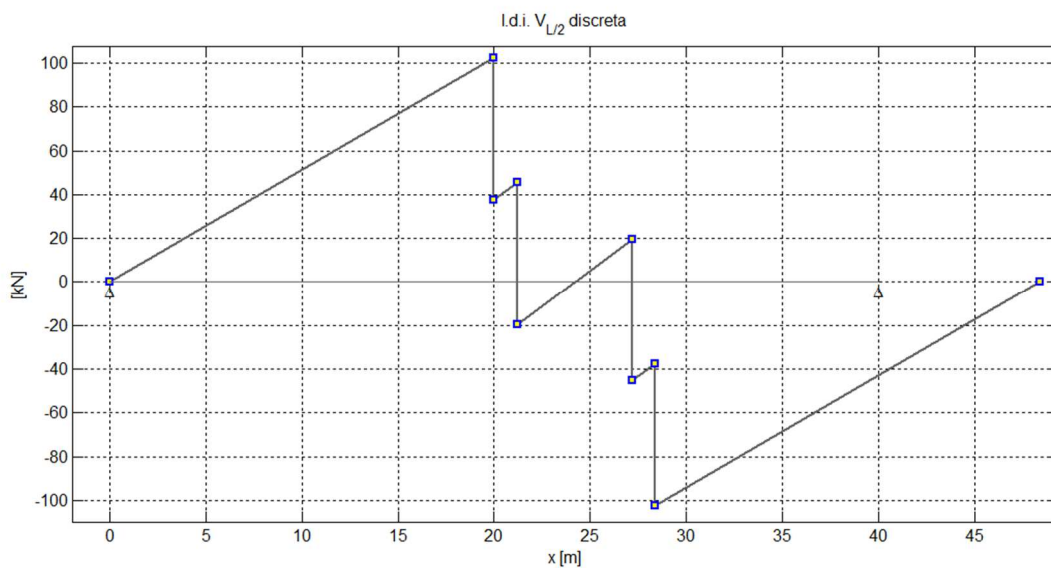


Figura 8-128 - Linea di influenza “speciale” di  $V_{L/2}$  a quattro assi [kN] linearizzata

### 8.3.16. Verifiche a danneggiamento cumulativo, sezione di mezzeria

I dettagli da verificare sono:

- Piatti metallici
- Irrigidimenti
- Saldature longitudinali

Si eseguono le verifiche per tensioni normali (flessione e sforzo normale) e per tensioni tangenziali (taglio).

I dettagli costruttivi sono quelli già mostrati per le verifiche a vita illimitata.

#### 8.3.16.1. Verifica a sforzo normale

Al fine di calcolare le variazioni di tensione ed il numero di cicli necessari per la verifica, si procede con il ricavare l'oscillogramma delle tensioni.

La linea di influenza “speciale” linearizzata non viene riordinata e si ottiene direttamente l’oscillogramma delle tensioni dividendo le ordinate per l’area della sezione in mezzeria:  $0,0648 \text{ m}^2$  (Figura 8-97).

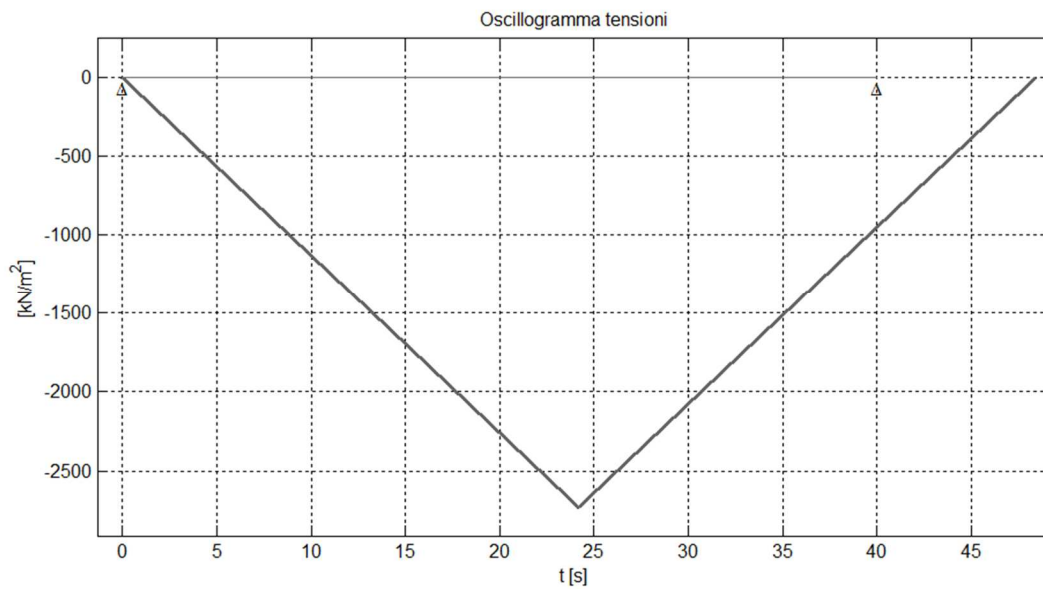


Figura 8-129 - Oscillogramma delle tensioni (N) a quattro assi

Applicando il metodo del serbatoio all’oscillogramma relativo allo sforzo normale si ottiene:

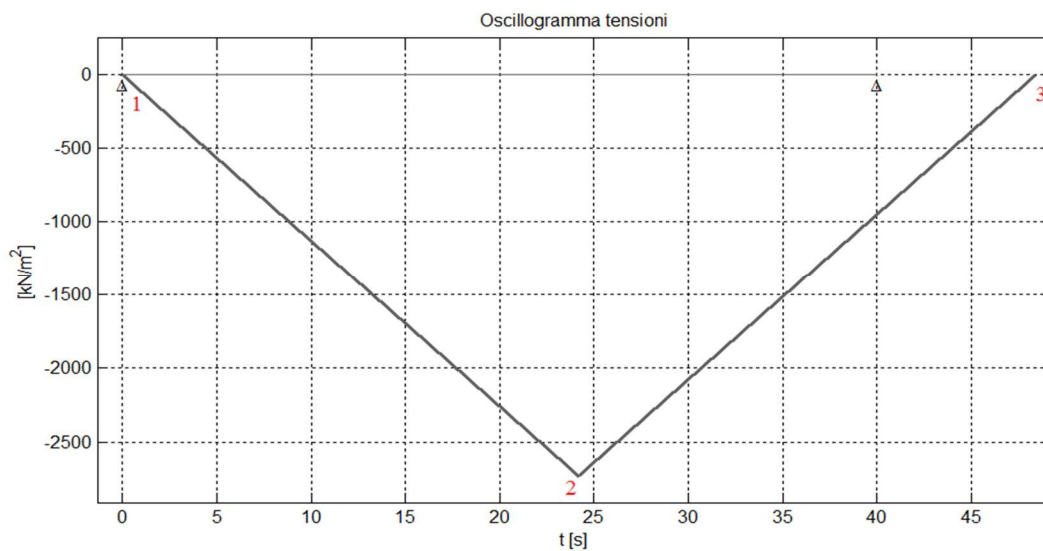


Figura 8-130 - Numerazione picchi, metodo serbatoio (N), modello di carico di fatica n.3

$\sigma_1$	0	kPa
$\sigma_2$	-2730,27	kPa
$\sigma_3$	0	kPa

Tabella 8-52 - Valori di tensione per l'oscillogramma di N

Come è evidente, il numero di cicli è pari ad 1 e la variazione di tensione corrispondente è:

<b>picco svuotato</b>	<b>stress range</b>	<b>n° cicli</b>
2	$\Delta\sigma_1 = \sigma_1 - \sigma_2$ 2,73 MPa	1

Tabella 8-53 - Metodo del serbatoio, oscillogramma di N

Assumendo i seguenti dati:

- $n_{pi} = 1$  (numero di cicli per singolo passaggio del camion)
- $V_n = 50$  anni (vita nominale dell'opera)
- $f_{annuo} = 50000$  (flusso annuo di veicoli pesanti sul ponte)

Si ha che il numero di cicli totale di ampiezza  $\Delta\sigma_1$  che l'elemento strutturale subisce nel corso della vita dell'opera è:

$$n_i = n_{pi} V_n f_{annuo} = 2500000 \text{ cicli}$$

Si procede con le verifiche sui vari dettagli costruttivi.

#### 8.3.16.1.1. Verifica dei piatti metallici

E' necessario verificare che la somma dei danni  $D_i$  provocati da ogni stress range sia inferiore a 1.

In questo caso, avendo un singolo stress range, si procede verificando che:

$$D = \frac{n_i}{N_i} < 1$$

dove  $n_i$  è il numero di cicli totale corrispondenti alla variazione di tensione  $\Delta\sigma_1$  e  $N_i$  è il numero di cicli a rottura alla stessa ampiezza.



Quest'ultimo si ricava in base ai valori dei limiti di resistenza ad ampiezza costante, della classe di resistenza del dettaglio e del limite per i calcoli di fatica:

- Se  $\Delta\sigma_i/\gamma_{Mf} \geq \Delta\sigma_D/\gamma_{Mf} \rightarrow N_i = 2 \cdot 10^6 \left( \frac{\Delta\sigma_c}{\Delta\sigma_i\gamma_{Mf}} \right)^3$
- Se  $\Delta\sigma_L/\gamma_{Mf} \leq \Delta\sigma_i < \Delta\sigma_D/\gamma_{Mf} \rightarrow N_i = 5 \cdot 10^6 \left( \frac{\Delta\sigma_D}{\Delta\sigma_i\gamma_{Mf}} \right)^5$
- Se  $\Delta\sigma_i < \Delta\sigma_L/\gamma_{Mf} \rightarrow$  non si hanno problemi di fatica (e quindi la verifica è automaticamente soddisfatta).  $N_i =$  infinito.

Inoltre, si ha:

- $\Delta\sigma_D = 0,737 \Delta\sigma_C$  (limite di fatica ad ampiezza costante)
- $\Delta\sigma_L = 0,405 \Delta\sigma_C$  (limite per i calcoli di fatica)

$\Delta\sigma_C$	140	MPa
$\Delta\sigma_D$	103,18	MPa
$\Delta\sigma_L$	56,7	MPa
$\Delta\sigma_C/\gamma_{Mf}$	121,74	MPa
$\Delta\sigma_D/\gamma_{Mf}$	103,18	MPa
$\Delta\sigma_L/\gamma_{Mf}$	56,7	MPa
$\Delta\sigma_1$	2,73	MPa
N1 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_1$ )	Infinito	cicli

VERIFICATO

Tabella 8-54 - Verifica a danneggiamento piatti metallici, sforzo normale

#### 8.3.16.1.2. Verifica degli irrigidimenti

La resistenza a fatica è pari a 80 MPa. In tabella i risultati:

$\Delta\sigma_C$	80	MPa
$\Delta\sigma_D$	58,96	MPa
$\Delta\sigma_L$	32,4	MPa
$\Delta\sigma_C/\gamma_{Mf}$	69,57	MPa
$\Delta\sigma_D/\gamma_{Mf}$	51,27	MPa
$\Delta\sigma_L/\gamma_{Mf}$	28,17	MPa
$\Delta\sigma_1$	2,73	MPa
N1 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_1$ )	Infinito	cicli

VERIFICATO

Tabella 8-55 - Verifica a danneggiamento irrigidimenti, sforzo normale

La verifica è ampiamente soddisfatta.

### 8.3.16.1.3. Verifica delle saldature longitudinali

Essendo le saldature a piena penetrazione, esse non andrebbero verificate; dunque, la tensione viene calcolata sui piatti metallici, cioè sempre dividendo per l'area della sezione.

$\Delta\sigma_c$	100	MPa
$\Delta\sigma_D$	73,7	MPa
$\Delta\sigma_L$	40,5	MPa
$\Delta\sigma_c/\gamma_{Mf}$	86,96	MPa
$\Delta\sigma_D/\gamma_{Mf}$	64,09	MPa
$\Delta\sigma_L/\gamma_{Mf}$	35,22	MPa
$\Delta\sigma_1$	2,73	MPa
N1 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_1$ )	Illimitato	cicli

VERIFICATO

Tabella 8-56 - Verifica a danneggiamento saldature, sforzo normale

### 8.3.16.2. Verifica a flessione

La linea di influenza in kNm linearizzata è stata riordinata in modo da avere agli estremi i picchi di massimo assoluto:

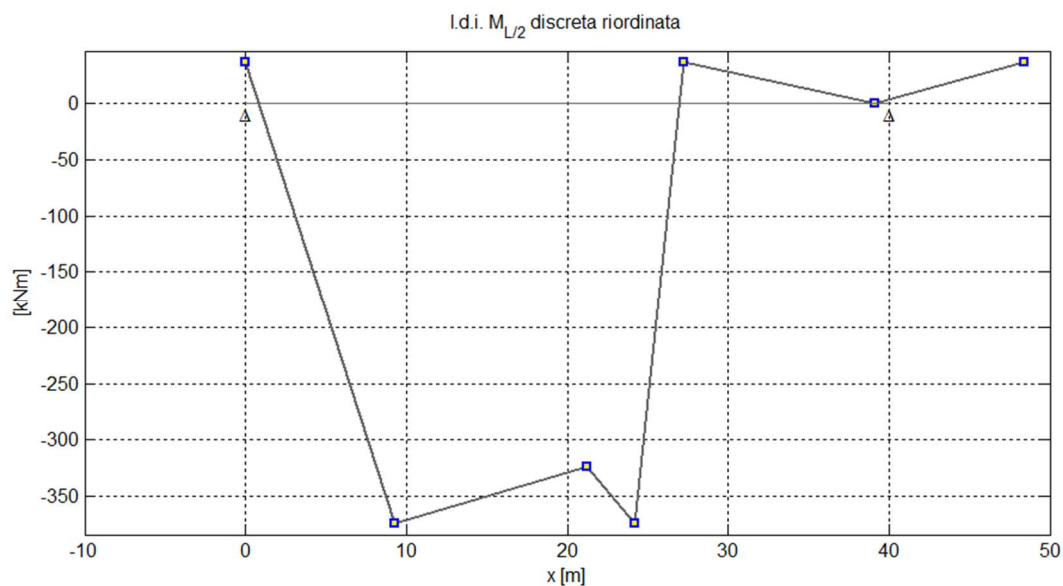


Figura 8-131 - Linea di influenza "speciale" di  $M_{L/2}$  a quattro assi in kNm, riordinata

Le ordinate poi sono state divise per il modulo di resistenza utilizzato già per la verifica a vita illimitata:

$$W = 0,03 \text{ m}^4$$

Si ottiene l'oscillogramma delle tensioni ipotizzando velocità di transito costante:

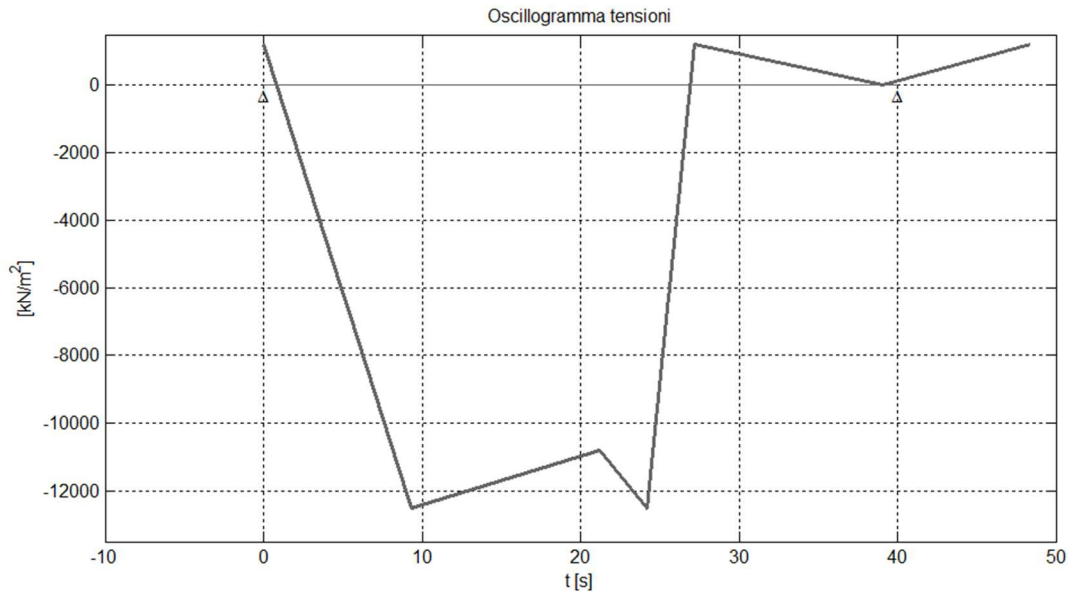


Figura 8-132 - Oscillogramma delle tensioni ( $M_{L/2}$ ) a quattro assi

Si applica il metodo del serbatoio:

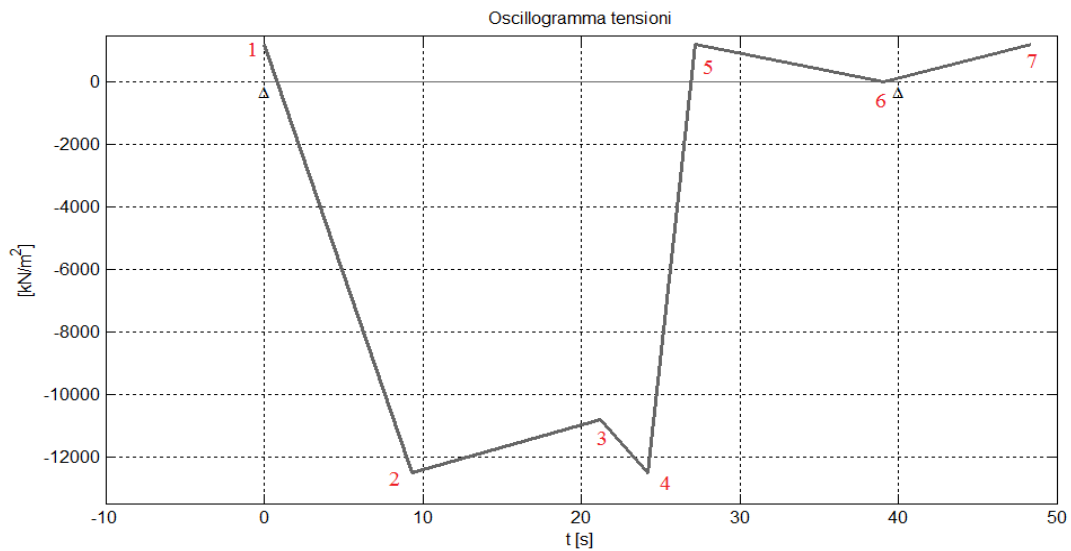


Figura 8-133 - Numerazione dei picchi, metodo serbatoio, oscillogramma tensioni ( $M$ )

Si procede calcolando le differenze di tensione che si generano ‘svuotando il serbatoio pieno d’acqua’; I valori di tensione dei picchi sono i seguenti:

$\sigma_1$	1230,95	kPa
$\sigma_2$	-12473,28	kPa
$\sigma_3$	-10791,33	kPa
$\sigma_4$	-12473,28	kPa
$\sigma_5$	1230,95	kPa
$\sigma_6$	0	kPa
$\sigma_7$	1230,95	kPa

Tabella 8-57 - Valori di tensione dei picchi dell'oscillogramma ( $M_{L/2}$ )

E le variazioni di tensione:

picco svuotato	stress range			n° cicli
2	$\Delta\sigma_1 = \sigma_1 - \sigma_2$	13,70	MPa	1
4	$\Delta\sigma_2 = \sigma_3 - \sigma_4$	1,68	MPa	1
6	$\Delta\sigma_3 = \sigma_5 - \sigma_6$	1,23	MPa	1
	<b>TOT CICLI</b>			<b>3</b>

Tabella 8-58 - Variazioni di tensione, metodo del serbatoio

Utilizzando il modello di carico di fatica n.3, il calcolo del numero di cicli totale relativamente ad una variazione di tensione  $\Delta\sigma_i$  durante la vita della struttura è il seguente:

$$n_i = n_{pi} V_n f_{annuo}$$

dove:

- $n_{p1} = n_{p2} = 1$  (numero di cicli per singolo passaggio del camion)
- $V_n = 50$  anni (vita nominale dell’opera)
- $f_{annuo} = 50000$  (flusso annuo di veicoli pesanti sul ponte)

Quindi per lo stress range  $\Delta\sigma_1$ :

$$n_1 = n_{p1} V_n f_{annuo} = 1 \cdot 50 \cdot 50000 = 2500000 \text{ cicli}$$

Lo stesso vale per il secondo stress range:

$$n_2 = n_{p2} V_n f_{annuo} = 1 \cdot 50 \cdot 50000 = 2500000 \text{ cicli}$$

E' possibile costruire un istogramma delle tensioni corrispondente al singolo passaggio del veicolo:

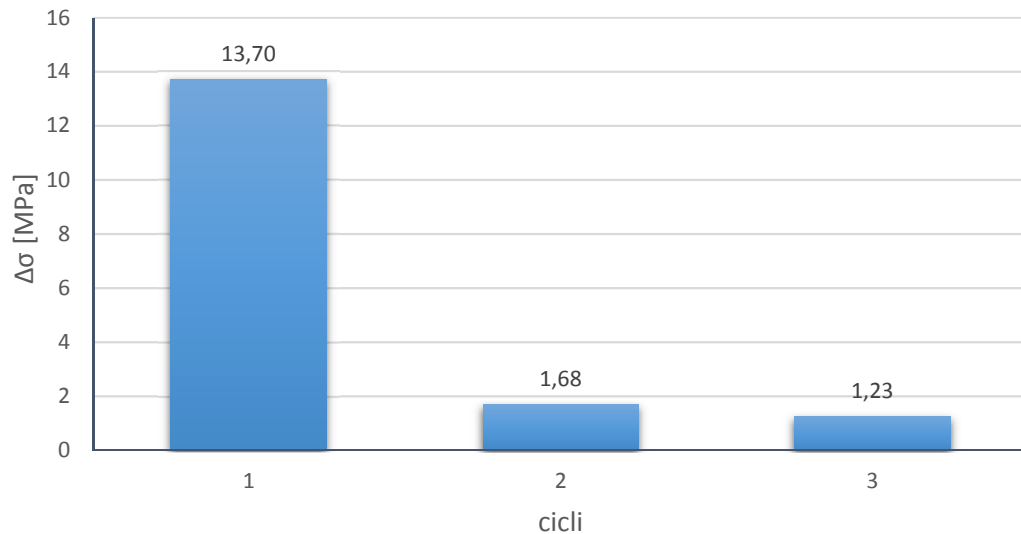


Figura 8-134 - Istogramma delle tensioni, 1 passaggio

Si procede con le verifiche sui vari dettagli costruttivi.

#### 8.3.16.2.1. Verifica dei piatti metallici

Valgono i criteri esposti in precedenza:

- Se  $\Delta\sigma_i \geq \Delta\sigma_D/\gamma_{Mf} \rightarrow N_i = 2 \cdot 10^6 \left( \frac{\Delta\sigma_c}{\Delta\sigma_i \gamma_{Mf}} \right)^3$
- Se  $\Delta\sigma_L/\gamma_{Mf} \leq \Delta\sigma_i < \Delta\sigma_D/\gamma_{Mf} \rightarrow N_i = 5 \cdot 10^6 \left( \frac{\Delta\sigma_D}{\Delta\sigma_i \gamma_{Mf}} \right)^5$
- Se  $\Delta\sigma_i < \Delta\sigma_L/\gamma_{Mf} \rightarrow$  non si hanno problemi di fatica (e quindi la verifica è automaticamente soddisfatta).  $N_i =$  infinito.

Inoltre, si ha:

- $\Delta\sigma_D = 0,737 \Delta\sigma_C$  (limite di fatica ad ampiezza costante)
- $\Delta\sigma_L = 0,405 \Delta\sigma_C$  (limite per i calcoli di fatica)

$\Delta\sigma_c$	140	MPa
$\Delta\sigma_D$	103,18	MPa
$\Delta\sigma_L$	56,7	MPa
$\Delta\sigma_c/\gamma_{Mf}$	121,74	MPa
$\Delta\sigma_D/\gamma_{Mf}$	89,72	MPa
$\Delta\sigma_L/\gamma_{Mf}$	49,3	MPa
$\Delta\sigma_1$	13,7	MPa
N1 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_1$ )	Infinito	cicli
$\Delta\sigma_2$	1,68	MPa
N2 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_2$ )	Infinito	cicli
$\Delta\sigma_3$	1,23	MPa
N3 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_3$ )	Infinito	cicli

VERIFICATO

Tabella 8-59 - Verifica a danneggiamento piatti metallici, flessione

### 8.3.16.2.2. Verifica degli irrigidimenti

$\Delta\sigma_c$	80	MPa
$\Delta\sigma_D$	58,96	MPa
$\Delta\sigma_L$	32,4	MPa
$\Delta\sigma_c/\gamma_{Mf}$	69,57	MPa
$\Delta\sigma_D/\gamma_{Mf}$	51,27	MPa
$\Delta\sigma_L/\gamma_{Mf}$	28,17	MPa
$\Delta\sigma_1$	13,7	MPa
N1 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_1$ )	Infinito	cicli
$\Delta\sigma_2$	1,68	MPa
N2 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_2$ )	Infinito	cicli
$\Delta\sigma_3$	1,23	MPa
N3 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_3$ )	Infinito	cicli

VERIFICATO

Tabella 8-60 - Verifica a danneggiamento irrigidimenti, flessione

### 8.3.16.2.3. Verifica delle saldature longitudinali

Per quanto riguarda le saldature, non si effettua una verifica propriamente su di esse poiché sono a completa penetrazione; si calcola invece la tensione relativamente alla fibra in cui sono situate:

$$W_{\text{saldature}} = \frac{J}{\left(\frac{h}{2} - t_{\text{ala}}\right)} = 0,031\text{m}^3$$

dove J è il momento d'inerzia baricentrico della sezione a cassone: 0,0224 m<sup>4</sup>, h è pari a 1,5m e t<sub>ala</sub> è lo spessore dei piatti orizzontali: 25 mm.

Dividendo quindi questa volta il momento per tale valore di modulo di resistenza, si ricava l'oscillogramma opportuno che fornisce gli stress ranges riportati nella seguente tabella riassuntiva della verifica:

$\Delta\sigma_c$	100	MPa
$\Delta\sigma_D$	73,7	MPa
$\Delta\sigma_L$	40,5	MPa
$\Delta\sigma_c/\gamma_{Mf}$	86,96	MPa
$\Delta\sigma_D/\gamma_{Mf}$	64,09	MPa
$\Delta\sigma_L/\gamma_{Mf}$	35,22	MPa
$\Delta\sigma_1$	13,26	MPa
N1 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_1$ )	Infinito	cicli
$\Delta\sigma_2$	1,63	MPa
N2 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_2$ )	Infinito	cicli
$\Delta\sigma_3$	1,19	MPa
N3 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_3$ )	Infinito	cicli

VERIFICATO

*Tabella 8-61 - Verifica a danneggiamento saldature longitudinali, flessione*

### 8.3.16.3. Verifica N+M

Si vuole effettuare anche una verifica che tenga in conto il fatto che la trave lavora sia a flessione (collaborando con l'arco all'assorbimento del carico esterno) che a trazione (costituendo la catena per il sistema ad arco).

Tali sollecitazioni agiscono in contemporanea e si vuole valutare l'entità dell'aumento della tensione sull'elemento strutturale rispetto alla tensione presente se si considerano le due sollecitazioni agenti separatamente.

Nei due paragrafi precedenti sono state quantificate le tensioni separatamente; ora si valuta l'effetto complessivo combinato.

A tal fine, è necessario sommare gli effetti a partire dagli oscillogrammi delle tensioni; infatti, non è sufficiente unire gli istogrammi, in quanto non si terrebbe in conto della somma degli effetti, ma si eseguirebbe una semplice sovrapposizione.

Dunque, partendo dagli oscillogrammi dello sforzo normale e del momento flettente (Figura 8-129 Figura 8-132), ne sono state sommate le ordinate nei punti di picco, ottenendo il seguente risultato:

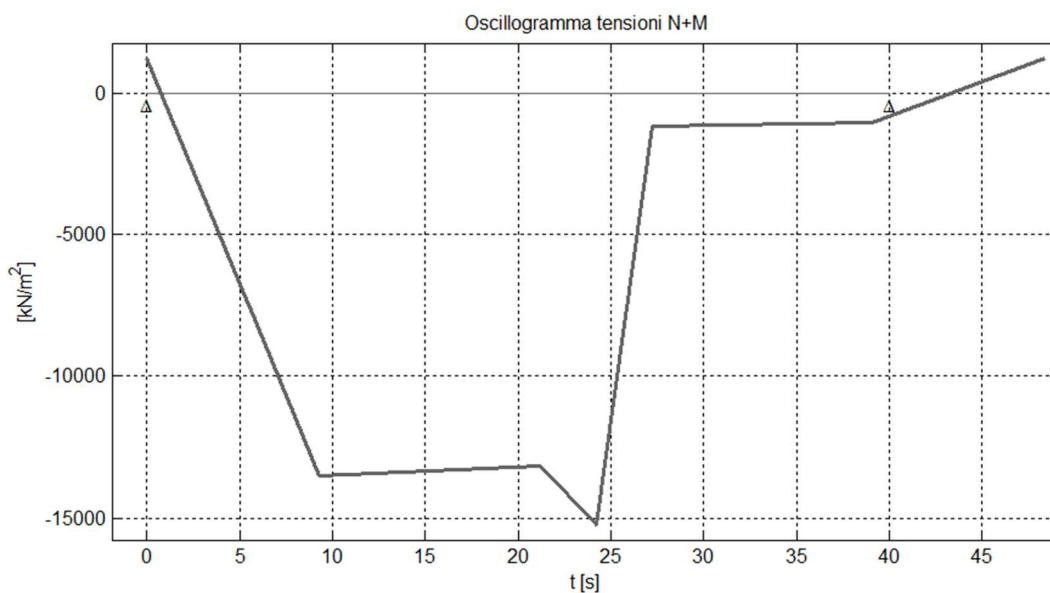


Figura 8-135 - Oscillogramma somma (N+M), modello di carico di fatica n.3, sezione L/2

Numerando i picchi e applicando il metodo del serbatoio, si ottengono i seguenti risultati:



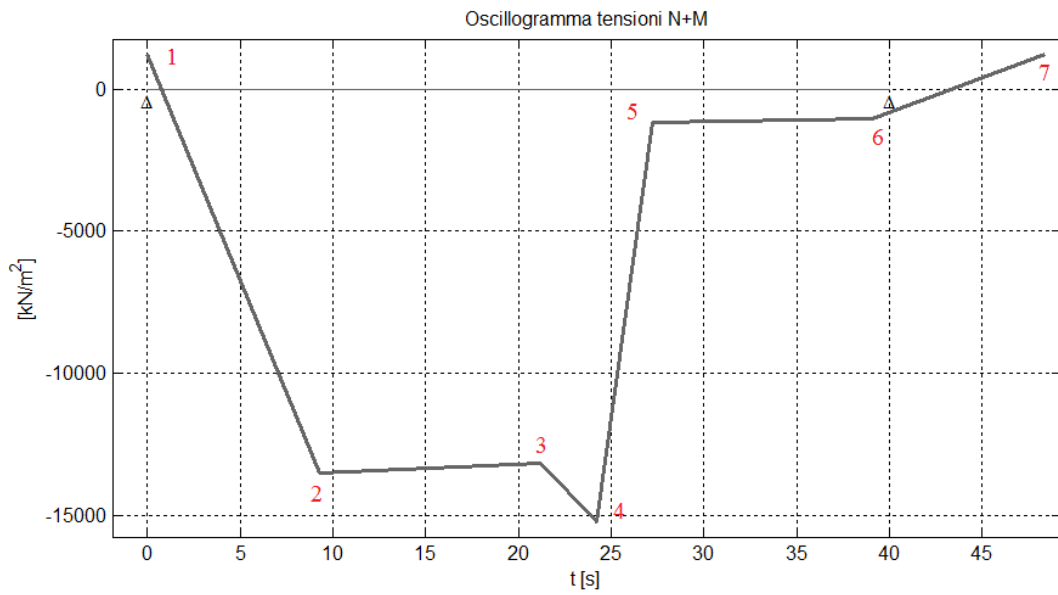


Figura 8-136 - Oscillogramma somma (N+M), numerazione dei picchi

$\sigma_1$	1230,95	kPa
$\sigma_2$	-13521,4	kPa
$\sigma_3$	-13184,26	kPa
$\sigma_4$	-15202,43	kPa
$\sigma_5$	-1159,73	kPa
$\sigma_6$	-1048,11	kPa
$\sigma_7$	1230,95	kPa

Tabella 8-62 - Valori di tensione dei picchi dell'oscillogramma (N+M<sub>L2</sub>)

picco svuotato	stress range		n° cicli
4	$\Delta\sigma_1 = \sigma_1 - \sigma_4$	16,43 MPa	1
2	$\Delta\sigma_2 = \sigma_3 - \sigma_2$	0,34 MPa	1
<b>TOT CICLI</b>			<b>2</b>

Tabella 8-63 - Variazioni di tensione, metodo del serbatoio

L'istogramma relativo è il seguente:

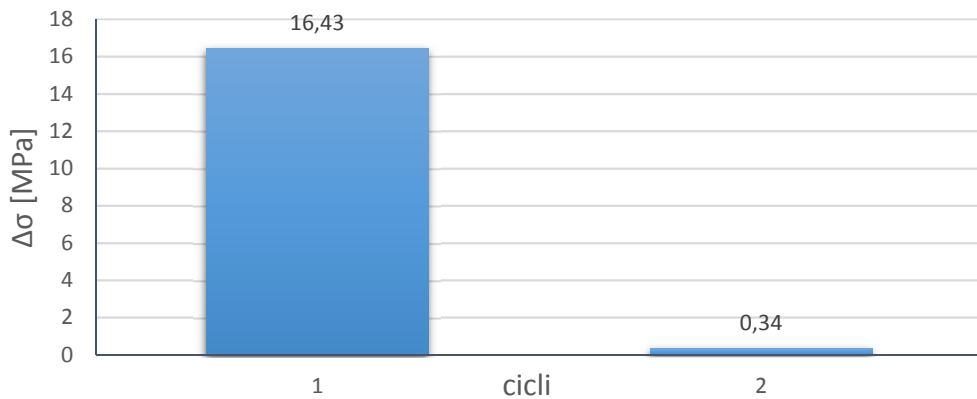


Figura 8-137 - Istogramma delle tensioni (N+M), 1 passaggio del veicolo

Si hanno quindi due cicli corrispondenti a due diversi stress ranges.

- $n_{p1} = n_{p2} = 1$
- $n_i = n_{pi} V_n f_{\text{annuo}} = 2500000$  cicli

avendo una vita nominale di 50 anni e un flusso medio annuo di veicoli pesanti pari a 50000.

Il numero di cicli a rottura è:

- Se  $\Delta\sigma_i \geq \Delta\sigma_D/\gamma_{Mf} \rightarrow N_i = 2 \cdot 10^6 \left( \frac{\Delta\sigma_c}{\Delta\sigma_i \gamma_{Mf}} \right)^3$
- Se  $\Delta\sigma_L/\gamma_{Mf} \leq \Delta\sigma_i < \Delta\sigma_D/\gamma_{Mf} \rightarrow N_i = 5 \cdot 10^6 \left( \frac{\Delta\sigma_D}{\Delta\sigma_i \gamma_{Mf}} \right)^5$
- Se  $\Delta\sigma_i < \Delta\sigma_L/\gamma_{Mf} \rightarrow$  non si hanno problemi di fatica (e quindi la verifica è automaticamente soddisfatta).  $N_i = \text{infinito}$ .

Si nota che, rispetto all'oscillogramma originale del momento flettente, le ordinate centrali si sono abbassate mentre i due valori di estremità sono rimasti uguali; come conseguenza si ha un aumento degli stress ranges, anche se modesto.

### 8.3.16.3.1. Verifica dei piatti metallici

$\Delta\sigma_c$	140	MPa
$\Delta\sigma_D$	103,18	MPa
$\Delta\sigma_L$	56,7	MPa
$\Delta\sigma_c/\gamma_{Mf}$	121,74	MPa
$\Delta\sigma_D/\gamma_{Mf}$	89,72	MPa
$\Delta\sigma_L/\gamma_{Mf}$	49,3	MPa
$\Delta\sigma_1$	16,43	MPa
N1 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_1$ )	Infinito	cicli
$\Delta\sigma_2$	0,34	MPa
N2 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_2$ )	Infinito	cicli

VERIFICATO

Tabella 8-64 - Verifica a danneggiamento N+M, piatti metallici

La verifica rimane comunque ampiamente soddisfatta; infatti, gli stress ranges sollecitanti rimangono totalmente al di sotto del limite per i calcoli di fatica. Questo a significare che anche sotto la combinazione di sforzo normale e momento flettente, l'elemento strutturale risponde bene a fatica.

### 8.3.16.3.2. Verifica degli irrigidimenti

$\Delta\sigma_c$	80	MPa
$\Delta\sigma_D$	58,96	MPa
$\Delta\sigma_L$	32,4	MPa
$\Delta\sigma_c/\gamma_{Mf}$	69,57	MPa
$\Delta\sigma_D/\gamma_{Mf}$	51,27	MPa
$\Delta\sigma_L/\gamma_{Mf}$	32,4	MPa
$\Delta\sigma_1$	16,43	MPa
N1 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_1$ )	Infinito	cicli
$\Delta\sigma_2$	0,34	MPa
N2 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_2$ )	Infinito	cicli

VERIFICATO

Tabella 8-65 - Verifica a danneggiamento N+M, irrigidimenti

Anche questa verifica è ampiamente soddisfatta. Si nota che, per le verifiche sugli irrigidimenti, non è stata considerata la sezione piena della trave a favore di sicurezza.

### 8.3.16.3.3. Verifica delle saldature longitudinali

Per tale verifica è stato utilizzato un modulo di resistenza relativo alle fibre in cui si trovano le saldature: 0,031 m<sup>3</sup>.

Di conseguenza, l'oscillogramma delle tensioni somma è leggermente differente poiché cambiano le ordinate dell'oscillogramma relativo al solo momento flettente.

$\Delta\sigma_c$	100	MPa
$\Delta\sigma_D$	73,7	MPa
$\Delta\sigma_L$	40,5	MPa
$\Delta\sigma_c/\gamma_{Mf}$	86,96	MPa
$\Delta\sigma_D/\gamma_{Mf}$	64,09	MPa
$\Delta\sigma_L/\gamma_{Mf}$	35,22	MPa
$\Delta\sigma_1$	16	MPa
N1 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_1$ )	Infinito	cicli
$\Delta\sigma_2$	0,28	MPa
N2 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_2$ )	Infinito	cicli

VERIFICATO

*Tabella 8-66 - Verifica a danneggiamento (N+M), saldature longitudinali*

La verifica è ampiamente soddisfatta.

Si può concludere quindi che la presenza contemporanea di sforzo normale e flessione non aggrava più di tanto il livello tensionale e lo stato di 'forma' del ponte nei confronti della fatica.

### 8.3.16.4. Verifica a taglio

Per applicare il metodo del serbatoio, la linea di influenza “speciale” del taglio linearizzata in [kN] è stata riorganizzata nel seguente modo:

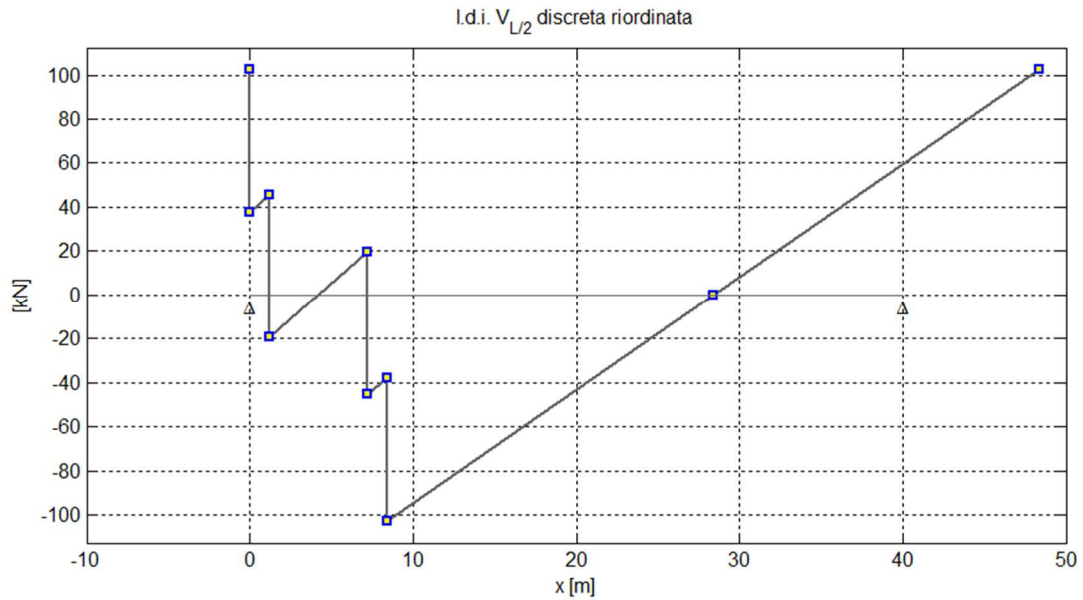


Figura 8-138 - Linea di influenza “speciale” a quattro assi di  $V_{L/2}$  linearizzata, riordinata

In seguito, le ordinate sono state divise per l’area di taglio della sezione in mezzzeria della trave, cioè l’area delle due anime; essa risulta pari a:

$$A_{\text{taglio}} = 0,0348 \text{ m}^2$$

Si è ottenuto così l’oscillogramma delle tensioni:

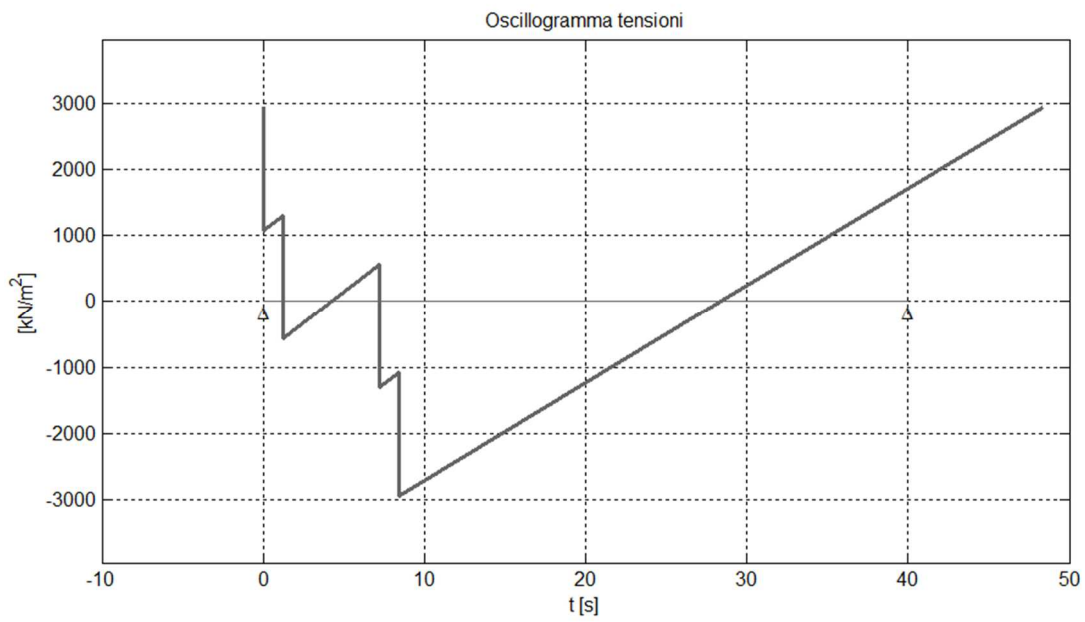


Figura 8-139 - Oscillogramma delle tensioni ( $V_{L/2}$ ), modello di carico di fatica n.3

Tramite il metodo del serbatoio sono state ricavate le variazioni di tensione e i relativi cicli corrispondenti a un singolo passaggio del veicolo:

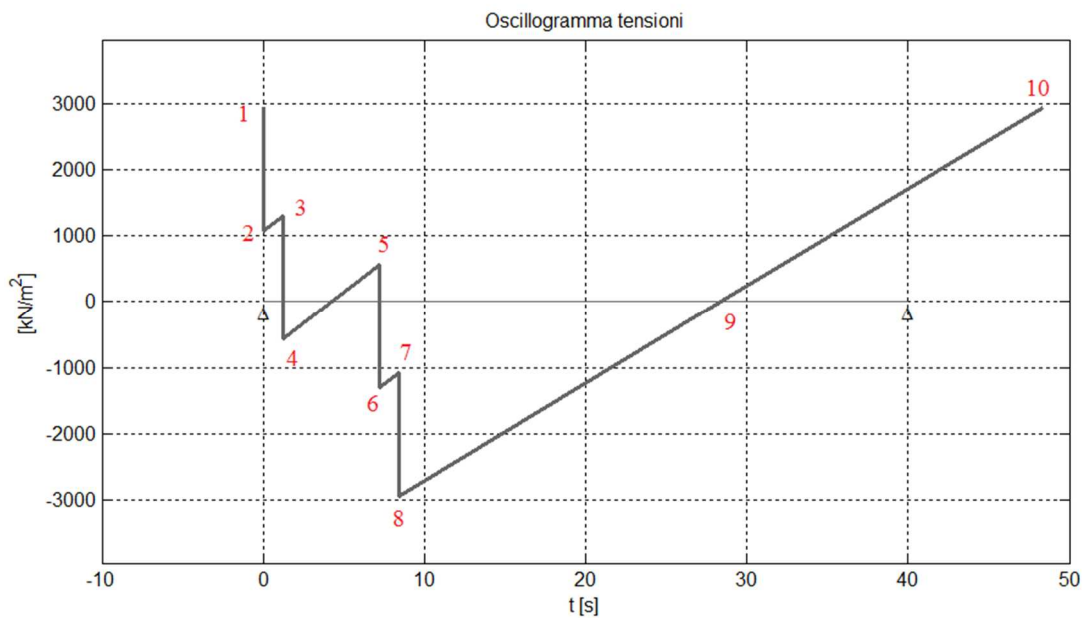


Figura 8-140 - Numerazione picchi, metodo del serbatoio

$\tau_1$	2943,01	kPa
$\tau_2$	1081,03	kPa
$\tau_3$	1304,69	kPa
$\tau_4$	-559,15	kPa
$\tau_5$	559,15	kPa
$\tau_6$	-1304,69	kPa
$\tau_7$	-1081,03	kPa
$\tau_8$	-2944,87	kPa
$\tau_9$	0	kPa
$\tau_{10}$	2943,01	kPa

Tabella 8-67 - Valori di tensione dei picchi dell'oscillogramma

Il calcolo delle differenze fra i picchi 'svuotando' il serbatoio dal minimo assoluto a crescere, fornisce il seguente risultato:

Picco svuotato	Stress range	n° cicli
8	$\Delta\tau_1 = \tau_1 - \tau_8$ 5887,88 kPa	1
6	$\Delta\tau_2 = \tau_7 - \tau_6$ 223,66 kPa	1
4	$\Delta\tau_3 = \tau_5 - \tau_4$ 1118,3 kPa	1
2	$\Delta\tau_4 = \tau_3 - \tau_2$ 223,66 kPa	1
	<b>TOT CICLI</b>	<b>4</b>

Tabella 8-68 - Stress ranges, oscillogramma delle tensioni tangenziali

Dunque, si ha:

- $n_{p1} = 1 \rightarrow \Delta\tau_1 = 5887,88 \text{ kPa}$
- $n_{p2} = 1 \rightarrow \Delta\tau_2 = 1118,3 \text{ kPa}$
- $n_{p3} = 2 \rightarrow \Delta\tau_3 = 223,66 \text{ kPa}$

Essendo sempre  $V_n = 50$  anni e  $f_{\text{annuo}} = 50000$ , si ricava il numero di cicli totale per ogni variazione di tensione:

$$n_1 = n_{p1} V_n f_{\text{annuo}} = 1 \cdot 50 \cdot 50000 = 2500000 \text{ cicli}$$

$$n_2 = n_{p2} V_n f_{\text{annuo}} = 1 \cdot 50 \cdot 50000 = 2500000 \text{ cicli}$$

$$n_3 = n_{p3} V_n f_{\text{annuo}} = 2 \cdot 50 \cdot 50000 = 5000000 \text{ cicli}$$

L'istogramma delle tensioni relativo al metodo del serbatoio applicato all'oscillogramma è il seguente:

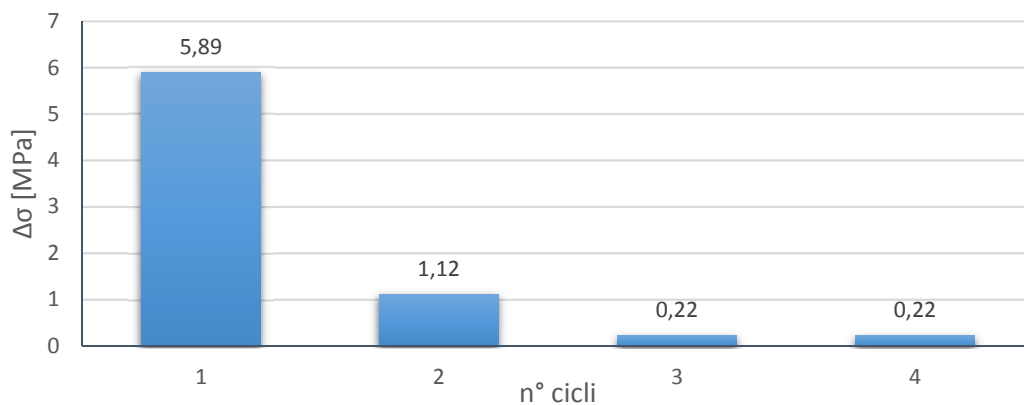


Figura 8-141 - Istogramma delle tensioni, 1 passaggio

Si procede ora alla verifica dei singoli dettagli.

#### 8.3.16.4.1. Verifica dei piatti metallici

Valgono i criteri esposti in precedenza:

- Se  $\Delta\tau_i \geq \Delta\tau_L/\gamma_{Mf} \rightarrow N_i = 2 \cdot 10^6 \left( \frac{\Delta\tau_c}{\Delta\tau_i \gamma_{Mf}} \right)^5$
- Se  $\Delta\tau_i < \Delta\tau_L/\gamma_{Mf} \rightarrow$  non si hanno problemi di fatica (e quindi la verifica è automaticamente soddisfatta).  $N_i =$  infinito.

Inoltre, si ha:

- $\Delta\tau_L = 0,457 \Delta\tau_C$  (limite di fatica ad ampiezza costante)

$\Delta\tau_c$	100	MPa
$\Delta\tau_L$	45,7	MPa
$\Delta\tau_c/\gamma_{Mf}$	86,96	MPa
$\Delta\tau_L/\gamma_{Mf}$	39,74	MPa
$\Delta\tau_1$	5,89	MPa
N1 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_1$ )	Infinito	cicli
$\Delta\tau_2$	1,12	MPa
N2 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_2$ )	Infinito	cicli
$\Delta\tau_3$	0,22	MPa
N3 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_3$ )	Infinito	cicli

VERIFICATO

Tabella 8-69 - Verifica a danneggiamento piatti metallici, taglio



#### 8.3.16.4.2. Verifica degli irrigidimenti

$\Delta\tau_c$	80	MPa
$\Delta\tau_L$	36,56	MPa
$\Delta\tau_c/\gamma_{Mf}$	69,57	MPa
$\Delta\tau_L/\gamma_{Mf}$	31,79	MPa
$\Delta\tau_1$	5,89	MPa
N1 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_1$ )	Infinito	cicli
$\Delta\tau_2$	1,12	MPa
N2 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_2$ )	Infinito	cicli
$\Delta\tau_3$	0,22	MPa
N3 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_3$ )	Infinito	cicli

VERIFICATO

Tabella 8-70 - Verifica a danneggiamento irrigidimenti, taglio

La verifica è soddisfatta con un gran livello di sicurezza.

#### 8.3.16.4.3. Verifica delle saldature longitudinali

$\Delta\tau_c$	80	MPa
$\Delta\tau_L$	36,56	MPa
$\Delta\tau_c/\gamma_{Mf}$	69,57	MPa
$\Delta\tau_L/\gamma_{Mf}$	31,79	MPa
$\Delta\tau_1$	5,89	MPa
N1 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_1$ )	Infinito	cicli
$\Delta\tau_2$	1,12	MPa
N2 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_2$ )	Infinito	cicli
$\Delta\tau_3$	0,22	MPa
N3 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_3$ )	Infinito	cicli

VERIFICATO

Tabella 8-71 - Verifica a danneggiamento saldature longitudinali, taglio

Anche in questo caso la verifica è ampiamente soddisfatta.

### 8.3.17. Linea di influenza tradizionale di $M_{x=6m}$ e di $V_{x=6m}$ , calcolo manuale, trave Langer

Al fine di effettuare le verifiche delle saldature di testa, è necessario valutare la linea di influenza a  $x = 6m$  in quanto in questo punto sono giunti i conci 1 e 2 (e simmetricamente 4 e 5) delle travi. Si è voluta condurre la verifica anche in questa sezione poiché i piatti delle travi si rastremano e quindi si ha una diversa resistenza a fatica rispetto alla sezione di 16m. Si riporta di nuovo il dettaglio per chiarezza:

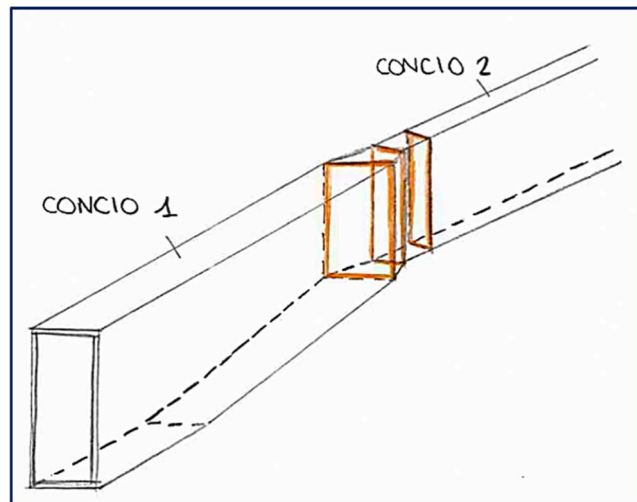


Figura 8-142 - Schema del dettaglio di unione fra i conci 1-2 e 4-5

Considerando fissa l'ascissa  $x_s$  in cui si vuole ricavare la linea di influenza, le equazioni che forniscono il momento flettente e il taglio in tale sezione al variare della posizione del carico  $x_p$  sono le seguenti:

$$M_{t,s}(x_p) = m_{v,s}(x_p) - H_{\text{eff}}(x_p)y(x_s)$$

$$V_{t,s}(x_p) = v_{v,s}(x_p) - H_{\text{eff}}(x_p)y'(x_s) = v_{v,s}(x_p) - H_{\text{eff}}(x_p)\text{tg}\alpha(x_s)$$

dove  $m_v$  e  $v_v$  sono il momento e il taglio riferiti alla trave equivalente, cioè di pari luce.

Fissando la sezione ad  $x = 6m$ , si ha:

- $x_s = 6 \text{ m}$
- $x'_s = l - x_s = 34 \text{ m}$
- $y(x_s) = 5,1 \text{ m}$

- $y'(x_s) = 0,7$

Procedendo col metodo diretto come fatto nel §8.3.5, si ha che:

- Per  $x_p < x_s$

$$m_{v,s}(x_p), s_x = R_b x'_s$$

$$v_{v,s}(x_p), s_x = -R_b = -\frac{x_p}{l}$$

- Per  $x_p > x_s$

$$m_{v,s}(x_p), dx = R_a x_s$$

$$v_{v,s}(x_p), dx = R_a = \frac{l - x_p}{l}$$

Quindi, in conclusione:

$$M_s(x_p), s_x = m_{v,s}(x_p), s_x - H_{eff}(x_p)y(x_s) \rightarrow \text{per } x_p \text{ da } 0\text{m a } 6\text{m}$$

$$M_s(x_p), dx = m_{v,s}(x_p), dx - H_{eff}(x_p)y(x_s) \rightarrow \text{per } x_p \text{ da } 6\text{m a } 40\text{m}$$

$$V_s(x_p), s_x = v_{v,s}(x_p), s_x - H_{eff}(x_p)y'(x_s) \rightarrow \text{per } x_p \text{ da } 0\text{m a } 6\text{m}$$

$$V_s(x_p), dx = v_{v,s}(x_p), dx - H_{eff}(x_p)y'(x_s) \rightarrow \text{per } x_p \text{ da } 6\text{m a } 40\text{m}$$

Implementando le formule in un foglio di calcolo fissando la sezione  $x_s$  a 6m e imponendo un passo di 1m, si ottiene:

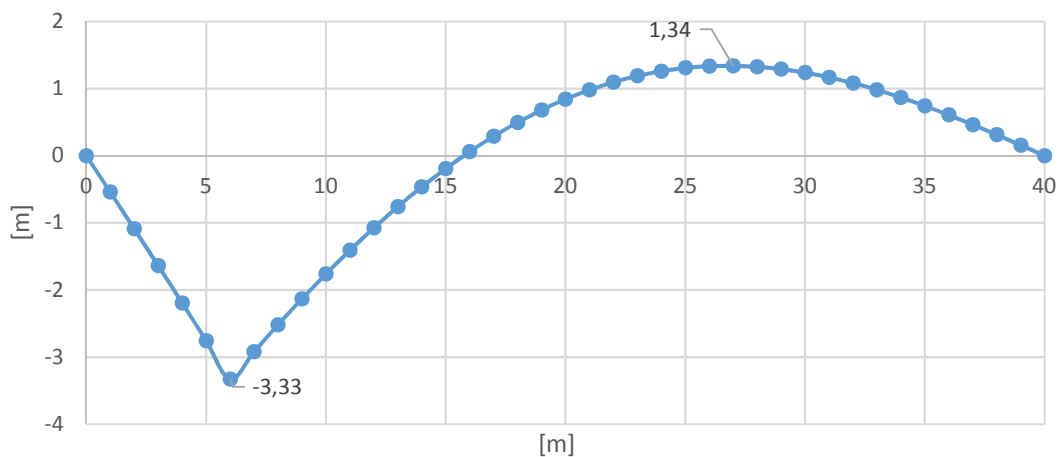


Figura 8-143 - Linea di influenza tradizionale di  $M_{x=6m}$ , calcolo manuale, trave Langer

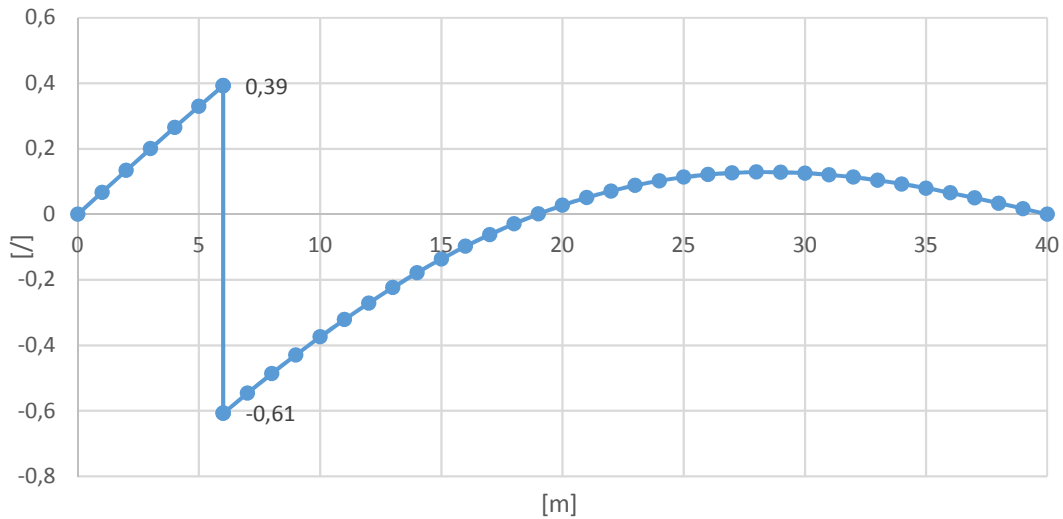


Figura 8-144 - Linea di influenza tradizionale di  $V_{x=6m}$ , calcolo manuale, trave Langer

**8.3.18. Linea di influenza tradizionale di  $M_{x=6m}$  e di  $V_{x=6m}$ , calcolo automatico, ponte reale**

La linea di influenza del momento a  $x = 6m$  ricavata dal software è la seguente:

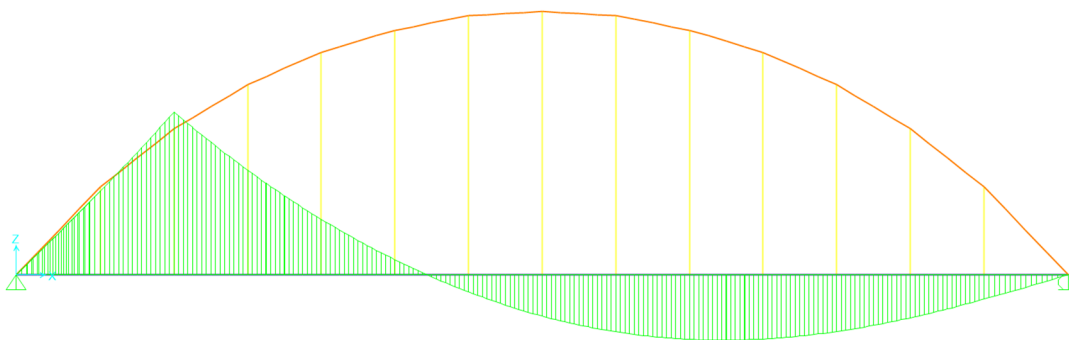


Figura 8-145 - Linea di influenza tradizionale di  $M_{x=6m}$ , calcolo automatico

Segno a parte, l'andamento è quello di Figura 8-143; di seguito si riporta il confronto tra la linea di influenza manuale e quella automatica:

	<b>Ordinate linea di influenza manuale - <math>M_{x=6m}</math> [m]</b>	<b>Ordinate linea di influenza con software - <math>M_{x=6m}</math> [m]</b>	<b>errore percentuale</b>
<b>x = 1m</b>	-0,543	-0,4899	11 %
<b>x = 2m</b>	-1,0882	-0,9836	11 %
<b>x = 4m</b>	-2,1938	-2,0432	7 %
<b>x = 6m</b>	-3,3324	-3,0912	8 %
<b>x = 7m</b>	-2,9185	-2,6562	10 %
<b>x = 11m</b>	-1,4098	-1,2178	16 %
<b>x = 13m</b>	-0,7609	-0,6518	17 %
<b>x = 15m</b>	-0,1928	-0,1196	61 %
<b>x = 18m</b>	0,4964	0,4859	2 %
<b>x = 20m</b>	0,8424	0,7835	8 %

*Tabella 8-72 - Confronto ordinate linee di influenza di  $M_{x=6m}$  calcolate manualmente e tramite software*

Si riscontrano errori dovuti alle differenze tra i due metodi, come già indicato in precedenza.

Per quanto riguarda il taglio, la linea di influenza ottenuta tramite software è la seguente:

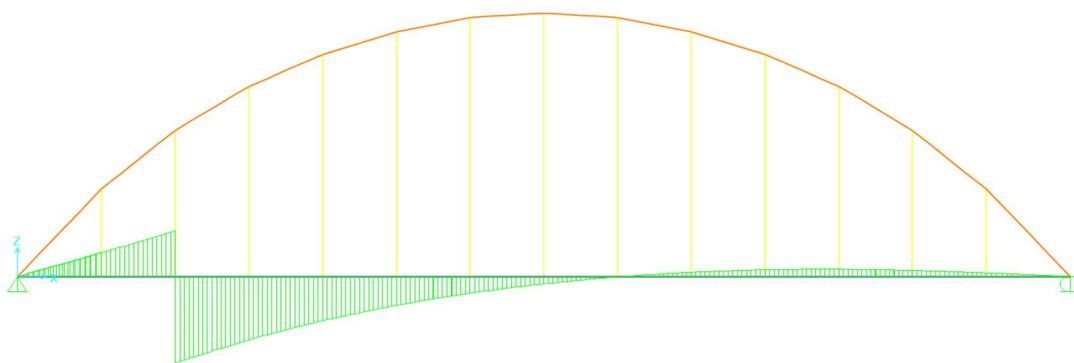


Figura 8-146 - Linea di influenza tradizionale di  $V_{x=6m}$  automatica

L'andamento corrisponde qualitativamente a quello di Figura 8-144; quantitativamente si hanno le seguenti differenze:

	<b>Ordinate linea di influenza manuale - <math>V_{x=6m}</math> [I]</b>	<b>Ordinate linea di influenza con software - <math>V_{x=6m}</math> [I]</b>	<b>errore percentuale</b>
<b>x = 1m</b>	0,0671	0,0712	6 %
<b>x = 2m</b>	0,134	0,1426	6 %
<b>x = 4m</b>	0,2656	0,2953	10 %
<b>x = 6m</b>	0,3926/-0,6074	0,4385/-0,5613	10 % / 8 %
<b>x = 7m</b>	-0,5462	-0,4905	11 %
<b>x = 11m</b>	-0,3214	-0,2573	25 %
<b>x = 13m</b>	-0,2236	-0,167	34 %
<b>x = 15m</b>	-0,1368	-0,0826	66 %
<b>x = 18m</b>	-0,0289	0,0136	113 %
<b>x = 20m</b>	0,0274	0,0619	56 %

Tabella 8-73 - Confronto ordinate linee di influenza di  $V_{x=6m}$  calcolate manualmente e con software

Le differenze sono dovute ai due diversi metodi utilizzati per calcolare la linea di influenza, come detto in precedenza.

### 8.3.19. Linea di influenza “speciale” di $N_{x=6m}$ a due assi a distanza costante (modello di carico di fatica n.1)

La linea di influenza tradizionale della spinta rimane la stessa; cambia invece il valore del coefficiente di ripartizione  $r_t$ .

Per  $x = 6m$  si ha:

- $\alpha = 35^\circ \rightarrow \cos\alpha = 0,819$

$$r_a = \frac{E_a J_a \cos\alpha}{E_a J_a \cos\alpha + E_t J_t} = \frac{2,1 \cdot 10^8 \cdot 0,00373 \cdot 0,819}{2,1 \cdot 10^8 \cdot 0,00373 \cdot 0,819 + 2,1 \cdot 10^8 \cdot 0,0224} = 0,12$$

$$r_t = 1 - r_a = 0,88$$

La linea di influenza “speciale” adimensionale viene quindi moltiplicata per il seguente fattore:

$$\frac{P x_p}{l} r_t, P = 210 \text{ kN}, r_t = 0,88(x = 6m)$$

E si ottiene la curva seguente:

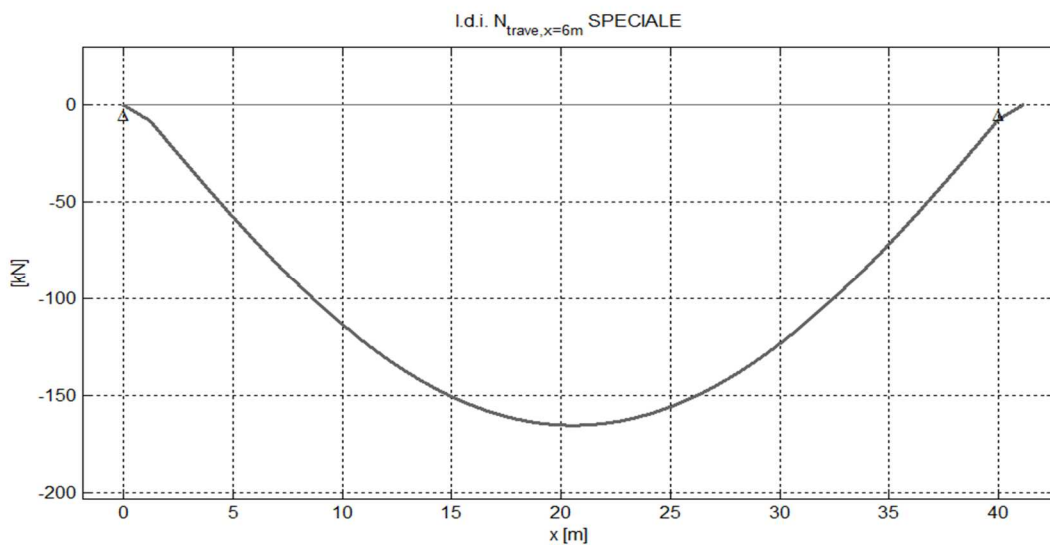


Figura 8-147 - Linea di influenza “speciale” di  $N_{x=6m}$  [kN] a due assi, modello di carico di fatica n.1

### 8.3.20. Linearizzazione

La linearizzazione è semplice come visto in precedenza per lo sforzo normale:

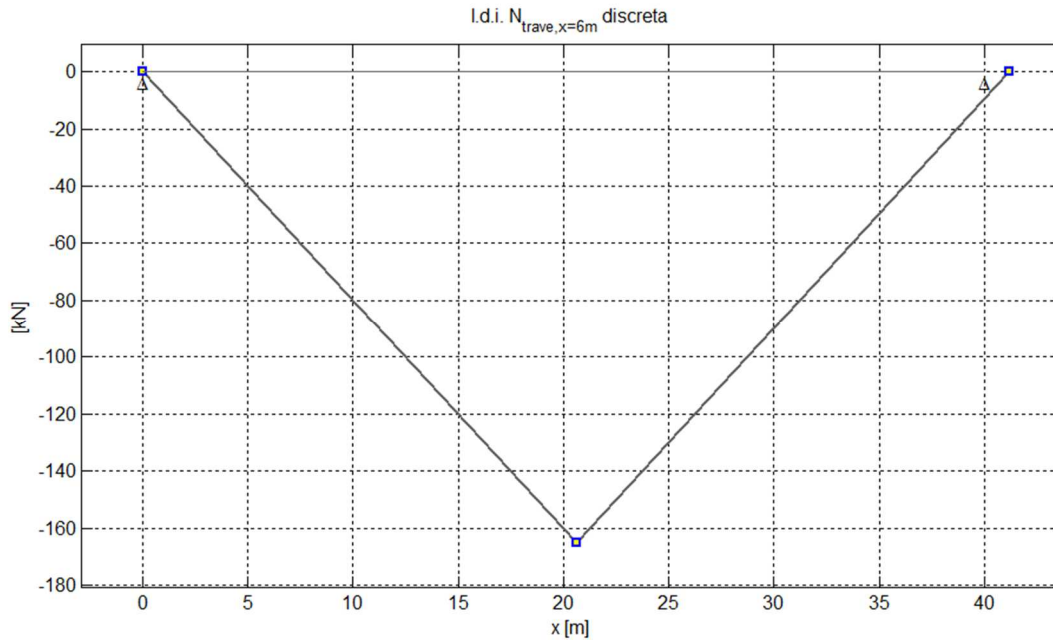


Figura 8-148 - Linea di influenza "speciale" di  $N_{x=6m}$  [kN], linearizzata

### 8.3.21. Linea di influenza "speciale" di $M_{x=6m}$ e $V_{x=6m}$ a due assi a distanza costante (modello di carico di fatica n.1)

Prendendo in considerazione le linee di influenza tradizionali ottenute tramite software, le ordinate sono state implementate nel programma di calcolo numerico ottenendo:

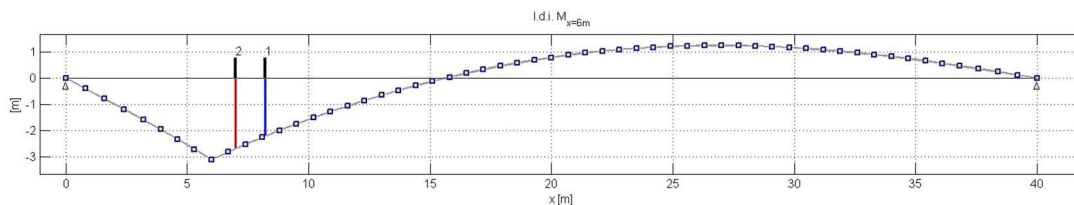


Figura 8-149 - Linea di influenza tradizionale di  $M_{x=6m}$



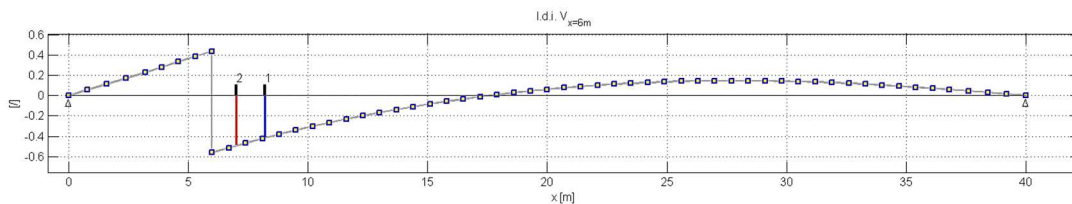


Figura 8-150 - Linea di influenza tradizionale di  $V_{x=6m}$

Nelle immagini sono mostrate anche le ordinate in corrispondenza degli assi.

