

# Alma Mater Studiorum Università di Bologna

---

---

SCUOLA DI SCIENZE  
Corso di Laurea in Astronomia  
Dipartimento di Fisica e Astronomia

## PROCESSI DI SCATTERING IN ASTROFISICA

Tesi di laurea

Candidato:  
**Emilio Ceccotti**

Relatore:  
**Chiar.mo Prof.  
Daniele Dallacasa**

---

---

Sessione II  
Anno Accademico 2016-2017



## Abstract

Lo scattering è il processo in cui un'onda elettromagnetica interagisce con la materia, tipicamente un elettrone libero. In tale interazione l'onda cambia direzione e può modificare la propria energia. Se lo scattering produce solo un cambio di direzione, si parla di scattering Thomson, che risulta particolarmente importante per la definizione di sezione d'urto classica. Quando invece la radiazione perde energia e la trasferisce all'elettrone, si ha lo scattering Compton, viceversa, quando la radiazione guadagna energia sottraendola all'elettrone, si ha l'inverso Compton. Questi ultimi due processi producono una modifica nello spettro energetico (SED) di alcune regioni, fenomeno noto come Comptonizzazione. Nel caso in cui la Comptonizzazione agisca sullo spettro della radiazione cosmica di fondo (CMB), si ha l'effetto Sunyaev-Zel'dovich. In particolare, questo si suddivide in un effetto termico, dovuto agli elettroni liberi molto energetici di una regione che fanno inverse Compton sui fotoni della CMB, e in un effetto cinetico, dovuto al moto relativo della regione rispetto alla CMB. Nel presente scritto si focalizzerà l'attenzione su come si può misurare l'evoluzione della temperatura della CMB fino a redshift  $z = 1$ , che è un'applicazione del Sunyaev-Zel'dovich termico, e sul calcolo dell'effetto cinetico nell'alone di gas del Gruppo Locale.

# Indice

<b>1</b>	<b>Processi di scattering</b>	<b>1</b>
1.1	Scattering Thomson . . . . .	1
1.2	Scattering Compton . . . . .	3
1.3	Inverse Compton . . . . .	4
1.3.1	Synchrotron self-Compton . . . . .	5
1.4	Comptonizzazione . . . . .	6
1.4.1	Equazione di Kompaneets . . . . .	7
<b>2</b>	<b>Applicazioni astrofisiche</b>	<b>8</b>
2.1	Effetto Sunyaev-Zel'dovich . . . . .	8
2.1.1	Effetto tSZ: evoluzione di $T_{\text{CMB}}$ . . . . .	10
2.1.2	Effetto kSZ: gas nel Gruppo Locale . . . . .	12
	<b>Bibliografia</b>	<b>16</b>

# Capitolo 1

## Processi di scattering

In fisica si parla di scattering, o diffusione, quando un'onda elettromagnetica interagisce con della materia e cambia la propria direzione di propagazione. Questo processo può essere trattato come un urto elastico o anelastico. In particolare, in astrofisica, si ha a che fare con gli scattering Thomson, Compton e inverse Compton, di cui solo il primo è di tipo anelastico. Lo scattering Thomson fu studiato da J. J. Thomson, pubblicando la formula per la sezione d'urto nel 1906. Invece, nel 1923, A. H. Compton scoprì che la lunghezza d'onda dei raggi X hard aumentava quando veniva diffusa da un elettrone stazionario. Poiché questo processo è spiegabile solo considerando l'onda elettromagnetica come una particella, esso fu la prova definitiva della natura duale della luce. Se invece un'onda elettromagnetica poco energetica colpisce un elettrone in moto, la lunghezza d'onda della radiazione diminuisce e si parla di inverse Compton.

### 1.1 Scattering Thomson

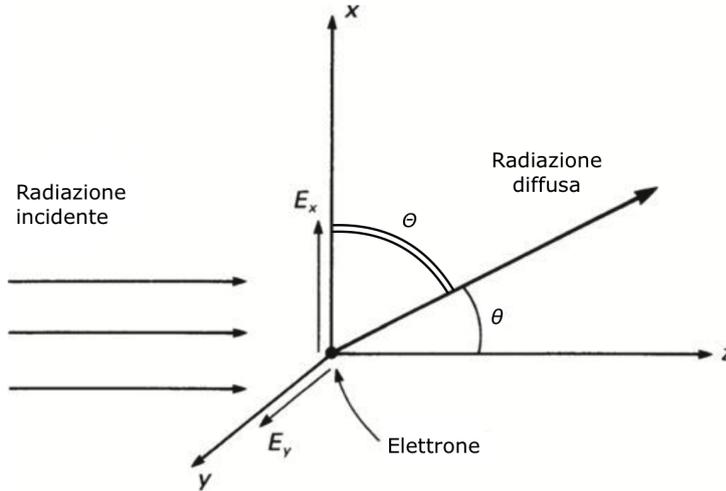
Il processo più facile da trattare è lo scattering Thomson, in cui l'onda elettromagnetica incidente su un elettrone libero, supposto stazionario, non cambia la propria energia. Affinché l'elettrone sia fermo, ci poniamo nel suo sistema di riferimento. Inoltre i fotoni della radiazione incidente devono essere poco energetici, in modo che  $h\nu \ll m_e c^2 = 0.511 \text{ MeV}$ .

Con riferimento alla Figura 1.1, consideriamo un fascio di radiazione coerente e non polarizzata che si muove in direzione  $z$ . Quando l'elettrone viene colpito, sente il campo elettrico dell'onda elettromagnetica e inizia ad oscillare, producendo radiazione di dipolo secondo la formula di Larmor:

$$\left\langle \frac{dW}{dt} \right\rangle = \left\langle \ddot{\mathbf{d}}^2 \right\rangle \frac{\sin^2 \Theta d\Omega}{4\pi c^3} = \left\langle \ddot{\mathbf{r}}^2 \right\rangle \frac{e^2 \sin^2 \Theta d\Omega}{4\pi c^3} \quad (1.1)$$

La radiazione viene diffusa in direzione  $\vartheta$  senza variazioni di energia e si nota che  $\sin^2 \Theta = \cos^2 \vartheta$ . Il campo elettrico presenta due componenti, una in  $x$  e una in  $y$ , quindi l'elettrone sente due accelerazioni del tipo  $\ddot{r}_k = eE_k/m_e$  con  $k = x, y$ , dove  $E_k = E_{0k} \sin(\omega_0 t)$ . Quindi si ha  $\langle E_k^2 \rangle = E_{0k}^2/2$  e sostituendo il tutto nella (1.1), si ottengono le potenze emesse nei piani  $x-z$  e  $y-z$ :

$$\left\langle \frac{dW}{dt} \right\rangle_x = \frac{e^4 E_{0x}^2}{8\pi m_e^2 c^3} \cos^2 \vartheta d\Omega \quad , \quad \left\langle \frac{dW}{dt} \right\rangle_y = \frac{e^4 E_{0y}^2}{8\pi m_e^2 c^3} d\Omega \quad (1.2)$$



**Figura 1.1:** Geometria dello scattering Thomson (LONGAIR 2011, p. 232).

dove  $\cos^2 \vartheta = 1$  nel piano  $y-z$ , dato che  $\vartheta = 0$ . L'energia incidente per unità di area è data dal vettore di Poynting, che mediato nel tempo è pari a  $\langle S_k \rangle = cE_{0k}^2/8\pi$ . Poiché  $S = S_x + S_y$  e  $S_x = S_y$  per radiazione non polarizzata, sostituendo nella (1.2) si ha

$$\left\langle \frac{dW}{dt} \right\rangle_x = \frac{e^4}{m_e^2 c^4} \frac{\langle S \rangle}{2} \cos^2 \vartheta d\Omega \quad , \quad \left\langle \frac{dW}{dt} \right\rangle_y = \frac{e^4}{m_e^2 c^4} \frac{\langle S \rangle}{2} d\Omega \quad (1.3)$$

La potenza totale emessa nello scattering Thomson è data dalla somma dei due contributi:

$$\left\langle \frac{dW}{dt} \right\rangle = \frac{e^2 \langle S \rangle}{2m_e^2 c^4} (1 + \cos^2 \vartheta) d\Omega \quad (1.4)$$

Il risultato più importante di questa trattazione è la *sezione d'urto Thomson*, che si ottiene a partire dalla sezione d'urto differenziale:

