

**ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA**

---

**FACOLTA' DI INGEGNERIA**

**CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE**

**DIPARTIMENTO DI TECNICA DELLE COSTRUZIONI**

**TESI DI LAUREA**

in

**PROGETTI DI STRUTTURE**

**IDENTIFICAZIONE DEI PARAMETRI MECCANICI DEL PONTE  
METALLICO FERROVIARIO A PONTELAGOSCURO  
ATTRAVERSO UN ALGORITMO DI OTTIMIZZAZIONE DI TIPO  
EVOLUTIVO**

**CANDIDATO  
SARA REBECCHI**

**RELATORE:  
Prof. Ing. MARCO SAVOIA**

**CORRELATORE:  
Dott. Ing. LORIS VINCENZI**

Anno Accademico 2009/10

Sessione I



# INDICE

DIPARTIMENTO DI TECNICA DELLE COSTRUZIONI .....	1
<b>INTRODUZIONE .....</b>	<b>7</b>
<b>1. DIFFERENTIAL EVOLUTION ALGORITHM.....</b>	<b>15</b>
1.1 DIFFERENTIAL EVOLUTION ALGORITHM .....	16
1.1.1 Operazione di <i>Mutation</i> .....	18
1.1.2 Operazione di <i>Crossover</i> .....	20
1.1.3 Operazione di <i>Selection</i> .....	20
1.1.4 Bound constraint .....	21
1.1.5 Criteri di convergenza .....	23
1.2 DEFINIZIONE DELLA FUNZIONE OBIETTIVO .....	24
1.3 INTRODUZIONE DI UNA APPROSSIMAZIONE QUADRATICA NELL'ALGORITMO DE .....	27
1.3.1 La metodologia della superficie di risposta .....	28
1.3.2 Algoritmo DE con approssimazione quadratica.....	32
<b>2. STRUTTURA OGGETTO DI STUDIO: PONTE FERROVIARIO     SUL PO A PONTELAGOSCURO.....</b>	<b>37</b>
2.1 DESCRIZIONE DELLA STRUTTURA .....	39
2.1.1 Travi principali .....	40
2.1.2 Corrente superiore ed inferiore .....	42
2.1.3 Aste di parete .....	44
2.1.4 Impalcato .....	45

2.1.5	Traversi superiori .....	46
2.1.6	Nodi.....	47
2.1.7	Apparecchi di appoggio.....	48
<b>3.</b>	<b>MODELLAZIONE AGLI ELEMENTI FINITI.....</b>	<b>49</b>
3.1	MODELLAZIONE IN STRAUS7 .....	49
3.1.1	Modello realizzato attraverso elementi “shell” .....	50
3.1.2	Modello realizzato attraverso elementi “beam” .....	52
3.2	PROCEDURA PER ESPORTARE IL MODELLO F.E.M. IN ANSYS	54
<b>4.</b>	<b>APPLICAZIONE DELL’ALGORITMO DI OTTIMIZZAZIONE.</b>	<b>67</b>
4.1	FILE PRINCIPALE.....	67
4.2	FILE DE-Q .....	70
4.2.1	Codice di risoluzione del problema.....	72
4.2.2	Codice in linguaggio Ansys per la risoluzione del modello numerico	75
4.2.3	Criteri di convergenza .....	90
<b>5.</b>	<b>RISULTATI DEL PROCESSO DI OTTIMIZZAZIONE</b>	
	<b>APPLICATO AL PONTE FERROVIARIO A</b>	
	<b>PONTELAGOSCURO.....</b>	<b>93</b>
5.1	RISULTATI ALGORITMO DE-Q.....	97
5.1.1	Identificazione a 4 parametri con controllo di convergenza dell’errore relativo su 4 punti di controllo.....	98
5.1.2	Identificazione a 3 parametri con controllo di convergenza dell’errore relativo su 4 punti di controllo.....	107
5.1.3	Identificazione a 2 parametri con controllo di convergenza dell’errore relativo su 4 punti di controllo.....	114

5.1.4	Identificazione a 4, 3, 2 parametri con un controllo di convergenza dell'errore assoluto su 3 punti di controllo.....	125
5.2	RISULTATI ALGORITMO DE CLASSICO.....	136
5.2.1	Analisi tramite algoritmo DE con controllo di convergenza dell'errore relativo su 4 punti di controllo.....	138
5.2.2	Analisi tramite algoritmo DE con controllo di convergenza dell'errore assoluto su 3 punti di controllo.....	146
5.3	FORMA DELLA FUNZIONE COSTO .....	156
6.	<b>CONCLUSIONI.....</b>	<b>159</b>
	<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>163</b>



## **INTRODUZIONE**

Nel periodo storico compreso tra la seconda metà dell'Ottocento ed il primo ventennio del Novecento, un'ondata di innovazioni tecnologiche e scientifiche, unitamente all'espansione dell'industria siderurgica e la conseguente diffusione del ferro come materiale da costruzione, portarono alla realizzazione di strutture metalliche grandiose. Ciò fu reso possibile grazie ad una fervida attività di ricerca che permise la risoluzione di problematiche tecniche di assoluto rilievo, come la progettazione di grandi coperture o di ponti destinati al traffico ferroviario in grado di coprire luci sempre maggiori.

In questo contesto si sviluppò il sistema della chiodatura come metodo di unione per il collegamento rigido e permanente dei vari elementi che compongono la struttura portante metallica. Ad oggi il sistema della chiodatura è stato quasi completamente sostituito dalla bullonatura di acciaio ad alta resistenza e dalla saldatura, che garantendo gli stessi standard di affidabilità e sicurezza, offrono vantaggi in termini economici e di rapidità esecutiva. Tuttavia lo studio delle unioni chiodate continua a rivestire notevole importanza in tutti quei casi in cui il progettista debba occuparsi di restauro, manutenzione o adeguamento di strutture esistenti che in molti casi continuano ad assolvere le funzioni per le quali erano state progettate.

La valutazione delle strutture esistenti, in particolare i ponti, ha assunto un'importanza sempre crescente. L'incremento della mobilità e del traffico sulle infrastrutture di trasporto ha portato ad un incremento contemporaneo di carichi e velocità sui ponti.

In particolare nelle ferrovie, i ponti rappresentano una parte strategica della rete ferroviaria e in molti casi, essi hanno già raggiunto i loro limiti di capacità di traffico, tanto è vero che l'età media del sessanta per cento dei ponti metallici ferroviari è di un centinaio di anni. Pertanto i carichi di servizio, i cicli di sforzo accumulati a causa dei carichi da traffico e il conseguente invecchiamento delle strutture esistenti, inducono la necessità della valutazione della loro rimanente vita a fatica. In questo contesto, la valutazione delle condizioni del ponte e le conseguenti operazioni di manutenzione o sostituzione diventano indispensabili.

Negli ultimi decenni sono state effettuate numerose iniziative di ricerca riguardo il comportamento a fatica dei ponti ferroviari chiodati, poiché le passate esperienze hanno mostrato che tali connessioni sono suscettibili di rotture per fatica. Da uno studio dell'ASCE Committee on Fatigue and Fracture Reliability è emerso che l'ottanta, novanta per cento delle crisi nelle strutture metalliche è da relazionarsi ai fenomeni di fatica e frattura.

Il danno per fatica riportato dai ponti chiodati è stato osservato principalmente sulle unioni tra elementi principali ed è causato dagli sforzi secondari, che si possono sviluppare in diverse parti delle connessioni. In realtà riguardo la valutazione della fatica sui ponti metallici chiodati, si è scoperto che giocano un ruolo importante molti fattori, anzitutto i ponti ferroviari sono soggetti a grandi variazioni delle tensioni indotte da carichi permanenti e accidentali, così come imperfezioni geometriche e inclinazioni o deviazioni di elementi strutturali comportano sforzi secondari che solitamente non vengono considerati nella valutazione del fenomeno della fatica. Vibrazioni, forze orizzontali trasversali, vincoli interni, difetti localizzati o diffusi come danni per la corrosione, rappresentano cause che concorrono al danneggiamento per

fatica della struttura. Per questo motivo si studiano dei modelli agli elementi finiti (FE) che riguardino i particolari delle connessioni e che devono poi essere inseriti all'interno di un modello globale del ponte.

L'identificazione degli elementi critici a fatica viene infatti solitamente svolta empiricamente, quindi è necessario che i modelli numerici di cui si dispone per analizzare la struttura nei particolari delle connessioni, così come nella sua totalità, siano il più corrispondenti possibile alla situazione reale.

Ciò che ci si propone di sviluppare in questa tesi è un procedimento che consenta di affinare i modelli numerici in modo da ottenere un comportamento dinamico analogo a quello del sistema fisico reale.

Si è presa in esame la seguente struttura, un ponte metallico ferroviario a binario unico sulla linea Bologna – Padova, che attraversa il fiume Po tra le località di Pontelagoscuro ed Occhiobello in provincia di Ferrara. Questo ponte fu realizzato intorno agli anni che vanno dal 1945 al 1949 e tra il 2002 e il 2006 ha subito interventi di innalzamento, ampliamento ed adeguamento nel contesto delle operazioni di potenziamento della linea ferroviaria, che hanno portato tra l'altro all'affiancamento di un nuovo ponte, anch'esso a singolo binario, per i convogli diretti nella direzione opposta. Le travate metalliche del ponte ferroviario sono costituite da travi principali a traliccio a gabbia chiusa, con uno schema statico di travi semplicemente appoggiate; tutte le aste delle travi reticolari sono formate da profilati metallici in composizione chiodata.

In particolare si è rivolta l'attenzione verso una delle travate centrali, della quale si intende affrontare un'analisi numerica con caratterizzazione dinamica del modello agli Elementi Finiti (FEM), in modo da conoscerne lo specifico comportamento strutturale.

Ad oggi infatti l'analisi strutturale si basa prevalentemente sulla previsione del comportamento delle strutture tramite modelli matematici basati su procedimenti risolutivi generali, primo fra tutti il Metodo agli Elementi Finiti. Tuttavia i risultati derivanti dal modello numerico possono discostarsi

dal reale comportamento della struttura, proprio a causa delle ipotesi poste alla base della modellazione.

Difficilmente infatti si ha la possibilità di riscontrare se le ipotesi assunte nel calcolo della struttura corrispondano effettivamente alla situazione reale, tanto più se come nella struttura in esame si tratta di una costruzione datata e della quale si hanno poche informazioni circa i dettagli relativi alla costruzione, considerando inoltre che, come già anticipato, sforzi secondari e altri fattori vengono trascurati nella valutazione del fenomeno della fatica.

Nel seguito si prenderanno in esame le ipotesi su masse strutturali, rigidità dei vincoli e momento d'inerzia delle aste di parete, grandezze che caratterizzano in particolare il comportamento dinamico della struttura; per questo sarebbe ancora più difficilmente verificabile se tali ipotesi corrispondano effettivamente alla costruzione reale.

Da queste problematiche nasce l'esigenza di affinare il modello numerico agli Elementi Finiti, identificando a posteriori quei parametri meccanici ritenuti significativi per il comportamento dinamico della struttura in esame. In specifico si andrà a porre il problema di identificazione come un problema di ottimizzazione, dove i valori dei parametri meccanici vengono valutati in modo che le caratteristiche dinamiche del modello, siano il più simili possibile ai risultati ottenuti da elaborazioni sperimentali sulla struttura reale. La funzione costo è definita come la distanza tra frequenze proprie e deformate modali ottenute dalla struttura reale e dal modello matematico; questa funzione può presentare più minimi locali, ma la soluzione esatta del problema è rappresentata solo dal minimo globale.

Quindi il successo del processo di ottimizzazione dipende proprio dalla definizione della funzione costo e dalla capacità dell'algoritmo di trovare il minimo globale. Per questo motivo è stato preso in considerazione per la risoluzione del problema, l'algoritmo di tipo evolutivo DE (*Differential Evolution Algorithm*), perché gli algoritmi genetici ed evolutivi vengono segnalati per robustezza ed efficienza, tra i metodi di ricerca globale

caratterizzati dall'obiettivo di evitare la convergenza in minimi locali della funzione costo.

Nel **Capitolo 1** viene descritto nel dettaglio il *Differential Evolution* (DE) *Algorithm* [Storn & Price, 1997], che sarà poi utilizzato nel seguito per risolvere il problema di ottimizzazione dei parametri meccanici significativi nella caratterizzazione dinamica del ponte metallico ferroviario oggetto di studio. Si tratta di un metodo stocastico di ricerca diretta, che utilizza  $N$  vettori contemporaneamente nei quali le singole componenti rappresentano i parametri da minimizzare nel processo di ottimizzazione [Storn, 1996]. La procedura caratterizzante il *Differential Evolution Algorithm* può essere suddivisa in più fasi. Durante la prima fase denominata “*Mutation*”, si ottiene un nuovo vettore come combinazione lineare di vettori appartenenti alla popolazione precedente. Segue la fase di “*Crossover*”, nella quale le componenti dei vettori di una popolazione vengono mescolate con criteri random e la fase di “*Selection*” in cui il nuovo vettore, definito precedentemente mediante le fasi di *Mutation* e *Crossover* viene accettato nella nuova popolazione di vettori solo se riduce il valore della funzione costo rispetto al vettore della popolazione precedente. Poiché però i metodi di ricerca globale, quali gli algoritmi genetici ed evolutivi comportano un numero elevato di valutazioni della funzione costo, viene introdotta la metodologia della superficie di risposta nell'algoritmo DE per ottenere migliori prestazioni in termini di velocità di convergenza del processo di identificazione strutturale. In breve a partire dall'architettura dell'algoritmo DE, viene modificato il processo di *Mutation* in cui viene generato un nuovo vettore di parametri ricercando il minimo di una superficie di risposta del secondo ordine ottenuta da punti valutati all'iterazione precedente. L'algoritmo così modificato verrà denominato nel seguito DE-Q.

Nel **Capitolo 2** si pone l'attenzione sulla struttura oggetto di identificazione dinamica, ossia il vecchio ponte ferroviario a binario unico, ampliato e potenziato, della linea Bologna – Padova, che attraversa il fiume Po

tra Pontelagoscuro ed Occhiobello. La Rete Ferroviaria Italiana (Rfi), società dell'infrastruttura del Gruppo Ferrovie dello Stato, ha completato i lavori di potenziamento ed ampliamento di questo ponte nel settembre 2006.

In particolare le travate metalliche del ponte ferroviario sono rettilinee e costituite da travi principali a traliccio a gabbia chiusa, con uno schema statico di travi semplicemente appoggiate. Le travi principali sono di tipo reticolare, formate da aste sia di parete che di contorno costituite da profilati metallici in composizione chiodata.

Nel **Capitolo 3** si delineano le caratteristiche fondamentali dei due modelli agli Elementi Finiti che sono stati realizzati attraverso il software Straus7. Un modello più accurato necessario per ottenere i valori di frequenze proprie e deformate modali che, in mancanza di dati propriamente sperimentali, vengano considerati di riferimento per il processo di ottimizzazione dei parametri. Ed un modello più semplice da implementarsi nella procedura di ottimizzazione. La differenza sostanziale tra i due modelli è la scelta del tipo di elementi finiti utilizzati, elementi di tipo "shell" per il modello più accurato, ed elementi di tipo "beam" per il modello più semplice. Questa scelta ha comportato una differenza di risultati a livello di comportamento dinamico, determinata proprio dai parametri che vengono posti come incognite del problema, ossia la massa strutturale, il momento d'inerzia delle aste di parete e la rigidità orizzontale dei vincoli.

Una volta implementati i modelli in Straus7, si descrivono i passaggi per importare i modelli F.E.M. nel programma Ansys, necessario per interagire con il software (Matlab) che gestisce il processo di ottimizzazione.

Nel **Capitolo 4** si entra nel dettaglio dei file di Matlab, che seguendo il procedimento concettuale dell'algoritmo DE portano alla determinazione dei valori ottimi dei parametri incogniti.

Nel **Capitolo 5** vengono presentati i risultati delle numerose analisi di identificazione dei parametri incogniti, svolte prevalentemente attraverso l'algoritmo DE-Q. Vengono effettuate analisi a 2, 3 e 4 parametri, modificando

la definizione della funzione costo a seconda del numero di frequenze proprie e relativi autovettori considerati. In seguito si svolgono analisi del tutto simili modificando il controllo di convergenza da relativo ad assoluto e diminuendo il numero dei vettori di controllo da 4 a 3. Infine si effettua un'ennesima batteria di analisi attraverso l'algoritmo DE nella sua forma originaria, per indagare la maggiore efficienza dell'algoritmo DE-Q in termini di costo computazionale.

Obiettivo della tesi infatti è l'utilizzo dell'algoritmo DE modificato con approssimazione quadratica (DE-Q), per affinare il modello numerico e quindi ottenere l'identificazione dei parametri meccanici che influenzano il comportamento dinamico di una struttura reale, il ponte ferroviario metallico a Pontelagoscuro.



## **1. DIFFERENTIAL EVOLUTION ALGORITHM**

I modelli agli elementi finiti possono essere corretti attraverso un processo di ottimizzazione che permetta di identificare quei parametri meccanici le cui ipotesi influenzano talmente il modello matematico, da produrre risultati che differiscono anche notevolmente dal comportamento dinamico della struttura reale.

In questo capitolo viene presentato l'algoritmo che verrà nel seguito utilizzato per risolvere tale problema di identificazione dei parametri considerati significativi della struttura in esame. Si è scelto il cosiddetto *Differential Evolution Algorithm* poiché come tale, gli algoritmi genetici ed evolutivi si distinguono in termini di robustezza ed efficienza; nonché in quanto metodo di ricerca globale evita la convergenza in minimi locali della funzione costo.

## 1.1 DIFFERENTIAL EVOLUTION ALGORITHM

Il *Differential Evolution (DE) Algorithm* è un metodo stocastico di ricerca diretta, che utilizza  $NP$  vettori contemporaneamente, indicati con:

$$\mathbf{x}_{i,G}, i = 1, 2, \dots, NP$$

dove con  $G$  si è indicata la  $G$ -esima generazione di parametri, chiamata *popolazione*.

L'utilizzo contemporaneo di numerosi vettori di parametri consente di evitare minimi locali. Ogni vettore  $\mathbf{x}_{i,G}$  contiene  $D$  parametri da ottimizzare ed il numero dei vettori della popolazione  $NP$  è mantenuto costante durante l'intero processo di minimizzazione.

Le fasi salienti dell'algoritmo (riportate in Figura 1.1) sono descritte nel seguito. Innanzitutto, occorre scegliere la popolazione iniziale: essa è selezionata in modo aleatorio a partire da una distribuzione uniforme su tutto lo spazio dei possibili valori assunti dai parametri.

Al passo successivo, l'algoritmo *DE* genera un nuovo vettore di parametri, sommando ad ogni vettore la differenza pesata della differenza di altri due vettori. Tale operazione è definita *Mutation* ed il nuovo vettore è chiamato *mutant vector*.

Successivamente, durante l'operazione di *Crossover*, le componenti dei vettori generati vengono mescolate per ottenere una maggiore variabilità dei vettori, creando il cosiddetto *trial vector*. Se tale vettore produce un valore minore della funzione costo rispetto al vettore della generazione precedente, esso verrà scelto per generare la nuova popolazione (operazione di *Selection*).

Tali operazioni sono descritte con maggior dettaglio nel seguito.

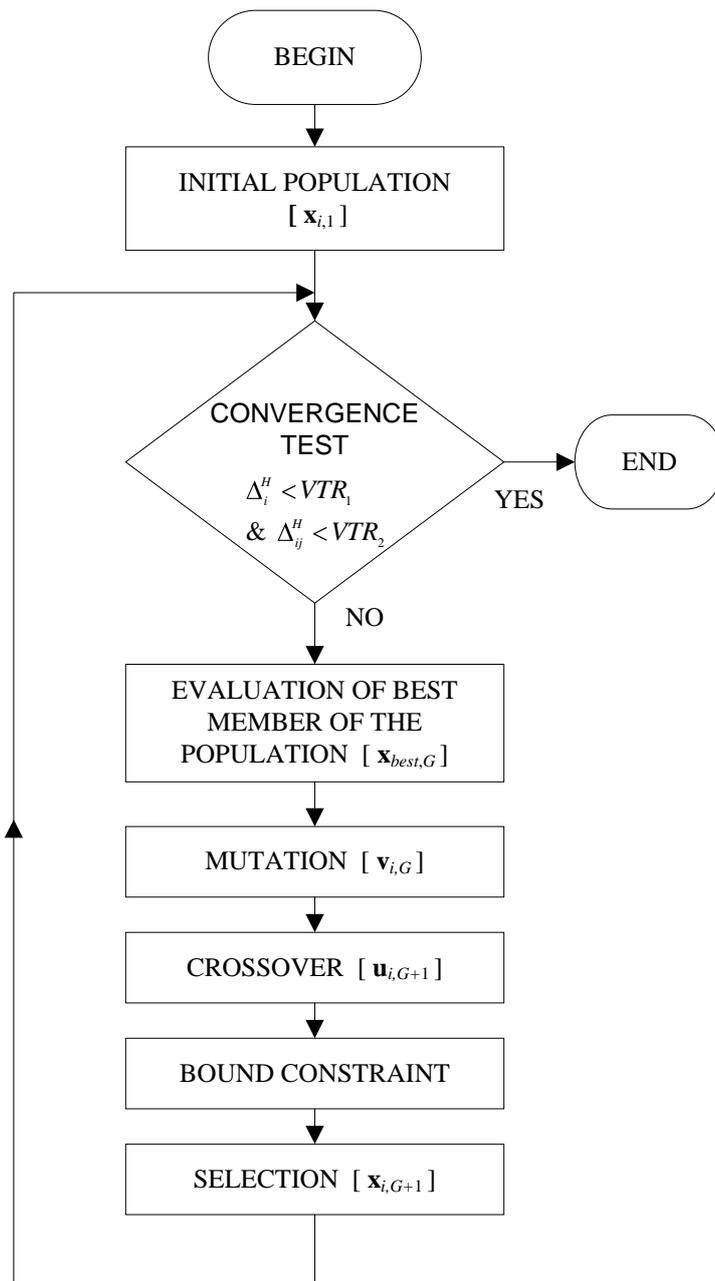


Figura 1.1. Diagramma delle operazioni principali del Differential Evolution Algorithm.

### 1.1.1 Operazione di *Mutation*

Per ogni vettore della popolazione  $G$ -esima:

$$\mathbf{x}_{i,G}, \quad i = 1, 2, \dots, NP,$$

il *mutant vector*  $\mathbf{v}_{i,G}$  è ottenuto sommando a  $\mathbf{x}_{i,G}$  il contributo ottenuto dalla differenza pesata tra altri due vettori appartenenti alla stessa popolazione.

Durante il processo di *mutation*, possono essere scelte tre differenti strategie: la strategia denominata “*random*”, la combinazione “*best*” o, in alternativa, una strategia intermedia chiamata “*best-to-rand*”. La strategia “*random*” genera il *mutant vector*  $\mathbf{v}_{i,G}$  secondo l’espressione:

$$\mathbf{v}_{i,G+1} = \mathbf{x}_{r_1,G} + F \cdot (\mathbf{x}_{r_2,G} - \mathbf{x}_{r_3,G}), \quad (1.1)$$

dove gli indici:

$$r_1, r_2, r_3 \in \{2, \dots, NP\}$$

sono selezionati in modo casuale e  $F$  è una costante positiva scelta in modo da controllare l’ampiezza della mutazione. La costante  $F$  è usualmente scelta pari a 0.8, come consigliato in [Storn 1996].

La strategia “*best*” è definita in modo analogo alla precedente ma si differenzia in quanto il *mutant vector* è generato sempre a partire dal miglior componente della popolazione precedente, denominato  $\mathbf{x}_{best,G}$ , in accordo con l’espressione:

$$\mathbf{v}_{i,G+1} = \mathbf{x}_{best,G} + F \cdot (\mathbf{x}_{r_1,G} - \mathbf{x}_{r_2,G}). \quad (1.2)$$

Infine, nella strategia “*best-to-rand*” il nuovo vettore è definito dall’espressione:

$$\mathbf{v}_{i,G+1} = \mathbf{x}_{i,G} + F \cdot (\mathbf{x}_{best,G} - \mathbf{x}_{i,G}) + F \cdot (\mathbf{x}_{r_1,G} - \mathbf{x}_{r_2,G}), \quad (1.3)$$

combinando quindi sia vettori scelti in modo random che attraverso il miglior componente della popolazione  $G$ -esima. Un esempio del processo di *Mutation* è riportato in Figura 1.2.

L'efficienza di una strategia dipende dal tipo di problema, in particolare dalla regolarità della funzione costo. Per funzioni regolari, nelle quali è presente un solo minimo, la strategia “best” converge molto più rapidamente rispetto alle altre, in quanto la popolazione successiva è derivata interamente dal punto avente minimo valore della funzione obiettivo. In presenza di minimi locali o di funzioni aventi una bassa sensitività rispetto alle variabili da identificare, i metodi “random” o “best-to-rand” sono da preferirsi, in quanto evitano la convergenza verso minimi locali della funzione costo.

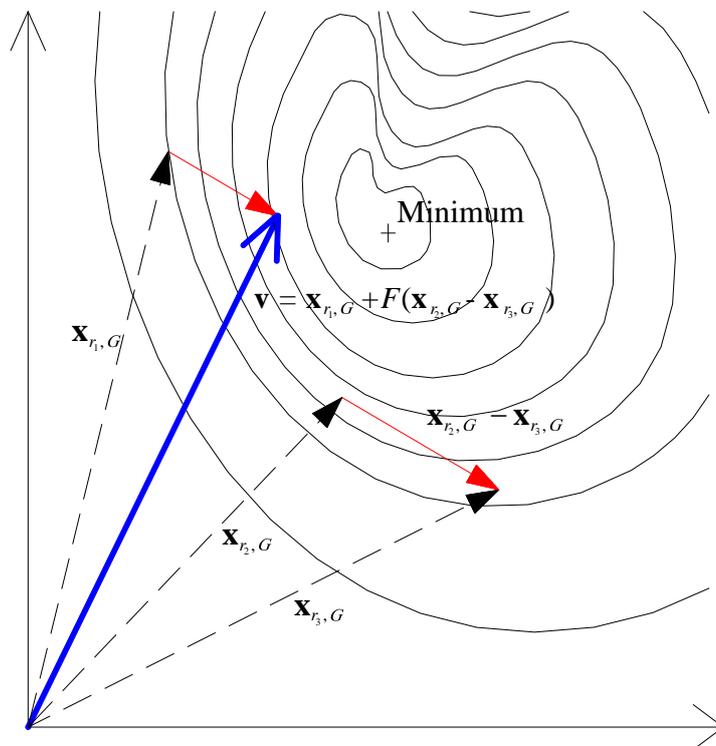


Figura 1.2. DE Algorithm: Operazione di Mutation.

### 1.1.2 Operazione di *Crossover*

La fase di *Crossover* viene introdotta per aumentare la variabilità dei vettori costituenti la popolazione. Il *trial vector*  $\mathbf{u}_{i,G+1}$  è ottenuto mescolando in modo random le componenti del vettore originario con le componenti del *mutant vector*  $\mathbf{v}_{i,G+1}$ , secondo la relazione:

$$\mathbf{u}_{i,G+1} = (u_{1i,G+1}, u_{2i,G+1}, \dots, u_{Di,G+1}), \quad (1.4)$$

dove:

$$u_{ji,G+1} = \begin{cases} v_{ji,G+1} & \text{if } \text{rand}(j) \leq CR \\ x_{ji,G} & \text{if } \text{rand}(j) > CR \end{cases} \quad (1.5)$$

L'operazione di *crossover* è schematicamente riportata in Figura 1.3. Nell'equazione (1.5),  $u_{ji}$  rappresenta la  $j$ -esima componente del vettore  $\mathbf{u}_i$ , con  $j = 1, 2, \dots, D$  avendo indicato con  $D$  il numero di parametri per ogni vettore. Inoltre,  $\text{rand}(j)$  è un numero random estratto da una distribuzione uniforme. Infine,  $CR$ , detta costante di crossover, indica la percentuale di mutazioni considerate nel *trial vector*. In Storn [1996], il valore della costante di crossover consigliato è pari a 0.8.

### 1.1.3 Operazione di *Selection*

Ogni elemento  $\mathbf{u}_i$  della generazione  $G+1$  viene confrontato con il vettore  $\mathbf{x}_{i,G}$  della popolazione precedente. Il vettore  $\mathbf{u}_i$  sarà scelto come elemento della nuova popolazione solo se il valore della funzione costo  $H$  ad esso corrispondente è inferiore a quello del vettore della popolazione precedente. In tal caso il vettore  $\mathbf{u}_{i,G+1}$  sostituisce il vettore  $\mathbf{x}_{i,G}$ , in caso contrario, il vettore della popolazione precedente  $\mathbf{x}_{i,G}$  rimane membro della popolazione successiva.

Analiticamente, l'operazione di *Selection* è definita dalla seguente

espressione:

$$\mathbf{x}_{i,G+1} = \begin{cases} \mathbf{u}_{i,G+1} & H(\mathbf{u}_{i,G+1}) < H(\mathbf{x}_{i,G}) \\ \mathbf{x}_{i,G} & H(\mathbf{u}_{i,G+1}) \geq H(\mathbf{x}_{i,G}) \end{cases} \quad (1.6)$$

con  $i = 1, 2, \dots, NP$ .

### 1.1.4 Bound constraint

Solitamente, nelle applicazioni ingegneristiche la ricerca dei parametri incogniti è significativa solo all'interno di intervalli che possono essere stabiliti con considerazioni di tipo fisico-meccanico:

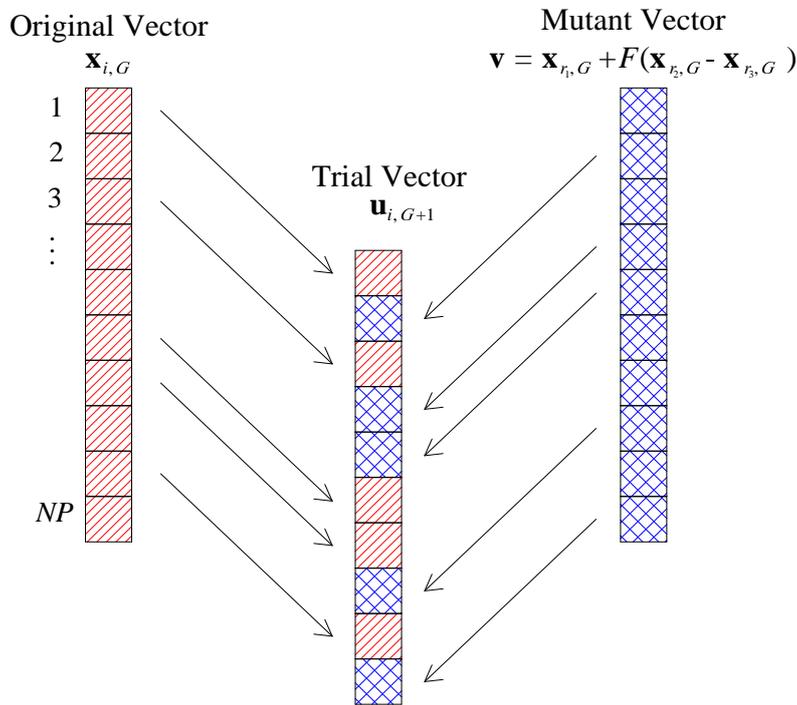


Figura 1.3. DE Algorithm: Operazione di Crossover.

$$x_{j,G} \in [x_{j,\min}, x_{j,\max}] \quad (1.7)$$

dove  $j=1,2,\dots,D$  e  $D$  rappresenta il numero dei parametri incogniti.