Per ottenere le linee di influenza speciali, in primo quelle tradizionali sono state traslate della distanza fra gli assi 1 e 2 (1,2m):

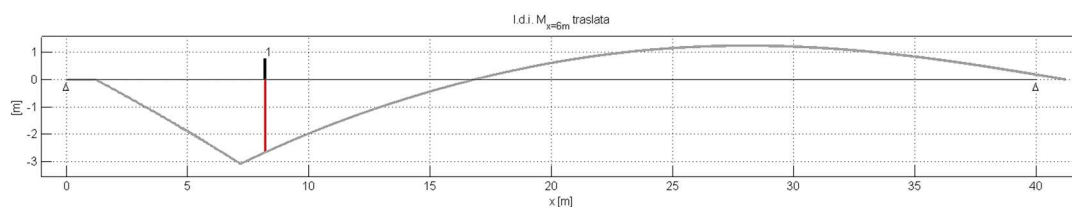


Figura 8-151 - Linea di influenza tradizionale di  $M_{x=6m}$ , traslata della distanza fra gli assi 1 e 2

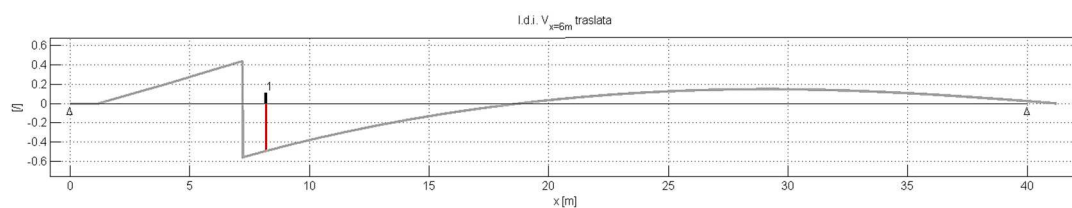


Figura 8-152 - Linea di influenza tradizionale di  $V_{x=6m}$ , traslata della distanza fra gli assi 1 e 2

Applicando il principio di sovrapposizione degli effetti, le linee di influenza non traslate sono state sommate a quelle traslate per ottenere la linea di influenza “speciale”:

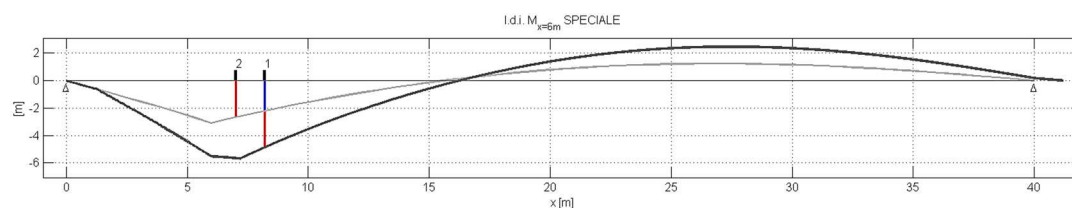


Figura 8-153 - Linea di influenza tradizionale (grigio chiaro) e linea di influenza “speciale” a due assi di  $M_{x=6m}$  (grigio scuro)

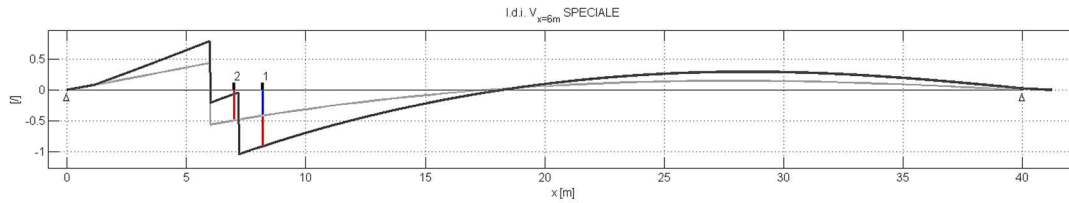


Figura 8-154 - Linea di influenza tradizionale (grigio chiaro) e linea di influenza “speciale” a due assi di  $V_{x=6m}$  (grigio scuro)

Si nota che la somma delle ordinate relative ai singoli assi, disposte sotto l’asse 1, è pari all’ordinata della linea di influenza “speciale” sotto tale asse.

A questo punto, le linee di influenza speciali sono state moltiplicate per il seguente fattore:

$$\frac{P x_p}{l} r_t, P = 210 \text{ kN}, r_t = 0,88 (x = 6m)$$

dove  $P = 210 \text{ kN}$  è il carico asse del modello di carico di fatica n.1 tandem; il coefficiente di ripartizione  $r_t$  è:

$$r_a = \frac{E_a J_a \cos \alpha}{E_a J_a \cos \alpha + E_t J_t} = \frac{2,1 \cdot 10^8 \cdot 0,00373 \cdot \cos(35^\circ)}{2,1 \cdot 10^8 \cdot 0,00373 \cdot \cos(35^\circ) + 2,1 \cdot 10^8 \cdot 0,0224} = 0,12$$

$$r_t = 1 - r_a = \mathbf{0,88}$$

Dipendendo  $r_t$  dall’angolo di inclinazione dell’arco rispetto all’asse orizzontale, esso cambia al variare della sezione considerata. L’angolo di  $35^\circ$  corrisponde ad una tangente alla curva pari a 0,7 in  $x = 6m$ .

Le linee di influenza speciali in kNm e kN sono le seguenti:

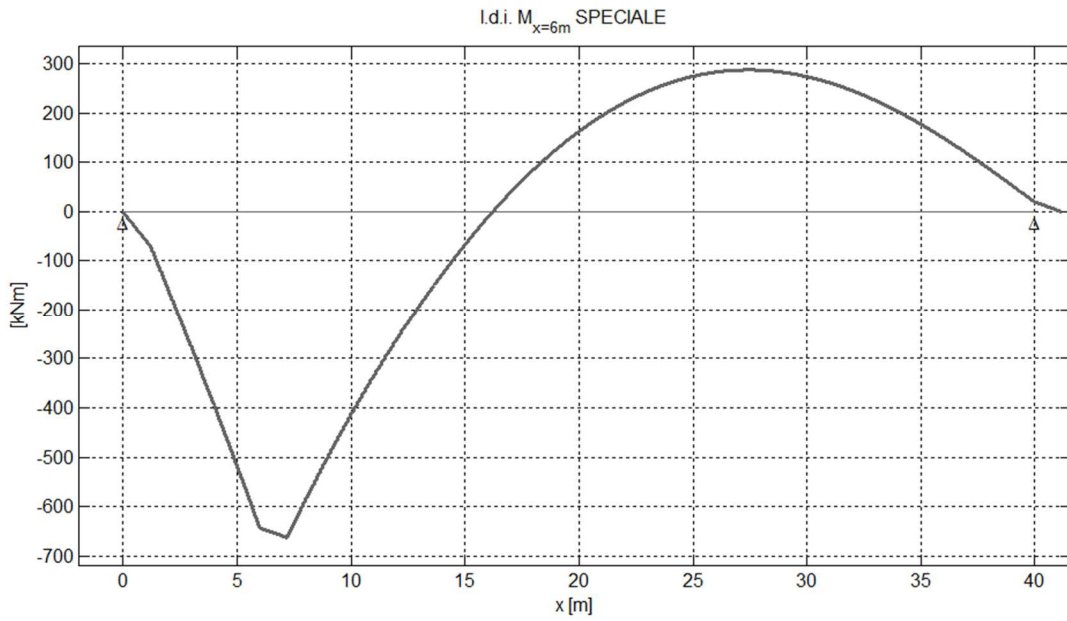


Figura 8-155 - Linea di influenza "speciale" di  $M_{x=6m}$  a due assi [kNm]

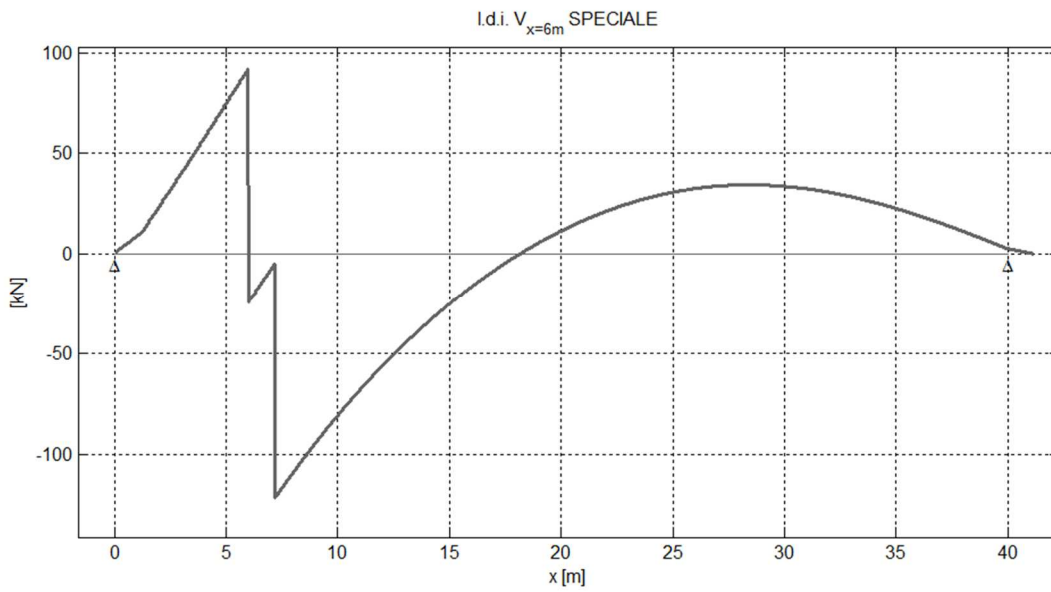


Figura 8-156 - Linea di influenza "speciale" di  $V_{x=6m}$  a due assi [kN]

### 8.3.22. Linearizzazione

Il passo successivo della procedura è la linearizzazione delle curve, ottenuta calcolando i valori di massimi e minimi relativi individuabili da Figura 8-155 e Figura 8-156:

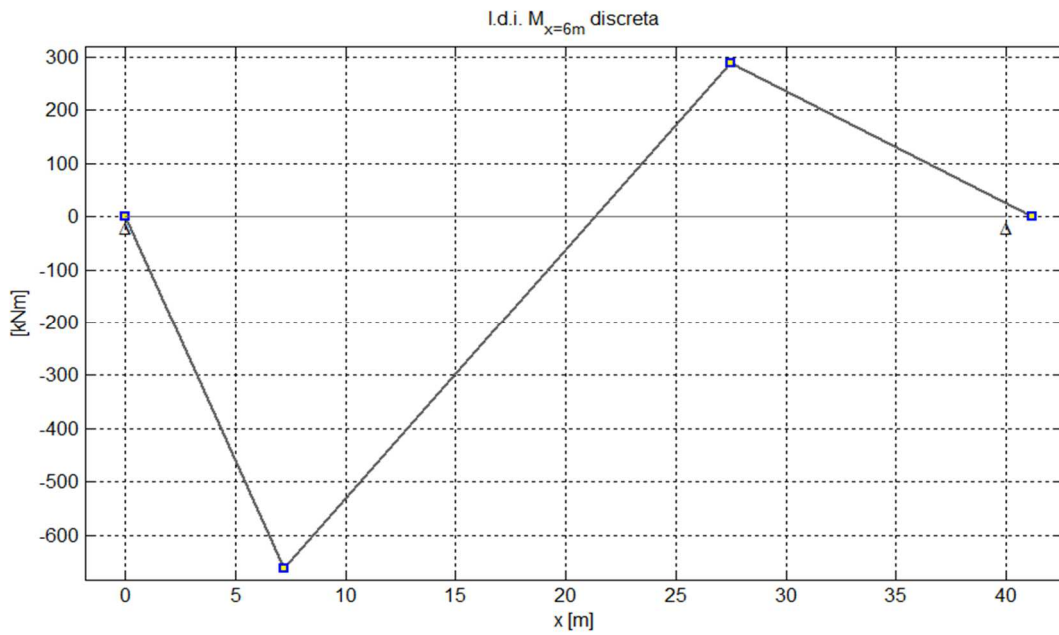


Figura 8-157 - Linea di influenza "speciale" di  $M_{x=6m}$  [kNm] linearizzata

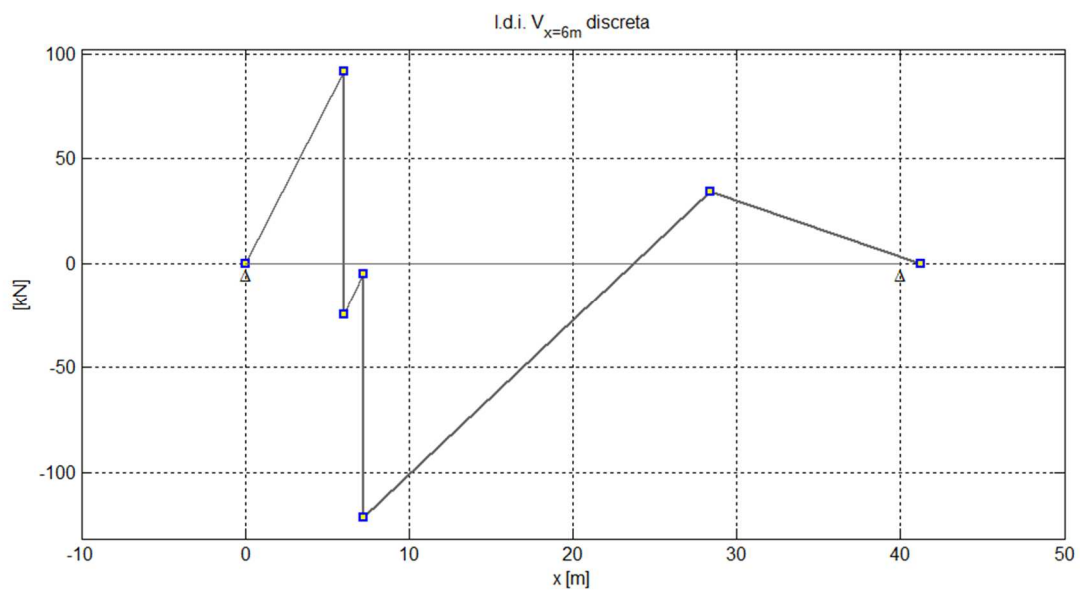


Figura 8-158 - Linea di influenza "speciale" di  $V_{x=6m}$  [kN] linearizzata

### 8.3.23. Verifica a vita illimitata, sezione $x=6m$

Nella sezione  $x = 6m$  è presente il giunto di unione saldato fra i conci 1 e 2; di seguito si riporta di nuovo il dettaglio, per chiarezza:

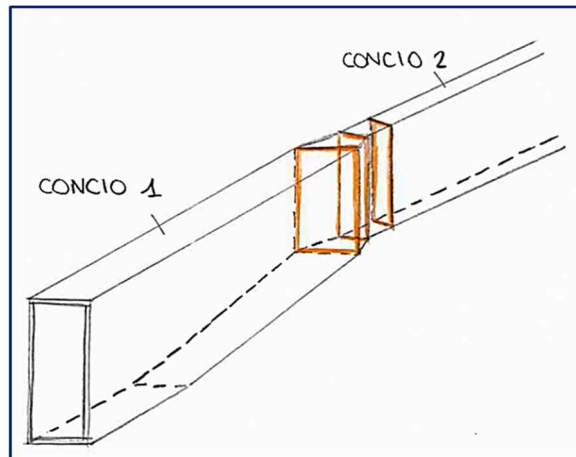


Figura 8-159 - Schema del dettaglio per la verifica in  $x = 6m$

Si intuisce quindi che i dettagli da verificare sono i seguenti:

- Saldature di testa (con rastremazione dei piatti metallici)
- Piatti metallici

Di seguito si riportano le verifiche per sollecitazioni di flessione e taglio e la verifica combinata.

#### 8.3.23.1. Verifica a flessione

Le tensioni normali a livello delle saldature e nei piatti sono provocate da sollecitazioni di trazione e flessione agenti contemporaneamente.

Si utilizza quindi la formula di Navier:

$$\Delta\sigma_{\max,TOT} = \frac{\Delta M_{\max}}{W} + \frac{\Delta N_{\max}}{A} = \Delta\sigma_{\max,M} + \Delta\sigma_{\max,N}$$

La variazione di tensione dovuta allo sforzo normale è ottenuta dall'oscillogramma delle tensioni relativo allo sforzo normale nella sezione  $x=6m$ ; esso viene omesso in

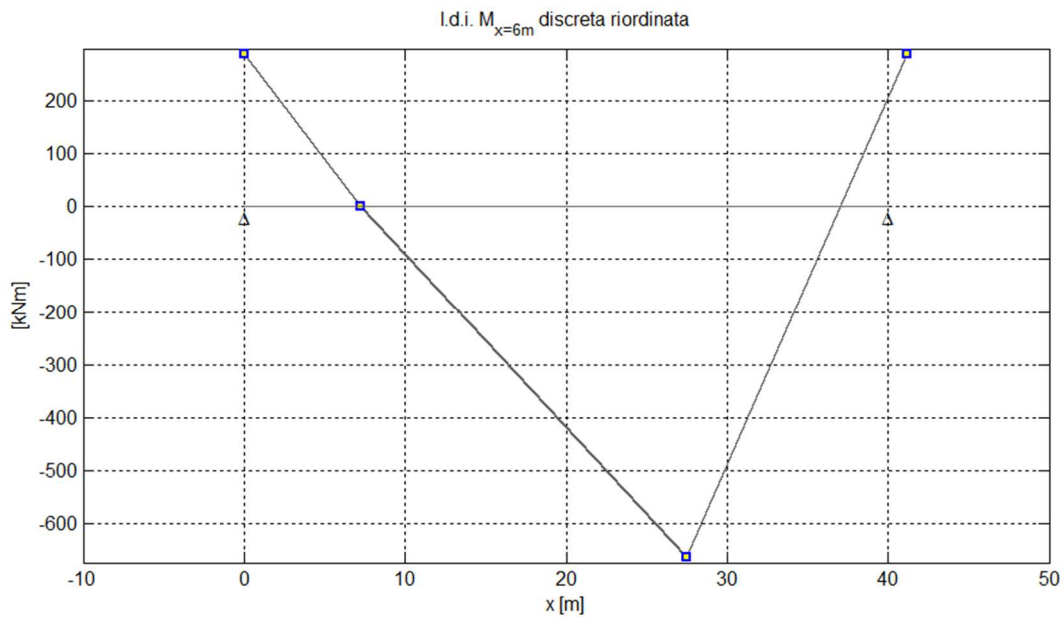
quanto è ricavato dallo stesso script utilizzato per la linea di influenza di  $N_{L/2}$  con la sola differenza nel valore del coefficiente di ripartizione.

Facendo girare lo script, si ottiene la seguente variazione di tensione massima:

$$\Delta\sigma_{\max,N} = 2549,6 \text{ kPa} = \mathbf{2,55 \text{ MPa}}$$

Si riportano invece i passaggi effettuati per ottenere l'oscillogramma delle tensioni e, in seguito, il numero di cicli tramite il metodo del serbatoio, relativamente al momento flettente in  $x = 6\text{m}$ .

In primo luogo, la linea di influenza linearizzata del momento flettente è stata riordinata in modo da avere i picchi più alti alle estremità (regola del metodo del serbatoio):



*Figura 8-160 - Linea di influenza "speciale" di  $M_{x=6m}$  [kNm], linearizzata, riordinata*

Dopodiché, le ordinate sono state divise per il modulo di resistenza  $W$  relativo alle fibre esterne della sezione della trave; si ricorda che il suo valore è di  $0,03 \text{ m}^3$ .

Facendo l'ipotesi di velocità di transito costante, si ottiene l'oscillogramma delle tensioni:

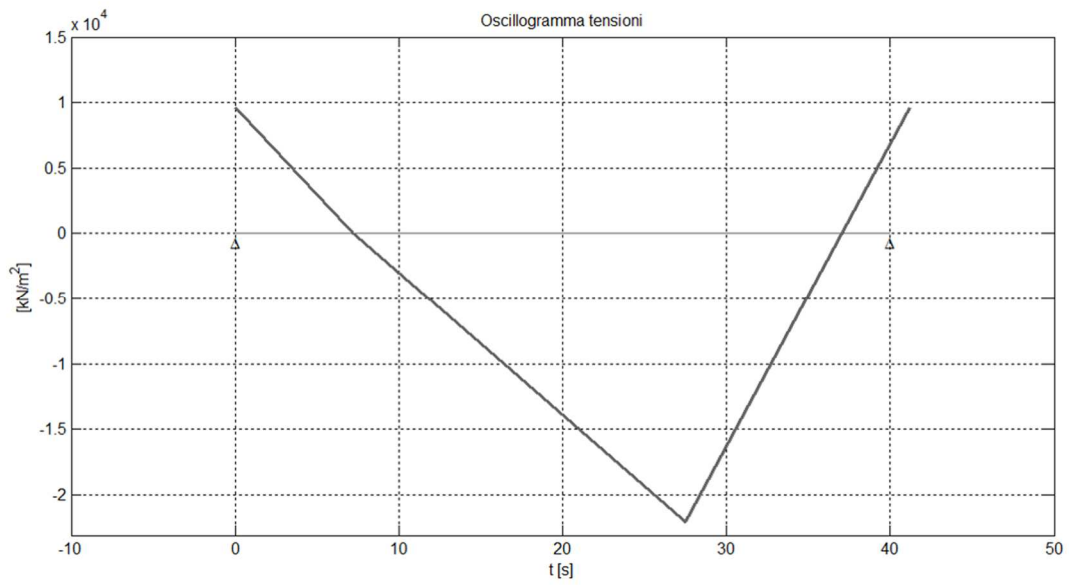


Figura 8-161 - Oscillogramma delle tensioni ( $M_{x=6m}$ ), modello di carico di fatica n.1

L'applicazione del metodo del serbatoio per ricavare la variazione di tensione massima dovuta al momento flettente ha fornito i seguenti risultati:

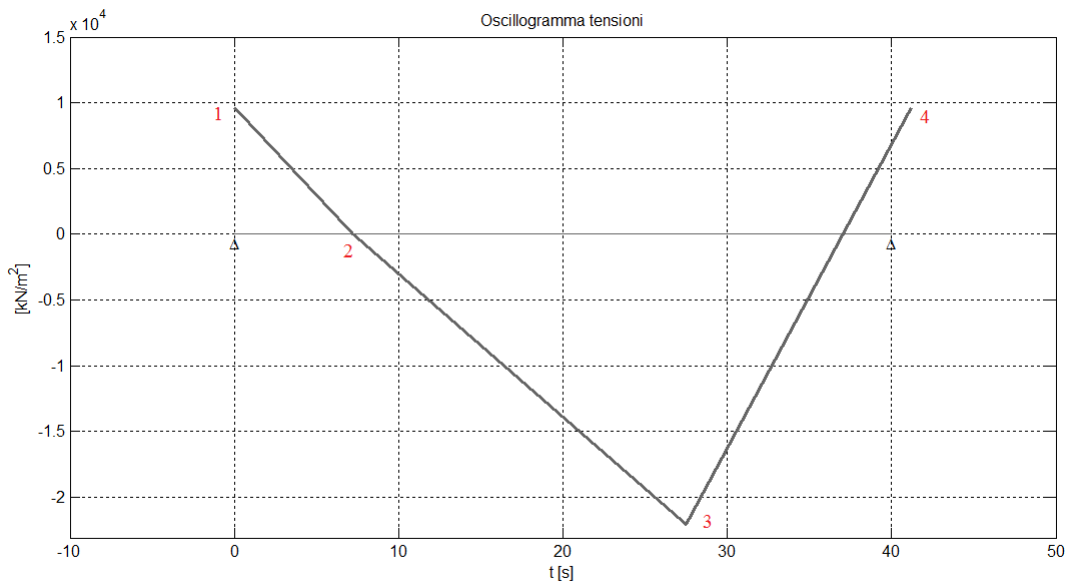


Figura 8-162 - Numerazione dei picchi dell'oscillogramma delle tensioni ( $M_{x=6m}$ )

$\sigma_1$	9614,21	kPa
$\sigma_2$	0,00	kPa
$\sigma_3$	-22099,84	kPa
$\sigma_4$	9614,21	kPa

$$\Delta\sigma_{\max,M} = \sigma_1 - \sigma_3 = \mathbf{31,71 \text{ MPa}}$$

Dunque lo stress range massimo totale è:

$$\Delta\sigma_{\max,TOT} = \Delta\sigma_{\max,M} + \Delta\sigma_{\max,N} = \mathbf{34,26 \text{ MPa}}$$

### 8.3.23.1.1. Verifica dei piatti metallici

E' necessario verificare la seguente:

$$\gamma_{Mf}\Delta\sigma_{\max,tot} \leq \Delta\sigma_D$$

I risultati vengono riportati in tabella:

<b>PIATTO METALLICO</b>		
$\gamma_{mf}$	1,15	
$\gamma_{mf}^* \Delta\sigma_{\max,TOT}$	39,4	MPa
$\Delta\sigma_c$	140	MPa
$\Delta\sigma_D$	103,18	MPa
<b>R/S = 103,18/39,4</b>	<b>2,619</b>	

**VERIFICATO**

*Tabella 8-74 - Verifica a vita illimitata a flessione (x=6m), piatto metallico*

Si ha un ampio margine di sicurezza.

### 8.3.23.1.2. Verifica delle saldature testa a testa

Nella sezione a x = 6m dall'imposta sinistra dell'arco, il giunto che unisce i conci 1 e 2 è caratterizzato dal fatto che i piatti saldati del concio 1 sono rastremati.



Lo stress range massimo totale è stato ricavato calcolando la variazione di tensione dovuta al momento flettente con riferimento al modulo di resistenza relativo alle fibre mediane dei piatti superiore e inferiore:

$$W_{\text{saldature}} = \frac{J_{\text{sezione}}}{\frac{h}{2} - \frac{t_{\text{ala}}}{2}} = 0,0304 \text{ m}^3$$

Per cui si ha:

$$\Delta\sigma_{\text{max,M}} = \frac{\Delta M_{\text{max}}}{W_{\text{saldature}}} = 31324,7 \text{ kPa} = 31,32 \text{ MPa}$$

Per un totale di:

$$\Delta\sigma_{\text{max,TOT}} = \Delta\sigma_{\text{max,M}} + \Delta\sigma_{\text{max,N}} = 31,32 + 2,55 = 33,87 \text{ MPa}$$

Si riportano i risultati della verifica in tabella:

<b>SALDATURE TESTA A TESTA (RASTREMAZIONE)</b>		
$\gamma_{mf}$	1,15	
$\gamma_{mf} * \Delta\sigma_{\text{maxTOT}}$	38,96	MPa
$\Delta\sigma_c$	90	MPa
$\Delta\sigma_D$	66,33	MPa
<b>R/S = 66,33/38,96</b>	<b>1,703</b>	

**VERIFICATO**

*Tabella 8-75 - Verifica a vita illimitata a flessione (x=6m), saldature testa a testa*

Le verifiche risultano soddisfatte.

### 8.3.23.2. Verifica a taglio

La verifica consiste nel controllare che sia soddisfatta la seguente:

$$\gamma_{Mf} \Delta\tau_{\text{max}} \leq \Delta\tau_L$$

dove:

- $\Delta\tau_L$  è il limite per i calcoli di fatica = 0,457  $\Delta\tau_C$

La classe di resistenza del dettaglio dipende dal dettaglio stesso ed è già stata individuata sia per le saldature che per i piatti metallici nel capitolo 7; rimane da

ricavare lo stress range massimo tramite l'applicazione del metodo del serbatoio all'oscillogramma delle tensioni relativo al taglio.

Innanzitutto la linea di influenza "speciale" linearizzata è stata riordinata in modo tale da avere i picchi di massimo assoluto agli estremi:

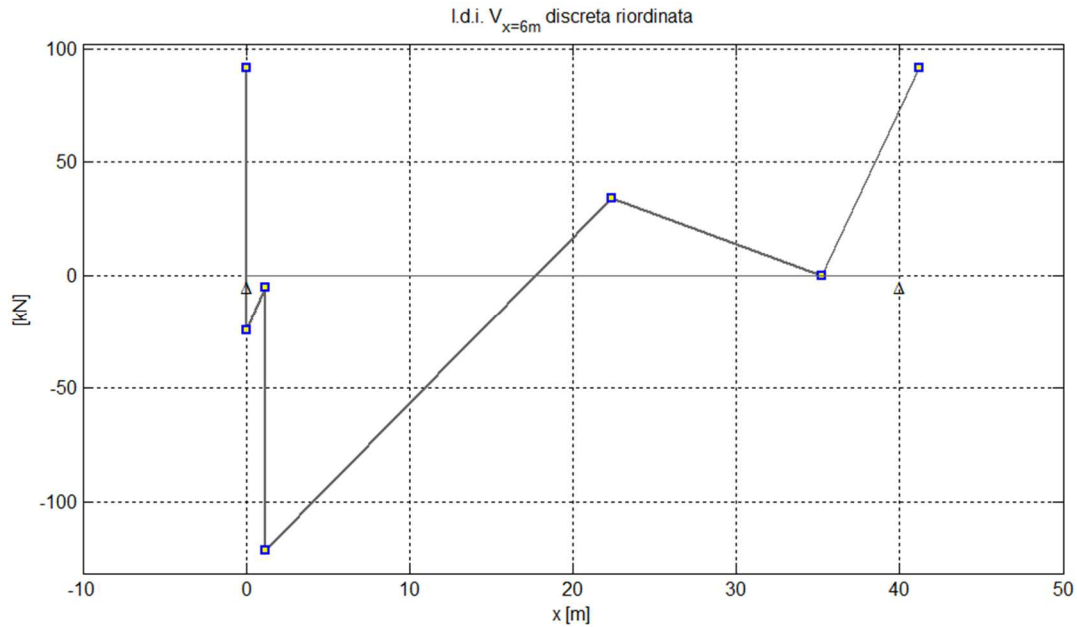


Figura 8-163 - Linea di influenza "speciale" di  $V_{x=6m}$  [kN] a due assi, linearizzata, riordinata

In seguito, le ordinate sono state divise per l'area di taglio della sezione della trave in corrispondenza dei 6m, cioè l'area dei due piatti verticali che compongono la trave a cassone:  $0,0348 \text{ m}^2$ .

Come ultimo passaggio, si può pensare il veicolo viaggiante a velocità costante; per cui, dal dominio dello spazio si passa a quello del tempo ottenendo l'oscillogramma delle tensioni:

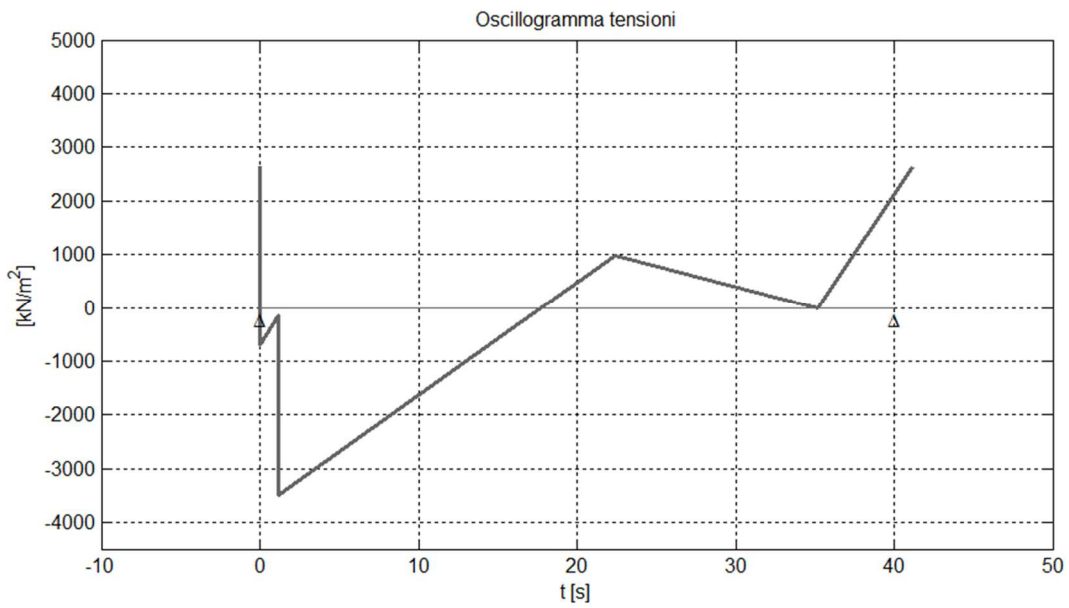


Figura 8-164 - Oscillogramma delle tensioni ( $V_{x=6m}$ ), modello di carico di fatica n. 1

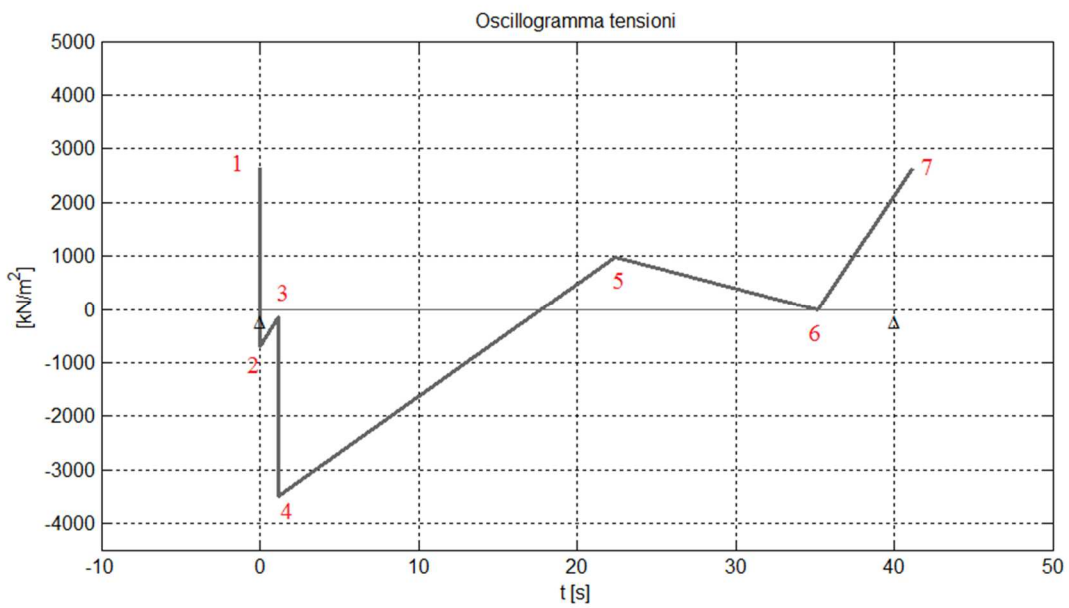


Figura 8-165 - Oscillogramma delle tensioni ( $V_{x=6m}$ ), numerazione dei picchi per metodo serbatoio

Applicando il metodo del serbatoio, si ottengono i seguenti risultati:

$\tau_1$	2635,97	kPa
$\tau_2$	-708,35	kPa
$\tau_3$	-146,46	kPa
$\tau_4$	-3491,08	kPa
$\tau_5$	983,54	kPa
$\tau_6$	0	kPa
$\tau_7$	2635,97	kPa

Tabella 8-76 - Valori di tensione tangenziale dei picchi dell'oscillogramma delle tensioni

Picco svuotato	Stress range			n° cicli
4	$\Delta\tau_1 = \tau_1 - \tau_4$	6127,05	kPa	1
2	$\Delta\tau_2 = \tau_3 - \tau_2$	561,89	kPa	1
6	$\Delta\tau_3 = \tau_5 - \tau_6$	983,54	kPa	1
<b>TOT CICLI</b>				<b>3</b>

Tabella 8-77 - Stress ranges e numero di cicli, metodo serbatoio

Si ha quindi che lo stress range massimo è di **6,13 MPa**.

L'istogramma delle tensioni associato è il seguente:

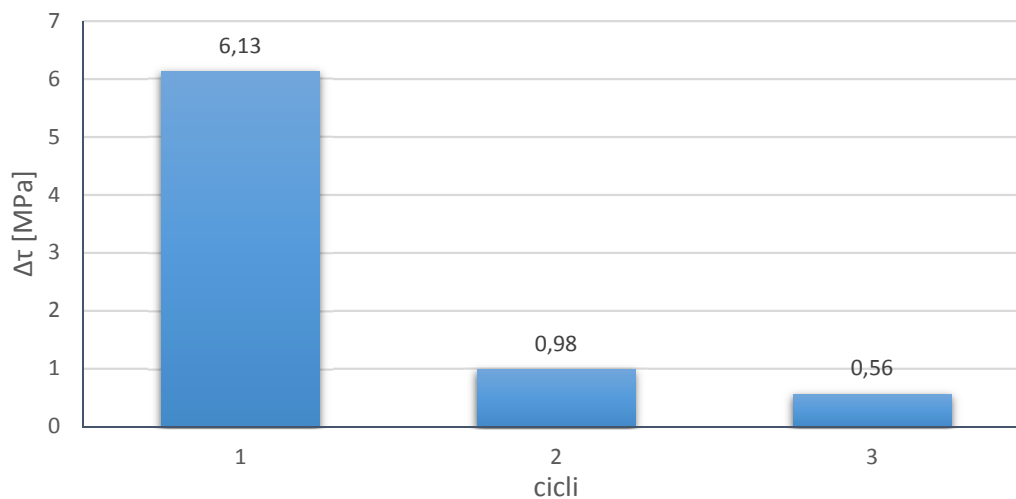


Figura 8-166 - Istogramma delle tensioni, 1 passaggio, oscillogramma di  $V_{x=6m}$

Si procede ora riportando in tabelle le verifiche per i due dettagli.

### 8.3.23.2.1. Verifica dei piatti

#### PIATTI

$\gamma_{mf}$	1,15	
$\gamma_{mf} * \Delta\tau_{max}$	7,05	MPa
$\Delta\tau_c$	100	MPa
$\Delta\tau_L$	45,7	MPa
<b>R/S = 45,7/7,05</b>	<b>6,49</b>	

**VERIFICATO**

*Tabella 8-78 - Verifica a vita illimitata trave a x=6m, piatti*

### 8.3.23.2.2. Verifica delle saldature testa a testa

#### SALDATURE TESTA A TESTA

$\gamma_{mf}$	1,15	
$\gamma_{mf} * \Delta\tau_{max}$	7,05	MPa
$\Delta\tau_c$	80	MPa
$\Delta\tau_L$	36,56	MPa
<b>R/S = 36,56/7,05</b>	<b>5,19</b>	

**VERIFICATO**

*Tabella 8-79 - Verifica a vita illimitata trave, x = 6m, saldature di testa*

Entrambe le verifiche sono ampiamente soddisfatte.

### 8.3.23.3. Verifica combinata (flessione + taglio)

Dato che si hanno sia sollecitazioni flettenti che taglianti, si conduce anche una verifica combinata considerando il danno (in termini di stress ranges) provocato da ciascuna sollecitazione; l'esito della verifica è positivo se è soddisfatta la seguente:

$$\frac{\gamma_{Mf} \Delta\sigma_{max,TOT}}{\Delta\sigma_D} + \frac{\gamma_{Mf} \Delta\tau_{max}}{\Delta\tau_L} \leq 1$$

Per quanto riguarda i piatti metallici:

$$0,38 + 0,15 = 0,54 \leq 1$$

La verifica è soddisfatta.

Per le saldature:

$$0,59 + 0,19 = 0,78 \leq 1$$

Anche questa verifica risulta soddisfatta.

### ***8.3.24. Linea di influenza “speciale” di $N_{x=6m}$ a quattro assi a distanza costante (modello di carico di fatica n.3)***

La costruzione della linea di influenza “speciale” a quattro assi per lo sforzo normale nella sezione di 6m parte dalla costruzione delle linee di influenza tradizionali traslate delle distanze fra gli assi del veicolo, che non si riportano di nuovo poiché sono analoghe a quelle mostrate al §8.3.12; finisce nella somma delle linee di influenza traslate, ottenendo la linea di influenza “speciale” adimensionale (anch'essa già mostrata allo stesso paragrafo).

La differenza sta nel coefficiente di ripartizione, che per  $x=6m$  vale:

$$r_t = 0,88$$

Quindi, il fattore moltiplicativo delle ordinate della linea di influenza “speciale” adimensionale è:

$$\frac{P x_p}{l} r_t$$

con  $P = 210 \text{ kN}$  (carico asse del modello di carico di fatica n.1).

Si ottiene la curva seguente:

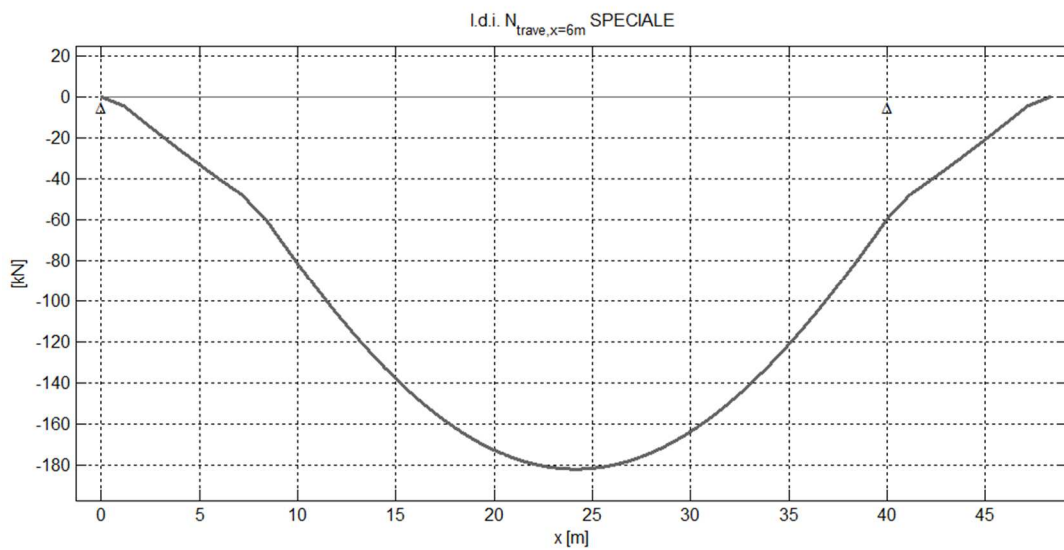


Figura 8-167 - Linea di influenza “speciale” a quattro assi di  $N_{x=6m}$  [kN]

### 8.3.25. Linearizzazione

Linearizzando la curva, si ottiene una spezzata semplice:

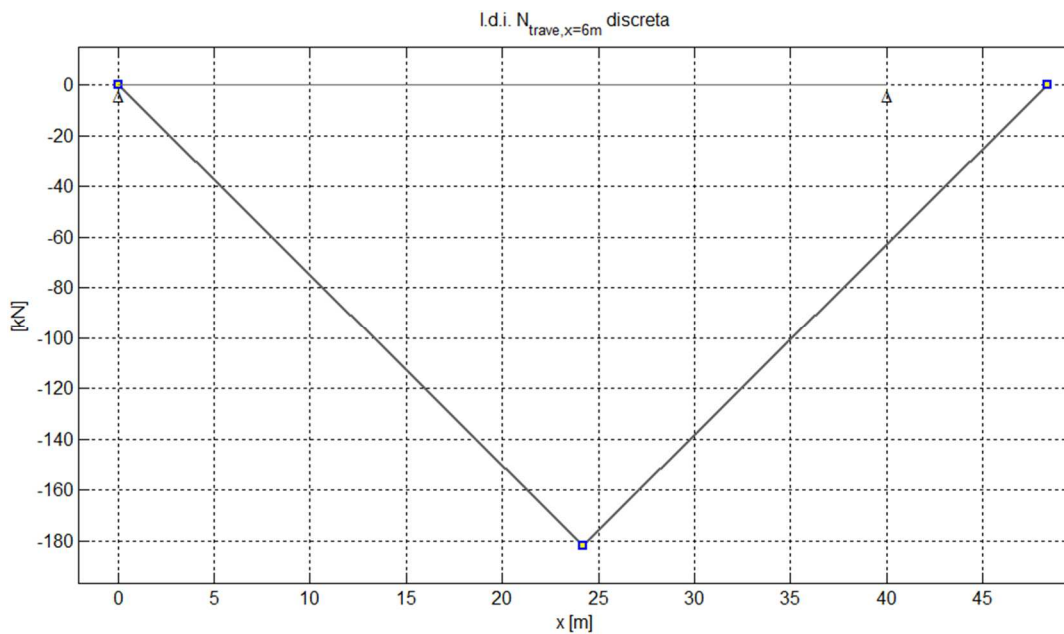


Figura 8-168 - Linea di influenza “speciale” a quattro assi di  $N_{x=6m}$  [kN], linearizzata

**8.3.26. Linea di influenza “speciale” di  $M_{x=6m}$  e  $V_{x=6m}$  a quattro assi a distanza costante (modello di carico di fatica n.3)**

Le linee di influenza tradizionali del momento e del taglio in  $x=6m$  ottenute tramite il software di calcolo e poi implementate all'interno del programma di calcolo numerico, sono le seguenti:

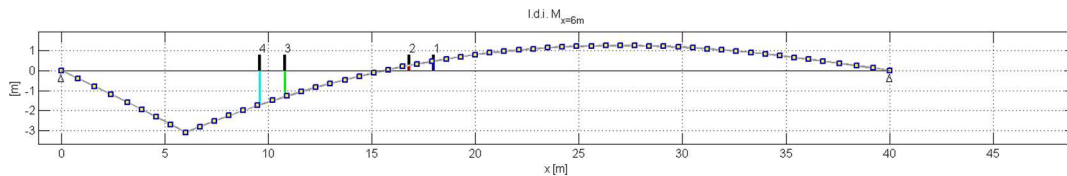


Figura 8-169 – Linea di influenza tradizionale di  $M_{x=6m}$  coi quattro assi del veicolo

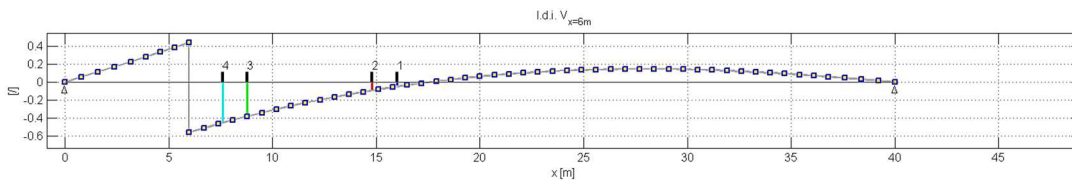


Figura 8-170 - Linea di influenza tradizionale di  $V_{x=6m}$  coi quattro assi del veicolo

Come da procedura, le due linee sono state traslate delle distanze fra gli assi del veicolo (cioè di 1,2m, 6m e 1,2m).

Per il momento flettente si hanno le seguenti:

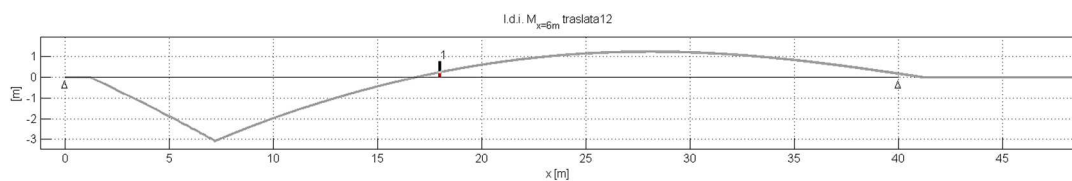


Figura 8-171 - Linea di influenza tradizionale di  $M_{x=6m}$ , traslata della distanza fra gli assi 1 e 2

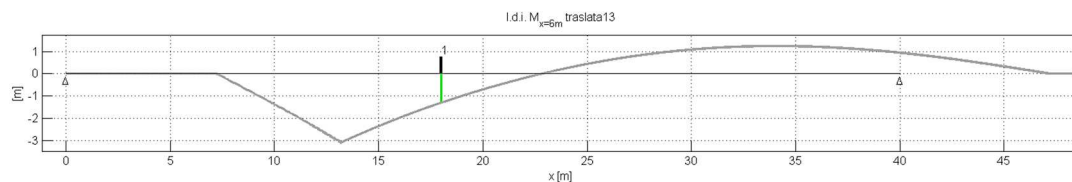


Figura 8-172 - Linea di influenza tradizionale di  $M_{x=6m}$ , traslata della distanza fra gli assi 1 e 3



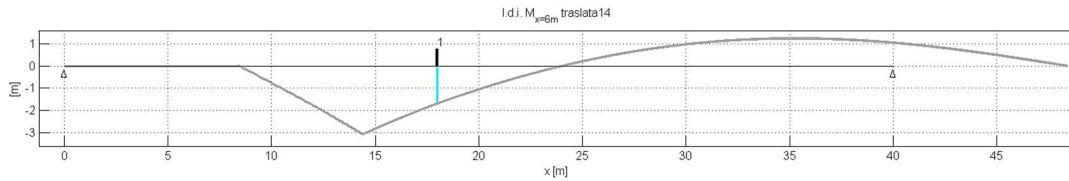


Figura 8-173 - Linea di influenza tradizionale di  $M_{x=6m}$ , traslata della distanza fra gli assi 1 e 4

Guardando le curve allineate una sotto l'altra, si nota che le ordinate delle linee traslate in corrispondenza dell'asse 1 sono uguali a quelle della linea non traslata in corrispondenza dell'asse i-esimo; quindi la somma delle ordinate delle linee di influenza traslate sotto l'asse 1 è uguale alla somma delle ordinate sotto gli assi 1, 2, 3 e 4 della linea di influenza non traslata.

La stessa cosa vale per il taglio:

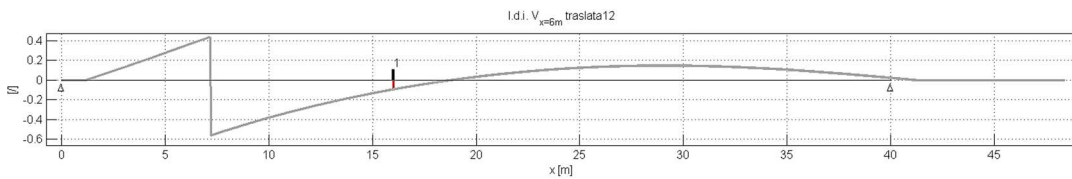


Figura 8-174 - Linea di influenza tradizionale di  $V_{x=6m}$ , traslata della distanza fra gli assi 1 e 2

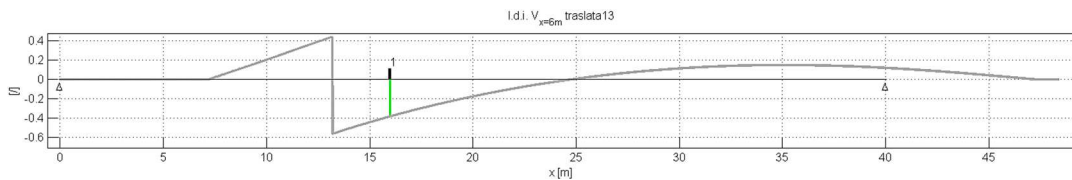


Figura 8-175 - Linea di influenza tradizionale di  $V_{x=6m}$ , traslata della distanza fra gli assi 1 e 3

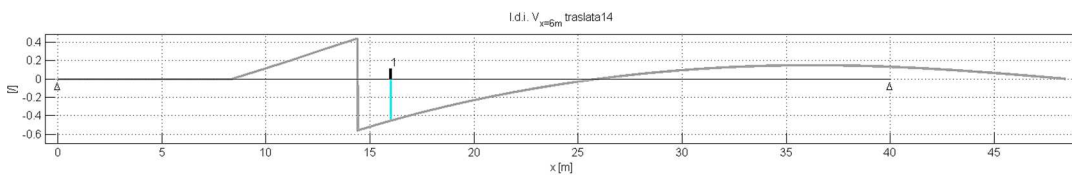


Figura 8-176 - Linea di influenza tradizionale di  $V_{x=6m}$ , traslata della distanza fra gli assi 1 e 4

Sommando le linee di influenza traslate e quella non traslata relative al momento flettente si ottiene la linea di influenza “speciale” in m:

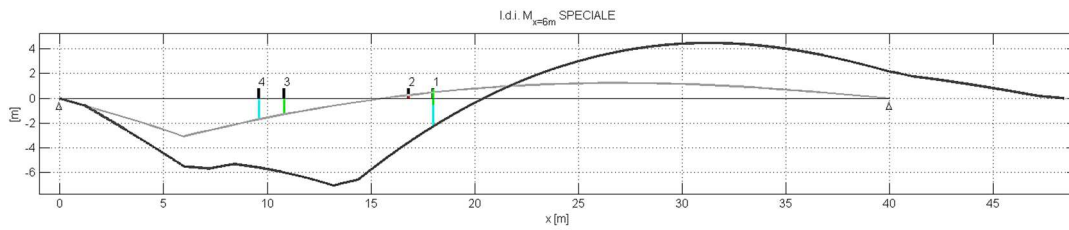


Figura 8-177 - Linea di influenza tradizionale (grigio chiaro) e linea di influenza “speciale” a quattro assi (grigio scuro) di  $M_{x=6m}$

Per il taglio si ottiene la curva seguente adimensionale:

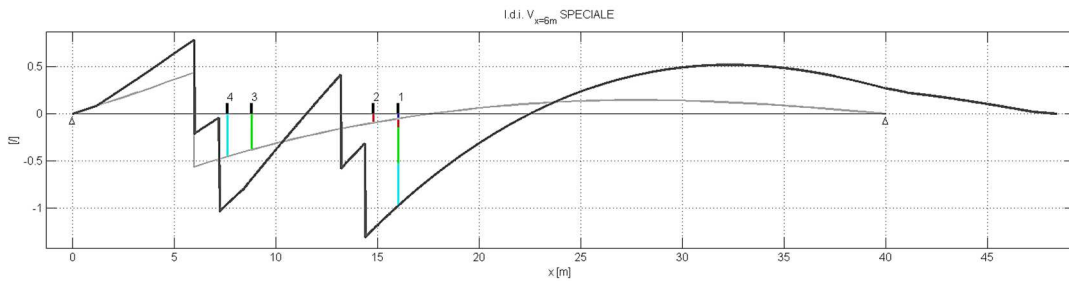


Figura 8-178 - Linea di influenza tradizionale (grigio chiaro) e linea di influenza “speciale” a quattro assi (grigio scuro) di  $V_{x=6m}$

Entrambe le linee di influenza speciali di momento e taglio sono state moltiplicate per il seguente fattore:

$$\frac{P x_p}{l} r_t$$

con  $P = 120 \text{ kN}$  (carico asse del modello di carico di fatica n.3),  $x_p$  posizione del carico sulla corsia di marcia e  $r_t = 0,88$ , coefficiente di ripartizione per la posizione  $x=6m$ .

Il risultato sono le linee di influenza speciali in kNm e kN:

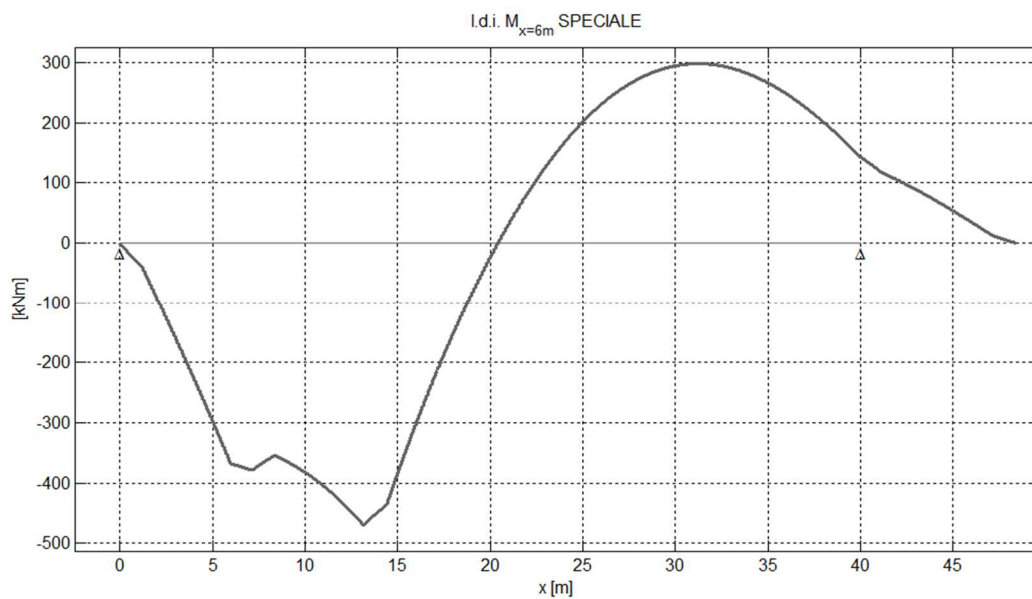


Figura 8-179 - Linea di influenza “speciale” a quattro assi di  $M_{x=6m}$  [kNm]

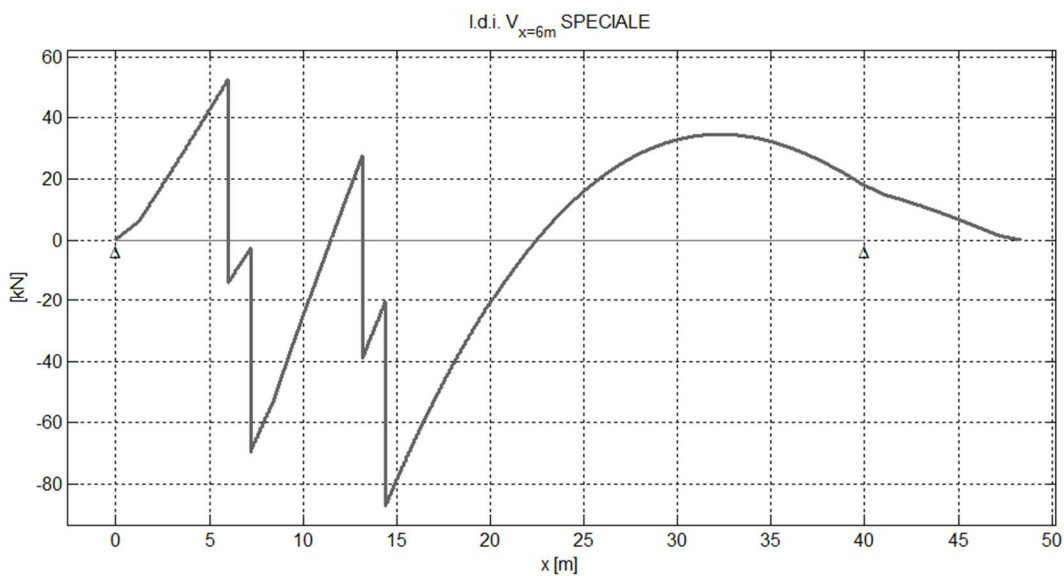


Figura 8-180 - Linea di influenza “speciale” a quattro assi di  $V_{x=6m}$  [kN]

### 8.3.27. Linearizzazione

Le curve di Figura 8-179 e Figura 8-180 sono state linearizzate individuando i punti di massimo e minimo relativi:

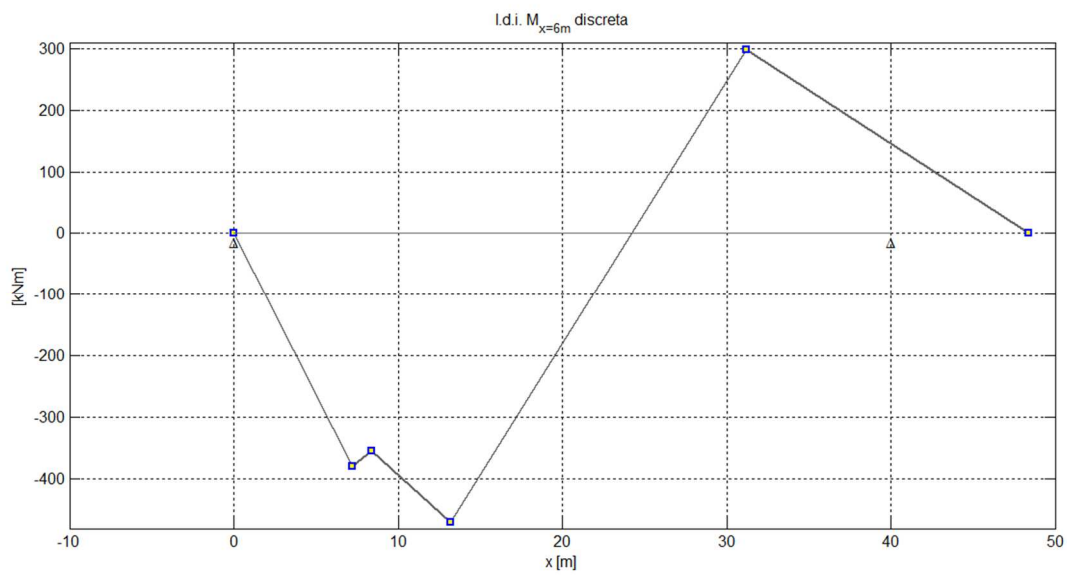


Figura 8-181 - Linea di influenza "speciale" a quattro assi di  $M_{x=6m}$  [kNm], linearizzata

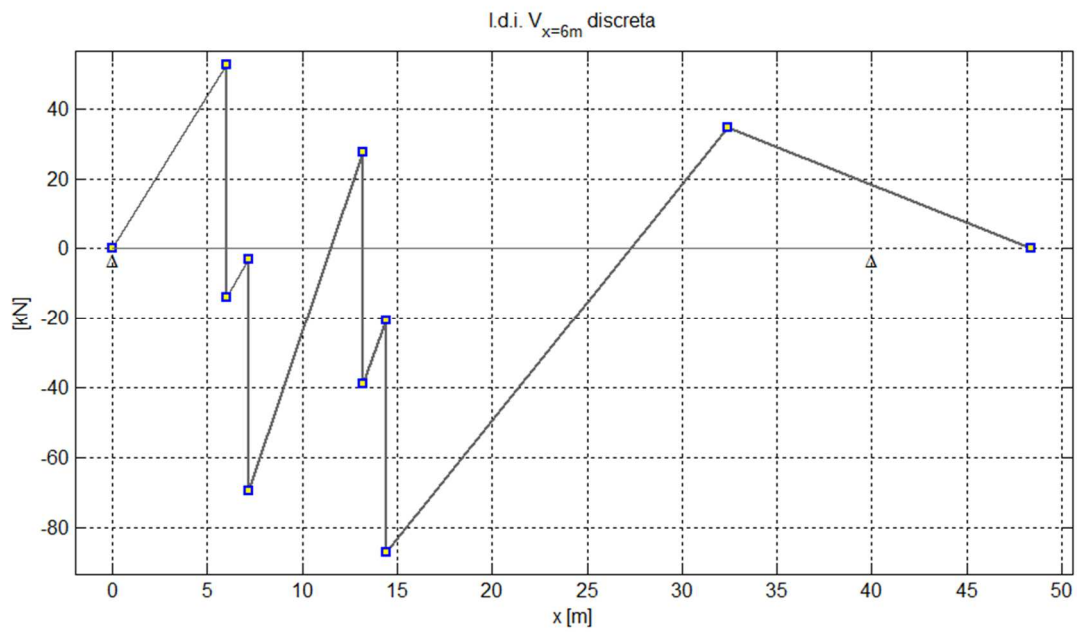


Figura 8-182 - Linea di influenza "speciale" a quattro assi di  $V_{x=6m}$  [kN], linearizzata

### 8.3.28. Verifiche a danneggiamento cumulativo, sezione $x=6m$

Le verifiche a danneggiamento sono state effettuate sugli stessi dettagli considerati per le verifiche a vita illimitata:

- piatti metallici
- saldature testa a testa (con rastremazione)

Si studiano le sollecitazioni di sforzo normale, flessione e taglio.

Il dettaglio costruttivo delle saldature è quello già mostrato per le verifiche a vita illimitata.

#### 8.3.28.1. Verifica a sforzo normale

Le ordinate della linea di influenza “speciale” linearizzata (Figura 8-168) sono state divise per l’area della sezione della trave in corrispondenza dei 6m:  $0,0648 \text{ m}^2$ .

Ipotizzando poi la velocità di transito del veicolo costante, si ricava l’oscillogramma delle tensioni:

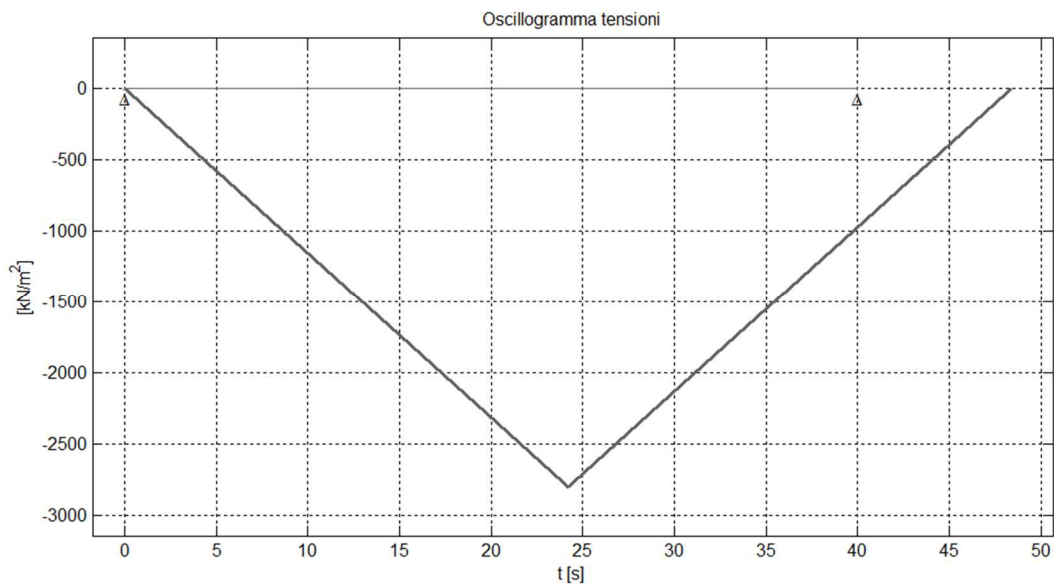


Figura 8-183 - Oscillogramma delle tensioni ( $N_{x=6m}$ ), modello di carico di fatica n.3

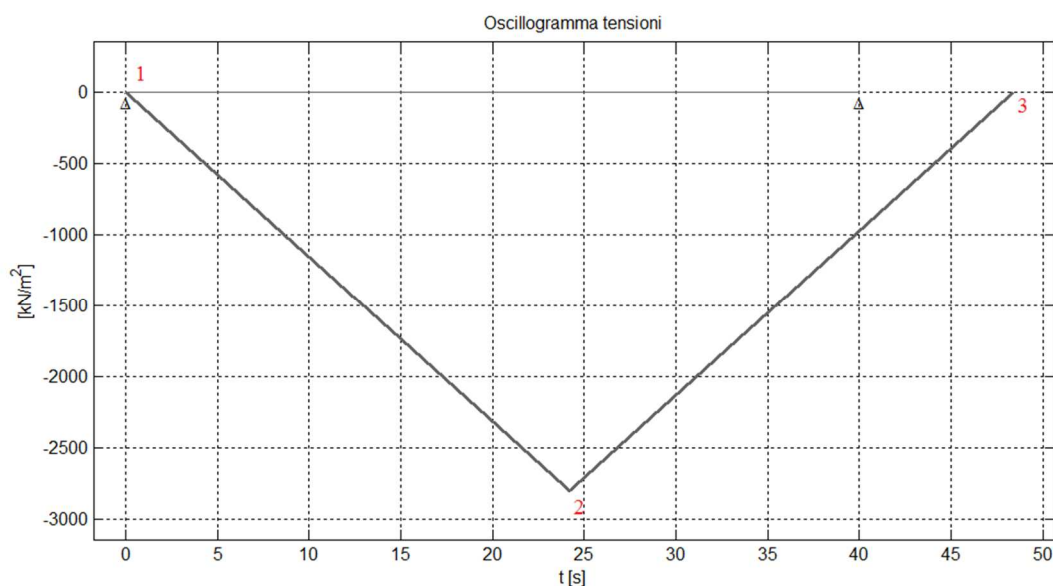


Figura 8-184 - Oscillogramma delle tensioni ( $N_x=6m$ ), numerazione dei picchi per metodo serbatoio

L'applicazione del metodo del serbatoio si riduce a un solo stress range pari a:

$$\Delta\sigma = \sigma_1 - \sigma_2 = 2,8 \text{ MPa}$$

Di conseguenza si ha:

- $n_{p1} = 1$  (numero di cicli corrispondenti a un singolo passaggio del veicolo)
- $n_1 = n_{p1} \cdot V_n \cdot f_{\text{annuo}} = 2500000$  (numero di cicli totale a cui è soggetto il ponte durante la sua vita)

Con  $V_n$  vita nominale della struttura e  $f_{\text{annuo}}$  flusso medio annuo dei veicoli pesanti definito in base alla categoria stradale.