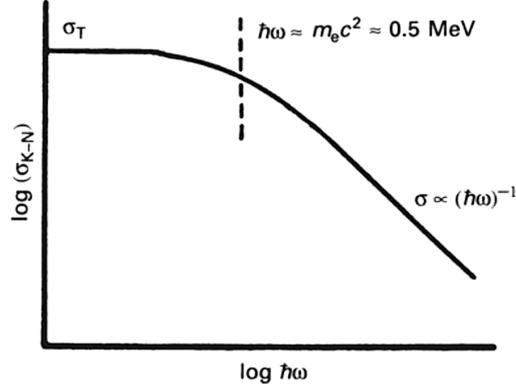
$$d\sigma_T = \frac{\langle dW/dt \rangle}{\langle S \rangle} = \frac{e^2}{2m_e^2 c^4} (1 + \cos^2 \vartheta) d\Omega = \frac{r_e^2}{2} (1 + \cos^2 \vartheta) d\Omega \quad (1.5)$$

dove  $r_e = e/m_e c^2 = 2.82 \cdot 10^{-13}$  cm è il raggio classico dell'elettrone. Integrando nell'angolo solido, si ottiene la sezione d'urto Thomson:

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} r_e^2 = 6.65 \cdot 10^{-25} \text{ cm}^2 \quad (1.6)$$

che esprime la dimensione superficiale di un elettrone fermo vista da un fotone poco energetico. Sia  $\sigma_T$  che  $d\sigma_T$  non dipendono dalla frequenza, perciò lo scattering avviene in egual modo a tutte le frequenze.

Poiché l'elettrone oscilla ed emette radiazione di dipolo, si ha una simmetria avanti-dietro e quindi gli elettroni liberi fungono da specchi per i fotoni incidenti. Questo è il processo che ha permesso di osservare la radiazione prodotta dai dischi di accrescimento negli AGN circondati da uno spesso toro di polveri, il quale ne impediva l'osservazione diretta. Se poi è presente un campo magnetico, che dà una direzione preferenziale di oscillazione all'elettrone, la radiazione prodotta dallo scattering Thomson risulta polarizzata, anche se quella incidente non lo è. Solo questo tipo di diffusione produce radiazione polarizzata senza modificare la distribuzione spettrale (SED) dell'oggetto d'origine. Solo le righe appariranno più larghe (allargamento Doppler), dato che la luce deve percorrere distanze maggiori a seguito della riflessione.



**Figura 1.2:** Schema dell'andamento della sezione d'urto di Klein-Nishina in funzione dell'energia del fotone. Si ricorda che  $h = 2\pi\hbar$  e  $\nu = \omega/2\pi$ , quindi  $h\nu = \hbar\omega$  (LONGAIR 2011, p. 272).

## 1.2 Scattering Compton

Lo scattering Compton è il processo in cui un'onda elettromagnetica molto energetica, con  $h\nu \gg m_e c^2$ , perde energia a seguito dell'interazione con un elettrone stazionario. A differenza dello scattering Thomson, il Compton è un urto elastico, poiché l'energia persa dalla radiazione viene trasferita all'elettrone, che si mette in moto con una certa energia e una certa quantità di moto (effetto rinculo). Per spiegare questo processo il fotone deve essere visto non come un'onda, ma come una particella avente energia e quantità di moto definite.

Prima dell'interazione l'elettrone è supposto fermo, con un'energia  $E_{e,i} = m_e c^2$  data dalla sua massa a riposo. Il fotone invece possiede un'energia  $\varepsilon_{\gamma,i} = h\nu_i$  e un momento  $p_{\gamma,i} = h\nu_i/c$ . Dopo l'interazione l'elettrone si mette in moto con un momento  $p_{e,f} = \gamma m_e v_e$  e un'energia  $E_{e,f} = \sqrt{p_{e,f}^2 c^2 + m_e^2 c^4}$ . I valori totali di energia e di quantità di moto prima e dopo l'urto si devono conservare, quindi uguagliando e mettendo a sistema si ottiene il *Compton shift* in termini di lunghezze d'onda:

$$\lambda_f - \lambda_i = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \vartheta) = \lambda_c (1 - \cos \vartheta) \quad (1.7)$$

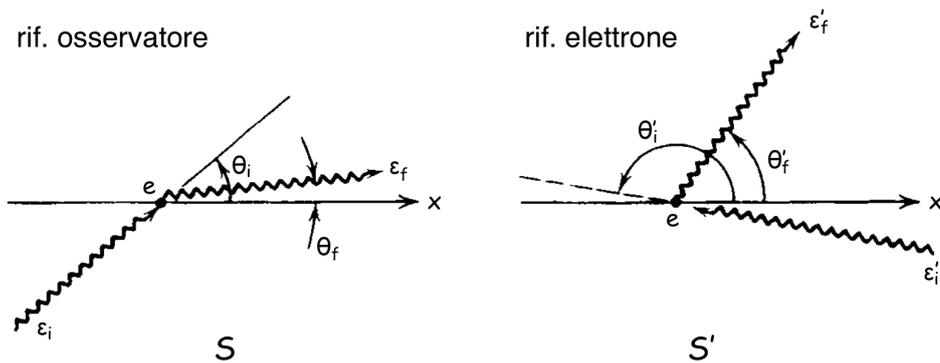
dove  $\vartheta$  è l'angolo di diffusione della radiazione rispetto alla direzione di incidenza (si veda Figura 1.1) e  $\lambda_c = 0.02426 \text{ \AA}$  è la lunghezza d'onda Compton. Qualunque sia l'angolo di scattering si ha sempre  $\lambda_f \geq \lambda_i$ . Dalla (1.7) si ricava l'energia finale del fotone diffuso:

$$h\nu_f = \frac{h\nu_i}{1 + (h\nu_i/m_e c^2)(1 - \cos \vartheta)} \quad (1.8)$$

Si nota che se  $\vartheta = 0$  il fotone non modifica la propria energia, cioè  $h\nu_f = h\nu_i$ . Questo avviene anche quando  $h\nu_i \ll m_e c^2 \approx 0.5 \text{ MeV}$  ( $\lambda_i \gg \lambda_c$ ), riconducendoci allo scattering Thomson. Solo i fotoni X hard e i raggi gamma hanno energia sufficientemente elevate per fare scattering Compton.

A causa delle energie elevate del fotone incidente, la sezione d'urto Thomson non è più applicabile e bisogna introdurre la sezione d'urto quanto-relativistica di *Klein-Nishina*:

$$\sigma_{\text{KN}} = \pi r_e^2 \frac{1}{x} \left\{ \left[ 1 - \frac{2(x+1)}{x^2} \right] \ln(2x+1) + \frac{1}{2} + \frac{4}{x} - \frac{1}{2(2x+1)^2} \right\} \quad (1.9)$$



**Figura 1.3:** Geometria dell'inverse Compton scattering nei sistemi di riferimento dell'osservatore (*sinistra*), in cui l'elettrone si muove con velocità  $v \approx c$ , e dell'elettrone, in cui si verifica l'effetto Doppler relativistico (RYBICKI e Lightman 1979, p. 198).

dove  $x = h\nu/m_e c^2$ . L'andamento della relazione (1.9) è rappresentato in Figura 1.2. Se  $x \ll 1$  (regime classico, Thomson) allora  $\sigma_{\text{KN}} \approx \sigma_{\text{T}}$ , mentre se  $x \gg 1$  (regime ultra-relativistico, Compton) si ha  $\sigma_{\text{KN}} \propto x^{-1}$ . In particolare  $d\sigma_{\text{KN}}$  dipende dalla probabilità d'interazione fotone-elettrone e dall'angolo di diffusione e per lo scattering Thomson si ha  $P(h\nu, \vartheta) = 1$ .

### 1.3 Inverse Compton

L'inverse Compton (IC) è il processo di scattering più importante nell'astrofisica delle alte energie. Nel caso in cui gli elettroni siano ultra-relativistici, con  $m_e c^2 \gg h\nu_i$ , parte della loro energia viene trasferita a fotoni incidenti poco energetici, che vengono così portati a energie nettamente superiori, in modo che  $h\nu_f > h\nu_i$ .