L'introduzione dei vincoli sui parametri è indispensabile per poter limitare le analisi nel range di parametri che hanno un significato fisico.

Possono essere utilizzati diversi metodi per introdurre nella procedura vincoli sui parametri. In [Teughels, 2003] è stato introdotto nella funzione costo un'ulteriore termine (denominato “*penalty factor*”) che aumenta sensibilmente il valore della funzione stessa qualora il vettore si trovi fuori dal dominio; tale metodologia, molto diffusa nei problemi di ottimizzazione, può essere applicata solo quando esista la soluzione del problema anche per valori di variabili che si trovino al di fuori del dominio. Per mantenere un carattere di generalità, nell'algoritmo si è ritenuto più efficace introdurre una proiezione sul contorno dei vettori che, a causa dell'operazione di *mutation*, si trovino al di fuori del dominio di esistenza dei parametri (vedi Figura 1.4).

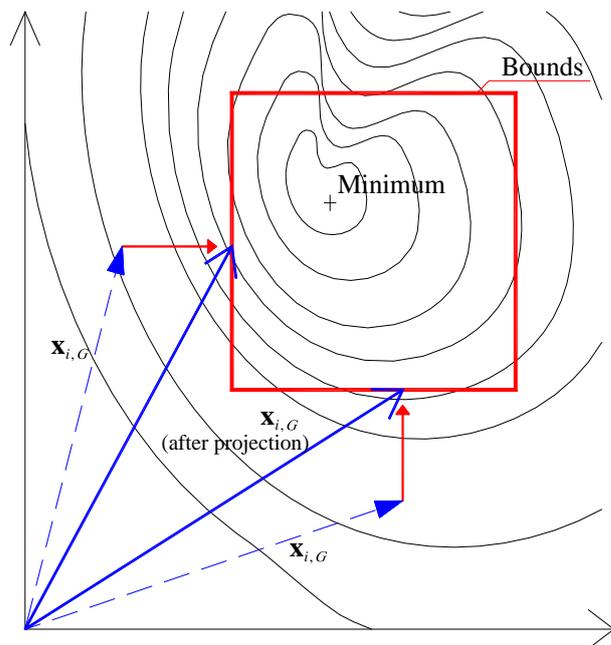


Figura 1.4. Proiezione sulla frontiera introdotta con l'algoritmo di bound constraint.

### 1.1.5 Criteri di convergenza

Al fine di stabilire l'avvenuta convergenza dell'algoritmo, i vettori della popolazione  $G+1$ -esima vengono in primo luogo ordinati in base al valore della funzione costo ad essi corrispondente, secondo il criterio:

$$\tilde{\mathbf{x}}_{1,G+1} \prec \tilde{\mathbf{x}}_{2,G+1} \prec \dots \prec \tilde{\mathbf{x}}_{NP,G+1},$$

tali per cui:

$$H(\tilde{\mathbf{x}}_{1,G+1}) \prec H(\tilde{\mathbf{x}}_{2,G+1}) \prec \dots \prec H(\tilde{\mathbf{x}}_{NP,G+1}).$$

La convergenza si considera raggiunta quando la differenza tra i valori della funzione costo  $H$  ottenuti per i primi  $NC$  vettori di controllo è minore di una costante prefissata, congiuntamente alla condizione che la distanza tra gli  $NC$  vettori stessi non sia superiore ad una seconda costante. Per quanto riguarda la convergenza in termini di funzione costo, il test si scrive:

$$\Delta_i^H = \frac{|H(\tilde{\mathbf{x}}_{i,G+1}) - H(\tilde{\mathbf{x}}_{i+1,G+1})|}{|H(\tilde{\mathbf{x}}_{i,G+1})|} < VTR_1, \quad (1.8)$$

dove  $i = 1, \dots, NC$  e  $VTR_1$  è la costante di precisione richiesta.

Il solo controllo del valore della funzione costo  $H$  non è sempre sufficiente come nel caso in cui tale funzione presenti valori modesti del gradiente in prossimità della soluzione. Per questo motivo, la convergenza si ritiene soddisfatta solo quando anche le  $NC$  distanze relative tra le componenti dei vettori:

$$\Delta_{ij}^x = \frac{|\tilde{x}_{ji,G+1} - \tilde{x}_{j+1,G+1}|}{|\tilde{x}_{ji,G+1}|} < VTR_2. \quad (1.9)$$

diventano sufficientemente piccole.

## 1.2 DEFINIZIONE DELLA FUNZIONE OBIETTIVO

Nel problema di ottimizzazione riveste particolare importanza la definizione della funzione da minimizzare, in quanto la sensibilità della soluzione a variazioni delle variabili da identificare dipende in modo fondamentale dalla definizione della funzione obiettivo. Inoltre, diverse definizioni della funzione condizionano il processo di ottimizzazione, rendendo più o meno regolare la funzione stessa e accentuando o meno zone con bassa sensibilità ai parametri ricercati. In letteratura tale problema ha avuto grande importanza [Friswell & Mottershead, 1995]. Nella metodologia standard, la funzione obiettivo è definita scrivendo il problema ai minimi quadrati:

$$H = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N [\mathbf{A}_i \boldsymbol{\theta} - \bar{z}_i]^2, \quad (1.10)$$

dove con  $z_i$  si è indicata la generica quantità ottenuta dalla modellazione numerica, nel vettore  $\boldsymbol{\theta}$  sono poste le variabili incognite del problema e con  $\bar{z}$  si è indicata la relativa quantità sperimentale.

Nella procedura ai minimi quadrati pesati, la diversa natura dei termini che possono comporre la (1.10) sono pre-moltiplicati per un fattore peso, per tenere conto dell'importanza del termine in funzione dell'accuratezza del termine stesso.

Nel processo di identificazione dinamica, i termini della (1.10) si scrivono come differenze tra le caratteristiche dinamiche del modello numerico (ad esempio un modello FEM) e quelle ottenute mediante processi di elaborazione dei segnali. In letteratura esistono due approcci differenti: il primo definito nel dominio delle frequenze e il secondo attraverso le caratteristiche modali.

Il primo approccio prevede che la funzione costo contenga la differenza

tra la risposta in frequenza ottenuta sperimentalmente e la stessa ottenuta introducendo nel modello FEM i parametri di design  $\theta$  [Imregum et al., 1995, Balmes, 2002]. Poiché i gradi di libertà misurati sono solitamente in numero molto inferiore rispetto ai gradi di libertà del modello numerico, è necessario espandere il vettore contenente le quantità misurate o, al contrario, effettuare una condensazione del modello in modo da fargli assumere lo stesso numero di gradi di libertà i cui valori sono stati misurati sperimentalmente. Il vantaggio di questa tecnica è che possono essere considerati nella definizione della funzione costo anche gli smorzamenti della struttura.

Il secondo approccio utilizza invece i parametri modali sintetici della struttura, quali frequenze proprie e deformate modali. Tale procedura non necessita di alcuna espansione o riduzione del modello e, inoltre, possono essere introdotte altre quantità locali quali le curvatures modali [Teughels et al., 2003]. Il principale svantaggio di tale metodologia risiede nel fatto che le inaccurately introdotte nell'estrazione dei parametri modali, sia numerici che sperimentali, introducono errori nella determinazione dei parametri meccanici da identificare. Prima di confrontare le caratteristiche modali ottenute numericamente e sperimentalmente, occorre correlare preliminarmente le deformate modali in modo da ottenere il confronto sui medesimi modi. Infatti riordinare le frequenze proprie in ordine ascendente non è sufficiente, in quanto può accadere che, per effetto di errori di natura sperimentale o del modello numerico, sia invertito l'ordine di modi con frequenze proprie tra loro vicine. Per ovviare a tale inconveniente, è necessario confrontare tra loro prima le forme modali, ad esempio con il *MAC (Modal Assurance Criterion)* e, successivamente, calcolare l'errore sulle frequenze corrispondenti.

In questo secondo approccio, la funzione obiettivo che deve essere minimizzata durante la procedura di identificazione può essere così riscritta:

$$H = \sum_{i=1}^N \left[ w_1 \cdot \left( \frac{\omega_i - \bar{\omega}_i}{\bar{\omega}_i} \right)^2 + w_2 \cdot \sum_{j=1}^f \left( \frac{\phi_{ij} - \bar{\phi}_{ij}}{\bar{\phi}_{ij}} \right)^2 \right], \quad (1.11)$$

considerando, quindi, la differenza relativa tra frequenze e autovettori ottenuti dal modello numerico adottando una data combinazione di parametri meccanici  $\{\omega_i, \phi_{ij}\}$  e gli stessi di riferimento  $\{\bar{\omega}_i, \bar{\phi}_{ij}\}$  forniti, ad esempio, dall'indagine sperimentale.

Nella (1.11) si è indicato con  $N$  il numero dei modi utilizzati e con  $f$  il numero delle componenti dell'autovettore corrispondente al  $i$ -esimo modo di vibrare. Infine,  $w_1, w_2$  sono i pesi attribuiti nella funzione costo rispettivamente a frequenze e autovettori.

In letteratura sono presenti diverse formulazioni per ottenere l'errore commesso sulla valutazione delle forme modali. Tra questi, vengono ampiamente utilizzati dei parametri sintetici quali il *MAC* o il *Normalized Modal Difference (NMD)* [Gentile et al., 2001]; definiti mediante le seguenti espressioni:

$$MAC = \frac{\langle \phi_i \cdot \bar{\phi}_j \rangle}{\langle \phi_i \cdot \phi_i \rangle \langle \bar{\phi}_j \cdot \bar{\phi}_j \rangle} \quad (1.12)$$

$$NMD = \sqrt{\frac{1 - MAC(\phi_i, \bar{\phi}_j)}{MAC(\phi_i, \bar{\phi}_j)}}$$

Secondo [Gentile et al, 2001], il *NMD* risulta essere molto più sensibile alle differenze modali rispetto al *MAC*. Esso può anche essere utilizzato quale criterio di correlazione alternativo al *MAC*, ma la correlazione risulta più complessa in quanto il *NMD* non è superiormente limitato.

### **1.3 INTRODUZIONE DI UNA APPROSSIMAZIONE QUADRATICA NELL'ALGORITMO DE**

I metodi di ricerca globale, quali algoritmi genetici ed evolutivi, hanno lo svantaggio di richiedere un alto numero di valutazioni della funzione costo in quanto sono basati sulla ricerca random del minimo, senza utilizzare informazioni sulla forma della funzione costo (quali, ad esempio, il gradiente della funzione stessa). Inoltre, dopo essere giunti in prossimità del minimo globale, sono necessarie numerose iterazioni per ottenere la precisione richiesta dal test di convergenza. Nel caso in cui la funzione costo abbia un unico minimo (globale), i metodi di ricerca globale risultano essere troppo onerosi e possono essere sostituiti a favore di metodi basati sul gradiente della funzione.

Invece di condurre la ricerca del minimo direttamente sulla funzione costo, metodologie quali la *Response Surface Methodology (RSM)* sono basate su successive approssimazioni della funzione costo. Nella formulazione classica, la superficie di risposta è ottenuta combinando termini polinomiali fino al secondo ordine, che approssimano la funzione errore originaria in punti prefissati (sampling points). La teoria del progetto degli esperimenti (*DOE*) consente di scegliere tali punti basandosi su criteri di tipo statistico [Khuri & Cornell, 1996].

Il costo computazionale di tali metodi è drasticamente ridotto rispetto ad un metodo di ricerca globale, garantendo al *RMS* una rapida convergenza quando la funzione costo presenta un solo minimo. Nel caso di più minimi locali, l'uso della cosiddetta *General Response Surface Method (GRSM)* [Alotto et al., 1997] può solo parzialmente essere utilizzata, in quanto quest'ultima metodologia è applicabile quando il problema presenta un modesto numero di parametri da ottimizzare, mentre la sua efficienza decresce rapidamente con un alto numero di variabili [Pahner, 1998].

Va inoltre sottolineato che nei problemi di identificazione strutturale, raramente è nota a priori la forma della funzione costo, in quanto essa è definita implicitamente. Notevole importanza riveste quindi la scelta dell'algoritmo, che deve essere effettuata in funzione della presenza o meno di minimi locali.

In questo paragrafo la metodologia della superficie di risposta è stata introdotta nell'algoritmo DE per ottenere migliori prestazioni nel processo di identificazione strutturale. Partendo dall'architettura dell'algoritmo DE, il processo di *Mutation* è stato modificato: un nuovo vettore di parametri viene ottenuto ricercando il minimo di una superficie di risposta del secondo ordine ottenuta da punti valutati all'iterazione precedente. La velocità di convergenza risulta essere notevolmente superiore, in particolare, viene drasticamente ridotto il numero di iterazioni necessarie per ottenere la precisione richiesta quando si è già raggiunto un intorno del minimo globale. D'altra parte, l'algoritmo trova comunque il minimo globale della funzione costo, in quanto basato sulla ricerca di molti punti simultaneamente, così come nell'impostazione originaria dell'algoritmo evolutivo. Non per ultimo, quando la funzione costo presenta un solo minimo, l'introduzione della superficie di risposta porta a convergenza in un ridotto numero di iterazioni.

Si descrive brevemente la metodologia della Superficie di Risposta, e successivamente si presenta l'algoritmo denominato DE-Q, nel quale viene modificata l'operazione di *Mutation*.

### **1.3.1 La metodologia della superficie di risposta**

La metodologia della superficie di risposta si basa sull'approssimazione della funzione originaria, implicitamente o esplicitamente definita, utilizzando semplici ed esplicite funzioni.

La metodologia della superficie di risposta è stata originariamente proposta per ottenere le migliori condizioni per processi chimici, durante i quali

alcune funzioni dovevano essere ottimizzate. L'uso della RSM è stata successivamente estesa ad altri campi di applicazione, specialmente nelle applicazioni ingegneristiche che comportavano analisi complesse [Box & Draper, 1987]. In tali casi, infatti, la superficie di risposta può essere utilizzata per ridurre il costo computazionale. Khuri & Cornell [1996] presentarono recentemente la metodologia per applicazioni di affidabilità strutturale.

L'ipotesi per l'utilizzo della RSM è l'esistenza di una funzione dei parametri da ottimizzare  $\mathbf{x}$  per ogni combinazione dei parametri ai quali corrisponde un valore della funzione costo  $H$ , cioè:

$$H = g(\mathbf{x}) \quad (1.13)$$

dove  $\mathbf{x}$  rappresenta il vettore avente dimensione  $D$ , contenente i parametri da cercare e  $g(\mathbf{x})$  è la funzione di risposta.

Se  $g(\mathbf{x})$  è una funzione continua e differenziabile, può essere rappresentata localmente mediante una serie di Taylor nell'intorno di un punto arbitrario  $\mathbf{x}_k$ :

$$H_k = g(\mathbf{x}_k) + \nabla g(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{p} + \frac{1}{2} \mathbf{p} \nabla^2 g(\mathbf{x}_k) \mathbf{p} \quad (1.14)$$

dove  $\nabla g(\mathbf{x}_k)$  e  $\nabla^2 g(\mathbf{x}_k)$  rappresentano il gradiente e la matrice Hessiana della funzione.

Quando la funzione costo non è definita esplicitamente, è più conveniente arrestare l'equazione 1.14 ad un prestabilito grado.

Nella metodologia classica della RSM, si utilizza una combinazione di termini di primo e secondo grado, valutata in determinati punti nel seguito denominati *sampling points*.

Il secondo grado è comunemente utilizzato nei problemi strutturali in quanto consente una accuratezza accettabile con un basso costo computazionale. Gradi più elevati non sono solitamente utilizzati in quanto

necessitano di un onere computazionale maggiore, dovuto ai numerosi coefficienti che devono essere stimati, senza aumentare significativamente la precisione del risultato. Al contrario, alcuni autori adottano approssimazioni quadratiche senza i termini misti e pertanto assumono sviluppi polinomiali incompleti.

Adottando un'approssimazione quadratica, l'equazione 1.14 può essere riscritta nel seguente modo:

$$H = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{L} \mathbf{x} + \beta_0 \quad (1.15)$$

dove  $\mathbf{Q}$  è una matrice di dimensione  $D \times D$  contenente i coefficienti dei termini quadratici,  $\mathbf{L}$  è un vettore  $D$  dimensionale dei coefficienti lineari e  $\beta_0$  è il termine costante.

Khuri & Cornell [1996] proposero la seguente procedura per ottenere una relazione analitica tra il valore dei coefficienti della superficie di risposta e un numero limitato di sampling points.

Senza perdita di generalità, nel seguito si farà riferimento ad una funzione di due variabili (corrispondente ad un processo di identificazione di 2 parametri,  $x_1$  e  $x_2$ ).

Scelta una superficie di risposta contenente termini al più di secondo grado, la funzione costo può essere espressa nel modo seguente:

$$H(x_1, x_2) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_1^2 + \beta_4 x_2^2 + \beta_5 x_1 x_2 \quad (1.16)$$

dove i coefficienti  $\beta_i$  sono incogniti.

Date  $NS$  osservazioni della funzione costo, l'equazione 1.16 può essere espressa mediante una notazione lineare:

$$\mathbf{H} = \mathbf{Z} \cdot \boldsymbol{\beta} \quad (1.17)$$

dove:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 1 & x_{1,1} & x_{2,1} & \begin{matrix} \curvearrowright \\ \curvearrowright \\ \curvearrowright \end{matrix} & \begin{matrix} \curvearrowright \\ \curvearrowright \\ \curvearrowright \end{matrix} & x_{1,1}x_{2,1} \\ 1 & x_{1,2} & x_{2,2} & \begin{matrix} \curvearrowright \\ \curvearrowright \\ \curvearrowright \end{matrix} & \begin{matrix} \curvearrowright \\ \curvearrowright \\ \curvearrowright \end{matrix} & x_{1,2}x_{2,2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_{1,NS} & x_{2,NS} & \begin{matrix} \curvearrowright \\ \curvearrowright \\ \curvearrowright \end{matrix} & \begin{matrix} \curvearrowright \\ \curvearrowright \\ \curvearrowright \end{matrix} & x_{1,NS}x_{2,NS} \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

e

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} H_1 \begin{matrix} \curvearrowright \\ \curvearrowright \\ \curvearrowright \end{matrix} \\ H_2 \begin{matrix} \curvearrowright \\ \curvearrowright \\ \curvearrowright \end{matrix} \\ \vdots \\ H_{NS} \begin{matrix} \curvearrowright \\ \curvearrowright \\ \curvearrowright \end{matrix} \end{bmatrix}$$

Il vettore  $\beta$  contiene i parametri incogniti che definiscono la superficie di risposta.

Per una migliore definizione della superficie di Risposta, il numero di osservazioni  $NS$  deve essere ridondante, cioè superiore al numero di coefficienti  $\beta_i$  da definire.

I valori di tali parametri possono essere stimati attraverso il metodo dei minimi quadrati, ottenendo la seguente relazione:

$$\beta = (\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T \mathbf{H}. \quad (1.19)$$

In tale formulazione, tutti i sampling points  $\mathbf{x}$  hanno il medesimo peso. D'altra parte, una buona superficie di risposta è definita in modo tale da ottenere migliori performance in prossimità della soluzione. Per questo motivo, in [Myers & Montgomery, 1995; Kaymax & McMahon, 2005] è stata proposta la seguente formulazione:

$$\beta = (\mathbf{Z}^T \mathbf{W} \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T \mathbf{W} \mathbf{H}, \quad (1.20)$$

dove  $\mathbf{W}$  è una matrice diagonale di dimensioni  $NS \times NS$  contenente i coefficienti peso. Per determinare i termini  $w_i$  di tale matrice, può essere utilizzata la

seguinte espressione:

$$w_i = \exp\left(-\frac{g(\mathbf{x}_i) - H_{best}}{H_{best}}\right) \quad (1.21)$$

dove  $H_{best}$  è così definito:

$$H_{best} = \min(g(\mathbf{x}_i)) \quad (1.22)$$

Sono stati proposti diversi algoritmi in letteratura per selezionare in modo appropriato i sampling points  $\mathbf{x}$ , necessari per definire la matrice  $\mathbf{Z}$ . Per tali strategie si rimanda a [Khuri & Cornell 1996; Box & Draper, 1987]. Per quanto riguarda lo scopo della seguente trattazione, la scelta degli esperimenti viene determinata attraverso l'algoritmo DE, nel quale viene introdotta la superficie di Risposta.

### 1.3.2 Algoritmo DE con approssimazione quadratica

La metodologia della Superficie di Risposta viene ora introdotta nell'algoritmo Evolutivo DE. Per semplicità di notazione verrà chiamato con DE-Q l'algoritmo modificato, mentre verrà utilizzato il nome DE per quello nella sua formulazione originale.

Le fasi salienti dell'algoritmo DE-Q sono riportate in Figura 1.6. e descritte nel seguito.

Si sceglie la popolazione iniziale in modo casuale a partire da una distribuzione uniforme su tutto lo spazio dei possibili valori assunti dai parametri. Ad ogni iterazione, i vettori sono suddivisi in  $NP$  gruppi (dove  $NP$  è il numero totale dei punti), ognuno contenenti  $NS$  vettori ( $NS < NP$ ).

Per ogni gruppo, è possibile determinare la Superficie di Risposta che approssima la funzione errore secondo l'Equazione 1.15. Per ogni superficie, i coefficienti  $\beta$  possono essere ottenuti mediante la formulazione (1.19) o (1.20). Successivamente si controlla se la superficie ottenuta presenta o meno un



- Se la superficie di risposta ha concavità positiva ma i punti che generano tale superficie non si trovano in prossimità dello stesso minimo, la funzione costo valutata in tale punto presenterà, in generale, un valore maggiore rispetto ai punti generati dall'iterazione precedente, e quindi potrà essere eliminato durante l'operazione di *Selection* (Figura 1.5d) oppure, in alternativa, costituisce un nuovo punto, combinazione di altri della popolazione precedente, non dissimile a quanto può essere ottenuto mediante la combinazione lineare.

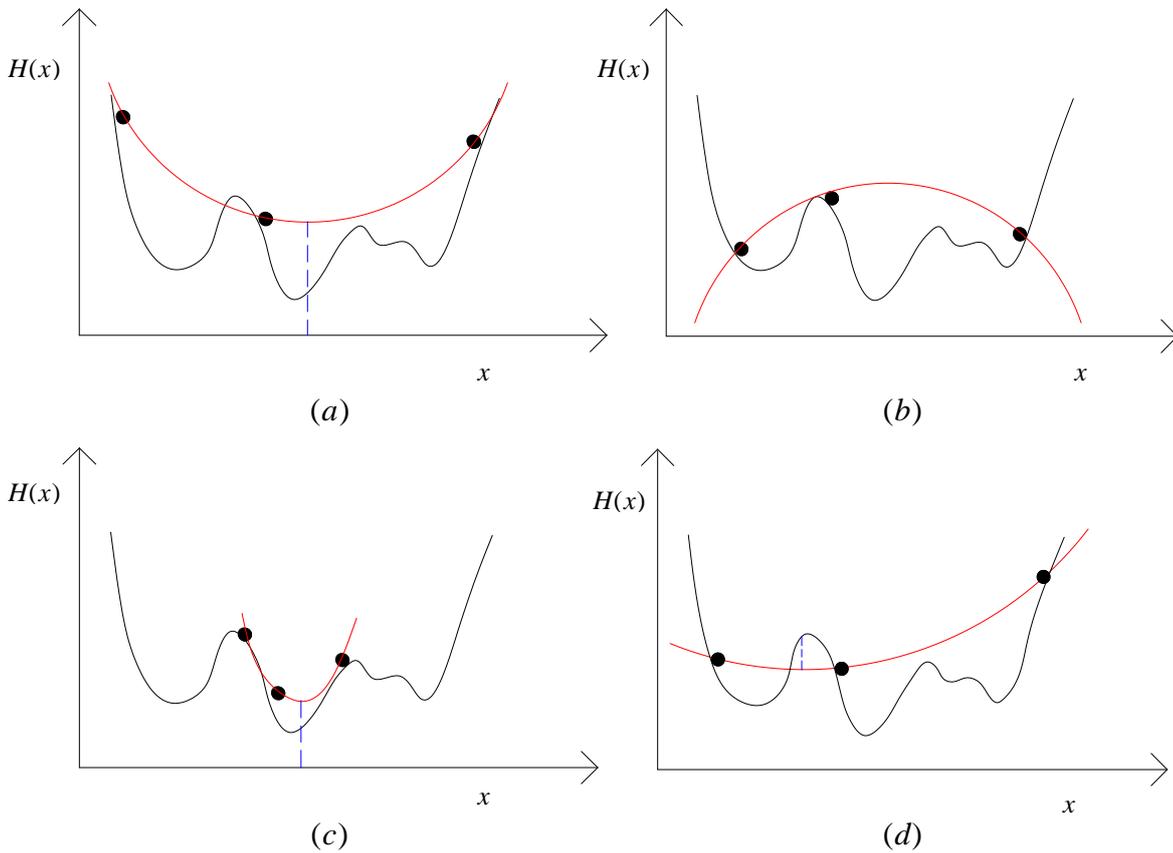


Figura 1.5. (a) Superficie quadratica approssimante con concavità positiva e (b) con concavità negativa; (c) approssimazione della funzione costo nell'intorno della soluzione; (d) il minimo dell'approssimazione quadratica fornisce un valore della funzione costo superiore e quindi viene eliminato durante il processo di *Selection*.

- Infine va sottolineato che la procedura ha vantaggi rispetto all'applicazione in successione dell'algorithmo DE (in una prima fase) seguito dall'approssimazione quadratica (in prossimità del minimo).

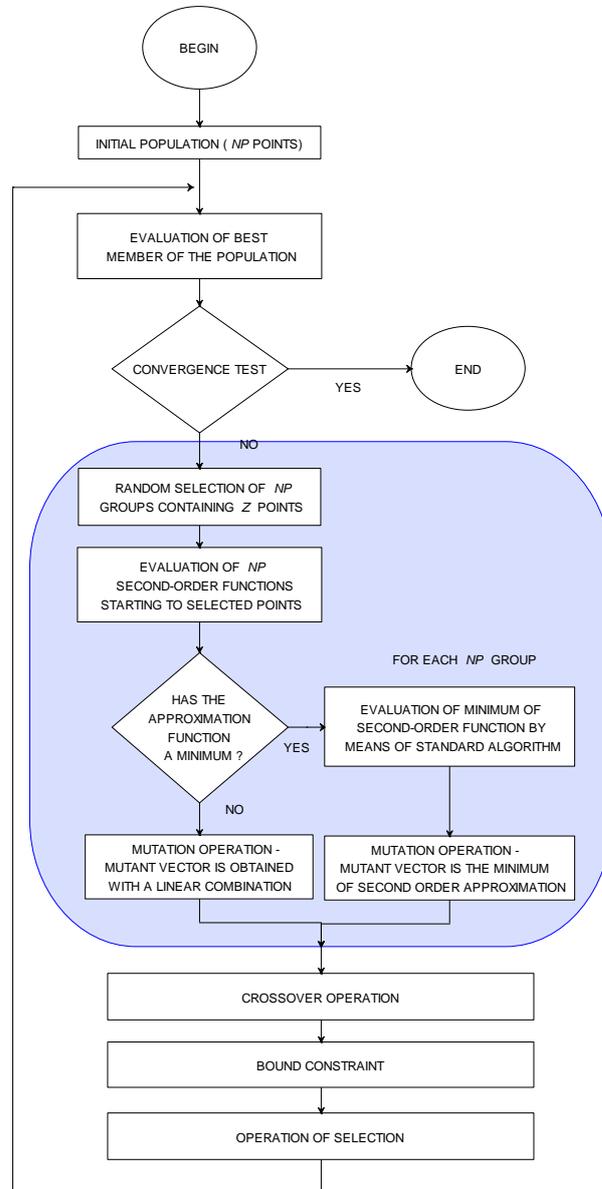


Figura 1.6. Diagramma delle operazioni principali del Differential Evolution Algorithm con approssimazione quadratica.

Infatti, in questi casi, risulta in genere assai difficile decidere quando terminare la prima procedura per iniziare la seconda, senza ottenere una sostanziale riduzione dell'onere computazionale. Utilizzando l'algoritmo sopra descritto, invece, la decisione di adottare la procedura evolutiva o la procedura RMS risulta essere "automatica", controllando la concavità della funzione quadratica approssimante.

## **2. STRUTTURA OGGETTO DI STUDIO: PONTE FERROVIARIO SUL PO A PONTELAGOSCURO**

In questo capitolo viene descritta la struttura oggetto di identificazione dinamica tramite il *Differential Evolution Algorithm* presentato nel capitolo precedente.

La struttura in esame è il ponte ferroviario metallico sulla linea Bologna – Padova che attraversa il fiume Po tra le località di Pontelagoscuro ed Occhiobello, in provincia di Ferrara. Ad oggi i binari della linea ferroviaria Bologna – Padova attraversano il fiume Po su due diversi ponti, uno dedicato al traffico in direzione Nord ed uno riservato ai convogli in direzione opposta.

L'itinerario Bologna-Padova costituisce un importante collegamento fra l'area Nord/Est dell'Italia e la dorsale nazionale Nord/Sud Milano-Roma. Su tale itinerario furono programmati rilevanti investimenti infrastrutturali e tecnologici finalizzati a conferire all'itinerario stesso le caratteristiche prestazionali necessarie, soprattutto in termini di offerta di trasporto passeggeri e merci, per svolgere appieno le funzioni di importante asse di collegamento fra la dorsale Nord/Sud e la trasversale Est/Ovest.

Tra i principali interventi effettuati sulla linea, si trova l'adeguamento a norma del ponte ferroviario sul fiume Po, consistente nell'innalzamento ed adeguamento del ponte esistente, secondo quanto stabilito dalla nuova normativa; nonché nella realizzazione di un nuovo ponte per completare il raddoppio della tratta tra Pontelagoscuro e Occhiobello.

Gli interventi si resero necessari anche in funzione di quanto successe la notte del 19 ottobre 2000, quando le travate del vecchio ponte furono temporaneamente sollevate dai tecnici delle ferrovie, per consentire il passaggio della straordinaria onda di piena che avrebbe rischiato, a causa della grande quantità di corpi solidi trascinati, di creare un intoppo in corrispondenza del ponte ed un rovinoso effetto diga per le aree circostanti.