La verifica consiste nel controllare che la somma dei danni provocati da ciascun stress range sia inferiore a 1:

$$\sum \frac{n_i}{N_i} \leq 1$$

dove  $n_i$  è il numero di cicli corrispondenti al singolo stress range di ampiezza  $\Delta\sigma_i$  (in questo caso 1) e  $N_i$  è il numero di cicli a rottura relativi alla medesima variazione di tensione  $\Delta\sigma_i$ .

Per ricavare il numero di cicli a rottura si hanno i seguenti casi:

- Se  $\Delta\sigma \geq \Delta\sigma_D/\gamma_{Mf} \rightarrow N_i = 2 \cdot 10^6 \left( \frac{\Delta\sigma_c}{\Delta\sigma\gamma_{Mf}} \right)^3$
- Se  $\Delta\sigma_L/\gamma_{Mf} \leq \Delta\sigma < \Delta\sigma_D/\gamma_{Mf} \rightarrow N_i = 5 \cdot 10^6 \left( \frac{\Delta\sigma_D}{\Delta\sigma\gamma_{Mf}} \right)^5$
- Se  $\Delta\sigma < \Delta\sigma_L/\gamma_{Mf} \rightarrow$  non si hanno problemi di fatica (verifica soddisfatta).  $N_i =$  infinito.

Si ricorda che:

- $\Delta\sigma_c$  = classe di resistenza del dettaglio
- $\Delta\sigma_D = 0,737 \Delta\sigma_c$
- $\Delta\sigma_L = 0,405 \Delta\sigma_c$

#### 8.3.28.1.1. Verifica dei piatti metallici

$\Delta\sigma_c$	140	MPa
$\Delta\sigma_D$	103,18	MPa
<b><math>\Delta\sigma_L</math></b>	<b>56,7</b>	<b>MPa</b>
$\Delta\sigma_c/\gamma_{Mf}$	121,74	MPa
$\Delta\sigma_D/\gamma_{Mf}$	89,72	MPa
<b><math>\Delta\sigma_L/\gamma_{Mf}</math></b>	<b>49,3</b>	<b>MPa</b>
$\Delta\sigma_1$	2,8	MPa
N1 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_1$ )	Infinito	cicli

VERIFICATO

Tabella 8-80 - Verifica a danneggiamento piatti metallici, sezione  $x = 6m$

La verifica è abbondantemente soddisfatta.

#### 8.3.28.1.2. Verifica delle saldature testa a testa

$\Delta\sigma_c$	90	MPa
$\Delta\sigma_D$	66,33	MPa
<b><math>\Delta\sigma_L</math></b>	<b>36,45</b>	<b>MPa</b>
$\Delta\sigma_c/\gamma_{Mf}$	78,26	MPa
$\Delta\sigma_D/\gamma_{Mf}$	57,68	MPa
<b><math>\Delta\sigma_L/\gamma_{Mf}</math></b>	<b>31,7</b>	<b>MPa</b>
$\Delta\sigma_1$	2,8	MPa
N1 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_1$ )	Infinito	cicli

VERIFICATO

Tabella 8-81 - Verifica a danneggiamento saldature di testa, sezione  $x = 6m$

### 8.3.28.2. Verifica a flessione

La linea di influenza “speciale” linearizzata relativa al momento flettente (Figura 8-181) è stata riordinata in modo tale da avere i picchi di massimo agli estremi e poter applicare il metodo del serbatoio:

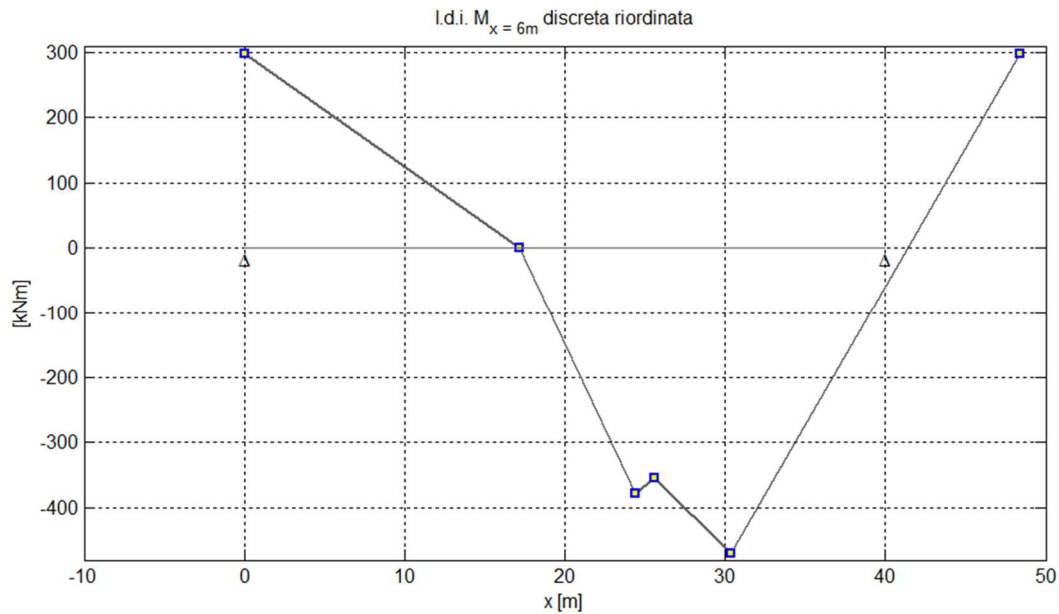


Figura 8-185 - Linea di influenza “speciale” a quattro assi di  $M_{x=6m}$  [kNm], linearizzata, riordinata

Le ordinate sono state poi divise per il modulo di resistenza relativo alle fibre più esterne dei piatti, dove poi sono situate anche le saldature:

$$W = 0,03 \text{ m}^3$$

Ipotizzando la velocità di percorrenza del ponte da parte dei veicoli costante, si ottiene l'oscillogramma delle tensioni:



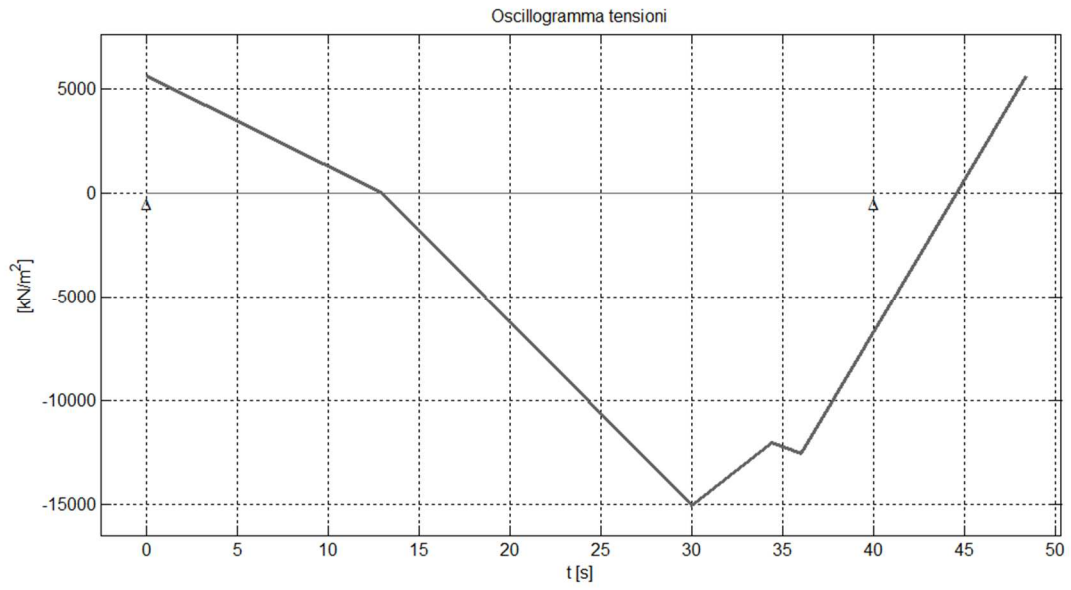


Figura 8-186 - Oscillogramma delle tensioni ( $M_{x=6m}$ ), modello di carico di fatica n.3

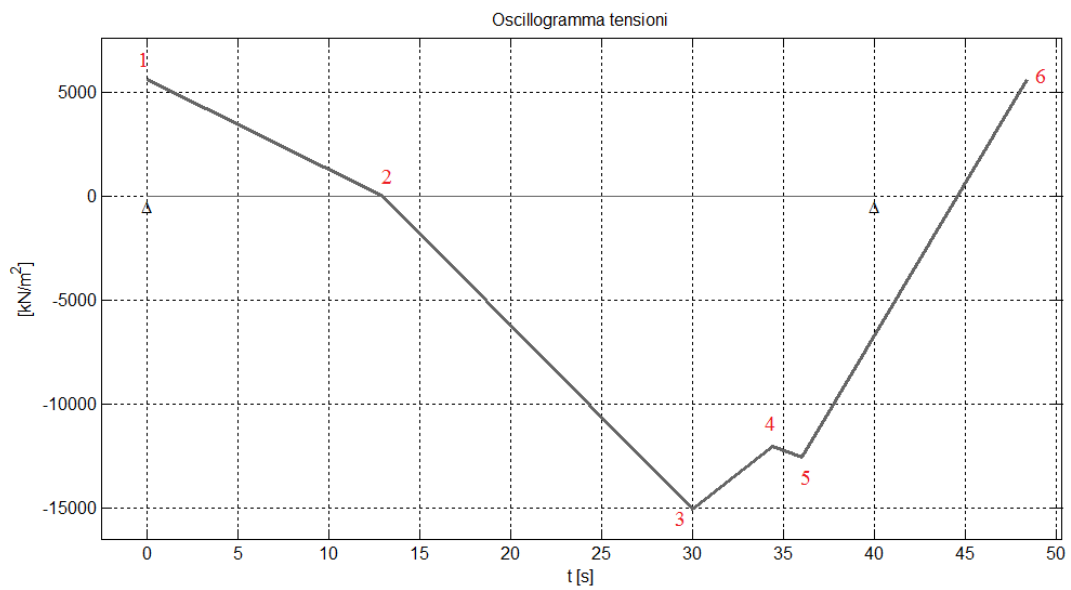


Figura 8-187 - Oscillogramma delle tensioni ( $M_{x=6m}$ ), numerazione dei picchi

Applicando il metodo del serbatoio si ottengono i seguenti risultati:

$\sigma_1$	9932,54	kPa
$\sigma_2$	0	kPa
$\sigma_3$	-12628,48	kPa
$\sigma_4$	-11811,11	kPa
$\sigma_5$	-15669,41	kPa
$\sigma_6$	9932,54	kPa

Tabella 8-82 - Valori delle tensioni dei picchi dell'oscillogramma relativo a M

picco svuotato	stress range			n° cicli
5	$\Delta\sigma_1 = \sigma_1 - \sigma_5$	25,6	MPa	1
3	$\Delta\sigma_2 = \sigma_4 - \sigma_3$	0,82	MPa	1
<b>TOT CICLI</b>				<b>2</b>

Tabella 8-83 - Stress ranges e conteggio dei cicli, metodo del serbatoio

Si ha quindi:

- $n_{p1} = 1 \rightarrow \Delta\sigma_1 = 25,6 \text{ MPa}$
- $n_{p2} = 1 \rightarrow \Delta\sigma_2 = 0,82 \text{ MPa}$
- $n_1 = n_{p1} V_n f_{\text{annuo}} = 2500000 \text{ cicli}$
- $n_2 = n_{p2} V_n f_{\text{annuo}} = 2500000 \text{ cicli}$

L'istogramma delle tensioni relativo è:

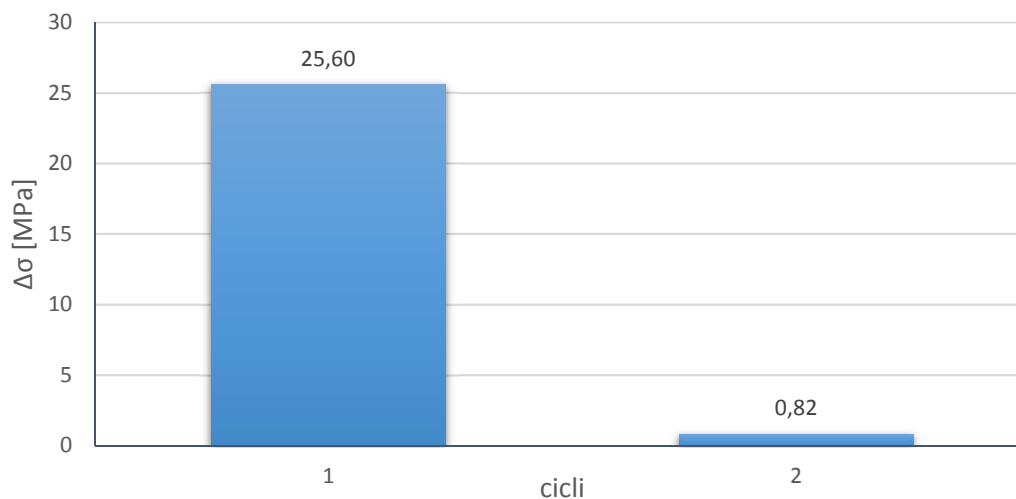


Figura 8-188 - Istogramma delle tensioni, 1 passaggio, oscillogramma di  $M_{x=6m}$

La verifica si esegue col procedimento esposto al §8.3.28.1. Dev'essere:

$$\sum \frac{n_i}{N_i} \leq 1$$

I risultati per i dettagli costruttivi vengono riportati in tabelle.

#### 8.3.28.2.1. Verifica dei piatti metallici

$\Delta\sigma_c$	140	MPa
$\Delta\sigma_D$	103,18	MPa
<b><math>\Delta\sigma_L</math></b>	<b>56,7</b>	<b>MPa</b>
$\Delta\sigma_c/\gamma_{Mf}$	121,74	MPa
$\Delta\sigma_D/\gamma_{Mf}$	89,72	MPa
<b><math>\Delta\sigma_L/\gamma_{Mf}</math></b>	<b>49,3</b>	<b>MPa</b>
$\Delta\sigma_1$	25,6	MPa
N1 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_1$ )	Infinito	cicli
$\Delta\sigma_2$	0,82	MPa
N2 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_2$ )	Infinito	cicli

VERIFICATO

Tabella 8-84 - Verifica a danneggiamento piatti metallici, sezione di  $x = 6m$

#### 8.3.28.2.2. Verifica delle saldature testa a testa

Per le saldature, volendo fare un conto più preciso, è stato utilizzato il modulo di resistenza relativo alle fibre mediane dei piatti superiore e inferiore (cioè dove si trovano le saldature testa a testa):

$$W_{\text{saldature testa}} = \frac{J}{\frac{h}{2} - \frac{t_{\text{ala}}}{2}} = \frac{0,0224}{0,75 - \frac{0,025}{2}} = 0,0304 \text{ m}^3$$

Dall'oscillogramma ricavato con questo modulo di resistenza, sono state ottenute le seguenti variazioni di tensione riportate nella tabella di verifica:

$\Delta\sigma_c$	90	MPa
$\Delta\sigma_D$	66,33	MPa
<b><math>\Delta\sigma_L</math></b>	<b>36,45</b>	<b>MPa</b>
$\Delta\sigma_c/\gamma_{Mf}$	78,26	MPa
$\Delta\sigma_D/\gamma_{Mf}$	57,68	MPa
<b><math>\Delta\sigma_L/\gamma_{Mf}</math></b>	<b>31,7</b>	<b>MPa</b>
$\Delta\sigma_1$	25,29	MPa
N1 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_1$ )	Infinito	cicli
$\Delta\sigma_2$	0,81	MPa
N2 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_2$ )	Infinito	cicli

**VERIFICATO**

*Tabella 8-85 - Verifica a danneggiamento delle saldature, sezione di  $x = 6m$*

Le verifiche sono ampiamente soddisfatte, come ci si aspettava; infatti la verifica a danneggiamento è molto più precisa di una a vita illimitata e, per questo, meno gravosa.

#### 8.3.28.3. Verifica N+M

Come già effettuato per la sezione di mezzeria, si conduce anche la verifica combinata sforzo normale + momento flettente.

La somma degli oscillogrammi per la sezione di 6m (Figura 8-183 e Figura 8-186) fornisce il seguente risultato:

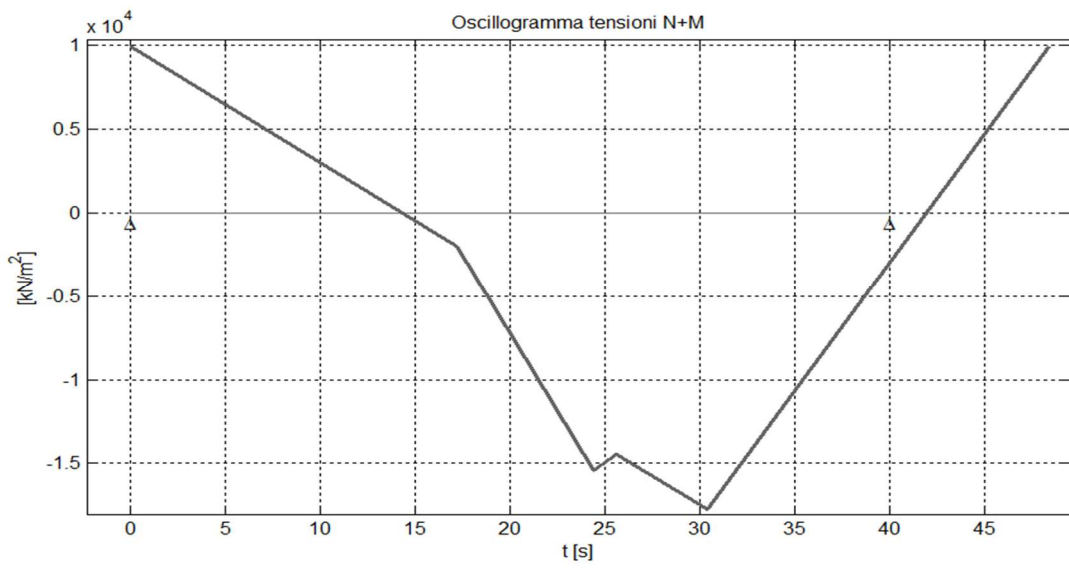


Figura 8-189 - Oscillogramma delle tensioni ( $N+M_{x=6m}$ ), modello di carico di fatica n.3

Si procede riportando i risultati ottenuti dall'applicazione del metodo del serbatoio.

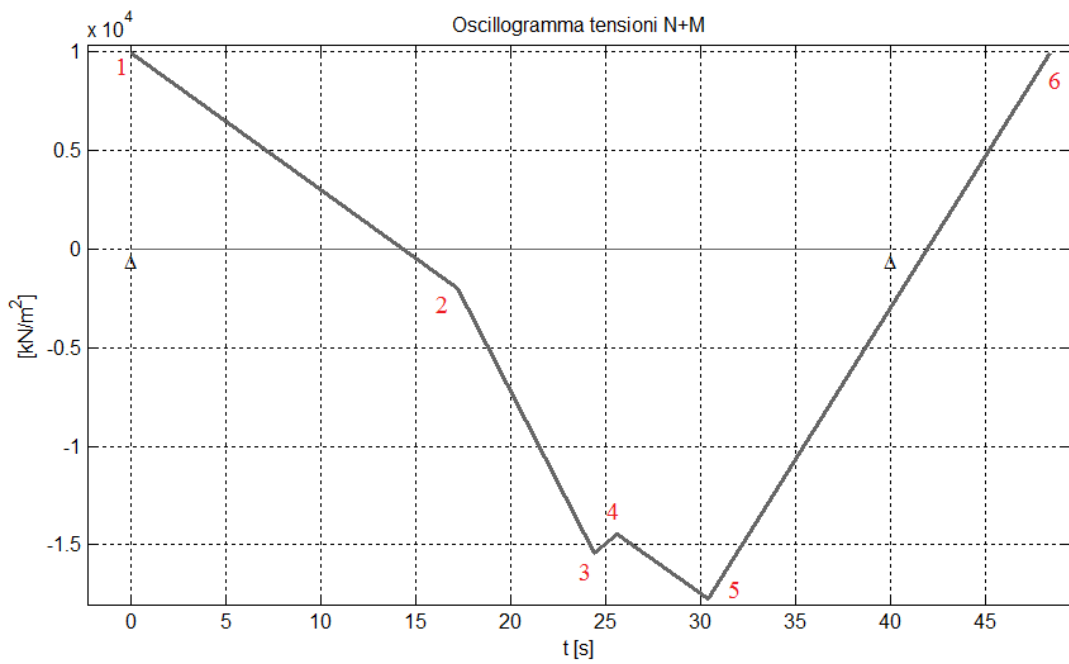


Figura 8-190 - Oscillogramma delle tensioni, numerazione dei picchi

$\sigma_1$	9932,54	kPa
$\sigma_2$	-1991,44	kPa
$\sigma_3$	-15410,02	kPa
$\sigma_4$	-14453,63	kPa
$\sigma_5$	-17755,85	kPa
$\sigma_6$	9932,54	kPa

Tabella 8-86 - Valori delle tensioni dei picchi dell'oscillogramma relativo a M+N

picco svuotato	stress range			n° cicli
5	$\Delta\sigma_1 = \sigma_1 - \sigma_5$	27,69	MPa	1
3	$\Delta\sigma_2 = \sigma_4 - \sigma_3$	0,96	MPa	1
<b>TOT CICLI</b>				<b>2</b>

Tabella 8-87 - Stress ranges e conteggio dei cicli, metodo del serbatoio

Anche in questo caso si ha un aumento modesto degli stress ranges; per cui ci si aspetta che la verifica sia di nuovo soddisfatta.

L'istogramma sarà formato da due soli cicli:

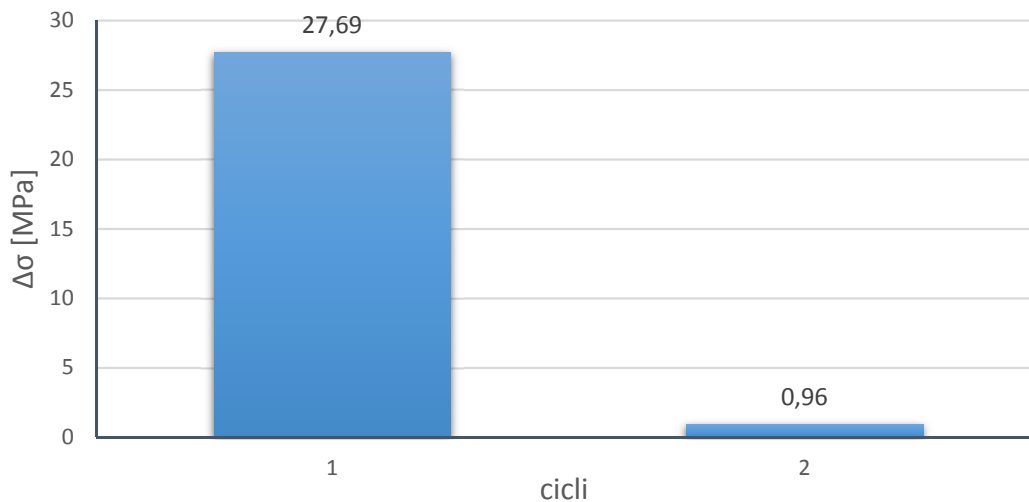


Figura 8-191 - Istogramma delle tensioni ( $N+M_{x=6m}$ ), 1 passaggio del veicolo

Si ha quindi:

- $n_{p1} = n_{p2} = 1$
- $n_i = n_{pi} V_n f_{annuo} = 2500000$  cicli

Conoscendo le classi di resistenza dei dettagli costruttivi e ricavando il numero di cicli a rottura nel seguente modo:

- Se  $\Delta\sigma \geq \Delta\sigma_D/\gamma_{Mf} \rightarrow N_i = 2 \cdot 10^6 \left( \frac{\Delta\sigma_c}{\Delta\sigma_{Mf}} \right)^3$
- Se  $\Delta\sigma_L/\gamma_{Mf} \leq \Delta\sigma < \Delta\sigma_D/\gamma_{Mf} \rightarrow N_i = 5 \cdot 10^6 \left( \frac{\Delta\sigma_D}{\Delta\sigma_{Mf}} \right)^5$
- Se  $\Delta\sigma < \Delta\sigma_L/\gamma_{Mf} \rightarrow$  non si hanno problemi di fatica (verifica soddisfatta).  $N_i =$  infinito.

Si procede con l'effettuare le verifiche, ricordando che:

- $\Delta\sigma_c =$  classe di resistenza del dettaglio
- $\Delta\sigma_D = 0,737 \Delta\sigma_c$
- $\Delta\sigma_L = 0,405 \Delta\sigma_c$

#### 8.3.28.3.1. Verifica dei piatti metallici

$\Delta\sigma_c$	140	MPa
$\Delta\sigma_D$	103,18	MPa
<b><math>\Delta\sigma_L</math></b>	<b>56,7</b>	<b>MPa</b>
$\Delta\sigma_c/\gamma_{Mf}$	121,74	MPa
$\Delta\sigma_D/\gamma_{Mf}$	89,72	MPa
<b><math>\Delta\sigma_L/\gamma_{Mf}</math></b>	<b>49,3</b>	<b>MPa</b>
$\Delta\sigma_1$	27,69	MPa
N1 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_1$ )	Infinito	cicli
$\Delta\sigma_2$	0,96	MPa
N2 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_2$ )	Infinito	cicli

VERIFICATO

*Tabella 8-88 - Verifica a danneggiamento N+M, piatti metallici*

Gli stress ranges risultano ancora molto inferiori rispetto al limite per i calcoli di fatica; dunque non si presenta neanche il fenomeno.

L'effetto combinato di sforzo normale e momento flettente non danneggia la struttura.

### 8.3.28.3.2. Verifica delle saldature testa a testa

Per tale verifica è stato utilizzato il modulo di resistenza relativo alle fibre delle saldature:  $0,0304 \text{ m}^3$ .

Dunque, l'oscillogramma del momento flettente è leggermente diverso rispetto a quello ricavato in precedenza e, di conseguenza, anche la somma; si ricavano diversi stress range, che vengono riportati direttamente all'interno della tabella della verifica:

$\Delta\sigma_c$	90	MPa
$\Delta\sigma_D$	66,33	MPa
<b><math>\Delta\sigma_L</math></b>	<b>36,45</b>	<b>MPa</b>
$\Delta\sigma_c/\gamma_{Mf}$	78,26	MPa
$\Delta\sigma_D/\gamma_{Mf}$	57,68	MPa
<b><math>\Delta\sigma_L/\gamma_{Mf}</math></b>	<b>31,7</b>	<b>MPa</b>
$\Delta\sigma_1$	27,35	MPa
N1 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_1$ )	Infinito	cicli
$\Delta\sigma_2$	0,95	MPa
N2 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_2$ )	Infinito	cicli

**VERIFICATO**

*Tabella 8-89 - Verifica a danneggiamento N+M, saldature testa a testa*

Anche questa verifica è pienamente soddisfatta.

### 8.3.28.4. Verifica a taglio

La linea di influenza "speciale" linearizzata (Figura 8-182) è stata riordinata secondo la regola del metodo del serbatoio per il conteggio dei cicli e il calcolo delle variazioni di tensione:



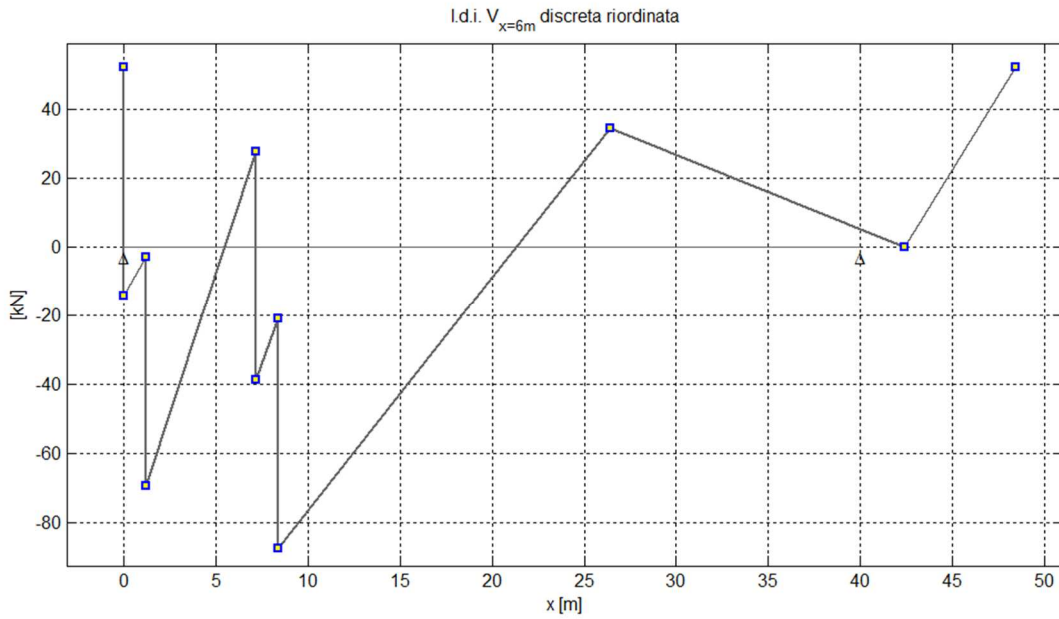


Figura 8-192 - Linea di influenza “speciale” a quattro assi di  $V_{x=6m}$  [kN], linearizzata, riordinata

In seguito, le ordinate sono state divise per l’area di taglio della sezione (cioè l’area dei piatti verticali della trave):  $0,0348 \text{ m}^2$ . La sezione è la stessa di quella che si ha in mezzeria.

Facendo l’ipotesi di velocità di transito costante, si ottiene l’oscillogramma delle tensioni:

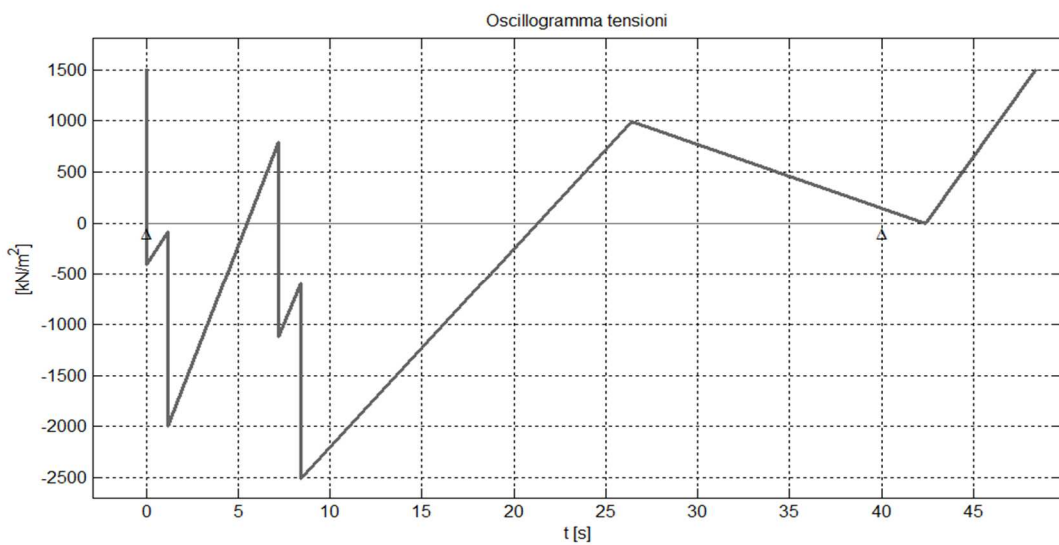


Figura 8-193 - Oscillogramma delle tensioni ( $V_{x=6m}$ ), modello di carico di fatica n.3

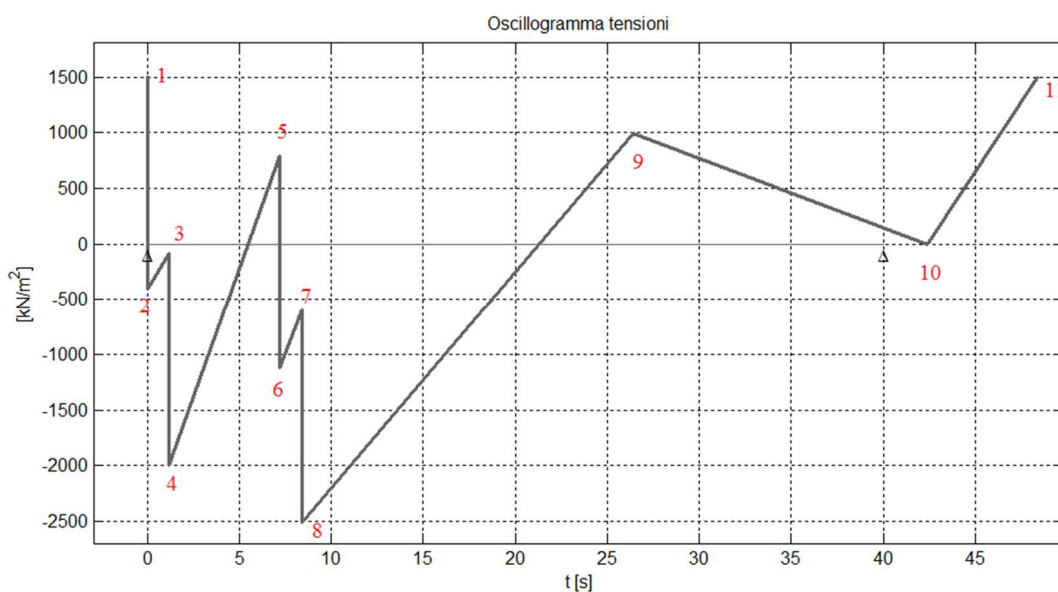


Figura 8-194 - Oscillogramma delle tensioni ( $V_{x=6m}$ ), numerazione dei picchi

Il metodo del serbatoio ha fornito i seguenti risultati:

$\tau_1$	1506,27	kPa
$\tau_2$	-404,77	kPa
$\tau_3$	-83,69	kPa
$\tau_4$	-1994,9	kPa
$\tau_5$	794,21	kPa
$\tau_6$	-1115,11	kPa
$\tau_7$	-597,83	kPa
$\tau_8$	-2507,46	kPa
$\tau_9$	996,37	kPa
$\tau_{10}$	0	kPa
$\tau_{11}$	1506,27	kPa

Tabella 8-90 - Valori di tensione dei picchi dell'oscillogramma ( $V_{x=6m}$ )

Picco svuotato	Stress range		n° cicli
8	$\Delta\tau_1 = \tau_1 - \tau_8$	4013,73 kPa	1
4	$\Delta\tau_2 = \tau_5 - \tau_4$	2789,11 kPa	1
6	$\Delta\tau_3 = \tau_7 - \tau_6$	517,28 kPa	1
2	$\Delta\tau_4 = \tau_3 - \tau_2$	321,08 kPa	1
10	$\Delta\tau_5 = \tau_9 - \tau_{10}$	996,37 kPa	1
<b>TOT CICLI</b>			<b>5</b>

Tabella 8-91 - Stress ranges e conteggio dei cicli, metodo del serbatoio

L'istogramma associato è il seguente:

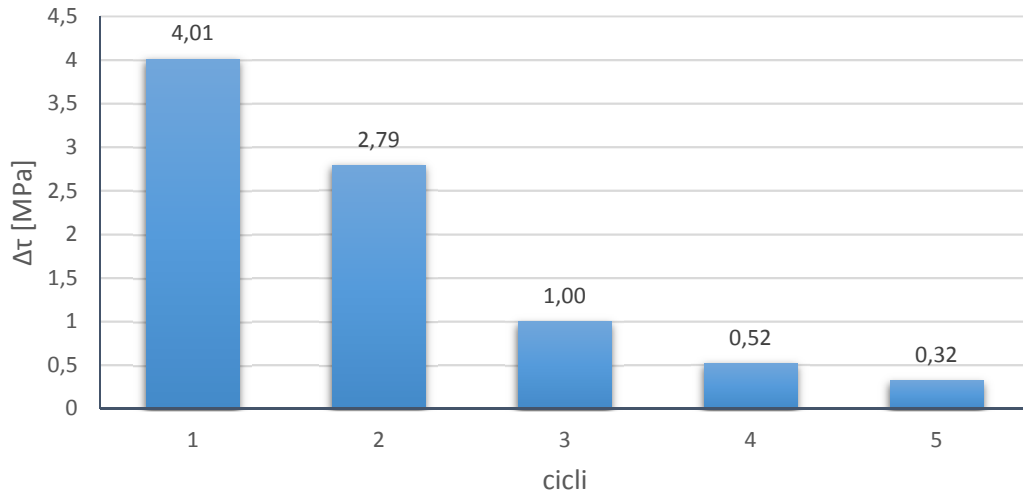


Figura 8-195 - Iistogramma delle tensioni, 1 passaggio, oscillogramma di  $V_{x=6m}$

Ad ogni stress range corrisponde un solo ciclo, dunque:

$$n_{p1} = n_{p2} = n_{p3} = n_{p4} = n_{p5} = 1$$

Di conseguenza, il numero di cicli totali sarà:

$$n_1 = n_2 = n_3 = n_4 = n_5 = n_p V_n f_{\text{annuo}} = 2500000 \text{ cicli}$$

essendo  $V_n = 50$  anni e  $f_{\text{annuo}} = 50000$  (flusso di veicoli pesanti in un anno).

Si deve verificare la seguente:

$$\sum \frac{n_i}{N_i} \leq 1$$

Il numero di cicli a rottura per ogni stress range  $N_i$  è calcolato in base al valore di essi:

- Se  $\Delta\tau \geq \Delta\tau_L/\gamma_{Mf} \rightarrow N_i = 2 \cdot 10^6 \left( \frac{\Delta\tau_c}{\Delta\tau\gamma_{Mf}} \right)^5 = n^\circ$  cicli a rottura per  $\Delta\tau$
- Se  $\Delta\tau < \Delta\tau_L/\gamma_{Mf} \rightarrow$  non si hanno problemi di fatica (verifica soddisfatta).  $N_i =$  infinito.

Dove  $\Delta\tau_L$  è il limite per i calcoli di fatica pari a  $0,457\Delta\tau_C$ .

Si riportano in tabella i risultati delle verifiche per i piatti e per le saldature.

#### 8.3.28.4.1. Verifica dei piatti metallici

$\Delta\tau_c$	100	MPa
$\Delta\tau_L$	45,7	MPa
$\Delta\tau_c/\gamma_{Mf}$	86,96	MPa
$\Delta\tau_L/\gamma_{Mf}$	39,74	MPa
$\Delta\tau_1$	4,01	MPa
N1 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_1$ )	Infinito	cicli
$\Delta\tau_2$	2,79	MPa
N2 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_2$ )	Infinito	cicli
$\Delta\tau_3$	1	MPa
N3 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_3$ )	Infinito	cicli
$\Delta\tau_4$	0,52	MPa
N4 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_4$ )	Infinito	cicli
$\Delta\tau_5$	0,32	MPa
N5 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_5$ )	Infinito	cicli

VERIFICATO

Tabella 8-92 - Verifica a danneggiamento piatti metallici, sezione  $x=6m$

La verifica è ampiamente soddisfatta.

#### 8.3.28.4.2. Verifica delle saldature testa a testa

$\Delta\tau_c$	80	MPa
$\Delta\tau_L$	36,56	MPa
$\Delta\tau_c/\gamma_{Mf}$	69,57	MPa
$\Delta\tau_L/\gamma_{Mf}$	31,8	MPa
$\Delta\tau_1$	4,01	MPa
N1 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_1$ )	Infinito	cicli
$\Delta\tau_2$	2,79	MPa
N2 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_2$ )	Infinito	cicli
$\Delta\tau_3$	1	MPa
N3 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_3$ )	Infinito	cicli
$\Delta\tau_4$	0,52	MPa
N4 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_4$ )	Infinito	cicli
$\Delta\tau_5$	0,32	MPa
N5 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_5$ )	Infinito	cicli

VERIFICATO

Tabella 8-93 - Verifica a danneggiamento saldature, sezione  $x=6m$

Anche questa verifica è soddisfatta con ampio margine di sicurezza.

**8.3.29. Linee di influenza tradizionali di  $M_{x=16m}$  e  $V_{x=16m}$ , calcolo manuale, trave Langer**

La sezione di  $x = 16m$  vede come dettaglio costruttivo la giunzione fra i conci 2 e 3; in tale punto si vogliono verificare le saldature di testa fra i piatti che non sono rastremati, a differenza di quelli all'ascissa  $x = 6m$ .

Considerando fissa l'ascissa  $x_s$  in cui si vuole ricavare la linea di influenza, le equazioni che forniscono il momento flettente e il taglio in tale sezione al variare della posizione del carico  $x_p$  sono le seguenti:

$$M_{t,s}(x_p) = m_{v,s}(x_p) - H_{eff}(x_p)y(x_s)$$

$$V_{t,s}(x_p) = v_{v,s}(x_p) - H_{eff}(x_p)y'(x_s) = v_{v,s}(x_p) - H_{eff}(x_p)tg\alpha(x_s)$$

dove  $m_v$  e  $v_v$  sono il momento e il taglio riferiti alla trave equivalente, cioè di pari luce.

Fissando la sezione ad  $x = 16m$ , si ha:

- $x_s = 16 m$
- $x'_s = l - x_s = 24 m$
- $y(x_s) = 9,6 m$
- $y'(x_s) = 0,2$

Procedendo col metodo diretto, si ha che:

- Per  $x_p < x_s$

$$m_{v,s}(x_p), sx = R_b x'_s$$

$$v_{v,s}(x_p), sx = -R_b = -\frac{x_p}{l}$$

- Per  $x_p > x_s$

$$m_{v,s}(x_p), dx = R_a x_s$$

$$v_{v,s}(x_p), dx = R_a = \frac{l - x_p}{l}$$

Quindi, in conclusione:

$$M_s(x_p), sx = m_{v,s}(x_p), sx - H_{\text{eff}}(x_p)y(x_s) \rightarrow \text{per } x_p \text{ da } 0\text{m a } 16\text{m}$$

$$M_s(x_p), dx = m_{v,s}(x_p), dx - H_{\text{eff}}(x_p)y(x_s) \rightarrow \text{per } x_p \text{ da } 16\text{m a } 40\text{m}$$

$$V_s(x_p), sx = v_{v,s}(x_p), sx - H_{\text{eff}}(x_p)y'(x_s) \rightarrow \text{per } x_p \text{ da } 0\text{m a } 16\text{m}$$

$$V_s(x_p), dx = v_{v,s}(x_p), dx - H_{\text{eff}}(x_p)y'(x_s) \rightarrow \text{per } x_p \text{ da } 16\text{m a } 40\text{m}$$

Implementando le formule in un foglio di calcolo fissando la sezione  $x_s$  a 16m e imponendo un passo di 1m, si ottiene:

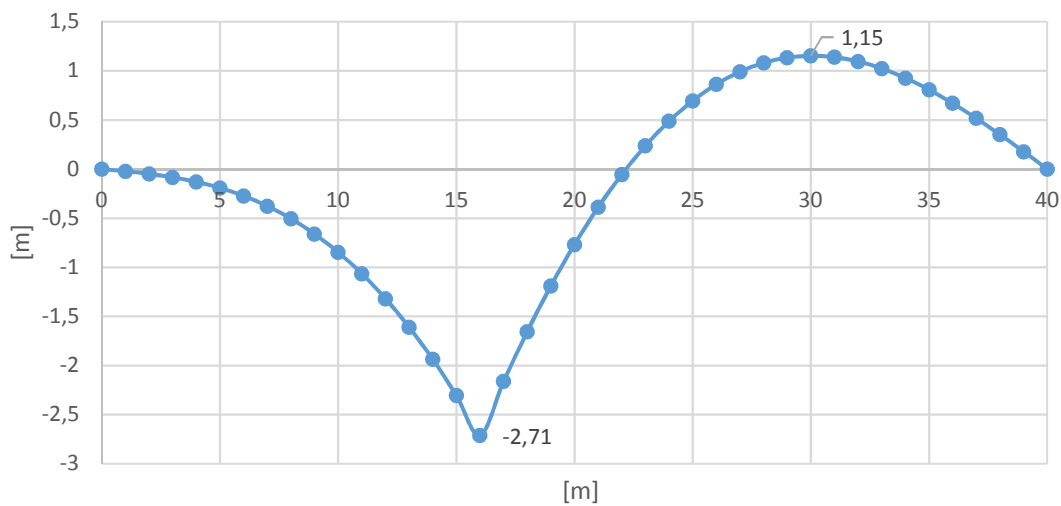


Figura 8-196 - Linea di influenza tradizionale di  $M_{x=16m}$ , calcolo manuale, trave Langer

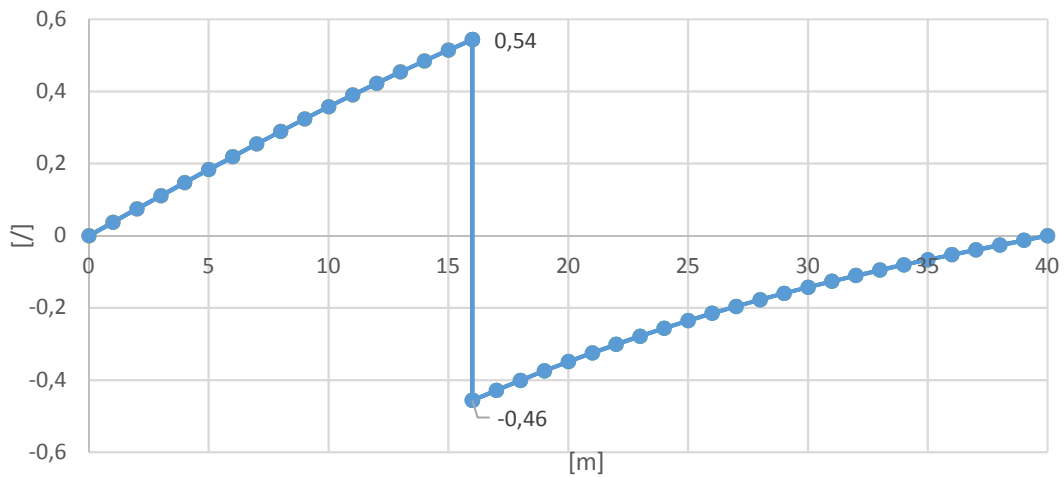


Figura 8-197 - Linea di influenza tradizionale di  $V_{x=16m}$ , calcolo manuale, trave Langer

**8.3.30. Linee di influenza tradizionale di  $M_{x=16m}$  e  $V_{x=16m}$ , calcolo automatico, ponte reale**

La linea di influenza del momento a  $x=16$  m ottenuta tramite software relativamente al ponte reale è la seguente:

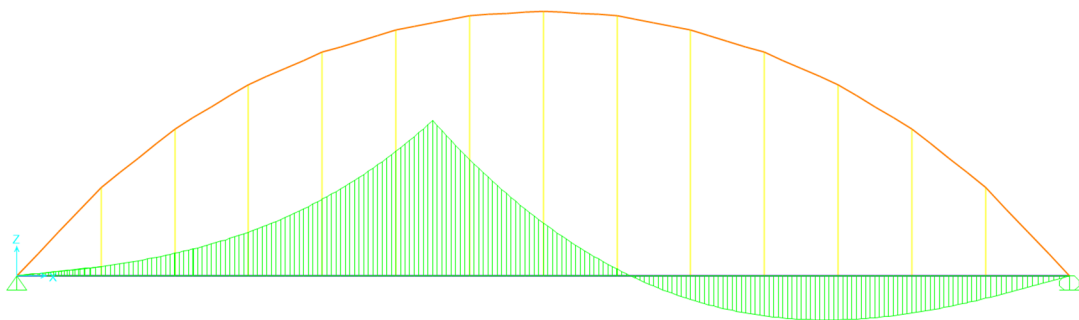


Figura 8-198 - Linea di influenza tradizionale di  $M_{x=16m}$ , calcolo automatico, ponte reale

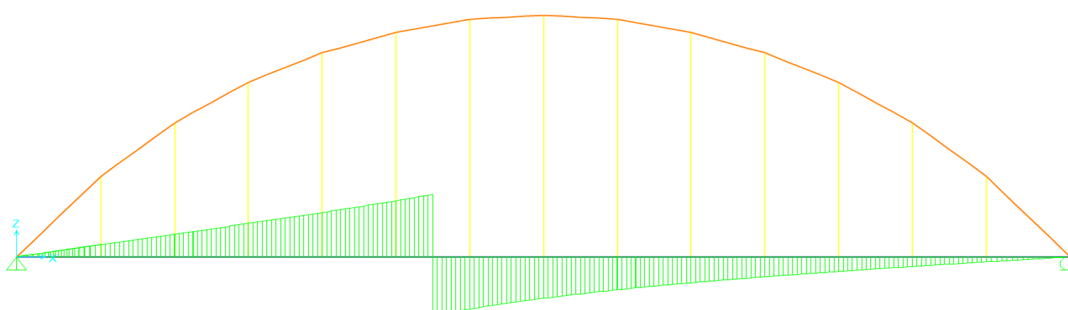
L'andamento qualitativo è quello di Figura 8-196.

In tabella si riporta il confronto tra i valori delle ordinate della linea di influenza automatica e quella manuale:

	<b>Ordinate linea di influenza manuale - <math>M_{x=16m}</math> [m]</b>	<b>Ordinate linea di influenza con software - <math>M_{x=16m}</math> [m]</b>	<b>errore percentuale</b>
<b>x = 1m</b>	-0,0221	-0,045	51 %
<b>x = 2m</b>	-0,0484	-0,0934	48 %
<b>x = 6m</b>	-0,2728	-0,3942	31 %
<b>x = 13m</b>	-1,6087	-1,8013	11 %
<b>x = 20m</b>	-0,7672	-1,0451	27 %
<b>x = 25 m</b>	0,696	0,3334	109 %
<b>x = 27 m</b>	0,9913	0,6118	62 %
<b>x = 34 m</b>	0,9272	0,6983	33 %
<b>x = 35 m</b>	0,8084	0,6098	33 %
<b>x = 37 m</b>	0,5171	0,399	30 %

*Tabella 8-94 - Confronto ordinate linee di influenza di  $M_{x=16m}$  calcolate manualmente e tramite software*

La linea di influenza del taglio a  $x = 16m$  ricavata in modo automatico è la seguente:



*Figura 8-199 - Linea di influenza tradizionale di  $V_{x=16m}$ , calcolo automatico*



Tale linea di influenza corrisponde qualitativamente a quella di Figura 8-197. Le differenze quantitative per alcune ascisse sono riportate in tabella:

	<b>Ordinate linea di influenza manuale - <math>V_{x=16m}</math> [l]</b>	<b>Ordinate linea di influenza con software - <math>V_{x=16m}</math> [l]</b>	<b>errore percentuale</b>
<b>x = 1m</b>	0,037	0,0319	16 %
<b>x = 2m</b>	0,074	0,0637	16 %
<b>x = 6m</b>	0,2193	0,1892	16 %
<b>x = 13m</b>	0,454	0,415	9 %
<b>x = 20m</b>	-0,3493	-0,344	2 %
<b>x = 25 m</b>	-0,2355	-0,223	5 %
<b>x = 27 m</b>	-0,196	-0,1896	3 %
<b>x = 34 m</b>	-0,0807	-0,0807	0 %
<b>x = 35 m</b>	-0,0665	-0,066	1 %
<b>x = 37 m</b>	-0,0392	-0,0396	1 %

*Tabella 8-95 - Confronto ordinate linee di influenza di  $V_{x=16m}$  ottenute manualmente e tramite software*

Considerando le linee di influenza tradizionali per sforzo normale, momento e taglio nelle sezioni di interesse; si può dire di aver ottenuto, in generale, una buona corrispondenza fra i calcoli manuali e automatici. Gli errori sono dovuti al fatto che, per il calcolo manuale, è stata fatta l'ipotesi di caso limite 1 (cioè di trave infinitamente rigida); per il calcolo automatico invece è stato considerato l'intero ponte con le sue caratteristiche reali, che sì, si avvicina di più al caso limite 1 rispetto che al caso limite

2 (arco puro), ma comunque rimangono sempre delle differenze poiché il caso reale non coincide mai con un caso limite ideale.

**8.3.31. Linea di influenza “speciale” di  $N_{x=16m}$  a due assi (modello di carico di fatica n.1)**

La linea di influenza “speciale” a due assi si ottiene sfruttando il principio di sovrapposizione degli effetti già utilizzato per tutte le linee di influenza precedenti.

Il punto di partenza è la linea di influenza tradizionale; essa, ricavata tramite il software di calcolo, è stata omessa in quanto è coincidente con quella ricavata per la sezione di mezzeria e la sezione a  $x = 6m$ .

Cambia invece il fattore moltiplicativo a causa del diverso coefficiente di ripartizione  $r_t$ :

$$\frac{P_{XP}}{l} r_t, r_t = 0,86$$

con  $P = 210 \text{ kN}$  (carico asse del modello di carico di fatica n.1).

Moltiplicando quindi le ordinate della linea di influenza “speciale”, si ricava la seguente curva:

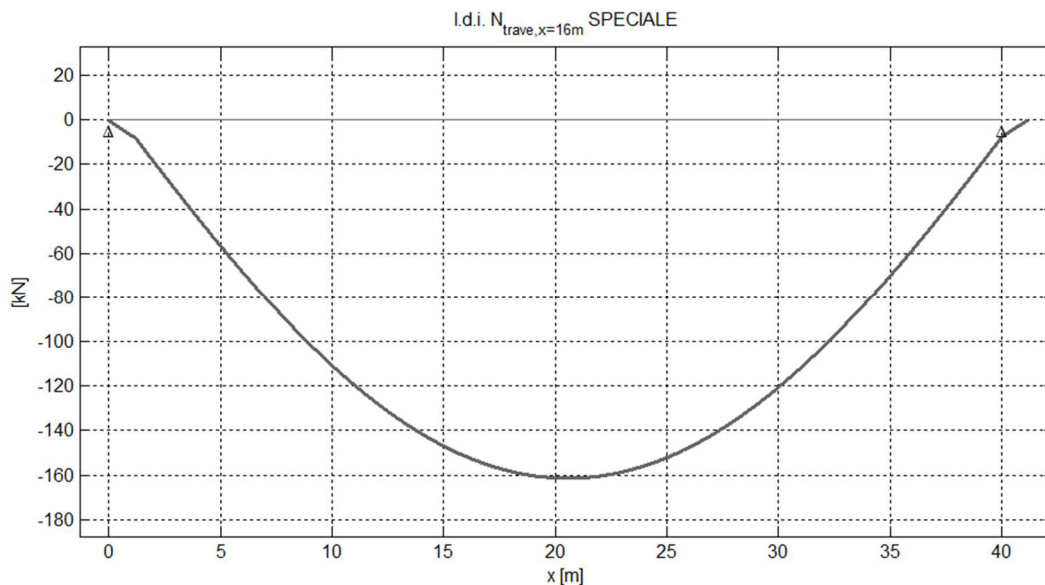


Figura 8-200 - Linea di influenza “speciale” di  $N_{x=16m}$  a due assi [kN]

### 8.3.32. Linearizzazione

Calcolando il punto di minimo della curva, essa è stata trasformata in una spezzata:

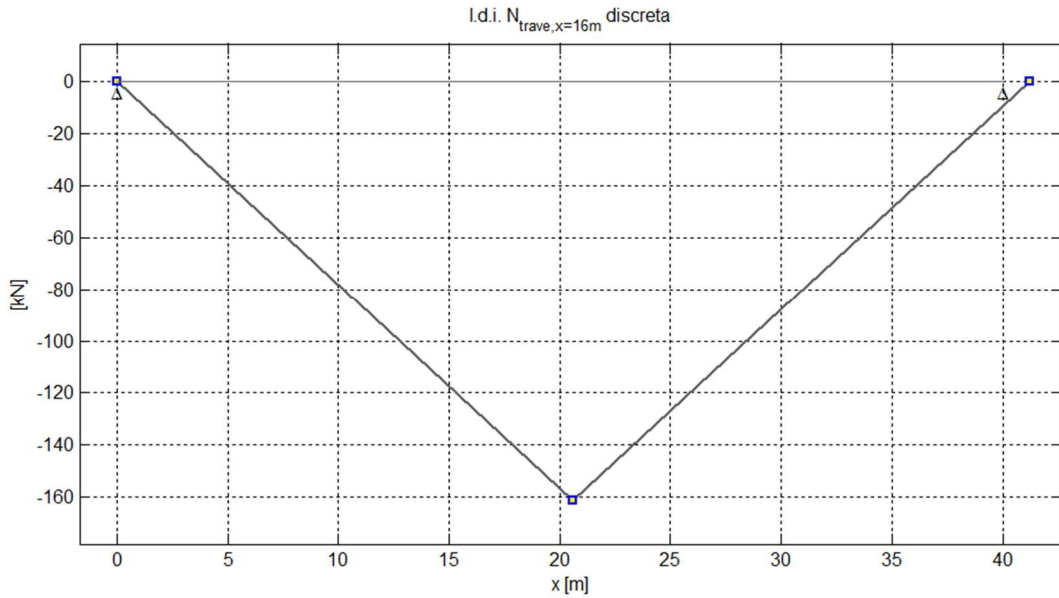


Figura 8-201 - Linea di influenza “speciale” di  $N_{x=16m}$  a due assi [kN], linearizzata

### 8.3.33. Linea di influenza “speciale” di $M_{x=16m}$ e $V_{x=16m}$ a due assi a distanza costante (modello di carico di fatica n.1)

Le linee di influenza tradizionali di M e di V ottenute tramite software sono state implementate all'interno del programma di calcolo numerico:

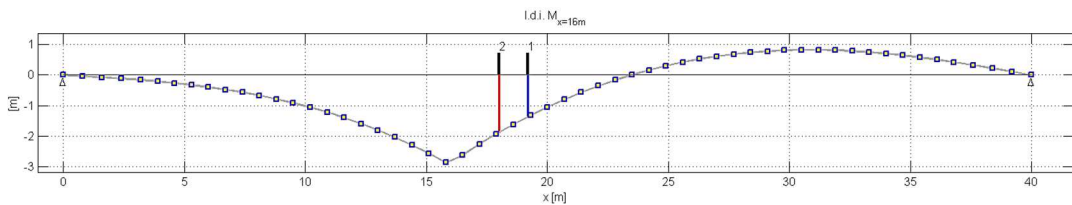


Figura 8-202 - Linea di influenza tradizionale di  $M_{x=16m}$  coi due assi del veicolo

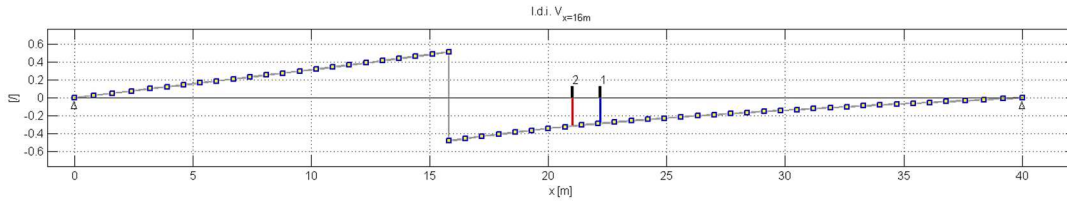


Figura 8-203 - Linea di influenza tradizionale di  $V_{x=16m}$  coi due assi del veicolo

Le linee di influenza traslate della distanza fra gli assi 1 e 2 (1,2m) sono le seguenti:

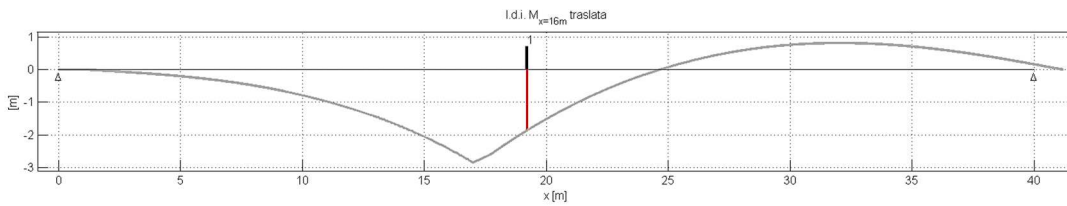


Figura 8-204 - Linea di influenza tradizionale di  $M_{x=16m}$  traslata della distanza fra gli assi 1 e 2

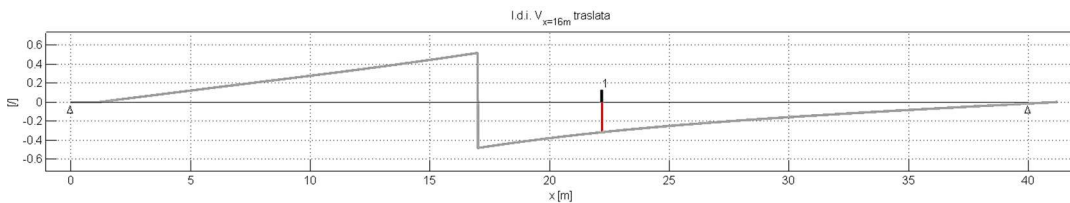


Figura 8-205 - Linea di influenza tradizionale di  $V_{x=16m}$  traslata della distanza fra gli assi 1 e 2

Le ordinate delle linee traslate sotto l'asse 1 sono uguali alle ordinate delle linee tradizionali sotto l'asse 2.

Sommando le ordinate per ogni ascissa delle linee di influenza tradizionale e traslata del momento e del taglio si ottengono le linee di influenza speciali:

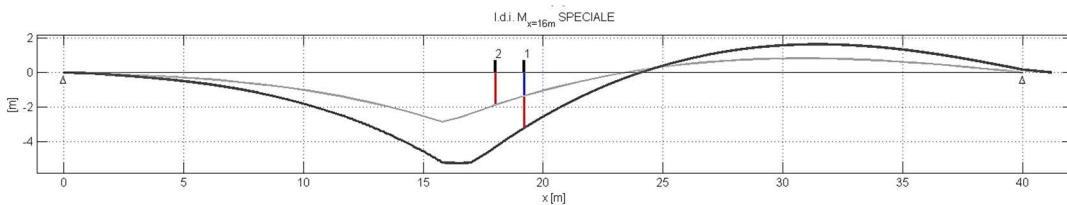


Figura 8-206 - Linea di influenza tradizionale (grigio chiaro) e linea di influenza "speciale" a due assi (grigio scuro) di  $M_{x=16m}$

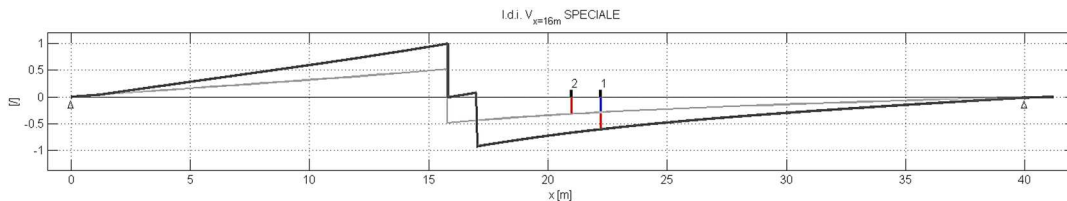


Figura 8-207 - Linea di influenza tradizionale (grigio chiaro) e linea di influenza “speciale” a due assi (grigio scuro) di  $V_{x=16m}$

In questo modo si può intuire in modo immediato dove sia più opportuno disporre il veicolo a n assi per ottenere l’effetto peggiore in termini di sollecitazione della trave.

Successivamente, moltiplicando le ordinate delle linee di influenza speciali per il fattore:

$$\frac{P_{x_p}}{l} r_t, r_t = 0,86, P = 210 \text{ kN}$$

si ottengono le linee di influenza speciali che tengono già in conto l’effetto del passaggio del veicolo.

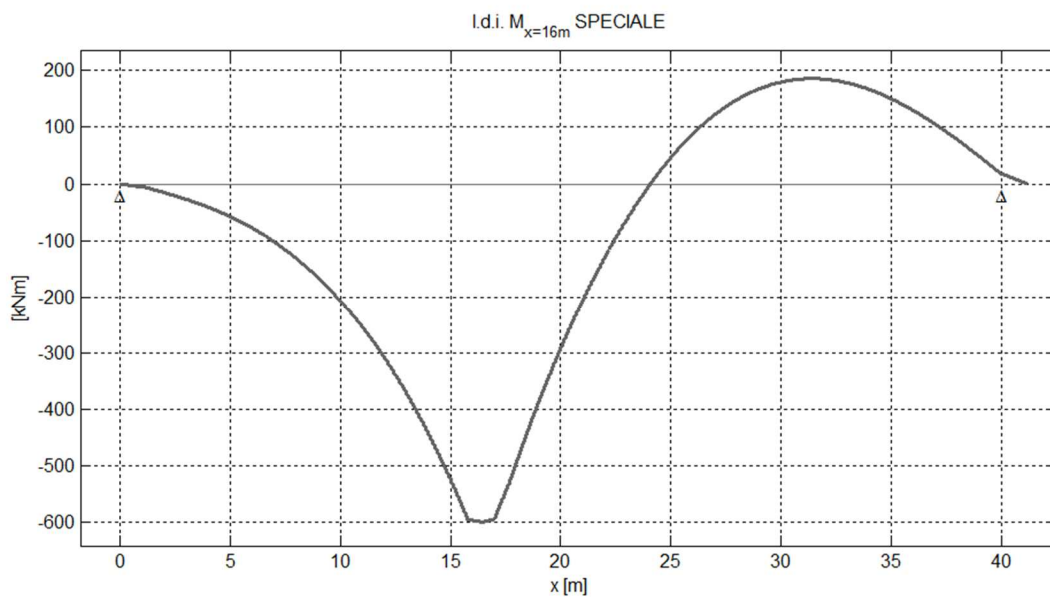


Figura 8-208 - Linea di influenza “speciale” a due assi di  $M_{x=16} [kNm]$

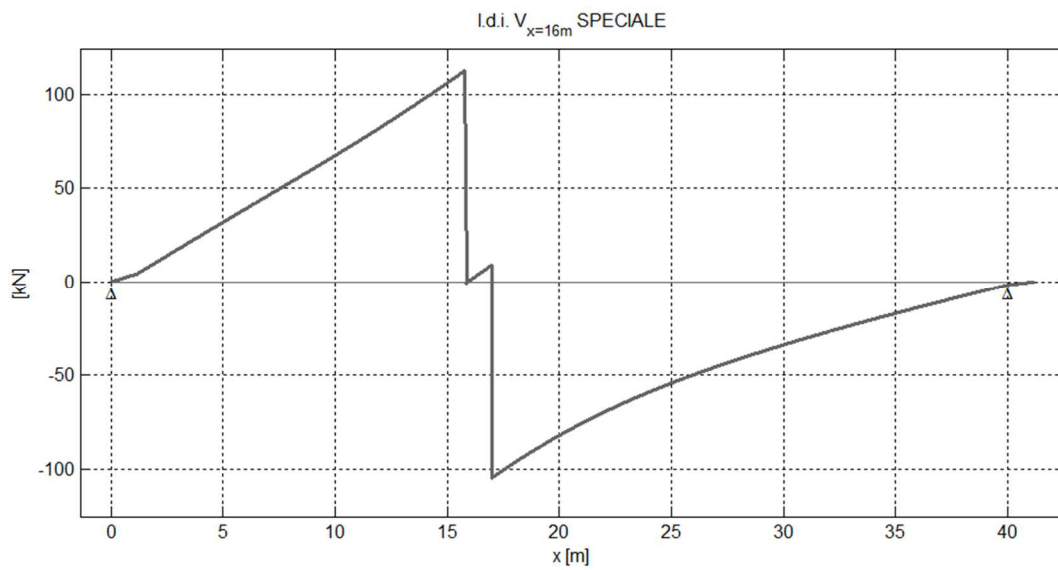


Figura 8-209 - Linea di influenza "speciale" a due assi di  $V_{x=16m}$  [kN]

### 8.3.34. Linearizzazione

Calcolando i valori delle ordinate dei massimi e minimi relativi e assoluti, le curve sono state trasformate in linee spezzate per poter applicare il metodo del serbatoio, al fine di ricavare lo stress range massimo con cui fare le verifiche:

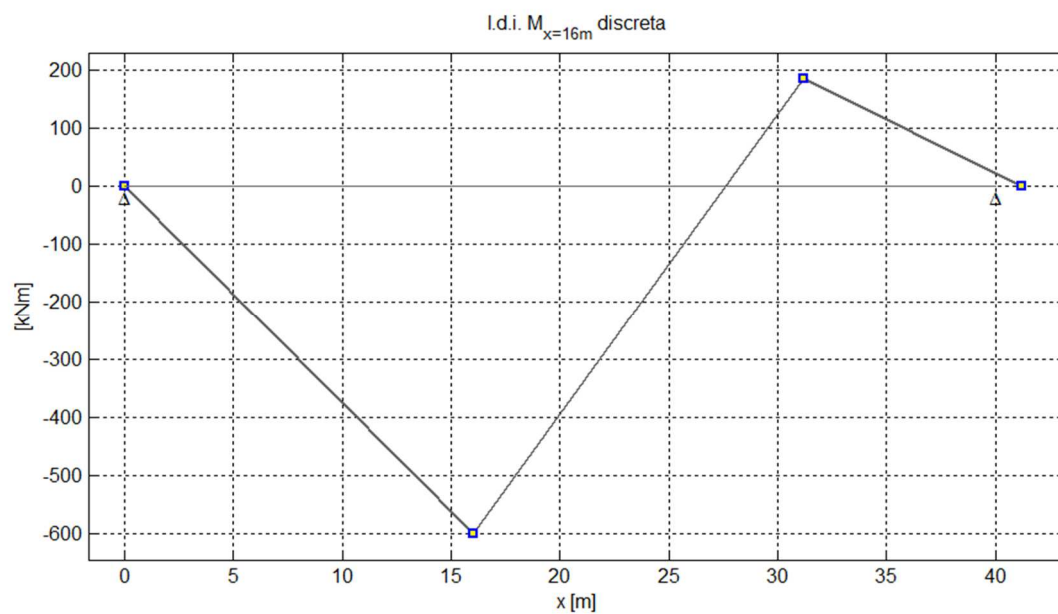


Figura 8-210 - Linea di influenza "speciale" a due assi di  $M_{x=16m}$  [kNm], linearizzata

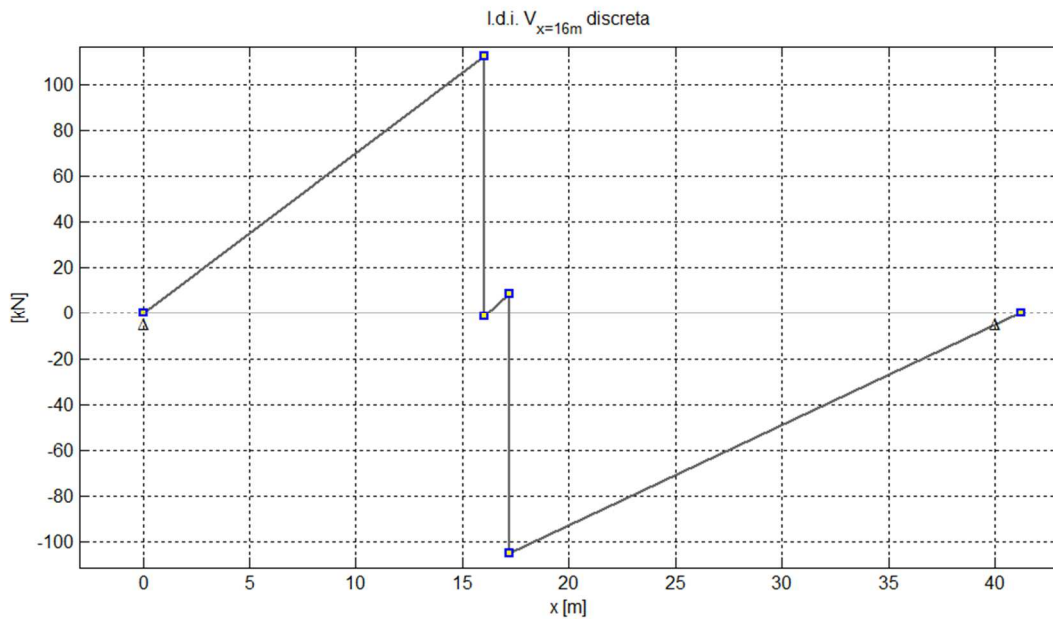


Figura 8-211 - Linea di influenza “speciale” a due assi di  $V_{x=16m}$  [kN], linearizzata

### 8.3.35. Verifiche a vita illimitata, sezione $x=16m$

Nella sezione di 16m i conci 2 e 3 della trave sono giuntati tramite saldature di testa; in questo caso, a differenza della sezione a 6m, i piatti costituenti i conci della trave non sono rastremati ma rettilinei e delle stesse dimensioni. Si avrà quindi un'altra classe di resistenza rispetto al dettaglio con rastremazione.