Come si vede in Figura 1.3, nell'inverse Compton non possiamo considerare solo il sistema di riferimento  $\mathcal{S}'$  in cui l'elettrone è fermo, ma dobbiamo tenere conto anche del riferimento dell'osservatore  $\mathcal{S}$  in cui l'elettrone si muove con  $v \approx c$ . Per l'effetto Doppler relativistico, in  $\mathcal{S}'$  si ha  $h\nu'_i = h\nu_i \gamma (1 - \beta \cos \vartheta_i)$ . In questo riferimento vale lo scattering Thomson, con  $h\nu'_i \ll m_e c^2$ , quindi  $h\nu'_i = h\nu'_f$ . Tornando in  $\mathcal{S}$  si ottiene

$$h\nu_f = h\nu'_f \gamma (1 + \beta \cos \vartheta'_f) = h\nu_i \gamma^2 (1 - \beta \cos \vartheta_i) (1 + \beta \cos \vartheta'_f) \quad (1.10)$$

Il fotone guadagna il massimo di energia nel caso di urto frontale, con  $\vartheta_i = \pi$  e  $\vartheta'_f = 0$ . Poiché  $\beta \approx 1$ , sostituendo nella (1.10) si ha

$$h\nu_f \approx 4\gamma^2 h\nu_i \quad (1.11)$$

L'elettrone è ultra-relativistico, quindi la radiazione diffusa viene concentrata nella direzione del moto in un cono di semi-apertura  $1/\gamma$  (*beaming relativistico*), nel quale si osserva il fattore  $\gamma^2$  ricavato nella (1.11). L'inverse Compton è perciò un metodo molto efficiente per trasferire energia a fotoni poco energetici. Ad esempio, se gli elettroni hanno  $\gamma \approx 10^3$  possono diffondere radiazione dal Radio all'UV, dal F-IR ai raggi X e dall'Ottico ai raggi  $\gamma$ .

L'energia emessa nell'inverse Compton si ricava in modo analogo a quanto fatto per lo scattering Thomson, dato che tale quantità è invariante sotto trasformazione di

Lorentz, cioè  $dW/dt = dW'/dt'$ . L'energia netta persa dagli elettroni e convertita in un aumento dell'energia dei fotoni è pari a

$$\left(\frac{dW}{dt}\right)_{\text{IC}} = \frac{4}{3}\sigma_{\text{T}}c\gamma^2\beta^2U_{\text{rad}} \quad (1.12)$$

dove  $U_{\text{rad}}$  è la densità di energia del campo di radiazione (sincrotrone, CMB<sup>1</sup>, ...). Poiché il numero di fotoni diffusi per unità di tempo è  $\sigma_{\text{T}}cU_{\text{rad}}/h\nu_i$ , l'energia media di un singolo fotone è  $h\bar{\nu}_f \approx (4/3)\gamma^2h\nu_i$ , sottolineando nuovamente il fatto che il fotone guadagna un fattore  $\gamma$  trasformandosi da  $\mathcal{S}$  a  $\mathcal{S}'$  e ne guadagna poi un altro tornando in  $\mathcal{S}$ .

### 1.3.1 Synchrotron self-Compton

L'espressione (1.12) è simile alla potenza emessa dagli elettroni ultra-relativistici nel caso di radiazione di sincrotrone:

$$\left(\frac{dW}{dt}\right)_{\text{sync}} = \frac{4}{3}\sigma_{\text{T}}c\gamma^2\beta^2U_{\text{mag}} \quad (1.13)$$

dove in questo caso  $U_{\text{mag}} = H^2/8\pi$  è la densità di energia del campo magnetico. Il motivo di tale somiglianza è dovuto al fatto che l'energia emessa dipende solo dal campo elettrico che accelera gli elettroni e non dall'origine di tale campo. Nel caso di sincrotrone il campo elettrico è dato dal moto degli elettroni nel campo magnetico,  $\vec{v} \times \vec{H}$ , mentre nel caso di inverse Compton è dato dalla somma dei campi elettrici delle onde elettromagnetiche incidenti sull'elettrone.

Se la sorgente è molto compatta, gli stessi elettroni che emettono radiazione di sincrotrone nel Radio fanno inverse Compton con tale radiazione, diffondendola a energie superiori. Questo processo è noto come *synchrotron self-Compton* (SSC). In particolare, si ha il seguente importante risultato:

$$\eta = \frac{(dW/dt)_{\text{IC}}}{(dW/dt)_{\text{sync}}} = \frac{U_{\text{rad}}}{H^2/8\pi} \quad (1.14)$$

Se misuriamo la luminosità in banda X (IC) e in banda Radio (sincrotrone) in una certa regione, conoscendo la densità di energia del campo di radiazione (tipicamente CMB) è possibile stimare il valore del campo magnetico.

Consideriamo una sorgente sferica di raggio  $R$ , a una distanza  $d$  dall'osservatore. Se la regione è molto compatta, la radiazione emessa viene auto-assorbita e possiamo considerare il flusso nell'approssimazione di Rayleigh-Jeans:

$$S(\nu) \approx 2kT_e \frac{\nu^2}{c^2} \Omega = 2kT_B \frac{\nu^2 R^2}{c^2 d^2} \quad (1.15)$$

dove  $T_e$  è la temperatura cinetica degli elettroni, che risulta uguale alla temperatura di brillantezza  $T_B$  nel caso di auto-assorbimento. La luminosità Radio dovuta al sincrotrone è  $L(\nu) = 4\pi d^2 S(\nu)$  e la densità di energia del campo di radiazione è data da

$$U_{\text{rad}} = \frac{L(\nu)\nu}{c4\pi R^2} \approx 2kT_B \frac{\nu^3}{c^3} \quad (1.16)$$

<sup>1</sup> *Cosmic Microwave Background*, radiazione cosmica di fondo (nelle microonde).

La frequenza caratteristica di emissione di sincrotrone è  $\nu \approx \gamma^2 H$  e  $\gamma m_e c^2 \approx 3kT_B$  in caso di equilibrio termico. Quindi  $\gamma \propto T_B$ , da cui si ha  $H \approx \nu/\gamma^2 \propto \nu/T_B^2$ . Sostituendo i risultati ottenuti nel rapporto (1.14) si ha  $\eta \propto \nu T_B^5$ . In particolare, se  $\eta = 1$  allora

$$T_B = 10^{12} \left( \frac{1 \text{ GHz}}{\nu} \right)^{1/5} \text{ K} \quad (1.17)$$

Questo rappresenta un valore limite, poiché se  $\eta > 1$ , si ha  $T_B > 10^{12} \text{ K}$  e prevale l'emissione di inverse Compton. Questo porta alla *catastrofe Compton*, fenomeno in cui i fotoni poco energetici prodotti dal sincrotrone vengono portati a energie sempre più alte (Radio  $\rightarrow$  X  $\rightarrow$   $\gamma \rightarrow \dots$ ). La temperatura di brillantezza  $T_B$  viene misurata nella regione di auto-assorbimento di sincrotrone e se si trovasse una  $T_B > 10^{12} \text{ K}$  ciò significherebbe che la stessa radiosorgente dovrebbe essere anche una sorgente molto potente di raggi X e  $\gamma$ . Ma quando tale fenomeno viene osservato, non si trova alcuna radiazione eccessiva alle alte energie. Questo perché la radiazione che osserviamo è soggetta all'effetto Doppler relativistico, che modifica sia la temperatura che la frequenza di un fattore  $k$ , cioè  $T_{\text{oss}} = kT_0$  e  $\nu_{\text{oss}} = k\nu_0$ . Allora  $\eta \propto \nu_{\text{oss}} T_{\text{oss}}^5 = k^6 \nu_0 T_0^5$ , da cui si vede che se  $k \gg 1$  si ha  $T_{B,\text{oss}} > 10^{12} \text{ K}$ , ma  $T_{B,0} < 10^{12} \text{ K}$  e non si ha nessuna catastrofe Compton.

## 1.4 Comptonizzazione

Lo spettro energetico di una regione può essere modificato a seguito di scattering multipli e in questo caso si parla di *Comptonizzazione*. Gli effetti della Comptonizzazione sono importanti se il plasma è molto caldo, in modo che lo scambio di energia nelle collisioni sia elevato. In ogni caso, ci limitiamo a considerare elettroni non relativistici, con  $v \ll c$  ( $\gamma = 1$ ,  $\beta \neq 1$ ), e in equilibrio termico, con  $m_e v^2 = 3kT$ .