In particolare gli interventi sulla linea ferroviaria in prossimità dell'attraversamento sul fiume Po riguardarono:

- la costruzione ed attivazione del nuovo ponte sul Po, a singolo binario, e delle vie di accesso tra Pontelagoscuro ed Occhiobello (attivato nel settembre 2001);
- il miglioramento del livello di sicurezza con innalzamento, adeguamento e stabilizzazione del ponte esistente a singolo binario (ultimato nel settembre 2002);
- la realizzazione di rilevati e viadotti di accesso, 3 nuove travate metalliche, opere civili e consolidamento pile in alveo, attrezzamento tecnologico per la riattivazione all'esercizio ferroviario del ponte esistente già rialzato e conseguente attivazione del raddoppio tra Pontelagoscuro ed Occhiobello (attivato nell'agosto 2006).

Il presente studio rivolge l'attenzione nei confronti del vecchio ponte ferroviario, che avendo subito interventi di innalzamento ed ampliamento, è stato riaperto al traffico ferroviario nel settembre 2006, affiancando il nuovo ponte inaugurato nel settembre 2001.



*Figura 2.1 – Potenziamento della linea Bologna-Padova. Raddoppio del ponte ferroviario sul fiume Po in corrispondenza di Pontelagoscuro. Il vecchio ponte ferroviario potenziato a sinistra nella foto.*

## **2.1 DESCRIZIONE DELLA STRUTTURA**

L'indagine ha per oggetto una delle travate centrali del vecchio ponte ferroviario a binario unico, ampliato e potenziato, della linea Bologna – Padova che attraversa il fiume Po tra Pontelagoscuro ed Occhiobello, progressiva 52+278.

Nel settembre 2006 la Rete Ferroviaria Italiana (Rfi), società dell'infrastruttura del Gruppo Ferrovie dello Stato, ha completato i lavori di potenziamento ed ampliamento di questo ponte, riaprendolo al traffico ad una quota superiore di circa 3,40 m rispetto alla situazione preesistente.

Il ponte ad oggi è costituito da 9 travate metalliche, di cui 6 preesistenti e 3 di nuova costruzione, per uno sviluppo complessivo di 610 metri circa. Le travate centrali sono a maglia triangolare di lunghezza teorica pari a 75.60 m,

suddivise in 7 campi di lunghezza 10.80 m, altezza 9.60 m e un interasse di 5.25 m. La seconda tipologia di travata, utilizzata per le campate laterali, ha lunghezza pari a 59.40 m, suddivisa in 6 campi di lunghezza 9.90 m, altezza 7.50 m e stesso interasse delle precedenti.

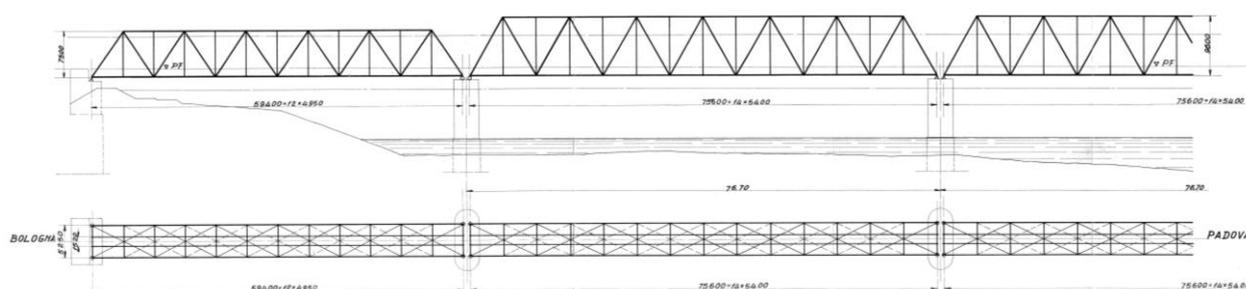


Figura 2.2 – Ponte ferroviario preesistente tra Pontelagoscuro ed Occhiobello.

Per raccordare il ponte alla linea sono stati realizzati nuovi viadotti di accesso, quello lato Pontelagoscuro è lungo circa 576 m ed è costituito da uno scatolare in cemento armato e da 15 impalcati anch'essi in cemento armato; il viadotto di accesso lato Occhiobello è invece lungo oltre 1160 m ed è costituito da 22 impalcati in cemento armato e da un nuovo rilevato.

Durante i lavori di potenziamento del ponte sono state costruite 3 nuove pile e consolidate le 4 pile in alveo esistenti, con lavori eseguiti in parte dal piano del ferro e in parte a bordo di natanti.

### 2.1.1 Travi principali

Le travate metalliche del ponte ferroviario sono costituite da travi principali a traliccio a gabbia chiusa, con uno schema statico di travi semplicemente appoggiate. Le travi principali sono di tipo reticolare formate da aste di contorno (briglie o correnti superiori ed inferiori) e da aste di parete

(montati e diagonali). Sia le aste di parete che di contorno sono costituite da profilati metallici in composizione chiodata.

Le travate sono rettilinee in funzione dell'andamento longitudinale delle briglie, mentre in relazione alla disposizione delle strutture di parete il traliccio assume una configurazione triangolare semplice con montanti intermedi. Il traliccio a gabbia chiusa ha inoltre la caratteristica di avere le travi principali collegate tra loro superiormente attraverso profilati trasversali e controventature.



*Figura 2.3 – Travate reticolari metalliche a maglie triangolari, chiuse superiormente da briglie rettilinee.*

Lo schema appena descritto di travate con travi principali a traliccio a gabbia chiusa, conferisce a tutta la struttura notevole robustezza ed elevata rigidità torsionale, per questi motivi viene adottato per la realizzazione di ponti ferroviari con luce superiore a 40 metri.

### 2.1.2 Corrente superiore ed inferiore

Il corrente o briglia superiore è costituito da una trave a cassone realizzata attraverso una o più piattabande, due anime e gli angolari di collegamento. Le varie parti sono unite fra loro tramite chiodature. La sezione a cassone è particolarmente razionale perché consente facili collegamenti con le travi di parete che si innestano fra le lamiere delle anime, e perché presenta un'ellisse centrale di inerzia assai vicina ad una circonferenza. Ciò significa realizzare, a parità di sezione, un momento di inerzia minimo assai elevato, vantaggioso per impedire fenomeni di instabilità.



*Figura 2.4 – Corrente superiore a cassone con piattabande, due anime e angolari di collegamento.*

Il corrente inferiore è del tutto simile al corrente superiore, la geometria è solamente rovesciata, tenendo presente però la necessità di perforare di tanto in tanto le lamiere di fondo per lo smaltimento delle acque piovane che ristagnerebbero e potrebbero provocare alterazioni del metallo.



*Figura 2.5 – Corrente inferiore.*

### 2.1.3 Aste di parete

I montanti e i diagonali sono aste che devono assorbire sforzi numericamente assai minori di quelli che gravano sui correnti. Pertanto sono aste calastrellate, costituite cioè da profili semplici collegati tra loro da piastre rettangolari (calastrelli), ortogonalmente allo sviluppo longitudinale. Per i diagonali la sezione dei profili è realizzata con ferri a C composta e anima alleggerita, mentre per i montanti la sezione dei profili è costituita da due angolari accoppiati.



*Figura 2.6 – Montanti e diagonali delle travi principali.*

### 2.1.4 Impalcato

L'impalcato dei ponti metallici ferroviari è fondamentalmente costituito da traversi in corrispondenza dei nodi delle travi reticolari principali; sui traversi scaricano le longherine, che a loro volta sopportano le traversine in legno e il binario. Il ponte viene considerato a via inferiore proprio in funzione della posizione del binario rispetto alle travi principali.

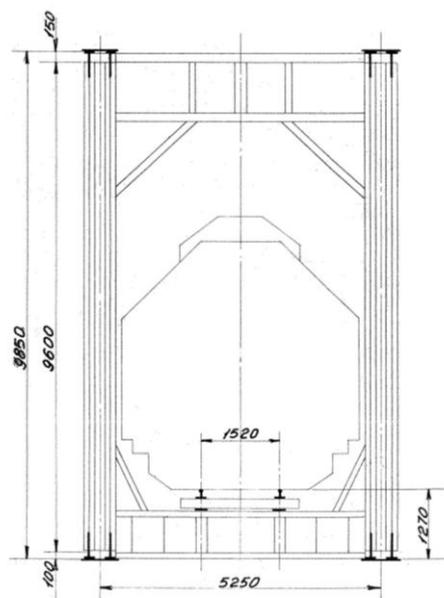


Figura 2.7 – Schema trasversale del ponte ferroviario in prossimità di Pontelagoscuro.

Il traverso è una trave a doppio T composta di altezza considerevole poiché notevolmente sollecitato a flessione, mentre le longherine sono sempre travi a doppio T ma di sezione molto inferiore.

In genere le ferrovie preferiscono mettere in opera due ponti affiancati per le linee a doppio binario, come infatti si ritrova in questo caso, sia per evitare traversi di grande altezza che mal si collegherebbero con i nodi delle travi principali, sia per la sicurezza della linea che può restare in esercizio anche in caso di danni ad uno dei due ponti che può così essere sistemato.

### 2.1.5 Traversi superiori

I traversi superiori sono travi a doppio T composto con anima alleggerita. Ponti con luci maggiori di 40 m hanno travi reticolari di altezza notevole, che quindi i traversi consentono di collegare superiormente. Il ponte in questo modo risulta a gabbia chiusa, ed il collegamento dei correnti superiori compressi impedisce il verificarsi di fenomeni di instabilità nel piano orizzontale.



*Figura 2.8 – Traversi superiori a doppio T composta, con anima alleggerita.*

### 2.1.6 Nodi

Per realizzare un nodo in cui convergano due aste di contorno e tre di parete, poiché gli assi delle travi devono incontrarsi nel nodo teorico, non vi sarebbe spazio sufficiente per effettuare un valido collegamento con le anime del corrente. Quindi si introducono le piastre di nodo o “fazzoletti” che devono essere di ampiezza tale da poter realizzare collegamenti sicuri tramite chiodatura.

Queste piastre irrigidiscono il nodo obbligando gli estremi di tutte le aste ad esso convergenti ad avere uguale rotazione, il che allontana dall’ipotesi generalmente adottata di aste incernierate agli estremi. Agli sforzi principali relativi a questa ultima ipotesi, dovranno aggiungersi perciò degli sforzi secondari a causa della flessione delle aste stesse. Tuttavia, usando tassi di lavoro prudenziali è lecito trascurare l’effetto degli sforzi secondari il cui calcolo è assai laborioso.



*Figura 2.9 – Nodo con fazzoletto in cui convergono aste di parete e di contorno.*

### 2.1.7 Apparecchi di appoggio

Le estremità delle travi portanti del ponte ferroviario sono situate su apparecchi di appoggio, da una parte l'appoggio è fisso mentre all'estremità opposta è mobile. Questi hanno la funzione di trasmettere alle pile ed alle spalle sottostanti i carichi verticali ed orizzontali, in più gli apparecchi mobili permettono anche le deformazioni dovute a variazioni termiche.

Negli appoggi fissi, il contatto tra la piastra di base fissata alla pila o alla spalla, e la piastra di appoggio collegata alla trave portante, avviene generalmente lungo generatrici rettilinee.

Gli appoggi mobili trasformano invece l'attrito radente tra piastre a contatto, in attrito volvente tra superfici cilindriche e piastre di rotolamento.



*Figura 2.10 – Apparecchi di appoggio di estremità delle travate.*

Infine fra gli elementi secondari figurano oltre ai controventi, altre strutture complementari quali i marciapiedi, i parapetti, i piazzalotti di rifugio, ecc.

### **3. MODELLAZIONE AGLI ELEMENTI FINITI**

Al fine di condurre un'indagine strutturale volta alla determinazione delle reali proprietà dinamiche del ponte ferroviario, sono stati realizzati due modelli numerici agli Elementi Finiti utilizzando il codice di calcolo Straus7, ed esportati in ambiente Ansys; in modo da poter risolvere il problema di identificazione di alcuni parametri meccanici, mediante un processo di ottimizzazione che veda interagire i programmi Matlab e Ansys.

#### **3.1 MODELLAZIONE IN STRAUS7**

Del ponte metallico ferroviario preesistente che attraversa il fiume Po tra Pontelagoscuro ed Occhiobello, si studia il comportamento di una delle travate centrali con le caratteristiche precedentemente esposte. Si vogliono realizzare due modelli agli elementi finiti della travata reticolare:

- un modello più accurato, i cui risultati verranno considerati di riferimento, in mancanza di dati ottenuti da elaborazioni propriamente sperimentali;

- un altro modello più semplice, che costituisce l’oggetto del problema di identificazione di alcuni parametri meccanici.

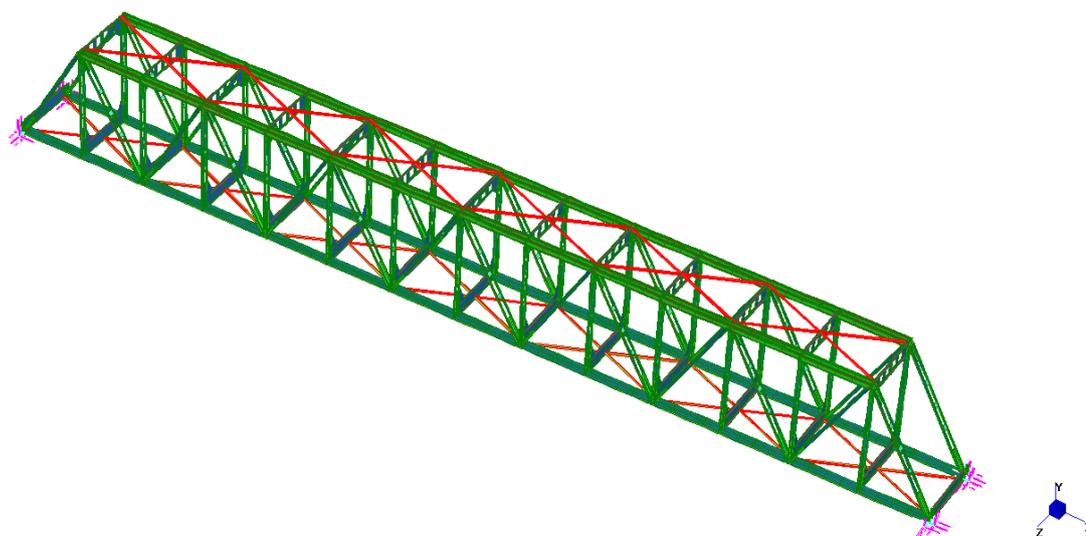
Nella fase di modellazione, si passa dal sistema fisico reale ad un modello matematico, costituito da elementi finiti, la cui scelta equivale ad una scelta implicita del modello matematico che vi è alla base. Proprio la scelta del tipo di elemento risulta la differenza principale tra i due modelli, se per il modello più accurato si utilizzano elementi bidimensionali di tipo “shell” a 4 nodi; per il modello più semplice si scelgono invece elementi monodimensionali di tipo “beam” a 2 nodi.

Questo comporta la possibilità per il modello più accurato di descrivere accuratamente la geometria del ponte metallico, mentre per il modello semplificato ad ogni elemento “beam” vengono assegnate delle caratteristiche geometriche il più simili possibile alla situazione reale, ma che comporteranno comunque una inevitabile differenza di risultati rispetto ai valori di riferimento.

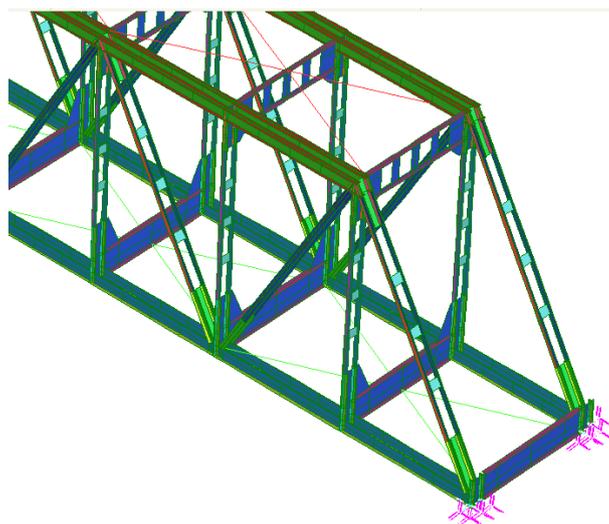
### **3.1.1 Modello realizzato attraverso elementi “shell”**

La struttura del ponte è stata rappresentata con un modello agli elementi finiti ottenuto con elementi bidimensionali “shell” a 4 nodi, a spessore costante pari a 12 mm. In questo modo è stato possibile descrivere in modo accurato la geometria delle aste sia di parete che di contorno, degli elementi trasversali, dell’impalcato e dei nodi. Solo i controventi di piano superiori ed inferiori essendo elementi secondari sono stati rappresentati con elementi “beam” a 2 nodi. Si è considerato solamente il peso proprio della struttura.

Gli appoggi sulle pile sono anch’essi elementi finiti monodimensionali poiché sono assimilati a molle elastiche fissate a vincoli fissi. Sono stati vincolati gli spostamenti verticali mediante un’elevata rigidità assiale delle molle, mentre gli spostamenti orizzontali sono stati vincolati con molle elastiche di rigidità assai inferiore.



(a)



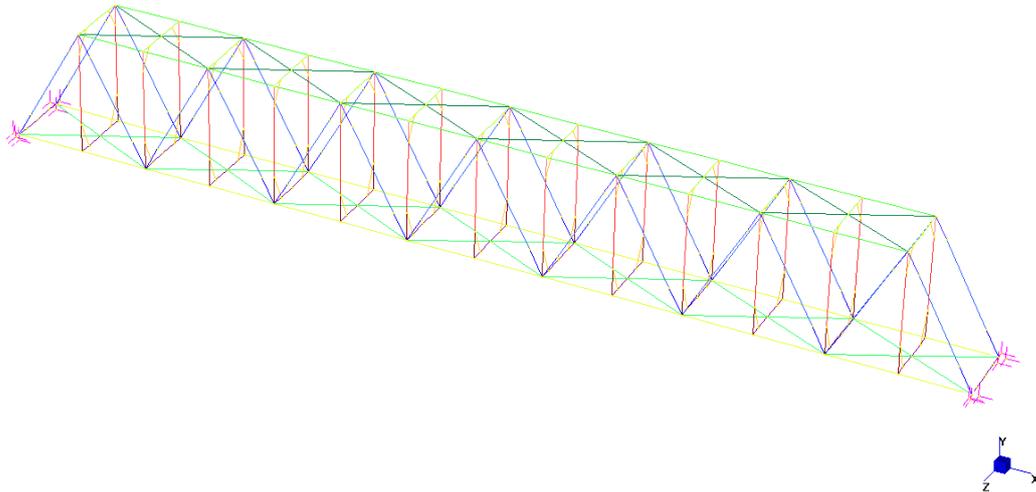
(b)

Figura 3.1. (a) Vista del modello F.E.M. realizzato in Straus7 con elementi di tipo “shell”; (b) particolare del modello.

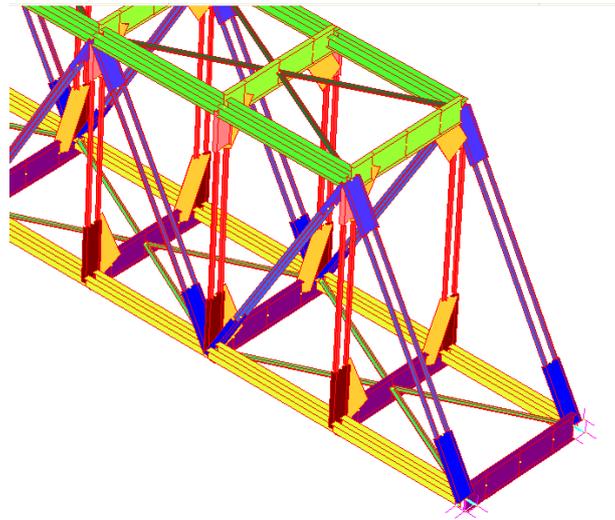
### 3.1.2 Modello realizzato attraverso elementi “beam”

Il modello più semplice viene invece realizzato con elementi di tipo “beam” a due nodi, come già accennato. Quindi per ogni asta costituente le travi principali a traliccio, così come per le aste trasversali e per l’impalcato, sono state adottate delle sezioni, per quanto approssimate, corrispondenti il più possibile al modello accurato e quindi alla situazione reale. I controventi di piano superiori ed inferiori sono rimasti del tutto simili al primo modello, essendo rappresentati in entrambi come elementi “beam”.

Gli apparecchi di appoggio sono stati realizzati anche in questo secondo modello come molle elastiche su vincoli fissi, con rigidezza in direzione verticale ed orizzontale corrispondente al modello più accurato.



(a)



(b)

Figura 3.2. (a) Vista del modello F.E.M. realizzato in Straus7 con elementi “beam”; (b) particolare del modello.

Ora è necessario rendere il modello agli elementi finiti “leggibile” dal programma Ansys, in modo da poter essere utilizzato nel processo di ottimizzazione governato dal software Matlab, che si avvale dei risultati dell’analisi modale risolta appunto in Ansys.

## 3.2 PROCEDURA PER ESPORTARE IL MODELLO F.E.M. IN ANSYS

Una volta modellata la geometria, i vincoli ed i carichi in STRAUS7, il modello deve essere esportato in ANSYS tramite l'applicazione ANSYS ICEM CFD. La procedura è la seguente:

- 1) Da STRAUS7 si esporta il modello in formato Nastran:
  - Dal menù si eseguono i comandi: *File* → *Export*;
  - Nella finestra *Select export file name* si sceglie il file da esportare, e come estensione si deve selezionare *MSC/Nastran file (\*.dat, \*.nas)* e quindi eseguire il comando *Salva*;
  - Compare la finestra *Export model* in cui si controllano i dati (si devono scegliere le unità di misura con cui esportare il modello, per coerenza si seleziona in *Export Units*: kg-N-m) e si conferma con *OK*.

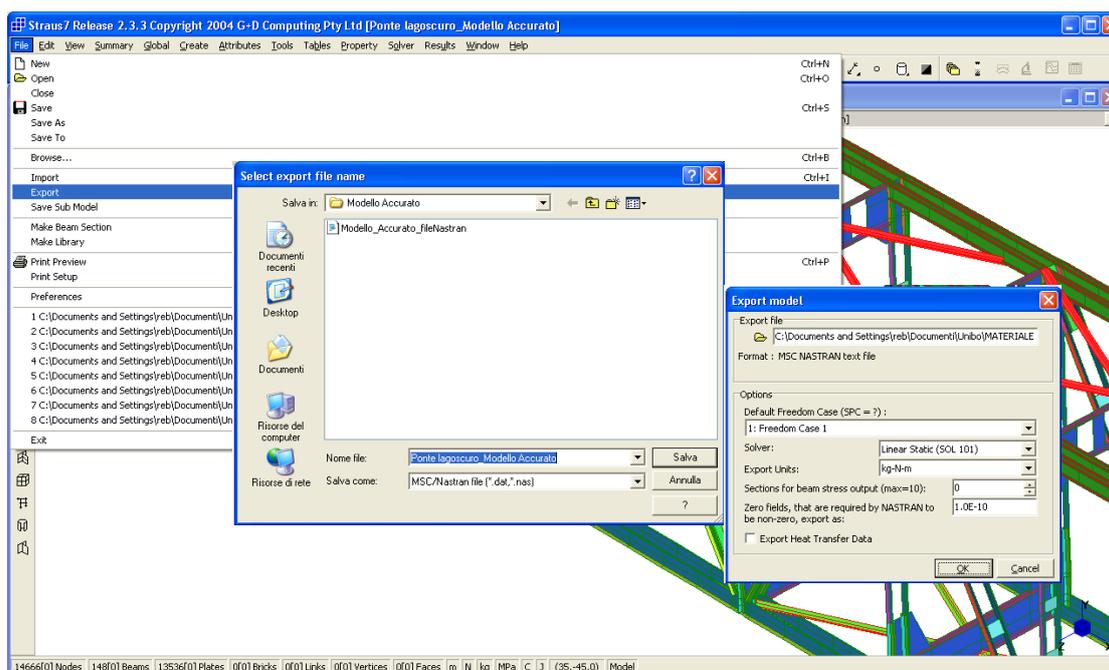


Figura 3.3 - Procedura per esportare il modello F.E.M. da Straus in formato Nastran.

- 2) Si importa la Mesh del modello agli Elementi Finiti nell'applicazione di Ansys, ANSYS ICEM CFD attraverso il file di testo in formato Nastran:
- Dal Menù: *File* → *Import Mesh* → *From Nastran* ;
  - Compare a sinistra la schermata *Import Nastran File*, dove per scegliere il *Nastran File* si deve “cliccare” sulla figura della cartella;
  - Automaticamente si apre la finestra *Choose File*, dalla quale si sceglie il file da esportare, si esegue il comando *Apri*, e quindi il comando *Apply* .

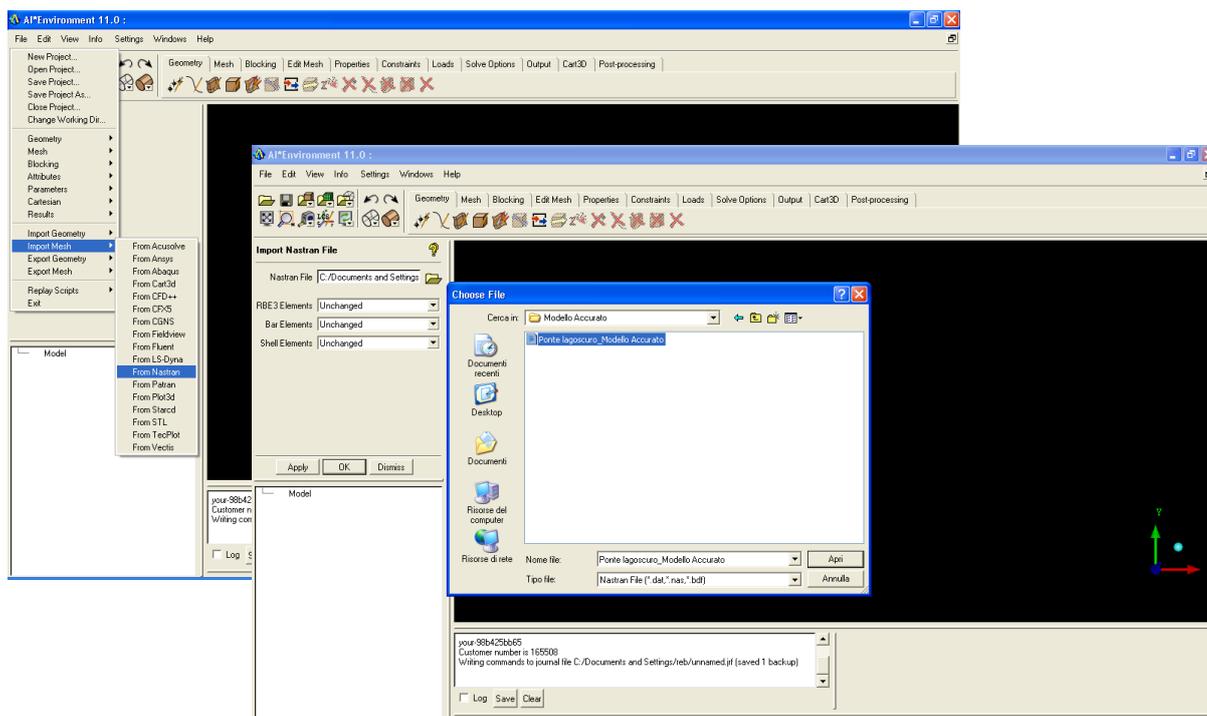


Figura 3.4 - Procedura per importare il file Nastran in ANSYS ICEM CFD.

- 3) Il modello importato in ANSYS ICEM CFD mantiene i vincoli, i carichi e le proprietà dei soli elementi “beam”.  
Non mantiene invece le proprietà degli elementi “shell”, né le proprietà degli appoggi che sono modellati come molle su vincoli fissi. Si devono perciò inserire le proprietà degli elementi “shell” e delle molle per il

modello più accurato, per il modello semplice invece si devono inserire le sole proprietà delle molle. Prima di procedere bisogna però identificare gli elementi che compongono la mesh, poiché Icem mantiene i gruppi di elementi che sono stati creati dal modello in Straus7, ma nel passaggio da Straus7 ad Icem vengono denominati secondo dei numeri differenti da quelli definiti in precedenza.

Si possono quindi identificare i numeri assegnati ad ogni gruppo di elementi “shell” ed il numero relativo a ciascuna molla che rappresenta gli appoggi verticali ed orizzontali, aprendo il file di testo in formato Nastran dove si trovano la geometria, i carichi, i vincoli e tutte le proprietà assegnate agli elementi.

```

Ponte lagoscuro_Modello Accurato - Blocco note
File Modifica Formato Visualizza ?
-----
$
$ SURFACE ELEMENT PROPERTIES
$
$ PLATE PROPERTY 1: 'diagonali_A11'
$
PSHELL*      101      101 1.200000000E-2      101+114784
*114784
MAT1*        101 2.000000000E+11 8.000000000E+10 2.500000000E-1 +114785
*114785 7.850000000E+3 1.170000000E-5      0.000000000E+0
$
$ PLATE PROPERTY 2: 'diagonali_Anima'
$
PSHELL*      102      102 1.200000000E-2      102+114786
*114786
MAT1*        102 2.000000000E+11 8.000000000E+10 2.500000000E-1 +114787
*114787 7.850000000E+3 1.170000000E-5      0.000000000E+0
$
$ PLATE PROPERTY 3: 'diagonali_A11_Estremità'
$
PSHELL*      103      103 1.200000000E-2      103+114788
*114788
MAT1*        103 2.000000000E+11 8.000000000E+10 2.500000000E-1 +114789
*114789 7.850000000E+3 1.170000000E-5      0.000000000E+0
$
$ PLATE PROPERTY 4: 'diagonali_Anima_Estremità'
$
PSHELL*      104      104 1.200000000E-2      104+114790
*114790
MAT1*        104 2.000000000E+11 8.000000000E+10 2.500000000E-1 +114791
*114791 7.850000000E+3 1.170000000E-5      0.000000000E+0
$
$ PLATE PROPERTY 5: 'Montanti_A11'
$
PSHELL*      105      105 1.200000000E-2      105+114792
*114792
MAT1*        105 2.000000000E+11 8.000000000E+10 2.500000000E-1 +114793
*114793 7.850000000E+3 1.170000000E-5      0.000000000E+0
$
$ PLATE PROPERTY 6: 'Montanti_Anima'
$
PSHELL*      106      106 1.200000000E-2      106+114794
*114794
MAT1*        106 2.000000000E+11 8.000000000E+10 2.500000000E-1 +114795
*114795 7.850000000E+3 1.170000000E-5      0.000000000E+0
$
$ PLATE PROPERTY 7: 'Montanti_A11_Estremità_Superiore'
$
PSHELL*      107      107 1.200000000E-2      107+114796
*114796
MAT1*        107 2.000000000E+11 8.000000000E+10 2.500000000E-1 +114797
*114797 7.850000000E+3 1.170000000E-5      0.000000000E+0

```

Figura 3.5 – Proprietà degli elementi “shell” all’interno del file di testo in formato Nastran.