Le verifiche sono state condotte quindi sui piatti metallici e sulle saldature.

Si riporta di nuovo lo schema del dettaglio delle saldature testa a testa:

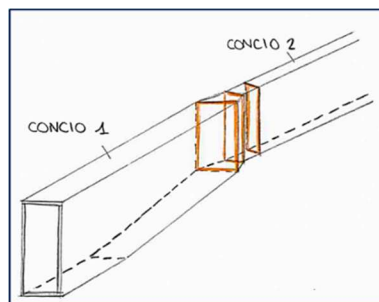


Figura 8-212 - Schema del dettaglio costruttivo: saldature testa a testa

Lo schema è relativo alla giunzione della sezione di 6m ma si può associare anche alla sezione di 16m pensando i piatti rettilinei e i conci 2 e 3.

I dettagli corrispondenti della normativa sono quelli già elencati nel §7.6.

Per i piatti è stata adottata la classe di resistenza  $\Delta\sigma = 140$  MPa in quanto, secondo il progetto, l'acciaio strutturale è protetto dalla corrosione.

Le tensioni tangenziali sono state calcolate dividendo  $\Delta V$  per l'area di taglio, effettuando un conto in sicurezza.

Per quanto riguarda le saldature di testa, essendo gli spessori dei piatti al massimo di 25 mm non è necessario moltiplicare la resistenza per il fattore riduttivo  $k_s$ .

Di seguito si riportano le verifiche a flessione (N+M), taglio e la verifica combinata.

#### 8.3.35.1. Verifica a flessione

Consiste nel verificare che sia soddisfatta la seguente:

$$\gamma_{Mf} \Delta\sigma_{\max, \text{TOT}} \leq \Delta\sigma_D$$

con:

- $\gamma_{Mf} = 1,15$
- $\Delta\sigma_D = 0,737 \Delta\sigma_C$  (limite di fatica ad ampiezza costante)
- $\Delta\sigma_{\max, \text{TOT}} = \Delta\sigma_{\max, N} + \Delta\sigma_{\max, M} = \frac{\Delta N_{\max}}{A} + \frac{\Delta M_{\max}}{W}$  è la tensione massima totale calcolata secondo la formulazione di Navier.

E' necessario quindi calcolare gli stress range massimi associati allo sforzo normale e al momento flettente.

Per quanto riguarda lo sforzo normale, la linea di influenza linearizzata di Figura 8-201 è stata divisa per l'area della sezione della trave in corrispondenza di  $x = 16$ m, che coincide con quella delle altre due sezioni già analizzate:  $0,0648 \text{ m}^2$ .



Si è ottenuto quindi l'oscillogramma delle tensioni facendo l'ipotesi di velocità costante di attraversamento del ponte da parte dei veicoli:

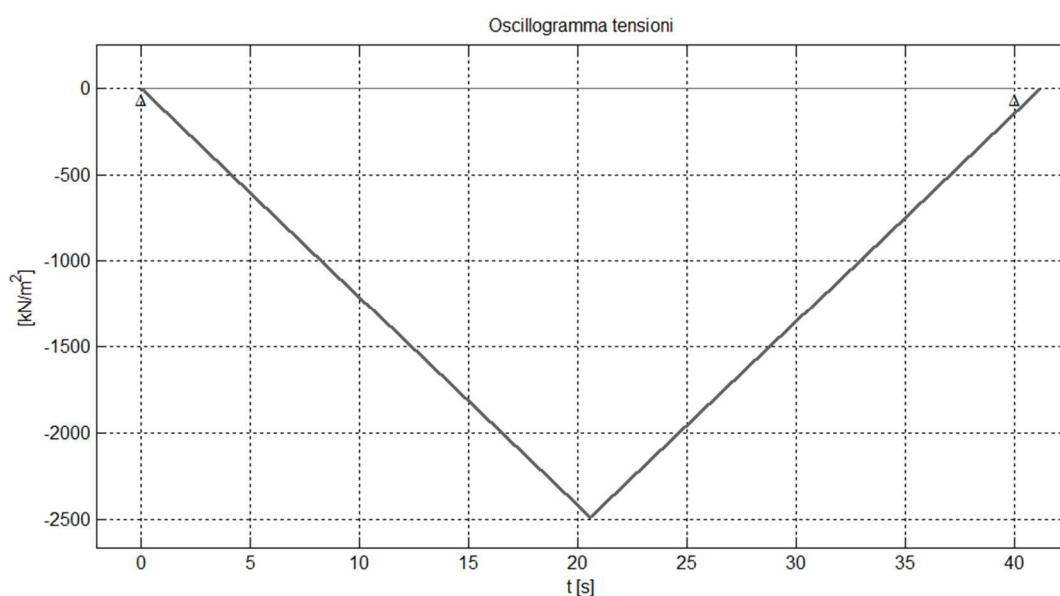


Figura 8-213 - Oscillogramma delle tensioni ( $N_x=16m$ ), modello di carico di fatica n.1

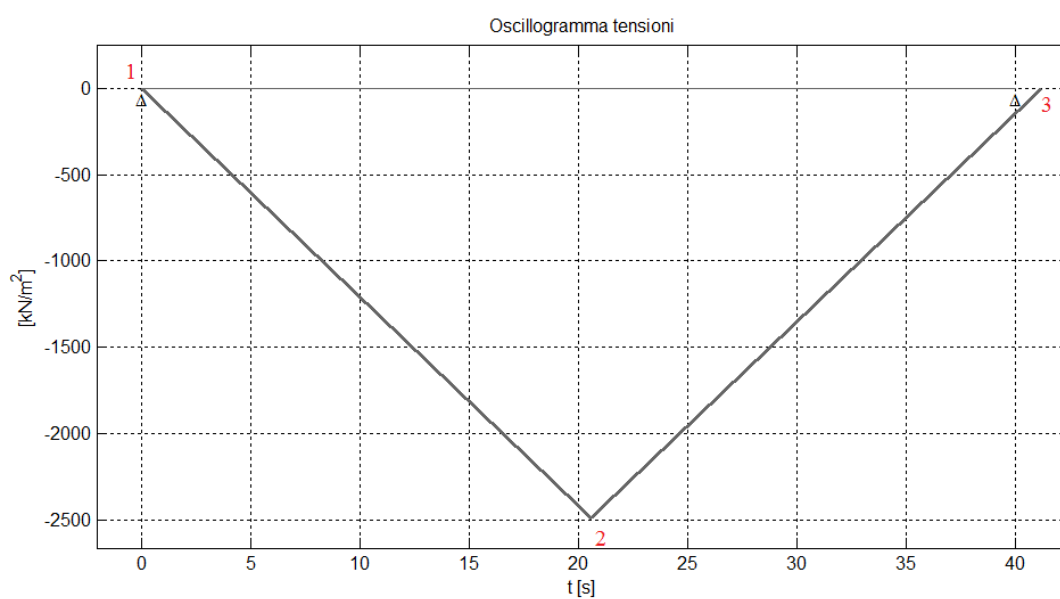


Figura 8-214 - Oscillogramma delle tensioni ( $N_x=16m$ ), numerazione dei picchi

Il metodo del serbatoio si riduce al calcolo di un solo stress range, che risulta pari a:

$$\Delta\sigma_{\max,N} = \sigma_1 - \sigma_2 = 2,5 \text{ MPa}$$

Per il calcolo della variazione massima di tensione relativa al momento flettente, la linea di influenza “speciale” linearizzata (Figura 8-210) è stata riordinata in modo tale da applicare il metodo del serbatoio:

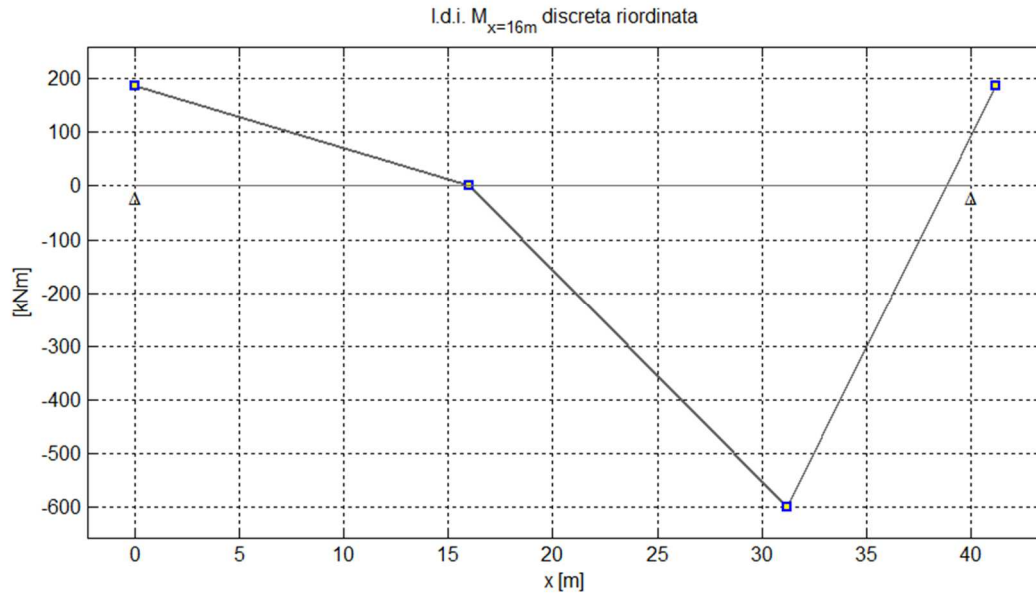


Figura 8-215 - Linea di influenza “speciale” di  $M_{x=16m}$  a due assi [kNm], linearizzata, riordinata

#### 8.3.35.1.1. Verifica dei piatti

La verifica è stata condotta calcolando lo stress range massimo relativamente alla fibra più sollecitata a trazione, cioè quella esterna (inferiore o superiore); a tal fine, le ordinate della curva di Figura 8-215 sono state divise per il modulo di resistenza relativo alle fibre più esterne:  $0,03 \text{ m}^3$ .

Si è ottenuto il seguente risultato, facendo l’ipotesi di velocità costante e passando dal dominio dello spazio a quello del tempo:

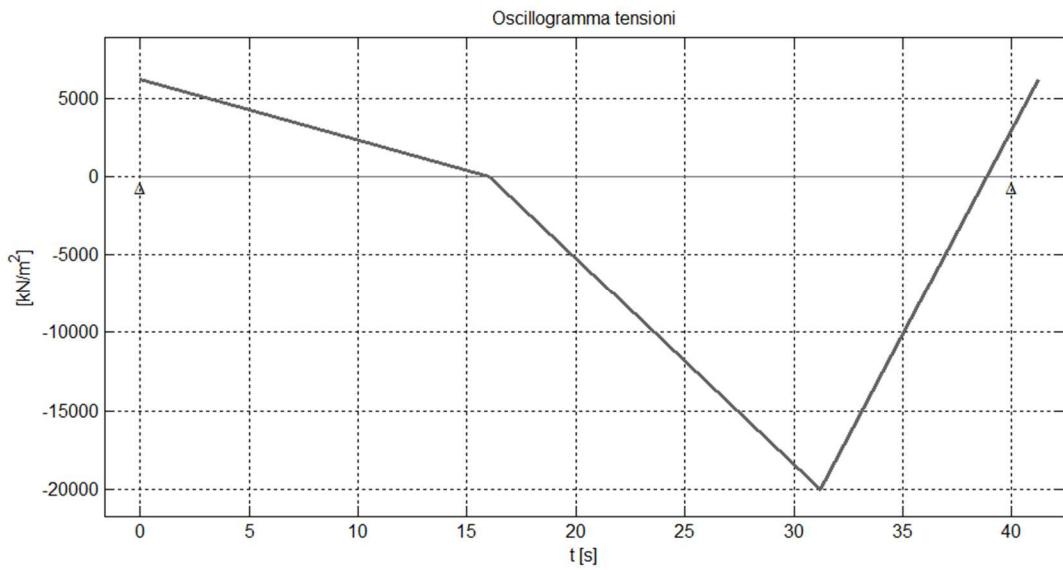


Figura 8-216 - Oscillogramma delle tensioni ( $M_x=16m$ ), modello di carico di fatica n.1

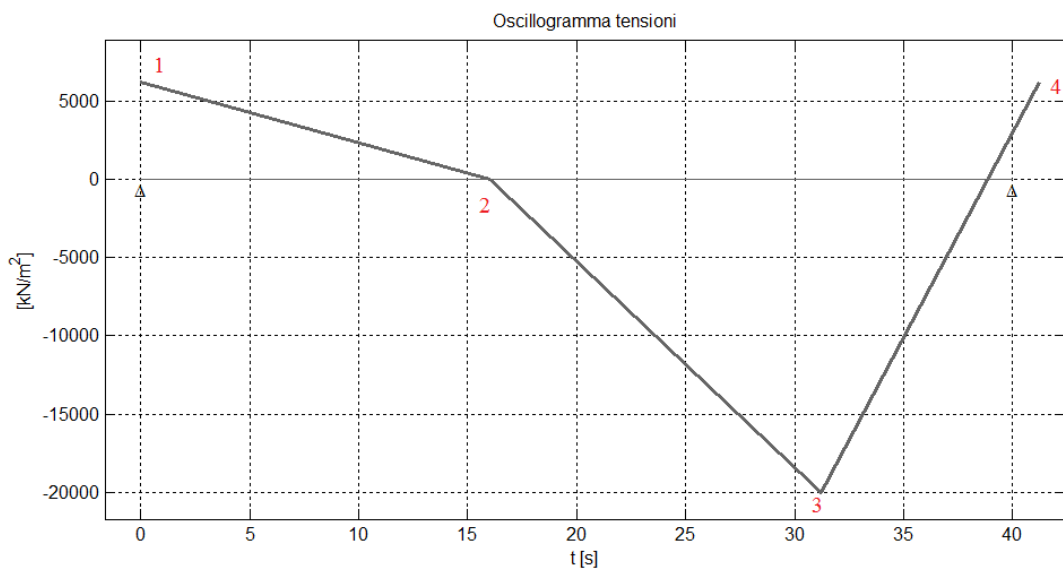


Figura 8-217 - Oscillogramma delle tensioni ( $M_x=16m$ ), numerazione dei picchi

Anche in questo caso il metodo del serbatoio si riduce al calcolo di un solo stress range in quanto svuotando il picco n.2 si svuota tutto il recipiente.

$$\Delta\sigma_{\max,M} = \sigma_1 - \sigma_2 = \mathbf{26,17\ MPa}$$

A questo punto, si è potuta effettuare la verifica; i risultati sono riportati in tabella:

### PIATTO METALLICO

$\gamma_{mf}$	1,15
$\gamma_{mf} * \Delta\sigma_{maxTOT}$	32,96 MPa
$\Delta\sigma_c$	140 MPa
$\Delta\sigma_D$	103,18 MPa
$R/S = 103,18/32,96$	<b>3,13</b>

### VERIFICATO

*Tabella 8-96 - Verifica a vita illimitata a flessione, piatti, sezione x=16m*

La verifica è ampiamente soddisfatta.

#### 8.3.35.1.2. Verifica delle saldature testa a testa

Per effettuare la verifica delle saldature, è stato utilizzato un modulo di resistenza differente (anche se non molto) in quanto relativo alle fibre in cui si trovano le saldature. Sapendo che la sezione ha le seguenti caratteristiche:

- $J_G = 0,0224 \text{ m}^4$
- $h = 1,5\text{m}$
- $t_{ali} = 0,025 \text{ m}$  (spessore dei piatti metallici orizzontali)

il modulo di resistenza riferito alle saldature è stato calcolato nel modo seguente:

$$W_{saldature} = \frac{J_G}{\left(\frac{h}{2} - \frac{t_{ali}}{2}\right)} = 0,0304 \text{ m}^3$$

Si nota quindi che il valore trovato non differisce di molto rispetto a quello utilizzato per la verifica sul piatto metallico, per cui, se anche si fosse utilizzato il primo valore, non si sarebbe commesso un grave errore.

Dividendo le ordinate della linea di influenza “speciale” linearizzata per  $W_{saldature}$  si è ottenuta una curva qualitativamente uguale a quella di Figura 8-216 ma con ordinate diverse.

Applicando infine il metodo del serbatoio, il massimo stress range (e unico) trovato è:

$$\Delta\sigma_{max,M} = \sigma_1 - \sigma_2 = \mathbf{25,85 \text{ MPa}}$$

Per cui si è potuto procedere con la verifica, che si riporta in tabella:

<b>SALDATURE TESTA A TESTA</b>		
$\gamma_{mf}$	1,15	
$\gamma_{mf} * \Delta\sigma_{maxTOT}$	32,59	MPa
$\Delta\sigma_c$	80	MPa
$\Delta\sigma_D$	58,96	MPa
<b>R/S = 58,96/32,59</b>	<b>1,81</b>	

**VERIFICATO**

*Tabella 8-97 - Verifica a vita illimitata a flessione, saldature testa a testa, sezione  $x=16m$*

La verifica è soddisfatta.

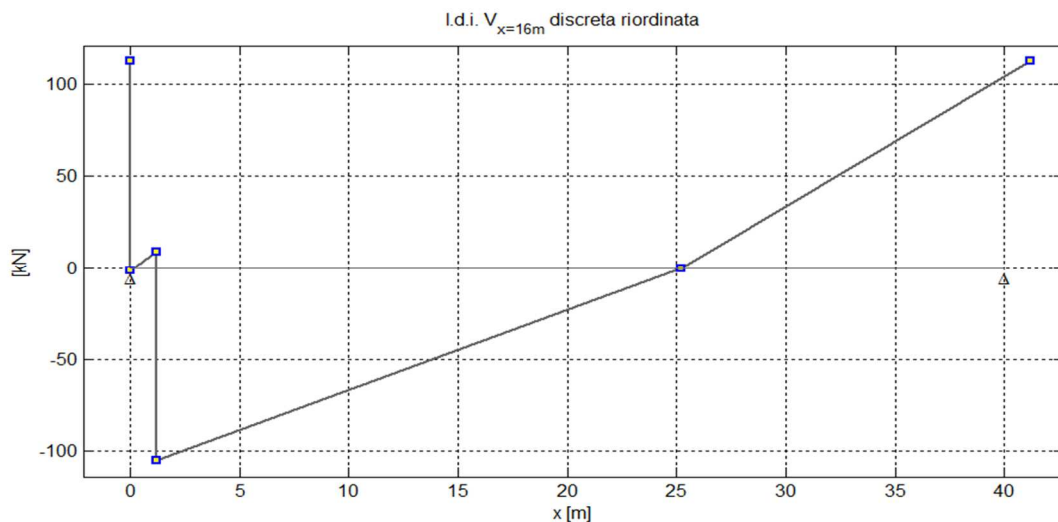
### 8.3.35.2. Verifica a taglio

La verifica consiste nel controllare che la seguente sia soddisfatta:

$$\gamma_{Mf} \Delta\tau_{max} \leq \Delta\tau_L$$

dove  $\Delta\tau_L$  è il limite dei calcoli di fatica pari a  $0,457 \Delta\tau_c$ .

La variazione di tensione massima è stata calcolata a partire dalla linea di influenza “speciale” linearizzata di Figura 8-211; essa è stata riordinata in modo tale da avere agli estremi i picchi di massimo assoluto:



*Figura 8-218 - Linea di influenza “speciale” di  $V_{x=16m}$  [kN], linearizzata, riordinata*

Al fine di ottenere l'oscillogramma delle tensioni, le ordinate sono state divise per l'area di taglio, cioè l'area della sezione dei piatti verticali:  $0,0348 \text{ m}^2$ .

Con l'ipotesi aggiuntiva di velocità costante, si è ottenuto l'oscillogramma delle tensioni:

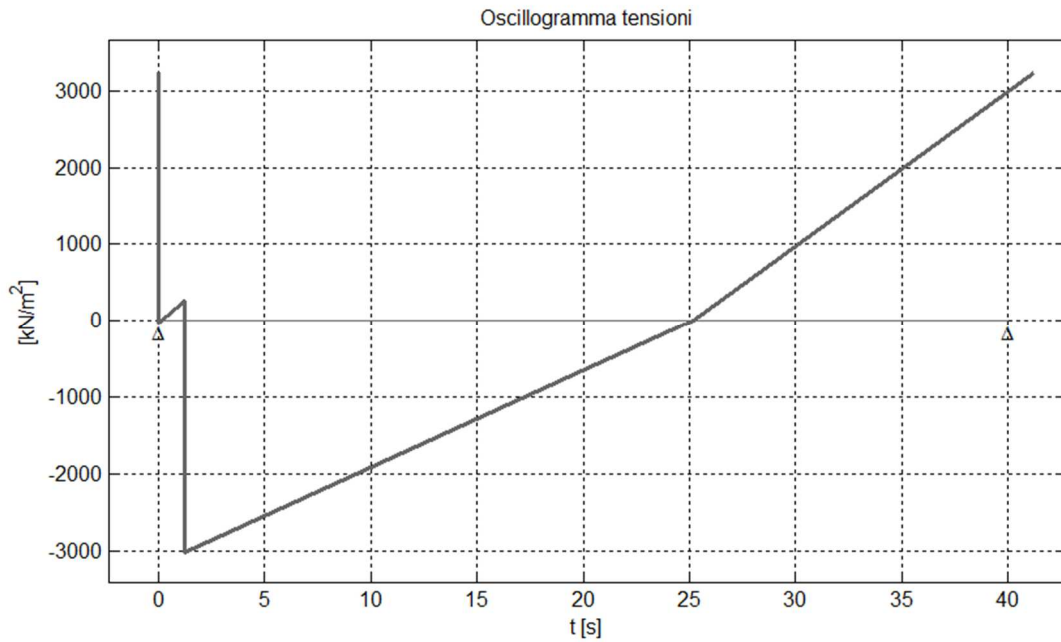


Figura 8-219 – Oscillogramma delle tensioni ( $V_x=16m$ ), modello di carico di fatica n.1

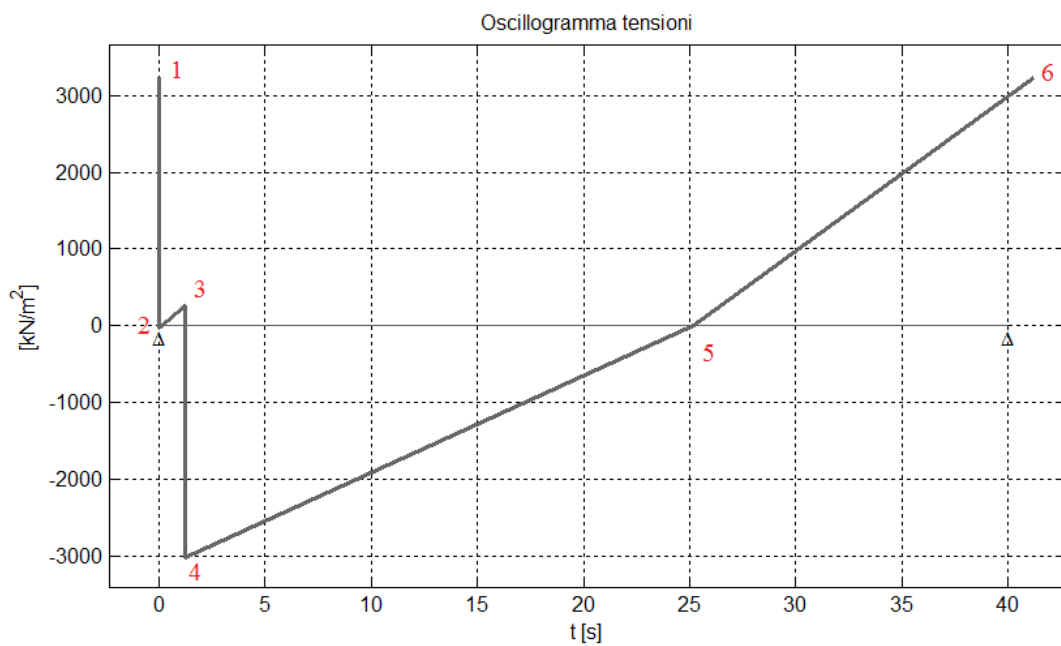


Figura 8-220 - Oscillogramma delle tensioni ( $V_x=16m$ ), numerazione dei picchi

Di seguito si riportano i passaggi effettuati per applicare il metodo del serbatoio.

$\tau_1$	3234,36	kPa
$\tau_2$	-36,33	kPa
$\tau_3$	252,48	kPa
$\tau_4$	-3018,26	kPa
$\tau_5$	0	kPa
$\tau_6$	3234,36	kPa

Tabella 8-98 - Valori di tensione dei picchi dell'oscillogramma

picco svuotato	Stress ranges		n° cicli
4	$\Delta\tau_1 = \tau_1 - \tau_4$	6252,62 kPa	1
2	$\Delta\tau_2 = \tau_3 - \tau_2$	288,81 kPa	1
<b>TOT CICLI</b>			<b>2</b>

Tabella 8-99 - Stress ranges e conteggio dei cicli, metodo serbatoio

L'istogramma relativo all'oscillogramma trovato è il seguente:

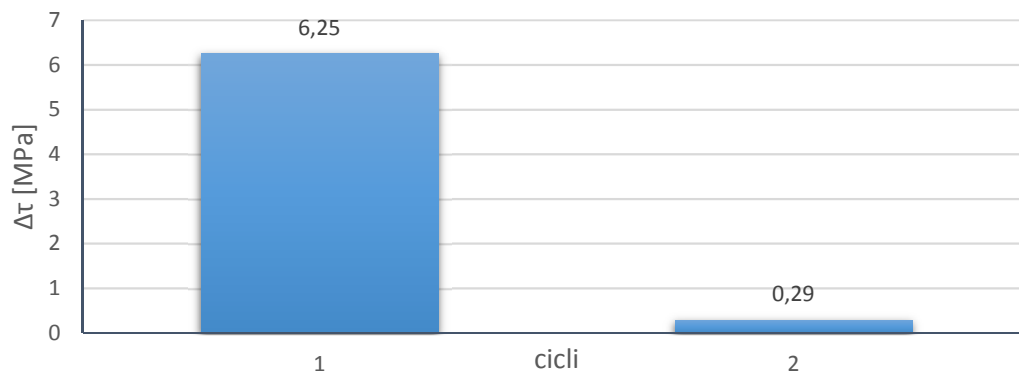


Figura 8-221 - Istogramma delle tensioni, 1 passaggio

Si deduce quindi che il valore massimo di stress range è di 6,25 MPa.

Si riportano di seguito in tabella le verifiche dei due dettagli costruttivi.

### 8.3.35.2.1. Verifica dei piatti

#### PIATTO METALLICO

$\gamma_{mf}$	1,15	
$\gamma_{mf} * \Delta\tau_{max}$	7,19	MPa
$\Delta\tau_c$	100	MPa
$\Delta\tau_L$	45,7	MPa
<b>R/S = 45,7/7,19</b>	<b>6,36</b>	

**VERIFICATO**

*Tabella 8-100 - Verifica a vita illimitata a taglio, piatti, sezione x=16m*

### 8.3.35.2.2. Verifica delle saldature testa a testa

#### SALDATURE TESTA A TESTA

$\gamma_{mf}$	1,15	
$\gamma_{mf} * \Delta\tau_{max}$	7,19	MPa
$\Delta\tau_c$	80	MPa
$\Delta\tau_L$	36,56	MPa
<b>R/S = 36,56/7,19</b>	<b>5,08</b>	

**VERIFICATO**

*Tabella 8-101 - Verifica a vita illimitata a taglio, saldature testa a testa, sezione x=16m*

La verifica è ampiamente soddisfatta.

### 8.3.35.3. Verifica combinata flessione(N+M) + taglio

Dato che si è in presenza di tensioni tangenziali e normali, si verifica anche la seguente formula di interazione:

$$\frac{\gamma_{Mf} \Delta\sigma_{max,TOT}}{\Delta\sigma_D} + \frac{\gamma_{Mf} \Delta\tau_{max}}{\Delta\tau_L} \leq 1$$

Per quanto riguarda i piatti metallici:

$$0,32 + 0,16 = 0,477 < 1$$

Relativamente alle saldature:



$$0,55 + 0,2 = 0,75 < 1$$

Entrambe le verifiche risultano soddisfatte.

### 8.3.36. Linea di influenza “speciale” di $N_{x=16m}$ a quattro assi (modello di carico di fatica n.3)

Per poter effettuare le verifiche a danneggiamento tramite il metodo di Palmgren-Miner si sono ricavate le linee di influenza speciali a quattro assi (veicolo corrispondente al modello di carico n.3).

La linea di influenza tradizionale è la stessa già mostrata al §8.3.12, come lo sono anche le linee di influenza traslate e quella “speciale” adimensionali.

Ciò che cambia, a questo punto, è il fattore moltiplicativo della linea di influenza:

$$\frac{P_{xp}}{l} r_t, r_t = 0,86, P = 120 \text{ kN}$$

Effettuando l’operazione di moltiplicazione, la curva diventa:

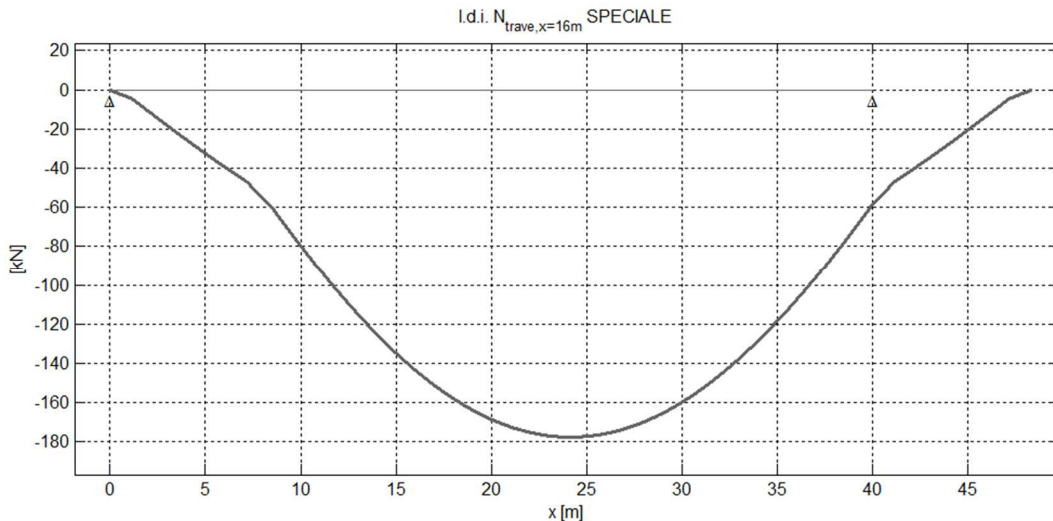


Figura 8-222 - Linea di influenza “speciale” a quattro assi di  $N_{x=16m}$  [kN]

### 8.3.37. Linearizzazione

E' stata poi eseguita la linearizzazione, ottenendo il seguente risultato:

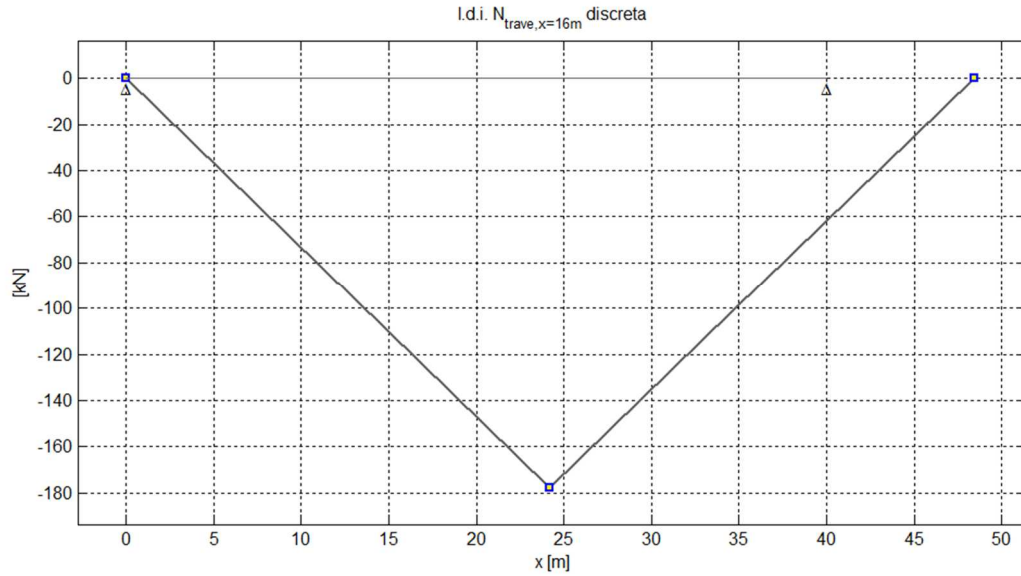


Figura 8-223 - Linea di influenza "speciale" a quattro assi ( $N_{x=16m}$ ) in [kN], linearizzata

### 8.3.38. Linea di influenza "speciale" di $M_{x=16m}$ e $V_{x=16m}$ a quattro assi a distanza costante (modello di carico di fatica n.3)

Si riportano di seguito le linee di influenza tradizionali di momento flettente e taglio per la sezione di interesse:

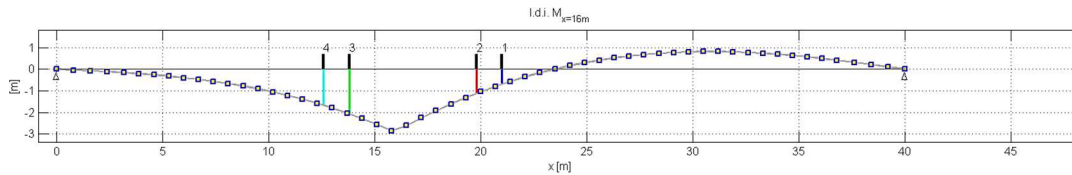


Figura 8-224 - Linea di influenza tradizionale di  $M_{x=16m}$  coi quattro assi

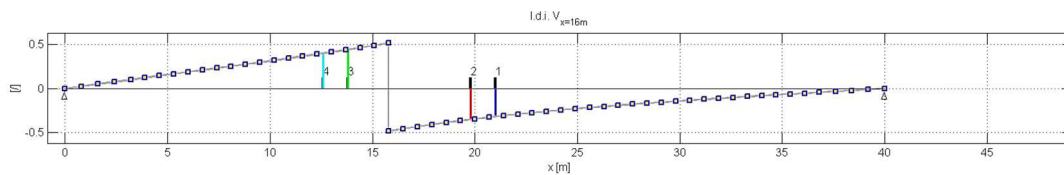


Figura 8-225 - Linea di influenza tradizionale di  $V_{x=16m}$  coi quattro assi

Si precisa che tali curve sono quelle ottenute tramite l'implementazione all'interno del programma di calcolo numerico delle ordinate ricavate per mezzo del software agli elementi finiti.

Le linee di influenza tradizionali sono state traslate delle distanze fra l'asse 1 e i restanti:

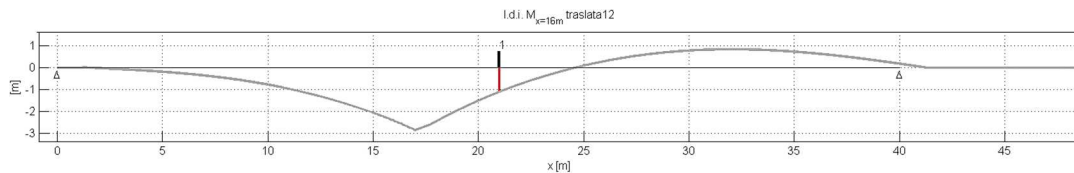


Figura 8-226 - Linea di influenza tradizionale di  $M_{x=16m}$  traslata della distanza fra gli assi 1-2

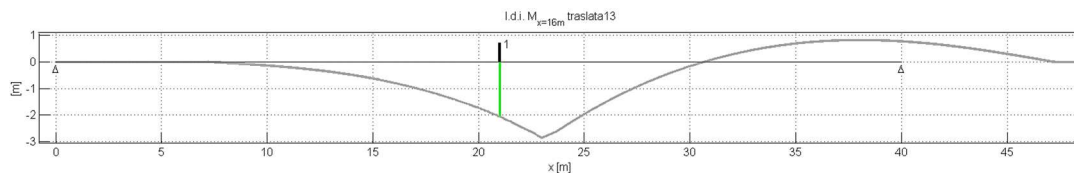


Figura 8-227 - Linea di influenza tradizionale di  $M_{x=16m}$  traslata della distanza fra gli assi 1-3

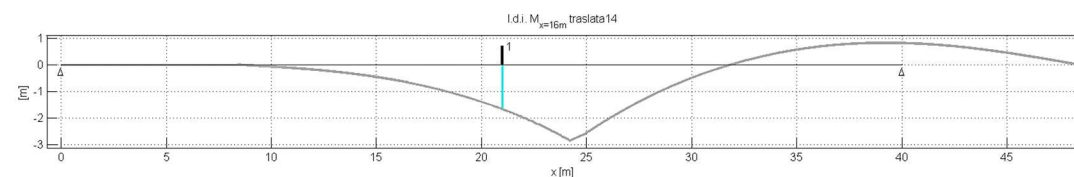


Figura 8-228 - Linea di influenza tradizionale di  $M_{x=16m}$  traslata della distanza fra gli assi 1-4

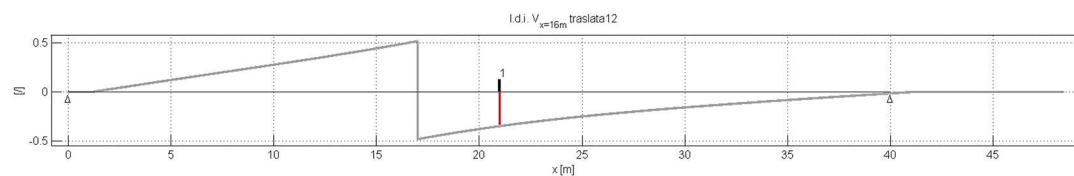


Figura 8-229 - Linea di influenza tradizionale di  $V_{x=16m}$  traslata della distanza fra gli assi 1-2

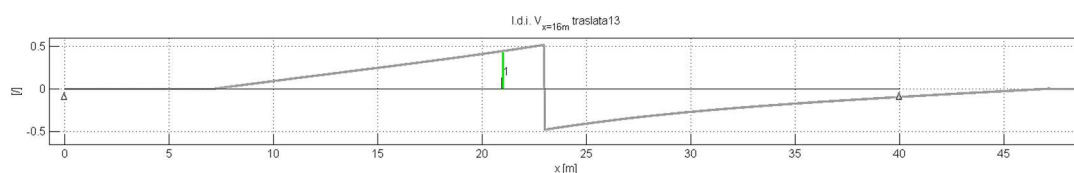


Figura 8-230 - Linea di influenza tradizionale di  $V_{x=16m}$  traslata della distanza fra gli assi 1-3

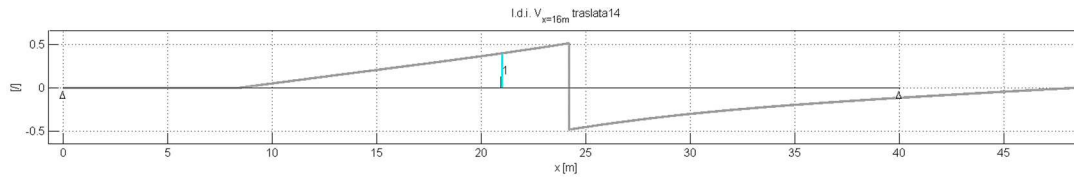


Figura 8-231 - Linea di influenza tradizionale di  $V_{x=16m}$  traslata della distanza fra gli assi 1-4

Sommando poi le curve e applicando quindi la sovrapposizione degli effetti, si sono ottenute le linee di influenza speciali:

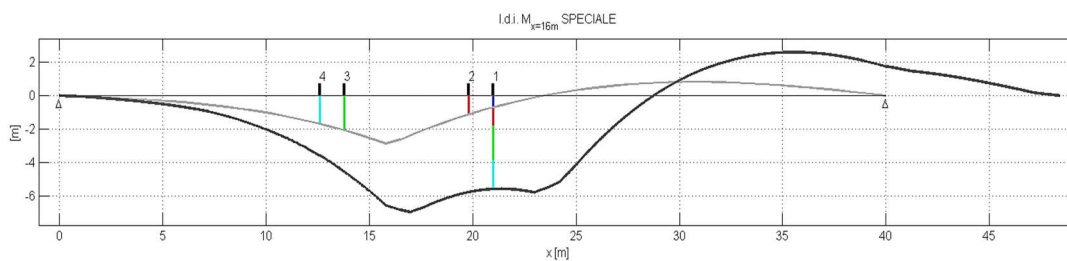


Figura 8-232 - Linea di influenza tradizionale (grigio chiaro) e linea di influenza "speciale" a quattro assi (grigio scuro) di  $M_{x=16m}$

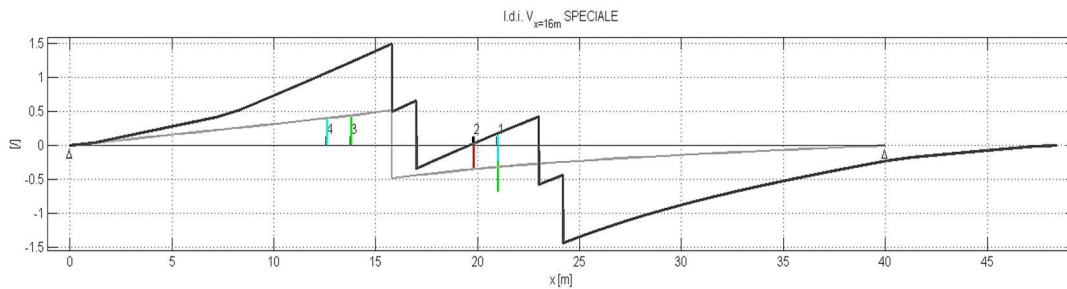


Figura 8-233 - Linea di influenza tradizionale (grigio chiaro) e linea di influenza "speciale" a quattro assi (grigio scuro) di  $V_{x=16m}$

Scalando le curve del fattore:

$$\frac{P_{xp}}{l} r_t, r_t = 0,86, P = 120 \text{ kN}$$

si sono ottenute le linee di influenza speciali in kNm e kN:

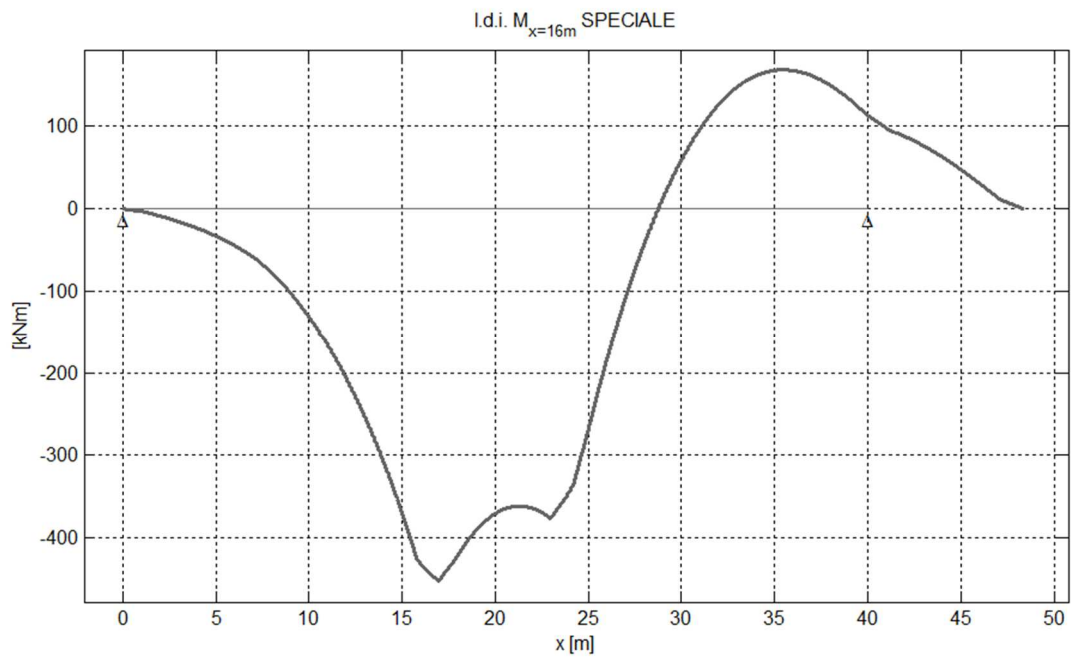


Figura 8-234 - Linea di influenza "speciale" a quattro assi di  $M_{x=16m}$  in [kNm]

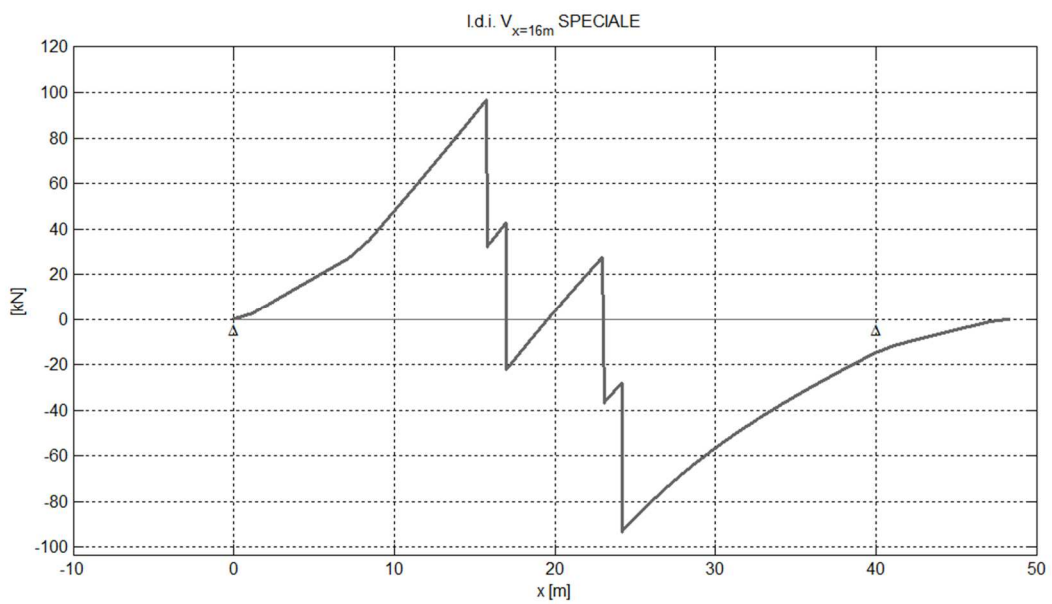


Figura 8-235 - Linea di influenza "speciale" a quattro assi di  $V_{x=16m}$  in [kN]

Da questi risultati si percepisce dove è necessario posizionare il veicolo in modo tale da ottenere le peggiori sollecitazioni per il ponte; per esempio, per quanto riguarda il momento flettente, la posizione ideale per ottenere il momento positivo massimo è a

cavallo dei 16-17m. Per ottenere il massimo momento negativo invece bisogna posizionare il veicolo a cavallo dei 35m.

Relativamente al taglio, invece, per ottenere il taglio positivo massimo, il veicolo deve trovarsi a cavallo dei 24m; per ottenere il taglio massimo negativo, a cavallo dei 16m.

### 8.3.39. Linearizzazione

Le curve ottenute sono state linearizzate individuando le coordinate dei picchi significativi massimi/minimi assoluti/relativi:

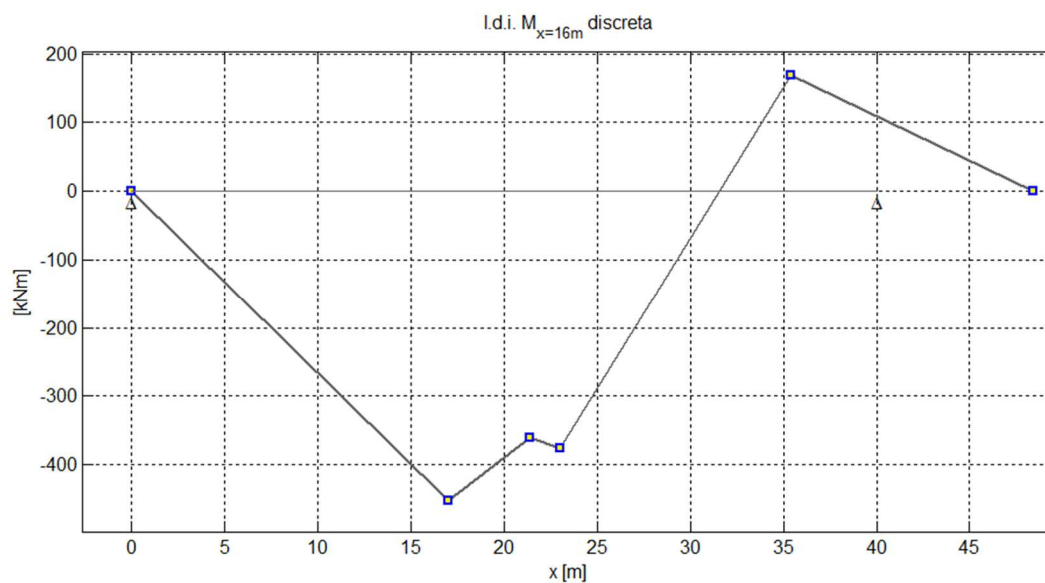


Figura 8-236 - Linea di influenza "speciale" a quattro assi di  $M_{x=16m}$  [kNm], linearizzata

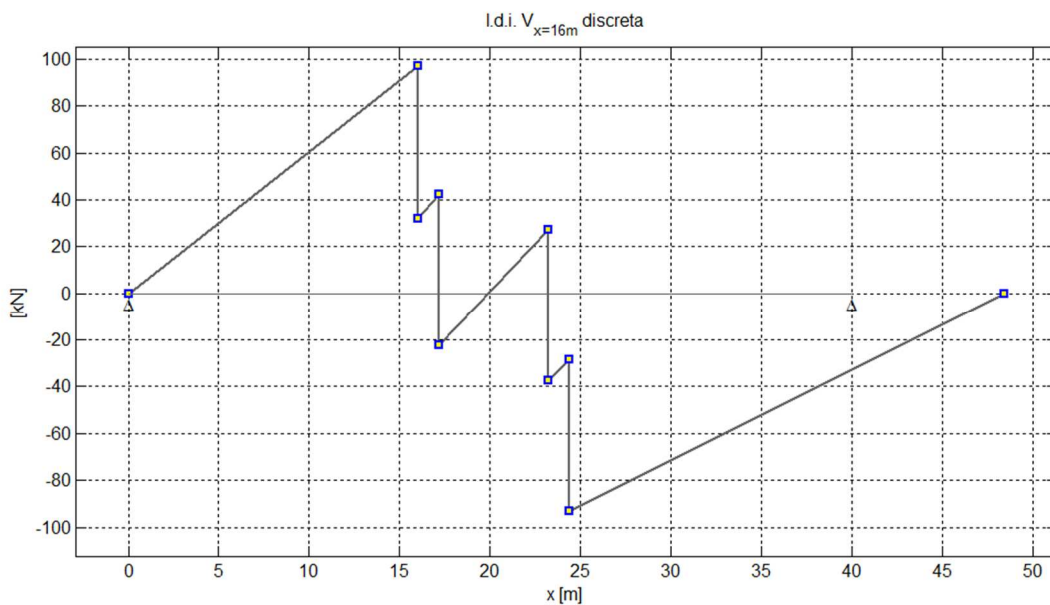


Figura 8-237 - Linea di influenza “speciale” a quattro assi di  $V_{x=16m}$  [kN], linearizzata

### 8.3.40. Verifiche a danneggiamento cumulativo, sezione $x = 16m$

Nel paragrafo corrente verranno riportati i risultati delle verifiche a danneggiamento condotte sui seguenti dettagli costruttivi:

- piatti metallici
- saldature testa a testa

Sono state effettuate verifiche a sforzo normale, momento flettente, taglio e momento torcente.

I dettagli costruttivi e le loro classi di resistenza sono già stati individuati al §7.6.

#### 8.3.40.1. Verifica a sforzo normale

La linea di influenza “speciale” linearizzata (Figura 8-223) è stata divisa per l’area della sezione della trave in corrispondenza dei 16m:  $0,0648 \text{ m}^2$ .

Facendo poi l'ipotesi di velocità di attraversamento del ponte costante, la linea di influenza delle tensioni coincide con l'oscillogramma:

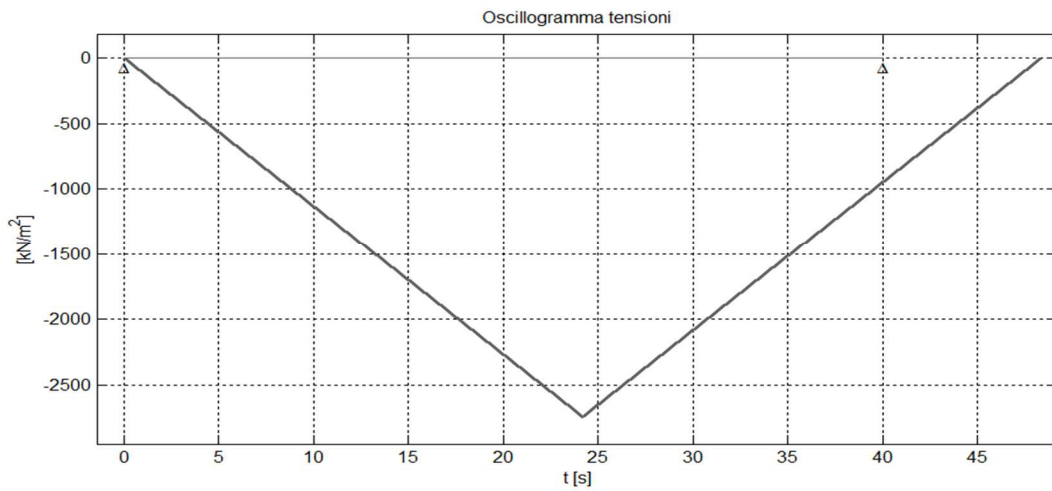


Figura 8-238 - Oscillogramma delle tensioni ( $N_x=16m$ ), modello di carico di fatica n.3

Si procede calcolando gli stress range a cui è soggetto il ponte; in questo caso ci si accorge che il numero di cicli è pari ad 1 in quanto serve un solo svuotamento per svuotare completamente il serbatoio:

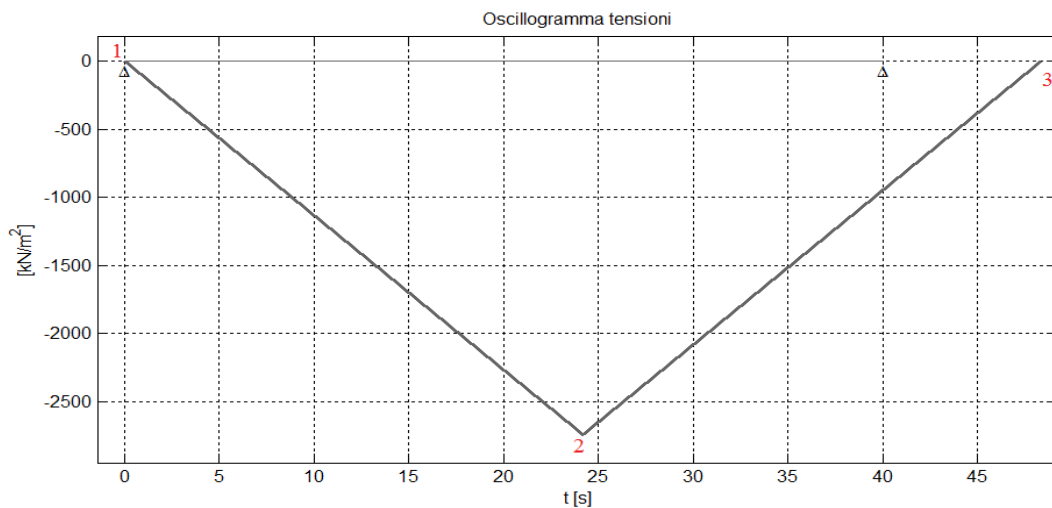


Figura 8-239 - Oscillogramma delle tensioni, numerazione dei picchi

$$\Delta\sigma = \sigma_1 - \sigma_2 = 2739,83 \text{ kPa} = \mathbf{2,74 \text{ MPa}}$$



A tale stress range corrisponde  $n_{p1} = 1$ .

Il numero totale di cicli a cui è sottoposto il ponte durante la sua vita per effetto del passaggio dei veicoli è:

$$n = n_{p1} V_n f_{\text{annuo}} = 1 \cdot 50 \cdot 50000 = 2500000 \text{ cicli}$$

dove  $V_n$  è la vita nominale dell'opera e  $f_{\text{annuo}}$  il flusso annuo di veicoli pesanti.

Affinchè la verifica sia soddisfatta è necessario che la seguente sia vera:

$$\sum \frac{n_i}{N_i} \leq 1$$

dove  $\frac{n_i}{N_i}$  è il danno provocato dall'i-esimo stress range;  $n_i$  è il numero di cicli totale, ricavato sopra.

$N_i$  è il numero di cicli che porterebbero a rottura allo stesso livello di stress range.

Quest'ultimo valore viene valutato utilizzando le leggi delle curve di Wöhler:

- Se  $\Delta\sigma \geq \Delta\sigma_D/\gamma_{Mf} \rightarrow N_i = 2 \cdot 10^6 \left( \frac{\Delta\sigma_c}{\Delta\sigma\gamma_{Mf}} \right)^3 = n^\circ$  cicli a rottura per  $\Delta\sigma$
- Se  $\Delta\sigma_L/\gamma_{Mf} \leq \Delta\sigma < \Delta\sigma_D/\gamma_{Mf} \rightarrow N_i = 5 \cdot 10^6 \left( \frac{\Delta\sigma_D}{\Delta\sigma\gamma_{Mf}} \right)^5$
- Se  $\Delta\sigma < \Delta\sigma_L/\gamma_{Mf} \rightarrow$  non si hanno problemi di fatica (verifica soddisfatta),  $N_i =$  infiniti

Dunque, una volta nota la classe di resistenza del dettaglio e gli stress range, è possibile procedere con la verifica.

#### 8.3.40.1.1. Verifica dei piatti metallici

$\Delta\sigma_c$	140	MPa
$\Delta\sigma_D$	103,18	MPa
<b><math>\Delta\sigma_L</math></b>	<b>56,7</b>	<b>MPa</b>
$\Delta\sigma_c/\gamma_{Mf}$	121,74	MPa
$\Delta\sigma_D/\gamma_{Mf}$	89,72	MPa
<b><math>\Delta\sigma_L/\gamma_{Mf}</math></b>	<b>49,3</b>	<b>MPa</b>
$\Delta\sigma_1$	2,74	MPa
N1 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_1$ )	Infinito	cicli

VERIFICATO

Tabella 8-102 - Verifica a danneggiamento piatti metallici, trazione

La verifica è soddisfatta in quanto il livello di stress range è al di sotto del valore limite per i calcoli a fatica.

#### 8.3.40.1.2. Verifica delle saldature testa a testa

$\Delta\sigma_c$	80	MPa
$\Delta\sigma_D$	58,96	MPa
<b><math>\Delta\sigma_L</math></b>	<b>32,4</b>	<b>MPa</b>
$\Delta\sigma_c/\gamma_{Mf}$	69,57	MPa
$\Delta\sigma_D/\gamma_{Mf}$	51,27	MPa
<b><math>\Delta\sigma_L/\gamma_{Mf}</math></b>	<b>28,17</b>	<b>MPa</b>
$\Delta\sigma_1$	2,74	MPa
N1 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_1$ )	Infinito	cicli

VERIFICATO

*Tabella 8-103 - Verifica a danneggiamento saldature testa a testa, trazione*

Anche in questo caso lo stress range sollecitante è inferiore al limite per i calcoli di fatica  $\Delta\sigma_L$  quindi la verifica è soddisfatta.

#### 8.3.40.2. Verifica a flessione

Per poter applicare il metodo del serbatoio, la linea di influenza “speciale” linearizzata (Figura 8-236) è stata riordinata in modo tale da avere i picchi di massimo assoluto alle estremità:

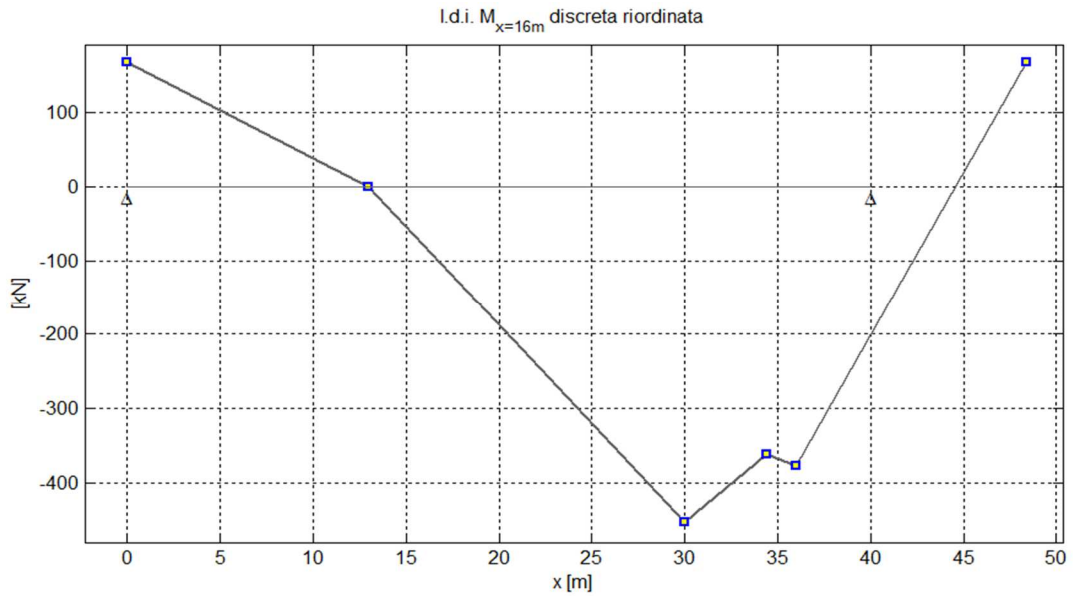


Figura 8-240 - Linea di influenza "speciale" a quattro assi di  $M_{x=16m}$  [kNm], linearizzata, riordinata

Dividendo le ordinate per il modulo di resistenza riferito alle fibre esterne della sezione ( $0,03 \text{ m}^3$ ) e facendo l'ipotesi di attraversamento a velocità costante dei veicoli, si è ottenuto l'oscillogramma delle tensioni:

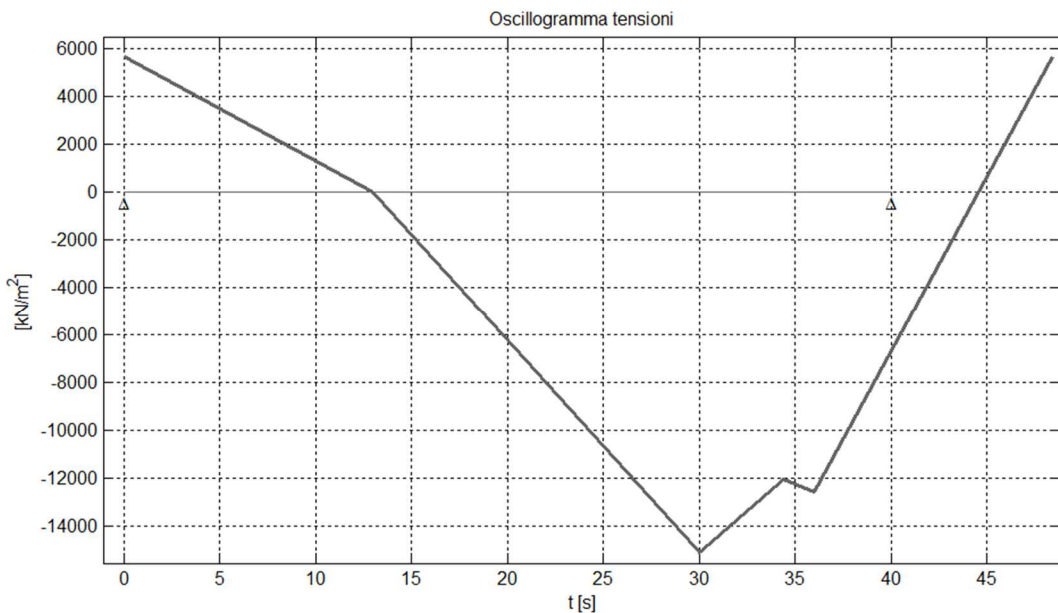


Figura 8-241 - Oscillogramma delle tensioni (M), modello di carico di fatica n.3

Dopodichè è stato applicato il metodo del serbatoio, che ha fornito i seguenti risultati:

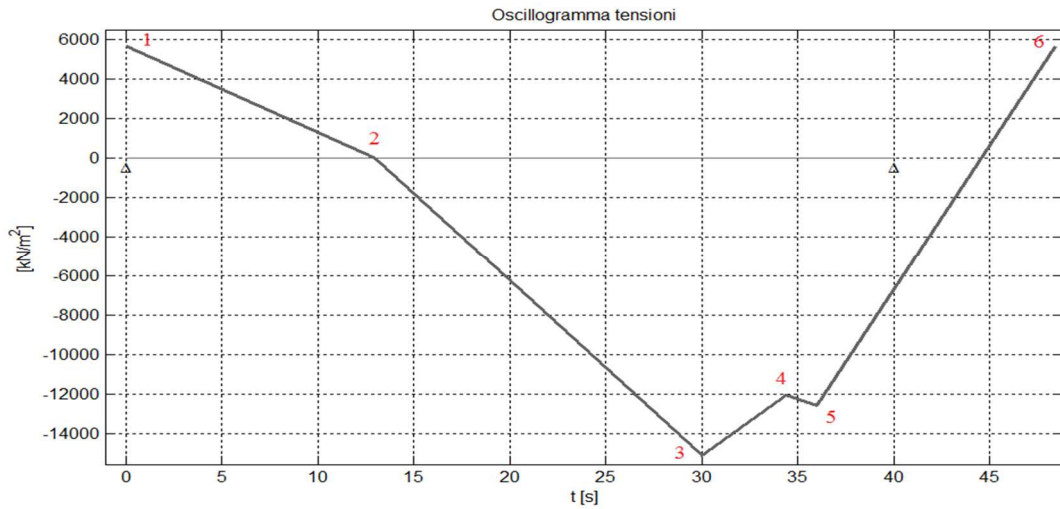


Figura 8-242 - Oscillogramma delle tensioni, numerazione dei picchi

$\sigma_1$	5625,24	kPa
$\sigma_2$	0	kPa
$\sigma_3$	-15067,61	kPa
$\sigma_4$	-12049,63	kPa
$\sigma_5$	-12544,52	kPa
$\sigma_6$	5625,24	kPa

Tabella 8-104 - Valori delle tensioni dei picchi dell'oscillogramma relativo a M

picco svuotato	stress range		n° cicli
3	$\Delta\sigma_1 = \sigma_1 - \sigma_3$	20,69 MPa	1
5	$\Delta\sigma_2 = \sigma_4 - \sigma_5$	0,49 MPa	1
<b>TOT CICLI</b>			<b>2</b>

Tabella 8-105 - Stress ranges e conteggio dei cicli, metodo del serbatoio

L'istogramma relativo è il seguente:

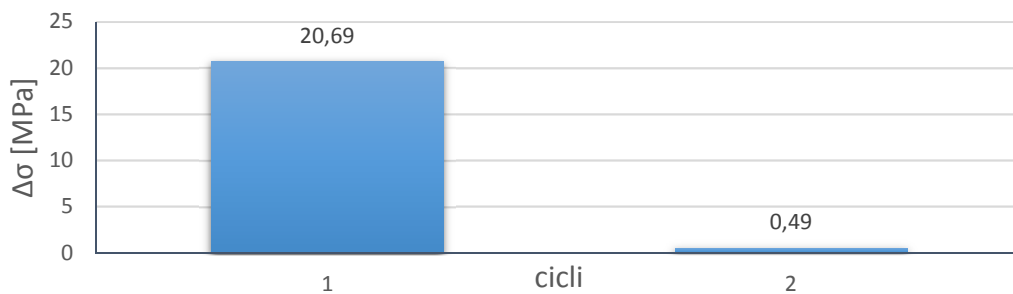


Figura 8-243 - Istogramma delle tensioni (M), 1 passaggio del veicolo

Si ha quindi:

- $n_{p1} = n_{p2} = 1$
- $n_1 = n_2 = n_{pi} V_{nf_{annuo}} = 2500000$  cicli

Essendo:

- $\Delta\sigma_D = 0,737 \Delta\sigma_C$
- $\Delta\sigma_L = 0,405 \Delta\sigma_C$

Si può ricavare il numero di cicli a rottura per ogni stress range trovato:

- Se  $\Delta\sigma \geq \Delta\sigma_D/\gamma_{Mf} \rightarrow N_i = 2 \cdot 10^6 \left( \frac{\Delta\sigma_C}{\Delta\sigma\gamma_{Mf}} \right)^3 = n^\circ$  cicli a rottura per  $\Delta\sigma$
- Se  $\Delta\sigma_L/\gamma_{Mf} \leq \Delta\sigma < \Delta\sigma_D/\gamma_{Mf} \rightarrow N_i = 5 \cdot 10^6 \left( \frac{\Delta\sigma_D}{\Delta\sigma\gamma_{Mf}} \right)^5$
- Se  $\Delta\sigma < \Delta\sigma_L/\gamma_{Mf} \rightarrow$  non si hanno problemi di fatica (verifica soddisfatta),  $N_i =$  infiniti

#### 8.3.40.2.1. Verifica dei piatti metallici

$\Delta\sigma_C$	140	MPa
$\Delta\sigma_D$	103,18	MPa
<b><math>\Delta\sigma_L</math></b>	<b>56,7</b>	<b>MPa</b>
$\Delta\sigma_C/\gamma_{Mf}$	121,74	MPa
$\Delta\sigma_D/\gamma_{Mf}$	89,72	MPa
<b><math>\Delta\sigma_L/\gamma_{Mf}</math></b>	<b>49,3</b>	<b>MPa</b>
$\Delta\sigma_1$	20,69	MPa
N1 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_1$ )	Infinito	cicli
$\Delta\sigma_2$	0,49	MPa
N2 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_2$ )	Infinito	cicli

VERIFICATO

Tabella 8-106 - Verifica a danneggiamento a flessione, piatti metallici

Lo stress range sollecitante è di molto inferiore al limite per i calcoli di fatica, dunque la verifica è ampiamente soddisfatta.