Quando i fotoni vengono diffusi, se perdono energia tramite scattering Compton, dalla (1.7) si ha

$$\left\langle \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} \right\rangle = -\frac{h\nu}{m_e c^2} \quad (1.18)$$

mentre se la guadagnano tramite inverse Compton, dall'espressione (1.12) si ha

$$\left\langle \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} \right\rangle = \frac{4}{3} \left( \frac{v}{c} \right)^2 = \frac{4kT}{m_e c^2} \quad (1.19)$$

L'energia netta trasferita nel caso di scattering multipli è data dalla somma dei due processi:

$$\left\langle \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} \right\rangle = \frac{4kT - h\nu}{m_e c^2} \quad (1.20)$$

Se  $h\nu = 4kT$  non si ha trasferimento di energia, i fotoni perdono e guadagnano energia in egual misura. Se  $4kT > h\nu$  i fotoni guadagnano energia a discapito degli elettroni, mentre se  $h\nu > 4kT$  l'energia viene trasferita agli elettroni.

Consideriamo una regione in cui gli elettroni sono molto più caldi dei fotoni, in modo che  $\langle \Delta\varepsilon/\varepsilon \rangle \approx 4kT/m_e c^2$  per ogni interazione. Il numero di collisioni che un fotone subisce prima di uscire dalla regione dipende dalla profondità ottica Thomson, che si ricava essere pari a  $\tau_e = n_e \sigma_T l$ , dove  $n_e$  è la densità di elettroni e  $l$  è la dimensione della regione. Il libero cammino medio dei fotoni è  $\lambda_e = (n_e \sigma_T)^{-1}$ . Se  $\tau_e \gg 1$  l'energia

dei fotoni viene modificata significativamente e il numero di scattering subiti è pari a  $N = (l/\lambda_e)^2 = \tau_e^2$ . L'energia totale guadagnata deve tener conto di questo fattore:

$$\left\langle \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} \right\rangle_{\text{tot}} \approx \frac{4kT}{m_e c^2} N \quad (1.21)$$

Da questa espressione si ricava l'energia finale di un fotone quando esce dalla regione di scattering:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 e^{(4kT/m_e c^2)N} = \varepsilon_0 e^{4y} \quad (1.22)$$

dove  $y = (kT/m_e c^2)\tau_e^2$  è il *parametro Compton*, noto anche come profondità ottica Compton (LONGAIR 2011). Questo parametro è di fondamentale importanza e permette di stabilire quanto uno spettro venga modificato a seguito di scattering multipli. Tipicamente la condizione affinché la Comptonizzazione modifichi significativamente lo spettro dei fotoni è  $y \gtrsim 1/4$ .

Quando la Comptonizzazione è forte, con  $y \gg 1$ , l'energia dei fotoni si satura a  $\varepsilon = 4kT$  e si raggiunge l'equilibrio. Dalla relazione (1.22) si ricava il numero di scattering necessari per raggiungere la saturazione:

$$N = \frac{m_e c^2}{4kT} \ln \left( \frac{4kT}{h\nu} \right) = \tau_e^2 \quad (1.23)$$

All'equilibrio i fotoni devono seguire la distribuzione di Bose-Einstein:

$$u(\nu) d\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT+\mu} - 1} d\nu \quad (1.24)$$

dove  $\mu$  è il potenziale chimico ( $\mu = 0$  nella funzione di Planck). Se  $h\nu/kT + \mu \gg 1$  si ha  $u(\nu) d\nu \propto \nu^3 e^{-h\nu/kT} e^{-\mu}$ , che è la legge di Wien modificata dal potenziale chimico. Uno spettro viene modificato alle alte energie, dove sono giunti i fotoni dopo numerosi scattering Compton-IC, con un aumento dell'intensità, mentre alle basse energie, se non si ha un'emissione predominante, si osserva una diminuzione dei fotoni.

### 1.4.1 Equazione di Kompaneets

Nel caso in cui si abbia a che fare con valori intermedi del parametro  $y$ , l'esatta descrizione della Comptonizzazione è data dall'*equazione di Kompaneets*:

$$\frac{\partial n}{\partial y} = \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left[ x^4 \left( n + n^2 + \frac{\partial n}{\partial x} \right) \right] \quad (1.25)$$

dove  $x = h\nu/kT$  e  $n$  è il numero di occupazione degli stati per i fotoni, descritto dalla statistica di Bose-Einstein. L'equazione di Kompaneets descrive l'evoluzione temporale della distribuzione dei fotoni dovuta a diversi scattering Compton e inverse Compton (non relativistici). Il termine in  $n$  della relazione (1.25) indica il raffreddamento dei fotoni o degli elettroni che hanno subito il rinculo, mentre  $n^2$  è legato all'emissione stimolata dello scattering. L'aumento o diminuzione del numero di fotoni nello spazio delle fasi dovuto all'effetto Doppler è invece descritto dal termine  $\partial n/\partial x$ .

# Capitolo 2

## Applicazioni astrofisiche

L'inverse Compton è un processo fondamentale in astrofisica, in particolare alle alte energie. Ad esempio, si è già visto come il SSC permetta di calcolare il campo magnetico di una sorgente osservandone la luminosità in banda Radio e in banda X. Ci sono poi studi che ipotizzano un'origine da inverse Compton dei flares X osservati in Sgr A\*, il centro della nostra Galassia (YUSEF-ZADEH et al. 2012). L'inverse Compton trova applicazioni anche negli AGN, dove l'emissione X osservata in alcune radiogalassie viene associata all'IC della CMB (LASKAR et al. 2010).

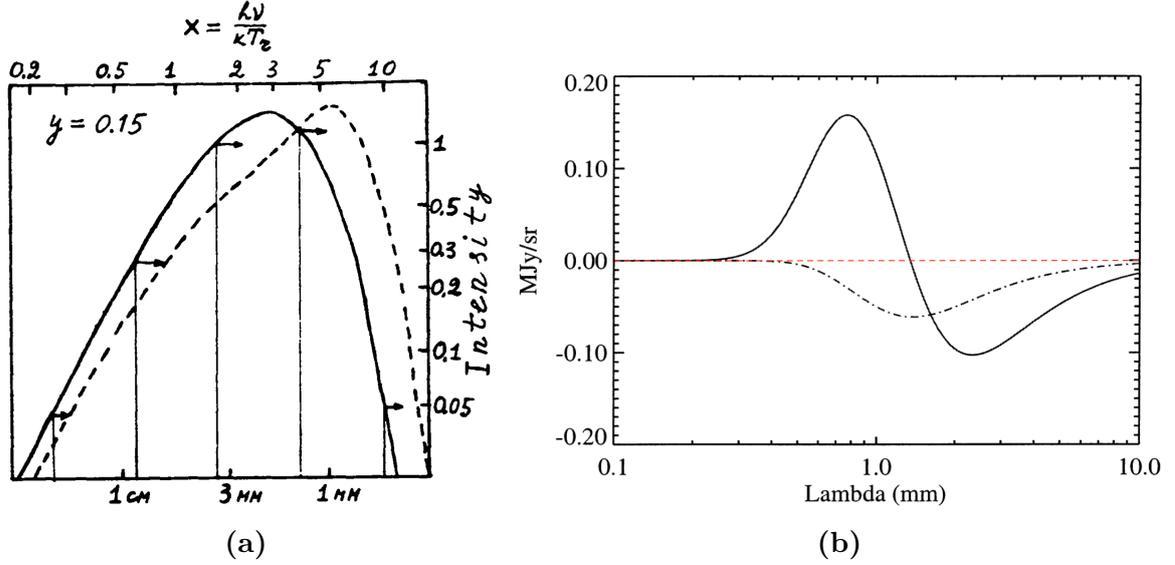
Nello studio degli ammassi di galassie è di particolare interesse l'effetto *Sunyaev-Zel'dovich* (SZ), in cui i fotoni della CMB interagiscono con elettroni molto caldi e, a seguito di numerosi scattering, subiscono una modifica nello spettro di emissione. Questo fenomeno, teorizzato da Sunyaev e Zel'dovich tra il 1969 e il 1980, ha trovato forti riscontri solo negli ultimi anni grazie ai dati acquisiti sulla radiazione cosmica di fondo prima dalla sonda *WMAP* (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe), lanciata nel 2001, poi completati e migliorati dal satellite *Planck*, attivo dal 2010 al 2013.