La procedura per inserire le proprietà degli elementi che non vengono mantenute nel passaggio è la seguente:

- Per inserire le proprietà degli elementi “shell”, dal menù *Properties* → *Define 2D Element Properties* → *Select Part(s)* e si selezionano gli elementi dei quali si vanno ad inserire le proprietà, ossia materiale e spessore, quindi si esegue *Apply*;

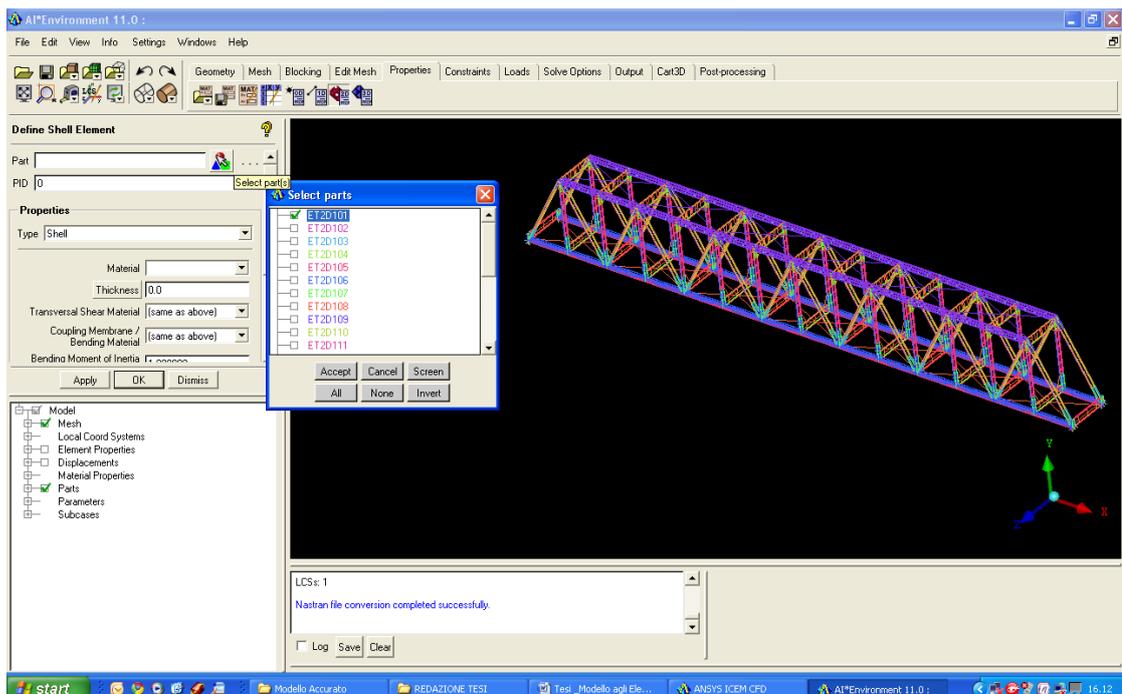


Figura 3.6 - Procedura per inserire le proprietà degli elementi “shell” in ANSYS ICEM CFD.

- Per inserire invece le proprietà delle molle, in modo analogo *Properties* → *Define 1D Element Properties* → *Select Part(s)*, dal menù a tendina *Type* si sceglie *Spring*, e si inserisce la rigidezza della molla, diversa a seconda che fornisca il vincolo verticale piuttosto che orizzontale.

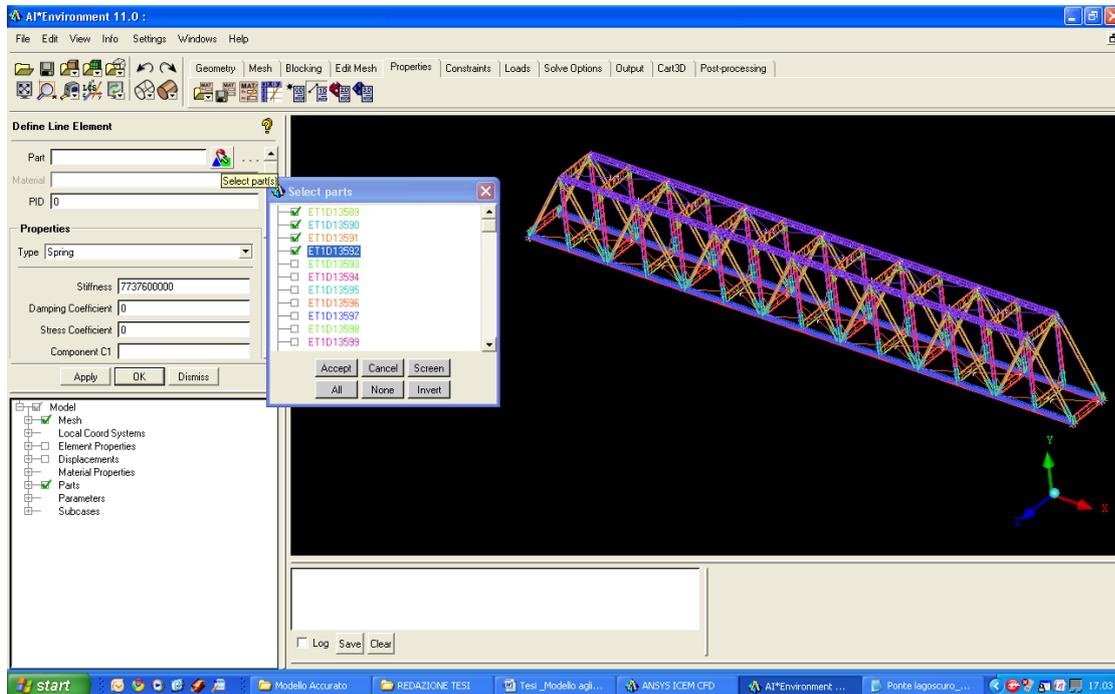


Figura 3.7 - Procedura per inserire le proprietà degli appoggi (molle) in ANSYS ICEM CFD.

- 4) Si deve inoltre salvare il progetto nell'estensione di ANSYS ICEM CFD, per poterlo poi esportare in Ansys:
  - *File* → *Save Project As*, salva come *Project Files (\*.prj)*;
  - Infine si esporta il modello in Ansys:  
*File* → *Export Mesh* → *To Ansys*;
  - in *Ansys File* si sceglie il nome del file e la directory di lavoro, in *Attribute File* e *Parameter File* si selezionano i relativi file formato (\*.fbc) e (\*.par) che sono stati creati nel salvataggio del *Project File*, si attiva la casella *View Ansys File* e il resto delle impostazioni si lasciano di default.

Compare così il file di testo che costituisce i comandi nel linguaggio Ansys per ricostruire la geometria, i carichi e i vincoli del modello agli elementi finiti. Per semplicità di richiamo nel seguito si indicherà questo file come ANSYS\_FILE .

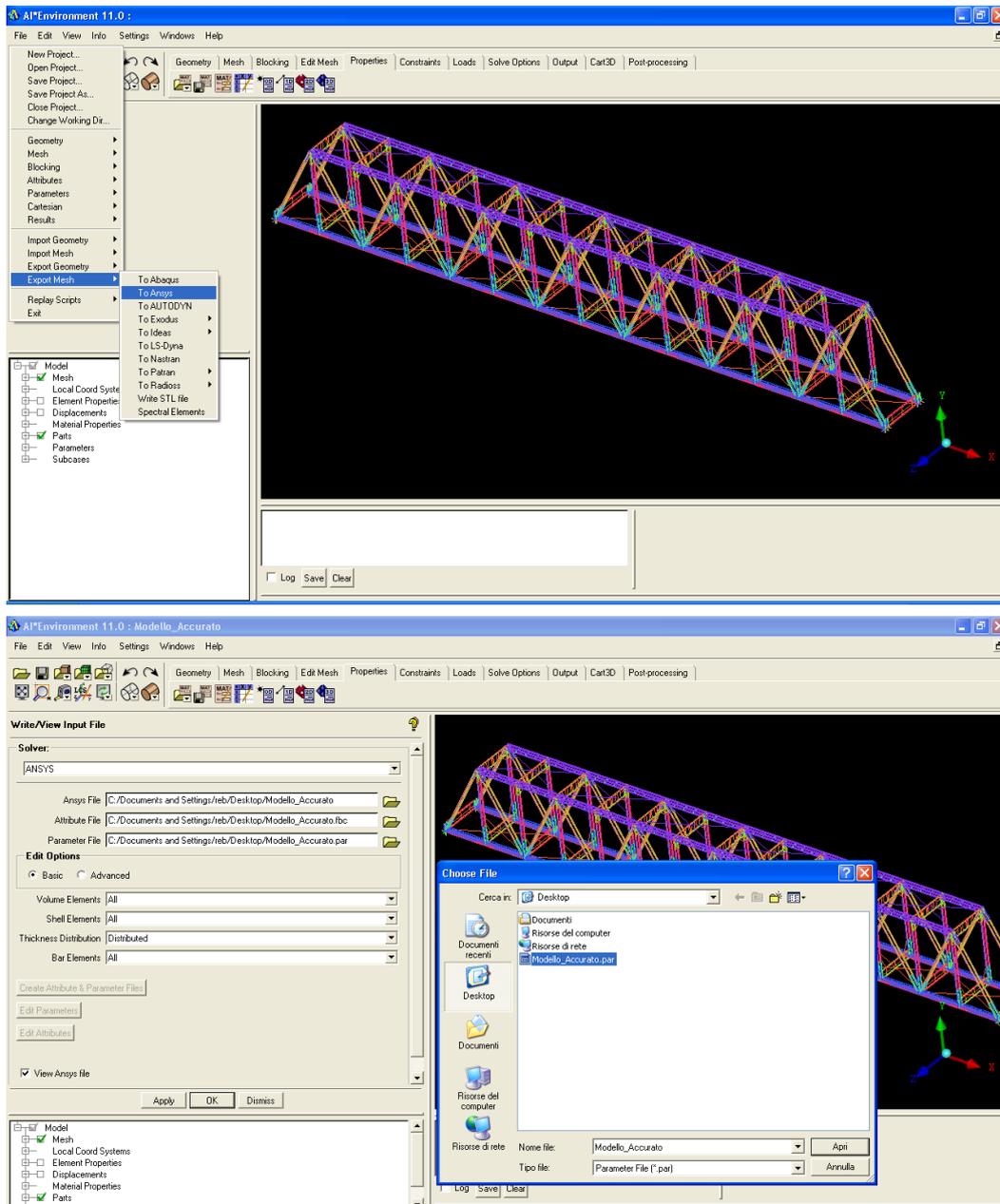


Figura 3.8 – Procedura per esportare il modello da ANSYS ICEM CFD ad ANSYS.

```

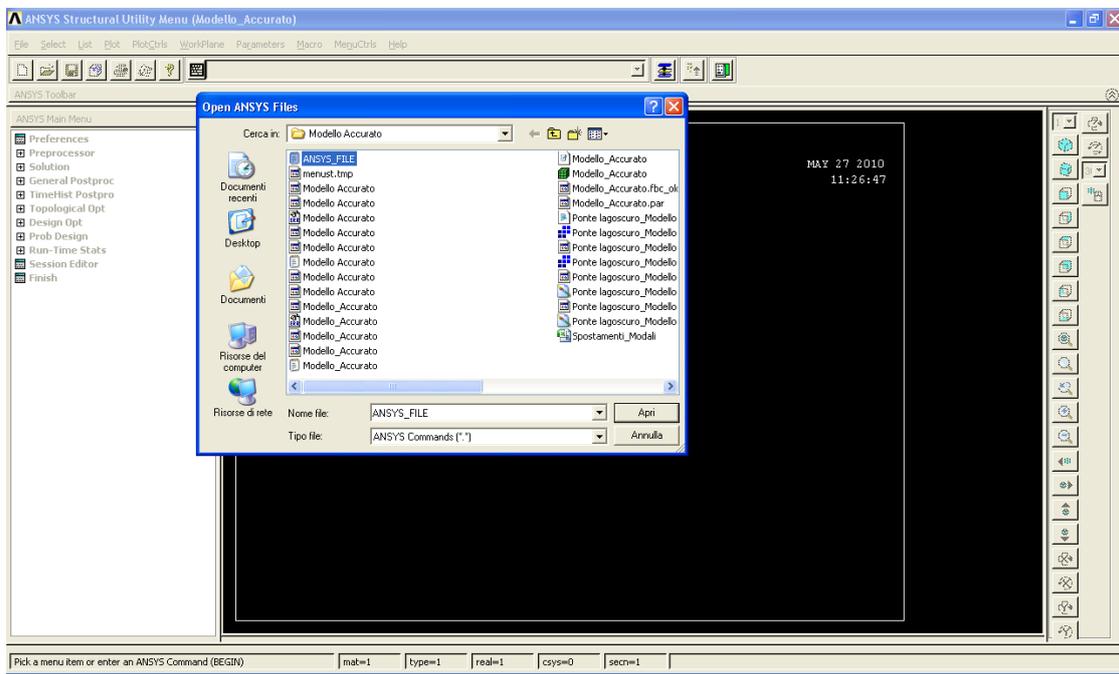
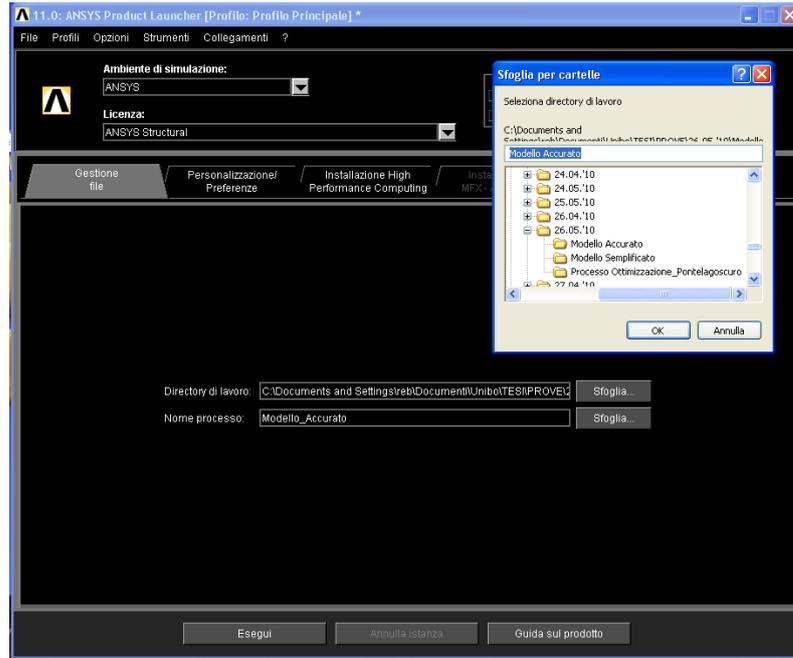
/BATCH
/NOPR
/COM, ICEM-ANSYS INTERFACE - Version 4.6 -
/CONFIG, NPROC, 1
/PREP7
! Real constant set ET1D3_PROP31
R, 1, 0.029568, 0.000646334, 0.00148725, 0.139614, 0.211784,
RMORE, 4, 0.8746e-006, , , ,
! Real constant set ET1D6_PROP38
R, 2, 0.016382, 0.00204927, 1.61391e-005, 0.42978, 0.0381405,
RMORE, 7, 8.6818e-007, , , , , ,
! Real constant set ET1D1_PROP35
R, 3, 0.009024, 1.97117e-005, 0.000639265, 0.0398071, 0.226693,
RMORE, 4, 3.3152e-007, , , ,
! Real constant set ET1D12_PROP39
R, 4, 0.01188, 1.4256e-007, 0.000970299, 0.012, 0.99,
RMORE, 5, 6589e-007, , , ,
! Real constant set ET1D8_PROP28
R, 5, 0.017064, 0.00124266, 3.20896e-005, 0.325865, 0.0523653,
RMORE, 2, 2.0147e-006, ,
! Real constant set ET1D10_PROP36
R, 6, 0.017064, 0.00124266, 3.20896e-005, 0.325865, 0.0523653,
RMORE, 2, 0.9969e-006, ,
! Real constant set ET1D431
R, 7, 6.19008e+010, , , ,
! Real constant set ET1D432
R, 8, 6.19008e+010, , , ,
! Real constant set ET1D433
R, 9, 6.19008e+010, , , ,
! Real constant set ET1D434
R, 10, 6.19008e+010, , , ,
! Real constant set ET1D435
R, 11, 1.0776e+009, , , ,
! Real constant set ET1D436
R, 12, 1.0776e+009, , , ,
! Real constant set ET1D437
R, 13, 1.0776e+009, , , ,
! Real constant set ET1D438
R, 14, 1.0776e+009, , , ,
! Real constant set ET1D439
R, 15, 1.0776e+009, , , ,
! Real constant set ET1D440
R, 16, 1.0776e+009, , , ,
! Real constant set ET1D441
R, 17, 1.0776e+009, , , ,
! Real constant set ET1D442
R, 18, 1.0776e+009, , , ,
! Real constant set ET1D6_PROP34
R, 19, 0.009024, 1.97117e-005, 1.62028e-005, 0.0997661, 0.0904516,
RMORE, 4, 3.3152e-007, , ,
! Real constant set ET1D4_PROP37
R, 20, 0.024384, 0.000409688, 0.00120873, 0.119147, 0.204655,
RMORE, 3, 8.1714e-006, ,

```

Figura 3.9 – ANSYS\_FILE: file di testo con geometria, carichi e vincoli nel linguaggio Ansys.

##### 5) Per importare il modello in ANSYS:

- Si apre Ansys dall'applicazione ANSYS PRODUCT LAUNCHER in modo da poter indicare la directory di lavoro e il nome del file su cui si va a lavorare;
- Dal menù di Ansys si esegue il comando *Open ANSYS Files*, si cambia il tipo di file con *Ansys Commands (\*.\*)* e si apre il file di testo ANSYS\_FILE contenente i comandi nel linguaggio Ansys per ricostruire geometria, carichi e vincoli del modello agli elementi finiti.
- Per visualizzare il modello sullo schermo è necessario eseguire i comandi dal menù: *Plot* → *Multi-Plots*; così come è necessario selezionare tutti gli elementi, per evitare errori durante il processo risolutivo, attraverso i comandi: *Select* → *Everything*.



(b)

Figura 3.10 – (a) Procedura per aprire ANSYS attraverso ANSYS PRODUCT LAUNCHER; (b) apertura del file di testo ANSYS\_FILE.

6) Il modello è così pronto per la fase di soluzione dell'analisi modale in ANSYS per ottenere frequenze proprie e modi di vibrare.

– Dall'ANSYS Main Menu si seleziona la tipologia di analisi:

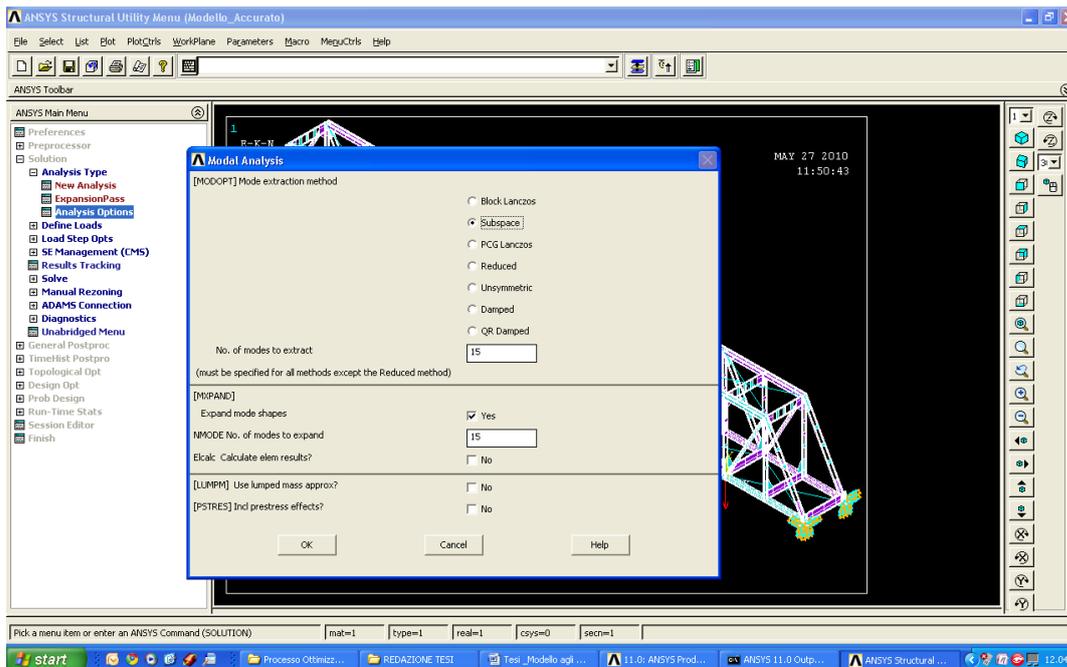
*Solution* → *Analysis Type* → *New Analysis* → *Modal* → *OK*.

– Quindi si imposta l'analisi :

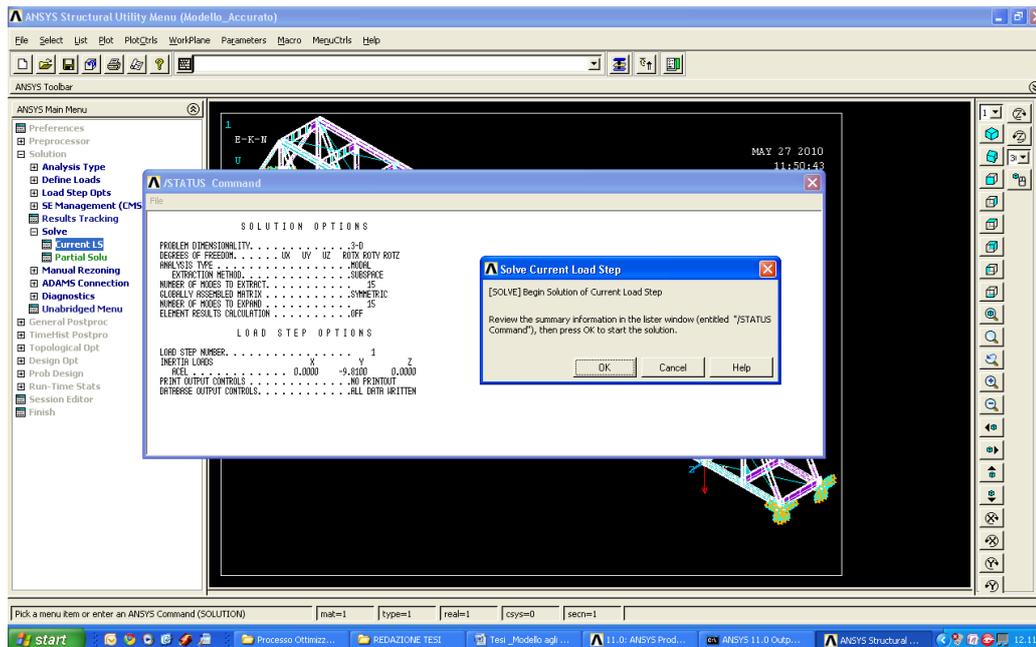
*Solution* → *Analysis Type* → *Analysis Options*,

compare così la finestra *Modal Analysis*, si seleziona *Subspace* e si inserisce il numero di modi di vibrare che si vogliono ottenere dall'analisi nelle caselle *No. of modes to extract* e *No. of modes to expand*, tutte le altre impostazioni si lasciano di default e si conferma con *OK*. Anche nella schermata successiva si lasciano le impostazioni di default a meno che non si vogliono assegnare *known rigid body modes*, quindi *OK* di nuovo.

– Si eseguono i comandi *Solve* → *Current LS* → *OK*.



(a)



(b)

Figura 3.11 – (a) Procedura per impostare l’analisi modale; (b) comandi per risolvere il modello.

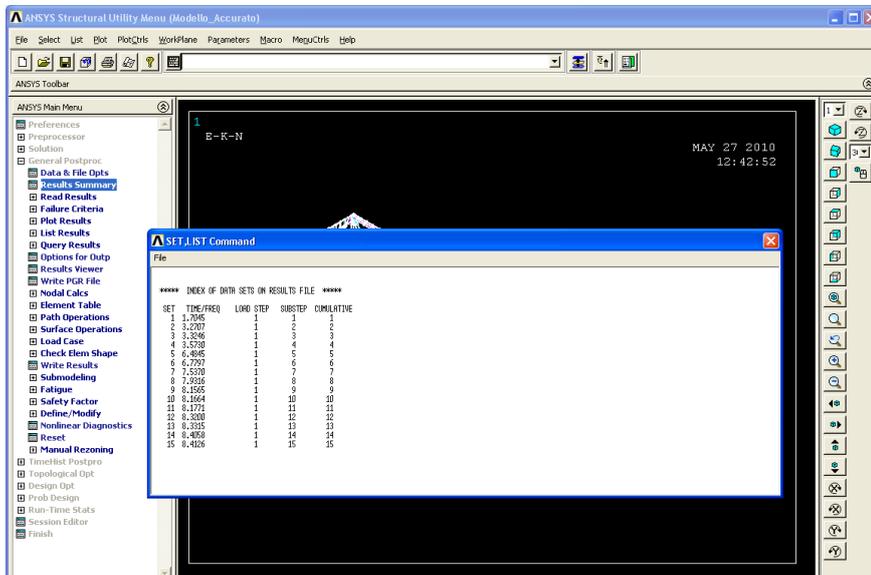
7) Nella fase di Postprocessing si vanno a visualizzare e rielaborare i risultati.

- Per visualizzare le frequenze proprie del modello dal *Main Menu* si seleziona *General Postproc* → *Results Summary*.
- Per vedere le deformate modali, si deve dapprima scegliere il modo di vibrare relativo selezionando *General Postproc* → *Read Results*, poi *General Postproc* → *Plot Results* → *Deformed Shape*.
- Per vedere infine numericamente gli spostamenti effettivi di alcuni punti scelti, si deve seguire la seguente procedura:

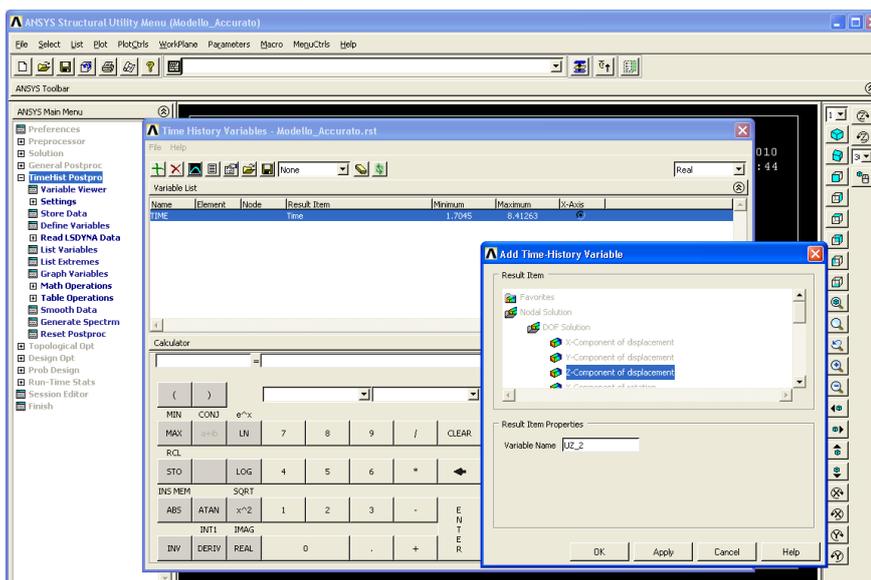
*TimeHist Postpro* → *Variable Viewer* ,

compare la finestra *Time History Variables*, si crea una nuova variabile con lo spostamento nella direzione desiderata del punto

prescelto, e così per ogni punto di cui si vogliono i relativi spostamenti modali.



(a)



(b)

Figura 3.12 – Postprocessing: (a) visualizzazione frequenze proprie, (b) visualizzazione spostamenti modali.

Seguendo tutti i passaggi sopra descritti è possibile ottenere, a partire dal modello agli elementi finiti realizzato in Straus7, i risultati, ossia frequenze proprie e modi di vibrare di punti assegnati, dall'analisi modale risolta attraverso Ansys.

Per il modello più accurato è necessario ricavare le frequenze proprie e i modi di vibrare, poiché sono i dati di riferimento con cui andranno confrontati gli stessi nel modello semplificato in fase di ottimizzazione.

Per il modello semplificato si ottengono frequenze proprie e modi di vibrare con qualche differenza di valori rispetto al modello accurato, il cui errore deriva in buona parte dalle ipotesi che sono state fatte su alcuni parametri meccanici. Per questo motivo, per affinare il modello semplificato, si considera il problema di identificazione di alcuni parametri determinanti, come un processo di ottimizzazione.

Quindi nel processo di identificazione che vedrà scambiare file e dati tra i programmi Ansys e Matlab, sarà necessario per il modello semplificato, che è il modello numerico che deve essere implementato, ottenere oltre al file di testo contenente la geometria del modello agli elementi finiti (ANSYS\_FILE), anche un ulteriore file di testo che contenga la serie di comandi in linguaggio Ansys per la fase di *Solution* e di *Postprocessing* fin qui spiegati utilizzando invece l'interfaccia grafica.

Per ottenere questo file che verrà chiamato nel seguito Log File, si devono eseguire una volta tutti i comandi grafici in Ansys per ottenere la soluzione, ossia la procedura di importazione, la fase di *Solution* e la fase di *Postprocessing* in Ansys, quindi seguire i punti 5), 6), 7) sopra descritti in dettaglio, poi selezionare dal menu *List* → *Files* → *Log File* e salvare questo file come file di testo.

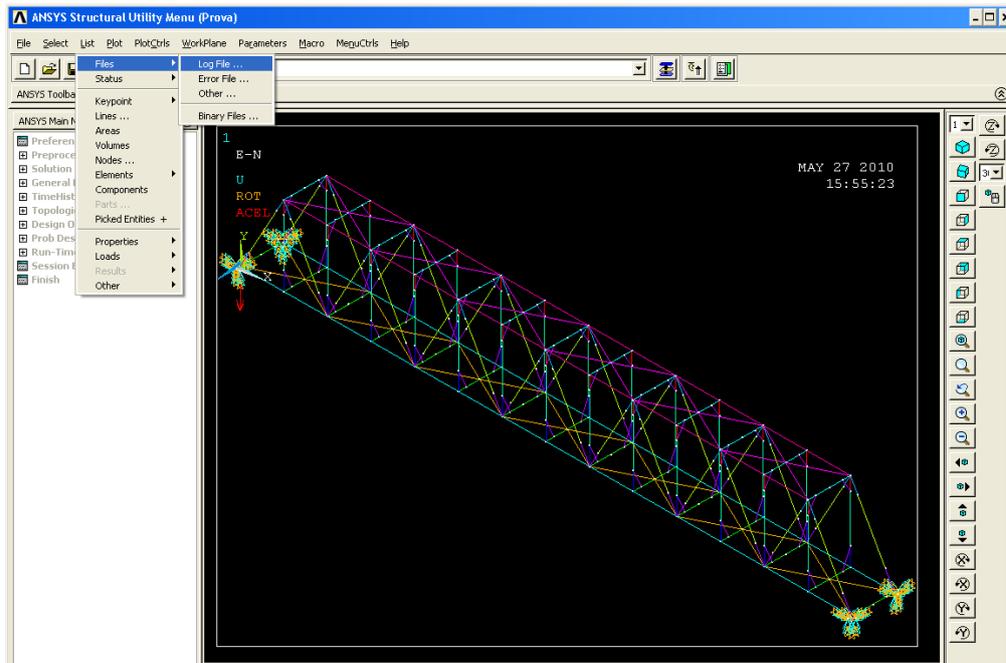


Figura 3.13 – Procedura per ottenere il Log File.