### 8.3.40.2.2. Verifica delle saldature testa a testa

Per questa verifica è stato utilizzato il modulo di resistenza relativo alle fibre mediane dei piatti superiore e inferiore:

$$W_{\text{saldature}} = \frac{J_{\text{sezione}}}{\frac{h}{2} - \frac{t_{\text{ala}}}{2}} = 0,0304 \text{ m}^3$$

Sono stati così i seguenti risultati:

picco svuotato	stress range			n° cicli
3	$\Delta\sigma_1 = \sigma_1 - \sigma_3$	20,42	MPa	1
5	$\Delta\sigma_2 = \sigma_4 - \sigma_5$	0,49	MPa	1
<b>TOT CICLI</b>				<b>2</b>

Tabella 8-107 - Stress ranges e conteggio dei cicli, metodo del serbatoio

$\Delta\sigma_C$	80	MPa
$\Delta\sigma_D$	58,96	MPa
<b><math>\Delta\sigma_L</math></b>	<b>32,4</b>	<b>MPa</b>
$\Delta\sigma_C/\gamma_{Mf}$	69,57	MPa
$\Delta\sigma_D/\gamma_{Mf}$	51,27	MPa
<b><math>\Delta\sigma_L/\gamma_{Mf}</math></b>	<b>28,17</b>	<b>MPa</b>
$\Delta\sigma_1$	20,42	MPa
N1 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_1$ )	Infinito	cicli
$\Delta\sigma_2$	0,49	MPa
N2 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_2$ )	Infinito	cicli

**VERIFICATO**

Tabella 8-108 - Verifica a danneggiamento a flessione, saldature testa a testa

Anche questa verifica è soddisfatta.

### 8.3.40.3. Verifica N+M

Anche per la sezione a 16m dall'appoggio di sinistra si vuole verificare che l'effetto combinato di sforzo normale e momento flettente non induca problemi di fatica.

A tal fine, gli oscillogrammi relativi ad N ed M (Figura 8-238 e Figura 8-241) sono stati sommati ottenendo il seguente grafico:

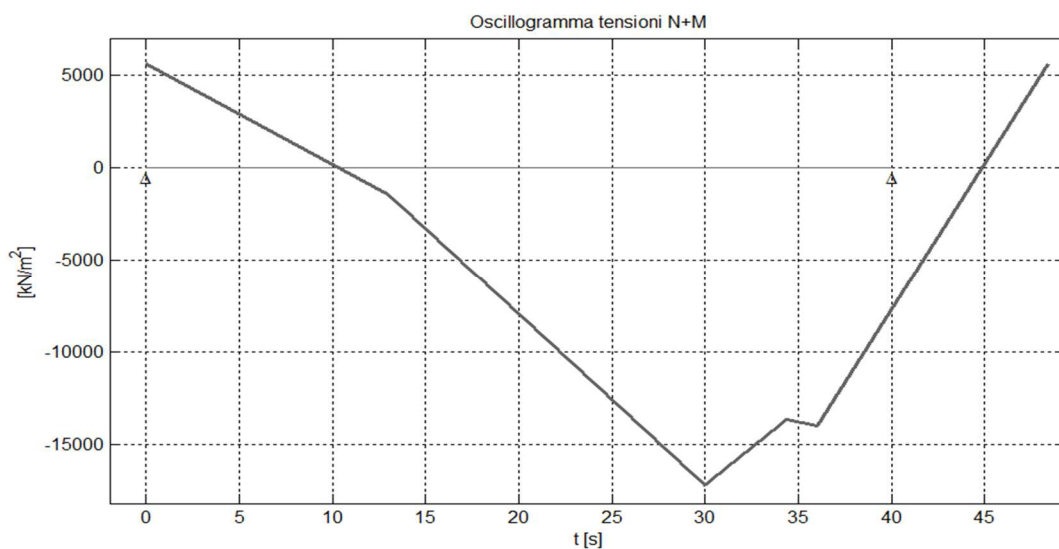


Figura 8-244 - Oscillogramma delle tensioni ( $N+M_{x=16m}$ ), modello di carico di fatica n.3

Gli stress ranges e il numero di cicli sono stati ricavati utilizzando il metodo del serbatoio:

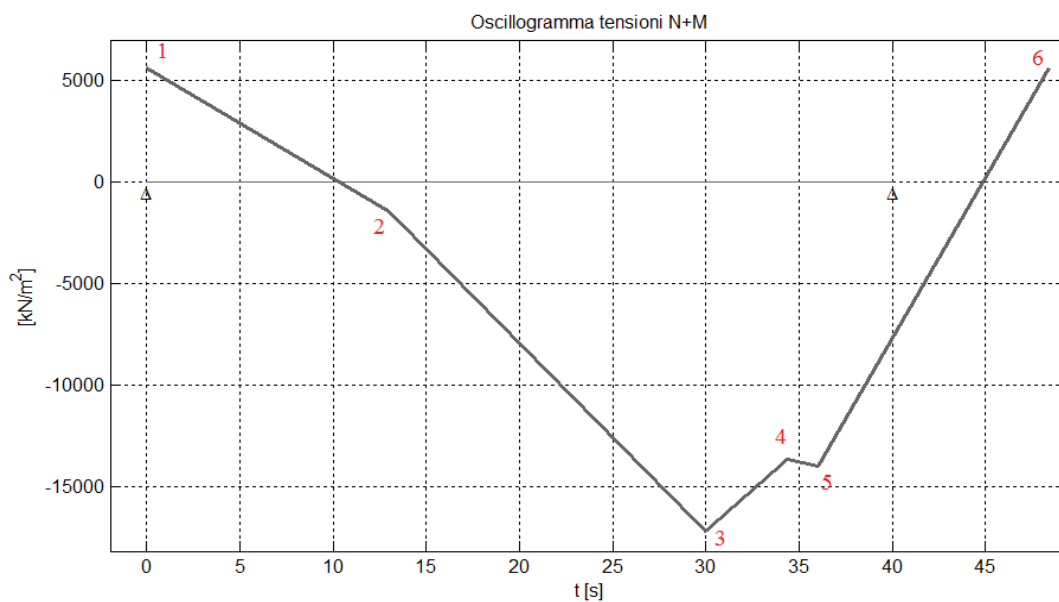


Figura 8-245 - Oscillogramma delle tensioni ( $N+M_{x=16m}$ ), numerazione dei picchi

$\sigma_1$	5625,24	kPa
$\sigma_2$	-1470,68	kPa
$\sigma_3$	-17151,91	kPa
$\sigma_4$	-13635,69	kPa
$\sigma_5$	-13949,53	kPa
$\sigma_6$	2625,24	kPa

Tabella 8-109 - Valori delle tensioni dei picchi dell'oscillogramma relativo a M+N

picco svuotato	stress range			n° cicli
3	$\Delta\sigma_1 = \sigma_1 - \sigma_3$	22,78	MPa	1
5	$\Delta\sigma_2 = \sigma_4 - \sigma_5$	0,31	MPa	1
	<b>TOT CICLI</b>			<b>2</b>

Tabella 8-110 - Stress ranges e conteggio dei cicli, metodo del serbatoio

L'istogramma relativo è il seguente:

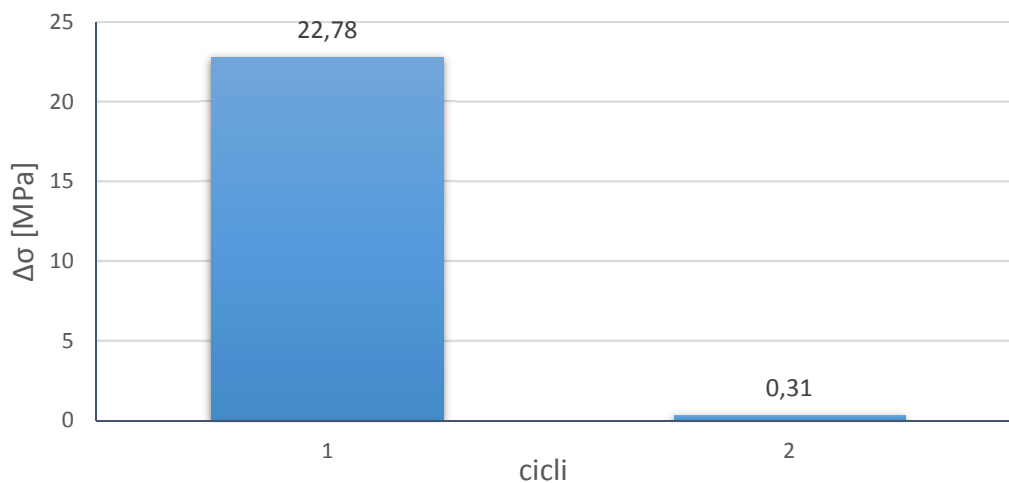


Figura 8-246 - Istogramma delle tensioni (N+M), 1 passaggio del veicolo

Si hanno quindi 2 cicli ed ogni stress range corrisponde ad un solo ciclo.

Il numero di cicli totale relativo ad ogni stress ranges viene calcolato come prodotto fra il numero di cicli relativo ad un singolo passaggio (quindi 1), la vita nominale dell'opera (50 anni) e il flusso annuo medio di veicoli che attraversa il ponte (50000).

Si ottiene così che:

$$n_1 = n_2 = 2500000 \text{ cicli}$$



Il numero di cicli a rottura dipende dal valore degli stress ranges:

- Se  $\Delta\sigma \geq \Delta\sigma_D/\gamma_{Mf} \rightarrow N_i = 2 \cdot 10^6 \left( \frac{\Delta\sigma_c}{\Delta\sigma\gamma_{Mf}} \right)^3 = n^\circ$  cicli a rottura per  $\Delta\sigma$
- Se  $\Delta\sigma_L/\gamma_{Mf} \leq \Delta\sigma < \Delta\sigma_D/\gamma_{Mf} \rightarrow N_i = 5 \cdot 10^6 \left( \frac{\Delta\sigma_D}{\Delta\sigma\gamma_{Mf}} \right)^5$
- Se  $\Delta\sigma < \Delta\sigma_L/\gamma_{Mf} \rightarrow$  non si hanno problemi di fatica (verifica soddisfatta),  $N_i =$  infinito.

#### 8.3.40.3.1. Verifica dei piatti metallici

$\Delta\sigma_c$	140	MPa
$\Delta\sigma_D$	103,18	MPa
<b><math>\Delta\sigma_L</math></b>	<b>56,7</b>	<b>MPa</b>
$\Delta\sigma_c/\gamma_{Mf}$	121,74	MPa
$\Delta\sigma_D/\gamma_{Mf}$	89,72	MPa
<b><math>\Delta\sigma_L/\gamma_{Mf}</math></b>	<b>49,3</b>	<b>MPa</b>
$\Delta\sigma_1$	22,78	MPa
N1 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_1$ )	Infinito	cicli
$\Delta\sigma_2$	0,31	MPa
N2 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_2$ )	Infinito	cicli

**VERIFICATO**

*Tabella 8-111 - Verifica a danneggiamento N+M, piatti metallici*

La verifica è soddisfatta; l'effetto combinato delle due sollecitazioni non provoca problemi in quanto l'aumento di tensione è modesto.

#### 8.3.40.3.2. Verifica delle saldature testa a testa

In questo caso, l'oscillogramma relativo al momento flettente è stato aggiustato dividendo le ordinate della linea di influenza "speciale" per il modulo di resistenza relativo alle fibre delle saldature:

$$W_{\text{saldature}} = \frac{J_{\text{sezione}}}{\frac{h}{2} - \frac{t_{\text{ala}}}{2}} = 0,0304 \text{ m}^3$$

La somma degli oscillogrammi, quindi, ha fornito risultati leggermente diversi, che vengono riportati solo in tabella:

$\Delta\sigma_c$	80	MPa
$\Delta\sigma_D$	58,96	MPa
$\Delta\sigma_L$	<b>32,4</b>	<b>MPa</b>
$\Delta\sigma_c/\gamma_{Mf}$	69,57	MPa
$\Delta\sigma_D/\gamma_{Mf}$	51,27	MPa
$\Delta\sigma_L/\gamma_{Mf}$	<b>28,17</b>	<b>MPa</b>
$\Delta\sigma_1$	22,5	MPa
N1 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_1$ )	Infinito	cicli
$\Delta\sigma_2$	0,31	MPa
N2 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_2$ )	Infinito	cicli

VERIFICATO

Tabella 8-112 - Verifica a danneggiamento N+M, saldature testa a testa

Anche questa verifica è soddisfatta; non si hanno problemi di fatica.

#### 8.3.40.4. Verifiche a taglio

La linea di influenza “speciale” linearizzata (Figura 8-237) è stata riordinata in modo da avere i picchi di massimo assoluto alle estremità:

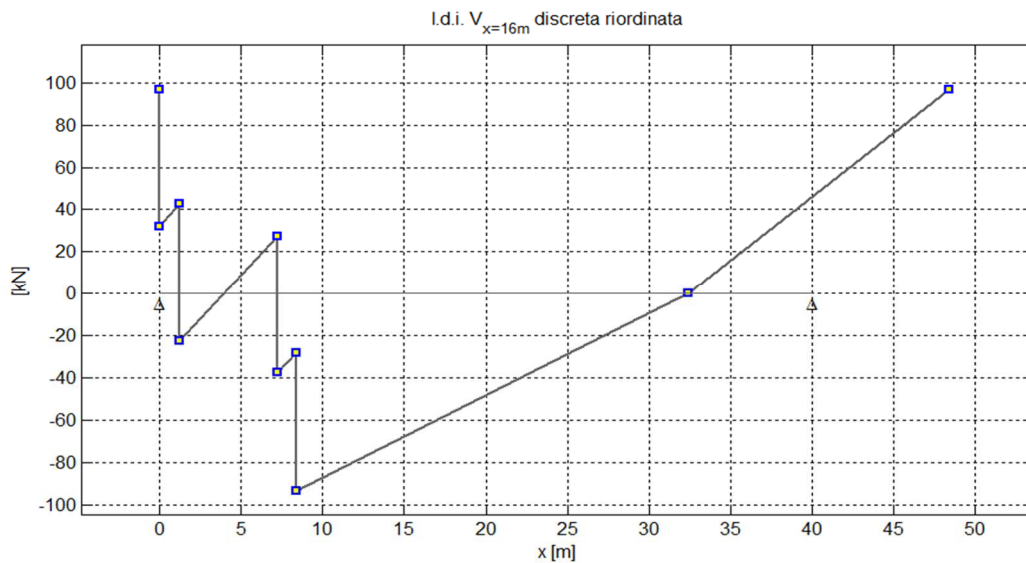


Figura 8-247 - Linea di influenza “speciale” a quattro assi di  $V_{x=16m}$  [kN], linearizzata, riordinata

Le ordinate sono state poi divise per l'area di taglio della sezione, cioè i due piatti verticali, ottenendo la linea di influenza delle tensioni; facendo l'ipotesi di velocità di attraversamento costante da parte dei veicoli, la linea delle tensioni coincide con l'oscillogramma:

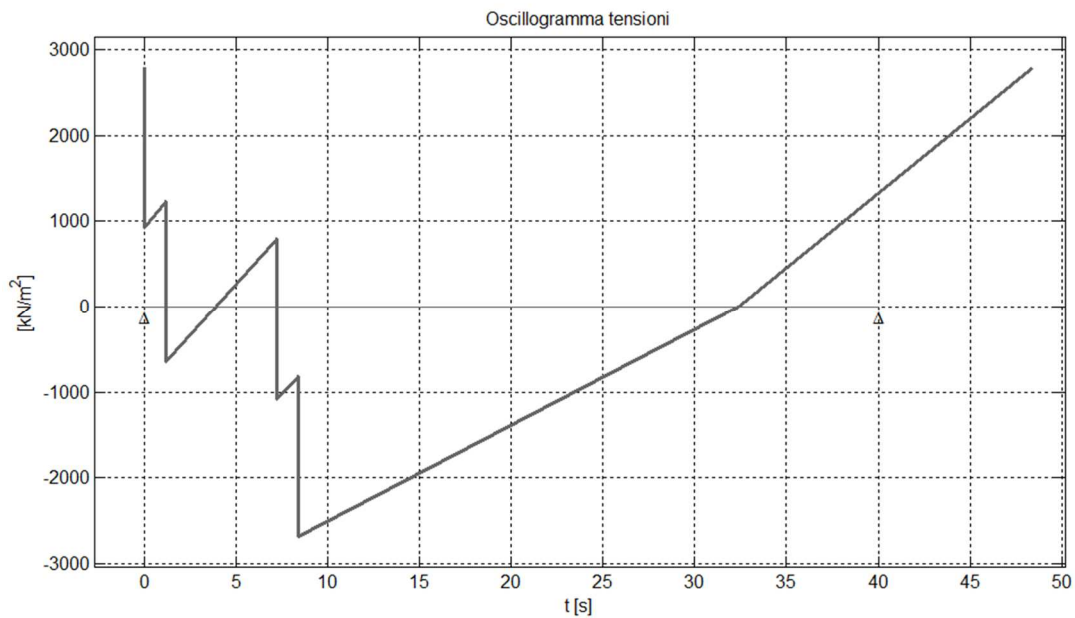


Figura 8-248 -Oscillogramma delle tensioni (M), modello di carico di fatica n.3

Si riportano di seguito i risultati ottenuti col metodo del serbatoio:

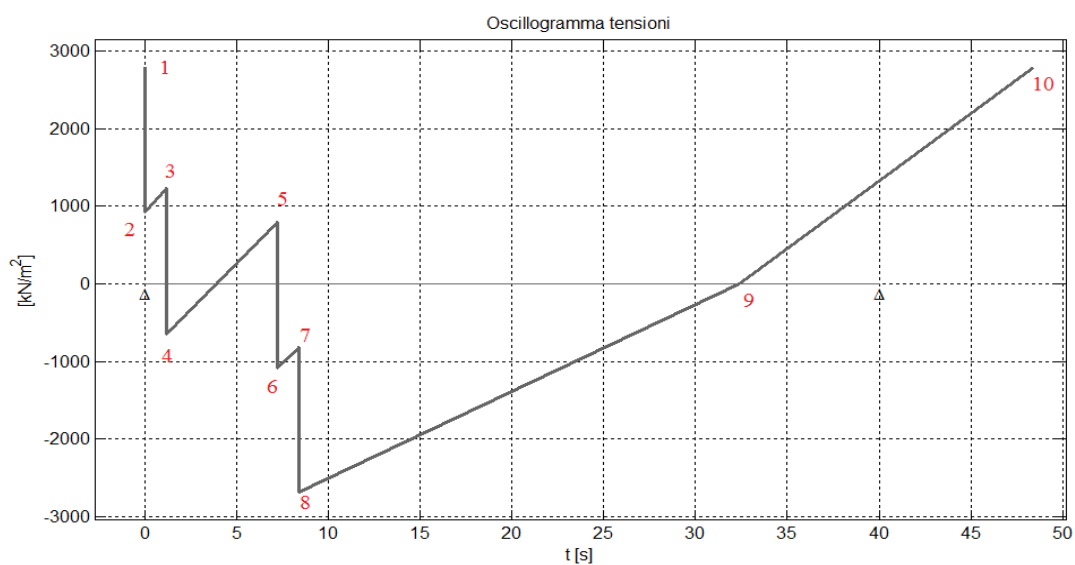


Figura 8-249 - Oscillogramma delle tensioni, numerazione dei picchi

$\tau_1$	2787,05	kPa
$\tau_2$	919,25	kPa
$\tau_3$	1224,35	kPa
$\tau_4$	-643,46	kPa
$\tau_5$	789,37	kPa
$\tau_6$	-1078,72	kPa
$\tau_7$	-813,36	kPa
$\tau_8$	-2681,55	kPa
$\tau_9$	0	kPa
$\tau_{10}$	2787,05	kPa

Tabella 8-113 - Valori di tensione dei picchi dell'oscillogramma ( $V_{x=16m}$ )

Picco svuotato	Stress range			n° cicli
8	$\Delta\tau_1 = \tau_1 - \tau_8$	5468,6	kPa	1
6	$\Delta\tau_2 = \tau_7 - \tau_6$	265,36	kPa	1
4	$\Delta\tau_3 = \tau_5 - \tau_4$	1432,83	kPa	1
2	$\Delta\tau_4 = \tau_3 - \tau_2$	305,1	kPa	1
<b>TOT CICLI</b>				<b>5</b>

Tabella 8-114 - Stress ranges e conteggio dei cicli, metodo del serbatoio

L'istogramma relativo all'oscillogramma è il seguente:

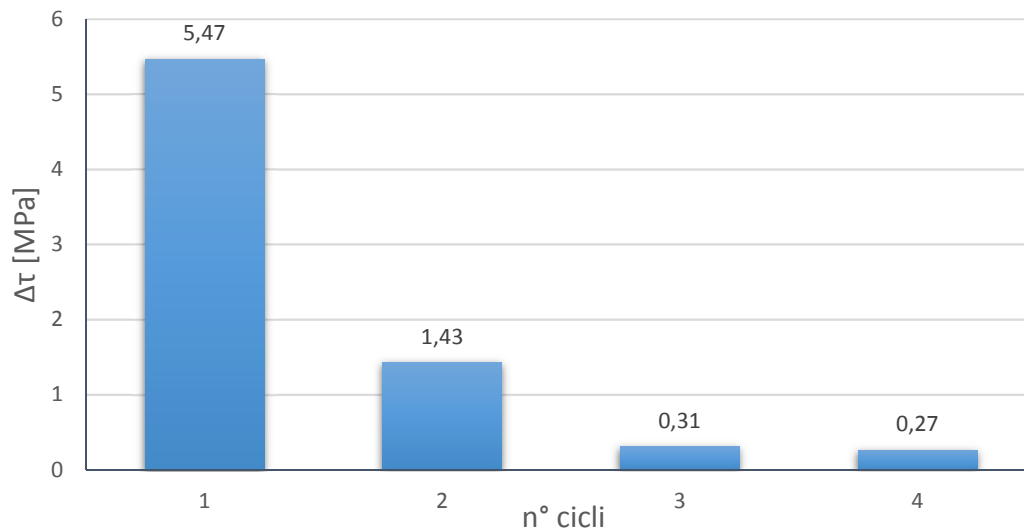


Figura 8-250 - Istogramma delle tensioni ( $V_{x=16m}$ ), 1 passaggio del veicolo

Dunque si ha:

- $n_{p1} = n_{p2} = n_{p3} = n_{p4} = 1$

- $n_i = n_{pi} V_{nf_{annuo}} = 2500000$  cicli

Sapendo le classi di resistenza dei dettagli, si ricava il numero di cicli a rottura in questo modo:

- Se  $\Delta\tau_i \geq \Delta\tau_L/\gamma_{Mf} \rightarrow N_i = 2 \cdot 10^6 \left( \frac{\Delta\tau_c}{\Delta\tau_i \gamma_{Mf}} \right)^5$
- Se  $\Delta\tau_i < \Delta\tau_L/\gamma_{Mf} \rightarrow$  non si hanno problemi di fatica (e quindi la verifica è automaticamente soddisfatta).  $N_i =$  infinito.

Inoltre, si ha:

- $\Delta\tau_L = 0,457 \Delta\tau_C$  (limite di fatica ad ampiezza costante)

Si riportano ora le verifiche dei dettagli.

#### 8.3.40.4.1. Verifica dei piatti metallici

$\Delta\tau_c$	100	MPa
$\Delta\tau_L$	45,7	MPa
$\Delta\tau_c/\gamma_{Mf}$	86,96	MPa
$\Delta\tau_L/\gamma_{Mf}$	39,74	MPa
$\Delta\tau_1$	5,47	MPa
N1 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_1$ )	Infinito	cicli
$\Delta\tau_2$	1,43	MPa
N2 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_2$ )	Infinito	cicli
$\Delta\tau_3$	0,31	MPa
N3 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_3$ )	Infinito	cicli
$\Delta\tau_4$	0,27	MPa
N4 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_4$ )	Infinito	cicli

VERIFICATO

Tabella 8-115 - Verifica a danneggiamento piatti metallici, taglio

La verifica è ampiamente soddisfatta.

#### 8.3.40.4.2. Verifica delle saldature di testa

$\Delta\tau_c$	80	MPa
$\Delta\tau_L$	36,56	MPa
$\Delta\tau_c/\gamma_{Mf}$	69,57	MPa
$\Delta\tau_L/\gamma_{Mf}$	31,79	MPa
$\Delta\tau_1$	5,47	MPa
N1 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_1$ )	Infinito	cicli
$\Delta\tau_2$	1,43	MPa
N2 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_2$ )	Infinito	cicli
$\Delta\tau_3$	0,31	MPa
N3 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_3$ )	Infinito	cicli
$\Delta\tau_4$	0,27	MPa
N4 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_4$ )	Infinito	cicli

VERIFICATO

*Tabella 8-116 - Verifica a danneggiamento saldature testa a testa, taglio*

Anche questa verifica è pienamente soddisfatta.

#### ***8.3.41. Linee di influenza tradizionali del momento torcente, calcolo manuale***

Si è già detto che le travi, essendo disposte ai lati dell'impalcato ed essendo saldate (sui piatti laterali) ai traversi, subiscono delle coppie che sono torcenti in quanto tendono a far ruotare le sezioni della trave in senso trasversale.

Ciò in conseguenza del passaggio dei veicoli sulla carreggiata, il cui carico viene trasmesso ai traversi tramite la diffusione nella soletta e, poi, alle travi attraverso il vincolo d'incastro; infatti, i traversi possono essere pensati incastrati alle travi in quanto la giunzione è saldata.

Ci si riconduce quindi allo studio della linea di influenza per coppie torcenti mobili.

Per ricavarla, è stato applicato il principio del caricamento indiretto, come già accennato in precedenza; relativamente a momento flettente e taglio non era stato

applicato a favore di sicurezza. Per quanto riguarda il momento torcente si vuole utilizzare il metodo come esempio.

Si consideri un singolo asse viaggiante; esso, procedendo per esempio da sinistra a destra, passa sopra ai traversi e poi fra un traverso e l'altro, e così via... Quando l'asse è esattamente in corrispondenza di un traverso, allora la linea di influenza è quella tradizionale che si ottiene col metodo diretto; quando invece l'asse si trova fra due traversi, il caso si trasforma in carico indiretto: il carico viene cioè trasmesso alla trave non direttamente ma, dalla soletta, tramite i traversi più vicini all'asse viaggiante.

Per chiarire il concetto di carico indiretto e lo schema di trasferimento dei carichi, si guardi alla seguente immagine:

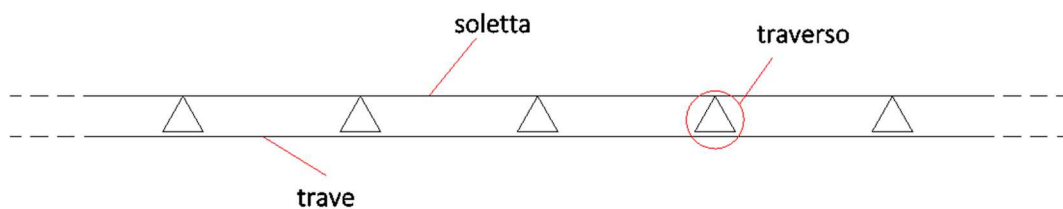


Figura 8-251 - Schema di caricamento indiretto per la trave

La soletta è la struttura terziaria, i traversi sono la struttura secondaria e la trave è la struttura principale.

La linea di influenza non è più quella tradizionale ma è modificata; si consideri un tratto di struttura di Figura 8-251:

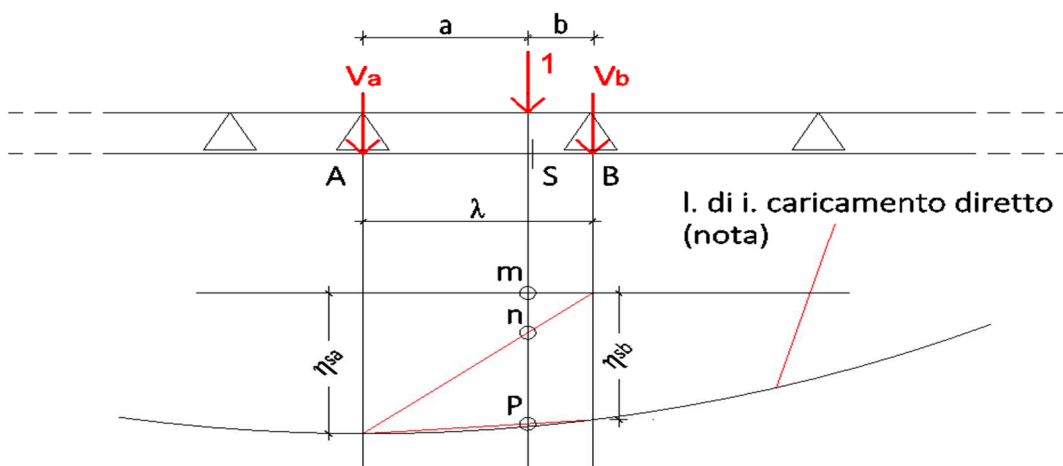


Figura 8-252 - Dimostrazione caricamento indiretto

$\eta_{sa}$  è l'ordinata della linea di influenza per caricamento diretto in corrispondenza di A;  $\eta_{sb}$  è l'ordinata della linea di influenza per caricamento diretto in corrispondenza di B.  $V_a$  e  $V_b$  sono le reazioni agli appoggi (per effetto del carico unitario) attraverso le quali la struttura principale (la trave) risente del carico.

Se in A e in B si ipotizzano delle cerniere, si ha:

$$V_A = 1 \cdot \frac{b}{\lambda}; V_b = 1 \cdot \frac{a}{\lambda}$$

Per similitudine dei triangoli (Figura 8-252), si ha:

$$\overline{mn}: b = \eta_{sa} \cdot \lambda \rightarrow \overline{mn} = \frac{b}{\lambda} \eta_{sa}$$

$$\overline{np}: a = \eta_{sb} \cdot \lambda \rightarrow \overline{np} = \frac{a}{\lambda} \eta_{sb}$$

Se si chiama con  $\eta_s$  l'ordinata della linea di influenza sotto carico indiretto in S, si ha:

$$\eta_s = \overline{mn} + \overline{np}$$

che, sostituendo, diventa:

$$\eta_s = V_a \eta_{sa} + V_b \eta_{sb}$$

Quindi l'effetto in una sezione S compresa fra gli appoggi (struttura secondaria) si trova come sovrapposizione dell'effetto in A e di quello in B.

Riguardando la Figura 8-252, si nota che l'andamento curvilineo della generica linea di influenza è stato approssimato con uno rettilineo; ciò può essere un aspetto positivo o negativo a seconda che l'ordinata della linea di influenza per carico indiretto sia minore o maggiore di quella originaria.

In definitiva, quindi, per costruire la linea di influenza per caricamento indiretto basta partire con quella tradizionale (per caricamento diretto) e poi, tirando giù due verticali in corrispondenza dei punti di appoggio fra cui si trova il carico, si individuando due punti sulla linea di influenza per carico diretto. Infine, si uniscono questi due punti con una linea retta.



Seguendo questa teoria, si procede ricavando in primo luogo la linea di influenza per caricamento diretto.

Si consideri il seguente schema:

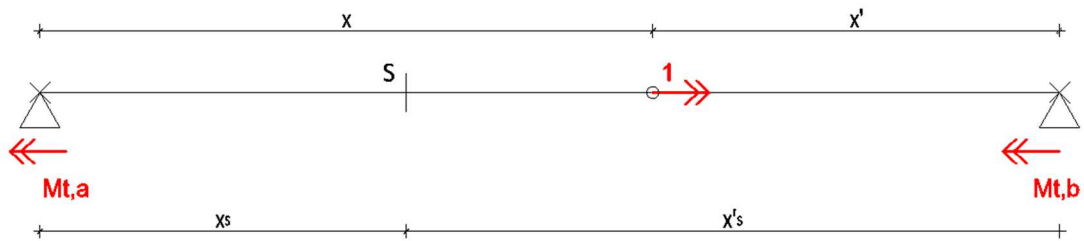


Figura 8-253 - Schema per applicazione metodo diretto, linea di influenza del momento torcente

La coppia torcente unitaria provoca due reazioni agli appoggi (che hanno vincoli torcenti)  $M_{t,A}$  ed  $M_{t,B}$ ; essi valgono:

$$M_{t,A} = \frac{x'}{l}; M_{t,b} = -\frac{x}{l}$$

Dunque, il diagramma del momento torcente risulta:

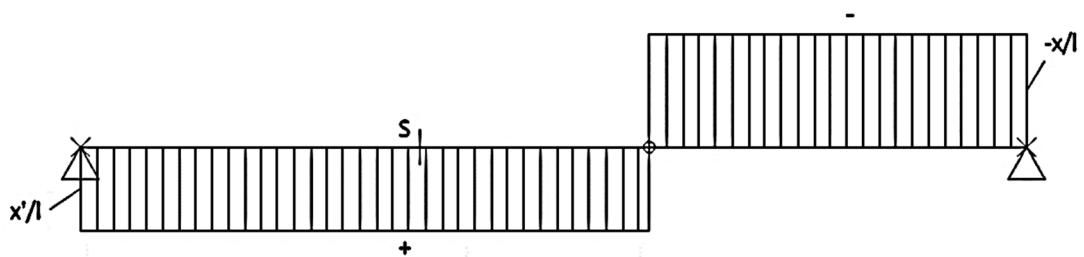


Figura 8-254 - Diagramma del momento torcente, trave semplicemente appoggiata

Per quanto riguarda la linea di influenza, si procede col metodo diretto.

Per  $x < x_s$  si ragiona sul tratto di destra:



Figura 8-255 - Linea di influenza del momento torcente, metodo diretto, tratto di dx

$$M_{t,s} = M_{t,B} = -x/l$$

Per  $x > x_s$  si ragiona sul tratto di sinistra:



Figura 8-256 - Linea di influenza del momento torcente, metodo diretto, tratto di  $sx$

$$M_{t,s} = M_{t,A} = x'/l$$

Dunque la linea di influenza tradizionale (caricamento diretto) risulta:

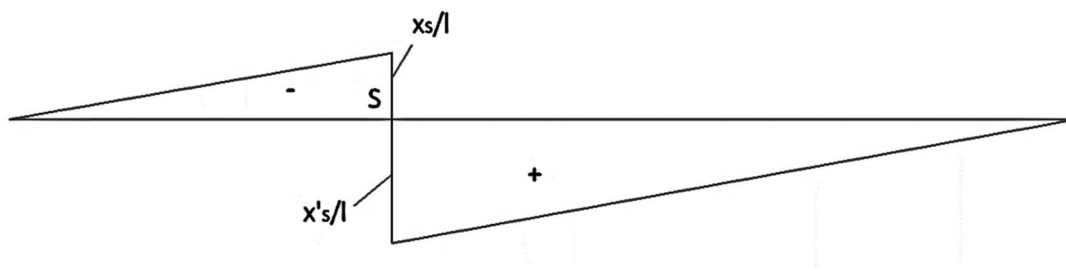


Figura 8-257 - Linea di influenza del momento torcente in  $x_s$  per caricamento diretto

Sono state quindi create le linee di influenza tradizionali nelle sezioni di interesse: a  $L/2$ , a  $x = 6m$  e a  $x = 16m$  considerando che:

- Per le sezioni a sinistra di  $x_s$ :

$$M_{t,s} = M_{t,B}$$

- Per le sezioni a destra di  $x_s$ :

$$M_{t,s} = M_{t,A}$$

Variando la posizione del carico  $x$  e implementando le espressioni scritte sopra in un foglio di calcolo, si sono ottenuti i seguenti risultati:

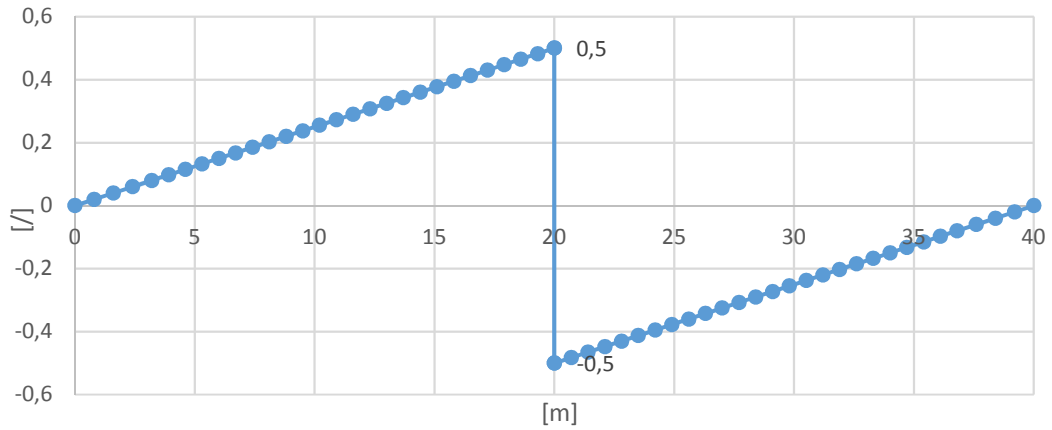


Figura 8-258 - Linea di influenza del momento torcente in  $L/2$  per caricamento diretto

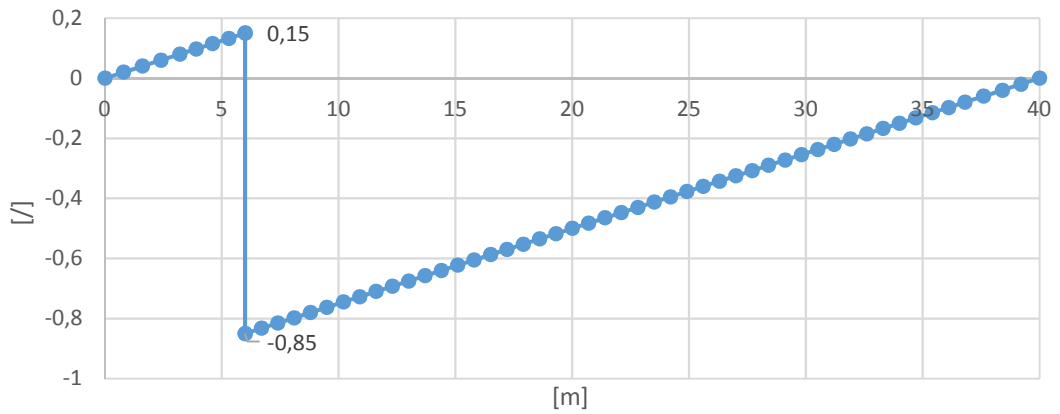


Figura 8-259 - Linea di influenza del momento torcente in  $x=6m$  per caricamento diretto

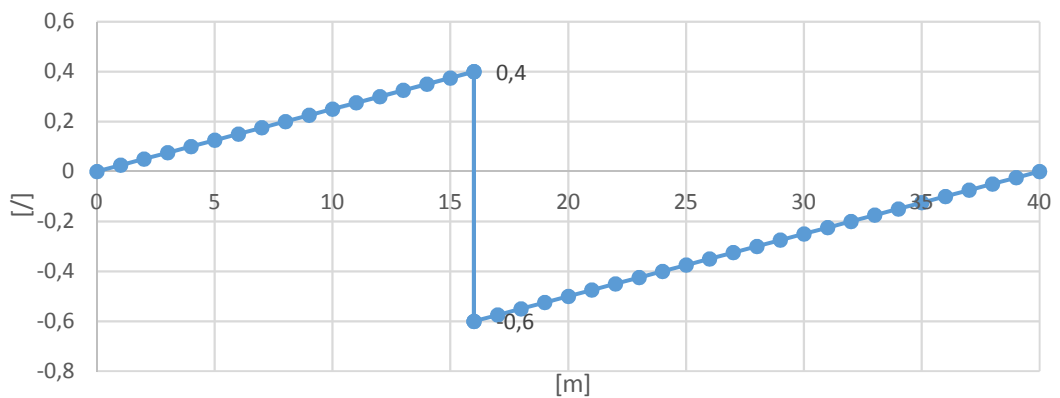
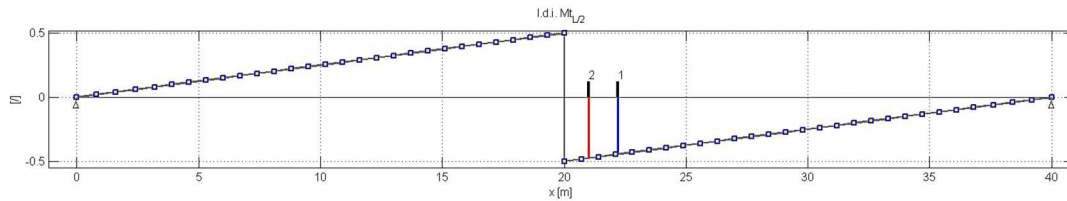


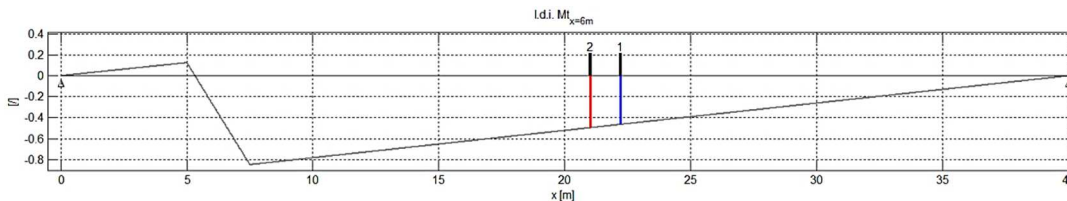
Figura 8-260 - Linea di influenza del momento torcente in  $x=16m$  per caricamento diretto

Si nota che le ordinate sono adimensionali in quanto, se moltiplicate per la coppia torcente unitaria mobile, si ottengono i [kNm].

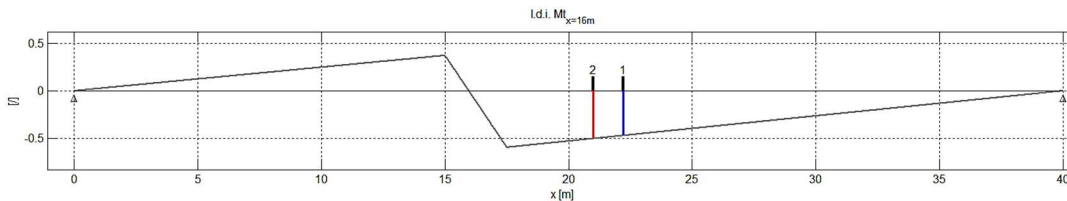
Per ricavare la linea di influenza tradizionale definitiva, è necessario fare il raccordo lineare fra i punti al di sotto degli appoggi come detto all'inizio del paragrafo; per fare ciò, le ordinate sono state implementate nel programma di calcolo numerico ottenendo rispettivamente, per le sezioni di  $x = L/2$ ,  $x = 6m$  e  $x = 16m$  le seguenti linee di influenza tradizionali:



*Figura 8-261 - Linea di influenza tradizionale di Mt ad L/2*



*Figura 8-262 - Linea di influenza tradizionale di Mt ad x = 6m*



*Figura 8-263 - Linea di influenza tradizionale di Mt ad x = 16m*

Si nota che la linea di influenza ad  $L/2$  è uguale a quella con carico diretto in quanto in mezzeria il carico cade sopra al traverso.

**8.3.42. Linea di influenza “speciale” di Mt ad  $L/2$  a due assi a distanza costante (modello di carico di fatica n.1)**

Si procede ora con l'applicazione del principio di sovrapposizione degli effetti per ricavare la linea di influenza “speciale” del momento torcente in mezzeria.

Si deve valutare l'effetto del passaggio dei singoli assi sopra l'ascissa dell'asse 1, quindi la linea di influenza tradizionale (Figura 8-261) viene traslata una sola volta (poiché gli assi sono 2) della distanza fra gli assi (1,2m):

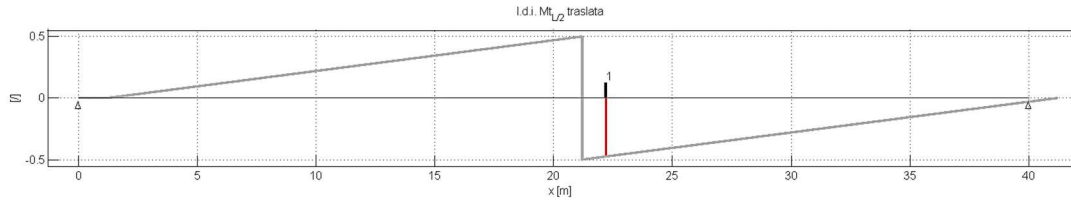


Figura 8-264 - Linea di influenza tradizionale di  $M_{L/2}$  traslata della distanza fra gli assi 1 e 2

Si nota che la linea di influenza coincide con quella del taglio ad  $L/2$ .

Il segmento rosso è l'ordinata che assume la linea traslata in corrispondenza dell'asse 1, che è uguale a quella che assume la linea non traslata in corrispondenza dell'asse 2.

Sommando le due linee di influenza si ottiene quella "speciale":

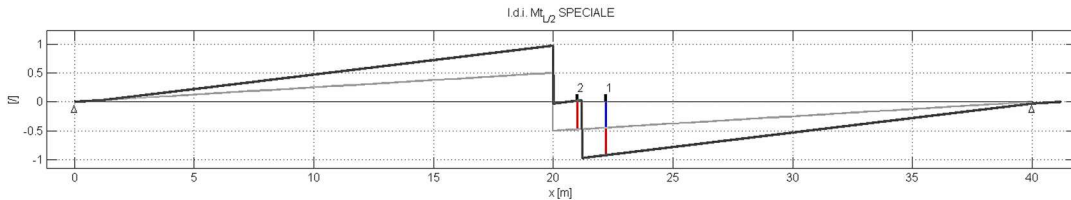


Figura 8-265 - Linea di influenza tradizionale (grigio chiaro) e linea di influenza "speciale" a due assi di  $M_{L/2}$  (grigio scuro)

La somma dei due segmenti corrispondenti alle ordinate della linea tradizionale sopra ai due assi coincide con l'ordinata della linea di influenza "speciale".

Le ordinate sono state poi moltiplicate per il seguente fattore:

$$\frac{Px_p^2(1-x_p)}{l^2} r_t, r_t = 0,86, P = 210 \text{ kN}$$

Esso tiene conto di due cose:

- Il fatto che il carico (asse del veicolo) viaggia a una certa distanza dalla trave, nella mezzeria della corsia di marcia. Per cui la coppia sollecitante assorbita dalla trave è il momento che si ha all'incastro del seguente schema:

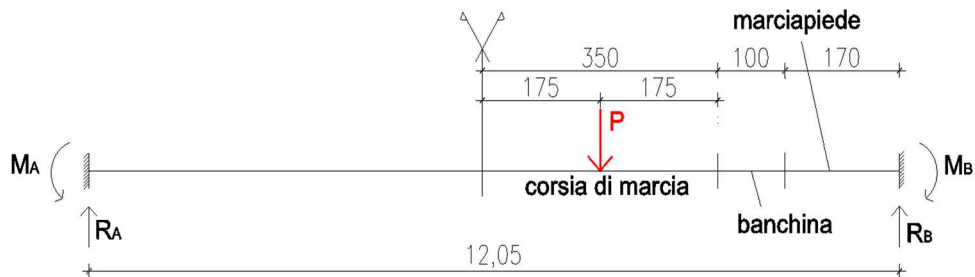


Figura 8-266 - Schema della sezione trasversale in mezzeria del ponte

La reazione-momento che si deve calcolare è  $M_B$ , che vale:

$$\frac{Px_p^2(1 - x_p)}{l^2}$$

dove  $x_p$  è la posizione del veicolo rispetto al vincolo di sinistra: 7,6m;  $l = 12,05m$  e  $P = 210 \text{ kN}$ .

- L'altro aspetto riguarda il comportamento combinato del sistema arco-trave: la trave riceverà una quota-parte del carico asse definita attraverso il coefficiente di ripartizione  $r_t$ .

Il risultato conseguente alla moltiplicazione delle ordinate per tale fattore è il seguente:

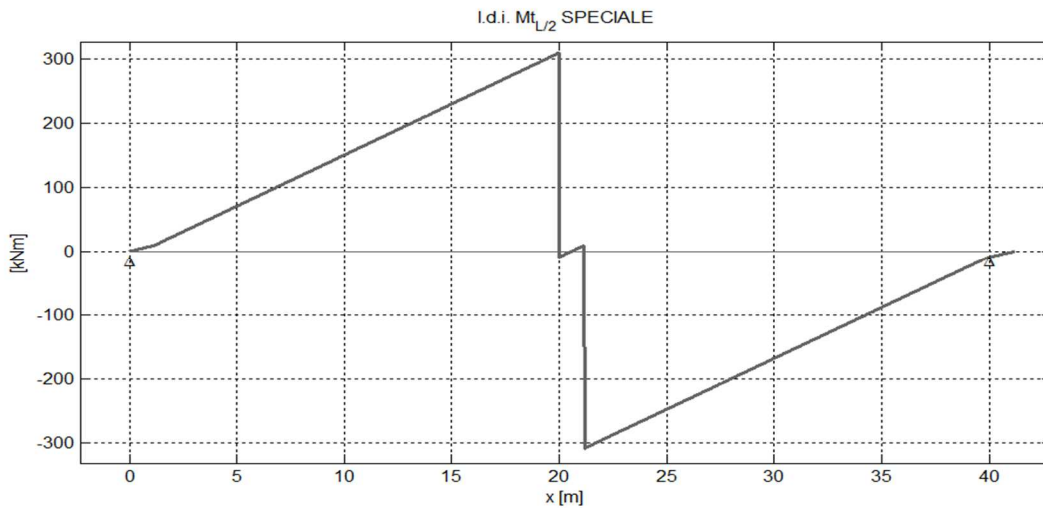


Figura 8-267 - Linea di influenza “speciale” a due assi di  $Mt_{L/2}$  [kNm]

Si possono intuire facilmente le zone in cui bisogna disporre il veicolo per provocare gli effetti più gravosi; infatti, tale curva rappresenta l'effetto complessivo del passaggio dell'intero veicolo sul ponte.

### 8.3.43. Linearizzazione

La linea di influenza “speciale” è stata linearizzata, individuando i punti di picco:

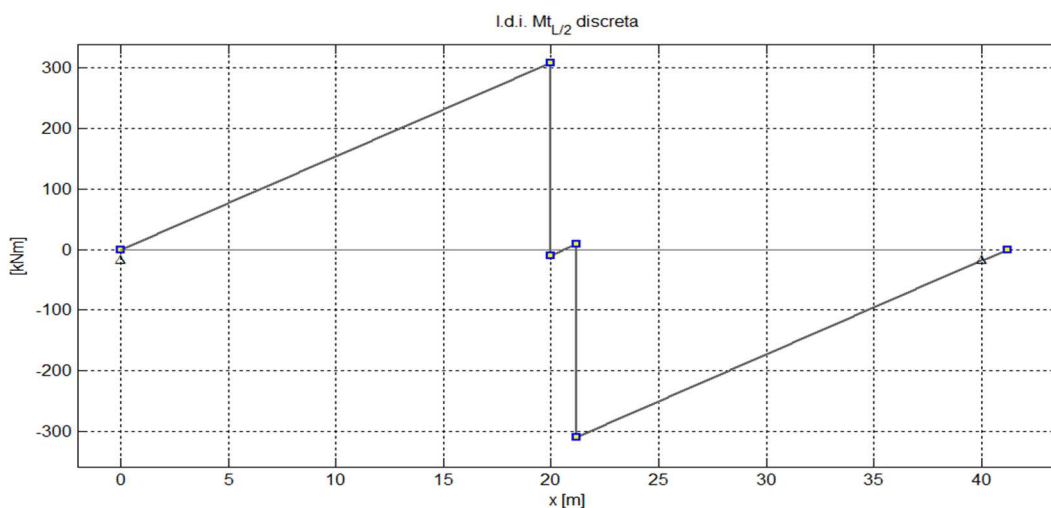


Figura 8-268 - Linea di influenza “speciale” a due assi di  $Mt_{L/2}$  [kNm], linearizzata

### 8.3.44. Verifica a torsione a vita illimitata, sezione di L/2

I dettagli verificati per la sezione di mezzzeria sono:

- piatti metallici
- irrigidimenti
- saldature longitudinali

Si riportano di nuovo gli schemi per chiarezza:

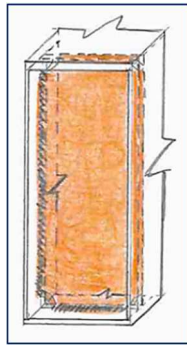


Figura 8-269 - Schema dettaglio costruttivo: irrigidimento

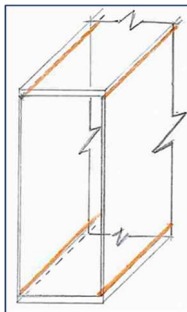


Figura 8-270 - Schema dettaglio costruttivo: saldature longitudinali

Per poter applicare il metodo del serbatoio e ricavare lo stress range massimo a cui il dettaglio è soggetto, la linea di influenza linearizzata è stata riordinata posizionando i punti di massimo alle estremità:



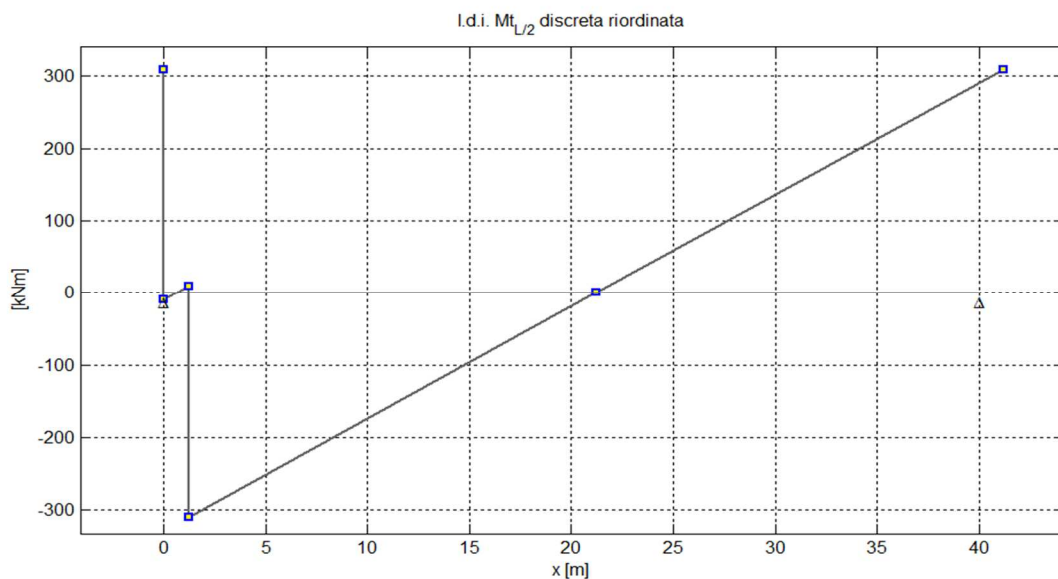


Figura 8-271 - Linea di influenza “speciale” a due assi di  $M_{L/2}$  [kNm], linearizzata, riordinata

Infine, per ottenere l’oscillogramma delle tensioni, è stata utilizzata la formula di Bredt per sezioni cave:

$$\tau_{\max} = \frac{M_t}{2\Omega t_{\min}}$$

dove  $M_t$  è il momento torcente sollecitante,  $\Omega$  è l’area racchiusa dalla linea mediana della sezione e  $t_{\min}$  è lo spessore minimo della sezione.

Per la sezione di mezzeria si ha:

- $\Omega = 0,8673 \text{ m}^2$
- $t_{\min}$  è lo spessore minimo, cioè quello più piccolo dei piatti che compongono la trave.

La linea di influenza delle tensioni coincide poi con l’oscillogramma se si ipotizza velocità di attraversamento del ponte costante:

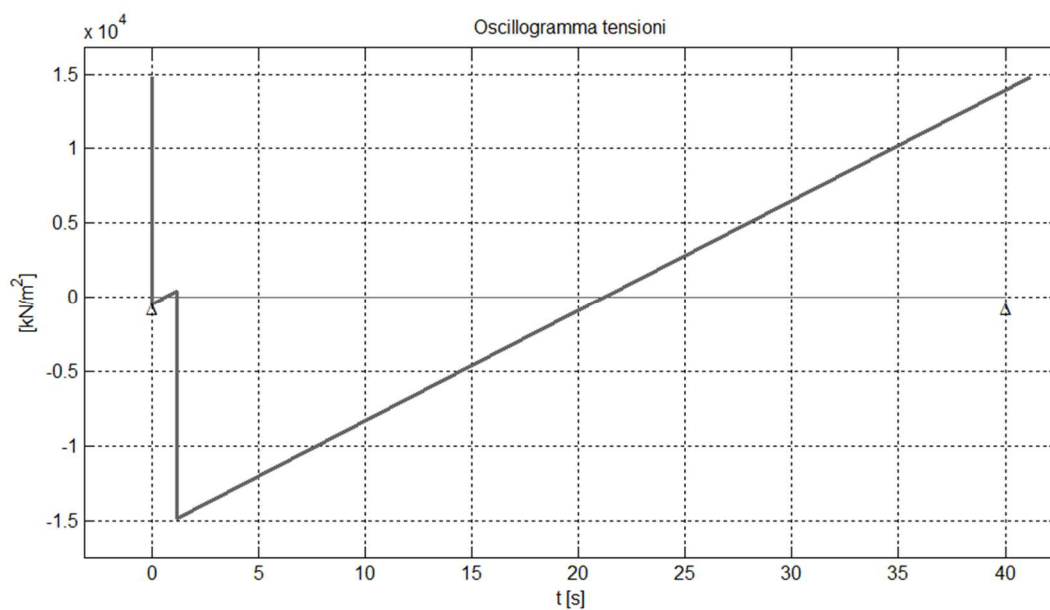


Figura 8-272 - Oscillogramma delle tensioni ( $Mt_{L/2}$ ), modello di carico di fatica n. 1

E' stato poi applicato il metodo del serbatoio, svuotando il recipiente dal picco di minimo assoluto procedendo verso i picchi crescenti.

Si riportano i risultati in termini di stress ranges.

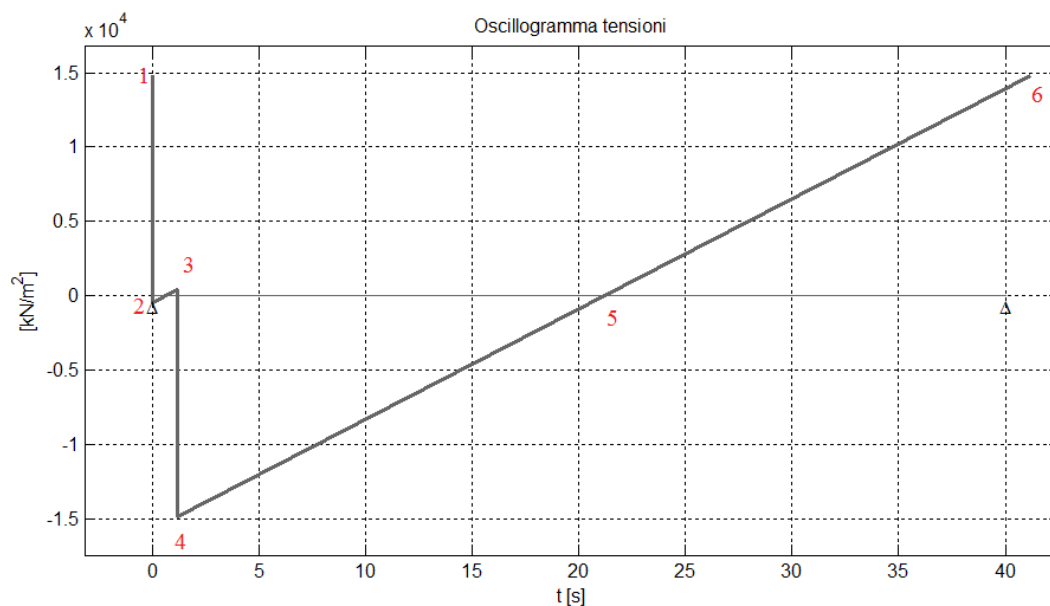


Figura 8-273 - Oscillogramma delle tensioni ( $Mt$ ), numerazione dei picchi

$\tau_1$	14838,17	kPa
$\tau_2$	-459,15	kPa
$\tau_3$	459,15	kPa
$\tau_4$	-14845,83	kPa
$\tau_5$	0	kPa
$\tau_6$	14838,17	kPa

Tabella 8-117 - Valori di tensione dei picchi dell'oscillogramma

picco svuotato	Stress ranges		n° cicli
4	$\Delta\tau_1 = \tau_1 - \tau_4$	29684 kPa	1
2	$\Delta\tau_2 = \tau_3 - \tau_2$	918,3 kPa	1
<b>TOT CICLI</b>			<b>2</b>

Tabella 8-118 - Stress ranges e conteggio dei cicli, metodo serbatoio

L'istogramma relativo all'oscillogramma trovato è il seguente:

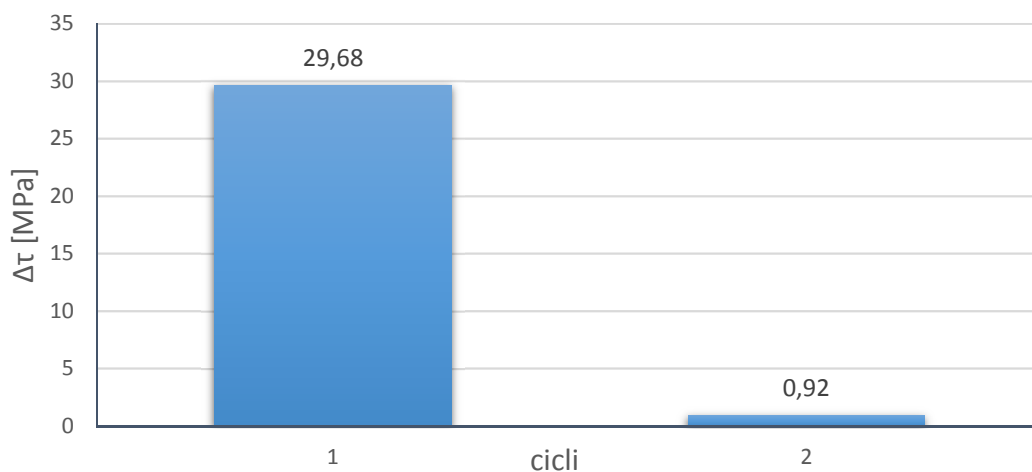


Figura 8-274 - Istogramma delle tensioni, 1 passaggio

Si deduce quindi che il valore massimo di stress range è di 29,68 MPa.

Si può quindi procedere con la verifica, che consiste nel controllare che sia valida la seguente disuguaglianza:

$$\gamma_{Mf} \Delta\tau_{\max} \leq \Delta\tau_L$$

8.3.44.1. Verifica dei piatti

<b>PIATTO METALLICO</b>		
$\gamma_{mf}$	1,15	
$\gamma_{mf} * \Delta\tau_{max}$	34,14	MPa
$\Delta\tau_c$	100	MPa
$\Delta\tau_L$	45,7	MPa
<b>R/S = 45,7/34,14</b>	<b>1,3</b>	

**VERIFICATO**

*Tabella 8-119 - Verifica a vita illimitata a torsione, piatti, sezione L/2*

La verifica risulta soddisfatta.

8.3.44.2. Verifica degli irrigidimenti

<b>IRRIGIDIMENTO</b>		
$\gamma_{mf}$	1,15	
$\gamma_{mf} * \Delta\tau_{max}$	34,14	MPa
$\Delta\tau_c$	80	MPa
$\Delta\tau_L$	36,56	MPa
<b>R/S = 36,56/34,14</b>	<b>1,07</b>	

**VERIFICATO**

*Tabella 8-120 - Verifica a vita illimitata a torsione, irrigidimento, sezione L/2*

Si precisa che per condurre tale verifica è stato considerato sempre lo spessore minimo del piatto verticale, a favore di sicurezza; infatti, secondo lo schema di Figura 8-269, si sarebbe dovuto considerare l'intera larghezza della sezione della trave come se essa fosse piena e non cava, ciò dovuto alla presenza dell'irrigidimento.

Ma dato che esso è un elemento locale, si trascura il suo effetto in termini di calcolo delle tensioni.

La verifica risulta comunque soddisfatta.

### 8.3.44.3. Verifica delle saldature longitudinali

La verifica non viene effettuata sulle saldature stesse poiché esse sono a piena penetrazione; viene quindi calcolata la tensione sui piatti metallici in corrispondenza delle fibre in cui si trovano le saldature, considerando lo spessore minimo.

<b>SALDATURE LONGITUDINALI</b>		
$\gamma_{mf}$	1,15	
$\gamma_{mf} * \Delta\tau_{max}$	34,14	MPa
$\Delta\tau_c$	80	MPa
$\Delta\tau_L$	36,56	MPa
<b>R/S = 36,56/34,14</b>	<b>1,07</b>	

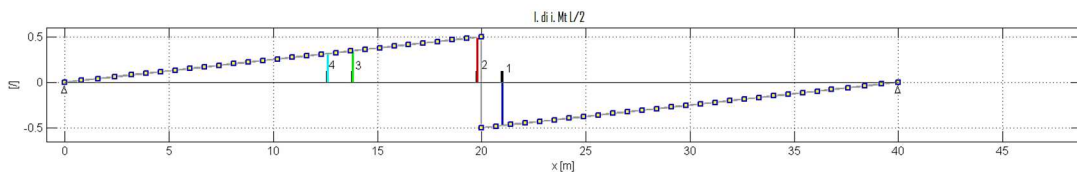
**VERIFICATO**

*Tabella 8-121 - Verifica a vita illimitata a torsione, saldature longitudinali, sezione L/2*

La verifica è soddisfatta.