### 2.1 Effetto Sunyaev-Zel'dovich

Quando i fotoni della CMB attraversano un ammasso di galassie, alcuni di loro vengono diffusi tramite inverse Compton dagli elettroni energetici che si trovano nel mezzo intergalattico (ICM, *intracluster medium*). Questo porta ad uno shift a energie lievemente maggiori dello spettro di corpo nero della radiazione cosmica di fondo, producendo quello che viene chiamato effetto Sunyaev-Zel'dovich. Dalla Figura 2.1a si nota che è presente una certa frequenza di cross-over tra lo spettro emesso e quello modificato, pari a  $\nu_{cr} = 217$  GHz. In particolare, in corrispondenza di  $\nu_{cr}$  si ha l'assenza di qualsiasi segnale e questa è una caratteristica distintiva dell'effetto SZ. Per  $\nu < \nu_{cr}$  il segnale risulta negativo, cioè l'intensità della CMB modificata dall'effetto SZ risulta inferiore a quella non modificata. Al contrario, per  $\nu > \nu_{cr}$  il segnale risulta positivo, cioè l'intensità della CMB modificata è maggiore.

Poiché l'intensità di radiazione è strettamente legata alla temperatura, la distorsione nello spettro della radiazione cosmica di fondo porta a una variazione  $\Delta T_{SZ}$  data da

$$\frac{\Delta T_{SZ}}{T_{CMB}} = g(\nu)y - \tau_e \frac{v_{pec}}{c} \quad (2.1)$$



**Figura 2.1:** (a) Effetto Sunyaev-Zel'dovich sullo spettro di corpo nero della CMB. La linea continua è la planckiana non modificata dagli scattering Compton, rappresentata invece dalla linea tratteggiata, che si trova a energie superiori (SUNYAEV e Zel'dovich 1980, p. 551). (b) Spettro dell'effetto Sunyaev Zel'dovich termico (linea continua) e cinetico (linea tratteggiata). Lo spettro non modificato è rappresentato dalla linea tratteggiata rossa. Si noti come l'effetto cinetico sia circa un ordine di grandezza inferiore all'effetto termico (GIARD 2001, p. 60).

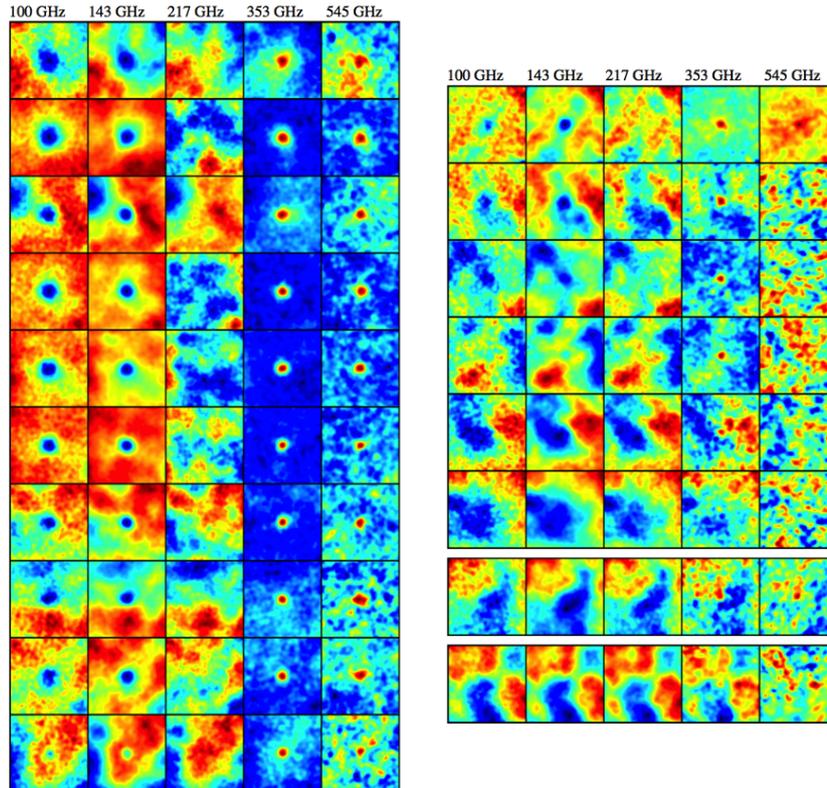
dove  $y = \int (kT_e/m_e c^2) \sigma_T n_e dl$  è il parametro Compton<sup>1</sup>,  $T_{\text{CMB}}$  è la temperatura di corpo nero della CMB,  $v_{\text{pec}}$  è la velocità peculiare dell'ammasso lungo la linea di vista e  $g(\nu)$  è una funzione che dipende dalla frequenza nel seguente modo:

$$g(\nu) = x \coth\left(\frac{x}{2}\right) - 4 \quad (2.2)$$

con  $x = h\nu/kT_{\text{CMB}}$ . Il primo termine dell'equazione (2.1) corrisponde alla distorsione causata dalla distribuzione termica degli elettroni nel ICM ed è noto come *effetto Sunyaev-Zel'dovich termico* (tSZ). Il secondo termine si riferisce alla distorsione causata dal moto relativo dell'ammasso rispetto alla radiazione cosmica di fondo ed è noto come *effetto Sunyaev-Zel'dovich cinetico* (kSZ). L'intensità dei due effetti è rappresentata in Figura 2.1b e si nota come quello termico generalmente sia almeno un ordine di grandezza più grande di quello cinetico, che in molti casi è possibile trascurare. In questo grafico si sottolinea come l'intensità aumenti a lunghezze d'onda inferiori a quella di cross-over,  $\lambda_{\text{cr}} = c/\nu_{\text{cr}} = 1.38 \text{ mm}$ , e diminuisca a lunghezze d'onda maggiori. L'effetto kSZ porta sempre a una diminuzione dell'intensità della radiazione dovuta al segno negativo nell'equazione (2.1).

In generale l'effetto SZ può essere utilizzato per individuare ammassi di galassie. Questo tipicamente viene fatto per mezzo di algoritmi che analizzano le mappe di *Planck* e di *WMAP* per trovare il segno distintivo dello shift dello spettro a 217 GHz (NOVAES e Wuensche 2012). Nel seguito invece vedremo due casi specifici di tSZ e di kSZ, dai quali traspare che l'effetto Sunyaev-Zel'dovich trova applicazioni in molti campi dell'astrofisica e della cosmologia, sia nell'Universo locale che in quello lontano.

<sup>1</sup>In realtà il parametro Compton è definito come  $y = (kT_e/m_e c^2) \max(\tau_e, \tau_e^2)$ . Se  $\tau_e \gg 1$  allora si ha  $\tau_e^2$ , mentre se  $\tau_e \ll 1$  si usa  $\tau_e$ , come nel presente caso.



**Figura 2.2:** Sovrapposizione dei dati *Planck* da 100 a 545 GHz, puliti dal canale a 857 GHz, centrati nella posizione degli ammassi individuati dal tSZ. Nella matrice di *sinistra* si hanno intervalli di redshift da  $z = 0.0$  a  $z = 0.5$ , nella colonna di *destra* da  $z = 0.5$  a  $z = 1.0$ , con l'esclusione di  $z = 0.80 - 0.85$  e  $z = 0.90 - 0.95$  in cui non si hanno ammassi. Ogni quadrato rappresenta un'area di  $2^\circ \times 2^\circ$  (HURIER et al. 2013, p. 3).

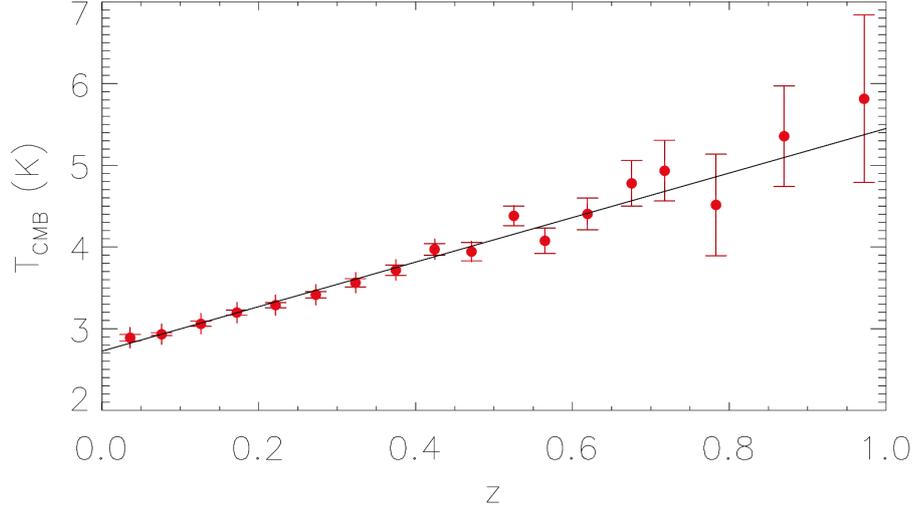
### 2.1.1 Effetto tSZ: evoluzione di $T_{\text{CMB}}$