In conclusione seguendo i passaggi sopra descritti si è in condizione di ottenere tutti i file necessari per il processo di ottimizzazione del modello agli elementi finiti più semplice, così come è possibile ottenere dal modello più accurato le frequenze proprie e i modi di vibrare di riferimento.

## **4. APPLICAZIONE DELL'ALGORITMO DI OTTIMIZZAZIONE**

In questo capitolo viene spiegata in dettaglio la procedura eseguita dal programma Matlab per ottimizzare i parametri meccanici considerati incogniti. Si analizza quindi la sequenza di file che seguendo tutto il processo concettuale dell'algoritmo DE precedentemente esposto, portano alla determinazione dei valori ottimi delle incognite del problema.

### **4.1 FILE PRINCIPALE**

Il processo di ottimizzazione in Matlab viene avviato con un primo file, da considerarsi come quello principale, poiché controlla tutto il procedimento richiamando di volta in volta i file specifici per ogni passaggio del Differential Evolution Algorithm. Il file principale è un file di tipo function di Matlab:

```
function []=main(n, NP, fname)
```

in cui vengono assegnati in ingresso i seguenti dati:

- numero di analisi che si vogliono effettuare ( $n$ );
- numero dei vettori della popolazione ( $NP$ );

- nome del file di Matlab con il codice di risoluzione del problema (*fname*).

All'interno del file principale è necessario definire alcuni dati fondamentali per il funzionamento dell'algoritmo. Anzitutto si definiscono le costanti relative alle condizioni di convergenza (*VTR1*, *VTR2*), in modo che l'analisi si arresti quando la differenza tra i valori della funzione obiettivo ottenuti per i primi *NC* vettori sia minore di una costante prefissata (*VTR1*), congiuntamente alla condizione che la distanza tra gli *NC* vettori stessi non sia superiore ad una seconda costante (*VTR2*).

Il numero dei vettori di controllo (*NC*) è anch'esso un dato che deve essere definito dall'utente, e riguarda il numero dei migliori vettori della popolazione sui quali si vuole effettuare il controllo di convergenza.

Si specifica il numero dei parametri (*D*) della funzione obiettivo, ossia il numero delle variabili da minimizzare nel processo di ottimizzazione. Nelle prove si sono svolte analisi a due, tre e quattro parametri, considerando incogniti i valori di massa, rigidezza orizzontale dei vincoli e momento di inerzia delle aste di parete.

Si introducono i vincoli sui parametri (*XVmin*, *XVmax*), in modo da limitare le analisi nel range di parametri che hanno un significato fisico.

Si stabilisce il numero massimo di iterazioni (*itermax*), ossia il massimo numero di popolazioni generate. Tale numero aumenterà al crescere del numero di parametri.

Si definisce infine la costante di crossover (*CR*) che indica la percentuale di mutazioni per ottenere il cosiddetto *trial vector* durante la fase di crossover, in cui si mescolano in modo random le componenti del vettore originario con le componenti del vettore ottenuto dalla precedente operazione di mutation. Una volta specificati questi valori, il file principale richiama il file DE-Q.

**FILE PRINCIPALE:**

```

% -----
% ----- OPTIMIZATION WITH DE ALGORITHM -----
% -----

fprintf('inizio analisi');
DateString_2=datestr(now,'dd-mmm-yyyy HH:MM:SS')

VTR1 = 1e-3;      % fermo l'analisi quando l'errore è minore di VTR1
VTR2 = 1e-2;      % fermo l'analisi quando i punti sono vicini tra loro

NC = 3;          % NC = numero dei vettori di controllo

controllo = 3;
% controllo: 1 se controllo assoluto (f-F)<VTR & (dx-DX)<VTR , 3 se
controllo relativo (f-F)/F<VTR & (dx-DX)/DX<VTR

D = 4 ;          % D = number of parameters of the objective function

XVmin = -1*ones(1,D);      % bound constraints
XVmax = +1*ones(1,D);      % bound constraints
vincolo=1;
% se il problema è vincolato, vincolo =1, se il problema non è
vincolato, vincolo =0

itermax = 80;
% itermax = maximum number of iterations (generations)

F = 0.6;          % F = DE-stepsize F ex [0, 2]
CR = 0.5;         % CR = crossover probabilitly constant ex [0, 1]

GF=NP;
refresh = 1;
strategy = 1;     % strategy      1 --> DE/best/1/exp
y=[];

```

## 4.2 FILE DE-Q

Il file DE-Q contiene tutti i comandi per eseguire il Differential Evolution Algorithm modificato con approssimazione quadratica in fase di mutation. È anch'esso una function di Matlab:

```
function [bestmem, bestval, nfeval, iter, diffmax, deltaxmax, ggff, pop, val, numero] = DE_Q(fname, VTR1, VTR2, D, XVmin, XVmax, y, NP, itermax, F_cost, CR, strategy, refresh, NC, controllo, vincolo)
```

che ha in ingresso tutti i valori specificati nel file principale, e in uscita deve restituire:

- il miglior valore della funzione obiettivo (*bestval*);
- il vettore dei parametri aventi il miglior valore della funzione (*bestmem*);
- la matrice della popolazione (*pop*).

Il file procede seguendo le fasi salienti dell'algoritmo stesso. Esegue dapprima un controllo sulle variabili in input, e sceglie in modo casuale una popolazione iniziale su tutto lo spazio dei valori che possono assumere i parametri. La prima generazione di vettori viene indicata con una matrice avente un numero di righe pari al numero dei vettori della popolazione (*NP*), e un numero di colonne pari al numero dei parametri (*D*).

L'algoritmo prosegue andando a risolvere la struttura attraverso il file contenente il codice di risoluzione del problema, per ottenere l'errore complessivo sulle frequenze e sulle deformate modali, considerando di volta in volta tutti i vettori dei parametri della popolazione. In questo modo si determina il miglior vettore della popolazione che minimizza la funzione obiettivo.

**FILE DE-Q:**

```

%----- Initialize population and some arrays -----
pop = zeros(NP,D);           %initialize pop to gain speed

%---pop is a matrix of size NPxD. It will be initialized-----
-
%---with random values between the min and max values of the-----
-
%---parameters-----

for i=1:NP
    pop(i,:) = XVmin + rand(1,D).*(XVmax - XVmin)
end

popold    = zeros(size(pop));    % toggle population
val       = zeros(1,NP);        % create and reset the "cost
array"
bestmem   = zeros(1,D);         % best population member ever
bestmemit = zeros(1,D);         % best population member in
iteration
nfeval    = 0;                  % number of function evaluations
% GF=NP;

%-----Evaluate the best member after initialization-----

ibest     = 1;                   % start with first population
member
fprintf(1,'\n - resolution of FE model - (no. 1) ');
val(1)    = feval(fname,pop(ibest,:),y);
bestval   = val(1);              % best objective function value
so far
nfeval    = nfeval + 1;
for i=2:NP                       % check the remaining members
    fprintf(1,'\n - resolution of FE model - (no. %g) ', i);
    val(i) = feval(fname,pop(i,:),y);
    nfeval = nfeval + 1;
    if (val(i) < bestval)          % if member is better
        ibest = i;                % save its location
        bestval = val(i);
    end
end
bestmemit = pop(ibest,:);        % best member of current
iteration
bestvalit = bestval;            % best value of current iteration
bestmem   = bestmemit;          % best member ever

```

### 4.2.1 Codice di risoluzione del problema

Il file con il codice di risoluzione del problema permette di risolvere la struttura che si è presa in esame. Consente quindi di ottenere frequenze proprie della struttura e deformate modali, confrontare questi risultati con quelli di riferimento, e trovare l'errore associato ai modi, l'errore associato alle frequenze e l'errore complessivo associato sia ai modi che alle frequenze. In questo modo si ottiene il risultato numerico della funzione obiettivo, che dovrà poi essere minimizzata durante il processo di ottimizzazione. Si analizza in dettaglio come procede questo file function:

```
function[errore]=calcolo_errore_modello(parametri,sper)
```

che ha in ingresso i vettori dei parametri, e le frequenze e gli autovettori sperimentali di riferimento, mentre in uscita fornirà l'errore complessivo sui modi e sulle frequenze.

Il file di Matlab scrive i parametri in un nuovo file di testo, o più precisamente scrive i fattori di correzione dei parametri. Poi apre il file che contiene il codice in linguaggio Ansys per la risoluzione del modello numerico, descritto in dettaglio nel paragrafo successivo, che contiene tutti i comandi per aprire il programma Ansys, importare il file contenente la geometria del modello F.E.M. (ANSYS\_FILE), risolvere la struttura ed ottenere frequenze proprie e autovettori relativi a spostamenti modali di punti assegnati.

Prima di confrontare i risultati con i valori di riferimento, riordina le deformate modali in modo da ottenere il confronto delle caratteristiche modali sui medesimi modi. Ciò è possibile confrontando le forme modali attraverso il cosiddetto *MAC (Modal Assurance Criterion)*, secondo la relazione:

$$MAC = \frac{(\Phi_i \cdot \Phi_{rif})^2}{(\Phi_i \cdot \Phi_i) \cdot (\Phi_{rif} \cdot \Phi_{rif})} \quad (4.1)$$

dove ( $\varphi_i$ ) sono i risultati ottenuti dalla risoluzione del modello, e ( $\varphi_{rif}$ ) sono i valori di riferimento.

Una volta riordinate le forme modali, calcola l'errore percentuale delle frequenze e autovettori corrispondenti, ottenuti dal modello numerico adottando una data combinazione di parametri meccanici e gli stessi di riferimento forniti dall'indagine sperimentale.

Infine trova il risultato della funzione obiettivo, nonché valore in uscita della function, che è la somma dell'errore relativo alle frequenze e agli spostamenti modali, premoltiplicati per un fattore peso. Ottenuto l'errore complessivo, questo file si chiude e prosegue il file di esecuzione dell'algoritmo.

**FILE CONTENENTE IL CODICE DI RISOLUZIONE DEL PROBLEMA:**

```
function [errore]=calcolo_errore_modello(parametri,sper)
% sper = frequenze ottenute sperimentalmente

global freq_ordinate

parametri
fid=fopen('corrfac.txt','w');
fprintf(fid, '%g\n', parametri);
fclose(fid);

disp('ANSYS is running !!!!')
dos('"C:\Programmi\Ansys Inc\v110\ANSYS\bin\intel\ansys" -b
-i LOG_FILE.txt -o FILE_OUTPUT.out')

fid2=fopen('freq0.txt','r');
freq=fscanf(fid2, '%g')
fclose(fid2)

fid3=fopen('Spostamenti_Modali.csv','r');
fgetl(fid3);
modi=fscanf(fid3, '%g');
valore=0;
while valore==0 %~eof
    valore=fseek(fid3, 1, 'cof');
    comp=fscanf(fid3, '%g');
    modi=[modi; comp];
end
```

```

n_freq=size(freq,1);
modi=reshape(modi, size(modi,1)/n_freq, n_freq);
modi=modi(2:end,:);
fclose(fid3)

dos('del freq0.txt');
dos('del Spostamenti_Modali.csv');

% dati sperimentali o pseudo-sperimentali

sper=[ 1.70449727    3.27066058    3.3245753    3.57298207 ];

autovettori=[

1.265330522E-03    3.381479875E-03    7.173497941E-04    5.842666731E-07
1.26751686E-03    3.202026388E-03    -1.338934899E-03    2.040369445E-06
2.993758586E-03    -1.957074413E-03    5.621992559E-03    -5.109022428E-06
3.027699444E-03    -3.003020173E-03    -5.165064383E-03    8.741180416E-06
-2.804664665E-04    4.738186217E-04    -5.280435433E-04    6.601962961E-04
2.798855118E-04    -4.737850384E-04    5.297077022E-04    6.590957893E-04
-6.177869049E-04    1.374695568E-03    -1.305790199E-04    3.370504303E-03
6.154272119E-04    -1.37539469E-03    1.382725631E-04    3.369894782E-03
-2.830179492E-04    5.630938541E-04    4.288304849E-04    6.593599240E-04 ];

for i=1:size(modi,2)
    for j=1:size(autovettori,2)
        MAC(i,j)=(modi(:,i)'*autovettori(:,j)).^2 ./ (
(modi(:,i)'*modi(:,i)).*(autovettori(:,j)'*autovettori(:,j)) );
    end
end
MAC
[val, indice]=max(MAC)

freq_ordinate=[];

a=[1,0.1];

for j=1:size(sper,2)
    errore_freq(j)= 100* ((freq(indice(j))-sper(j) )./sper(j) ).^2;

    freq_ordinate=[freq_ordinate, freq(indice(j))];

    errore_modi(j)=100*sqrt( (1-val(j))./val(j) );
end

freq_ordinate=[freq_ordinate; sper];

disp('      f_num    f_sper    errF    MAC    errM')
[ freq(indice)' ; sper; errore_freq; max(MAC); errore_modi ]'

errore=a(1)*sum(errore_freq)+a(2)*sum(errore_modi)

```

### 4.2.2 Codice in linguaggio Ansys per la risoluzione del modello numerico

Si analizza il cosiddetto Log File, che contiene l'analogo in codice di linguaggio Ansys, del procedimento per le fasi di *Solution* e *Postprocessing* esposto nel capitolo precedente attraverso però l'interfaccia grafica, per ottenere in Ansys le frequenze proprie e le deformate modali del modello numerico.

Tuttavia il Log File originario ottenuto in Ansys, come spiegato nel capitolo precedente, deve essere modificato per poter essere implementato nel processo di ottimizzazione condotto da Matlab.

Si devono anzitutto inserire alcune righe di testo che permettano di aprire il programma Ansys in modalità cosiddetta di "batch run", e specificare il nome del file e il titolo del modello. A seguire si aggiungono i comandi per specificare il numero dei parametri da ottimizzare e il numero di modi di vibrare che si vogliono ottenere dalla risoluzione della struttura:

```
/batch,list    ! only needed in batch run
/FILNAME, PONTE_LAGOSCURO
/TITLE, PONTE_LAGOSCURO

nCF=4        ! 4 parametri
nmodeA=10 ! number of calculated modes
```

Nel file vengono poi specificati i comandi affinché siano considerati i fattori di correzione dei parametri direttamente dal file di testo scritto da Matlab stesso nelle fasi precedenti di ottimizzazione dei parametri (in particolare nel file contenente il codice di risoluzione del problema):

```
! read the correction parameters from Matlab
*DIM,corr_fac,ARRAY,nCF,1
*VREAD,corr_fac(1),corrfac,txt,
(E16.8)
```

I fattori di correzione dei parametri vengono poi inseriti in equazioni come quelle che seguono per ottenere i parametri in via di ottimizzazione:

```
*set, Msup,7000+2500*(1+corr_fac(1))
*set, Jap,0.000139265+0.000139265*(1+corr_fac(2))
*set, Kh,10**(12+corr_fac(3))
*set, Minf,11000+3000*(1+corr_fac(4))
```

Nel Log File originario devono inoltre essere riscritte le proprietà degli elementi e dei materiali contenuti nel cosiddetto ANSYS\_FILE, in modo da porre i parametri meccanici in questione come incognite del problema:

```
! VINCOLI VERTICALI
! Real constant set ET1D431
R,7, 6.19008e+010,,,,,
! Real constant set ET1D432
R,8, 6.19008e+010,,,,,
! Real constant set ET1D433
R,9, 6.19008e+010,,,,,
! Real constant set ET1D434
R,10, 6.19008e+010,,,,,

! VINCOLI ORIZZONTALI
! Real constant set ET1D435
R,11,Kh,,,,,
! Real constant set ET1D436
R,12,Kh,,,,,
! Real constant set ET1D437
R,13,Kh,,,,,
! Real constant set ET1D438
R,14,Kh,,,,,
! Real constant set ET1D439
R,15,Kh,,,,,
! Real constant set ET1D440
R,16,Kh,,,,,
! Real constant set ET1D441
R,17,Kh,,,,,
! Real constant set ET1D442
R,18,Kh,,,,,

! MONTANTI
! Real constant set ET1D2__PROP37
R,21,0.009024,1.97117e-005,Jap,0.0398071,0.226693,
RMORE,,4.33152e-007,,,,,
! DIAGONALI
! Real constant set ET1D1__PROP35
R,3,0.009024,1.97117e-005,Jap,0.0398071,0.226693,
```

```

RMORE,,4.33152e-007,,,,
! CORRENTE INFERIORE
! Real constant set ET1D3__PROP31
R,1,0.029568,0.000646334,0.00148725,0.139614,0.211784,
RMORE,,4.08746e-006,,,,
! ELEMENTI TRASVERSALI
! Real constant set ET1D5__PROP32
R,25,0.016392,0.00204927,1.61391e-005,0.42978,0.0381405,
RMORE,,7.86816e-007,,,,
! CONTROVENTI SUPERIORI
! Real constant set ET1D7__PROP33
R,24,0.009024,1.97117e-005,1.62028e-005,0.0997661,0.0904516,
RMORE,,4.33152e-007,,,,
! CONTROVENTI INFERIORI
! Real constant set ET1D6__PROP34
R,19,0.009024,1.97117e-005,1.62028e-005,0.0997661,0.0904516,
RMORE,,4.33152e-007,,,,
! ELEMENTI DI ESTREMITA'
! Real constant set ET1D8__PROP28
R,5,0.017064,JJ,3.20896e-005,0.325865,0.0523653,
RMORE,,2.20147e-006,,,,
! Real constant set ET1D11__PROP29
R,23,0.017064, 0.00224266,3.20896e-005,0.325865,0.0523653,
RMORE,,2.09969e-006,,,,
! Real constant set ET1D9__PROP30
R,22,0.017064, 0.00224266,3.20896e-005,0.325865,0.0523653,
RMORE,,2.09969e-006,,,,
! Real constant set ET1D10__PROP36
R,6,0.017064, 0.00224266,3.20896e-005,0.325865,0.0523653,
RMORE,,2.09969e-006,,,,
! ELEMENTI DI IRRIGIDIMENTO MONTANTI
! Real constant set ET1D12__PROP39
R,4,0.01188,1.4256e-007,0.000970299,0.012,0.99,
RMORE,,5.6589e-007,,,,
! Real constant set ET1D4__PROP27
R,20,0.024384,0.000409688,0.00120873,0.119147,0.204655,
RMORE,,3.81714e-006,,,,
! Real constant set ET1D16__PROP38
R,2,0.016392, 0.0031,1.61391e-005,0.42978,0.0381405,
RMORE,,7.86816e-007,,,,

! Material IsotropicMat10
MP,EX, 10,      2e+11
MP,GXY, 10,      8e+10
MP,PRXY, 10,      0.25
MP,DENS, 10,      Msup
MP,ALPX, 10,      1.17e-05
MP,DAMP, 10,      0
MP,REFT, 10,      0
! Material IsotropicMat11
MP,EX, 11,      2e+11
MP,GXY, 11,      8e+10
MP,PRXY, 11,      0.25

```

```
MP,DENS, 11,      Msup
MP,ALPX, 11,      1.17e-05
MP,DAMP, 11,      0
MP,REFT, 11,      0
! Material IsotropicMat12
MP,EX, 12,        2e+11
MP,GXY, 12,        8e+10
MP,PRXY, 12,       0.25
MP,DENS, 12,      Msup
MP,ALPX, 12,      1.17e-05
MP,DAMP, 12,      0
MP,REFT, 12,      0
! Material IsotropicMat1
MP,EX, 1,         2e+11
MP,GXY, 1,        8e+10
MP,PRXY, 1,       0.25
MP,DENS, 1,       Msup
MP,ALPX, 1,       1.17e-05
MP,DAMP, 1,       0
MP,REFT, 1,       0
! Material IsotropicMat2
MP,EX, 2,         2e+11
MP,GXY, 2,        8e+10
MP,PRXY, 2,       0.25
MP,DENS, 2,       Msup
MP,ALPX, 2,       1.17e-05
MP,DAMP, 2,       0
MP,REFT, 2,       0
! Material IsotropicMat3
MP,EX, 3,         2e+11
MP,GXY, 3,        8e+10
MP,PRXY, 3,       0.25
MP,DENS, 3,       Msup
MP,ALPX, 3,       1.17e-05
MP,DAMP, 3,       0
MP,REFT, 3,       0
! Material IsotropicMat4
MP,EX, 4,         2e+11
MP,GXY, 4,        8e+10
MP,PRXY, 4,       0.25
MP,DENS, 4,       Minf
MP,ALPX, 4,       1.17e-05
MP,DAMP, 4,       0
MP,REFT, 4,       0
! Material IsotropicMat5
MP,EX, 5,         2e+11
MP,GXY, 5,        8e+10
MP,PRXY, 5,       0.25
MP,DENS, 5,       Minf
MP,ALPX, 5,       1.17e-05
MP,DAMP, 5,       0
MP,REFT, 5,       0
! Material IsotropicMat6
```

```

MP,EX, 6, 2e+11
MP,GXY, 6, 8e+10
MP,PRXY, 6, 0.25
MP,DENS, 6, Msup
MP,ALPX, 6, 1.17e-05
MP,DAMP, 6, 0
MP,REFT, 6, 0
! Material IsotropicMat7
MP,EX, 7, 2e+11
MP,GXY, 7, 8e+10
MP,PRXY, 7, 0.25
MP,DENS, 7, Msup
MP,ALPX, 7, 1.17e-05
MP,DAMP, 7, 0
MP,REFT, 7, 0

! Material IsotropicMat8
MP,EX, 8, 2e+11
MP,GXY, 8, 8e+10
MP,PRXY, 8, 0.25
MP,DENS, 8, Msup
MP,ALPX, 8, 1.17e-05
MP,DAMP, 8, 0
MP,REFT, 8, 0
! Material IsotropicMat9
MP,EX, 9, 2e+11
MP,GXY, 9, 8e+10
MP,PRXY, 9, 0.25
MP,DENS, 9, Msup
MP,ALPX, 9, 1.17e-05
MP,DAMP, 9, 0
MP,REFT, 9, 0

```

Per il resto si mantengono i comandi in linguaggio Ansys, ottenuti nel Log File iniziale, necessari per aprire il file di testo contenente la geometria del modello (ANSYS\_FILE), risolvere l'analisi modale del modello numerico, rileggere i risultati in termini di frequenze proprie, e per assegnare i punti di cui si vogliono conoscere le deformate modali:

```

/BATCH
/COM,ANSYS RELEASE 11.0 UP20070125 10:29:38 06/7/2010
/input,menust,tmp,'',,,,,,,,,,,,,,1
/GRA,POWER
/GST,ON
/PLO,INFO,3
/GRO,CURL,ON
/CPLANE,1
/REPLOT,RESIZE

```

```
WPSTYLE,,,,,,,,,0
/REPLOT,RESIZE
/SOLU
/INPUT,'ANSYS_FILE','txt','.'

!-----

GPLOT
ALLSEL,ALL
!*
ANTYPE,2
!*
!*
MODOPT,SUBSP,10
EQSLV,FRONT
MXPAND,10,, ,0
LUMPM,0
PSTRES,0
!*
MODOPT,SUBSP,10,0,0, ,OFF
RIGID,
SUBOPT,8,4,14,1000,0,ALL
!*
/STATUS,SOLU
SOLVE
FINISH
/POST1
SET,LIST
FINISH
/POST26
FILE,'PONTE_LAGOSCURO','rst','.'
/UI,COLL,1
NUMVAR,200
SOLU,191,NCMIT
STORE,MERGE
FILLDATA,191,,,,1,1
REALVAR,191,191
/VIEW,1,1,1,1
/ANG,1
/REP,FAST
/AUTO,1
/REP,FAST
/PNUM,KP,0
/PNUM,LINE,0
/PNUM,AREA,0
/PNUM,VOLU,0
/PNUM,NODE,0
/PNUM,TABN,0
/PNUM,SVAL,0
/NUMBER,1
!*
/PNUM,TYPE,1
/REPLOT
```

```

!*
/AUTO,1
/REP,FAST
!*
NSOL,2,216,U,Z, UZ_BassoSx
STORE,MERGE
!*
NSOL,3,213,U,Z, UZ_BassoDx
STORE,MERGE
!*
NSOL,4,248,U,Z, UZ_AltoSx
STORE,MERGE
!*
NSOL,5,185,U,Z, UZ_AltoDx
STORE,MERGE
!*
NSOL,6,43,U,Y, UY_BassoSx1
STORE,MERGE
/ZOOM,1,SCRN,-0.410566,0.344176,-0.305740,0.410566
!*
NSOL,7,87,U,Y, UY_BassoSx2
STORE,MERGE
/AUTO,1
/REP,FAST
!*
NSOL,8,40,U,Y, UY_BassoCentro1
STORE,MERGE
!*
NSOL,9,84,U,Y, UY_BassoCentro2
STORE,MERGE
!*
NSOL,10,4,U,Y, UY_BassoDx1
STORE,MERGE

```

Gli spostamenti modali di punti assegnati vengono salvati in un file Excel tramite i comandi già implementati nel Log File originario, per essere confrontati da Matlab con i risultati di riferimento:

```

! Save time history variables to file Spostamenti_Modali.csv
*CREATE,scratch,gui
*DEL,_P26_EXPORT
*DIM,_P26_EXPORT,TABLE,10,9
VGET,_P26_EXPORT(1,0),1
VGET,_P26_EXPORT(1,1),2
VGET,_P26_EXPORT(1,2),3
VGET,_P26_EXPORT(1,3),4
VGET,_P26_EXPORT(1,4),5
VGET,_P26_EXPORT(1,5),6
VGET,_P26_EXPORT(1,6),7
VGET,_P26_EXPORT(1,7),8

```

```

VGET,_P26_EXPORT(1,8),9
VGET,_P26_EXPORT(1,9),10
/OUTPUT,'Spostamenti_Modali','csv','.'
*VWRITE,'TIME','UZ_BassoSx','UZ_BassoDx','UZ_AltoSx','UZ_AltoDx','UY_
BassoSx1','UY_BassoSx2','UY_BassoCentro1','UY_BassoCentro2','UY_Basso
Dx1'
%C,%C,%C,%C,%C,%C,%C,%C,%C,%C,%C,%C
*VWRITE,_P26_EXPORT(1,0),_P26_EXPORT(1,1),_P26_EXPORT(1,2),_P26_EXPORT
(1,3),_P26_EXPORT(1,4),_P26_EXPORT(1,5),_P26_EXPORT(1,6),_P26_EXPORT
(1,7),_P26_EXPORT(1,8),_P26_EXPORT(1,9)
%G,%G,%G,%G,%G,%G,%G,%G,%G,%G,%G,%G
/OUTPUT,TERM
*END
/INPUT,scratch,gui
! End of time history save

```

Devono invece essere aggiunti i comandi per riscrivere le frequenze proprie in un file di testo esterno, in modo da poter essere anch'esse confrontate in Matlab con i valori di riferimento:

```

/POST1
Freq=
*dim,Freq,ARRAY,nmodeA,1
*DO,contatore,1,nmodeA,1
*GET,Freq(contatore,1),MODE,contatore,FREQ
*ENDDO

*CFOPEN,freq0,txt,
*VWRITE,Freq(1,1)
(F17.8)
*CFCLOSE
!-----
finish

```

Riassumendo quanto esposto fin'ora, sono stati definiti i dati fondamentali per il funzionamento dell'algoritmo, si è scelta la popolazione iniziale, è stato trovato l'errore relativo a ciascun vettore della prima generazione, e quindi valutato il miglior vettore della prima popolazione poiché fornisce l'errore più piccolo rispetto ai dati sperimentali.

Ora devono essere generate nuove popolazioni di vettori attraverso il proseguo del file DE-Q, in cui sono specificate le condizioni al contorno oltre che i comandi per effettuare le operazioni di *Mutation*, *Crossover* e *Selection*.

Viene introdotta in fase di mutation dell'algoritmo DE la metodologia della superficie di risposta, perciò per ogni generazione di vettori è possibile determinare la superficie di risposta che approssima la funzione errore fornita dall'equazione:

$$H = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{L} \mathbf{x} + \beta_0 \quad (4.2)$$

dove  $\mathbf{Q}$  è una matrice di dimensioni  $D \times D$  contenente i coefficienti dei termini quadratici,  $\mathbf{L}$  è un vettore di dimensione  $D$  dei coefficienti lineari,  $\beta_0$  è il termine costante e  $\mathbf{x}$  è il vettore dei parametri di dimensione  $D$ . Comunemente nei problemi strutturali si sceglie una superficie di risposta di secondo grado poiché consente un basso costo computazionale a fronte di un'accuratezza accettabile.

Quindi si deve anzitutto definire il numero di *sampling points* ( $NS$ ), ossia la combinazione di termini di primo e secondo grado da inserire nell'equazione, che deve essere superiore al numero dei coefficienti  $\beta_i$  da definire:

```

% Define the number of point for quadratic approximation NPQ

    if D>1
C = 1 + D + D + ( factorial(D)/2/factorial(D-2) );
    else
        C=3;
    end
NS=round(C*(1+1/4));

% NS = number of sampling points used in the quadratic approximation

```

Si inizializzano le variabili necessarie per le fasi di Mutation e Crossover:

```

% PREPARE VARIABLES FOR MUTATION AND CROSSOVER PROCESSES

    mui = rand(NP,D) < CR           % all random numbers < CR are 1, 0
otherwise

    if (strategy > 5)
        st = strategy-5           % binomial crossover
    else
        st = strategy           % exponential crossover
        mui=sort(mui')           % transpose, collect 1's
in each column
        for i=1:NP
            n=floor(rand*D)
            if n > 0
                rtd = rem(rotd+n,D)
                mui(:,i) = mui(rtd+1,i) % rotate column i by n
            end
        end
        mui = mui'               % transpose back
    end
    mpo = mui < 0.5             % inverse mask to mui

    for i=1:NS
        val_NS(:,i) = val(a(:,i))' % in riga ha "val" per ogni
gruppo di vettori (matrice NP righe, NS colonne)
    end
    % val1 = val(a1)'; etc....