### 8.3.45. *Linea di influenza “speciale” a quattro assi di $M_{L/2}$ (modello di carico di fatica n.3)*

Per ottenere la linea di influenza “speciale” a quattro assi (cioè relativamente al modello di carico n.3) si parte dalla stessa linea di influenza tradizionale utilizzata per la verifica a vita illimitata:



*Figura 8-275 - Linea di influenza tradizionale di  $M_{L/2}$  coi quattro assi*

Dato che in questo caso si hanno 4 assi è necessario effettuare  $4-1 = 3$  traslazioni per considerare l’effetto di ogni singolo asse sotto all’ascissa del primo, in sequenza:

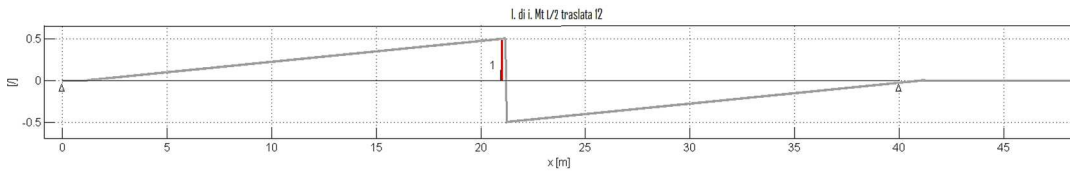


Figura 8-276 - Linea di influenza tradizionale di  $Mt_{L/2}$  traslata della distanza fra gli assi 1 e 2

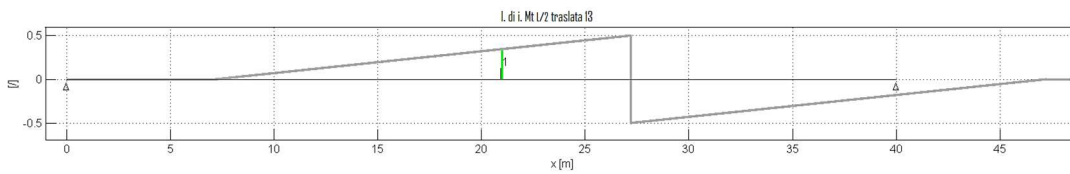


Figura 8-277 - Linea di influenza tradizionale di  $Mt_{L/2}$  traslata della distanza fra gli assi 1 e 3

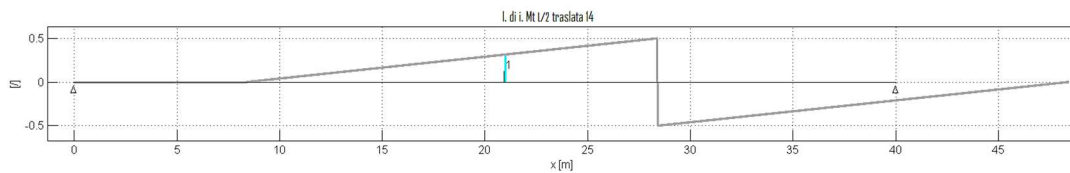


Figura 8-278 - Linea di influenza tradizionale di  $Mt_{L/2}$  traslata della distanza fra gli assi 1 e 4

Sono state poi sommate le linee di influenza ottenendo la linea di influenza “speciale” a quattro assi:

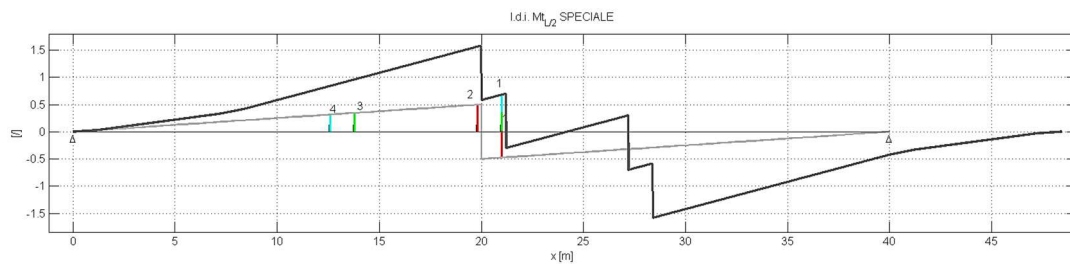


Figura 8-279 - Linea di influenza tradizionale (grigio chiaro) e “speciale” a quattro assi di  $Mt_{L/2}$  (grigio scuro)

In seguito, le ordinate della linea di influenza “speciale” sono state moltiplicate per il fattore utilizzato ai fini della verifica a vita illimitata, con l’unica differenza del carico  $P$ , che questa volta è di 120 kN.

Il risultato è mostrato nella seguente immagine:

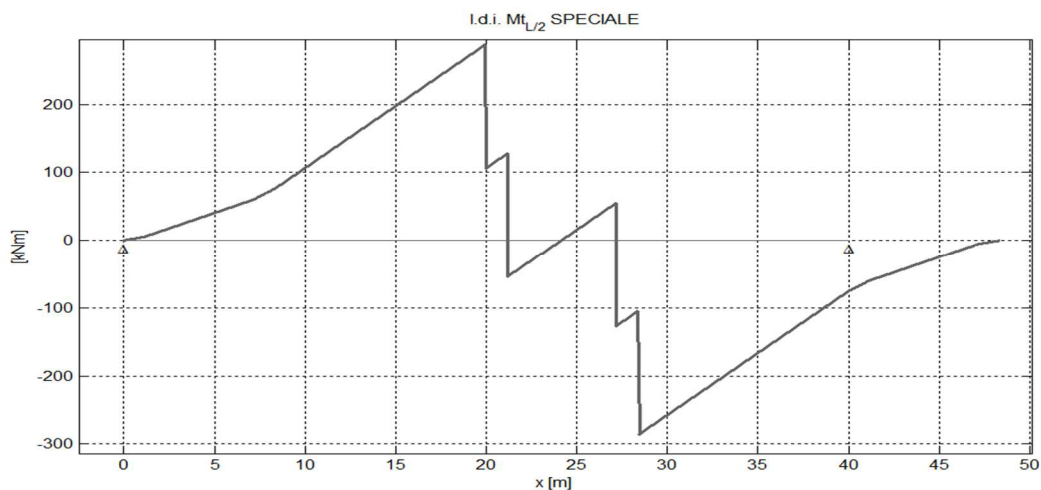


Figura 8-280 - Linea di influenza “speciale” a quattro assi a distanza costante di  $M_{L/2}$  [kNm]

Dalla curva si intuisce che per ottenere il valore massimo assoluto di momento torcente è necessario che il veicolo sia disposto o con il primo asse a cavallo o dei 20m circa oppure con l’ultimo asse in corrispondenza dei 28m.

### 8.3.46. Linearizzazione

La curva è stata linearizzata individuando le coordinate dei picchi:

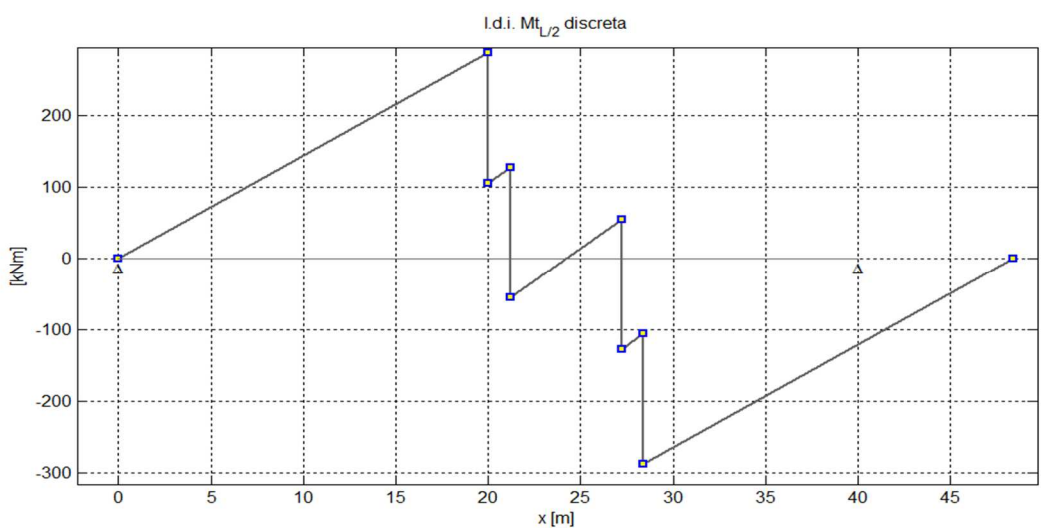


Figura 8-281 - Linea di influenza “speciale” a quattro assi a distanza costante di  $M_{L/2}$  [kNm], linearizzata

### 8.3.47. Verifiche a danneggiamento cumulativo a torsione, sezione L/2

La linea di influenza linearizzata è stata riordinata in modo da poter applicare il metodo del serbatoio e avere i picchi di massimo alle estremità:

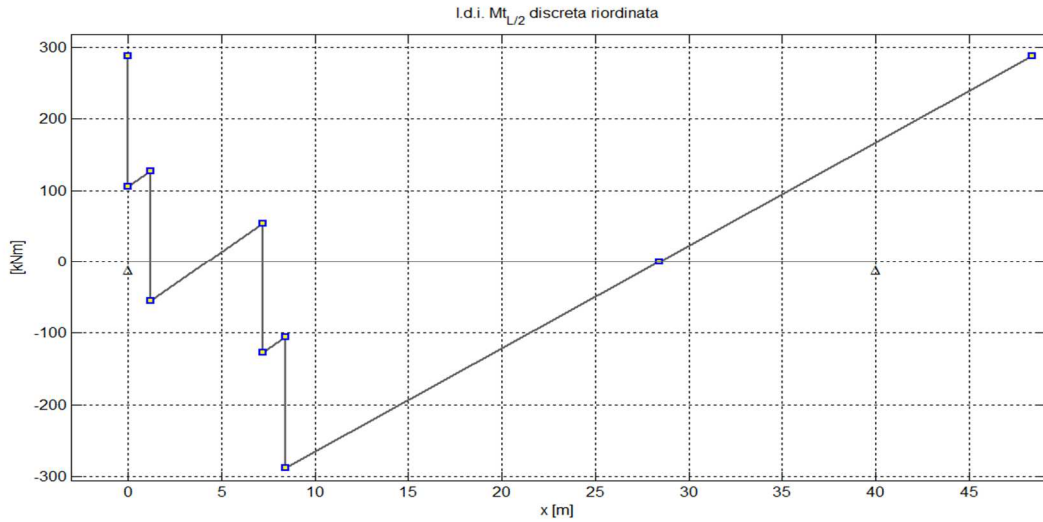


Figura 8-282 - Linea di influenza "speciale" a quattro assi a distanza costante di  $M_{L/2}$  [kNm], linearizzata, riordinata

Applicando la formula di Bredt, è stata ricavata la linea di influenza delle tensioni, la quale coincide con l'oscillogramma se si ipotizza la velocità di transito dei veicoli costante:

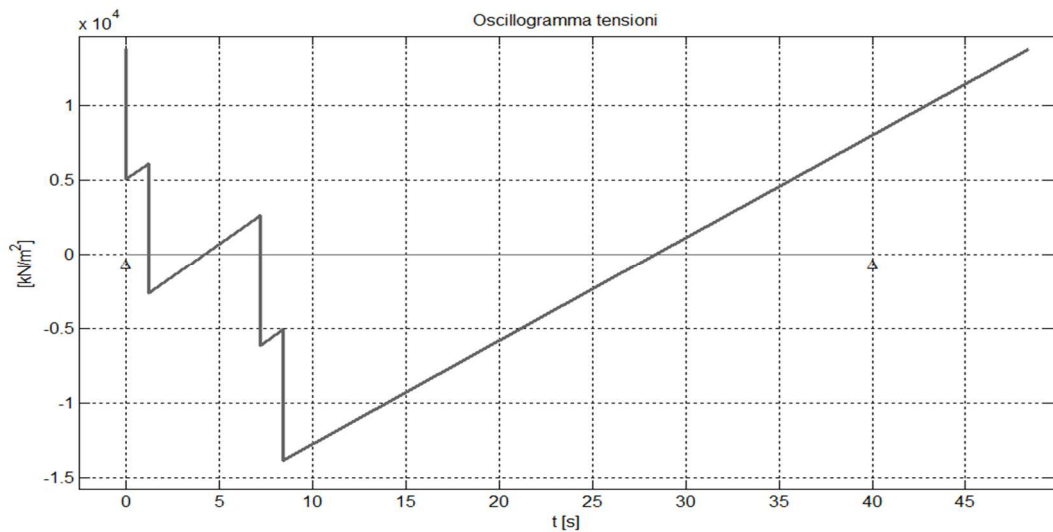


Figura 8-283 - Oscillogramma delle tensioni ( $M_{L/2}$ ), modello di carico di fatica n.3



Dopodichè, numerando i picchi e applicando il metodo del serbatoio, si sono ottenuti gli stress ranges necessari per le verifiche. Si riportano di seguito i risultati.

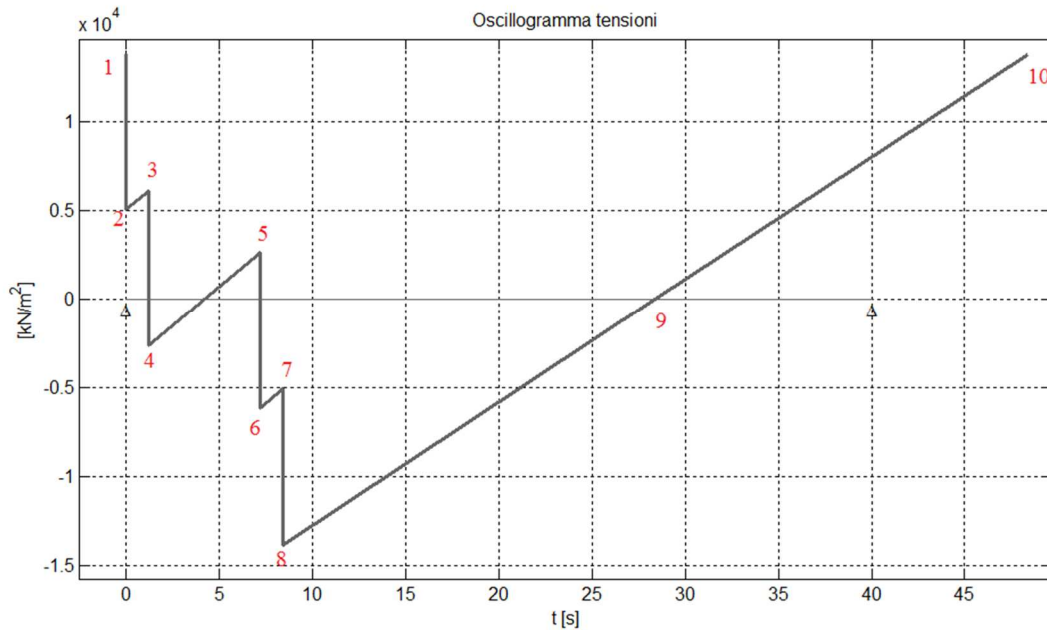


Figura 8-284 - Oscillogramma delle tensioni ( $M_{t_{L/2}}$ ), numerazione picchi

$\tau_1$	13809,56	kPa
$\tau_2$	5072,51	kPa
$\tau_3$	6121,99	kPa
$\tau_4$	-2623,71	kPa
$\tau_5$	2623,71	kPa
$\tau_6$	-6121,99	kPa
$\tau_7$	-5072,51	kPa
$\tau_8$	-13818,21	kPa
$\tau_9$	0	kPa
$\tau_{10}$	13809,46	kPa

Tabella 8-122 - Valori di tensione dei picchi dell'oscillogramma ( $M_{t_{L/2}}$ )

Picco svuotato	Stress range	n° cicli
8	$\Delta\tau_1 = \tau_1 - \tau_8$ 27627,77 kPa	1
6	$\Delta\tau_2 = \tau_7 - \tau_6$ 1049,48 kPa	1
4	$\Delta\tau_3 = \tau_5 - \tau_4$ 5247,42 kPa	1
2	$\Delta\tau_4 = \tau_3 - \tau_2$ 1049,48 kPa	1
<b>TOT CICLI</b>		<b>5</b>

Tabella 8-123 - Stress ranges e conteggio dei cicli, metodo del serbatoio

L'istogramma relativo all'oscillogramma è il seguente:

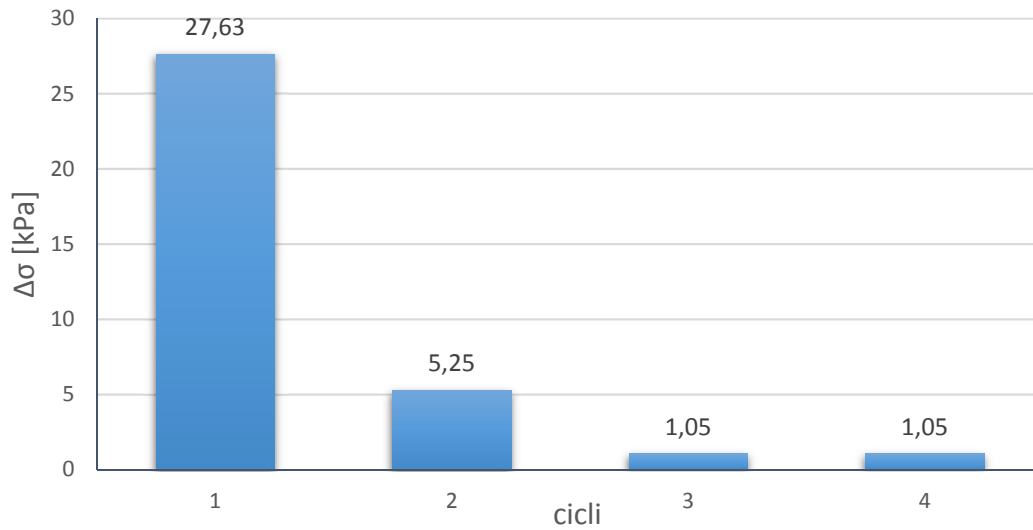


Figura 8-285 - Iistogramma delle tensioni ( $M_{L/2}$ ), 1 passaggio del veicolo

I dettagli costruttivi verificati sono i medesimi di quelli verificati a vita illimitata.

Ci si aspetta che le verifiche siano soddisfatte anche in questo caso in quanto il metodo è meno cautelativo, essendo più preciso.

Si tratta di valutare il danno provocato dai singoli stress ranges causati dal passaggio del veicolo e verificare che la somma sia inferiore all'unità:

$$\sum \frac{n_i}{N_i} \leq 1$$

$n_i$  è il numero totale di cicli a cui è soggetto il ponte per effetto del singolo stress range;  $N_i$  è il numero di cicli a rottura che si hanno a quello stesso livello di stress range.  $N_i$  dipende dallo stress range sollecitante e viene ricavato tramite le equazioni che descrivono le curve di Wöhler:

- Se  $\Delta\tau_i \geq \Delta\tau_L/\gamma_{Mf} \rightarrow N_i = 2 \cdot 10^6 \left( \frac{\Delta\tau_c}{\Delta\tau_i \gamma_{Mf}} \right)^5$
- Se  $\Delta\tau_i < \Delta\tau_L/\gamma_{Mf} \rightarrow$  non si hanno problemi di fatica (e quindi la verifica è automaticamente soddisfatta).  $N_i =$  infinito.

Inoltre:

- $\Delta\tau_L = 0,457 \Delta\tau_C$  (limite di fatica ad ampiezza costante)

Guardando l'istogramma si ricava:

- $\Delta\tau_1 = 27,63 \rightarrow n_1 = 1$
- $\Delta\tau_2 = 5,25 \rightarrow n_2 = 1$
- $\Delta\tau_3 = \Delta\tau_3 = 1,05 \rightarrow n_3 = 2$

Dunque:

- $n_1 = n_{p1} V_n f_{\text{annuo}} = 2500000$
- $n_2 = n_{p2} V_n f_{\text{annuo}} = 2500000$
- $n_3 = n_{p3} V_n f_{\text{annuo}} = 5000000$

con  $V_n$  vita nominale dell'opera pari a 50 anni e  $f_{\text{annuo}}$  flusso annuo di veicoli pesandi pari a 50000 [1/anni].

Note le classi di resistenza per ogni dettaglio, si possono condurre le verifiche.

#### 8.3.47.1. Verifica dei piatti metallici

$\Delta\tau_c$	100	MPa
$\Delta\tau_L$	45,7	MPa
$\Delta\tau_c/\gamma_{Mf}$	86,96	MPa
$\Delta\tau_L/\gamma_{Mf}$	39,74	MPa
$\Delta\tau_1$	27,63	MPa
N1 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_1$ )	Infinito	cicli
$\Delta\tau_2$	5,25	MPa
N2 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_2$ )	Infinito	cicli
$\Delta\tau_3$	1,05	MPa
N3 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_3$ )	Infinito	cicli

VERIFICATO

Tabella 8-124 - Verifica a danneggiamento a torsione, sezione L/2, piatti metallici

La verifica è soddisfatta; il dettaglio non ha problemi di fatica come ci si doveva aspettare.

### 8.3.47.2. Verifica degli irrigidimenti

$\Delta\tau_c$	80	MPa
$\Delta\tau_L$	36,56	MPa
$\Delta\tau_c/\gamma_{Mf}$	69,57	MPa
$\Delta\tau_L/\gamma_{Mf}$	31,8	MPa
$\Delta\tau_1$	27,63	MPa
N1 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_1$ )	Infinito	cicli
$\Delta\tau_2$	5,25	MPa
N2 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_2$ )	Infinito	cicli
$\Delta\tau_3$	1,05	MPa
N3 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_3$ )	Infinito	cicli

VERIFICATO

Tabella 8-125 - Verifica a danneggiamento a torsione, sezione L/2, irrigidimenti

Anche questa verifica è soddisfatta.

### 8.3.47.3. Verifica delle saldature longitudinali

$\Delta\tau_c$	80	MPa
$\Delta\tau_L$	36,56	MPa
$\Delta\tau_c/\gamma_{Mf}$	69,57	MPa
$\Delta\tau_L/\gamma_{Mf}$	31,8	MPa
$\Delta\tau_1$	27,63	MPa
N1 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_1$ )	Infinito	cicli
$\Delta\tau_2$	5,25	MPa
N2 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_2$ )	Infinito	cicli
$\Delta\tau_3$	1,05	MPa
N3 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_3$ )	Infinito	cicli

VERIFICATO

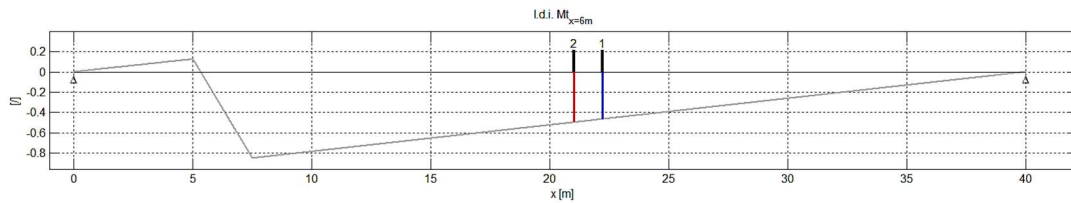
Tabella 8-126 - Verifica a danneggiamento a torsione, sezione L/2, saldature longitudinali

Anche le saldature non presentano problemi di fatica.

**8.3.48. Linea di influenza “speciale” di  $M_{t_{x=6m}}$  a due assi a distanza costante (modello di carico di fatica n.1)**

Si è già mostrata la linea di influenza tradizionale del momento torcente nella sezione a 6m dall'appoggio di sinistra del ponte (Figura 8-262), che è antisimmetrica a quella che si avrebbe nella sezione simmetrica a 34m.

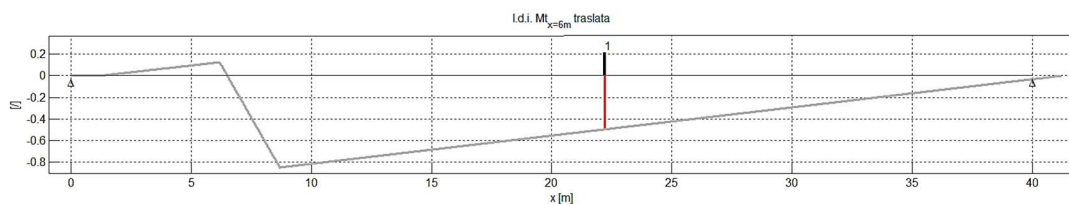
Si riporta di nuovo per chiarezza:



*Figura 8-286 - Linea di influenza tradizionale di  $M_{t_{x=6m}}$  coi due assi*

Essa è stata ottenuta implementando le coordinate dei punti (ricavate tramite l'utilizzo di un foglio di calcolo) in modo discreto all'interno del programma di calcolo numerico.

La linea di influenza “speciale” si ottiene valutando gli effetti dati dal passaggio di ciascun asse in sequenza sopra all'ascissa dell'asse 1. Ciò equivale a traslare la linea di influenza tradizionale della distanza che c'è fra l'asse 1 e 2 e valutare l'effetto sotto l'asse 1:



*Figura 8-287 - Linea di influenza tradizionale di  $M_{t_{x=6m}}$ , traslata della distanza fra gli assi 1 e 2*

Il segmento rosso (effetto sotto l'asse 1) è uguale a quello rosso che si ha nella linea non traslata sotto l'asse 2.

Applicando poi il principio di sovrapposizione degli effetti, si sommano le curve ottenendo la linea di influenza “speciale”:

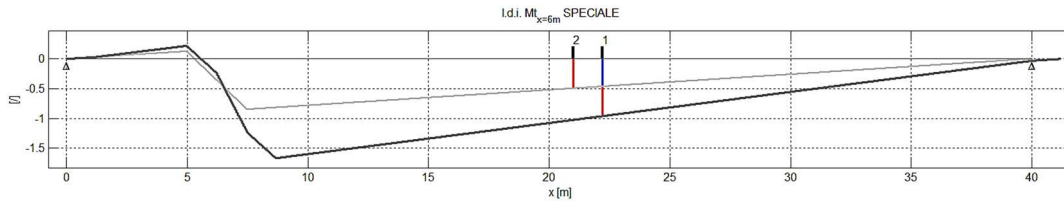


Figura 8-288 - Linea di influenza tradizionale (grigio chiaro) e linea di influenza “speciale” a due assi (grigio scuro) di  $M_{x=6m}$

Si precisa che queste linee di influenza sono quelle relative ai carichi unitari viaggianti, cioè adimensionali.

La somma dei segmenti rosso e blu coincide effettivamente con l’ordinata della linea “speciale” in corrispondenza dell’asse 1.

Volendo ricavare l’effetto in termini di momento torcente, si procede con il moltiplicare le ordinate per il seguente fattore:

$$\frac{Px_p^2(1-x_p)}{l^2} r_t, r_t = 0,88, P = 210 \text{ kN}$$

dove  $x_p$  è la posizione del carico asse del veicolo rispetto all’appoggio di sinistra del ponte,  $l$  è la luce di 40m,  $r_t$  il coefficiente di ripartizione riferito alla sezione di 6m e  $P$  il carico asse del veicolo (modello di carico di fatica n.1).

La linea di influenza “speciale” del momento torcente è la seguente:

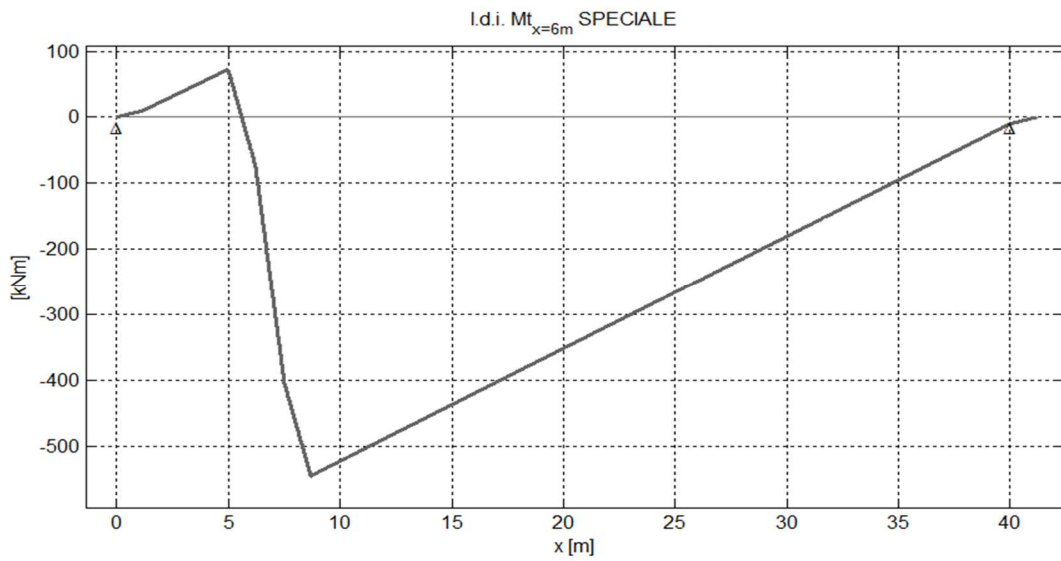


Figura 8-289 - Linea di influenza "speciale" a due assi di  $M_{t_{x=6m}}$  [kNm]

Tale linea rappresenta l'effetto in termini di momento torcente che si ha sulla struttura a causa del passaggio del veicolo intero sul ponte.

### 8.3.49. Linearizzazione

Sono stati individuati i picchi della curva, trasformandola poi in una linea spezzata:

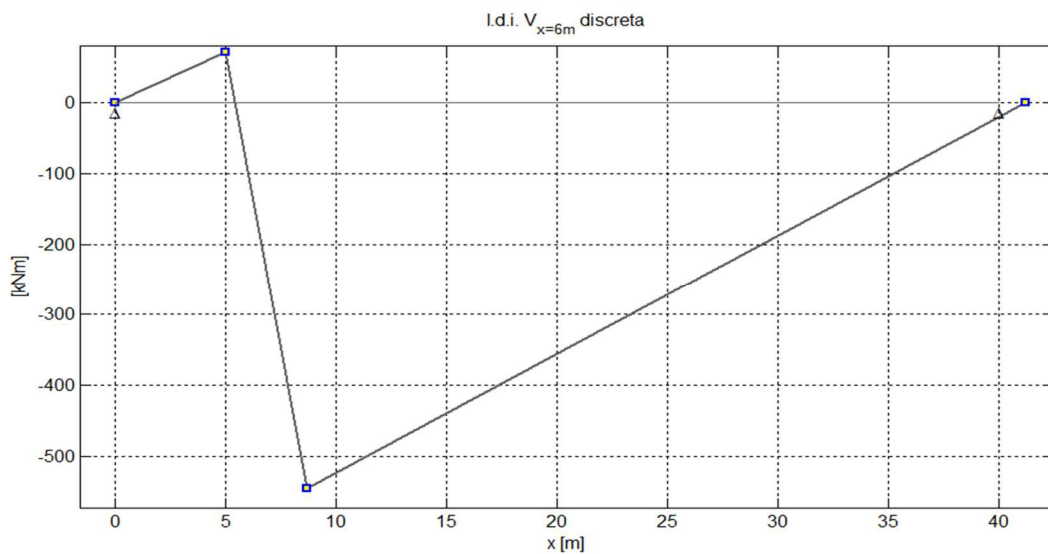


Figura 8-290 - Linea di influenza "speciale" a due assi di  $M_{t_{x=6m}}$  [kNm], linearizzata

I punti sono stati poi riordinati in modo da avere i picchi di massimo assoluto agli estremi e applicare in seguito il metodo del serbatoio:

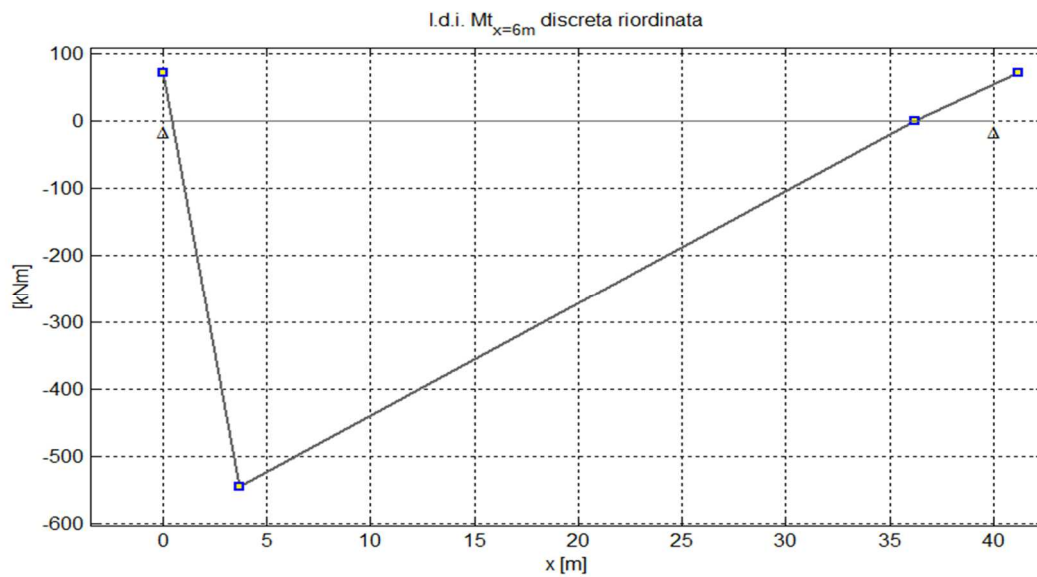


Figura 8-291 - Linea di influenza "speciale" a due assi di  $M_{x=6m}$  [kNm], linearizzata, riordinata

### 8.3.50. Verifiche a vita illimitata a torsione, sezione $x=6m$

Le verifiche sono state condotte sui seguenti dettagli:

- piatti metallici
- saldature testa a testa (con rastremazione dei piatti)

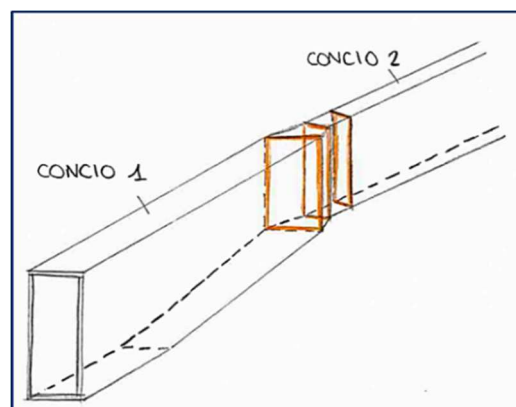


Figura 8-292 - Schema dettaglio costruttivo: saldature testa a testa con rastremazione



L'obiettivo è ottenere lo stress range massimo necessario per verificare la seguente:

$$\gamma_{Mf} \Delta \tau_{\max} \leq \Delta \tau_L$$

A tal fine, le ordinate della linea di influenza del momento torcente sono state divise per due volte l'area racchiusa dalla linea media della sezione moltiplicata per lo spessore minimo della sezione stessa (formula di Bredt). La geometria della sezione è uguale a quella in mezzeria, dunque i valori di  $\Omega$  e  $t_{\min}$  sono quelli utilizzati per la sezione di  $L/2$ ; facendo l'ipotesi di velocità di attraversamento costante del ponte, spazio e tempo sono due grandezze direttamente proporzionali e quindi si può passare direttamente al dominio del tempo, ottenendo l'oscillogramma:

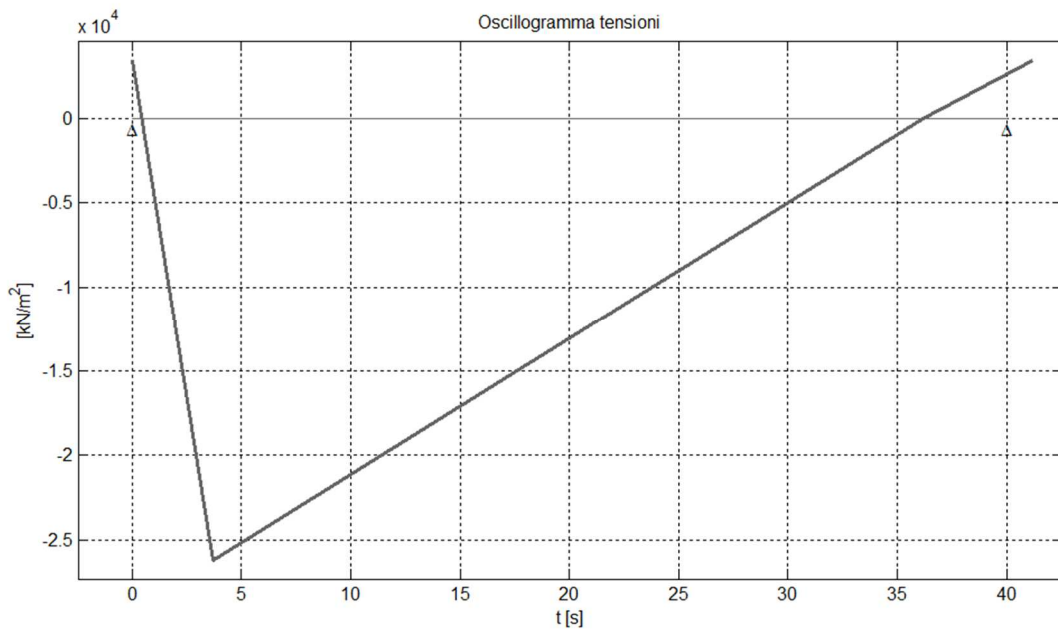


Figura 8-293 - Oscillogramma delle tensioni ( $M_{t_x=6m}$ ), modello di carico di fatica n.1

Tale curva mostra il valore assunto dalle tensioni nella sezione d'interesse nel tempo.

La successiva applicazione del metodo del serbatoio ha condotto ai seguenti risultati:

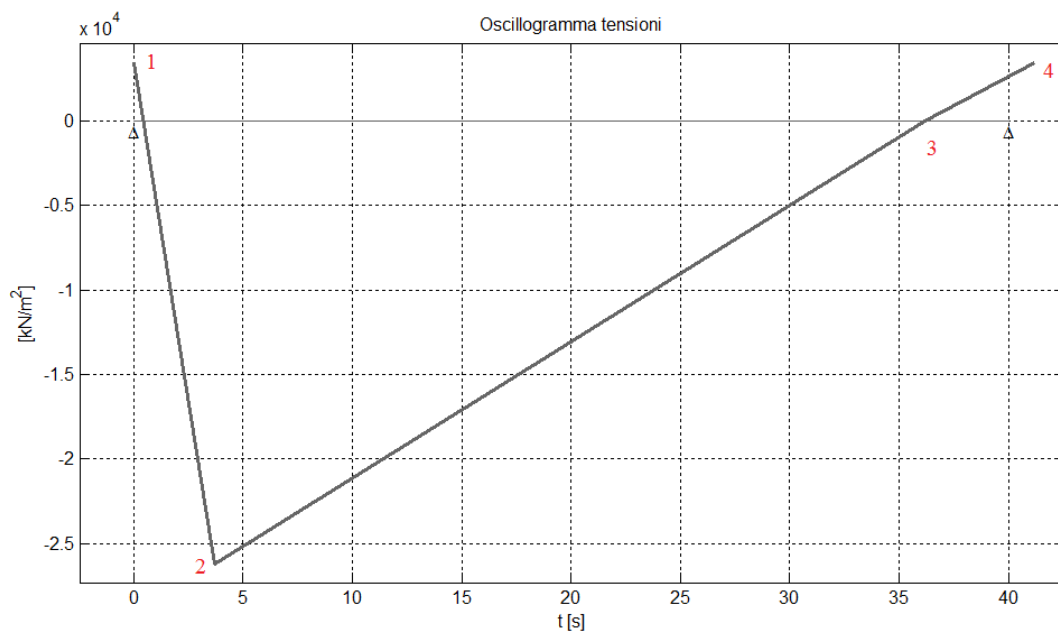


Figura 8-294 - Oscillogramma delle tensioni ( $M_{t_x=6m}$ ), numerazione dei picchi

$\tau_1$	3457,46	kPa
$\tau_2$	-26223,5	kPa
$\tau_3$	0	kPa
$\tau_4$	3457,46	kPa

Tabella 8-127 - Valori di tensione dei picchi dell'oscillogramma ( $M_{t_x=6m}$ )

picco svuotato	Stress ranges	n° cicli
2	$\Delta\tau_1 = \tau_1 - \tau_2$ 29680,96 kPa	1
	<b>TOT CICLI</b>	<b>1</b>

Tabella 8-128 - Stress ranges e conteggio dei cicli, metodo serbatoio

Si ha quindi un solo ciclo con stress range massimo pari a:

$$\Delta\tau_{\max} = 29,68 \text{ MPa}$$

Note le classi di resistenza dei dettagli (si riveda §7.6), si può procedere con le verifiche.

8.3.50.1. Verifica dei piatti metallici

<b>PIATTO METALLICO</b>		
$\gamma_{mf}$	1,15	
$\gamma_{mf} * \Delta\tau_{max}$	34,13	MPa
$\Delta\tau_c$	100	MPa
$\Delta\tau_L$	45,7	MPa
<b>R/S = 45,7/34,13</b>	<b>1,3</b>	

**VERIFICATO**

Tabella 8-129 - Verifica a vita illimitata a torsione, piatti metallici, sezione  $x=6m$

La verifica è soddisfatta.

8.3.50.2. Verifica delle saldature testa a testa

<b>SALDATURE TESTA A TESTA</b>		
$\gamma_{mf}$	1,15	
$\gamma_{mf} * \Delta\tau_{max}$	34,13	MPa
$\Delta\tau_c$	80	MPa
$\Delta\tau_L$	36,56	MPa
<b>R/S = 36,56/34,13</b>	<b>1,07</b>	

**VERIFICATO**

Tabella 8-130 - Verifica a vita illimitata a torsione, saldature testa a testa, sezione  $x=6m$

Anche le saldature sono verificate.

**8.3.51. Linea di influenza “speciale” di  $M_{t,x=6m}$  a quattro assi a distanza costante (modello di carico di fatica n.3)**

Per effettuare le verifiche a danneggiamento cumulativo tramite il metodo di Palmgren-Miner è stato utilizzato il modello di carico n.3 a quattro assi con carico asse pari a 120 kN.

Si mostrano di seguito le linee di influenza tradizionale e quelle traslate della distanza fra gli assi 2, 3 e 4 e l'asse 1, create per poi applicare la sovrapposizione degli effetti:

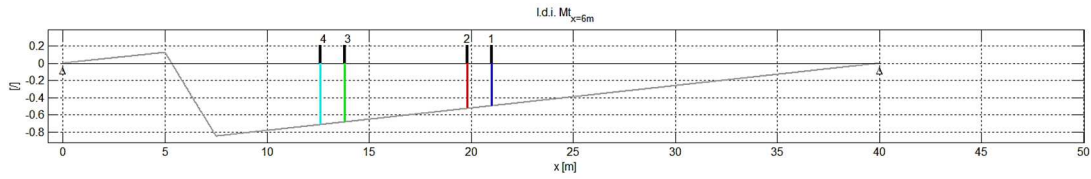


Figura 8-295 - Linea di influenza tradizionale di  $M_{t_{x=6m}}$  coi quattro assi

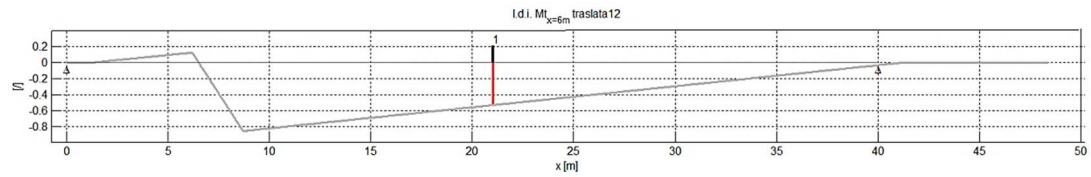


Figura 8-296 - Linea di influenza tradizionale di  $M_{t_{x=6m}}$  traslata della distanza fra gli assi 1 e 2

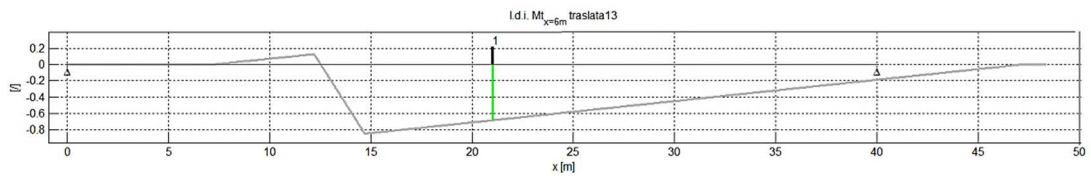


Figura 8-297 - Linea di influenza tradizionale di  $M_{t_{x=6m}}$  traslata della distanza fra gli assi 1 e 3

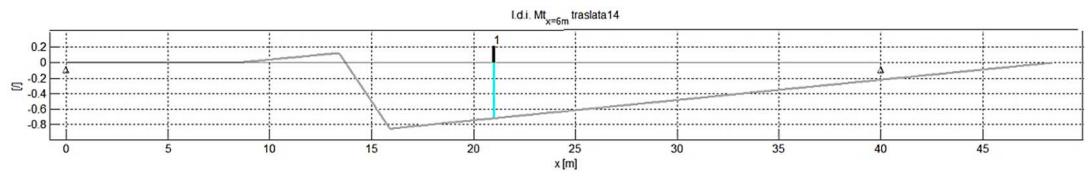


Figura 8-298 - Linea di influenza tradizionale di  $M_{t_{x=6m}}$  traslata della distanza fra gli assi 1 e 4

Sommando poi le ordinate delle linee di influenza per ogni ascissa da 0m a 48,4m (applicando il principio di sovrapposizione degli effetti), è stata creata la linea di influenza “speciale”:

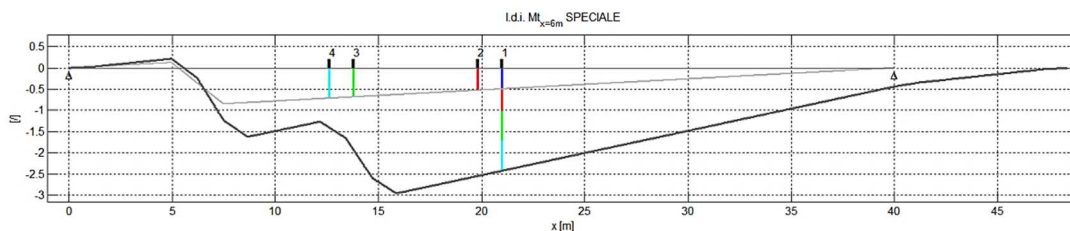


Figura 8-299 - Linea di influenza tradizionale (grigio chiaro) e linea di influenza “speciale” a quattro assi di  $M_{x=6m}$  (grigio scuro)

Tale linea è riferita ai carichi asse unitari (come definizione della linea di influenza della scienza delle costruzioni).

Si può notare bene dall’immagine come la somma dei segmenti corrispondenti alle ordinate degli assi coincida con l’ordinata della linea di influenza “speciale” in corrispondenza dell’asse 1.

Cioè il passaggio in sequenza dei singoli assi sopra all’asse 1 provoca un effetto che è pari a quell’ordinata.

Per ottenere la linea di influenza “speciale” in termini di momento torcente, le ordinate sono state moltiplicate per il seguente fattore:

$$\frac{P x_p^2 (l - x_p)}{l^2} r_t, r_t = 0,88, P = 120 \text{ kN}$$

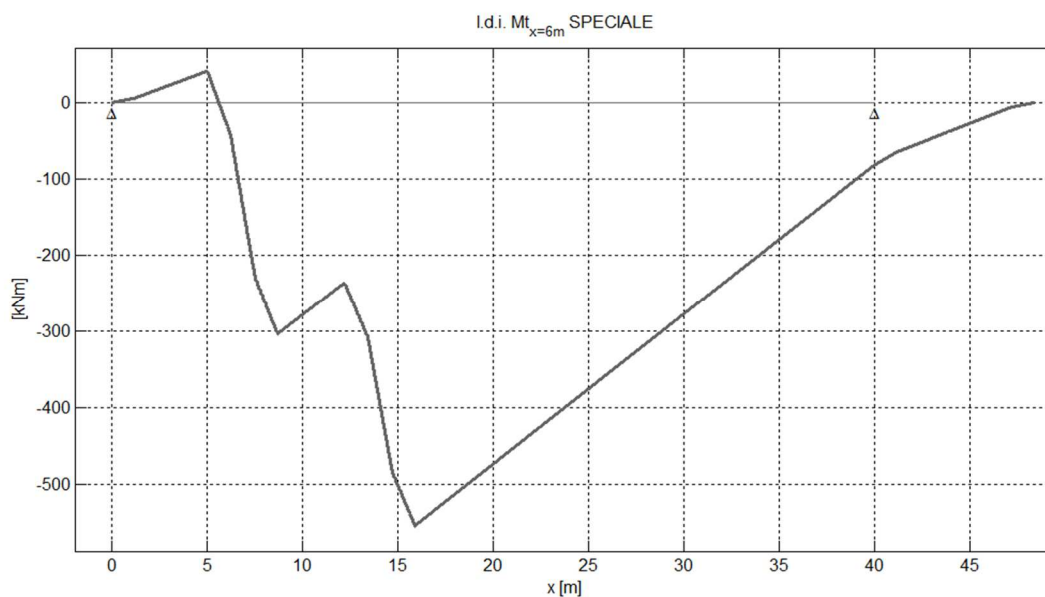


Figura 8-300 - Linea di influenza “speciale” a quattro assi di  $M_{x=6m}$  [kNm]

### 8.3.52. Linearizzazione

Linearizzando, individuando i picchi della curva, si ottiene:

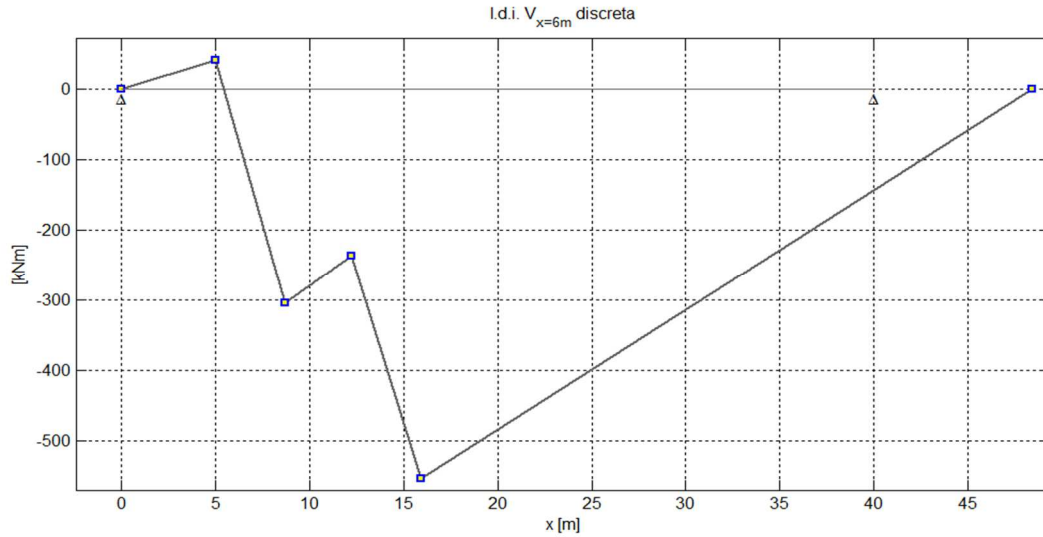


Figura 8-301 - Linea di influenza "speciale" a quattro assi di  $M_{t_{x=6m}}$  [kNm], linearizzata

Tale curva è stata poi riordinata per avere i picchi di massimo alle estremità e applicare il metodo del serbatoio:

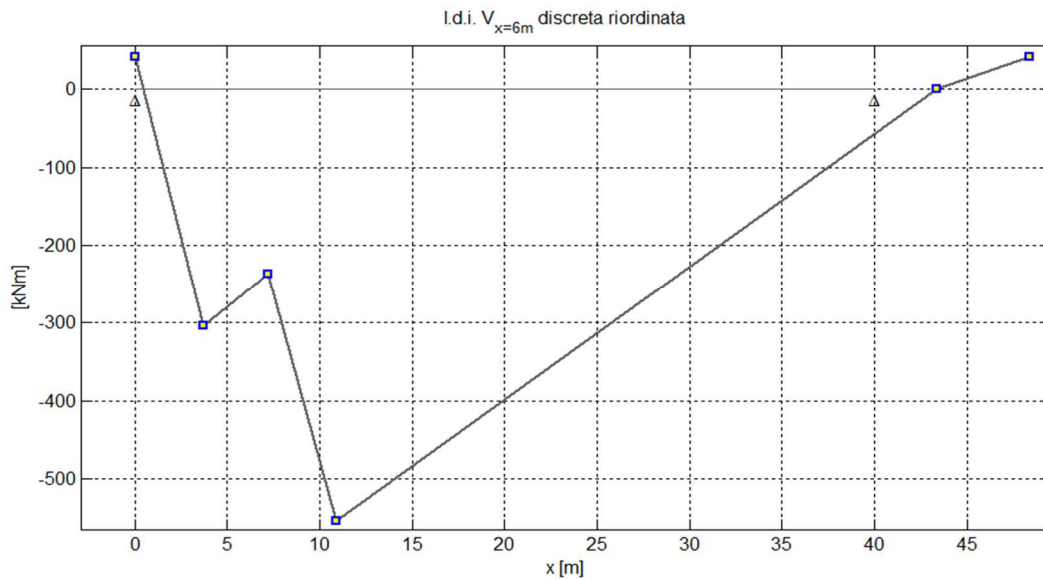


Figura 8-302 - Linea di influenza "speciale" a quattro assi di  $M_{t_{x=6m}}$  [kNm], linearizzata, riordinata

### 8.3.53. Verifiche a danneggiamento cumulativo a torsione, sezione $x=6m$

Le verifiche a danneggiamento sono state condotte sugli stessi dettagli delle verifiche a vita illimitata per la sezione di 6m.

Le ordinate della linea linearizzata e riordinata sono state trasformate in tensioni applicando la formula di Bredt per sezioni cave:

$$\tau = \frac{M_t}{2\Omega t_{\min}}$$

I valori delle grandezze sono i medesimi di quelli utilizzati per la sezione di mezzeria, essendo la sezione a 6m uguale a quella ad  $L/2$ .

Facendo poi l'ipotesi di velocità di attraversamento costante da parte dei veicoli, la linea di influenza delle tensioni coincide con l'oscillogramma, passando in modo diretto da dominio dello spazio a quello del tempo:

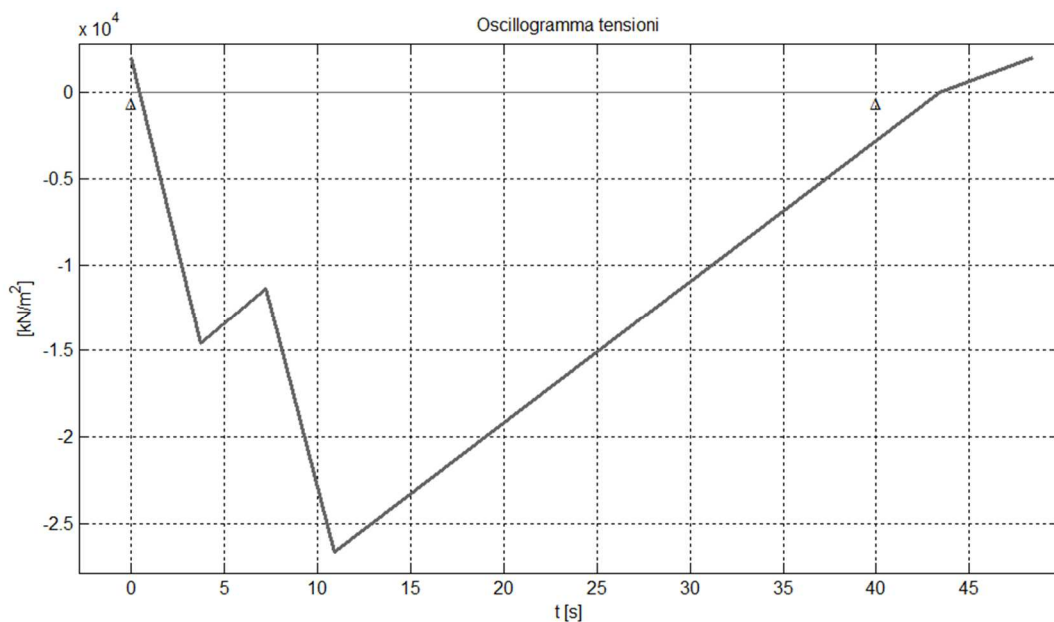


Figura 8-303 - Oscillogramma delle tensioni ( $M_{t_{x=6m}}$ ), modello di carico di fatica n.3

Si riportano ora i risultati ottenuti tramite il metodo del serbatoio.

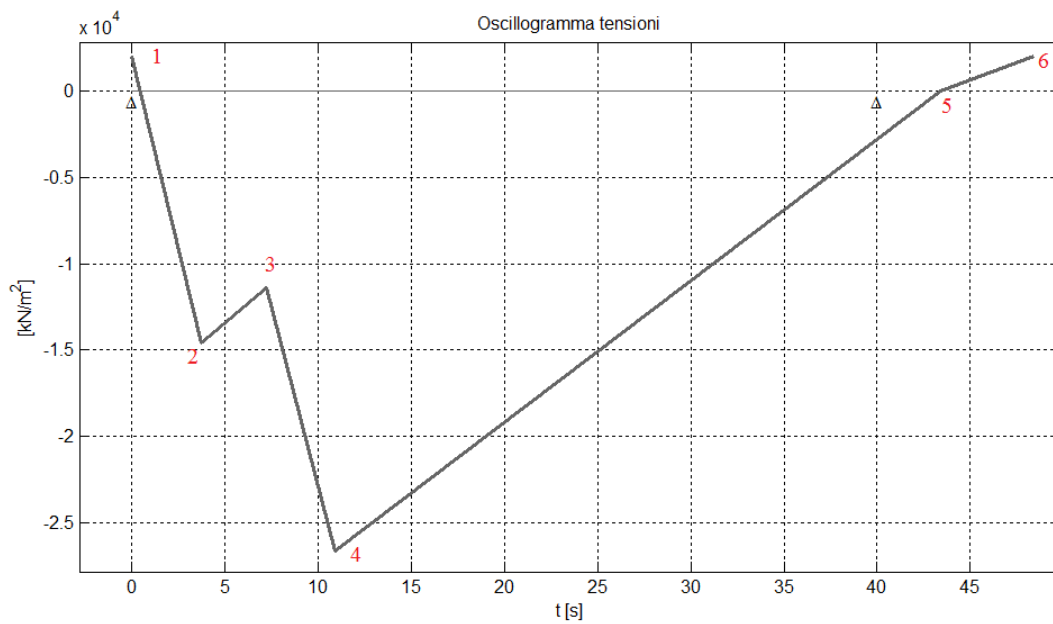


Figura 8-304 - Oscillogramma delle tensioni ( $M_{t_x=6m}$ ), numerazione picchi

$\tau_1$	1975,69	kPa
$\tau_2$	-14580,74	kPa
$\tau_3$	-11365,06	kPa
$\tau_4$	-26587,56	kPa
$\tau_5$	0	kPa
$\tau_6$	1975,69	kPa

Tabella 8-131 - Valori di tensione dei picchi dell'oscillogramma ( $M_{t_x=6m}$ )

Picco svuotato	Stress range		n° cicli
8	$\Delta\tau_1 = \tau_1 - \tau_4$	28563,25 kPa	1
6	$\Delta\tau_2 = \tau_3 - \tau_2$	3215,68 kPa	1
	<b>TOT CICLI</b>		<b>2</b>

Tabella 8-132 - Stress ranges e conteggio dei cicli, metodo del serbatoio

L'istogramma relativo all'oscillogramma trovato è il seguente:



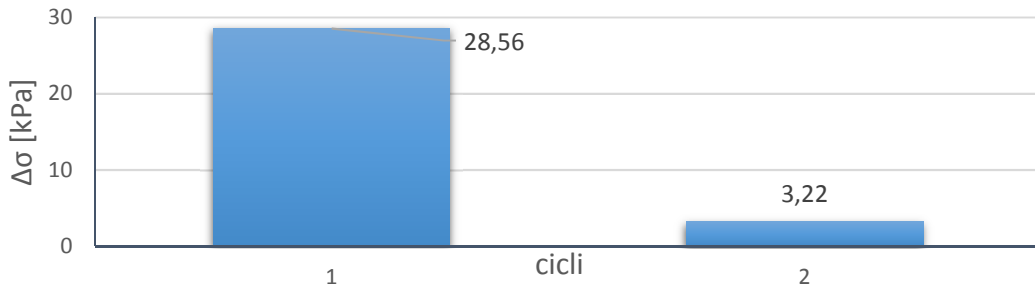


Figura 8-305 - Istogramma delle tensioni ( $Mt_{x=6m}$ ), 1 passaggio del veicolo

Si ha quindi:

- $n_{p1} = n_{p2} = 1$
- $n_1 = n_2 = n_{pi} V_n f_{annuo} = 2500000$  cicli

essendo  $V_n = 50$  anni e il flusso annuo pari a 50000 1/anno.

Il numero di cicli a rottura si individua tramite le equazioni delle curve di Wöhler, in base alla classe di resistenza del dettaglio e allo stress range:

- Se  $\Delta\tau_i \geq \Delta\tau_L/\gamma_{Mf} \rightarrow N_i = 2 \cdot 10^6 \left( \frac{\Delta\tau_c}{\Delta\tau_i \gamma_{Mf}} \right)^5$
- Se  $\Delta\tau_i < \Delta\tau_L/\gamma_{Mf} \rightarrow$  non si hanno problemi di fatica (e quindi la verifica è automaticamente soddisfatta).  $N_i =$  infinito.

Inoltre:

- $\Delta\tau_L = 0,457 \Delta\tau_C$  (limite di fatica ad ampiezza costante)

### 8.3.53.1. Verifica dei piatti metallici

$\Delta\tau_c$	100	MPa
$\Delta\tau_L$	45,7	MPa
$\Delta\tau_c/\gamma_{Mf}$	86,96	MPa
$\Delta\tau_L/\gamma_{Mf}$	39,74	MPa
$\Delta\tau_1$	28,56	MPa
N1 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_1$ )	Infinito	cicli
$\Delta\tau_2$	3,22	MPa
N2 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_2$ )	Infinito	cicli

VERIFICATO

Tabella 8-133 - Verifica a danneggiamento a torsione, piatti metallici, sezione  $x = 6m$

Tutti gli stress range sono ampiamente al di sotto del limite per i calcoli di fatica; si può dire che non si hanno problemi a fatica per questo dettaglio.

### 8.3.53.2. Verifica delle saldature testa a testa

$\Delta\tau_c$	80	MPa
$\Delta\tau_L$	36,56	MPa
$\Delta\tau_c/\gamma_{Mf}$	69,57	MPa
$\Delta\tau_L/\gamma_{Mf}$	31,8	MPa
$\Delta\tau_1$	28,56	MPa
N1 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_1$ )	Infinito	cicli
$\Delta\tau_2$	3,22	MPa
N2 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_2$ )	Infinito	cicli

VERIFICATO

Tabella 8-134 - Verifica a danneggiamento a torsione, saldature testa a testa, sezione  $x=6m$

Anche le saldature non sono soggette a fenomeni di fatica.

### 8.3.54. Linea di influenza “speciale” di $M_{t_{x=16m}}$ a due assi a distanza costante (modello di carico di fatica n.1)

Si mostrano in questo paragrafo le linee di influenza ricavate per la sezione di 16m dall'appoggio di sinistra del ponte, necessarie per effettuare le verifiche a vita illimitata tramite l'utilizzo del modello di carico di fatica n.1.

La linea di influenza tradizionale è quella ricavata implementando all'interno del programma di calcolo numerico le coordinate dei punti ottenute tramite considerazioni e calcoli manuali:

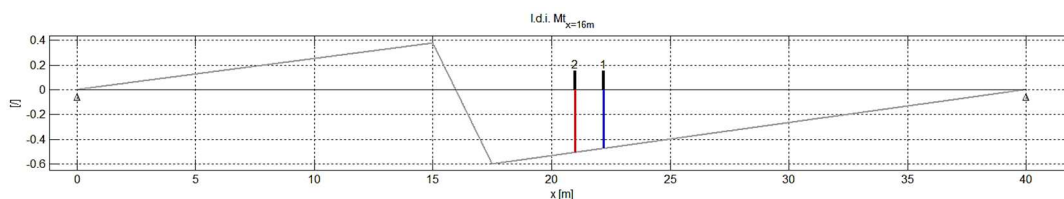


Figura 8-306 - Linea di influenza tradizionale di  $M_{t_{x=16m}}$  coi due assi

La linea tradizionale è stata poi traslata della distanza fra gli assi:

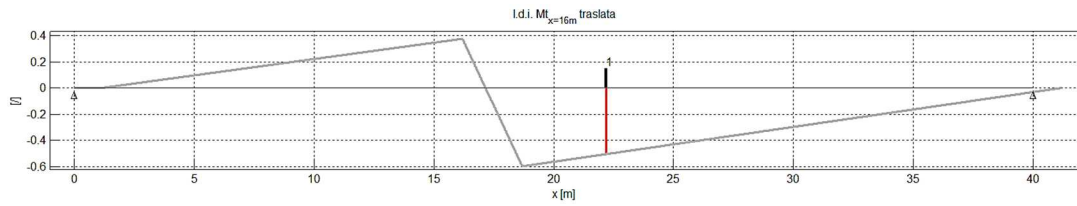


Figura 8-307 - Linea di influenza tradizionale di  $M_{t,x=16m}$  traslata della distanza fra gli assi 1 e 2

Sommando le due curve si è ottenuta la linea di influenza “speciale” relativamente a carichi unitari:

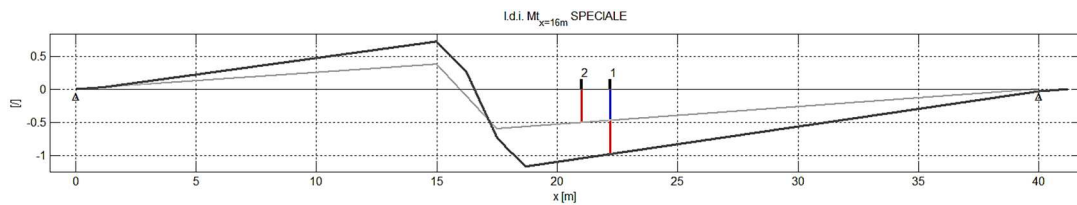


Figura 8-308 - Linea di influenza tradizionale (grigio chiaro) e linea di influenza “speciale” a due assi (grigio scuro) di  $M_{t,x=16m}$

Moltiplicando poi le ordinate per il seguente fattore:

$$\frac{Px_p^2(1-x_p)}{l^2} r_t, r_t = 0,86, P = 210 \text{ kN}$$

è stata ottenuta la linea di influenza “speciale” in termini di momento torcente, dalla quale si può intuire immediatamente la posizione peggiore del veicolo in termini di sollecitazioni sulla struttura:

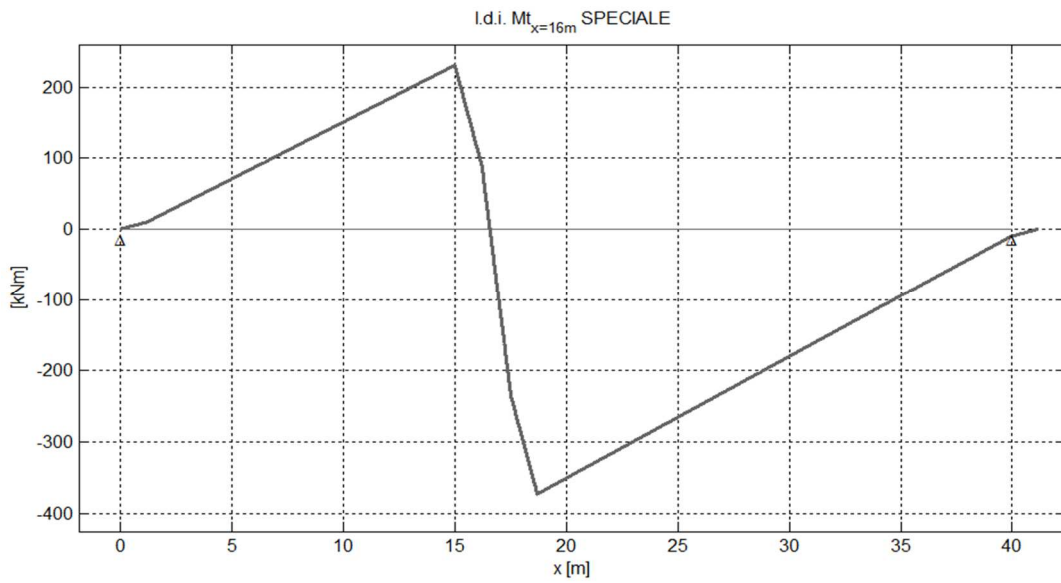


Figura 8-309 - Linea di influenza “speciale” a due assi di  $M_{x=16m}$  [kNm]

### 8.3.55. Linearizzazione

La curva è stata linearizzata individuando i picchi di massimo e minimo assoluti e relativi:

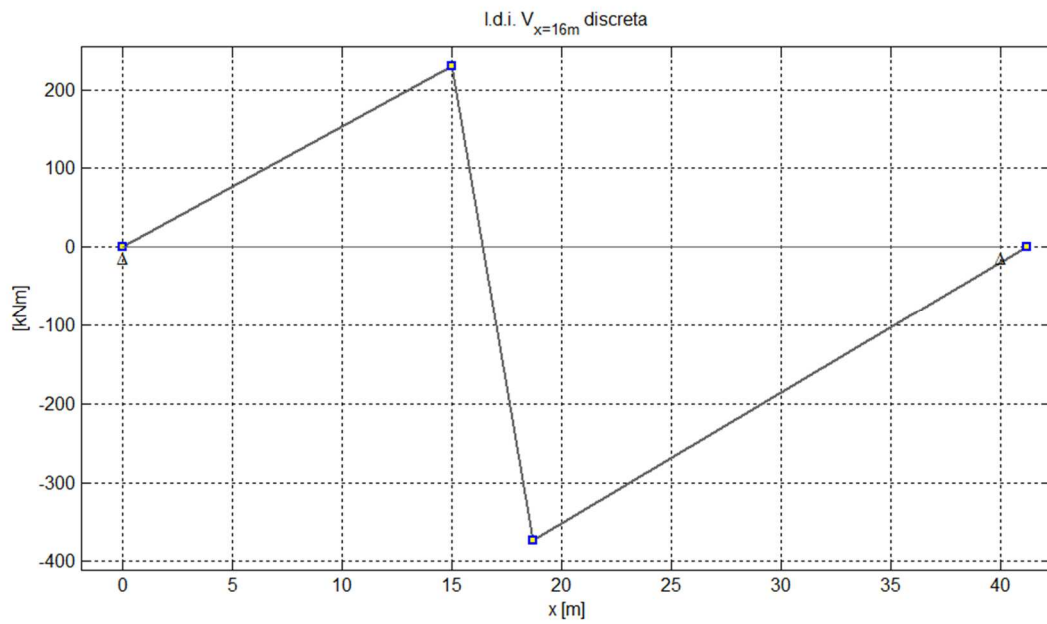


Figura 8-310 - Linea di influenza “speciale” a due assi di  $M_{x=16m}$  [kNm], linearizzata

La spezzata è stata infine riordinata per avere i picchi di massimo assoluto agli estremi ed applicare il metodo del serbatoioio:

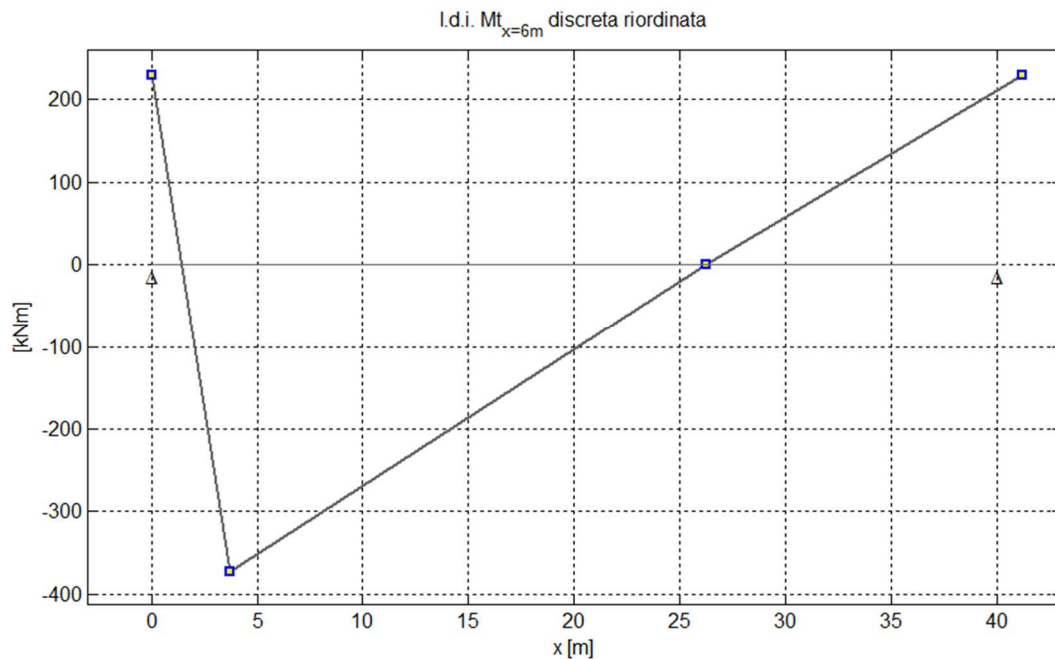


Figura 8-311 - Linea di influenza “speciale” a due assi di  $Mt_{x=16m}$  [kNm], linearizzata

### 8.3.56. Verifiche a vita illimitata a torsione, sezione $x = 16m$

Le verifiche sono state effettuate sui seguenti dettagli costruttivi:

- piatti metallici
- saldature testa a testa

Per le saldature si fa riferimento allo stesso dettaglio mostrato per la sezione di 6m ma con i piatti non rastremati.