Un'interessante applicazione dell'effetto Sunyaev-Zel'dovich termico è la misura dell'evoluzione di  $T_{\text{CMB}}$  (HURIER et al. 2013). La temperatura di corpo nero della CMB dipende dal redshift secondo la seguente relazione:

$$T_{\text{CMB}}(z) = T_{\text{CMB}}(z = 0)(1 + z)^{1-\beta} \quad (2.3)$$

Si nota che poiché sia  $\Delta T_{\text{SZ}}$  che  $T_{\text{CMB}}$  dipendono da  $z$ , l'effetto SZ descritto dalla relazione (2.1) non dipende dal redshift. Nell'Universo locale, a  $z = 0$ , si ha  $\beta = 0$  e  $T_{\text{CMB}}(z = 0) = 2.726 \pm 0.001$  K. La misura di  $T_{\text{CMB}}$  a redshift  $z > 0$  tramite l'effetto tSZ è possibile grazie ai dati provenienti da *Planck* in sei canali a diverse frequenze, da 100 GHz a 857 GHz. In questo modo è possibile osservare la caratteristica spettrale del tSZ, in cui il segnale diventa da negativo a positivo passando per  $\nu_{\text{cr}} = 217$  GHz, in cui il segnale è nullo. Considerando un campione di 813 ammassi con redshift noto, distribuiti in 20 intervalli  $\delta$  di redshift tra  $z = 0$  e  $z = 1$ , con un'ampiezza  $\Delta z = 0.05$ , si ottiene il risultato in Figura 2.2. Il canale a 857 GHz è stato utilizzato per rimuovere la contaminazione termica delle polveri.

Oltre all'emissione IR delle polveri, altre fonti di contaminazione e di incertezza nel calcolo finale di  $T_{\text{CMB}}(z)$  sono i segnali dovuti a sorgenti dietro o davanti agli ammassi e l'effetto kSZ. Anche le sorgenti radio puntiformi modificano i dati del tSZ, portando a



**Figura 2.3:** I cerchi rossi rappresentano le misure di  $T_{\text{CMB}}^\delta$  derivate dai dati di *Planck*. La linea continua nera rappresenta invece la dipendenza teorica di  $T_{\text{CMB}}(z)$  nel caso di espansione adiabatica, con  $T_{\text{CMB}}(z = 0) = 2.762$  K. Si nota che la linea non è un fit dei dati, il quale porta a una  $T_{\text{CMB}}(z = 0)$  leggermente diversa (HURIER et al. 2013, p. 10).

una sovrastima del flusso a basse frequenze e quindi a una sottostima di  $T_{\text{CMB}}(z)$ . Un errore sistematico di  $0.010 \cdot (1 + z_{\text{eff}})$  K per ogni intervallo  $\delta$  di redshift è associato ai passabanda nelle risposte spettrali della strumentazione di *Planck*.

La legge del flusso emesso dal tSZ nel canale  $i$ -esimo di *Planck* e per l'intervallo  $\delta$  di redshift è data da

$$F_i^\delta = Y^\delta A_i(T_{\text{CMB}}^\delta) + F_{\text{rad}}^\delta A_i^{\text{rad}} \quad (2.4)$$

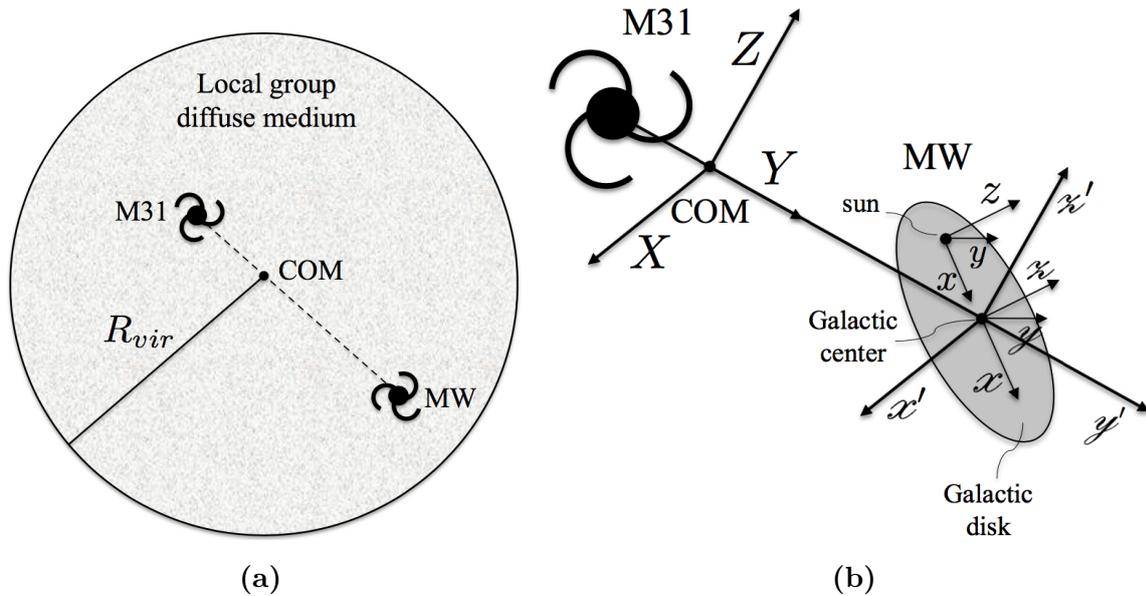
dove  $Y^\delta = \int_\delta \int y d\Omega dz$  è il parametro Compton integrato per ogni intervallo  $\delta$ ,  $A_i^{\text{rad}}$  è lo spettro della sorgente radio con indice spettrale  $-1$  normalizzato a 1 (a 100 GHz), e  $F_{\text{rad}}^\delta$  è il flusso Radio.  $A_i$  è la trasmissione del tSZ nel canale  $i$ -esimo di *Planck*, pari a

$$A_i(T_{\text{CMB}}^\delta) = \frac{\int H_i(\nu) g(T_{\text{CMB}}^\delta, \nu) d\nu}{\int H_i(\nu) C(\nu) d\nu} \quad (2.5)$$

dove si è integrata la legge di emissione del tSZ  $g(T_{\text{CMB}}^\delta, \nu)$ , data dall'equazione (2.2), sulle risposte spettrali di *Planck*  $H_i$ .  $C(\nu)$  è la legge di emissione dei calibratori, della CMB e dei pianeti. Gli errori associati ai passabanda sono legati a questa legge spettrale del tSZ.

A partire dal flusso  $F_i^\delta$  si calcola la temperatura  $T_{\text{CMB}}^\delta$  in ogni intervallo di redshift e si ottiene il risultato in Figura 2.3 (cerchi rossi). Se si assume il modello di espansione adiabatica per l'Universo, cioè con  $\beta = 0$  nell'equazione (2.3), il fit dei dati restituisce  $T_{\text{CMB}}(z = 0) = 2.720 \pm 0.009 \pm 0.011$  K con gli errori statistici e sistematici rispettivamente. Il risultato appare consistente con il valore più accurato di  $T_{\text{CMB}}(z = 0) = 2.726 \pm 0.001$  K, misurato da *COBE-FIRAS*.

Fissando invece il valore della temperatura a  $T_{\text{CMB}}(z = 0) = 2.726$  K nella relazione (2.3), è possibile ricavare il fit migliore per  $\beta$ , da cui si ottiene  $\beta = 0.006 \pm 0.013$ . Il modello teorico dell'espansione adiabatica, rappresentato dalla retta in Figura 2.3, prevede  $\beta = 0$ . Il risultato ottenuto dal tSZ conferma che l'evoluzione della temperatura della CMB è consistente con tale modello, aumentando linearmente con l'aumentare del redshift.



**Figura 2.4:** (a) Rappresentazione del modello della distribuzione della massa nel mezzo del Gruppo Locale. (b) Sistemi di coordinate utilizzati per trasformare i vettori dal sistema eliocentrico (sun) a quello del centro di massa (COM) (RUBIN e Loeb 2014, pp. 3,5).