```

L'equazione della funzione obiettivo può essere espressa mediante la notazione lineare:

$$\mathbf{H} = \mathbf{Z} \cdot \boldsymbol{\beta} \quad (4.3)$$

dove:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 1 & x_{1,1} & x_{2,1} & \begin{matrix} \curvearrowright \\ \curvearrowright \\ \curvearrowright \end{matrix} & \begin{matrix} \curvearrowright \\ \curvearrowright \\ \curvearrowright \end{matrix} & x_{1,1}x_{2,1} \\ 1 & x_{1,2} & x_{2,2} & \begin{matrix} \curvearrowright \\ \curvearrowright \\ \curvearrowright \end{matrix} & \begin{matrix} \curvearrowright \\ \curvearrowright \\ \curvearrowright \end{matrix} & x_{1,2}x_{2,2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_{1,NS} & x_{2,NS} & \begin{matrix} \curvearrowright \\ \curvearrowright \\ \curvearrowright \end{matrix} & \begin{matrix} \curvearrowright \\ \curvearrowright \\ \curvearrowright \end{matrix} & x_{1,NS}x_{2,NS} \end{bmatrix}; \quad (4.4)$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} H_1 & \begin{matrix} \curvearrowright \\ \curvearrowright \\ \curvearrowright \end{matrix} & x_{1,1}, x_{2,1} \\ H_2 & \begin{matrix} \curvearrowright \\ \curvearrowright \\ \curvearrowright \end{matrix} & x_{1,2}, x_{2,2} \\ \vdots & & \\ H_{NS} & \begin{matrix} \curvearrowright \\ \curvearrowright \\ \curvearrowright \end{matrix} & x_{1,NS}, x_{2,NS} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

e  $\beta$  è il vettore che contiene i parametri incogniti, vettore che può essere stimato attraverso il metodo dei minimi quadrati:

$$\beta = (\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T \mathbf{H} \quad (4.6)$$

In seguito si controlla se la superficie di risposta presenti un minimo valutando i segni delle curvature principali. Se la superficie di risposta presenta un minimo, il *mutant vector* viene determinato come il vettore che fornisce il minimo valore della superficie di risposta a partire dai vettori della popolazione precedente, altrimenti si somma ad ogni vettore la differenza pesata della differenza di altri due vettori. Nei comandi di Matlab ciò si può esprimere come segue:

```
% MUTATION

for kk=1:NP
    sam=[];
    yy=[];
    W=[];
    if (st==1) % DE_quadratic/best
        for i=1:NS
            sam = [sam; pm(kk,:,i)]
            yy = [yy; val_NS(kk,i)]
            W(i,i)= exp( (val_NS(kk,i)-bestval)/bestval)
        end
    elseif (st==2) % DE_quadratic/rand
```

```

        for i=1:NS
            sam = [sam; pm(kk,:,i)]
            yy = [yy; val_NS(kk,i)]
            W(i,i)= 1
        end
    end
end
% QUADRATIC FUNCTION :
% yy = beta*zeta;
% where: zeta=(1,x1,x2,x1^2,x2^2,x1*x2)
% or, in the following,
% yy = 1/2 *x'*H*x + F*x + B

% DETERMINATION OF ZETA
% 1^ column of zeta is a ones column [1],next linear terms xi] then
the quadratic terms [xi^2]

zeta = [ones(size(sam,1),1), sam, sam.^2   ]
    if D>1;
        mix_prod=nchoosek(1:D,2); % and finally the terms xi*xj
    else
        mix_prod=0;
    end
    for i=1:size(mix_prod,1)
        zeta=[zeta, sam(:,mix_prod(i,1)).*sam(:,mix_prod(i,2))];
    end

    bool=rcond(zeta'*zeta)>1e-15; % Is zeta'*zeta a
well-conditioned matrix?
    if bool % yes
        beta=(zeta'*zeta)\zeta'*yy;
    else % no, scale the
variabile
        M=max(zeta(:,2:D+1));
        m=min(zeta(:,2:D+1));
        d=abs(M-m)/(10*D);
        zeta_ad = [ones(size(sam,1),1), ...
            (sam-
ones(size(sam,1),1)*sam(1,:))./(ones(size(sam,1),1)*d),...
            ((sam-
ones(size(sam,1),1)*sam(1,:))./(ones(size(sam,1),1)*d) ).^2   ] ;
        for i=1:size(mix_prod,1)
            zeta_ad=[zeta_ad, ((sam(:,mix_prod(i,1))-
sam(1,mix_prod(i,1)))/d(mix_prod(i,1))).*((sam(:,mix_prod(i,2))-
sam(1,mix_prod(i,2)))/d(mix_prod(i,2)))] ;
        end
        beta=(zeta_ad'*zeta_ad)\zeta_ad'*yy
    end

% Define H,L,B (Quadratic matrix,Linear vector and Constant element)

```

```

H=zeros(D,D)
pos=D+D+1
for i=1:D
    for j=i+1:D
        pos=pos+1
        H(i,j)=beta(pos)           % elements out of
diagonal of H matrix
    end
end
H=H+H'
for i=1:D
    H(i,i)=2*beta(1+D+i)         % diagonal elements of H
    L(i)=beta(1+i)               % Place the linear
terms in L vector
end
B=beta(1)                         % Place the constant
terms in B

[aa,bb]=eig(H)                     % check if H is a
positive definite matrix
bool2=sum(diag(bb)<0)              % check if H is a
positive definite matrix

if ~bool2
    % resolution of quadratic problem
    if bool
        x0=zeros(D,1);
        minimum=fminsearch(@quadratic,x0,[],H,L,B);
        ui(kk,:)=minimum';
    else
        x0=zeros(D,1);
        minimum=fminsearch(@quadratic,x0,[],H,L,B);
        ui(kk,:)=minimum'.*d + [sam(1,:)];
    end
    numero=numero+1;
else
    % mutation operation as original DE algorithm
    if (st == 1)                    % DE/best/1
        ui(kk,:) = bm(kk,:) + F_cost*(pm(kk,:,1) -
pm(kk,:,2));
    elseif (st == 2)                % DE/rand/1
        ui(kk,:) = pm(kk,:,3) + F_cost*(pm(kk,:,1) -
pm(kk,:,2));
    end
end
end
end
end

```

Per la fase di *Crossover* si combinano in modo random le componenti del vettore originario con le componenti del vettore derivato da mutation:

```
% CROSSOVER  
ui = popold.*mpo + ui.*mui
```

Si definiscono i vincoli sui parametri introducendo una proiezione sul contorno dei vettori che si trovino al di fuori del dominio di esistenza:

```
% BOUND CONSTRAINT  
if vincolo==1  
    for k=1:NP  
        for j=1:D  
            if ui(k,j)<XVmin(j)  
                ui(k,j)=XVmin(j)  
            end  
            if ui(k,j)>XVmax(j)  
                ui(k,j)=XVmax(j)  
            end  
        end  
    end  
end  
end
```

E tramite l'operazione di *Selection* ogni vettore della nuova popolazione derivata da mutation e crossover deve essere confrontato con il vettore corrispondente della popolazione precedente. Il nuovo vettore verrà scelto per generare la nuova popolazione solo se produce un valore della funzione costo minore rispetto al vettore della generazione precedente:

```
% Select which vectors are allowed to enter the new population-

for i=1:NP
    fprintf(1,'\n - resolution of FE model - (no. %g) ', i);
    % -----
    tempval(i) = feval(fname,ui(i,:),y);    % check cost of
competitor
    % -----
    nfeval = nfeval + 1;
    if (tempval(i) <= val(i))
        % if competitor is better than value in "cost array"
        pop(i,:) = ui(i,:);
        % replace old vector with new one (for new iteration)
        val(i) = tempval(i);
        % save value in "cost array"

%----we update bestval only in case of success to save time-----
        if (tempval(i) < bestval)
            % if competitor better than the best one ever
            bestval = tempval(i);          % new best value
            bestmem = ui(i,:); % new best parameter vector ever
        end
    end
end
```

Infine il file DE-Q richiama un ulteriore file di tipo function necessario per definire i criteri di convergenza.

### 4.2.3 Criteri di convergenza

Come detto in precedenza la convergenza si considera raggiunta quando la differenza tra i valori della funzione costo ottenuti per i primi  $NC$  vettori è minore di una costante specificata nel file principale, deve inoltre risultare verificato che la distanza tra gli  $NC$  vettori sia minore di una seconda costante anch'essa prefissata.

Il file che contiene i criteri di convergenza è una function di Matlab impostata come di seguito:

```
function[diffmax, deltaxmax, deltax,index]=convergence_rules( val,  
NP,pop,NC,controllo)
```

In questa function di Matlab i dati in ingresso sono:

- la matrice in cui compaiono tutti i vettori della popolazione ( $pop$ );
- la matrice con il valore della funzione obiettivo relativo a tutti i vettori della popolazione ( $val$ );
- il numero dei vettori della popolazione ( $NP$ );
- il numero dei vettori di controllo ( $NC$ );
- il tipo di controllo da effettuare, se assoluto o relativo ( $1,2,3$ ).

Viene anzitutto creata una matrice che abbia come prima colonna il vettore composto da tutti i valori dalla funzione obiettivo della popolazione corrente, la seconda e terza colonna sono invece formate dai vettori dei parametri corrispondenti. La matrice viene ordinata a partire dal miglior valore della funzione, ossia in modo crescente:

```
Matrix=[val' pop];
```

```
[Matrix,index]=sortrows(Matrix).
```

Quindi si realizza un vettore composto da tutti i primi  $NC+1$  valori della funzione costo, e un altro vettore composto da  $NC+1$  valori della funzione a partire però dal secondo valore:

```
val_NC=Matrix(1:NC+1,1)' ;
val_next=[val_NC(2:size(val_NC,2)) val_NC(:,1)].
```

Analogamente si trova la matrice composta dai primi NC+1 parametri corrispondenti ai migliori valori della funzione costo, e la matrice composta dai primi NC+1 parametri a partire dal secondo:

```
pop_NC=Matrix(1:NC+1,2:size(Matrix,2));
pop_next=[pop_NC(2:size(pop_NC,1),:); pop_NC(1,:)].
```

Sarà sufficiente fare la differenza tra i due vettori per trovare il valore da confrontare con la costante prefissata:

```
if controllo==1 % se controllo assoluto
    diff=(val_next-val_NC);
    deltax=(pop_next-pop_NC);

elseif controllo==2 % se controllo relativo
    diff=(val_next-val_NC)
    deltax=abs((pop_next-pop_NC)./pop_NC)

elseif controllo==3 % se controllo relativo
    diff=(val_next-val_NC)./val_NC;
    deltax=abs((pop_next-pop_NC)./pop_NC).
```

Anche per i parametri si fa la differenza tra quelli considerati migliori e quelli seguenti, ma per ottenere un unico valore da confrontare con la costante prefissata si deve svolgere la radice quadrata della somma dei parametri al quadrato:

```
deltax=sqrt(sum(deltax.^2,2)).
```

Si può così determinare la differenza più grande rispetto ai primi NC+1 valori della funzione obiettivo e la differenza maggiore rispetto ai primi NC+1 parametri:

```
deltamax=deltax(size(deltax,1));
diffmax=diff(size(diff,1)).
```

In uscita si vuole infatti ottenere la differenza relativa tra i valori della funzione costo e la distanza relativa tra i vettori sui quali si va a fare il controllo, in modo che questi valori possano essere confrontati con le costanti prefissate e qualora non fossero verificate entrambe le condizioni, il processo si ritenga concluso, perciò l'iterazione verrà arrestata automaticamente:

```
uscita=(diffmax<VTR1 & deltaxmax<VTR2).
```

**FILE CHE DEFINISCE I CRITERI DI CONVERGENZA:**

```
function[diffmax, deltaxmax, deltax,index]=convergence_rules( val,
NP,pop,NC,controllo)

% ORDINA IN MODO CRESCENTE LA MATRICE
Matrix=[val' pop]
[Matrix,index]=sortrows(Matrix)

val_NC=Matrix(1:NC+1,1) '
pop_NC=Matrix(1:NC+1,2:size(Matrix,2))

val_next=[val_NC(2:size(val_NC,2)) val_NC(:,1)]
pop_next=[pop_NC(2:size(pop_NC,1),:); pop_NC(1,:)]
if controllo==1
    diff=(val_next-val_NC);
    deltax=(pop_next-pop_NC);
    deltax=sqrt(sum(deltax.^2,2));
elseif controllo==2
    diff=(val_next-val_NC)
    deltax=abs((pop_next-pop_NC)./pop_NC)
    deltax=sqrt(sum(deltax.^2,2))
elseif controllo==3
    diff=(val_next-val_NC)./val_NC;
    deltax=abs((pop_next-pop_NC)./pop_NC);
    deltax=sqrt(sum(deltax.^2,2));
else
    disp('error: controllo must be 1, 2 or 3');
end
diff=sort(abs(diff'))
diffmax=diff(size(diff,1))
deltax=sort(deltax)
deltaxmax=deltax(size(deltax,1))
```

## **5. RISULTATI DEL PROCESSO DI OTTIMIZZAZIONE APPLICATO AL PONTE FERROVIARIO A PONTELAGOSCURO**

In questo capitolo verranno presentati i risultati dello studio riguardo l'identificazione dei parametri meccanici significativi per il comportamento dinamico del ponte ferroviario che attraversa il fiume Po tra Pontelagoscuro ed Occhiobello.

Come abbiamo anticipato, è stato realizzato un modello semplificato che fosse oggetto di identificazione dinamica dei parametri, in cui sono stati utilizzati elementi monodimensionali di tipo “beam” per rappresentare il graticcio delle travi. Mentre per il modello più accurato, i cui risultati dell'analisi dinamica sono da intendersi di riferimento, sono stati utilizzati elementi bidimensionali di tipo “shell” con comportamento a piastra, per meglio descrivere il reale comportamento delle piastre collegate mediante chiodatura. In entrambi i modelli gli appoggi sono stati modellati come molle su vincoli fissi, con una diversa rigidezza in direzione verticale ed orizzontale.

La discretizzazione della struttura con elementi finiti, comporta la necessità di caratterizzare il modello mediante una serie di parametri, a livello

di geometria, massa e vincoli, che determinano la rigidità globale e quindi le caratteristiche dinamiche della struttura.

Si è pertanto impostato un processo di ottimizzazione in modo da identificare i valori incogniti dei seguenti parametri meccanici:

- la rigidità orizzontale delle molle ( $K_h$ );
- la massa effettiva della struttura, in virtù del fatto che nel modello semplificato non si potesse tener conto dell'insieme di piastre e chiodi che invece costituiscono effettivamente la struttura;
- i valori del momento di inerzia delle aste di parete ( $J_{A.P.}$ ), poiché sia i montanti che i diagonali sono rappresentati, nel modello più semplice, da una geometria notevolmente semplificata.

In particolare si è notato che le frequenze numeriche si avvicinavano maggiormente ai valori di riferimento, considerando come due diversi parametri:

- la densità equivalente relativa a briglie e traversi inferiori ( $M_{inf}$ );
- la densità equivalente relativa a tutti gli altri elementi ( $M_{sup}$ ), ossia relativa a diagonali, montanti, briglie superiori e controventi di piano.

La funzione costo è stata definita come la differenza relativa tra i valori di frequenze e deformate modali ottenute dal modello semplificato  $\{\omega_i, \varphi_{ij}\}$ , e dai valori di riferimento  $\{\bar{\omega}_i, \bar{\varphi}_{ij}\}$ :

$$H = \sum_{i=1}^N \left[ w_1 \left( \frac{\omega_i - \bar{\omega}_i}{\bar{\omega}_i} \right)^2 + w_2 \sum_{j=1}^f \left( \frac{\varphi_{ij} - \bar{\varphi}_{ij}}{\bar{\varphi}_{ij}} \right)^2 \right], \quad (5.1)$$

dove  $N$  è il numero di modi propri considerati e  $f$  è il numero delle componenti delle rispettive deformate modali. I parametri  $w_1, w_2$  sono rispettivamente i pesi per frequenze e deformate modali nella funzione errore, assunti pari a  $w_1 = 1, w_2 = 1/10$ .

Le analisi sono state condotte per verificare anzitutto l'influenza del numero di frequenze proprie e di modi di vibrare adottati per l'identificazione dei parametri come dati in input del processo.

In seguito sono stati presi in esame diversi processi di identificazione che si differenziano per il numero dei parametri incogniti (2, 3 o 4).

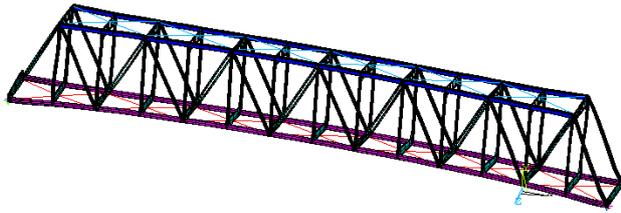
I test numerici sono stati ottenuti adottando come dati in input le frequenze proprie e le deformate modali della struttura, ossia i valori di riferimento ottenuti dal modello più accurato. La soluzione della funzione costo dipenderà dalla definizione stessa di tale funzione, in relazione al numero di frequenze e autovettori considerati, e dalla sensitività della funzione costo ai parametri da identificare.

Viene inoltre investigata l'efficacia e la robustezza dell'algoritmo DE-Q, svolgendo una serie di analisi in cui viene modificato il tipo di controllo di convergenza, e ponendo il confronto con una serie di analisi svolte con l'algoritmo DE nella sua formulazione originaria.

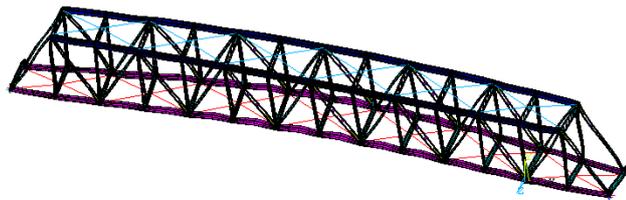
Nella Tabella 5.1 e nella Figura 5.1, vengono indicati i dati ottenuti dall'analisi agli autovalori del modello più accurato, che come già detto, verranno considerati nel seguito come i valori di riferimento, in quanto le frequenze proprie e le deformate modali sono utilizzate come dati in ingresso per il processo di identificazione. Si prendono in considerazione i primi quattro modi di vibrare della struttura:

<b>FREQUENZE PROPRIE DI RIFERIMENTO</b>			
<b>1° Frequenza</b>	<b>2° Frequenza</b>	<b>3° Frequenza</b>	<b>4° Frequenza</b>
1,7045	3,2707	3,3246	3,5730

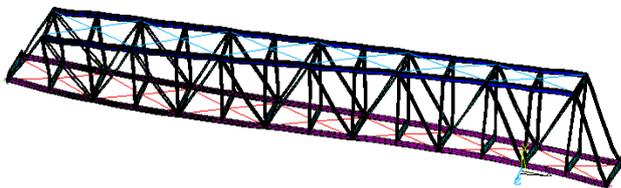
Tabella 5.1 – Frequenze di riferimento ottenute dal modello realizzato con elementi di tipo "shell".



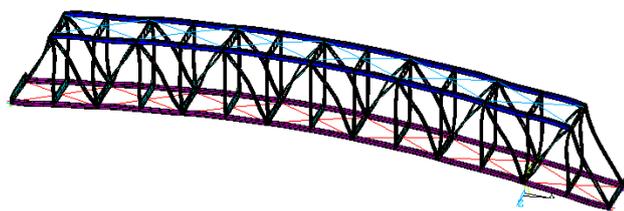
Modo 1 trasversale – frequenza: 1,7045



Modo 2 trasversale – frequenza: 3,2707



Modo 3 torsionale – frequenza: 3,3246



Modo 4 verticale – frequenza: 3,5730

*Figura 5.1 – Ponte ferroviario metallico a Pontelagoscuro, deformate modali di riferimento ottenute dal modello FEM realizzato mediante elementi “shell”.*

## 5.1 RISULTATI ALGORITMO DE-Q

La definizione della funzione costo in base al numero di frequenze ed autovettori utilizzati condiziona il processo di ottimizzazione.

Per questo motivo si effettuano numerose analisi attraverso l'algoritmo DE modificato con approssimazione quadratica (DE-Q), confrontando analisi in cui, nella definizione della funzione costo secondo l'Equazione 5.1, vengono considerati un diverso numero di modi propri della struttura ( $N$ ) e un diverso numero di autovettori ( $f$ ):

- *Caso A*: vengono utilizzate le prime 4 frequenze proprie e i 4 corrispondenti autovettori ( $N=4, f=4$ );
- *Caso B*: vengono utilizzate le prime 4 frequenze proprie e nessun autovettore ( $N=4, f=0$ );
- *Caso C*: vengono utilizzate le prime 3 frequenze proprie e i 3 corrispondenti autovettori ( $N=3, f=3$ );
- *Caso D*: vengono utilizzate le prime 3 frequenze proprie e nessun autovettore ( $N=3, f=0$ ).

Nella definizione degli autovettori sono state assunte note le componenti delle deformate modali in 9 punti considerati significativi per cogliere gli spostamenti modali della struttura: due spostamenti in direzione verticale nella sezione di mezzeria e quattro ai quarti dell'impalcato, nonché tre misure per gli spostamenti trasversali del ponte, poste anch'esse in corrispondenza dei quarti e della mezzeria.

Si sono presi in esame diversi processi di ottimizzazione, che si differenziano in quanto la procedura di identificazione è stata utilizzata per determinare i valori dei 4 parametri incogniti piuttosto che per 3 e 2 di questi parametri: densità equivalente relativa a briglie e traversi inferiori ( $M_{inf}$ ), densità equivalente relativa a tutti gli altri elementi ( $M_{sup}$ ), valore del momento di inerzia delle aste di parete ( $J_{A.P.}$ ) e rigidità orizzontale delle molle ( $K_h$ ).

### 5.1.1 Identificazione a 4 parametri con controllo di convergenza dell'errore relativo su 4 punti di controllo

Per determinare la capacità del Differential Evolution Algorithm di identificare i 4 parametri incogniti, sono state effettuate 10 analisi per ognuno dei casi presentati (A, B, C, D).

Nell'algoritmo DE-Q si sono utilizzati 25 vettori ( $NP = 25$ ) che costituissero la popolazione, ognuno dei quali composto da 4 componenti (i 4 parametri incogniti). Il test di convergenza è stato imposto dal controllo dell'errore relativo tra 4 membri della stessa popolazione ( $NC = 3+1$ ), e la convergenza si è considerata soddisfatta quando i risultati fossero inferiori alle costanti  $VTR_1 = 10^{-3}$  e  $VTR_2 = 10^{-2}$ .

La ricerca dei parametri incogniti è stata limitata entro intervalli significativi dal punto di vista fisico:

- $M_{sup} = [0,7 \times 10^4 \div 1,2 \times 10^4 \text{ kg/m}^3]$ ;
- $J_{A.P.} = [1,3926 \times 10^{-4} \div 4,1779 \times 10^{-4} \text{ m}^4]$ ;
- $K_h = [10^{11} \div 10^{13} \text{ N/m}]$ ;
- $M_{inf} = [1,1 \times 10^4 \div 1,7 \times 10^4 \text{ kg/m}^3]$ .

Questo è stato possibile normalizzando i parametri attraverso le seguenti relazioni:

- $M_{sup} = 7000 + 2500 \cdot (1 + \text{fattore\_correzione}(1))$ ;
- $J_{A.P.} = 1,39262 \times 10^{-4} + 1,39262 \times 10^{-4} \cdot (1 + \text{fattore\_correzione}(2))$ ;

- $K_h = 10^{(12+\text{fattore\_correzione}(3))}$  ;
- $M_{inf} = 11000+3000 \cdot (1+\text{fattore\_correzione}(4))$ .

In questo modo le componenti dei vettori della popolazione sono di fatto costituite dai fattori di correzione (1, 2, 3, 4) che ottimizzano queste equazioni.

I parametri ottenuti dalle analisi sono riportati nelle Tabelle 5.2(a), 5.3(a), 5.4(a), 5.5(a), dove sono indicati i valori minimo, massimo e medio sulle 10 analisi ottenuti nell'identificazione dei parametri, il coefficiente di variazione dei parametri (C.V.) e il numero di valutazioni della funzione costo necessari per raggiungere il prefissato livello di convergenza.

Nelle Tabelle 5.2(b), 5.3(b), 5.4(b), 5.5(b) vengono invece presentati i valori delle frequenze, ottenuti dai parametri identificati nella relativa tabella (a). In particolare viene indicato il valore delle frequenze di riferimento, il valor medio delle frequenze sulle 10 analisi effettuate, il coefficiente di variazione delle frequenze ottimizzate, l'errore percentuale medio sulle analisi effettuate relativo alle frequenze ottimizzate rispetto ai valori di riferimento e il coefficiente di variazione di tale errore.

<i>Caso</i>	<i>PARAMETRI</i>	<i>Valore</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>
<i>A</i>		<i>Minimo</i>	<i>Massimo</i>	<i>Medio</i>	
	$M_{sup}[\text{kg/m}^3]$	$1.0508 \cdot 10^4$	$1.0536 \cdot 10^4$	$1.0528 \cdot 10^4$	0.0011
	$J_{A.P}[\text{m}^4]$	$4.1806 \cdot 10^{-4}$	$4.1807 \cdot 10^{-4}$	$4.1807 \cdot 10^{-4}$	0.0012
	$K_h[\text{N/m}]$	$9.9556 \cdot 10^{10}$	$1.1147 \cdot 10^{11}$	$1.0197 \cdot 10^{11}$	0.0521
	$M_{inf}[\text{kg/m}^3]$	$1.4172 \cdot 10^4$	$1.4313 \cdot 10^4$	$1.4211 \cdot 10^4$	0.0041
	<b>N° valutazioni</b>	400	1500	740	0.6008

(a)

<i>Caso</i>	<i>FREQUENZE</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>	<i>Errore</i>	<i>C.V.</i>
<i>A</i>		<i>Riferimento</i>	<i>Medio</i>	<i>Frequenze</i>	<i>Medio</i>	<i>Errore</i>
					<i>Frequenze</i>	
	<b>1</b>	1.7045	1.7310	$4.116 \cdot 10^4$	1.5575	0.0268
	<b>2</b>	3.2707	3.2981	$6.536 \cdot 10^4$	0.8397	0.0785
	<b>3</b>	3.3246	3.3579	$4.135 \cdot 10^4$	1.0026	0.0417
	<b>4</b>	3.5730	3.4453	$2.080 \cdot 10^4$	-3.5722	0.0056

(b)

Tabella 5.2 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 4 parametri tramite algoritmo DE-Q, utilizzando le prime 4 frequenze proprie e i 4 corrispondenti autovettori (Caso A).

<i>Caso</i> <i>B</i>	<i>PARAMETRI</i>	<i>Valore</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>
		<i>Minimo</i>	<i>Massimo</i>	<i>Medio</i>	
	$M_{sup}[\text{kg/m}^3]$	$9.0294 \cdot 10^3$	$9.6271 \cdot 10^3$	$9.1598 \cdot 10^3$	0.0285
	$J_{A.P}[\text{m}^4]$	$1.9865 \cdot 10^{-4}$	$2.4546 \cdot 10^{-4}$	$2.0859 \cdot 10^{-4}$	0.0988
	$K_h[\text{N/m}]$	$1.0602 \cdot 10^{12}$	$1.0023 \cdot 10^{13}$	$7.8261 \cdot 10^{12}$	0.4942
	$M_{inf}[\text{kg/m}^3]$	$1.4741 \cdot 10^4$	$1.6102 \cdot 10^4$	$1.5814 \cdot 10^4$	0.0380
	<b>N° valutazioni</b>	350	475	425	0.1248

(a)

<i>Caso</i> <i>B</i>	<i>FREQUENZE</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>	<i>Errore</i>	<i>C.V.</i>
		<i>Riferimento</i>	<i>Medio</i>	<i>Frequenze</i>	<i>Medio</i>	<i>Errore</i>
					<i>Frequenze</i>	
	<b>1</b>	1.7045	1.6942	0.0014	-0.6031	0.2265
	<b>2</b>	3.2707	3.2902	0.0052	0.5978	0.8826
	<b>3</b>	3.3246	3.3480	0.0023	0.7056	0.3319
	<b>4</b>	3.5730	3.5492	0.0028	-0.6649	0.4132

(b)

Tabella 5.3 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 4 parametri tramite algoritmo DE-Q, utilizzando le prime 4 frequenze proprie e nessun autovettore (Caso B).

<i>Caso</i>	<i>PARAMETRI</i>	<i>Valore</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>
<i>C</i>		<i>Minimo</i>	<i>Massimo</i>	<i>Medio</i>	
	$M_{sup}[\text{kg/m}^3]$	$1.0117 \cdot 10^4$	$1.0394 \cdot 10^4$	$1.0318 \cdot 10^4$	0.0110
	$J_{A.P}[\text{m}^4]$	$4.0023 \cdot 10^{-4}$	$4.1807 \cdot 10^{-4}$	$4.1433 \cdot 10^{-4}$	0.0190
	$K_h[\text{N/m}]$	$9.9578 \cdot 10^{10}$	$3.0423 \cdot 10^{12}$	$6.8832 \cdot 10^{11}$	1.9118
	$M_{inf}[\text{kg/m}^3]$	$1.4276 \cdot 10^4$	$1.4904 \cdot 10^4$	$1.4532 \cdot 10^4$	0.0162
	<b>N° valutazioni</b>	125	475	340	0.4338

(a)

<i>Caso</i>	<i>FREQUENZE</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>	<i>Errore</i>	<i>C.V.</i>
<i>C</i>		<i>Riferimento</i>	<i>Medio</i>	<i>Frequenze</i>	<i>Medio</i>	<i>Errore</i>
					<i>Frequenze</i>	
	<b>1</b>	1.7045	1.7478	0.0029	2.5399	0.1166
	<b>2</b>	3.2707	3.2990	0.0028	0.8658	0.3218
	<b>3</b>	3.5730	3.4633	0.0020	-3.0686	0.0633
	<b>4</b>	/	/	/	/	/

(b)

Tabella 5.4 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 4 parametri tramite algoritmo DE-Q, utilizzando le prime 3 frequenze proprie e i 3 corrispondenti autovettori (Caso C).

<i>Caso D</i>	<i>Parametri</i>	<i>Valore</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>
		<i>Minimo</i>	<i>Massimo</i>	<i>Medio</i>	
	$M_{sup}[\text{kg/m}^3]$	$8.7318 \cdot 10^3$	$9.3874 \cdot 10^3$	$8.9610 \cdot 10^3$	0.0346
	$J_{A.P}[\text{m}^4]$	$1.8889 \cdot 10^{-4}$	$2.3614 \cdot 10^{-4}$	$2.0553 \cdot 10^{-4}$	0.1101
	$K_h[\text{N/m}]$	$1.0041 \cdot 10^{11}$	$5.7898 \cdot 10^{12}$	$1.7752 \cdot 10^{12}$	1.3419
	$M_{inf}[\text{kg/m}^3]$	$1.5829 \cdot 10^4$	$1.6646 \cdot 10^4$	$1.6358 \cdot 10^4$	0.0233
	<b>N° valutazioni</b>	100	825	480	0.6308

(a)

<i>Caso D</i>	<i>Frequenze</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>	<i>Errore</i>	<i>C.V.</i>
		<i>Riferimento</i>	<i>Medio</i>	<i>Frequenze</i>	<i>Medio</i>	<i>Errore</i>
		<i>Frequenze</i>				
	<b>1</b>	1.7045	1.7032	0.0027	-0.0747	3.6191
	<b>2</b>	3.2707	3.2774	0.0038	0.2052	1.8680
	<b>3</b>	3.5730	3.5577	0.0069	-0.4283	1.6037
	<b>4</b>	/	/	/	/	/

(b)

Tabella 5.5 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 4 parametri tramite algoritmo DE-Q, utilizzando le prime 3 frequenze proprie e nessun autovettore (Caso D).