Per ottenere la linea di influenza delle tensioni è stata applicata la formula di Bredt con valori di  $\Omega$  e  $t_{min}$  uguali a quelli utilizzati per le altre sezioni in quanto la geometria è la stessa.

Ipotizzando che i veicoli attraversino il ponte a velocità costante, la linea delle tensioni coincide con l'oscillogramma:

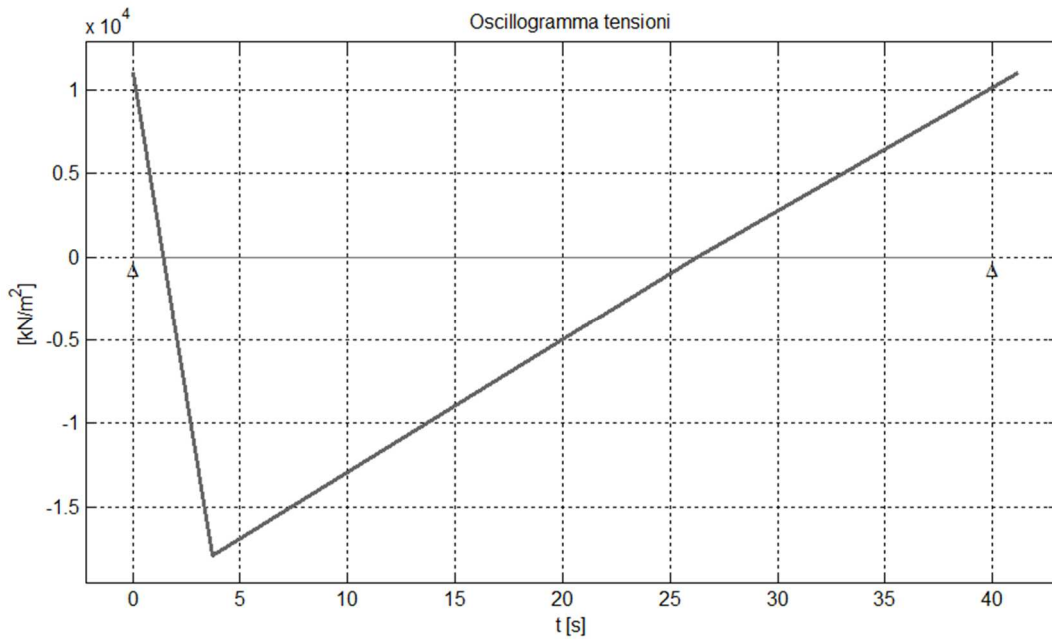


Figura 8-312 - Oscillogramma delle tensioni ( $M_{t_x=16m}$ ), modello di carico di fatica n.1

Si riportano ora i passaggi effettuati per ottenere lo stress range massimo tramite l'applicazione del metodo del serbatoio.

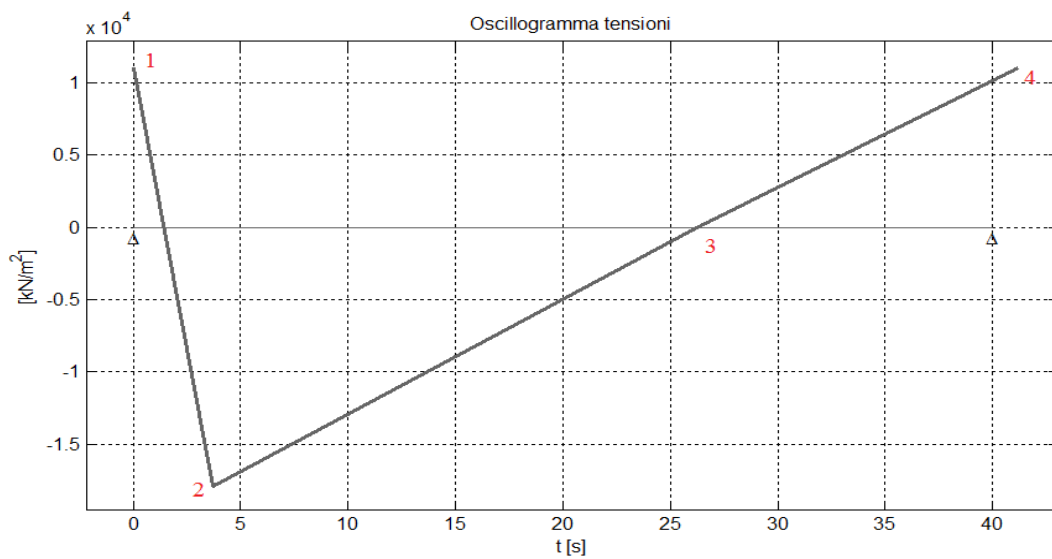


Figura 8-313 - Oscillogramma delle tensioni ( $M_{t_x=16m}$ ), numerazione dei picchi

In questo caso si svuota l'intero serbatoio con un solo ciclo a cui corrisponde un singolo stress range che, di conseguenza, è anche quello massimo.

$\tau_1$	11058,16	kPa
$\tau_2$	-17938,79	kPa
$\tau_3$	0	kPa
$\tau_4$	11058,16	kPa

Tabella 8-135 - Valori di tensione dei picchi, oscillogramma delle tensioni ( $M_{t_x=16m}$ )

$$\Delta\tau_{\max} = \tau_1 - \tau_2 = 29 \text{ MPa}$$

Si può procedere con la verifica, che consiste nel controllare che sia vera la seguente:

$$\gamma_{Mf}\Delta\tau_{\max} \leq \Delta\tau_L$$

#### 8.3.56.1. Verifica dei piatti metallici

##### PIATTO METALLICO

$\gamma_{mf}$	1,15	
$\gamma_{mf}*\Delta\tau_{\max}$	33,35	MPa
$\Delta\tau_c$	100	MPa
$\Delta\tau_L$	45,7	MPa
<b>R/S = 45,7/33,35</b>	<b>1,37</b>	

**VERIFICATO**

Tabella 8-136 - Verifica a vita illimitata a torsione, piatti metallici, sezione  $x = 16m$

La verifica è soddisfatta.

#### 8.3.56.2. Verifica delle saldature testa a testa

##### SALDATURE TESTA A TESTA

$\gamma_{mf}$	1,15	
$\gamma_{mf}*\Delta\tau_{\max}$	33,35	MPa
$\Delta\tau_c$	80	MPa
$\Delta\tau_L$	36,56	MPa
<b>R/S = 36,56/33,35</b>	<b>1,1</b>	

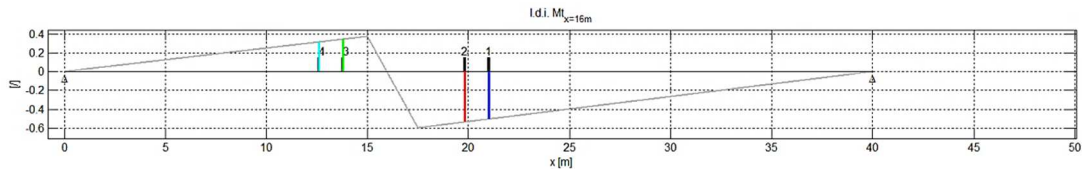
**VERIFICATO**

Tabella 8-137 - Verifica a vita illimitata a torsione, saldature testa a testa, sezione  $x=16m$

Anche questa verifica è soddisfatta.

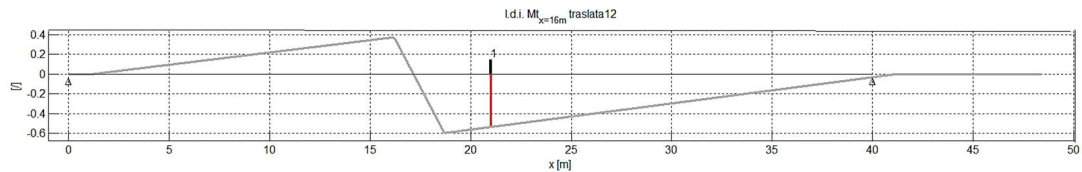
**8.3.57. Linea di influenza “speciale” di  $M_{t,x=16m}$  a quattro assi a distanza costante (modello di carico di fatica n.3)**

La linea di influenza tradizionale implementata nel programma di calcolo numerico è la stessa da cui si è partiti per le verifiche a vita illimitata, essendo essa unica, indipendentemente dal modello di carico utilizzato:

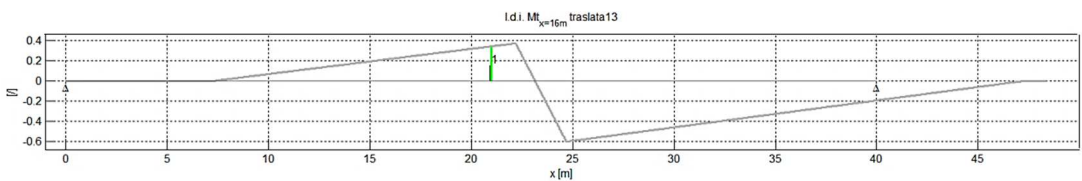


*Figura 8-314 - Linea di influenza tradizionale di  $M_{t,x=16m}$  coi quattro assi*

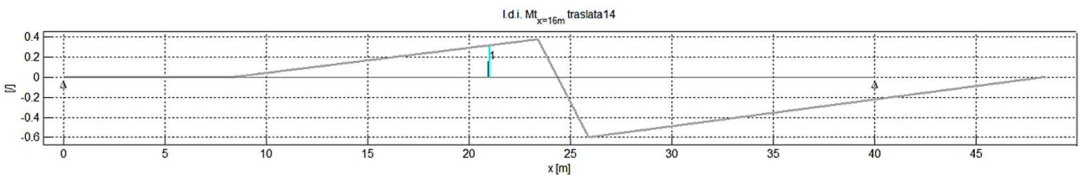
Gli effetti dei singoli assi viaggianti sul ponte sono stati ottenuti traslando la linea tradizionale 4-1 = 3 volte della distanza fra l'asse 1 e gli altri assi:



*Figura 8-315 - Linea di influenza tradizionale di  $M_{t,x=16m}$  traslata della distanza fra gli assi 1 e 2*



*Figura 8-316 - Linea di influenza tradizionale di  $M_{t,x=16m}$  traslata della distanza fra gli assi 1 e 3*



*Figura 8-317 - Linea di influenza tradizionale di  $M_{t,x=16m}$  traslata della distanza fra gli assi 1 e 4*



Sommando le linee di influenza e applicando quindi il principio di sovrapposizione degli effetti, si ottiene la linea di influenza “speciale” relativa a carichi asse unitari viaggianti:

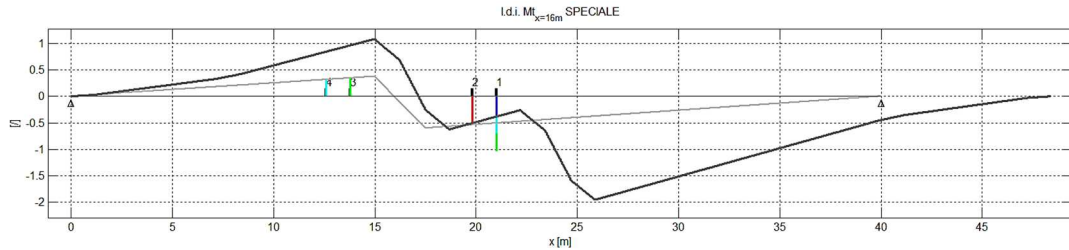


Figura 8-318 - Linea di influenza tradizionale (grigio chiaro) e linea di influenza “speciale” a quattro assi (grigio scuro) di  $Mt_{x=16m}$

Le ordinate sono state poi moltiplicate per il seguente fattore che tiene in conto il comportamento come sistema combinato (attraverso il coefficiente  $r_t$ ) e del fatto che la trave assorbe una quota-parte del carico asse, essendo il veicolo viaggiante sulla corsia di marcia eccentrica rispetto alla trave:

$$\frac{Px_p^2(1-x_p)}{l^2} r_t, r_t = 0,86, P = 120 \text{ kN}$$

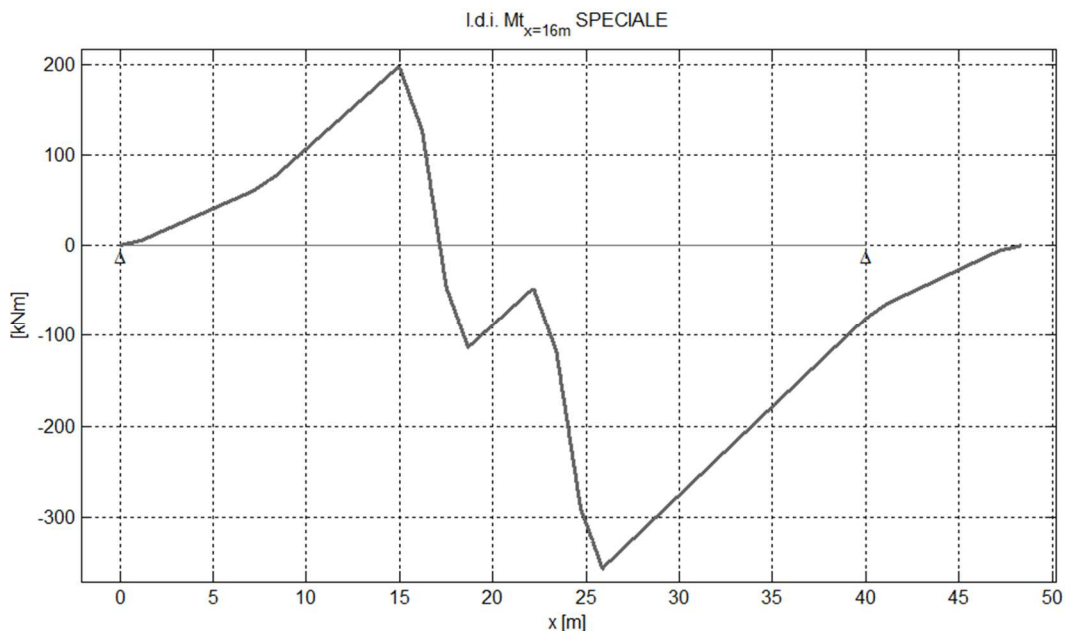


Figura 8-319 - Linea di influenza “speciale” a quattro assi di  $Mt_{x=16m}$  [kNm]

### 8.3.58. Linearizzazione

Individuando le coordinate dei picchi, la curva è stata linearizzata:

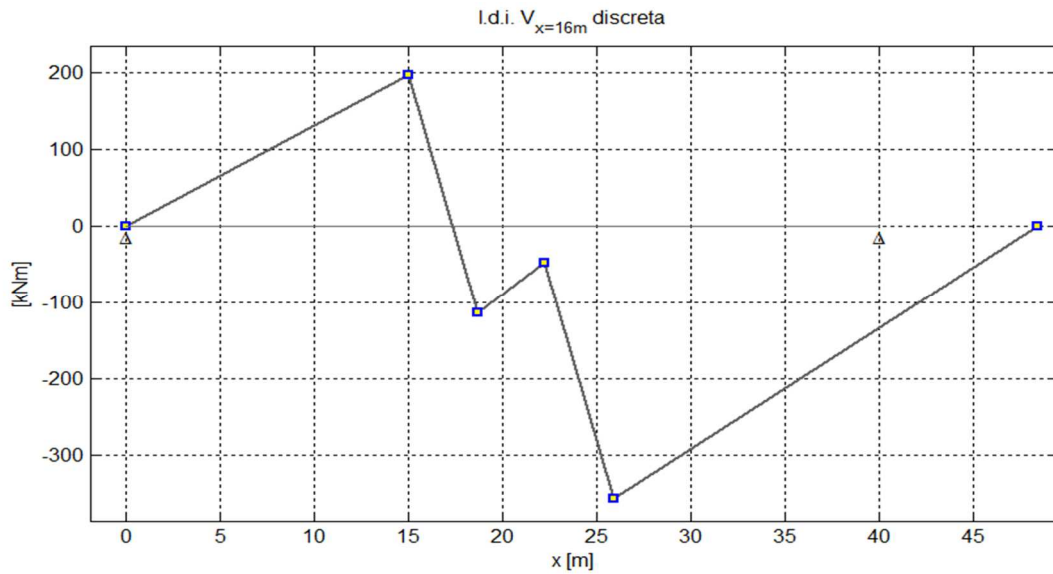


Figura 8-320 - Linea di influenza “speciale” a due assi di  $M_{t_{x=16m}}$  [kNm], linearizzata

Essa è stata poi riordinata in modo tale da avere i picchi di massimo alle estremità:

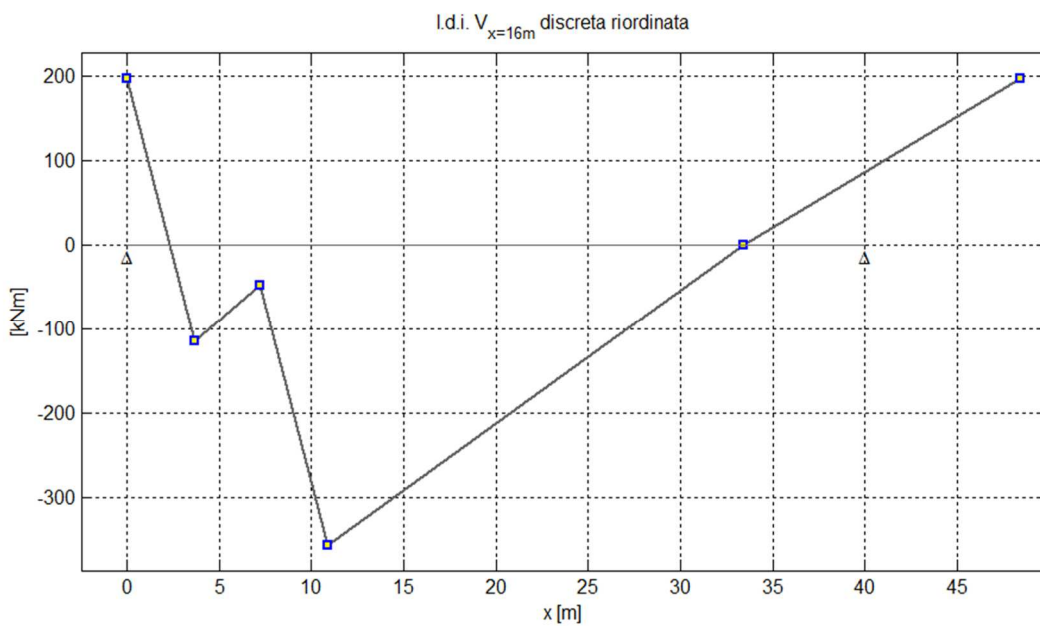


Figura 8-321 - Linea di influenza “speciale” a due assi di  $M_{t_{x=16m}}$  [kNm], linearizzata, riordinata

### 8.3.59. Verifiche a danneggiamento cumulativo a torsione, sezione $x = 16m$

La verifica è stata condotta sugli stessi dettagli costruttivi delle verifiche a vita illimitata:

- piatti metallici
- saldature testa a testa

In primo luogo, le ordinate della linea di influenza “speciale” linearizzata e riordinata (Figura 8-321) sono state trasformate in tensioni applicando la formula di Bredt.

La linea di influenza delle tensioni coincide poi con l’oscillogramma facendo l’ipotesi di velocità di transito costante:

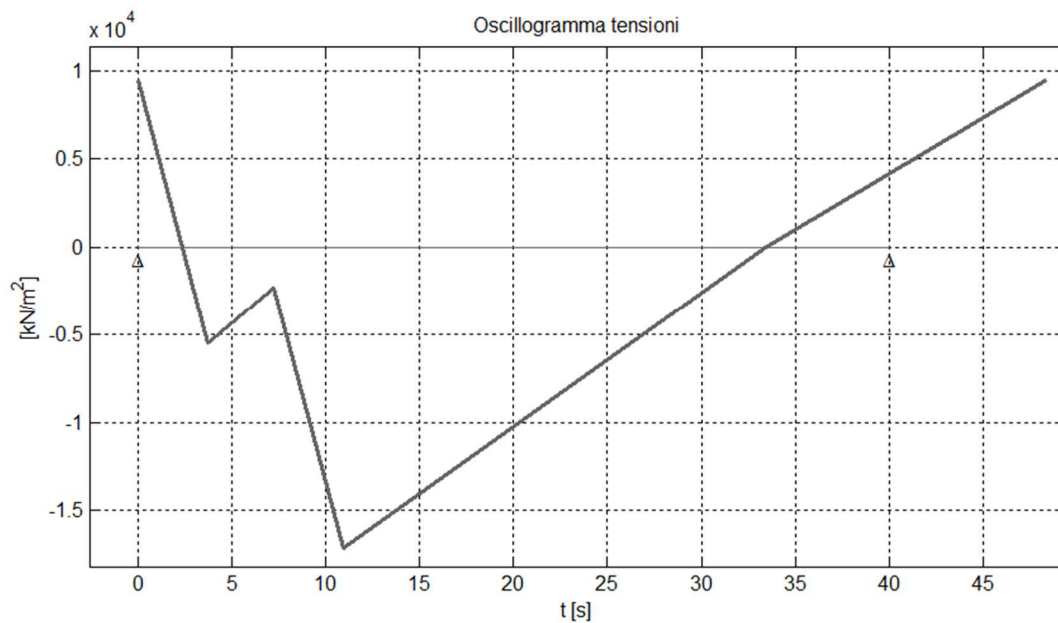


Figura 8-322 - Oscillogramma delle tensioni ( $M_{t_{x=16m}}$ ), modello di carico di fatica n.3

Dopodichè è stato applicato il metodo del serbatoio, ottenendo i seguenti risultati:

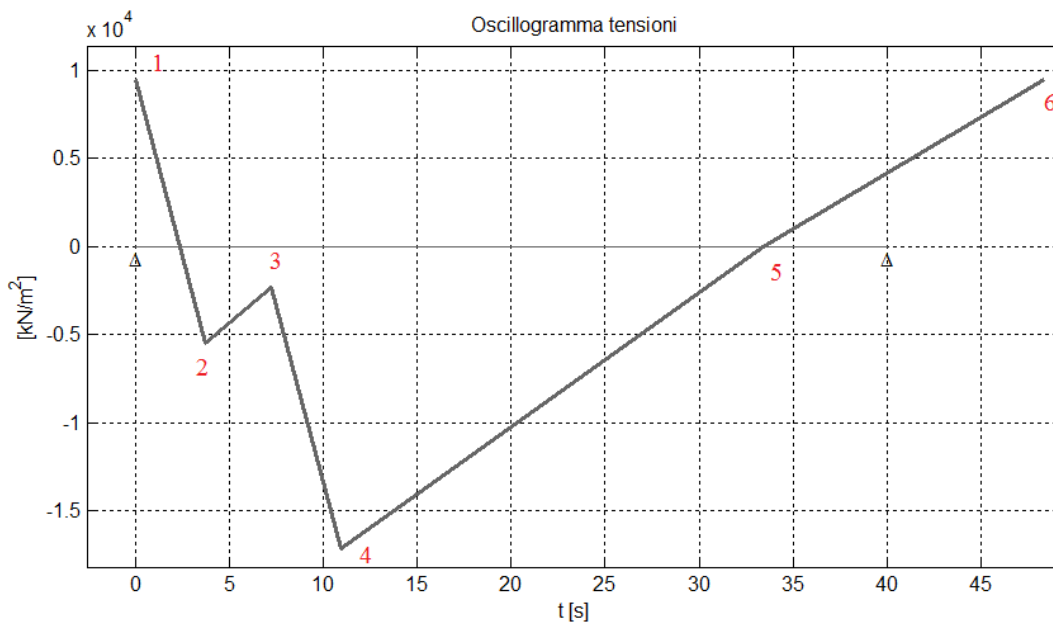


Figura 8-323 - Oscillogramma delle tensioni ( $M_{t,x=16m}$ ), numerazione dei picchi

$\tau_1$	9478,42	kPa
$\tau_2$	-5467,64	kPa
$\tau_3$	-2293,54	kPa
$\tau_4$	-17131,17	kPa
$\tau_5$	0	kPa
$\tau_6$	9478,42	kPa

Tabella 8-138 - Valori di tensione dei picchi, oscillogramma delle tensioni ( $M_{t,x=16m}$ )

Picco svuotato	Stress range	n° cicli
4	$\Delta\tau_1 = \tau_1 - \tau_4$ 26609,59 kPa	1
2	$\Delta\tau_2 = \tau_3 - \tau_2$ 3174,1 kPa	1
<b>TOT CICLI</b>		<b>2</b>

Tabella 8-139 - Stress ranges e conteggio dei cicli, metodo del serbatoio

L'istogramma relativo sarà formato da soli due cicli:

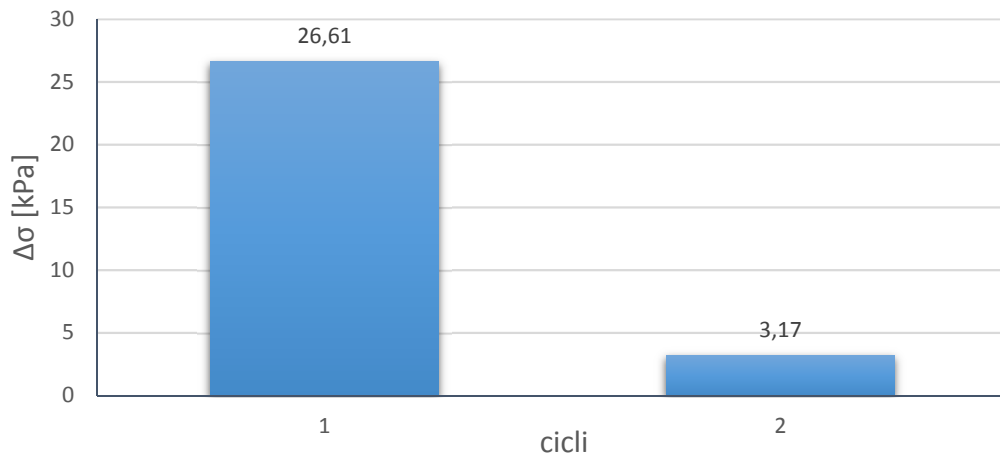


Figura 8-324 - Istogramma delle tensioni ( $M_{x=16m}$ ), 1 passaggio del veicolo

Si ha quindi:

- $n_{p1} = n_{p2} = 1$
- $n_1 = n_2 = n_{pi} V_n f_{annuo} = 2500000$  cicli

Il numero di cicli a rottura è:

- Se  $\Delta\tau_i \geq \Delta\tau_L/\gamma_{Mf} \rightarrow N_i = 2 \cdot 10^6 \left( \frac{\Delta\tau_c}{\Delta\tau_i \gamma_{Mf}} \right)^5$
- Se  $\Delta\tau_i < \Delta\tau_L/\gamma_{Mf} \rightarrow$  non si hanno problemi di fatica (e quindi la verifica è automaticamente soddisfatta).  $N_i =$  infinito.

Con:

- $\Delta\tau_L = 0,457 \Delta\tau_C$  (limite di fatica ad ampiezza costante)

E' necessario verificare che la somma dei danni provocati dai singoli stress ranges sia inferiore all'unità:

$$\sum \frac{n_i}{N_i} \leq 1$$

8.3.59.1. Verifica dei piatti metallici

$\Delta\tau_c$	100	MPa
$\Delta\tau_L$	45,7	MPa
$\Delta\tau_c/\gamma_{Mf}$	86,96	MPa
$\Delta\tau_L/\gamma_{Mf}$	39,74	MPa
$\Delta\tau_1$	26,61	MPa
N1 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_1$ )	Infinito	cicli
$\Delta\tau_2$	3,17	MPa
N2 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_2$ )	Infinito	cicli

VERIFICATO

Tabella 8-140 - Verifica a danneggiamento a torsione, piatti metallici, sezione  $x=16m$

Tutti gli stress ranges sono al di sotto del limite per i calcoli a fatica; dunque, il dettaglio è verificato.

8.3.59.2. Verifica delle saldature testa a testa

$\Delta\tau_c$	80	MPa
$\Delta\tau_L$	36,56	MPa
$\Delta\tau_c/\gamma_{Mf}$	69,57	MPa
$\Delta\tau_L/\gamma_{Mf}$	31,8	MPa
$\Delta\tau_1$	26,61	MPa
N1 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_1$ )	Infinito	cicli
$\Delta\tau_2$	3,17	MPa
N2 (num. Cicli a rottura per $\Delta\sigma_2$ )	Infinito	cicli

VERIFICATO

Tabella 8-141 - Verifica a danneggiamento a torsione, saldature testa a testa, sezione  $x=16m$

La verifica è soddisfatta.

## 9. CONCLUSIONI

Il lavoro di Tesi svolto ha avuto come oggetto (e scopo) principale quello della conduzione di verifiche a fatica su alcuni elementi strutturali principali del ponte ad arco.

Lo studio del comportamento statico del ponte come sistema combinato arco-trave è stato inserito come ulteriore argomento in quanto è stato necessario comprenderlo per poter valutare le sollecitazioni agenti sugli elementi strutturali e poter scalare della giusta quantità le linee di influenza.

Elemento fondamentale della trattazione sono state le linee di influenza (tradizionali e “speciali”), necessarie per condurre le verifiche a danneggiamento, avendo scelto il metodo dell’oscillogramma delle tensioni e non avendo a disposizione misurazioni reali effettuate in situ; l’utilizzo di esse anziché dei risultati automatici di un programma di calcolo ha permesso di capire a fondo il problema della presenza contemporanea di più carichi concentrati sul ponte, eseguendo operazioni molto più dettagliate.

Sono state effettuate verifiche a fatica sia su elementi di calcestruzzo (soletta di impalcato in c.a.) sia su elementi in acciaio (trave e pendini); per quanto riguarda l’acciaio, sono state condotte sia verifiche a vita illimitata sia a danneggiamento cumulativo per poter valutare le differenze di approssimazione e di cautela dipendenti dalla precisione del metodo.

A valle del lavoro, si può dire di aver compreso a fondo la procedura per effettuare le verifiche di fatica, passaggio per passaggio, ed averla applicata ad un caso reale.

Sono stati ottenuti risultati soddisfacenti poiché le verifiche sono risultate quasi totalmente soddisfatte, a parte l’armatura da c.a. della soletta, per la quale sarebbe necessaria un’ulteriore analisi più precisa. Inoltre, le verifiche a danneggiamento si sono rivelate meno cautelative (e quindi verificate con un maggior fattore di sicurezza) rispetto a quelle a vita illimitata, come da aspettative.

Gli effetti della combinazione di sollecitazioni di sforzo normale e momento flettente si sono poi rivelati modesti poiché provocano un basso incremento dei livelli di stress ranges rispetto alle sollecitazioni considerate in modo separato.

Si può considerare come ulteriore risultato importante il fatto di aver sviluppato il metodo di costruzione delle linee di influenza “speciali” (partendo da quelle tradizionali note) ed averle create; esse permettono di rappresentare efficacemente l’effetto che provoca il passaggio di un veicolo a  $n$  assi sul ponte, e che quindi risulta utile per tutte le volte in cui bisogna ricavare gli effetti peggiori sulla struttura (al di là delle verifiche di fatica). Tale risultato ha occupato una buona parte del lavoro svolto in quanto è stato necessario ideare comandi all’interno programma di calcolo numerico utilizzato.

Infine, come nota personale, posso dire che, dal punto di vista teorico, la conduzione di verifiche di resistenza a fatica può apparire semplice, in quanto si tratta di confrontare sollecitazioni e resistenze all’interno di disuguaglianze.

Dal punto di vista pratico, invece, è stato necessario effettuare un’analisi molto più approfondita che ha richiesto molto più tempo in quanto si deve padroneggiare la teoria delle linee di influenza, gli strumenti della scienza e della tecnica delle costruzioni per interpretare al meglio il funzionamento strutturale.



## BIBLIOGRAFIA

- M.T. Cascella (2005), “*Fatica sui componenti, simulazione e prove sperimentali*”
- M. Merli (2014), “*Verifiche allo S.L.U. di resistenza a fatica per i ponti*” (*dispense del corso di ponti*)
- R.I. Stephens, A. Fatemi, R.R. Stephens, H.O. Fuchs, “*Metal fatigue in Engineering*”, 2nd Ed., John Wiley & Sons, 2001
- S. Silvestri (2013), “*Verifiche allo S.L.U. di resistenza a fatica per i ponti*” (*dispense del corso di ponti*)
- J. Schijve (2001), “*Fatigue of structures and materials*”, Kluwer Academic Publishers
- V. Lippi (2011), “*Valutazione e controllo del danneggiamento per fatica nei ponti ferroviari in acciaio*”
- V. Franciosi (1971), “*Scienza delle costruzioni*”, Vol. III, *Teoria delle strutture - Tomo 2*
- P. Margiotta (2011), “*I ponti ad arco in calcestruzzo sostenuti da cavi nelle fasi di costruzione ed esercizio*”
- O. Belluzzi (1994), “*Scienza delle costruzioni*” (Vol.2)
- A. Raithel (1977), “*Costruzioni di ponti*”, Liguori editore
- M.P. Petrangeli (1996), “*Progettazione e costruzione di ponti*”, IV edizione, Casa Editrice Ambrosiana
- Dispense del corso di *Meccanica dei Materiali* del prof. Massimo R., Politecnico di Torino, Dipartimento di Meccanica
- Dispense di *Comportamento Meccanico dei Materiali* del prof. Massimo R., Politecnico di Torino, Dipartimento di Meccanica

## NORMATIVE TECNICHE DI RIFERIMENTO

- Norme Tecniche per le Costruzioni, 2008 (NTC 2008)
- Circolare esplicativa NTC 2008 n° 617 del 02/02/2009

- CNR-UNI 10011 (anno 1988), Costruzioni in acciaio
- Eurocodice 2 – Progettazione delle strutture di calcestruzzo, Parte 1-1: regole generali e regole per gli edifici (UNI ENV 1992-1-1), anno 2005
- Eurocodice 2 – Progettazione delle strutture di calcestruzzo, Parte 2: ponti di calcestruzzo (UNI ENV 1992-2), anno 2000
- Eurocodice 3 – Progettazione delle strutture di acciaio, Parte 2: ponti di acciaio (UNI ENV 1993-2), anno 2002
- Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-9: Fatigue

**APPENDICE A – SCRIPT PER IL CALCOLO DELLA LINEA DI INFLUENZA TRADIZIONALE, LINEA DI INFLUENZA “SPECIALE” DI  $M_{L/2}$  E OSCILLOGRAMMA DELLE TENSIONI (FIBRA DI INTRADOSSO), SOLETTA**

```

clc;
clear all;
close all;

L = input ('Definire la lunghezza totale della trave [m]');
nL = L*10;
int = input ('Definire la luce di ogni campata [m]');
nint = int*10;
n_app = (L/int)+1;
n_camp = n_app-1;
E = 17000000;
J = 0.000562;
for i = 1:n_app
    a(i) = (i-1)*int;
end
k = -(2-sqrt(3));
M0 = -sqrt(3)*E*J/int;
fprintf('\n');
fprintf('M_0 = %f kNm \n', M0);
fprintf('\n');
fprintf('_____MOMENTI SUCCESSIVI A M0 PER TRATTO L/2-
L_____ \n');
if n_app>3
for i = 1:((n_app-1)/2)-1
    M1(i) = k^i*M0;
    fprintf('M_i = %f kNm \n',M1(i));
end
else
    M1 = 0;
    fprintf('M_i = 0\n');
end
fprintf('_____ESTREMI CAMPATE PER TRATTO L/2-L_____ \n');
for i = 1:((n_app-1)/2)
    A1(i) = a(i+(n_app-1)/2);
    B1(i) = a(i+(n_app-1)/2+1);
    fprintf('A_i = %f m \n',A1(i));
    fprintf('B_i = %f m \n',B1(i));
    fprintf('\n');
end
fprintf('_____MOMENTI SUCCESSIVI A M0 PER TRATTO 0-
L/2_____ \n');
if M1~=0
    M2 = fliplr(M1);
    fprintf('M_i = %f kNm \n',M2);
else
    M2 = M1;
    fprintf('M_i = 0\n');
end

fprintf('_____ESTREMI CAMPATE PER TRATTO 0-L/2_____ \n');
for i = 1:((n_app-1)/2)
    A2(i) = a(i);
    B2(i) = a(i+1);
    fprintf('A_i = %f m \n',A2(i));
    fprintf('B_i = %f m \n',B2(i));
    fprintf('\n');
end

```

```

%DISTANZA FRA ASSI CAMION
distanzaassi12 = 1.2;
indicedistanzaassi12 = round(distanzaassi12*10); %12
%ASCISSE ASSI CAMION
xasse2 = input ('Definire ascissa del secondo asse del camion [m]');
dx = 0.1;

YDX = zeros (1, (n_camp/2)*(int*10));
YSX = zeros (1, (n_camp/2)*(int*10));

Q1k = -210;
Q2k = -210;
Q3k = -210;
Q4k = -210;
Qik = -210;

scrsz = get(0,'ScreenSize');
figure('Position',[10 40 0.97*scrsz(3) 0.85*scrsz(4)]);
for i = 1:n_camp/2
    syms z C_1 C_2 C_3 C_4 Ltot l Y G C4 C3 C2 C1
M0symb = -sqrt(3)*Y*G/l;
eq1 = C_1;
eq2 = C_1*z+C_2;
eq3 = C_1*z^2/2+C_2*z+C_3;
eq4 = C_1*z^3/6+C_2*z^2/2+C_3*z+C_4;

eq11 = subs(eq4,z,Ltot/2+i*1-1);
eq22 = subs (eq4, z, Ltot/2+i*1);
eq33 = subs(-eq2,z,Ltot/2+i*1-1);
eq44 = subs(-eq2,z,Ltot/2+i*1);

if (i<=n_camp/2-1)
    Sol1 = solve(eq11,eq22,eq33-k^(i-1)*M0symb,eq44-
k^i*M0symb,C_1,C_2,C_3,C_4);
else
    Sol1 = solve(eq11,eq22,eq33-k^(i-1)*M0symb,eq44,C_1,C_2,C_3,C_4);
end

for j=1:nint+1
    xdx (j) = dx*((L/2+i*int-int)*10+j-1);
    simmxdx (j) = dx*((n_camp/2-i)*int*10+j-1);
    ydx_i (j)=
(Sol1.C_1*xdx(j).^3/6+Sol1.C_2*xdx(j).^2/2+Sol1.C_3*xdx(j)+Sol1.C_4)/(Y*G);
    ydx (j) =subs(ydx_i (j),[Y G Ltot l],[E J L int]);
end
    xassel=xasse2+distanzaassi12;

% ASSE 1 E 2 APPARTENGONO A UN INTERVALLO DELLA META' DI DESTRA --> DISEGNA
ENTRAMBI GLI ASSI

% 1 E 2 DX
if xasse2 >= xdx(1) && xasse2<= xdx(length(xdx)) && xassel >= xdx(1) &&
xassel<= xdx(length(xdx))
    indiceassel=round(xassel*10-(L/2*10+i*int*10-int*10))+1;
    indiceasse2 = round(xasse2*10-(L/2*10+i*int*10-int*10))+1;
    yassel= -ydx(indiceassel);
    yasse2= -ydx(indiceasse2);

    y1 = - ydx;
    y2 = fliplr (y1);
    YDX (i*int*10-int*10+1:i*int*10) = y1(1:length(y1)-1);
    YSX (length(YSX)-i*(length(y2)-1)+1:length(YSX)-i*(length(y2)-
1)+(length(y2)-1)) = y2(1:length(y2)-1);
    ymax = max(abs(y1));

```

```

    ymin = min(abs(y1));

Mtot = Qik*yassel+Qik*yasse2;
fprintf('Momento dato dal modello di carico 1\n');
fprintf('Mtot = %f kNm = %f kgcm\n', Mtot, Mtot*10000);

subplot(3,1,1)
    plot(xdx,y1,'Color',[0.7 0.7 0.7],'LineWidth',2);
    grid on;
    xlim([-10, L+25]);
    trave = line([0 L],[0 0]);
    set(trave,'LineWidth',1,'Color',[0.4 0.4 0.4]);
    hold on
    plot(simmxdx,y2,'Color',[0.7 0.7 0.7],'LineWidth',2);
for i = 1:n_app
    a(i) = (i-1)*int;

text(a(i),0,'\Delta','VerticalAlignment','top','HorizontalAlignment','center');
end

caricoassel = line([xassel xassel],[0 ymax/4]);
set(caricoassel,'LineWidth',3,'Color','k');
text(xassel,ymax/4,'1','VerticalAlignment','bottom','HorizontalAlignment','left');
ordinataassel = line([xassel xassel],[0 yassel]);
set(ordinataassel,'LineWidth',2,'Color','b');
caricoasse2 = line([xasse2 xasse2],[0 ymax/4]);
set(caricoasse2,'LineWidth',3,'Color','k');
text(xasse2,ymax/4,'2','VerticalAlignment','bottom','HorizontalAlignment','left');
ordinataasse2 = line([xasse2 xasse2],[0 yasse2]);
set(ordinataasse2,'LineWidth',2,'Color','r');
    title('l.d.i. M_{APP}');
    xlabel('x [m]');
    ylabel('[m]');
    hold on

    subplot(3,1,2)
caricoassel = line([xassel xassel],[0 ymax/4]);
set(caricoassel,'LineWidth',3,'Color','k');
text(xassel,ymax/4,'1','VerticalAlignment','bottom','HorizontalAlignment','left');
ordinataassel = line([xassel xassel],[0 yasse2]);
set(ordinataassel,'LineWidth',2,'Color','r');
    title('l.d.i. M_{APP} traslata');
    xlabel('x [m]');
    ylabel('[m]');
    hold on

subplot(3,1,3)
plot(xdx,y1,'Color',[0.7 0.7 0.7],'LineWidth',2);
    grid on;
    xlim([-10, L+25]);
    trave = line([0 L],[0 0]);
    set(trave,'LineWidth',1,'Color',[0.4 0.4 0.4]);
    hold on
    plot(simmxdx,y2,'Color',[0.7 0.7 0.7],'LineWidth',2);
for i = 1:n_app
    a(i) = (i-1)*int;

text(a(i),0,'\Delta','VerticalAlignment','top','HorizontalAlignment','center');
end

```

```

caricoasse1 = line([xasse1 xasse1],[0 ymax/4]);
set(caricoasse1,'LineWidth',3,'Color','k');
text(xasse1,ymax/4,'1','VerticalAlignment','bottom','HorizontalAlignment','
left');
ordinataasse1 = line([xasse1 xasse1],[0 yasse1]);
set(ordinataasse1,'LineWidth',2,'Color','b');
caricoasse2 = line([xasse2 xasse2],[0 ymax/4]);
set(caricoasse2,'LineWidth',3,'Color','k');
text(xasse2,ymax/4,'2','VerticalAlignment','bottom','HorizontalAlignment','
left');
ordinataasse2 = line([xasse2 xasse2],[0 yasse2]);
set(ordinataasse2,'LineWidth',2,'Color','r');
ordinataasse12 = line([xassel xassel],[yassel yassel+yasse2]);
set(ordinataasse12,'LineWidth',2,'Color','r');
    title('l.d.i. M_{APP} SPECIALE');
    xlabel('x [m]');
    ylabel('[m]');
    hold on

% XASSE 2 APPARTIENE A UN INTERVALLO DELLA META' DI DESTRA MA ASSE 1 NO, MA
% STA SEMPRE A DESTRA--> DISEGNA SOLO ASSE 2

% 2 SI, 1 NO, DX
elseif (xasse2 >= xdx(1) && xasse2<= xdx(length(xdx)) && ((L/2 <xassel &&
xassel< xdx(1)) || (xassel > xdx(length(xdx))))))
    indiceasse2 = round((xasse2*10-(L/2*10+i*int*10-int*10)))+1;
    yasse2= -ydx(indiceasse2);

    y1 = - ydx;
    y2 = fliplr (y1);
    YDX (i*int*10-int*10+1:i*int*10) = y1(1:length(y1)-1);
    YSX (length(YSX)-i*(length(y2)-1)+1:length(YSX)-i*(length(y2)-
1)+(length(y2)-1)) = y2(1:length(y2)-1);
    ymax = max(abs(y1));
    ymin = min(abs(y1));

    M2 = Q2k*yasse2;
    fprintf('Momento dato da asse 2\n');
    fprintf('M2 = %f kNm = %f kgcm\n', M2, M2*10000);

    subplot(3,1,1)
    plot(xdx,y1,'Color',[0.7 0.7 0.7],'LineWidth',2);
    grid on;
    xlim([-10, L+25]);
    trave = line([0 L],[0 0]);
    set(trave,'LineWidth',1,'Color',[0.4 0.4 0.4]);
    hold on
    plot(simmxdx,y2,'Color',[0.7 0.7 0.7],'LineWidth',2);
for i = 1:n_app
    a(i) = (i-1)*int;

text(a(i),0,'\Delta','VerticalAlignment','top','HorizontalAlignment','cente
r');
end

caricoasse2 = line([xasse2 xasse2],[0 ymax/4]);
set(caricoasse2,'LineWidth',3,'Color','k');
text(xasse2,ymax/4,'2','VerticalAlignment','bottom','HorizontalAlignment','
left');
ordinataasse2 = line([xasse2 xasse2],[0 yasse2]);
set(ordinataasse2,'LineWidth',2,'Color','r');
    title('l.d.i. M_{APP}');
    xlabel('x [m]');
    ylabel('[m]');
    hold on

```

```

subplot(3,1,2)

    title('l.d.i. M_{APP} traslata');
    xlabel('x [m]');
    ylabel('[m]');
    hold on

    subplot(3,1,3)
plot(xdx,y1,'Color',[0.7 0.7 0.7],'LineWidth',2);
grid on;
xlim([-10, L+25]);
trave = line([0 L],[0 0]);
set(trave,'LineWidth',1,'Color',[0.4 0.4 0.4]);
hold on
plot(simmxdx,y2,'Color',[0.7 0.7 0.7],'LineWidth',2);
for i = 1:n_app
    a(i) = (i-1)*int;

text(a(i),0,'\Delta','VerticalAlignment','top','HorizontalAlignment','center');
end

caricoasse2 = line([xasse2 xasse2],[0 ymax/4]);
set(caricoasse2,'LineWidth',3,'Color','k');
text(xasse2,ymax/4,'2','VerticalAlignment','bottom','HorizontalAlignment','left');
ordinataasse2 = line([xasse2 xasse2],[0 yasse2]);
set(ordinataasse2,'LineWidth',2,'Color','r');

    title('l.d.i. M_{APP} SPECIALE');
    xlabel('x [m]');
    ylabel('[m]');
    hold on

% ASSE 1 E 2 APPARTENGONO A UN INTERVALLO DELLA META' DI SINISTRA -->
DISEGNA ENTRAMBI GLI ASSI

% 1 E 2, SX
elseif xasse2 >= simmxdx(1) && xasse2<= simmxdx(length(simmxdx)) && xassel
>= simmxdx(1) && xassel<= simmxdx(length(simmxdx))
    indiceassel=round((xasse1*10-((n_camp/2-i)*int*10))+1;
    indiceasse2 = round((xasse2*10-((n_camp/2-i)*int*10))+1;
y1 = - ydx;
y2 = fliplr (y1);
yassel= y2(indiceassel);
yasse2= y2(indiceasse2);

    YDX (i*int*10-int*10+1:i*int*10) = y1(1:length(y1)-1);
    YSX (length(YSX)-i*(length(y2)-1)+1:length(YSX)-i*(length(y2)-
1)+(length(y2)-1)) = y2(1:length(y2)-1);
    ymax = max(abs(y1));
    ymin = min(abs(y1));

Mtot = Qik*yassel+Qik*yasse2;
fprintf('Momento dato dal modello di carico 1\n');
fprintf('Mtot = %f kNm = %f kgcm\n', Mtot, Mtot*10000);

subplot(3,1,1)
plot(xdx,y1,'Color',[0.7 0.7 0.7],'LineWidth',2);
grid on;
xlim([-10, L+25]);
trave = line([0 L],[0 0]);
set(trave,'LineWidth',1,'Color',[0.4 0.4 0.4]);
hold on

```

```

    plot(simmxdx,y2,'Color',[0.7 0.7 0.7],'LineWidth',2);
for i = 1:n_app
    a(i) = (i-1)*int;

text(a(i),0,'\Delta','VerticalAlignment','top','HorizontalAlignment','center');
end

caricoassel = line([xassel xassel],[0 ymax/4]);
set(caricoassel,'LineWidth',3,'Color','k');
text(xassel,ymax/4,'1','VerticalAlignment','bottom','HorizontalAlignment','left');
ordinataassel = line([xassel xassel],[0 yassel]);
set(ordinataassel,'LineWidth',2,'Color','b');
caricoasse2 = line([xasse2 xasse2],[0 ymax/4]);
set(caricoasse2,'LineWidth',3,'Color','k');
text(xasse2,ymax/4,'2','VerticalAlignment','bottom','HorizontalAlignment','left');
ordinataasse2 = line([xasse2 xasse2],[0 yasse2]);
set(ordinataasse2,'LineWidth',2,'Color','r');
    title('l.d.i. M_{APP}');
    xlabel('x [m]');
    ylabel('y [m]');
    hold on

subplot(3,1,2)
caricoassel = line([xassel xassel],[0 ymax/4]);
set(caricoassel,'LineWidth',3,'Color','k');
text(xassel,ymax/4,'1','VerticalAlignment','bottom','HorizontalAlignment','left');
ordinataassel = line([xassel xassel],[0 yasse2]);
set(ordinataassel,'LineWidth',2,'Color','r');
    title('l.d.i. M_{APP} traslata');
    xlabel('x [m]');
    ylabel('y [m]');
    hold on

subplot(3,1,3)
plot(xdx,y1,'Color',[0.7 0.7 0.7],'LineWidth',2);
grid on;
xlim([-10, L+25]);
trave = line([0 L],[0 0]);
set(trave,'LineWidth',1,'Color',[0.4 0.4 0.4]);
hold on
plot(simmxdx,y2,'Color',[0.7 0.7 0.7],'LineWidth',2);
for i = 1:n_app
    a(i) = (i-1)*int;

text(a(i),0,'\Delta','VerticalAlignment','top','HorizontalAlignment','center');
end
caricoassel = line([xassel xassel],[0 ymax/4]);
set(caricoassel,'LineWidth',3,'Color','k');
text(xassel,ymax/4,'1','VerticalAlignment','bottom','HorizontalAlignment','left');
ordinataassel = line([xassel xassel],[0 yassel]);
set(ordinataassel,'LineWidth',2,'Color','b');
caricoasse2 = line([xasse2 xasse2],[0 ymax/4]);
set(caricoasse2,'LineWidth',3,'Color','k');
text(xasse2,ymax/4,'2','VerticalAlignment','bottom','HorizontalAlignment','left');
ordinataasse2 = line([xasse2 xasse2],[0 yasse2]);
set(ordinataasse2,'LineWidth',2,'Color','r');
ordinataasse12 = line([xassel xassel],[yassel yassel+yasse2]);

```



```

set(ordinataasse12,'LineWidth',2,'Color','r');
title('l.d.i. M_{APP} SPECIALE');
xlabel('x [m]');
ylabel('[m]');
hold on

% XASSE 2 APPARTIENE A UN INTERVALLO DELLA META' DI SINISTRA MA ASSE 1 NO,
MA
% STA SEMPRE A SINISTRA--> DISEGNA SOLO ASSE 2

% 2 SI, 1 NO, SX
elseif (xasse2 >= simmxdx(1) && xasse2 <= simmxdx(length(simmxdx)) &&
((xasse1 < simmxdx(1)) || (simmxdx(length(simmxdx)) < xasse1 && xasse1 <
L/2) ))
    indiceasse2 = round((xasse2*10-((n_camp/2-i)*int*10))+1);
y1 = - ydx;
y2 = fliplr (y1);
yasse2=y2(indiceasse2);
YDX (i*int*10-int*10+1:i*int*10) = y1(1:length(y1)-1);
YSX (length(YSX)-i*(length(y2)-1)+1:length(YSX)-i*(length(y2)-
1)+(length(y2)-1)) = y2(1:length(y2)-1);
ymax = max(abs(y1));
ymin = min(abs(y1));

M2 = Q2k*yasse2;
fprintf('Momento dato da asse 2\n');
fprintf('M2 = %f kNm = %f kgcm\n', M2, M2*10000);
Mtot = Q1k*yasse1+Q2k*yasse2;
fprintf('Momento dato da modello 1\n');
fprintf('Mtot = %f kNm = %f kgcm\n', Mtot, Mtot*10000);

subplot(3,1,1)
plot(xdx,y1,'Color',[0.7 0.7 0.7],'LineWidth',2);
grid on;
xlim([-10, L+25]);
trave = line([0 L],[0 0]);
set(trave,'LineWidth',1,'Color',[0.4 0.4 0.4]);
hold on
plot(simmxdx,y2,'Color',[0.7 0.7 0.7],'LineWidth',2);
for i = 1:n_app
    a(i) = (i-1)*int;

text(a(i),0,'\Delta','VerticalAlignment','top','HorizontalAlignment','cente
r');
end

caricoasse2 = line([xasse2 xasse2],[0 ymax/4]);
set(caricoasse2,'LineWidth',3,'Color','k');
text(xasse2,ymax/4,'2','VerticalAlignment','bottom','HorizontalAlignment','
left');
ordinataasse2 = line([xasse2 xasse2],[0 yasse2]);
set(ordinataasse2,'LineWidth',2,'Color','r');
title('l.d.i. M_{APP}');
xlabel('x [m]');
ylabel('[m]');
hold on

subplot(3,1,2)

title('l.d.i. M_{APP} traslata');
xlabel('x [m]');
ylabel('[m]');
hold on
subplot(3,1,3)

```

```

plot(xdx,y1,'Color',[0.7 0.7 0.7],'LineWidth',2);
grid on;
xlim([-10, L+25]);
trave = line([0 L],[0 0]);
set(trave,'LineWidth',1,'Color',[0.4 0.4 0.4]);
hold on
plot(simmxdx,y2,'Color',[0.7 0.7 0.7],'LineWidth',2);
for i = 1:n_app
    a(i) = (i-1)*int;

text(a(i),0,'\Delta','VerticalAlignment','top','HorizontalAlignment','center');
end

caricoasse2 = line([xasse2 xasse2],[0 ymax/4]);
set(caricoasse2,'LineWidth',3,'Color','k');
text(xasse2,ymax/4,'2','VerticalAlignment','bottom','HorizontalAlignment','left');
ordinataasse2 = line([xasse2 xasse2],[0 yasse2]);
set(ordinataasse2,'LineWidth',2,'Color','r');

title('l.d.i. M_{APP} SPECIALE');
xlabel('x [m]');
ylabel('y [m]');
hold on

% XASSE 1 APPARTIENE A UN INTERVALLO DELLA META' DI DESTRA MA ASSE 2 NO, MA
% STA SEMPRE A DESTRA--> DISEGNA SOLO ASSE 1

% 1 SI, 2 NO, DX

elseif ((L/2 < xasse2 && xasse2< xdx(1)) || (xasse2> xdx(length(xdx)))) &&
(xassel >= xdx(1) && xassel <= xdx(length(xdx)))
    indiceassel = round((xassel*10-(L/2*10+i*int*10-int*10))+1);
    yassel= -ydx(indiceassel);

    y1 = - ydx;
    y2 = fliplr(y1);
    YDX (i*int*10-int*10+1:i*int*10) = y1(1:length(y1)-1);
    YSX (length(YSX)-i*(length(y2)-1)+1:length(YSX)-i*(length(y2)-
1)+(length(y2)-1)) = y2(1:length(y2)-1);
    ymax = max(abs(y1));
    ymin = min(abs(y1));

M1 = Q1k*yassel;
fprintf('Momento dato da asse 1\n');
fprintf('M1 = %f kNm = %f kgcm\n', M1, M1*10000);
Mtot = Q1k*yassel+Q2k*yasse2;
fprintf('Momento dato da modello 1\n');
fprintf('Mtot = %f kNm = %f kgcm\n', Mtot, Mtot*10000);

subplot(3,1,1)
plot(xdx,y1,'Color',[0.7 0.7 0.7],'LineWidth',2);
grid on;
xlim([-10, L+25]);
trave = line([0 L],[0 0]);
set(trave,'LineWidth',1,'Color',[0.4 0.4 0.4]);
hold on
plot(simmxdx,y2,'Color',[0.7 0.7 0.7],'LineWidth',2);
for i = 1:n_app
    a(i) = (i-1)*int;

text(a(i),0,'\Delta','VerticalAlignment','top','HorizontalAlignment','center');
end

```

```

caricoassel = line([xassel xassel],[0 ymax/4]);
set(caricoassel,'LineWidth',3,'Color','k');
text(xassel,ymax/4,'1','VerticalAlignment','bottom','HorizontalAlignment','
left');
ordinataassel = line([xassel xassel],[0 yassel]);
set(ordinataassel,'LineWidth',2,'Color','b');

    title('l.d.i. M_{APP}');
    xlabel('x [m]');
    ylabel(' [m]');
    hold on

subplot(3,1,2)
caricoassel = line([xassel xassel],[0 ymax/4]);
set(caricoassel,'LineWidth',3,'Color','k');
text(xassel,ymax/4,'1','VerticalAlignment','bottom','HorizontalAlignment','
left');
ordinataassel = line([xassel xassel],[0 yasse2]);
set(ordinataassel,'LineWidth',2,'Color','r');
    title('l.d.i. M_{APP} traslata');
    xlabel('x [m]');
    ylabel(' [m]');
    hold on

subplot(3,1,3)
plot(xdx,y1,'Color',[0.7 0.7 0.7],'LineWidth',2);
    grid on;
    xlim([-10, L+25]);
    trave = line([0 L],[0 0]);
    set(trave,'LineWidth',1,'Color',[0.4 0.4 0.4]);
hold on
    plot(simmxdx,y2,'Color',[0.7 0.7 0.7],'LineWidth',2);
for i = 1:n_app
    a(i) = (i-1)*int;

text(a(i),0,'\Delta','VerticalAlignment','top','HorizontalAlignment','cente
r');
end
caricoassel = line([xassel xassel],[0 ymax/4]);
set(caricoassel,'LineWidth',3,'Color','k');
text(xassel,ymax/4,'1','VerticalAlignment','bottom','HorizontalAlignment','
left');
ordinataassel = line([xassel xassel],[0 yassel]);
set(ordinataassel,'LineWidth',2,'Color','b');

ordinataassel2 = line([xassel xassel],[yassel yassel+yasse2]);
set(ordinataassel2,'LineWidth',2,'Color','r');
    title('l.d.i. M_{APP} SPECIALE');
    xlabel('x [m]');
    ylabel(' [m]');
    hold on

% ASSE 1 APPARTIENE A UN INTERVALLO DELLA META' DI SINISTRA MA ASSE 2 NO,
MA
% STA SEMPRE A SINISTRA--> DISEGNA SOLO ASSE 1

% 1 SI, 2 NO, SX
elseif ((xasse2 < simmxdx(1)) || (simmxdx(length(simmxdx))<xasse2 && xasse2
<L/2) ) && (xassel >= simmxdx(1) && xassel<= simmxdx(length(simmxdx)))
    indiceassel=round((xassel*10-((n_camp/2-i)*int*10))+1;
    indiceasse2 = round(((L-xasse2)*10-(L/2*10+(i+1)*int*10-int*10))+1;

    y1 = - ydx;

```

```

y2 = fliplr (y1);
yassel= y2(indiceassel);

YDX (i*int*10-int*10+1:i*int*10) = y1(1:length(y1)-1);
YSX (length(YSX)-i*(length(y2)-1)+1:length(YSX)-i*(length(y2)-
1)+(length(y2)-1)) = y2(1:length(y2)-1);
ymax = max(abs(y1));
ymin = min(abs(y1));

M1 = Q1k*yassel;
fprintf('Momento dato da asse 1\n');
fprintf('M1 = %f kNm = %f kgcm\n', M1, M1*10000);

syms z C_11 C_21 C_31 C_41 Ltot l Y G C4 C3 C2 C1
M0symb = -sqrt(3)*Y*G/l;
eq1 = C_11;
eq2 = C_11*z+C_21;
eq3 = C_11*z^2/2+C_21*z+C_31;
eq4 = C_11*z^3/6+C_21*z^2/2+C_31*z+C_41;
eq11 = subs(eq4,z,Ltot/2+(i+1)*l-1);
eq22 = subs (eq4, z, Ltot/2+(i+1)*l);
eq33 = subs (-eq2,z,Ltot/2+(i+1)*l-1);
eq44 = subs (-eq2,z,Ltot/2+(i+1)*l);

if (i<=n_camp/2-1)
    Sol11 = solve(eq11,eq22,eq33-k^(i+1-1)*M0symb,eq44-
k^(i+1)*M0symb,C_11,C_21,C_31,C_41);
else
    Sol11 = solve(eq11,eq22,eq33-k^(i+1-
1)*M0symb,eq44,C_11,C_21,C_31,C_41);
end

for j=1:nint+1
    xdx1 (j) = dx*((L/2+int)*10+j-1);
    ydx_i1 (j)=
(Sol11.C_11*xdx1(j).^3/6+Sol11.C_21*xdx1(j).^2/2+Sol11.C_31*xdx1(j)+Sol11.C
_41)/(Y*G);
    ydx1 (j) =subs(ydx_i1 (j),[Y G Ltot l],[E J L int]);
end

y11 = -ydx1;
yasse2 = y11(indiceasse2);

subplot(3,1,1)
plot(xdx,y1,'Color',[0.7 0.7 0.7],'LineWidth',2);
grid on;
xlim([-10, L+25]);
trave = line([0 L],[0 0]);
set(trave,'LineWidth',1,'Color',[0.4 0.4 0.4]);
hold on
plot(simmxdx,y2,'Color',[0.7 0.7 0.7],'LineWidth',2);
for i = 1:n_app
    a(i) = (i-1)*int;

text(a(i),0,'\Delta','VerticalAlignment','top','HorizontalAlignment','cente
r');
end

caricoassel = line([xassel xassel],[0 ymax/4]);
set(caricoassel,'LineWidth',3,'Color','k');
text(xassel,ymax/4,'1','VerticalAlignment','bottom','HorizontalAlignment','
left');
ordinataassel = line([xassel xassel],[0 yassel]);

```

```

set(ordinataassel,'LineWidth',2,'Color','b');
    title('l.d.i. M_{APP}');
    xlabel('x [m]');
    ylabel('[m]');
    hold on
subplot(3,1,2)

caricoassel = line([xassel xassel],[0 ymax/4]);
set(caricoassel,'LineWidth',3,'Color','k');
text(xassel,ymax/4,'1','VerticalAlignment','bottom','HorizontalAlignment','
left');
ordinataassel = line([xassel xassel],[0 yasse2]);
set(ordinataassel,'LineWidth',2,'Color','r');
    title('l.d.i. M_{APP} traslata');
    xlabel('x [m]');
    ylabel('[m]');
    hold on

subplot(3,1,3)
plot(xdx,y1,'Color',[0.7 0.7 0.7],'LineWidth',2);
    grid on;
    xlim([-10, L+25]);
    trave = line([0 L],[0 0]);
    set(trave,'LineWidth',1,'Color',[0.4 0.4 0.4]);
    hold on
plot(simmxdx,y2,'Color',[0.7 0.7 0.7],'LineWidth',2);
for i = 1:n_app
    a(i) = (i-1)*int;

text(a(i),0,'\Delta','VerticalAlignment','top','HorizontalAlignment','cente
r');
end
caricoassel = line([xassel xassel],[0 ymax/4]);
set(caricoassel,'LineWidth',3,'Color','k');
text(xassel,ymax/4,'1','VerticalAlignment','bottom','HorizontalAlignment','
left');
ordinataassel = line([xassel xassel],[0 yassel]);
set(ordinataassel,'LineWidth',2,'Color','b');
ordinataassel2 = line([xassel xassel],[yassel yassel+yasse2]);
set(ordinataassel2,'LineWidth',2,'Color','r');
    title('l.d.i. M_{APP} SPECIALE');
    xlabel('x [m]');
    ylabel('[m]');
    hold on

% ASSE 2 APPARTIENE A INTERVALLO DI SX E ASSE 1 AL CORRISPONDENTE DI DX
% (STESSO CICLO) --> DISEGNA ENTRAMBI GLI ASSI

% 2 SX, 1 DX
elseif (xasse2 >= simmxdx(1) && xasse2 <= simmxdx(length(simmxdx)) &&
(xassel >= xdx(1) && xassel <= xdx(length(simmxdx))))
    indiceassel=round((xassel*10-(L/2*10+i*int*10-int*10))+1;
    indiceasse2=round((xasse2*10-((n_camp/2-i)*int*10))+1;
y1 = - ydx;
    y2 = fliplr (y1);

    yassel=-ydx(indiceassel);
    yasse2=y2(indiceasse2);

    YDX (i*int*10-int*10+1:i*int*10) = y1(1:length(y1)-1);
    YSX (length(YSX)-i*(length(y2)-1)+1:length(YSX)-i*(length(y2)-
1)+(length(y2)-1)) = y2(1:length(y2)-1);
    ymax = max(abs(y1));
    ymin = min(abs(y1));

```

```

Mtot = Qik*yassel+Qik*yasse2;
fprintf('Momento dato dal modello di carico 1\n');
fprintf('Mtot = %f kNm = %f kgcm\n', Mtot, Mtot*10000);

subplot(3,1,1)
    plot(xdx,y1,'Color',[0.7 0.7 0.7],'LineWidth',2);
    grid on;
    xlim([-10, L+25]);
    trave = line([0 L],[0 0]);
    set(trave,'LineWidth',1,'Color',[0.4 0.4 0.4]);
    hold on
    plot(simmxdx,y2,'Color',[0.7 0.7 0.7],'LineWidth',2);
for i = 1:n_app
    a(i) = (i-1)*int;

text(a(i),0,'\Delta','VerticalAlignment','top','HorizontalAlignment','center');
end

caricoassel = line([xassel xassel],[0 ymax/4]);
set(caricoassel,'LineWidth',3,'Color','k');
text(xassel,ymax/4,'1','VerticalAlignment','bottom','HorizontalAlignment','left');
ordinataassel = line([xassel xassel],[0 yassel]);
set(ordinataassel,'LineWidth',2,'Color','b');
caricoasse2 = line([xasse2 xasse2],[0 ymax/4]);
set(caricoasse2,'LineWidth',3,'Color','k');
text(xasse2,ymax/4,'2','VerticalAlignment','bottom','HorizontalAlignment','left');
ordinataasse2 = line([xasse2 xasse2],[0 yasse2]);
set(ordinataasse2,'LineWidth',2,'Color','r');
    title('l.d.i. M_{APP}');
    xlabel('x [m]');
    ylabel('[m]');
    hold on

    subplot(3,1,2)
caricoassel = line([xassel xassel],[0 ymax/4]);
set(caricoassel,'LineWidth',3,'Color','k');
text(xassel,ymax/4,'1','VerticalAlignment','bottom','HorizontalAlignment','left');
ordinataassel = line([xassel xassel],[0 yasse2]);
set(ordinataassel,'LineWidth',2,'Color','r');
    title('l.d.i. M_{APP} traslata');
    xlabel('x [m]');
    ylabel('[m]');
    hold on

subplot(3,1,3)
plot(xdx,y1,'Color',[0.7 0.7 0.7],'LineWidth',2);
    grid on;
    xlim([-10, L+25]);
    trave = line([0 L],[0 0]);
    set(trave,'LineWidth',1,'Color',[0.4 0.4 0.4]);
    hold on
    plot(simmxdx,y2,'Color',[0.7 0.7 0.7],'LineWidth',2);
for i = 1:n_app
    a(i) = (i-1)*int;

text(a(i),0,'\Delta','VerticalAlignment','top','HorizontalAlignment','center');
end
caricoassel = line([xassel xassel],[0 ymax/4]);
set(caricoassel,'LineWidth',3,'Color','k');