### 2.1.2 Effetto kSZ: gas nel Gruppo Locale

L'effetto Sunyaev-Zel'dovich cinetico ha un'intensità minore rispetto a quello termico, ma negli studi di quest'ultimo porta a contaminazioni ed errori, come visto in precedenza. In particolare, una variazione dell'ordine di qualche  $\mu\text{K}$  è dovuta agli elettroni liberi nell'Universo locale. È quindi importante studiare il mezzo diffuso che si trova nel Gruppo Locale (LG), l'insieme di circa 70 galassie nell'Universo locale, di cui fanno parte la Via Lattea e M31, per valutare l'intensità del segnale del kSZ (RUBIN e Loeb 2014). Questo studio porta anche alla valutazione di un limite superiore per la massa dell'alone del LG, che è difficile da osservare direttamente ma la cui presenza è stata teorizzata.

Per comodità di notazione, riscriviamo il termine cinetico dell'equazione (2.1) esplicitando  $\tau_e$  e sostituendo a  $v_{\text{pec}}$  la velocità radiale degli elettroni lungo la linea di vista  $v_{\text{los}}$ :

$$\frac{\Delta T_{\text{SZ}}}{T_{\text{CMB}}} = -\frac{\sigma_{\text{T}}}{c} \int_{\text{los}} v_{\text{los}} n_e dl \quad (2.6)$$

dove  $n_e$  è la densità numerica degli elettroni lungo la linea di vista. Per il calcolo si utilizza il modello di una sfera virializzata di raggio  $R_{\text{vir}}$  e il cui centro coincide con il centro di massa (COM) delle galassie del LG. Poiché la massa del LG è dominata dalla Via Lattea (MW) e da Andromeda (M31), il COM è posto sulla retta che passa per i centri delle due galassie. In particolare,  $m_{\text{MW}} = 10^{12} M_{\odot}$  e  $m_{\text{M31}} = 1.6 \cdot 10^{12} M_{\odot}$  quindi il COM è spostato verso M31. Lo schema di tale modello è rappresentato in Figura 2.4a.

Per il profilo di densità dell'alone del LG si utilizza un profilo NFW (Navarro-Frenk-White):

$$\rho(R) = \frac{\rho_0}{R/R_{\text{vir}} (1 + cR/R_{\text{vir}})^2} \quad (2.7)$$

dove  $R$  è la distanza radiale dal COM,  $c$  è il parametro di concentrazione e  $\rho_0$  è una costante di normalizzazione, espressa in termini della massa viriale  $M_{\text{vir}}$ . Questa viene parametrizzata come  $M_{\text{vir}} = \eta(m_{\text{MW}} + m_{\text{M31}})$ , dove  $\eta$  è una variabile libera. Anche  $R_{\text{vir}}$  dipende da  $M_{\text{vir}}$ , oltre che dal redshift  $z_{\text{vir}}$ . Se si assume che la massa nel mezzo del LG sia uguale a  $m_{\text{MW}} + m_{\text{M31}}$  e che il LG si sia virializzato solo recentemente, allora  $\eta = 2$ ,  $z_{\text{vir}} = 0$  e si trova che  $R_{\text{vir}} = 402.6$  kpc e  $\rho_0 = 6.27 \cdot 10^4 M_{\odot} \text{ kpc}^{-3}$ , calcolati con  $c = 4$ , tipico parametro per aloni di recente formazione. Utilizzando il profilo NFW, si assume che la distribuzione dei barioni nell'alone segua quella della materia oscura (DM) e che la frazione di barioni rispetto alla DM nel LG sia uguale alla media cosmica,  $f_b \equiv \Omega_b / (\Omega_b + \Omega_{\text{DM}}) \approx 0.15$ , dove  $\Omega_b \approx 0.048$  e  $\Omega_{\text{DM}} \approx 0.253$  sono rispettivamente la densità barionica e la densità di materia oscura nell'Universo. Allora il profilo di densità di barioni nel LG è dato da  $\rho_b(R) = f_b \rho(R)$ .

A questo punto si può calcolare  $n_e(R)$  per inserirlo nella relazione (2.6). Assumendo che la frazione di idrogeno rispetto all'elio nel LG sia uguale a quella primordiale, cioè  $n_{\text{H}} \approx 12n_{\text{He}}$ , si ha  $\rho_b = m_{\text{p}}n_{\text{H}} + 4m_{\text{p}}n_{\text{He}} \approx 16m_{\text{p}}n_{\text{He}}$ , dove si è posta la massa del protone uguale alla massa del neutrone ( $m_{\text{n}} - m_{\text{p}} \approx 2$  MeV). La temperatura nell'alone del LG è di circa  $10^6 - 10^7$  K e quindi idrogeno ed elio sono completamente ionizzati, in modo che  $n_e = n_{\text{H}} + 2n_{\text{He}} \approx 14n_{\text{He}}$ . Da queste relazioni si ottiene

$$n_e(R) \approx 0.88 \left[ \frac{\rho_b(R)}{m_{\text{p}}} \right] \quad (2.8)$$

La densità numerica degli elettroni deve essere integrata lungo la linea di vista, ma la relazione (2.8) è espressa in termini di  $R$  che è la distanza dal COM. È quindi necessario convertire la distanza radiale dal sistema di coordinate del Sole,  $r$ , a un certo valore di  $R$  nel sistema del COM. Per fare ciò si utilizzano quattro sistemi di coordinate, rappresentati in Figura 2.4b. In particolare, dato un vettore posizione nel sistema di riferimento del Sole  $(x, y, z, r, \vartheta, \phi)$ , noto come sistema di coordinate galattiche, si compiono una traslazione lungo l'asse  $x$  verso il sistema posto nel centro della Galassia  $(x, \underline{y}, z, \underline{r})$ , noto come sistema di coordinate galattocentriche, una rotazione nel sistema con origine nel centro galattico  $(x', \underline{y}', z', \underline{r}')$ , con asse  $\underline{y}'$  nella direzione del COM e con  $x'$  nel piano galattico, e un'altra traslazione lungo l'asse  $\underline{y}'$  verso il sistema di coordinate del COM  $(X, Y, Z, R)$ .

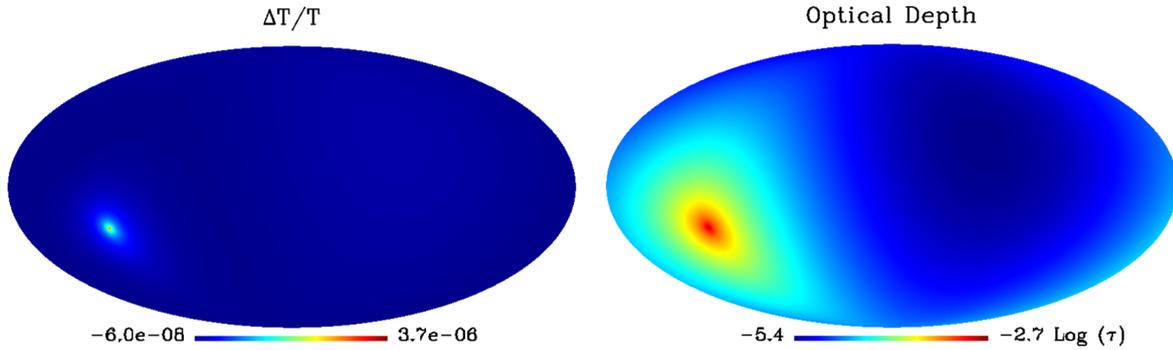
Il centro galattico si trova ad una distanza  $d_{\odot} = 8.3$  kpc dal Sole e  $d_{\text{M31}} = 774.0$  kpc da M31. Poiché il COM si trova nella retta congiungente M31 con la nostra Galassia, esso si trova ad una distanza dal centro galattico pari a

$$d_{\text{COM}} = d_{\text{M31}} \left( \frac{m_{\text{M31}}}{m_{\text{M31}} + m_{\text{MW}}} \right) = 476.3 \text{ kpc} \quad (2.9)$$

Il versore nella direzione della linea di vista è  $\hat{\mathbf{r}}(\vartheta, \phi) = (\sin \vartheta \cos \phi, \sin \vartheta \sin \phi, \cos \vartheta)$  e la velocità del LG rispetto alla CMB nel sistema di riferimento del Sole è pari a  $\vec{\mathbf{v}}_{\text{LG-CMB}} = (-1.8, -537.2, 293.2) \text{ km s}^{-1}$ . Si può quindi riscrivere l'equazione (2.6) nel seguente modo:

$$\frac{\Delta T}{T}(\vartheta, \phi) = -\frac{1}{c} (\vec{\mathbf{v}}_{\text{LG-CMB}} \cdot \hat{\mathbf{r}}) \tau_e(\vartheta, \phi) \quad (2.10)$$

dove  $c$  in questo caso è la velocità della luce. Il prodotto scalare è necessario per proiettare la velocità lungo la linea di vista. Poiché non siamo situati nel COM, la profondità ottica dipende dalla direzione in cui si osserva ed è quindi necessario