Si prendono in esame i risultati del *Caso A* (Tabella 5.2 (a) e (b)), ottenuti dal processo di ottimizzazione di tutti e 4 i parametri, considerando 4 frequenze proprie e 4 spostamenti modali, confrontati con i risultati del *Caso B* (Tabella 5.3 (a) e (b)), ottenuti considerando solo le 4 frequenze proprie. Si può notare che nel *Caso B* a sole 4 Frequenze si ha una maggiore dispersione dei risultati, sia in termini di parametri che di frequenze. Tuttavia l'errore relativo alle frequenze è minore nel *Caso B*, intorno a un valore di 0,64% circa su tutte le frequenze, anche se con una maggiore variabilità dell'errore stesso, rispetto al *Caso A*, dove l'errore è maggiore, mediamente dell'1,74% circa, ma con una minore variabilità. Si ritiene preferibile la soluzione ottenuta con le sole 4 frequenze perché l'errore sulle frequenze oltre che essere minore è distribuito in modo abbastanza uniforme sulle 4 frequenze e sempre del valore dello 0,6% circa, mentre nel caso in cui si considerano anche i relativi autovettori l'errore è molto diverso sulle 4 frequenze. Che l'errore sia poi inferiore considerando le sole 4 frequenze appunto, è del tutto prevedibile, poiché l'algoritmo converge più velocemente alla soluzione dovendo controllare solamente la corrispondenza tra le frequenze, invece che dover mediare la soluzione in base anche alla corrispondenza dei valori degli spostamenti modali. Tuttavia trascurando l'errore sulle deformate modali non si commette un errore rilevante, poiché esse hanno un ruolo determinante nel trovare la corrispondenza tra i modi simili di vibrare. Il che accade comunque, poiché, come detto in precedenza, prima di confrontare le caratteristiche modali ottenute numericamente e sperimentalmente, l'algoritmo collega le deformate modali in modo da ottenere il confronto sui medesimi modi, attraverso il *MAC* (*Modal Assurance Criterion*) e solo successivamente, calcola l'errore relativo ai modi e alle frequenze che è la funzione costo. Quindi in questo tipo di analisi in cui vengono trascurati gli autovettori, in realtà il calcolo dell'errore sugli spostamenti modali viene trascurato solo al termine della procedura per il calcolo della funzione costo, ossia nella Formula 5.1 per il calcolo della

funzione errore, ponendo nullo il peso relativo all'errore sulle deformate modali ( $w_2 = 0$ ).

In questa filosofia, secondo la quale vengono riordinati preliminarmente i modi di vibrare, il *MAC* fornirà sempre un errore sui modi simili, all'incirca pari a 0,98. Quindi si è appurato che il contributo alla funzione costo dato dall'errore sui modi, fornisce sempre un valore circa uguale, ciò che fa invece la vera differenza nel valore della funzione costo è l'errore sulle frequenze.

Diverso sarebbe invece se non si riordinassero i modi attraverso il *MAC*, poiché in base a quest'altra filosofia, il valore del *MAC* stesso varierebbe sensibilmente, e quanto più questo si avvicinasse ad un valore pari all'unità, tanto più calerebbe il valore dell'errore sui modi e conseguentemente il valore della funzione costo che considera la somma dell'errore sulle frequenze e la somma dell'errore sui modi. Quindi in questo caso il valore dell'errore sui modi sarebbe determinante per valutare la funzione costo, poiché un alto valore della funzione costo indicherebbe che sono stati confrontati modi di vibrare diversi fra loro.

Similmente, nel confronto dei risultati tra i *Casi C* e *D* (Tabelle 5.4 (a), (b) e 5.5 (a), (b)) sempre a 4 parametri, ma considerando le prime 3 frequenze proprie di riferimento e le prime 3 deformate modali, si ottiene una variabilità dei parametri e delle frequenze molto simile nel caso in cui si considerino solo le 3 frequenze e nel caso si considerino anche i 3 autovettori. Però come nel confronto precedente, l'errore percentuale sulle frequenze, medio sulle 10 analisi, cala molto nel caso si considerino solo le 3 frequenze, mediamente sulle 3 frequenze è circa 0,23%, piuttosto che nel caso si considerino anche i 3 relativi autovettori, circa 2,16%. Tuttavia in questo secondo confronto, si nota che il valore dell'errore sulle frequenze, è distribuito in modo disuguale sulle singole frequenze in entrambi i casi.

Inoltre risulta rilevante il confronto tra i risultati della funzione costo nei *Casi B* e *D*, poiché il valore dell'errore è inferiore nel caso si considerino 3

frequenze, pari a 0,23% anche se distribuito non uniformemente sulle 3 frequenze, che non nel caso se ne considerino 4, pari a 0,64%, che è un valore maggiore ma è un risultato sicuramente migliore poiché l'errore è ugualmente distribuito su tutte e 4 le frequenze.

In tutte le analisi di identificazione a 4 parametri, il costo computazionale risulta elevato in termini di valutazione della funzione costo. Molto maggiore nei casi in cui nella definizione della funzione costo si considerino sia le frequenze proprie che i relativi autovettori, e allo stesso tempo ha una maggiore dispersione nei casi a 3 frequenze piuttosto che a 4 frequenze proprie. Il che indica che se per l'identificazione a 4 frequenze, comunque scelta la popolazione iniziale, l'algoritmo raggiunge la soluzione in numero di valutazioni della funzione costo abbastanza simile, per l'identificazione invece a 3 frequenze è evidente che, a seconda della popolazione iniziale scelta comunque in modo aleatorio, il numero di iterazioni varia notevolmente.

In definitiva si considera come soluzione migliore quella determinata dall'identificazione a 4 parametri considerando 4 frequenze proprie e nessun autovettore, poiché per le considerazioni sopra esposte è la configurazione dell'algoritmo che permette un'ottima correlazione tra le frequenze di riferimento e quelle fornite dal processo di ottimizzazione del modello, con un errore sulle frequenze abbastanza modesto (0,6%) e costante sulle singole frequenze, con valori dei coefficienti di variazione bassi sia per i parametri che per le frequenze e con un numero di iterazioni comunque accettabile, mediamente pari a 425 valutazioni della funzione costo.

In tutti i risultati si nota come il parametro relativo alla rigidità orizzontale degli appoggi abbia una notevole dispersione, fornendo valori molto diversi di tale parametro anche nel corso di analisi impostate con la stessa definizione della funzione costo.

Pertanto si effettuano ulteriori analisi escludendo tale parametro, in modo da investigare anche l'efficienza dell'algoritmo considerando un numero inferiore di parametri.

### 5.1.2 Identificazione a 3 parametri con controllo di convergenza dell'errore relativo su 4 punti di controllo

I 3 parametri incogniti da identificare sono la densità equivalente relativa a briglie e traversi inferiori ( $M_{inf}$ ), la densità equivalente relativa a tutti gli altri elementi ( $M_{sup}$ ) e il valore del momento di inerzia delle aste di parete ( $J_{A.P.}$ ). Analogamente al caso di identificazione a 4 parametri, anche per l'identificazione a 3 parametri sono state effettuate 10 analisi per ognuno dei casi presentati in precedenza (A, B, C, D).

Nell'algoritmo DE-Q si sono utilizzati 15 vettori ( $NP = 15$ ) che costituissero la popolazione, ognuno dei quali composto da 3 componenti (i 3 fattori di correzione dei parametri). Il test di convergenza è stato imposto dal controllo dell'errore relativo tra 4 membri della stessa popolazione ( $NC = 3+1$ ), e la convergenza si è considerata soddisfatta quando i risultati risultassero inferiori alle costanti  $VTR_1 = 10^{-3}$  e  $VTR_2 = 10^{-2}$ .

L'identificazione dei 3 parametri incogniti è stata impostata normalizzando i parametri attraverso le seguenti relazioni:

$$\begin{aligned} -M_{sup} &= 7000 + 2500 \cdot (1 + \text{fattore\_correzione}(1)); \\ -J_{A.P.} &= 1,39262 \times 10^{-4} + 1,39262 \times 10^{-4} \cdot (1 + \text{fattore\_correzione}(2)); \\ -M_{inf} &= 11000 + 3000 \cdot (1 + \text{fattore\_correzione}(3)). \end{aligned}$$

I parametri ottenuti dalle analisi sono riportati nelle Tabelle 5.6(a), 5.7(a), 5.8(a), 5.9(a), dove sono indicati i valori minimo, massimo e medio sulle 10 analisi ottenuti nell'identificazione dei parametri, il coefficiente di variazione dei parametri (C.V.) e il numero di valutazioni della funzione costo necessari per raggiungere il prefissato livello di convergenza.

Nelle Tabelle 5.6(b), 5.7(b), 5.8(b), 5.9(b) vengono invece presentati i valori delle frequenze, ottenuti dai parametri identificati nella relativa tabella (a). In particolare viene indicato il valore delle frequenze di riferimento, il valor medio delle frequenze sulle 10 analisi effettuate, il coefficiente di variazione delle frequenze ottimizzate, l'errore percentuale medio sulle analisi effettuate relativo alle frequenze ottimizzate rispetto ai valori di riferimento e il coefficiente di variazione di tale errore.

Caso A	PARAMETRI	Valore	Valore	Valor	C.V.
		Minimo	Massimo	Medio	
	$M_{sup}[\text{kg/m}^3]$	$1.0247 \cdot 10^4$	$1.0563 \cdot 10^4$	$1.0497 \cdot 10^4$	0.0106
	$J_{A.P}[\text{m}^4]$	$3.9198 \cdot 10^{-4}$	$4.1807 \cdot 10^{-4}$	$4.143 \cdot 10^{-4}$	0.0238
	$K_h [\text{N/m}]$	/	/	/	/
	$M_{inf}[\text{kg/m}^3]$	$1.4091 \cdot 10^4$	$1.5439 \cdot 10^4$	$1.4371 \cdot 10^4$	0.0330
	N° valutazioni	90	750	355	0.7877

(a)

Caso A	FREQUENZE	Valore	Valor	C.V.	Errore	C.V.
		Riferimento	Medio	Frequenze	Medio	Errore
		<i>Frequenze</i>				
	<b>1</b>	1.7045	1.7248	0.0075	1.1927	0.6345
	<b>2</b>	3.2707	3.2845	0.0088	0.4218	2.0890
	<b>3</b>	3.3246	3.3445	0.0079	0.6006	1.3286
	<b>4</b>	3.5730	3.4319	0.0053	-3.9481	0.1286

(b)

Tabella 5.6 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 3 parametri tramite algoritmo DE-Q, utilizzando le prime 4 frequenze proprie e i 4 corrispondenti autovettori (Caso A).

<i>Caso</i>	<i>PARAMETRI</i>	<i>Valore</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>
<i>B</i>		<i>Minimo</i>	<i>Massimo</i>	<i>Medio</i>	
	$M_{sup}[\text{kg/m}^3]$	$9.0220 \cdot 10^3$	$9.8484 \cdot 10^3$	$9.3229 \cdot 10^3$	0.0348
	$J_{A.P}[\text{m}^4]$	$1.9757 \cdot 10^{-4}$	$2.9710 \cdot 10^{-4}$	$2.265 \cdot 10^{-4}$	0.1617
	$K_h[\text{N/m}]$	/	/	/	/
	$M_{inf}[\text{kg/m}^3]$	$1.4861 \cdot 10^4$	$1.6140 \cdot 10^4$	$1.5582 \cdot 10^4$	0.0340
	<b>N° valutazioni</b>	60	285	139	0.5116

(a)

<i>Caso</i>	<i>FREQUENZE</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>	<i>Errore</i>	<i>C.V.</i>
<i>B</i>		<i>Riferimento</i>	<i>Medio</i>	<i>Frequenze</i>	<i>Medio</i>	<i>Errore</i>
					<i>Frequenze</i>	
	<i>1</i>	1.7045	1.6942	0.0086	-0.6057	1.4033
	<i>2</i>	3.2707	3.3014	0.0153	0.9395	1.6471
	<i>3</i>	3.3246	3.3333	0.0118	0.2630	4.4995
	<i>4</i>	3.5730	3.5258	0.0089	-1.3213	0.6674

(b)

Tabella 5.7 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 3 parametri tramite algoritmo DE-Q, utilizzando le prime 4 frequenze proprie e nessun autovettore (Caso B).

<i>Caso</i> <i>C</i>	<i>PARAMETRI</i>	<i>Valore</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>
		<i>Minimo</i>	<i>Massimo</i>	<i>Medio</i>	
	$M_{sup}[\text{kg/m}^3]$	$1.0369 \cdot 10^4$	$1.0592 \cdot 10^4$	$1.0440 \cdot 10^4$	0.0084
	$J_{A.P}[\text{m}^4]$	$4.1724 \cdot 10^{-4}$	$4.1806 \cdot 10^{-4}$	$4.178 \cdot 10^{-4}$	$8.3303 \cdot 10^{-4}$
	$K_h[\text{N/m}]$	/	/	/	/
	$M_{inf}[\text{kg/m}^3]$	$1.4050 \cdot 10^4$	$1.4448 \cdot 10^4$	$1.4295 \cdot 10^4$	0.0124
	<b>N° valutazioni</b>	75	255	158	0.4225

(a)

<i>Caso</i> <i>C</i>	<i>FREQUENZE</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>	<i>Errore</i>	<i>C.V.</i>
		<i>Riferimento</i>	<i>Medio</i>	<i>Frequenze</i>	<i>Medio</i>	<i>Errore</i>
					<i>Frequenze</i>	
	<b>1</b>	1.7045	1.7385	0.0047	1.9954	0.2424
	<b>2</b>	3.2707	3.3006	0.0033	0.9141	0.3605
	<b>3</b>	3.5730	3.4524	0.0028	-3.3755	0.0794
	<b>4</b>	/	/	/	/	/

(b)

Tabella 5.8 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 3 parametri tramite algoritmo DE-Q, utilizzando le prime 3 frequenze proprie e i 3 corrispondenti autovettori (Caso C).

<i>Caso D</i>	<i>Parametri</i>	<i>Valore</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>
		<i>Minimo</i>	<i>Massimo</i>	<i>Medio</i>	
	$M_{sup}[\text{kg/m}^3]$	$8.6407 \cdot 10^3$	$9.2985 \cdot 10^3$	$8.8503 \cdot 10^3$	0.0254
	$J_{A.P}[\text{m}^4]$	$1.8524 \cdot 10^{-4}$	$2.3480 \cdot 10^{-4}$	$1.971 \cdot 10^{-4}$	0.0869
	$K_h[\text{N/m}]$	/	/	/	/
	$M_{inf}[\text{kg/m}^3]$	$1.5782 \cdot 10^4$	$1.6759 \cdot 10^4$	$1.6471 \cdot 10^4$	0.0201
	<b>N° valutazioni</b>	75	180	132	0.2873

(a)

<i>Caso D</i>	<i>Frequenze</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>	<i>Errore</i>	<i>C.V.</i>
		<i>Riferimento</i>	<i>Medio</i>	<i>Frequenze</i>	<i>Medio</i>	<i>Errore</i>
<i>Frequenze</i>						
	<b>1</b>	1.7045	1.7129	0.0070	0.4956	1.4276
	<b>2</b>	3.2707	3.2751	0.0048	0.1354	3.5673
	<b>3</b>	3.5730	3.5710	0.0077	-0.0552	13.9137
	<b>4</b>	/	/	/	/	/

(b)

Tabella 5.9 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 3 parametri tramite algoritmo DE-Q, utilizzando le prime 3 frequenze proprie e nessun autovettore (Caso D).

Come si può vedere i valori dei parametri ottenuti dal processo di identificazione a 3 parametri (Tabelle 5.6, 5.7, 5.8, 5.9), sono del tutto simili ai risultati del processo di identificazione a 4 parametri.

La variabilità dei parametri e delle frequenze aumenta nel caso di sole 3 o 4 frequenze che non nel caso di 3 o 4 frequenze e relativi autovettori, però l'errore nel caso di sole frequenze è decisamente minore, e di valori abbastanza simili alla risoluzione a 4 parametri. Tuttavia si nota una maggiore disomogeneità nell'errore sulle frequenze relativo alle analisi a 3 parametri, con sole 4 frequenze, in particolare l'errore percentuale risulta particolarmente elevato sulla 4° frequenza corrispondente al modo verticale di vibrare. Al contrario l'errore sulla 3° frequenza risulta particolarmente basso poiché corrisponde al modo di vibrare che produce una deformata traslazionale delle estremità del ponte in direzioni opposte.

Il numero di valutazioni per arrivare a convergenza è decisamente maggiore nelle soluzioni a 4 parametri piuttosto che in quelle a 3 parametri, ciò è ovviamente dovuto al fatto che considerare un parametro in più nel processo di ottimizzazione, comporta una maggiore difficoltà per l'algoritmo di arrivare alla soluzione.

### 5.1.3 Identificazione a 2 parametri con controllo di convergenza dell'errore relativo su 4 punti di controllo

Nelle analisi di identificazione a 2 parametri, vengono considerate due diverse coppie di valori incogniti: la densità equivalente relativa a briglie e traversi inferiori ( $M_{inf}$ ) e il valore del momento di inerzia delle aste di parete ( $J_{A.P.}$ ); la densità equivalente relativa a briglie e traversi inferiori ( $M_{inf}$ ) e la densità equivalente relativa a tutti gli altri elementi della struttura ( $M_{sup}$ ).

Sono state effettuate 10 analisi per ognuno dei casi presentati in precedenza (A, B, C, D), per entrambe le due coppie di parametri.

Nell'algoritmo DE-Q si sono utilizzati 10 vettori ( $NP = 10$ ) che costituissero la popolazione, ognuno dei quali composto da 2 componenti (i 2 fattori di correzione dei parametri). Il test di convergenza è stato imposto dal controllo dell'errore relativo tra 4 membri della stessa popolazione ( $NC = 3+1$ ), e la convergenza si è considerata soddisfatta quando i risultati fossero inferiori alle costanti  $VTR_1 = 10^{-3}$  e  $VTR_2 = 10^{-2}$ .

L'identificazione dei 2 parametri incogniti è stata impostata normalizzando i parametri attraverso le seguenti relazioni:

*Caso 1:*

- $J_{A.P.} = 1,39262 \times 10^{-4} + 1,39262 \times 10^{-4} \cdot (1 + \text{fattore\_correzione}(1))$ ;
- $M_{inf} = 11000 + 3000 \cdot (1 + \text{fattore\_correzione}(2))$ .

*Caso 2:*

- $M_{sup} = 7000 + 2500 \cdot (1 + \text{fattore\_correzione}(1))$ ;
- $M_{inf} = 11000 + 3000 \cdot (1 + \text{fattore\_correzione}(2))$ .

Nelle Tabelle seguenti contrassegnate dal simbolo (*a*), sono indicati i valori dei parametri minimo, massimo e medio sulle 10 analisi, ottenuti

nell'identificazione dei parametri, il coefficiente di variazione dei parametri (C.V.) e il numero di valutazioni della funzione costo necessari per raggiungere il prefissato livello di convergenza.

Nelle Tabelle invece contrassegnate dal simbolo (*b*), vengono presentati i valori delle frequenze ottenuti dai parametri identificati nelle tabelle (*a*). In particolare viene indicato il valore delle frequenze di riferimento, il valor medio sulle 10 analisi delle frequenze del modello ottimizzato, il coefficiente di variazione delle frequenze ottimizzate, l'errore percentuale medio relativo alle frequenze ottimizzate rispetto ai valori di riferimento e il coefficiente di variazione dell'errore.

**Caso 1:**

<b>Caso</b>	<b>PARAMETRI</b>	<b>Valore</b>	<b>Valore</b>	<b>Valor</b>	<b>C.V.</b>
<b>A</b>		<b>Minimo</b>	<b>Massimo</b>	<b>Medio</b>	
	$M_{sup}[\text{kg/m}^3]$	/	/	/	/
	$J_{A.P}[\text{m}^4]$	$2.3669 \cdot 10^{-4}$	$2.4626 \cdot 10^{-4}$	$2.392 \cdot 10^{-4}$	0.0143
	$K_h[\text{N/m}]$	/	/	/	/
	$M_{inf}[\text{kg/m}^3]$	$1.6104 \cdot 10^4$	$1.6593 \cdot 10^4$	$1.6477 \cdot 10^4$	0.0117
	<b>N° valutazioni</b>	40	80	52	0.2830

(a)

<b>Caso</b>	<b>FREQUENZE</b>	<b>Valore</b>	<b>Valor</b>	<b>C.V.</b>	<b>Errore</b>	<b>C.V.</b>
<b>A</b>		<b>Riferimento</b>	<b>Medio</b>	<b>Frequenze</b>	<b>Medio</b>	<b>Errore</b>
				<b>Frequenze</b>		
	<b>1</b>	1.7045	1.7307	0.0080	1.5355	0.5304
	<b>2</b>	3.2707	3.2713	0.0052	0.0184	28.3594
	<b>3</b>	3.3246	3.4086	0.0061	2.5286	0.2472
	<b>4</b>	3.5730	3.5436	0.0033	-0.8230	0.3929

(b)

Tabella 5.10 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 2 parametri tramite algoritmo DE-Q, utilizzando le prime 4 frequenze proprie e i 4 corrispondenti autovettori (Caso A).

<b>Caso</b> <b>B</b>	<b>PARAMETRI</b>	<b>Valore</b>	<b>Valore</b>	<b>Valor</b>	<b>C.V.</b>
		<b>Minimo</b>	<b>Massimo</b>	<b>Medio</b>	
	$M_{sup}[\text{kg/m}^3]$	/	/	/	/
	$J_{A.P}[\text{m}^4]$	$1.9954 \cdot 10^{-4}$	$2.0109 \cdot 10^{-4}$	$2.000 \cdot 10^{-4}$	0.0025
	$K_h[\text{N/m}]$	/	/	/	/
	$M_{inf}[\text{kg/m}^3]$	$1.6054 \cdot 10^4$	$1.6139 \cdot 10^4$	$1.6076 \cdot 10^4$	0.0019
	<b>N° valutazioni</b>	40	60	50	0.1633

(a)

<b>Caso</b> <b>B</b>	<b>FREQUENZE</b>	<b>Valore</b>	<b>Valor</b>	<b>C.V.</b>	<b>Errore</b>	<b>C.V.</b>
		<b>Riferimento</b>	<b>Medio</b>	<b>Frequenze</b>	<b>Medio</b>	<b>Errore</b>
					<b>Frequenze</b>	
	<b>1</b>	1.7045	1.7007	0.0039	-0.2235	1.7313
	<b>2</b>	3.2707	3.2874	0.0040	0.5129	0.7876
	<b>3</b>	3.3246	3.3638	0.0029	1.1789	0.2469
	<b>4</b>	3.5730	3.5584	0.0023	-0.4080	0.5616

(b)

Tabella 5.11 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 2 parametri tramite algoritmo DE-Q, utilizzando le prime 4 frequenze proprie e nessun autovettore (Caso B).

<i>Caso</i>	<i>PARAMETRI</i>	<i>Valore</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>
<i>C</i>		<i>Minimo</i>	<i>Massimo</i>	<i>Medio</i>	
	$M_{sup}$ [kg/m <sup>3</sup> ]	/	/	/	/
	$J_{A.P}$ [m <sup>4</sup> ]	$2.5531 \cdot 10^{-4}$	$2.6421 \cdot 10^{-4}$	$2.597 \cdot 10^{-4}$	0.0100
	$K_h$ [N/m]	/	/	/	/
	$M_{inf}$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$1.6422 \cdot 10^4$	$1.6549 \cdot 10^4$	$1.6491 \cdot 10^4$	0.0033
	<b>N° valutazioni</b>	40	60	48	0.1852

(a)

<i>Caso</i>	<i>FREQUENZE</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>	<i>Errore</i>	<i>C.V.</i>
<i>C</i>		<i>Riferimento</i>	<i>Medio</i>	<i>Frequenze</i>	<i>Medio</i>	<i>Errore</i>
					<i>Frequenze</i>	
	<b>1</b>	1.7045	1.7451	0.0093	2.3829	0.3984
	<b>2</b>	3.2707	3.2743	0.0030	0.1100	2.7351
	<b>3</b>	3.5730	3.5437	0.0015	-0.8193	0.1868
	<b>4</b>	/	/	/	/	/

(b)

Tabella 5.12 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 2 parametri tramite algoritmo DE-Q, utilizzando le prime 3 frequenze proprie e i 3 corrispondenti autovettori (Caso C).

<b>Caso D</b>	<b>Parametri</b>	<b>Valore</b>	<b>Valore</b>	<b>Valor</b>	<b>C.V.</b>
		<b>Minimo</b>	<b>Massimo</b>	<b>Medio</b>	
	$M_{sup}[\text{kg/m}^3]$	/	/	/	/
	$J_{A.P}[\text{m}^4]$	$2.0197 \cdot 10^{-4}$	$2.1024 \cdot 10^{-4}$	$2.081 \cdot 10^{-4}$	0.0140
	$K_h[\text{N/m}]$	/	/	/	/
	$M_{inf}[\text{kg/m}^3]$	$1.5640 \cdot 10^4$	$1.6134 \cdot 10^4$	$1.6040 \cdot 10^4$	0.0110
	<b>N° valutazioni</b>	20	60	47	0.3173

(a)

<b>Caso D</b>	<b>Frequenze</b>	<b>Valore</b>	<b>Valor</b>	<b>C.V.</b>	<b>Errore</b>	<b>C.V.</b>
		<b>Riferimento</b>	<b>Medio</b>	<b>Frequenze</b>	<b>Medio</b>	<b>Errore</b>
					<b>Frequenze</b>	
	<b>1</b>	1.7045	1.7143	0.0147	0.5734	2.5811
	<b>2</b>	3.2707	3.3149	0.0252	1.3531	1.8862
	<b>3</b>	3.5730	3.5743	0.0144	0.0365	39.4396
	<b>4</b>	/	/	/	/	/

(b)

Tabella 5.13 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 2 parametri tramite algoritmo DE-Q, utilizzando le prime 3 frequenze proprie e nessun autovettore (Caso D).

**Caso 2:**

<i>Caso</i>	<i>PARAMETRI</i>	<i>Valore</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>
<i>A</i>		<i>Minimo</i>	<i>Massimo</i>	<i>Medio</i>	
	$M_{sup}[\text{kg/m}^3]$	$8.8083 \cdot 10^3$	$9.0927 \cdot 10^3$	$8.9550 \cdot 10^3$	0.0096
	$J_{A.P}[\text{m}^4]$	/	/	/	/
	$K_h[\text{N/m}]$	/	/	/	/
	$M_{inf}[\text{kg/m}^3]$	$1.6146 \cdot 10^4$	$1.6997 \cdot 10^4$	$1.6579 \cdot 10^4$	0.0161
	<b>N° valutazioni</b>	30	60	44	0.3155

(a)

<i>Caso</i>	<i>FREQUENZE</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>	<i>Errore</i>	<i>C.V.</i>
<i>A</i>		<i>Riferimento</i>	<i>Medio</i>	<i>Frequenze</i>	<i>Medio</i>	<i>Errore</i>
					<i>Frequenze</i>	
	<b>1</b>	1.7045	1.7166	0.0214	0.7081	3.0466
	<b>2</b>	3.2707	3.2795	0.0101	0.2694	3.7764
	<b>3</b>	3.3246	3.4005	0.0220	2.2847	0.9838
	<b>4</b>	3.5730	3.5744	0.0137	0.0395	34.7962

(b)

Tabella 5.14 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 2 parametri tramite algoritmo DE-Q, utilizzando le prime 4 frequenze proprie e i 4 corrispondenti autovettori (Caso A).

<i>Caso</i> <i>B</i>	<i>PARAMETRI</i>	<i>Valore</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>
		<i>Minimo</i>	<i>Massimo</i>	<i>Medio</i>	
	$M_{sup}[\text{kg/m}^3]$	$9.0580 \cdot 10^3$	$9.1913 \cdot 10^3$	$9.0805 \cdot 10^3$	0.0054
	$J_{A.P}[\text{m}^4]$	/	/	/	/
	$K_h[\text{N/m}]$	/	/	/	/
	$M_{inf}[\text{kg/m}^3]$	$1.5869 \cdot 10^4$	$1.6088 \cdot 10^4$	$1.6027 \cdot 10^4$	0.0046
	<b>N° valutazioni</b>	30	60	42	0.2596

(a)

<i>Caso</i> <i>B</i>	<i>FREQUENZE</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>	<i>Errore</i>	<i>C.V.</i>
		<i>Riferimento</i>	<i>Medio</i>	<i>Frequenze</i>	<i>Medio</i>	<i>Errore</i>
					<i>Frequenze</i>	
	<b>1</b>	1.7045	1.6915	0.0093	-0.7599	1.2170
	<b>2</b>	3.2707	3.2949	0.0089	0.7408	1.2116
	<b>3</b>	3.3246	3.3485	0.0094	0.7197	1.3206
	<b>4</b>	3.5730	3.5614	0.0083	-0.3241	2.5422

(b)

Tabella 5.15 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 2 parametri tramite algoritmo DE-Q, utilizzando le prime 4 frequenze proprie e nessun autovettore (Caso B).

<i>Caso</i>	<i>PARAMETRI</i>	<i>Valore</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>
<i>C</i>		<i>Minimo</i>	<i>Massimo</i>	<i>Medio</i>	
	$M_{sup}$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$8.6824 \cdot 10^3$	$8.8071 \cdot 10^3$	$8.7698 \cdot 10^3$	0.0045
	$J_{A.P}$ [m <sup>4</sup> ]	/	/	/	/
	$K_h$ [N/m]	/	/	/	/
	$M_{inf}$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$1.6725 \cdot 10^4$	$1.6996 \cdot 10^4$	$1.6838 \cdot 10^4$	0.0065
	N° valutazioni	40	70	52	0.2105

(a)

<i>Caso</i>	<i>FREQUENZE</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>	<i>Errore</i>	<i>C.V.</i>
<i>C</i>		<i>Riferimento</i>	<i>Medio</i>	<i>Frequenze</i>	<i>Medio</i>	<i>Errore</i>
					<i>Frequenze</i>	
	<i>1</i>	1.7045	1.7192	0.0073	0.8618	0.8514
	<i>2</i>	3.2707	3.3016	0.0171	0.9459	1.8285
	<i>3</i>	3.5730	3.5908	0.0127	0.4974	2.5760
	<i>4</i>	/	/	/	/	/

(b)

Tabella 5.16 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 3 parametri tramite algoritmo DE-Q, utilizzando le prime 3 frequenze proprie e i 3 corrispondenti autovettori (Caso C).