```

```

text(xassel,ymax/4,'1','VerticalAlignment','bottom','HorizontalAlignment','
left');
ordinataassel = line([xassel xassel],[0 yassel]);
set(ordinataassel,'LineWidth',2,'Color','b');
caricoasse2 = line([xasse2 xasse2],[0 ymax/4]);
set(caricoasse2,'LineWidth',3,'Color','k');
text(xasse2,ymax/4,'2','VerticalAlignment','bottom','HorizontalAlignment','
left');
ordinataasse2 = line([xasse2 xasse2],[0 yasse2]);
set(ordinataasse2,'LineWidth',2,'Color','r');
ordinataassel2 = line([xassel xassel],[yassel yassel+yasse2]);
set(ordinataassel2,'LineWidth',2,'Color','r');
    title('l.d.i. M_{APP} SPECIALE');
    xlabel('x [m]');
    ylabel('[m]');
    hold on

else
    y1 = - ydx;
    y2 = fliplr(y1);
    YDX (i*int*10-int*10+1:i*int*10) = y1(1:length(y1)-1);
    YSX (length(YSX)-i*(length(y2)-1)+1:length(YSX)-i*(length(y2)-
1)+(length(y2)-1)) = y2(1:length(y2)-1);
    ymax = max(abs(y1));
    ymin = min(abs(y1));

    subplot(3,1,1)
    plot(xdx,y1,'Color',[0.7 0.7 0.7],'LineWidth',2);
    grid on;
    xlim([-10, L+25]);
    trave = line([0 L],[0 0]);
    set(trave,'LineWidth',1,'Color',[0.4 0.4 0.4]);
    hold on
    plot(simmxdx,y2,'Color',[0.7 0.7 0.7],'LineWidth',2);
for i = 1:n_app
    a(i) = (i-1)*int;

text(a(i),0,'\Delta','VerticalAlignment','top','HorizontalAlignment','cente
r');
end
    title('l.d.i. M_{APP}');
    xlabel('x [m]');
    ylabel('[m]');
    hold on

    subplot(3,1,2)

    title('l.d.i. M_{APP} traslata');
    xlabel('x [m]');
    ylabel('[m]');
    hold on
end
subplot(3,1,3)

plot(xdx,y1,'Color',[0.7 0.7 0.7],'LineWidth',2);
grid on;
xlim([-10, L+25]);
trave = line([0 L],[0 0]);
set(trave,'LineWidth',1,'Color',[0.4 0.4 0.4]);
hold on
plot(simmxdx,y2,'Color',[0.7 0.7 0.7],'LineWidth',2);
for i = 1:n_app
    a(i) = (i-1)*int;

```

```

text(a(i),0,'\Delta','VerticalAlignment','top','HorizontalAlignment','center');
end
title('l.d.i. M_{APP} SPECIALE');
xlabel('x [m]');
ylabel('[m]');
hold on
end

YDX;
YSX;
ldizero = zeros (1,(distanzaassil2+dx)/dx);
YTOT = [YSX YDX ldizero];

for j = 1:(nL+1+indicedistanzaassil2)
    if j <= indicedistanzaassil2
        YTOT_trasl(j) = 0;
    else
        YTOT_trasl(j) = YTOT(j-indicedistanzaassil2);
    end
end

YTOTSOMMA = YTOT +YTOT_trasl;
Qik = 210;
YTOTSOMMA1 = YTOT*Qik +YTOT_trasl*Qik;

subplot(3,1,2)
xtot = 0:0.1:L+distanzaassil2;
plot(xtot,YTOT_trasl,'Color',[0.7 0.7 0.7],'LineWidth',2);
grid on;
xlim([-10, L+25]);
trave = line([0 L],[0 0]);
set(trave,'LineWidth',1,'Color',[0.4 0.4 0.4]);
for i = 1:n_app
    a(i) = (i-1)*int;

text(a(i),0,'\Delta','VerticalAlignment','top','HorizontalAlignment','center');
end

title('l.d.i. M_{APP} traslata');
xlabel('x [m]');
ylabel('[m]');
hold on

subplot(3,1,3)
xtot_trasl = xtot +distanzaassil2;
plot(xtot,YTOTSOMMA,'Color',[0.4 0.4 0.4],'LineWidth',2);
grid on;
xlim([-10, L+25]);
trave = line([0 L],[0 0]);
set(trave,'LineWidth',1,'Color',[0.4 0.4 0.4]);
for i = 1:n_app
    a(i) = (i-1)*int;

text(a(i),0,'\Delta','VerticalAlignment','top','HorizontalAlignment','center');
end

title('l.d.i. M_{APP} SPECIALE');
xlabel('x [m]');
ylabel('[m]');
hold on

```



```

%L. DI I. SPECIALE [kNm]
scrsz = get(0,'ScreenSize');
figure('Position',[10 40 0.97*scrsz(3) 0.85*scrsz(4)]);
plot(xtot,YTOTSOMMA1,'Color',[0.4 0.4 0.4],'LineWidth',2);
grid on;
xlim([-10, L+25]);
trave = line([0 L],[0 0]);
    set(trave,'LineWidth',1,'Color',[0.4 0.4 0.4]);
for i = 1:n_app
    a(i) = (i-1)*int;

text(a(i),0,'\Delta','VerticalAlignment','top','HorizontalAlignment','center');
end

    title('l.d.i. M_{APP} SPECIALE');
    xlabel('x [m]');
    ylabel('kNm');
    hold on

%LINEA SPECIALE A TRATTI [kNm]

ymax = zeros(1,n_camp);
ymin = zeros(1,n_camp);
xmax = zeros(1,n_camp);
xmin = zeros(1,n_camp);
x_maxreal = zeros(1,n_camp);
x_minreal = zeros(1,n_camp);
for j = 1:n_camp
    for i = 1:nint+1
        YTOT_i(i) = YTOTSOMMA1(i+j*nint-nint);
        x_i(i) = dx*(i-1+(j-1)*nint);
    end
    ymax_i = max(YTOT_i);
    ymin_i = min(YTOT_i);
    ymax(j) = ymax_i;
    ymin(j) = ymin_i;
    %posizione elemento corrispondente al valore massimo di YTOT_i
    xmax(j) = find(YTOT_i == max(YTOT_i));
    if j == n_camp/2+1
        [m,p] = min(YTOT_i);
        xmin(j) = p;
    else
        xmin(j) = find(YTOT_i == min(YTOT_i));
    end
    x_maxreal(j) = x_i(xmax(j));
    x_minreal(j) = x_i(xmin(j));
scrsz = get(0,'ScreenSize');
figure('Position',[10 40 0.97*scrsz(3) 0.85*scrsz(4)]);
plot(x_i,YTOT_i,'Color',[0.4 0.4 0.4],'LineWidth',2);
hold on;
grid on;
xlim([(j-1)*int, j*int]);
trave = line([(j-1)*int, j*int],[0 0]);
set(trave,'LineWidth',1.5,'Color',[0.4 0.4 0.4]);
text((j-1)*int,0,'\Delta','VerticalAlignment','top','HorizontalAlignment','center');
;

text(j*int,0,'\Delta','VerticalAlignment','top','HorizontalAlignment','center');
    title('YTOT_i');
    xlabel('x [m]');
    ylabel('kNm');
end

```

```

if n_camp > 2 && floor(n_camp/4)== n_camp/4 ==1
ymax;
ymin;
x_maxreal;
x_minreal;
fprintf('___ymax___\n');
fprintf('%f\n', ymax);
fprintf('___x_maxreal___\n');
fprintf('%f\n', x_maxreal);
fprintf('___ymin___\n');
fprintf('%f \n', ymin);
fprintf('___x_minreal___\n');
fprintf('%f \n', x_minreal);

for i = 1:n_camp/4
    xmaxreal(i) = x_maxreal(2*i);
    xminreal(i) = x_minreal(2*i-1);
end
fprintf('___xmaxreal___\n');
fprintf('%f \n', xmaxreal);
fprintf('___xminreal___\n');
fprintf('%f \n', xminreal);

x_sxreal=union(xmaxreal, xminreal);
fprintf('___x_sxreal___\n');
fprintf('%f \n', x_sxreal);

c = n_camp/2+1;
for i = 1:nint+1
    YTOT_c(i) = YTOTSOMMA1(i+c*nint-nint);
    x_c(i) = dx*(i-1+(c-1)*nint);
end

ascissal = L/2;
ascissa2 = x_c((distanzaaassi12/2)*10+1);
ascissa3 = L/2+distanzaaassi12;
ascissa4 = x_c(L/2*10-(x_sxreal(n_camp/2))*10+distanzaaassi12*10+1);

for i = 1:n_camp/4
    xmaxlreal(i) = x_maxreal((n_camp/2)+2*i-1);
    xminlreal(i) = x_minreal((n_camp/2)+2*i);
end

fprintf('___xmaxlreal___\n');
fprintf('%f \n', xmaxlreal);
fprintf('___xminlreal___\n');
fprintf('%f \n', xminlreal);

x_dxreal=union(xmaxlreal(2:length(xmaxlreal)), xminlreal);
fprintf('___x_dxreal___\n');
fprintf('%f \n', x_dxreal);

puntix = [0 x_sxreal ascissal ascissa2 ascissa3 ascissa4 x_dxreal
L+distanzaaassi12];
fprintf('___puntix___\n');
fprintf('%f \n', puntix);

for i = 1:n_camp/4
    ymaxreal(i) = ymax(2*i);
    yminreal(i) = ymin(2*i-1);
    y_sxreal(2*i) = ymaxreal(i);
    y_sxreal(2*i-1) = yminreal(i);
end

```

```

fprintf('___ymaxreal___\n');
fprintf('%f \n', ymaxreal);
fprintf('___yminreal___\n');
fprintf('%f \n', yminreal);

fprintf('___y_sxreal___\n');
fprintf('%f \n', y_sxreal);

f = n_camp/2+1;
for i = 1:nint+1
    YTOT_g(i) = YTOTSOMMA1(i+f*nint-nint);
    x_g(i) = dx*(i-1+(f-1)*nint);
end
ordinata1 = YTOT_g(1);
ordinata2 = YTOT_g((distanzaassi12/2)*10+1);
ordinata3 = ordinata1;
ordinata4 = ymax(n_camp/2);

for i = 1:n_camp/4
    ymaxlreal(i) = ymax((n_camp/2)+2*i-1);
    yminlreal(i) = ymin((n_camp/2)+2*i);
    y_dxreal(2*i-1) = ymaxlreal(i);
    y_dxreal(2*i) = yminlreal(i);
end

fprintf('___ymaxlreal___\n');
fprintf('%f \n', ymaxlreal);
fprintf('___yminlreal___\n');
fprintf('%f \n', yminlreal);

y_dxlreal = y_dxreal(2:length(y_dxreal));
fprintf('___y_dxlreal___\n');
fprintf('%f \n', y_dxlreal);

puntiy = [0 y_sxreal ordinata1 ordinata2 ordinata3 ordinata4 y_dxlreal 0];
fprintf('___puntiy___\n');
fprintf('%f \n', puntiy);

%LINEA DISCRETA [kNm]
scrsz = get(0,'ScreenSize');
figure('Position',[10 40 0.97*scrsz(3) 0.85*scrsz(4)]);
plot(puntix,puntiy,'-rs','Color',[0.4 0.4 0.4],'LineWidth',1.5,'MarkerEdgeColor','b','MarkerFaceColor','y','MarkerSize',4);
grid on;
xlim([-10, L+10]);
title('l. di i. TOT M_{APP} discreta');
xlabel('x [m]');
ylabel(' [kNm]');
hold on;

%LINEA DISCRETA RIORDINATA [kNm]
scrsz = get(0,'ScreenSize');
figure('Position',[10 40 0.97*scrsz(3) 0.85*scrsz(4)]);
puntiylx = puntiy(1,2:(length(puntiy)-1)/2+1);
puntiyls = puntiy(1,(length(puntiy)-1)/2+1:length(puntiy));
puntiyl = [puntiyls puntiylx];
plot(puntix,puntiyl,'-rs','Color',[0.4 0.4 0.4],'LineWidth',1.5,'MarkerEdgeColor','b','MarkerFaceColor','y','MarkerSize',4);
grid on;
xlim([-10, L+10]);
title('l. di i. TOT M_{APP} discreta, riordinata');
xlabel('x [m]');
ylabel(' [kNm]');

```

```

hold on;

%LINEA DISCRETA RIORDINATA TENSIONI [kN/m^2]
W = 0.0087;
puntiy_s = puntiy1/W;
puntiy_ss = puntiy_s*Qik;
fprintf('___puntiy_s___\n');
fprintf('%f\n', puntiy_s);
scrsz = get(0, 'ScreenSize');
figure('Position', [10 40 0.97*scrsz(3) 0.85*scrsz(4)]);
plot(puntix, puntiy_s, '-rs', 'Color', [0.4 0.4
0.4], 'LineWidth', 1.5, 'MarkerEdgeColor', 'b', 'MarkerFaceColor', 'y', 'MarkerSize', 4);
grid on;
xlim([-10, L+10]);
% ylim([-0.1, 0.4]);
title('Oscillogramma tensioni');
xlabel('t [s]');
ylabel(' [kN/m^2]');
hold on;

elseif n_camp == 2
    ymax;
    ymin;
    x_maxreal;
    x_minreal;
    fprintf('___ymax___\n');
    fprintf('%f\n', ymax);
    fprintf('___x_maxreal___\n');
    fprintf('%f\n', x_maxreal);
    fprintf('___ymin___\n');
    fprintf('%f\n', ymin);
    fprintf('___x_minreal___\n');
    fprintf('%f\n', x_minreal);

x_sxreal = x_maxreal(n_camp/2);
fprintf('___x_sxreal___\n');
fprintf('%f\n', x_sxreal);

c = n_camp/2+1;
for i = 1:nint+1
    YTOT_c(i) = YTOTSOMMA1(i+c*nint-nint);
    x_c(i) = dx*(i-1+(c-1)*nint);
end

ascissal = L/2;
ascissa2 = x_c((distanzaassil2/2)*10+1);
ascissa3 = L/2+distanzaassil2;
ascissa4 = x_c(L/2*10-(x_sxreal(n_camp/2))*10+distanzaassil2*10+1);

x_dxreal = x_maxreal(n_camp);
fprintf('___x_dxreal___\n');
fprintf('%f\n', x_dxreal);

puntix = [0 x_sxreal ascissal ascissa2 ascissa3 x_dxreal
L+distanzaassil2];
fprintf('___puntix___\n');
fprintf('%f\n', puntix);

y_sxreal = ymax(n_camp/2);
fprintf('___y_sxreal___\n');
fprintf('%f\n', y_sxreal);

f = n_camp/2+1;

```

```

for i = 1:nint+1
    YTOT_g(i) = YTOTSOMMA1(i+f*nint-nint);
    x_g(i) = dx*(i-1+(f-1)*nint);
end
ordinata1 = YTOT_g(1);
ordinata2 = YTOT_g((distanzaassi12/2)*10+1);
ordinata3 = ordinata1;
ordinata4 = ymax(n_camp/2);

y_dxlreal = ymax(n_camp);
fprintf('___y_dxlreal___\n');
fprintf('%f \n', y_dxlreal);

puntiy = [0 y_sxreal ordinata1 ordinata2 ordinata3 y_dxlreal 0];
fprintf('___puntiy___\n');
fprintf('%f \n', puntiy);

%LINEA DISCRETA [kNm]
scrsz = get(0, 'ScreenSize');
figure('Position', [10 40 0.97*scrsz(3) 0.85*scrsz(4)]);
plot(puntix, puntiy, '-rs', 'Color', [0.4 0.4 0.4], 'LineWidth', 1.5, 'MarkerEdgeColor', 'b', 'MarkerFaceColor', 'y', 'MarkerSize', 4);
grid on;
xlim([-10, L+10]);
% ylim([-0.1, 0.4]);
title('l. di i. TOT M_{APP} discreta');
xlabel('x [m]');
ylabel(' [kNm]');
hold on;

%LINEA DISCRETA RIORDINATA [kNm]
scrsz = get(0, 'ScreenSize');
figure('Position', [10 40 0.97*scrsz(3) 0.85*scrsz(4)]);
puntiylx = puntiy(1,2:4);
puntiyls = puntiy(1,4:7);
puntiyl = [puntiyls puntiylx];
plot(puntix, puntiyl, '-rs', 'Color', [0.4 0.4 0.4], 'LineWidth', 1.5, 'MarkerEdgeColor', 'b', 'MarkerFaceColor', 'y', 'MarkerSize', 4);
grid on;
xlim([-10, L+10]);
% ylim([-0.1, 0.4]);
title('l. di i. TOT M_{APP} discreta, riordinata');
xlabel('x [m]');
ylabel(' [kNm]');
hold on;

%LINEA DISCRETA RIORDINATA tensioni [kN/m^2]
W = 0.0087;
puntiy_s = puntiyl/W;
scrsz = get(0, 'ScreenSize');
figure('Position', [10 40 0.97*scrsz(3) 0.85*scrsz(4)]);
plot(puntix, puntiy_s, '-rs', 'Color', [0.4 0.4 0.4], 'LineWidth', 1.5, 'MarkerEdgeColor', 'b', 'MarkerFaceColor', 'y', 'MarkerSize', 4);
grid on;
xlim([-10, L+10]);
title('Oscillogramma tensioni');
xlabel('t [s]');
ylabel(' [kN/m^2]');
hold on;

end

```

## APPENDICE B – APPLICAZIONE NUMERICA SUL SISTEMA COMBINATO ARCO-TRAVE

Ci si ripropone di seguire i passaggi definiti nella teoria esposta al paragrafo 7.5.7 (cioè la teoria di Raithel) e di cercare di validarli con il software di calcolo.

Si è quindi nella situazione in cui arco e trave possiedono rigidezze flessionali confrontabili; è necessario arrivare a valutare manualmente la quota parte di momento assorbito dalla trave e la parte assorbita dall'arco, per poi verificare che si trovino gli stessi valori tramite l'utilizzo di un software di calcolo.

### B.1. Dati del problema

Lo schema statico considerato da Raithel è il seguente:

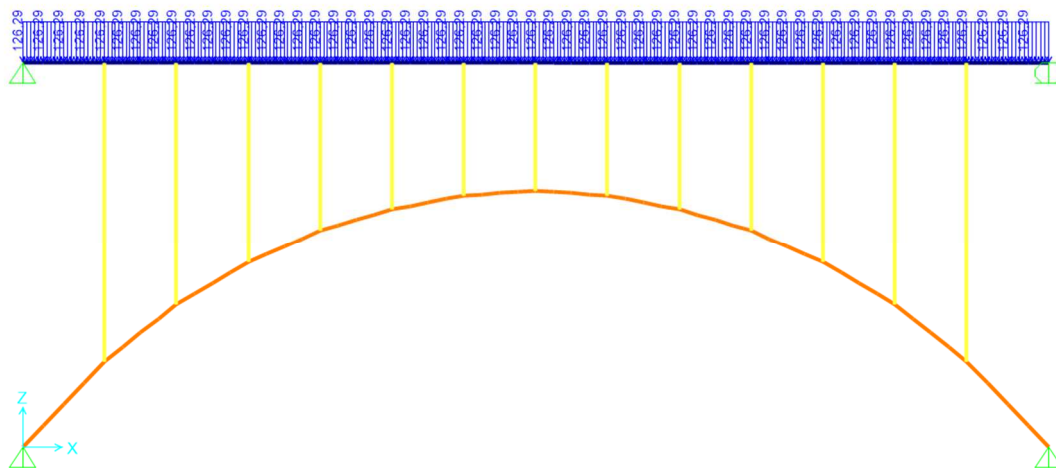


Figura 0-1 - Sistema collaborante a via superiore, modello 2D

Per validare la teoria, quindi, si utilizza uno schema statico a via superiore.

Le proprietà degli elementi strutturali sono le seguenti:

- $E_t = E_a = 2,1 \cdot 10^8 \text{ kPa}$
- $J_a = 0,00373 \text{ m}^4$
- $J_{t,medio} = 0,0346 \text{ m}^4$

- $A_a = 0,0642 \text{ m}^2$
- $q_{\text{distribuito}} = 126,29 \text{ kN/m}$
- $L = 40\text{m}$
- $f = 10\text{m}$

Da esse si può ricavare il rapporto fra i momenti d'inerzia:

$$\frac{J_t}{J_a} = \mathbf{9,28} \gg 1/25 = 0,04$$

e quindi evincere che si sta effettivamente analizzando un sistema combinato arco-trave (si veda paragrafo 7.5.2).

Inoltre, essendo:

$$\frac{E_a J_a}{E_t J_t} = \mathbf{0,11}$$

si intuisce che si è più vicini al caso di trave infinitamente rigida rispetto all'arco (ponte tipo Langer).

## **B.2. Studio dell'arco ideale, calcolo manuale**

Secondo la teoria di Raithel, per ricavare  $M_a$  ed  $M_t$  è necessario prima studiare un arco ideale avente area uguale a quello reale e un momento d'inerzia tale da soddisfare la seguente:

$$E_a J_{id} = E_a J_a + \frac{E_t J_t}{\cos\alpha} \rightarrow J_{id} = J_a + \frac{E_t J_t}{E_a \cos\alpha}$$

Scegliendo la sezione in chiave come quella rispetto alla quale si effettueranno i conti e il confronto fra calcolo manuale ed automatico, si ottiene:

$$\mathbf{J_{id} = 0,03833 \text{ m}^4}$$

essendo  $\alpha = 0^\circ$  e quindi  $\cos\alpha = 1$ .

Si procede quindi studiando un arco a due cerniere avente area pari a quella reale, cioè  $0,0642 \text{ m}^2$  e un momento d'inerzia pari a quello appena trovato.

Per un arco puro si è già detto che la legge che definisce la variazione del momento flettente globale lungo l'ascissa  $x$  è la seguente:

$$M(x) = M_a(x) + Hy(x)$$

che si intuisce meglio riferendosi alla seguente figura:

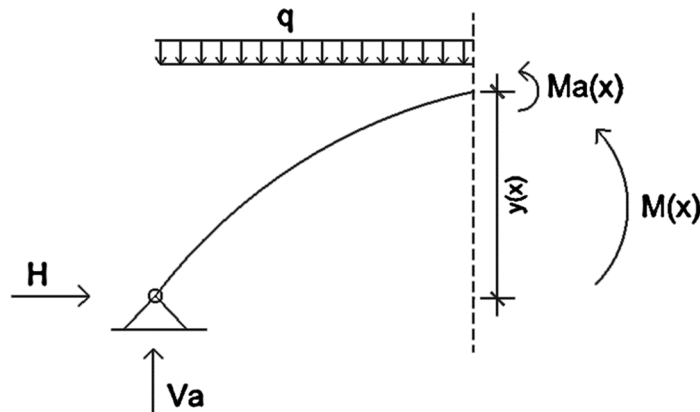


Figura 0-2 - Sollecitazioni su una parte di arco

$M(x)$  è il momento globale nella sezione di ascissa  $x$  e cioè corrispondente al momento di trave equivalente avente pari luce;  $M_a(x)$  è il momento sull'arco nella stessa sezione, cioè la quota parte di  $M(x)$  assorbita dall'arco. Infine,  $Hy(x)$  è la quota parte di momento generata dalla spinta  $H$ , avente braccio  $y(x)$  rispetto alla sezione dell'arco considerata.

L'incognita dunque è il momento sull'arco ideale, cioè  $M_a(x) = M_{id}(x)$ , che risulta:

$$M_{id}(x) = M(x) - Hy(x)$$

Fissando la sezione in chiave, si ha che:

- $M(x) = \frac{ql^2}{8} = \frac{126,29 \cdot (40^2)}{8} = 25258 \text{ kNm}$
- $y(x=20\text{m}) = 10\text{m}$

Rimane da valutare la spinta  $H$ , utilizzando il metodo della congruenza o quello della spinta addizionale per un arco a due cerniere.



### B.2.1 Calcolo della spinta tramite il metodo della congruenza

Si ipotizza di avere un arco parabolico soggetto a dei carichi casuali, distribuiti e concentrati, a differenze di temperatura e cedimenti vincolari:

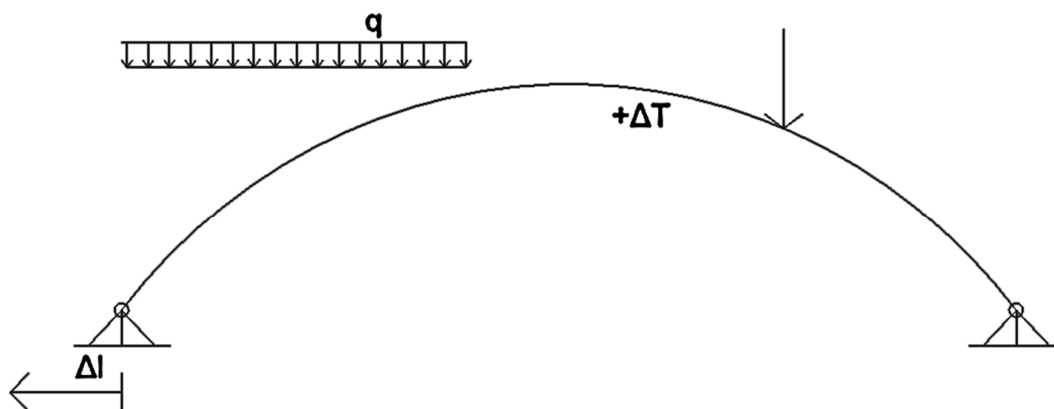


Figura 0-3 - Arco a due cerniere soggetto a diverse tipologie di carico

Per determinare  $H$ , si rende la struttura isostatica svincolando la cerniera di sinistra, per esempio; si mette quindi in evidenza la reazione del vincolo eliminato:

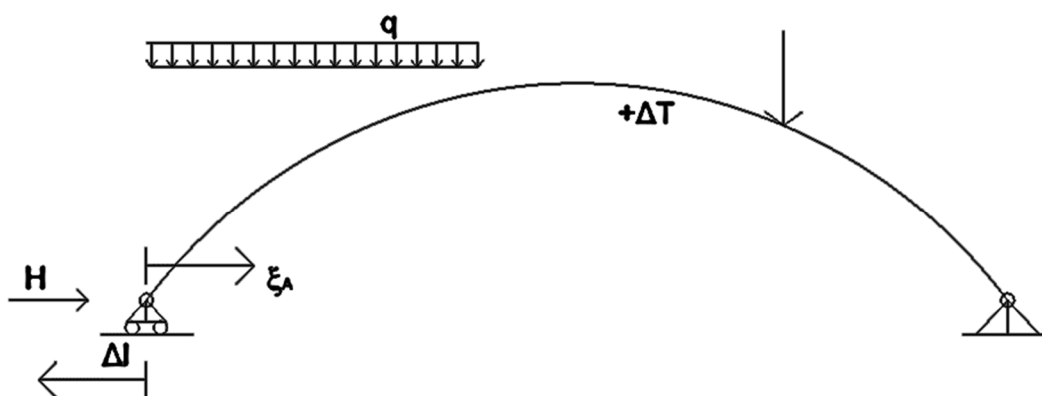


Figura 0-4 - Prima fase, spostamento provocato dai carichi e da  $H$ , sistema reale

Lo spostamento  $\xi_A$  dev'essere, per congruenza, pari al cedimento vincolare  $\Delta l$ ; infatti, essendo le cerniere fisse, la spinta dev'essere tale da accorciare la corda di quanto la farebbero allungare i carichi. Per cui:

$$\xi_A = -\Delta l$$

E' necessario, a questo punto esprimere lo spostamento  $\xi_A$  in funzione dei carichi; per farlo, si scrive il PLV tra il sistema reale e uno ausiliario, soggetto soltanto a una forza unitaria che lavori per lo spostamento cercato:

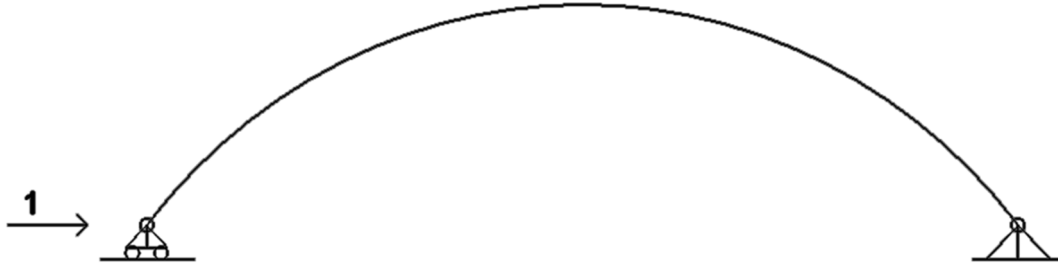


Figura 0-5 - Sistema ausiliario

- $L_{ve} = 1 \cdot \xi_A$
- $L_{vi} = \int_{\text{arco}} M' d\varphi + \int_{\text{arco}} N' dl + \int_{\text{arco}} T' d\gamma = \int_{\text{arco}} \frac{M' M ds}{EJ} + \int_{\text{arco}} N' \left( \frac{N ds}{EA} - \alpha_T \Delta T ds \right) + \int_{\text{arco}} \frac{T' \chi T ds}{GA}$

Il segno meno davanti alla deformazione per variazione di temperatura è dovuto al fatto che uno sforzo di compressione lavora per un allungamento dell'arco ( $\Delta T > 0$ ).

Si ha poi:

- $M = M_0 - Hy, N = N_0 - H \cos\theta, T = T_0 - H \sin\theta$
- $M' = -1 \cdot y, N' = -1 \cdot \cos\theta, T' = -1 \cdot \sin\theta$

dove  $M, N, V$  sono le sollecitazioni in una certa sezione sull'arco;  $M_0, N_0, V_0$  sono le sollecitazioni della trave equivalente (cioè quelle che si avrebbero su una trave di pari luce nella medesima sezione). Infine,  $M', N', V'$  sono le sollecitazioni sull'arco del sistema ausiliario.

Sviluppando i calcoli, si ottiene:

$$L_{vi} = \int_{\text{arco}} \frac{M' M ds}{EJ} + \int_{\text{arco}} N' \left( \frac{N ds}{EA} + \alpha_T \Delta T ds \right) + \int_{\text{arco}} \frac{T' \chi T ds}{GA} = \int_{\text{arco}} (-y)(M_0 - Hy) \frac{ds}{EJ} + \int_{\text{arco}} (-\cos\theta)(N_0 - H \cos\theta) \frac{ds}{EA} + \int_{\text{arco}} (-\cos\theta)(-\alpha_T \Delta T ds) + \int_{\text{arco}} (-\sin\theta)(T_0 - H \sin\theta) \frac{\chi ds}{GA} \quad \rightarrow L_{vi} = L_{ve}$$

$$\rightarrow \int_{\text{arco}} -M_0 y \frac{ds}{EJ} + \int_{\text{arco}} Hy^2 \frac{ds}{EJ} - \int_{\text{arco}} N_0 \cos\theta \frac{ds}{EA} + \int_{\text{arco}} H \cos^2\theta \frac{ds}{EA} +$$

$$\int_{\text{arco}} \alpha_T \Delta T dx + \int_{\text{arco}} -T_0 \sin\theta \frac{\chi ds}{GA} + \int_{\text{arco}} H \sin^2\theta \frac{\chi ds}{GA} = \xi_A$$

Applicando ora la congruenza:

$$\xi_A = H \left[ \int_{\text{arco}} y^2 \frac{ds}{EJ} + \int_{\text{arco}} \cos^2\theta \frac{ds}{EA} + \int_{\text{arco}} \sin^2\theta \frac{\chi ds}{GA} \right] - \int_{\text{arco}} M_0 y \frac{ds}{EJ} -$$

$$\int_{\text{arco}} N_0 \cos\theta \frac{ds}{EA} + \alpha_T \Delta T l - \int_{\text{arco}} T_0 \sin\theta \frac{\chi ds}{GA} = -\Delta l$$

e quindi si ottiene:

$$H = \frac{\left( \int_{\text{arco}} M_0 y \frac{ds}{EJ} + \int_{\text{arco}} N_0 \cos\theta \frac{ds}{EA} + \int_{\text{arco}} T_0 \sin\theta \frac{\chi ds}{GA} - \alpha_T \Delta T l - \Delta l \right)}{\int_{\text{arco}} y^2 \frac{ds}{EJ} + \int_{\text{arco}} \cos^2\theta \frac{ds}{EA} + \int_{\text{arco}} \sin^2\theta \frac{\chi ds}{GA}}$$

Questa è la formula generale della spinta per un arco a due cerniere.

Essa può essere semplificata se si pensa che a curva delle pressioni sia prossima all'asse dell'arco; in questo caso momento e taglio sull'arco sono trascurabili e si ha che  $N = -H/\cos\theta$ .

Applicando di nuovo il principio dei lavori virtuali e imponendo ora  $\Delta l = 0$ , si ha:

$$L_{vi} = \int_{\text{arco}} \frac{M' M ds}{EJ} + \int_{\text{arco}} N' \left( \frac{N ds}{EA} \right) = L_{ve} = \xi_A = -\Delta l = 0$$

$$0 = \int_{\text{arco}} (-y)(M_0 - Hy) \frac{ds}{EJ} + \int_{\text{arco}} (-\cos\theta) \left( -\frac{H}{\cos\theta} \right) \frac{ds}{EA} = - \int_{\text{arco}} M_0 y \frac{ds}{EJ} +$$

$$\int_{\text{arco}} Hy^2 \frac{ds}{EJ} + \int_{\text{arco}} H \frac{ds}{EA}$$

ottenendo quindi:

$$H = \frac{\int_{\text{arco}} \frac{M_0 y}{E_a J_a} ds}{\int_{\text{arco}} \frac{y^2}{E_a J_a} ds + \int_{\text{arco}} \frac{ds}{E_a A_a}}$$

Con riferimento ora al caso studio (e quindi coi dati elencati al paragrafo B.1), i calcoli manuali forniscono il seguente risultato:

- $y(x) = -0,02525x^2 + 1.01x$  equazione parabola arco

- $m_0(x) = V_A x - q \frac{x^2}{2} = 2525,8x - 63,145x^2$  equazione momento flettente della trave equivalente

$$H = \frac{0,676 \text{ m}}{2,70304 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{kN}} + 2,9669 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}}{\text{kN}}} = \mathbf{2473,74 \text{ kN}}$$

Nel caso in cui si trascuri il termine di deformazione assiale, si ha:

$$H = \frac{\int_{\text{arco}} \frac{M_0 y}{E_a J_{id}} ds}{\int_{\text{arco}} \frac{y^2}{E_a J_{id}} ds} = \frac{0,676 \text{ m}}{2,70304 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{kN}}} = \mathbf{2500,89 \text{ kN}}$$

Utilizzando invece la formula generale trascurando i cedimenti e le variazioni termiche si ha:

$$H = \frac{\left( \int_{\text{arco}} M_0 y \frac{ds}{EJ} + \int_{\text{arco}} N_0 \cos \theta \frac{ds}{EA} + \int_{\text{arco}} T_0 \sin \theta \frac{\chi ds}{GA} \right)}{\int_{\text{arco}} y^2 \frac{ds}{EJ} + \int_{\text{arco}} \cos^2 \theta \frac{ds}{EA} + \int_{\text{arco}} \sin^2 \theta \frac{\chi ds}{GA}}$$

- $\int_{\text{arco}} N_0 \cos \theta \frac{ds}{EA} = -\frac{ql^3}{8EA_a f} \left( 1 - \frac{1}{4f} \arctg \left( \frac{4f}{1} \right) \right) = 0,3297 \text{ m}$

$$N_0 = -q x \sin \theta \text{ (dovuto ai soli carichi verticali)}$$

- $\int_{\text{arco}} T_0 \sin \theta \frac{\chi ds}{GA} = \chi \frac{ql^3}{8GA_a f} \left( 1 - \frac{1}{4f} \arctg \left( \frac{4f}{1} \right) \right) = -1,7146 \text{ m}$

$$T_0 = q x \cos \theta \text{ (dovuto ai soli carichi verticali)}$$

- $\int_{\text{arco}} \sin^2 \theta \frac{\chi ds}{GA} = \chi \frac{1}{GA_a} \left( 1 - \frac{1}{4f} \arctg \left( \frac{4f}{1} \right) \right) = -6,788 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{kN}}$

$$\text{con } \int \frac{f'(x)}{1+f(x)^2} dx = \arctg(f(x)).$$

$$H = \frac{0,676 \text{ m} + 0,3297 \text{ m} - 1,7146 \text{ m}}{2,70304 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{kN}} + 1,335 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{kN}} - 6,788 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{kN}}} = \mathbf{2577,86 \text{ kN}}$$

avendo considerato  $\chi = 2$  in quanto la sezione dell'arco è circolare cava.

## B.2.2 Calcolo della spinta tramite il metodo della spinta addizionale

Si ha un arco parabolico soggetto a carichi distribuiti:

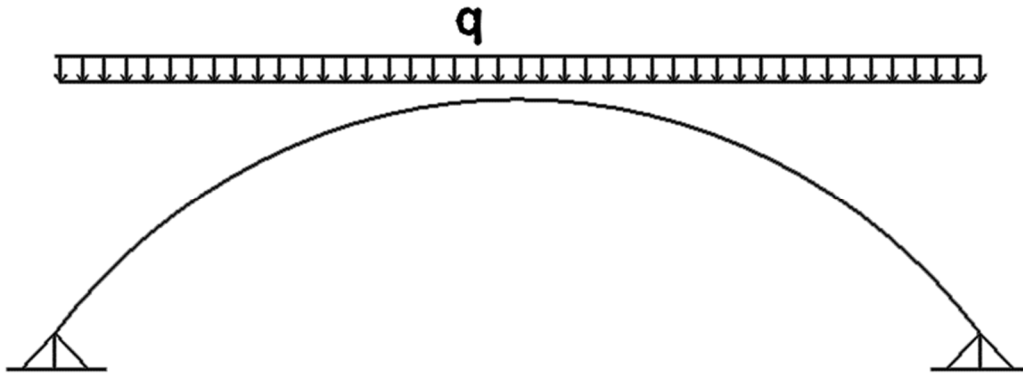


Figura 0-6 - Arco a due cerniere soggetto a carico distribuito

In prima fase si svincola la cerniera di sinistra mettendo in evidenza la reazione orizzontale cioè la spinta  $H_0$  dovuta ai carichi esterni; essa risulta pari a  $ql^2/8f$  in quanto la struttura è isostatica e i carichi sono distribuiti:

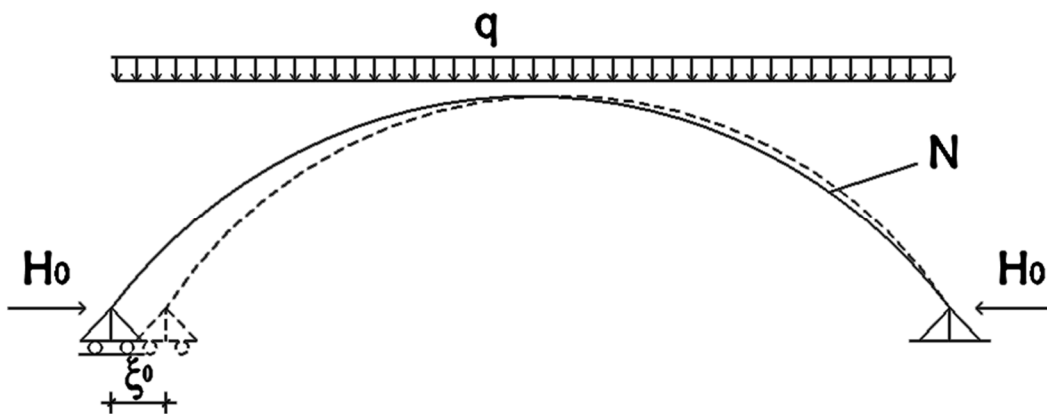


Figura 0-7 - Prima fase del metodo della spinta addizionale

Le sollecitazioni di prima fase sono quindi le seguenti:

- $H_0 = \frac{ql^2}{8f}$
- $N_0 = \frac{H_0}{\cos\theta}$  (sull'arco c'è solo N)

Lo spostamento  $\xi_0$  è la proiezione dell'accorciamento dell'arco dovuto allo sforzo  $N$  di compressione:

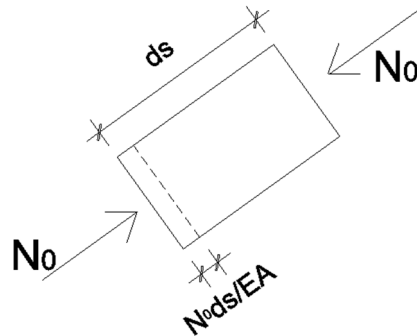


Figura 0-8 - Accorciamento nell'arco dovuto allo sforzo di compressione

$$\xi_0 = \int_{\text{arco}} \frac{N_0 ds}{EA} \cos\theta = \int_{\text{arco}} H_0 \frac{ds}{EA}$$

In seconda fase poi si applica alla cerniera di sinistra una forza  $\Delta H$  di segno opposto ad  $H$  per ripristinare il vincolo originario (quindi per congruenza); tale forza provocherà uno spostamento  $\xi$ :

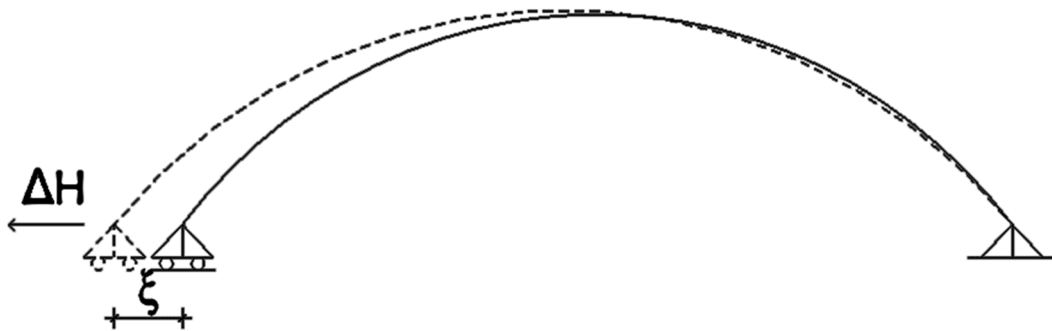


Figura 0-9 - Sistema deformante, seconda fase del metodo della spinta addizionale

Si applica il principio dei lavori virtuali fra il sistema deformante (Figura 0-9) e il sistema lavorante costituito da una singola forza unitaria agente nel verso della forza  $\Delta H$ :

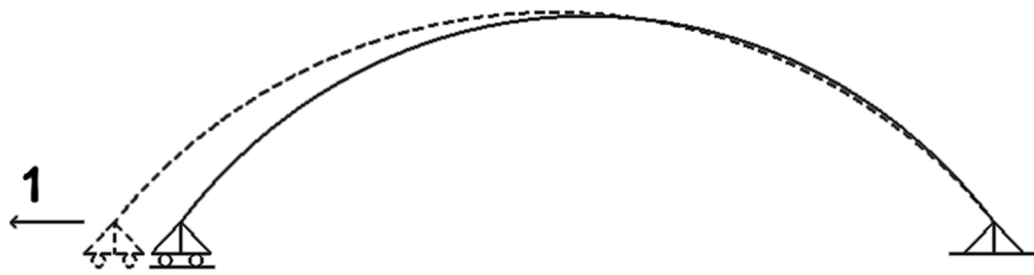


Figura 0-10 - Sistema lavorante, seconda fase del metodo della spinta addizionale

- $L_{ve} = 1 \cdot \xi$
- $L_{vi} = \int_{\text{arco}} M'M \frac{ds}{EJ} + \int_{\text{arco}} N'N \frac{ds}{EA} = \int_{\text{arco}} (y)(\Delta Hy) \frac{ds}{EJ} + \int_{\text{arco}} (\cos\theta)(\Delta H \cos\theta) \frac{ds}{EA} = \int_{\text{arco}} \Delta Hy^2 \frac{ds}{EJ} + \int_{\text{arco}} \Delta H \cos^2\theta \frac{ds}{EA}$

$$L_{vi} = L_{ve} \rightarrow \xi = \int_{\text{arco}} \Delta Hy^2 \frac{ds}{EJ} + \int_{\text{arco}} \Delta H \cos^2\theta \frac{ds}{EA}$$

Per congruenza dev'essere  $\xi = \xi_0$ :

$$\int_{\text{arco}} H_0 \frac{ds}{EA} = \int_{\text{arco}} \Delta Hy^2 \frac{ds}{EJ} + \int_{\text{arco}} \Delta H \cos^2\theta \frac{ds}{EA} \rightarrow$$

$$\rightarrow \Delta H = \frac{\int_{\text{arco}} H_0 \frac{ds}{EA}}{\int_{\text{arco}} y^2 \frac{ds}{EJ} + \int_{\text{arco}} \cos^2\theta \frac{ds}{EA}}$$

e, infine:

$$H = H_0 - \Delta H$$

Facendo i calcoli manuali con riferimento al caso studio, si ha:

$$H_0 = \frac{ql^2}{8f} = \frac{126,29 \cdot (40)^2}{8 \cdot 10} = 2525,8 \text{ kN}$$

$$\Delta H = \frac{7,4938 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{2,7 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{kN}} + 1,335 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{kN}}} = 18,57 \text{ kN}$$

$$\mathbf{H = 2525,8 - 18,57 = 2507,23 \text{ kN}}$$

dove nello sviluppo del secondo integrale a denominatore è stata utilizzata la seguente

trasformazione:  $\cos^2 \theta = \frac{1}{1+\text{tg}^2\theta} = \frac{1}{1+y(x)^{1/2}}$ .

Trascurando ora il termine di deformazione assiale si ha:

$$\Delta H = \frac{\int_{\text{arco}} H_0 \frac{ds}{E_a A_a}}{\int_{\text{arco}} y^2 \frac{ds}{E_a J_{id}}} = \frac{7,4938 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{2,7 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{kN}}} = 27,75 \text{ kN}$$

$$H = 2525,8 - 27,75 = \mathbf{2498,05 \text{ kN}}$$

Confrontando quest'ultimo valore con quello ricavato tramite il metodo della congruenza nel caso di assenza del termine di deformazione per sforzo normale, si nota che si discostano poco. Invece nel caso in cui viene considerato il termine con N, si hanno valori più differenti ma comunque abbastanza vicini di valore.

Ciò a conferma del fatto che utilizzando metodi diversi si dovrebbero ottenere valori più o meno uguali.

### **B.3. Calcolo dei momenti ripartiti, passaggio dall'arco ideale al sistema reale**

Una volta ricavato il valore della spinta H, è possibile ottenere il momento ideale  $M_{id}$  tramite la seguente:

$$M_{id}(x) = M(x) - Hy(x)$$

Si ricorda che si vuole ricavare  $M_{id}$  in chiave, quindi la sezione di interesse è a  $x = 20\text{m}$ :

$$M_{id}(x_s) = M(x) - Hy(x_s) = \frac{ql^2}{8} - 2473,74 \cdot 10 = 25258 - 2473,74 \cdot 10 = \mathbf{520,6 \text{ kNm}}$$

Tale momento ideale va ripartito fra arco e trave secondo i coefficienti di ripartizione, come dice la teoria di Raithel:

$$r_a = \frac{E_a J_a \cos \alpha}{E_a J_a \cos \alpha + E_t J_t} = \frac{2,1 \cdot 10^8 \cdot 0,00373}{2,1 \cdot 10^8 \cdot 0,00373 + 2,1 \cdot 10^8 \cdot 0,0346} = \mathbf{0,0973}$$

$$r_t = \frac{E_t J_t}{E_a J_a \cos \alpha + E_t J_t} = 1 - r_a = 1 - 0,0973 = \mathbf{0,9027}$$

Dunque:



$$\mathbf{M}_a = M_{id} \cdot r_a = 520,6 \cdot 0,0973 = \mathbf{50,65 \text{ kNm}}$$

$$\mathbf{M}_t = M_{id} \cdot r_t = 520,6 \cdot 0,9027 = \mathbf{469,95 \text{ kNm}}$$

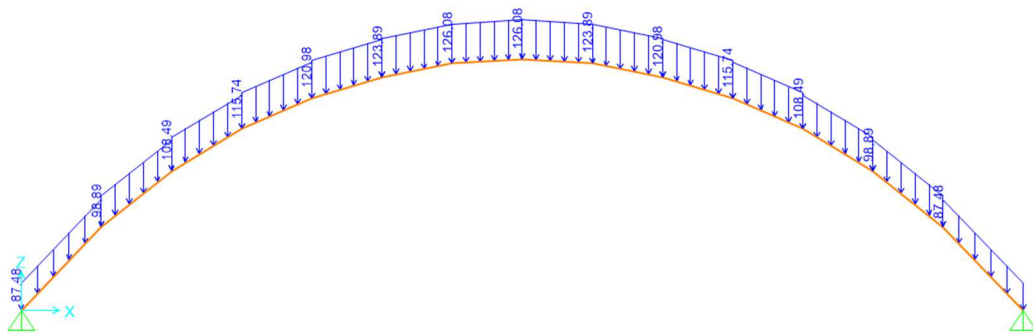
Nel paragrafo successivo si descrive il calcolo effettuato tramite software e si confrontano i risultati con quelli ottenuti manualmente.

Ci si aspetta di ottenere valori simili con un errore modesto.

#### B.4. Studio dell'arco ideale, calcolo automatico

Innanzitutto si vuole validare il calcolo dell'arco ideale.

Il modellino 2D a cui si fa riferimento è il seguente:



*Figura 0-11 - Modellino 2D dell'arco a due cerniere ideale*

Il carico è pari a 126,29 kN/m ed è stato applicato secondo la direzione della gravità proiettata sull'asse dell'arco, in modo tale da considerare il giusto valore del carico distribuito tenendo in conto l'inclinazione dell'arco.

L'area dell'arco è di 0,0642 m<sup>2</sup> e il momento d'inerzia è stato modificato (tramite *set modifiers*) con  $J_{id} = 0,03833 \text{ m}^4$ .

L'analisi statica lineare ha fornito il seguente risultato:

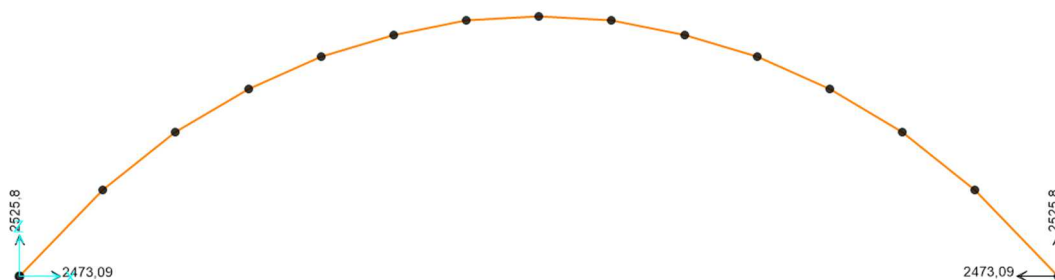


Figura 0-12 - Spinta arco a due cerniere ideale, carico distribuito

$$H = 2473,09 \text{ kN}$$

Confrontando tale valore con quelli ricavati manualmente tramite i due metodi, si intuisce che il metodo che approssima meglio il risultato è quello della congruenza che tiene in conto anche della deformabilità assiale. Infatti con esso si era ottenuta una spinta di 2473,1 kN.

Inoltre, il momento in chiave risulta pari a 527,1 kNm:

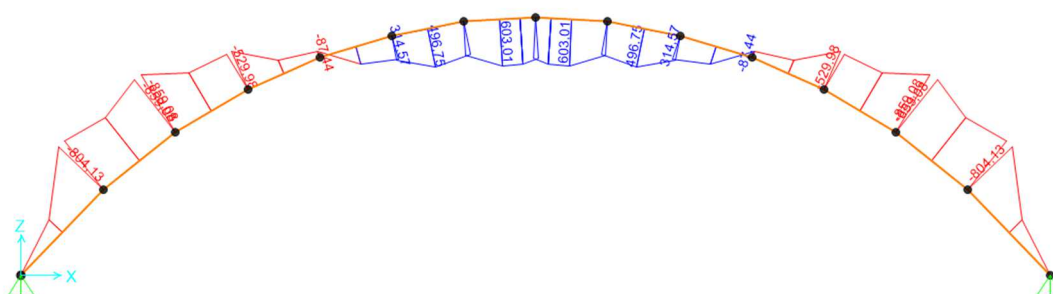
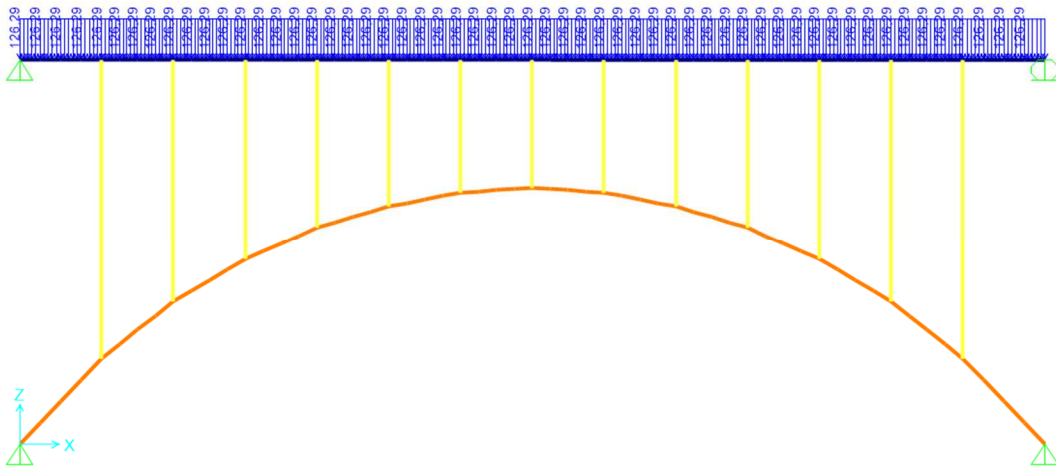


Figura 0-13 - Momento flettente, arco a due cerniere ideale, carico distribuito

Il momento ideale calcolato manualmente era  $M_{id} = 520,6 \text{ kNm}$  e quindi si riscontra anche in questo caso una buona concordanza fra i valori.

## B.5. Studio del ponte reale, calcolo automatico

Per validare la teoria, è stato creato un modellino 2D del ponte a via superiore di cui si è accennato al paragrafo B.1:



*Figura 0-14 - Modellino 2D, ponte ad arco a via superiore (teoria Raithe)*

In Figura 0-14 è mostrato il ponte con il numero esatto di pendini del caso studio.

Dato che l'ipotesi di base della teoria è l'uguaglianza degli spostamenti verticali di arco e trave in ogni sezione, ciò presupporrebbe una ideale presenza di un numero infinito di pendini.

Si è pensato quindi di creare una serie di modelli bidimensionali: a partire da un pendino solo, è stato aumentato il loro numero fino ad arrivare a uno molto elevato, caso corrispondente a pendini infiniti.

Al tendere all' 'infinito' del numero di pendini, quindi, ci si aspetta di ottenere valori di  $M_a$ ,  $M_t$  ed  $H_y$  abbastanza vicini a quelli calcolati manualmente. I pendini sono stati disposti sempre in numero dispari in modo da mantenere la simmetria e cercare di disporli a uguale distanza.

Le immagini seguenti rappresentano i modellini utilizzati:

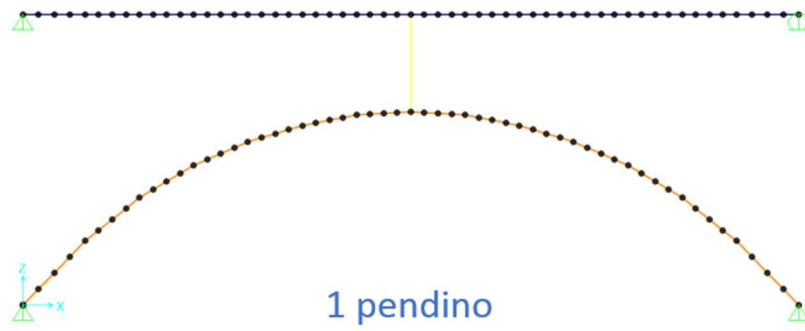


Figura 0-15 - Modellino 2D, ponte a via superiore, 1 pendino

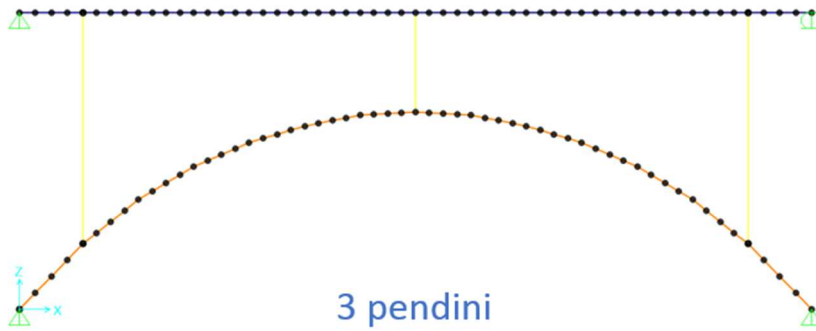


Figura 0-16 - Modellino 2D, ponte a via superiore, 3 pendini

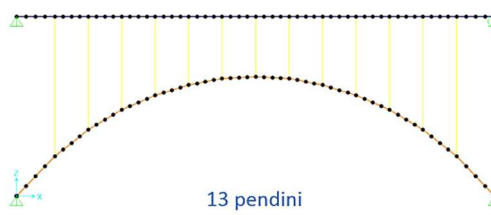
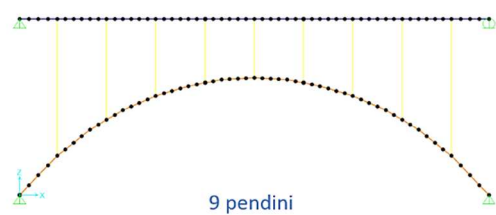
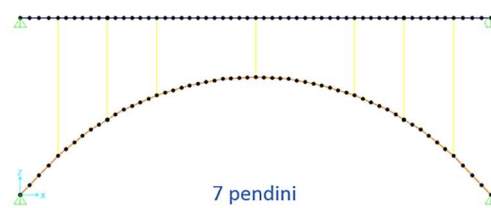
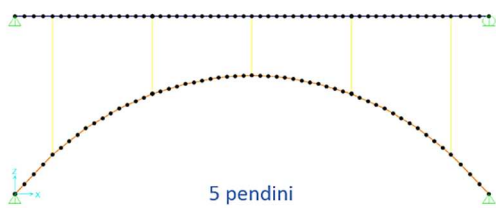
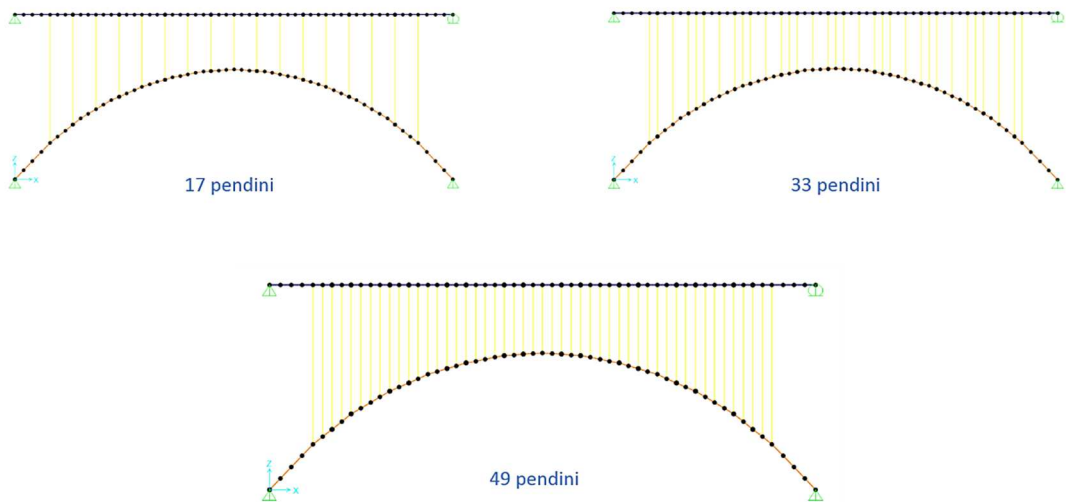
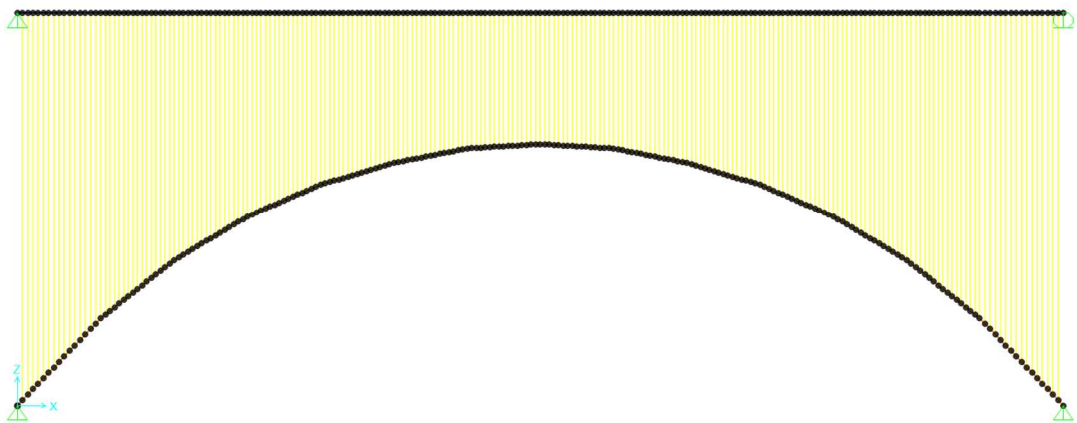


Figura 0-17 - Modellino 2D, ponte a via superiore, da 5 a 13 pendini



*Figura 0-18 - Modellino 2D, ponte a via superiore, da 17 a 49 pendini*



*Figura 0-19 - Modellino 2D, ponte a via superiore, 223 pendini*

Su ogni modellino è stata eseguita un'analisi statica lineare e sono stati raggruppati in una tabella i valori di  $H_y$  (momento dato dalla spinta),  $M_a$  (momento sull'arco),  $M_t$  (momento sulla trave) ed  $M_{tot}$  (momento in mezzeria di trave equivalente).

Il momento totale sarà ovviamente uguale per ogni caso in quanto carico e luce rimangono invariati; esso sarà inoltre pari alla somma dei momenti assorbiti dalla trave e dall'arco e del momento provocato dalla spinta  $H$ .

In ragione dell'altra ipotesi fondamentale della teoria di Raithel, cioè di pendini infinitamente rigidi assialmente, sono state effettuate due prove per ogni modellino: una con rigidezza assiale dei pendini reale e l'altra con rigidezza assiale infinita.

I risultati vengono mostrati nelle seguenti tabelle:

N° PENDINI	$M_{TOT} = ql^2/8$ [kNm] (x=20m)	$H_y$ [kNm] (y = 10m)	$M_A$ [kNm] (x=20m)	$M_T$ [kNm] (x=20m)	$M_A + M_T$ [kNm]
0	25258	0	0	25258	25258
1	25257,99	17805,9	5808,9	1643,19	7452,09
3	25258,04	22825,5	3229,03	-796,49	2432,54
5	25258,05	24215	587,41	455,64	1043,05
7	25258,04	24313	765,84	179,2 kNm	945,04
9	25257,97	24347,3	215,92	694,75	910,67
13	25258,01	24361,3	96,51	800,2	896,71
17	25257,96	24358,9	77,85	821,21	899,06
33	25257,96	24360,4	67,13	830,43	897,56
49	<b>25257,98</b>	<b>24362,2</b>	<b>64,14</b>	<b>831,64</b>	<b>895,78</b>
223	<b>25257,2</b>	<b>24362,3</b>	<b>61,43</b>	<b>833,47</b>	<b>894,9</b>

*Tabella 0-1 – Momenti caratteristici, ponte a via superiore, pendini infinitamente rigidi*

n° pendini	Mtot = $ql^2/8$ [kNm] (x=20m)	Hy [kNm] (y = 10m)	Ma [kNm] (x=20m)	Mt [kNm] (x=20m)	Ma + Mt [kNm]
0	25258	0	0	25258	25258
1	25258,05	15599,9	5089,2	4568,95	9658,15
3	25257,97	17642,7	4159,17	3456,1	7615,27
5	25257,98	21308,5	1345,41	2604,07	3949,46
7	25258	22223	986,43	2048,57	3035
9	25257,97	22650,8	569,22	2037,95	2607,17
13	25258,03	23135	350,53	1772,5	2123,03
17	25257,95	23382,8	253,03	1622,12	1875,15
33	25257,98	23803,3	141,68	1313	1454,68
49	<b>25258,01</b>	<b>23967,4</b>	<b>84,85</b>	<b>1205,76</b>	<b>1290,61</b>
223	<b>25257,11</b>	<b>24256,9</b>	<b>47,52</b>	<b>952,69</b>	<b>1000,21</b>

*Tabella 0-2 - Momenti caratteristici, ponte a via superiore, pendini con rigidezza reale*

Osservando le tabelle, si può dire che:

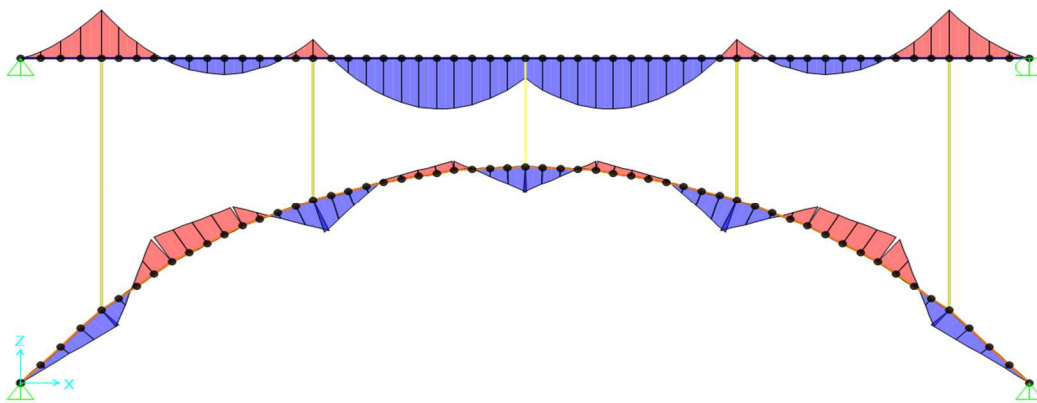
- Per n = 223 pendini, si riscontra una differenza non piccola fra i valori di Ma e Mt calcolati a mano e quelli ottenuti tramite software;
- Per il caso di pendini infinitamente rigidi assialmente:

$$M_{a, \text{manuale}} = 50,65 \text{ kNm} \neq 61,43 \text{ kNm}$$

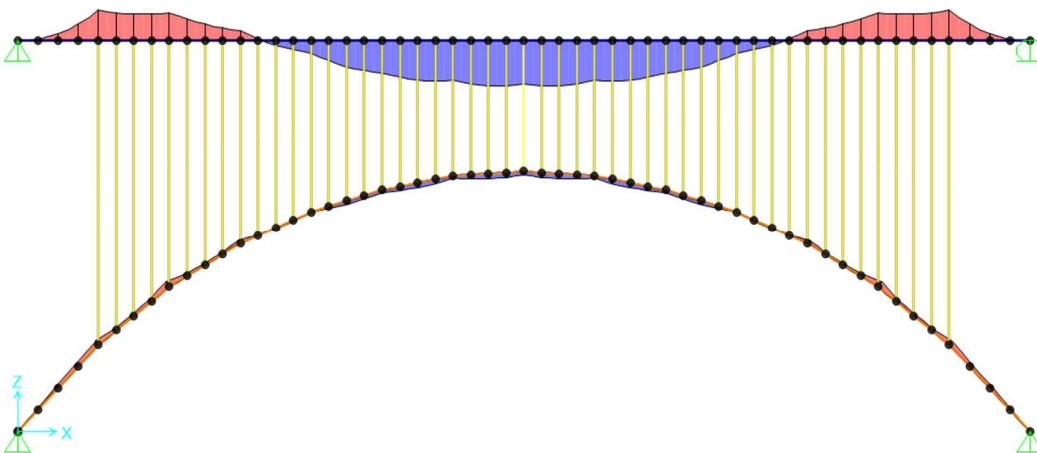
$$M_{t, \text{manuale}} = 469,95 \text{ kNm} \neq 833,47 \text{ kNm}$$

Sul valore di  $M_a$  c'è un errore più accettabile;  $M_t$  ricavato col software è il doppio. I valori di  $M_t + M_a$  e  $H_y$  si stabilizzano su un certo valore al tendere del numero di pendini ad un valore grande.

- Per ciascuno dei due casi, all'aumentare del numero di pendini, la coppia  $H_y$  aumenta e la somma delle coppie assorbite da arco e trave diminuisce; ciò ad indicare che viene trasmesso sempre più carico all'arco e quindi aumenta la spinta.
- Per pendini infinitamente rigidi si ha una spinta maggiore poiché essi trasmettono una sollecitazione maggiore, essendo più rigidi.
- All'aumentare del numero di pendini, il diagramma del momento su trave e arco diventa sempre più uniforme e piatto:



*Figura 0-20 - Momento flettente, ponte a via superiore, 5 pendini*



*Figura 0-21 - Momento flettente, ponte a via superiore, 49 pendini*



## **RINGRAZIAMENTI**

Vorrei tanto ringraziare il mio relatore, Prof. Ing. Stefano Silvestri, che si è confermato un ottimo professore sia dal punto di vista personale che dal punto di vista didattico: ha saputo infatti trasmettermi la sua passione per la materia e voglia di conoscenza, seguendo il mio lavoro di Tesi in modo costante, frequente e professionale, fornendomi spunti e suggerimenti utili. Inoltre, ha saputo rendere l'attività e gli incontri di revisione della tesi ancora di più un piacere, 'trasformandoli' in discussioni e confronti di idee. Lo ringrazio inoltre per la sua grande disponibilità.

Ringrazio inoltre il mio correlatore, Ing. Michele Bianchini, che ci ha fornito il materiale e lo spunto per la tesi, con argomenti di interesse rilevante.