**Figura 2.5:** Mappe del cielo del segnale del kSZ  $\Delta T/T$  (*sinistra*) e della profondità ottica  $\tau_e(\vartheta, \phi)$  (*destra*) del mezzo nel LG, con  $c = 4$  e  $\eta = 2$  (RUBIN e Loeb 2014, p. 7).

trasformare  $R$  in termini di  $r, \vartheta, \phi$  per riscrivere  $n_e(R)$ . Procedendo con le trasformazioni di cui sopra, si ottiene la profondità ottica nel sistema del Sole:

$$\tau_e(\vartheta, \phi) = \sigma_T \int_0^{r_{\text{vir}}(\vartheta, \phi)} n_e \left( \sqrt{r^2 + d_{\odot}^2 - 2d_{\odot}r \sin \vartheta \cos \vartheta + d_{\text{COM}}^2 + 2d_{\text{COM}} \mathcal{Y}'(r, \vartheta, \phi)} \right) dr \quad (2.11)$$

dove  $\mathcal{Y}'$  dipende dagli elementi della matrice di rotazione che permette di passare da  $(x, y, z)$  a  $(x', y', z')$ . Non entreremo in dettaglio in merito a tali trasformazioni puramente algebriche. La distanza della superficie della sfera virializzata dal Sole è data dall'estremo superiore d'integrazione  $r_{\text{vir}}(\vartheta, \phi)$ , pari a

$$r_{\text{vir}}(\vartheta, \phi) \equiv r(\vartheta, \phi, R = R_{\text{vir}}) = -B(\vartheta, \phi) + \sqrt{B^2(\vartheta, \phi) + C(R_{\text{vir}})} \quad (2.12)$$

dove  $B(\vartheta, \phi)$  e  $C(\vartheta, \phi)$  sono funzioni degli stessi elementi della matrice di rotazione precedente.

Utilizzando  $c = 4$  e  $\eta = 2$ , valori assunti in precedenza, si ottengono proiezioni ellittiche (di Mollweide), nelle coordinate galattiche, di  $\Delta T/T$  e della profondità ottica  $\tau_e$ , rappresentate in Figura 2.5. La mappa di sinistra mostra che lo shift della temperatura dovuto alla presenza del gas nel LG è dominato da un hot spot abbastanza grande. Questo si trova nella direzione di M31, che secondo il modello utilizzato, coincide con la direzione del COM. Di conseguenza, in questa direzione si trova la maggior parte del gas contenuto nell'alone del LG e ciò si vede nella mappa di destra, dove lungo tale linea di vista si ha la profondità ottica maggiore. La massima variazione di temperatura è di circa  $10 \mu\text{K}$ , molto maggiore dell'effetto kSZ dovuto all'alone della MW e di M31, in accordo con il fatto che la massa del gas nel LG è molto maggiore di quella del gas contenuto nelle due galassie. In ogni caso, il segnale del kSZ è dominato dalle fluttuazioni primordiali della temperatura della CMB, come mostra un'analisi del suo spettro di potenza, di cui non entriamo nel dettaglio. Producendo casualmente fluttuazioni nella CMB, si dimostra che il segnale del kSZ ricavato non si trova all'interno della mappa di *Planck*, cioè non esiste una correlazione evidente tra i due dati.

Il fatto che il segnale del kSZ sia concentrato in un hot spot in direzione di M31, permette di porre un limite alla massa permessa nel mezzo del LG. Per fare ciò, si eliminano le masse dell'alone che presentano uno shift nella temperatura maggiore di quello che viene effettivamente osservato nei dati della CMB. Poiché lo shift è direttamente proporzionale a  $\eta$  ( $\Delta T \propto n_e \propto \rho_0 \propto M_{\text{vir}} \propto \eta$ ), per procedere con l'esclusione delle masse si assegnano diversi valori di  $\eta$  fino a trovare il massimo valore,

$\eta_{\max} \approx 11$ , oltre il quale lo shift risulta più grande di quanto osservato. Il parametro  $\eta$  rappresenta la massa del mezzo diffuso nel LG con l'aggiunta delle masse di M31 e della MW in unità di  $m_{\text{M31}} + m_{\text{MW}}$ , quindi la massa totale permessa nel mezzo è pari a  $(\eta_{\max} - 1)(m_{\text{M31}} + m_{\text{MW}}) \approx 10(m_{\text{M31}} + m_{\text{MW}})$ .

Nella relazione (2.7) è presente il parametro di concentrazione  $c$ , che è un parametro libero. Ripetendo il calcolo precedente con diversi valori di  $c$ , si trova che  $\eta_{\max} - 1$  può assumere molti valori, anche superiori a quelli permessi, per parametri di concentrazione abbastanza bassi ( $0 \lesssim c \lesssim 5$ ), mentre è strettamente vincolato per parametri di concentrazione più elevati ( $c \gtrsim 15$ ). Per i valori più alti di  $c$ , la massa dell'alone è vincolata ad essere circa  $\eta_{\max} - 1 \approx 1 - 2$ , che corrisponde a  $2.5 - 5 \cdot 10^{12} M_{\odot}$ , consistente con quanto stimato dal cosiddetto "timing argument" (metodo per il calcolo della massa del LG tramite effetto Doppler). Ad ogni modo, è molto raro che aloni che si trovano a  $z = 0$  con una massa comparabile a quella del LG abbiano parametri di concentrazione così alti.

Il modello utilizzato porta errori di approssimazione al suo interno. In realtà la distribuzione del gas non ha una simmetria perfettamente sferica, potrebbe presentare delle disomogeneità e la posizione del centro di massa dell'alone non coincide con la posizione del centro di massa delle galassie. Un modello che tiene conto di questi dettagli, potrebbe portare a una valutazione diversa della correlazione tra il segnale del kSZ e i dati di *Planck*, con conseguenze anche sul valore del limite superiore della massa contenuta nell'alone del LG. Ma risulta molto difficile costruire un modello realistico, soprattutto per il fatto che il gas del LG non è confinato in una regione ben definita dello spazio.

# Bibliografia

- [1] Martin GIARD. «Dust in Clusters of Galaxies and the Sunyaev Zel'dovich Effect». In: *The Extragalactic Infrared Background and its Cosmological Implications*. IAU Symposium 204 (2001). A cura di Martin Harwit e Michael G. Hauser, pp. 57–66.
- [2] G. HURIER et al. «Measurement of the  $T_{\text{CMB}}$  evolution from the Sunyaev-Zel'dovich effect». In: *Astronomy & Astrophysics* (2013).
- [3] T. LASKAR et al. «Inverse-Compton X-rays from giant radio galaxies at  $z \sim 1$ ». In: *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 401 (2010), pp. 1500–1504.
- [4] Malcolm S. LONGAIR. *High Energy Astrophysics*. Terza edizione. Cambridge University Press, 2011, pp. 231–264.
- [5] C.P. NOVAES e C. A. Wuensche. «Identification of galaxy clusters in cosmic microwave background maps using the Sunyaev-Zel'dovich effect». In: *Astronomy & Astrophysics* (2012).
- [6] Thanu PADMANABHAN. *Theoretical Astrophysics*. Vol. I: Astrophysical Processes. Cambridge University Press, 2000, pp. 273–280.
- [7] Douglas RUBIN e Abraham Loeb. «The kinetic Sunyaev-Zel'dovich effect from the diffuse gas in the Local Group». 2014. URL: [arXiv:1311.5255v2](https://arxiv.org/abs/1311.5255v2).
- [8] George B. RYBICKI e Alan P. Lightman. *Radiative Processes in Astrophysics*. Wiley-VCH, 1979, pp. 90–93, 195–211.
- [9] R. A. SUNYAEV e Ya. B. Zel'dovich. «Microwave Background Radiation as a probe of the contemporary structure and history of the Universe». In: *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 18 (1980), pp. 537–560.
- [10] F. YUSEF-ZADEH et al. «An inverse Compton scattering origin of X-ray flares from Sgr A\*». In: *The Astronomical Journal* 144 (2012), pp. 1–10.