<i>Caso D</i>	<i>Parametri</i>	<i>Valore</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>
		<i>Minimo</i>	<i>Massimo</i>	<i>Medio</i>	
	$M_{sup}[\text{kg/m}^3]$	$8.8867 \cdot 10^3$	$8.9456 \cdot 10^3$	$8.9020 \cdot 10^3$	0.0024
	$J_{A.P}[\text{m}^4]$	/	/	/	/
	$K_h[\text{N/m}]$	/	/	/	/
	$M_{inf}[\text{kg/m}^3]$	$1.6278 \cdot 10^4$	$1.6580 \cdot 10^4$	$1.6388 \cdot 10^4$	0.0058
	<b>N° valutazioni</b>	30	80	51	0.3447

(a)

<i>Caso D</i>	<i>Frequenze</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>	<i>Errore</i>	<i>C.V.</i>
		<i>Riferimento</i>	<i>Medio</i>	<i>Frequenze</i>	<i>Medio</i>	<i>Errore</i>
		<i>Frequenze</i>				
	<b>1</b>	1.7045	1.6798	0.0194	-1.4470	1.3179
	<b>2</b>	3.2707	3.3204	0.0285	1.5207	1.9049
	<b>3</b>	3.5730	3.5640	0.0150	-0.2516	5.9643
	<b>4</b>	/	/	/	/	/

(b)

Tabella 5.17 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 3 parametri tramite algoritmo DE-Q, utilizzando le prime 3 frequenze proprie e nessun autovettore (Caso D).

Dai risultati riportati nelle tabelle, si riscontra che restringendo il numero di parametri incogniti a 2, i valori dei parametri identificati sono del tutto simili a quelli determinati nelle indagini precedenti, a fronte però di un'ulteriore diminuzione del numero di iterazioni, mediamente pari a circa 50 in tutte le casistiche effettuate.

Paragonando i migliori risultati fin'ora ottenuti, che corrispondono all'identificazione a 4 parametri, considerando le sole 4 o 3 frequenze proprie, con i risultati di entrambi i casi ottenuti dall'identificazione a 2 parametri e 3 o 4 frequenze, si nota che diminuisce il coefficiente di variazione relativo ai parametri mentre invece aumenta quello relativo alle frequenze.

La differenza tra i due casi considerati nelle analisi a 2 parametri si ritrova nella valutazione dell'errore sulle frequenze. Infatti nel primo caso in cui i parametri incogniti sono il momento d'inerzia e la densità equivalente delle aste inferiori, l'errore è mediamente pari a 0,58% sulle 4 frequenze, ma con valori abbastanza diversi sulle singole frequenze; e similmente nel caso a 3 frequenze è mediamente pari a 0,65% ma molto disomogeneo sulle frequenze singole. In particolare l'errore medio percentuale risulta particolarmente alto nel caso a 4 frequenze sulla 3° frequenza (1,18%); invece nel caso a 3 frequenze risulta elevato l'errore sulla 2° frequenza (1,35%), e invece particolarmente basso l'errore sulla 3° frequenza (0,036%).

Nel secondo caso di identificazione a 2 parametri, in cui vengono poste come incognite del problema la densità equivalente dei correnti e trasversi inferiori e la densità equivalente di tutti gli altri elementi della struttura, l'errore medio sulle 10 analisi a sole 4 frequenze, presenta un valore costante pari a circa 0,7% per le prime 3 frequenze mentre sulla 4° frequenza l'errore risulta minore (0,3%); similmente nel caso a 3 frequenze si ha un valore dell'errore elevato sulle prime due frequenze (1,5% circa) e invece un errore basso sulla 3° frequenza, che infatti corrisponde alla 4° frequenza del caso a 4 frequenze ossia al modo verticale.

Questi risultati, in termini di errore sulle frequenze, lasciano dedurre che nelle analisi di identificazione a due parametri, si abbia un errore più marcato in corrispondenza di determinati modi di vibrare che sono colti con maggiore difficoltà considerando incogniti certi parametri piuttosto che altri.

#### **5.1.4 Identificazione a 4, 3, 2 parametri con un controllo di convergenza dell'errore assoluto su 3 punti di controllo**

Ora si intende indagare la robustezza ed efficienza dell'algoritmo imponendo il controllo dell'errore stavolta assoluto, e tra 3 membri della stessa popolazione ( $NC = 2+1$ ). Come nelle indagini precedenti la convergenza si considera soddisfatta quando i risultati siano inferiori alle costanti  $VTR_1 = 10^{-3}$  e  $VTR_2 = 10^{-2}$ .

Sono state effettuate 10 analisi per i casi considerati più significativi delle identificazioni a 4, 3 e 2 parametri, ossia i casi nei quali nella definizione della funzione costo secondo l'Equazione 5.1, vengono considerati i seguenti numeri di modi propri della struttura ( $N$ ) e di autovettori ( $f$ ):

- *Caso B*: vengono utilizzate le prime 4 frequenze proprie e nessun autovettore ( $N=4, f=0$ );
- *Caso D*: vengono utilizzate le prime 3 frequenze proprie e nessun autovettore ( $N=3, f=0$ ).

Si considerano i *Casi B* e *D* come quelli più significativi, poiché come si è spiegato in precedenza, i modi di vibrare di riferimento vengono correlati preliminarmente a quelli derivati dal modello in via di ottimizzazione attraverso il *MAC*, che quindi fornisce un errore sui modi sempre simile e pertanto trascurabile.

Allo stesso modo dei risultati già proposti, nell'algoritmo DE-Q si sono utilizzati rispettivamente 25, 15 e 10 vettori ( $NP = 25, 15, 10$ ), nelle indagini a 4, 3 e 2 parametri.

I parametri sono stati normalizzati attraverso relazioni del tipo:

$$-M_{sup} = 7000 + 2500 \cdot (1 + \text{fattore\_correzione}(1));$$

$$-J_{A.P.} = 1,39262 \times 10^{-4} + 1,39262 \times 10^{-4} \cdot (1 + \text{fattore\_correzione}(2));$$

$$-K_h = 10^{(12 + \text{fattore\_correzione}(3))};$$

$$-M_{inf} = 11000 + 3000 \cdot (1 + \text{fattore\_correzione}(4));$$

Si riportano nelle Tabelle contrassegnate dal simbolo *(a)*, i risultati ottenuti in termini di valore minimo, massimo e medio ottenuti nell'identificazione dei parametri sulla media delle 10 analisi, il coefficiente di variazione dei parametri (C.V.) e il numero di valutazioni della funzione costo necessari per raggiungere il prefissato livello di convergenza. Mentre nelle Tabelle *(b)* vengono presentati i valori delle frequenze, ottenuti dai parametri identificati nella relativa tabella *(a)*. In particolare viene indicato il valore delle frequenze di riferimento, il valor medio delle frequenze ottenute dal processo di ottimizzazione, il coefficiente di variazione delle frequenze ottimizzate, l'errore percentuale medio relativo alle frequenze ottimizzate rispetto ai valori di riferimento e il coefficiente di variazione dell'errore.

**Identificazione a 4 parametri:**

<b>Caso</b>	<b>PARAMETRI</b>	<b>Valore</b>	<b>Valore</b>	<b>Valor</b>	<b>C.V.</b>
<b>B</b>		<b>Minimo</b>	<b>Massimo</b>	<b>Medio</b>	
	$M_{sup}[\text{kg/m}^3]$	$9.0461 \cdot 10^3$	$9.0505 \cdot 10^3$	$9.0488 \cdot 10^3$	$2.0747 \cdot 10^{-4}$
	$J_{A.P}[\text{m}^4]$	$1.9949 \cdot 10^{-4}$	$1.9990 \cdot 10^{-4}$	$1.9970 \cdot 10^{-4}$	$8.5996 \cdot 10^{-4}$
	$K_h [\text{N/m}]$	$5.4279 \cdot 10^{12}$	$1.0033 \cdot 10^{13}$	$9.0719 \cdot 10^{12}$	0.2246
	$M_{inf}[\text{kg/m}^3]$	$1.6069 \cdot 10^4$	$1.6077 \cdot 10^4$	$1.6072 \cdot 10^4$	$1.9363 \cdot 10^{-4}$
	<b>N° valutazioni</b>	275	475	385	0.2183

(a)

<b>Caso</b>	<b>FREQUENZE</b>	<b>Valore</b>	<b>Valor</b>	<b>C.V.</b>	<b>Errore</b>	<b>C.V.</b>
<b>B</b>		<b>Riferimento</b>	<b>Medio</b>	<b>Frequenze</b>	<b>Medio</b>	<b>Errore</b>
					<b>Frequenze</b>	
	<b>1</b>	1.7045	1.6925	$5.928 \cdot 10^{-4}$	-0.7024	0.0838
	<b>2</b>	3.2707	3.2797	$2.433 \cdot 10^{-4}$	0.2749	0.0887
	<b>3</b>	3.3246	3.3517	$4.197 \cdot 10^{-4}$	0.8165	0.0518
	<b>4</b>	3.5730	3.5542	$1.738 \cdot 10^{-4}$	-0.5249	0.0330

(b)

Tabella 5.18 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 4 parametri tramite algoritmo DE-Q con un controllo di convergenza assoluto, utilizzando le prime 4 frequenze proprie e nessun autovettore (Caso B).

<i>Caso D</i>	<i>Parametri</i>	<i>Valore</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>
		<i>Minimo</i>	<i>Massimo</i>	<i>Medio</i>	
	$M_{sup}[\text{kg/m}^3]$	$8.7336 \cdot 10^3$	$8.7352 \cdot 10^3$	$8.7344 \cdot 10^3$	$8.2469 \cdot 10^{-5}$
	$J_{A.P}[\text{m}^4]$	$1.8895 \cdot 10^{-4}$	$1.8913 \cdot 10^{-4}$	$1.8901 \cdot 10^{-4}$	$3.9474 \cdot 10^{-4}$
	$K_h[\text{N/m}]$	$1.4743 \cdot 10^{12}$	$1.0035 \cdot 10^{13}$	$5.7628 \cdot 10^{12}$	0.6705
	$M_{inf}[\text{kg/m}^3]$	$1.6643 \cdot 10^4$	$1.6648 \cdot 10^4$	$1.6646 \cdot 10^4$	$1.3749 \cdot 10^{-4}$
	<b>N° valutazioni</b>	475	1500	910	0.5945

(a)

<i>Caso D</i>	<i>Frequenze</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>	<i>Errore</i>	<i>C.V.</i>
		<i>Riferimento</i>	<i>Medio</i>	<i>Frequenze</i>	<i>Medio</i>	<i>Errore</i>
		<i>Frequenze</i>				
	<b>1</b>	1.7045	1.7043	$2.292 \cdot 10^{-4}$	-0.0138	1.6640
	<b>2</b>	3.2707	3.2708	$9.911 \cdot 10^{-5}$	0.0033	3.0477
	<b>3</b>	3.5730	3.5730	$7.628 \cdot 10^{-5}$	-0.00067	11.3295
	<b>4</b>	/	/	/	/	/

(b)

Tabella 5.19 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 4 parametri tramite algoritmo DE-Q con un controllo di convergenza assoluto, utilizzando le prime 3 frequenze proprie e nessun autovettore (Caso D).

**Identificazione a 3 parametri:**

<b>Caso</b> <b>B</b>	<b>PARAMETRI</b>	<b>Valore</b>	<b>Valore</b>	<b>Valor</b>	<b>C.V.</b>
		<b>Minimo</b>	<b>Massimo</b>	<b>Medio</b>	
	$M_{sup}[\text{kg/m}^3]$	$9.0446 \cdot 10^3$	$9.0531 \cdot 10^3$	$9.0488 \cdot 10^3$	$2.9798 \cdot 10^{-4}$
	$J_{A.P}[\text{m}^4]$	$1.9919 \cdot 10^{-4}$	$1.9985 \cdot 10^{-4}$	$1.996 \cdot 10^{-4}$	0.0011
	$K_h[\text{N/m}]$	/	/	/	/
	$M_{inf}[\text{kg/m}^3]$	$1.6063 \cdot 10^4$	$1.6096 \cdot 10^4$	$1.6073 \cdot 10^4$	$7.0042 \cdot 10^{-4}$
	<b>N° valutazioni</b>	105	270	175	0.3106

(a)

<b>Caso</b> <b>B</b>	<b>FREQUENZE</b>	<b>Valore</b>	<b>Valor</b>	<b>C.V.</b>	<b>Errore</b>	<b>C.V.</b> <b>Errore</b>
		<b>Riferimento</b>	<b>Medio</b>	<b>Frequenze</b>	<b>Medio</b>	
	<b>1</b>	1.7045	1.6990	0.0037	-0.3235	1.1295
	<b>2</b>	3.2707	3.2858	0.0019	0.4632	0.4110
	<b>3</b>	3.3246	3.3618	0.0029	1.1193	0.2594
	<b>4</b>	3.5730	3.5585	0.0017	-0.4049	0.4071

(b)

Tabella 5.20 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 3 parametri tramite algoritmo DE-Q con un controllo di convergenza assoluto, utilizzando le prime 4 frequenze proprie e nessun autovettore (Caso B).

<b>Caso</b> <b>D</b>	<b>Parametri</b>	<b>Valore</b>	<b>Valore</b>	<b>Valor</b>	<b>C.V.</b>
		<b>Minimo</b>	<b>Massimo</b>	<b>Medio</b>	
	$M_{sup}[\text{kg/m}^3]$	$8.7323 \cdot 10^3$	$8.7816 \cdot 10^3$	$8.7425 \cdot 10^3$	0.0020
	$J_{A.P}[\text{m}^4]$	$1.8891 \cdot 10^{-4}$	$1.9202 \cdot 10^{-4}$	$1.895 \cdot 10^{-4}$	0.0058
	$K_h [\text{N/m}]$	/	/	/	/
	$M_{inf}[\text{kg/m}^3]$	$1.6544 \cdot 10^4$	$1.6649 \cdot 10^4$	$1.6628 \cdot 10^4$	0.0023
	<b>N° valutazioni</b>	150	255	180	0.2041

(a)

<b>Caso</b> <b>D</b>	<b>Frequenze</b>	<b>Valore</b>	<b>Valor</b>	<b>C.V.</b>	<b>Errore</b>	<b>C.V.</b>
		<b>Riferimento</b>	<b>Medio</b>	<b>Frequenze</b>	<b>Medio</b>	<b>Errore</b>
		<b>Frequenze</b>				
	<b>1</b>	1.7045	1.7086	0.0037	0.2417	1.5546
	<b>2</b>	3.2707	3.2720	0.0046	0.0400	11.4624
	<b>3</b>	3.5730	3.5734	0.0030	0.0114	26.5532
	<b>4</b>	/	/	/	/	/

(b)

Tabella 5.21 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 3 parametri tramite algoritmo DE-Q con un controllo di convergenza assoluto, utilizzando le prime 3 frequenze proprie e nessun autovettore (Caso D).

**Identificazione a 2 parametri:**

<b>Caso</b>	<b>PARAMETRI</b>	<b>Valore</b>	<b>Valore</b>	<b>Valor</b>	<b>C.V.</b>
		<b>Minimo</b>	<b>Massimo</b>	<b>Medio</b>	
<b>B</b>	$M_{sup}[\text{kg/m}^3]$	/	/	/	/
	$J_{A.P}[\text{m}^4]$	$1.9958 \cdot 10^{-4}$	$2.0101 \cdot 10^{-4}$	$2.001 \cdot 10^{-4}$	0.0023
	$K_h[\text{N/m}]$	/	/	/	/
	$M_{inf}[\text{kg/m}^3]$	$1.6065 \cdot 10^4$	$1.6078 \cdot 10^4$	$1.6071 \cdot 10^4$	$3.2300 \cdot 10^{-4}$
	<b>N° valutazioni</b>	50	60	54	0.0985

(a)

<b>Caso</b>	<b>FREQUENZE</b>	<b>Valore</b>	<b>Valor</b>	<b>C.V.</b>	<b>Errore</b>	<b>C.V.</b>
		<b>Riferimento</b>	<b>Medio</b>	<b>Frequenze</b>	<b>Medio</b>	<b>Errore</b>
		<b>Frequenze</b>				
<b>B</b>	<b>1</b>	1.7045	1.6956	0.0032	-0.5201	0.6211
	<b>2</b>	3.2707	3.2806	$7.145 \cdot 10^{-4}$	0.3049	0.2351
	<b>3</b>	3.3246	3.3563	0.0024	0.9554	0.2564
	<b>4</b>	3.5730	3.5545	$3.339 \cdot 10^{-4}$	-0.5173	0.0642

(b)

Tabella 5.22 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 2 parametri tramite algoritmo DE-Q con un controllo di convergenza assoluto, utilizzando le prime 4 frequenze proprie e nessun autovettore (Caso B).

<b>Caso</b>	<b>Parametri</b>	<b>Valore</b>	<b>Valore</b>	<b>Valor</b>	<b>C.V.</b>
<b>D</b>		<b>Minimo</b>	<b>Massimo</b>	<b>Medio</b>	
	$M_{sup}$ [kg/m <sup>3</sup> ]	/	/	/	/
	$J_{A.P}$ [m <sup>4</sup> ]	$2.0923 \cdot 10^{-4}$	$2.0958 \cdot 10^{-4}$	$2.093 \cdot 10^{-4}$	$6.2088 \cdot 10^{-4}$
	$K_h$ [N/m]	/	/	/	/
	$M_{inf}$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$1.6086 \cdot 10^4$	$1.6098 \cdot 10^4$	$1.6094 \cdot 10^4$	$2.7432 \cdot 10^{-4}$
	<b>N° valutazioni</b>	50	60	54	0.0985

(a)

<b>Caso</b>	<b>Frequenze</b>	<b>Valore</b>	<b>Valor</b>	<b>C.V.</b>	<b>Errore</b>	<b>C.V.</b>
<b>D</b>		<b>Riferimento</b>	<b>Medio</b>	<b>Frequenze</b>	<b>Medio</b>	<b>Errore</b>
					<b>Frequenze</b>	
	<b>1</b>	1.7045	1.7051	0.0012	0.0327	3.6956
	<b>2</b>	3.2707	3.2809	0.0031	0.3142	0.9942
	<b>3</b>	3.5730	3.5535	0.0019	-0.5457	0.3510
	<b>4</b>	/	/	/	/	/

(b)

Tabella 5.23 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 2 parametri tramite algoritmo DE-Q con un controllo di convergenza assoluto, utilizzando le prime 3 frequenze proprie e nessun autovettore (Caso D).

<i>Caso</i> <i>B</i>	<i>PARAMETRI</i>	<i>Valore</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>
		<i>Minimo</i>	<i>Massimo</i>	<i>Medio</i>	
	$M_{sup}[\text{kg/m}^3]$	$9.0528 \cdot 10^3$	$9.0584 \cdot 10^3$	$9.0563 \cdot 10^3$	$2.3567 \cdot 10^{-4}$
	$J_{A.P}[\text{m}^4]$	/	/	/	/
	$K_h[\text{N/m}]$	/	/	/	/
	$M_{inf}[\text{kg/m}^3]$	$1.6047 \cdot 10^4$	$1.6059 \cdot 10^4$	$1.6055 \cdot 10^4$	$2.6870 \cdot 10^{-4}$
	<b>N° valutazioni</b>	40	70	52	0.1800

(a)

<i>Caso</i> <i>B</i>	<i>FREQUENZE</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>	<i>Errore</i>	<i>C.V.</i> <i>Errore</i>
		<i>Riferimento</i>	<i>Medio</i>	<i>Frequenze</i>	<i>Medio</i>	
	<b>1</b>	1.7045	1.6912	0.0034	-0.7794	0.4281
	<b>2</b>	3.2707	3.2858	0.0037	0.4633	0.7966
	<b>3</b>	3.3246	3.3482	0.0036	0.7098	0.5134
	<b>4</b>	3.5730	3.5556	$5.753 \cdot 10^{-4}$	-0.4875	0.1174

(b)

Tabella 5.24 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 2 parametri tramite algoritmo DE-Q con un controllo di convergenza assoluto, utilizzando le prime 4 frequenze proprie e nessun autovettore (Caso B).

<b>Caso</b> <b>D</b>	<b>Parametri</b>	<b>Valore</b>	<b>Valore</b>	<b>Valor</b>	<b>C.V.</b>
		<b>Minimo</b>	<b>Massimo</b>	<b>Medio</b>	
	$M_{sup}[\text{kg/m}^3]$	$8.8834 \cdot 10^3$	$8.8878 \cdot 10^3$	$8.8865 \cdot 10^3$	$1.6763 \cdot 10^{-4}$
	$J_{A.P}[\text{m}^4]$	/	/	/	/
	$K_h[\text{N/m}]$	/	/	/	/
	$M_{inf}[\text{kg/m}^3]$	$1.6387 \cdot 10^4$	$1.6399 \cdot 10^4$	$1.6394 \cdot 10^4$	$2.8301 \cdot 10^{-4}$
	<b>N° valutazioni</b>	40	70	52	0.1800

(a)

<b>Caso</b> <b>D</b>	<b>Frequenze</b>	<b>Valore</b>	<b>Valor</b>	<b>C.V.</b>	<b>Errore</b>	<b>C.V.</b>
		<b>Riferimento</b>	<b>Medio</b>	<b>Frequenze</b>	<b>Medio</b>	<b>Errore</b>
<b>Frequenze</b>						
	<b>1</b>	1.7045	1.7038	0.0125	-0.0420	29.7135
	<b>2</b>	3.2707	3.2723	0.0086	0.0495	17.3239
	<b>3</b>	3.5730	3.5587	0.0099	-0.4003	2.4704
	<b>4</b>	/	/	/	/	/

(b)

Tabella 5.25 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 2 parametri tramite algoritmo DE-Q con un controllo di convergenza assoluto, utilizzando le prime 3 frequenze proprie e nessun autovettore (Caso D).

Si mettono a confronto i risultati delle analisi con controllo di convergenza relativo e numero di punti di controllo pari a 4, presentati nei paragrafi precedenti, con i corrispettivi risultati delle analisi con controllo di convergenza assoluto e numero di punti di controllo pari a 3, presentati nelle Tabelle dalla 5.18 alla 5.25. Dal paragone di tali analisi relative all'identificazione a 4 e 3 parametri, e considerando nella definizione della funzione costo le sole frequenze, si desume che il numero di iterazioni per arrivare a convergenza è in genere maggiore utilizzando un controllo di convergenza di tipo assoluto, e ciò è tanto più evidente per le analisi che considerano 3 sole frequenze. Al contrario il numero di iterazioni rimane invariato e mediamente pari a circa 50, in entrambi i casi che prevedono 2 soli parametri incogniti.

In tutte le analisi a 4, 3 e 2 parametri con controllo di convergenza assoluto, i coefficienti di variazione dei parametri e delle frequenze sono in genere inferiori. Ma ciò che appare più evidente, è il calo dell'errore medio percentuale sulle frequenze in tutti le analisi che contemplano 3 frequenze e nessun autovettore; mentre nelle analisi a 4 frequenze, la diminuzione dell'errore è comunque presente ma risulta meno marcata e comunque più disomogenea sulle singole frequenze. Si può perciò affermare che impostare un controllo di convergenza assoluto porta l'algoritmo ad essere più restrittivo piuttosto che impostando un controllo di convergenza di tipo relativo.

## 5.2 RISULTATI ALGORITMO DE CLASSICO

Nel seguito vengono presentati i risultati ottenuti da analisi impostate in modo analogo a tutte quelle ottenute in precedenza, ma utilizzando l'algoritmo DE nella sua formulazione classica. In fase di *Mutation* quindi non viene utilizzata l'approssimazione quadratica, ma viene utilizzata la strategia denominata “*best*” così come è stata spiegata nel primo capitolo.

Sono state effettuate 10 analisi per i casi considerati più significativi delle identificazioni a 4, 3 e 2 parametri, ossia i casi nei quali nella definizione della funzione costo secondo l'Equazione 5.1, vengono considerati i seguenti numeri di modi propri della struttura ( $N$ ) e di autovettori ( $f$ ):

- *Caso B*: vengono utilizzate le prime 4 frequenze proprie e nessun autovettore ( $N=4, f=0$ );
- *Caso D*: vengono utilizzate le prime 3 frequenze proprie e nessun autovettore ( $N=3, f=0$ ).

Nell'algoritmo DE si sono utilizzati rispettivamente 25, 15 e 10 vettori ( $NP = 25, 15, 10$ ), nelle indagini a 4, 3 e 2 parametri. Il test di convergenza è stato imposto dal controllo dell'errore relativo in una prima serie di analisi tra 4 membri della stessa popolazione ( $NC = 3+1$ ), e in seguito è stato imposto un controllo di tipo assoluto dell'errore tra 3 punti di controllo ( $NC = 2+1$ ). La convergenza si è considerata soddisfatta quando i risultati fossero inferiori alle costanti  $VTR_1 = 10^{-3}$  e  $VTR_2 = 10^{-2}$ .

La ricerca dei parametri incogniti è stata limitata entro intervalli significativi dal punto di vista fisico:

- $M_{sup} = [0,7 \times 10^4 \div 1,2 \times 10^4 \text{ kg/m}^3]$ ;
- $J_{A.P.} = [1,3926 \times 10^{-4} \div 4,1779 \times 10^{-4} \text{ m}^4]$ ;
- $K_h = [10^{11} \div 10^{13} \text{ N/m}]$ ;
- $M_{inf} = [1,1 \times 10^4 \div 1,7 \times 10^4 \text{ kg/m}^3]$ .

Questo è stato possibile normalizzando i parametri attraverso relazioni del tipo:

$$-M_{sup} = 7000 + 2500 \cdot (1 + \text{fattore\_correzione}(1));$$

$$-J_{A.P.} = 1,39262 \times 10^{-4} + 1,39262 \times 10^{-4} \cdot (1 + \text{fattore\_correzione}(2));$$

$$-K_h = 10^{(12 + \text{fattore\_correzione}(3))};$$

$$-M_{inf} = 11000 + 3000 \cdot (1 + \text{fattore\_correzione}(4)).$$

Si riportano nelle Tabelle contrassegnate dal simbolo *(a)*, i risultati ottenuti in termini di valore minimo, massimo e medio ottenuti nell'identificazione dei parametri sulla media delle 10 analisi, il coefficiente di variazione dei parametri (C.V.) e il numero di valutazioni della funzione costo necessari per raggiungere il prefissato livello di convergenza. Mentre nelle Tabelle *(b)* vengono presentati i valori delle frequenze, ottenuti dai parametri identificati nella relativa tabella *(a)*. In particolare viene indicato il valore delle frequenze di riferimento, il valor medio delle frequenze ottenute dal processo di ottimizzazione, il coefficiente di variazione delle frequenze ottimizzate, l'errore percentuale medio relativo alle frequenze ottimizzate rispetto ai valori di riferimento e il coefficiente di variazione dell'errore.

### 5.2.1 Analisi tramite algoritmo DE con controllo di convergenza dell'errore relativo su 4 punti di controllo.

*Identificazione a 4 parametri:*

<i>Caso</i>	<i>PARAMETRI</i>	<i>Valore</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>
<i>B</i>		<i>Minimo</i>	<i>Massimo</i>	<i>Medio</i>	
	$M_{sup}[\text{kg/m}^3]$	$9.0385 \cdot 10^3$	$9.0481 \cdot 10^3$	$9.0453 \cdot 10^3$	$4.3358 \cdot 10^{-4}$
	$J_{A.P}[\text{m}^4]$	$1.9913 \cdot 10^{-4}$	$1.9979 \cdot 10^{-4}$	$1.9954 \cdot 10^{-4}$	0.0013
	$K_h[\text{N/m}]$	$4.4822 \cdot 10^{12}$	$1.0030 \cdot 10^{13}$	$8.2256 \cdot 10^{12}$	0.3047
	$M_{inf}[\text{kg/m}^3]$	$1.6068 \cdot 10^4$	$1.6096 \cdot 10^4$	$1.6077 \cdot 10^4$	$6.7564 \cdot 10^{-4}$
	<b>N° valutazioni</b>	1500	1500	1500	0

(a)

<i>Caso</i>	<i>FREQUENZE</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>	<i>Errore</i>	<i>C.V.</i>
<i>B</i>		<i>Riferimento</i>	<i>Medio</i>	<i>Frequenze</i>	<i>Medio</i>	<i>Errore</i>
					<i>Frequenze</i>	
	<i>1</i>	1.7045	1.6927	$6.075 \cdot 10^{-4}$	-0.6912	0.0873
	<i>2</i>	3.2707	3.2822	$8.851 \cdot 10^{-4}$	0.3517	0.2526
	<i>3</i>	3.3246	3.3530	$7.091 \cdot 10^{-4}$	0.8561	0.0835
	<i>4</i>	3.5730	3.5580	0.0012	-0.4200	0.2755

(b)

Tabella 5.26 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 4 parametri tramite algoritmo DE con un controllo di convergenza relativo, utilizzando le prime 4 frequenze proprie e nessun autovettore (Caso B).

Caso D	Parametri	Valore	Valore	Valor	C.V.
		Minimo	Massimo	Medio	
	$M_{sup}[\text{kg/m}^3]$	$8.7234 \cdot 10^3$	$8.7391 \cdot 10^3$	$8.7331 \cdot 10^3$	$6.8354 \cdot 10^{-4}$
	$J_{A.P}[\text{m}^4]$	$1.8830 \cdot 10^{-4}$	$1.9022 \cdot 10^{-4}$	$1.8929 \cdot 10^{-4}$	0.0045
	$K_h[\text{N/m}]$	$9.9582 \cdot 10^{10}$	$9.5870 \cdot 10^{12}$	$4.7103 \cdot 10^{12}$	0.9395
	$M_{inf}[\text{kg/m}^3]$	$1.6614 \cdot 10^4$	$1.6667 \cdot 10^4$	$1.6637 \cdot 10^4$	0.0014
	N° valutazioni	1475	1500	1495	0.0075

(a)

Caso D	Frequenze	Valore	Valor	C.V.	Errore	C.V.
		Riferimento	Medio	Frequenze	Medio	Errore
<i>Frequenze</i>						
	<b>1</b>	1.7045	1.7041	$7.322 \cdot 10^{-4}$	-0.0215	3.4080
	<b>2</b>	3.2707	3.2710	$6.812 \cdot 10^{-4}$	0.0095	7.1776
	<b>3</b>	3.5730	3.5728	$5.833 \cdot 10^{-4}$	-0.0065	9.0018
	<b>4</b>	/	/	/	/	/

(b)

Tabella 5.27 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 4 parametri tramite algoritmo DE con un controllo di convergenza relativo, utilizzando le prime 3 frequenze proprie e nessun autovettore (Caso D).

**Identificazione a 3 parametri:**

<b>Caso</b> <b>B</b>	<b>PARAMETRI</b>	<b>Valore</b>	<b>Valore</b>	<b>Valor</b>	<b>C.V.</b>
		<b>Minimo</b>	<b>Massimo</b>	<b>Medio</b>	
	$M_{sup}[\text{kg/m}^3]$	$9.0496 \cdot 10^3$	$9.0628 \cdot 10^3$	$9.0550 \cdot 10^3$	$5.3565 \cdot 10^{-4}$
	$J_{A.P}[\text{m}^4]$	$1.9990 \cdot 10^{-4}$	$2.0105 \cdot 10^{-4}$	$2.002 \cdot 10^{-4}$	0.0022
	$K_h[\text{N/m}]$	/	/	/	/
	$M_{inf}[\text{kg/m}^3]$	$1.6035 \cdot 10^4$	$1.6087 \cdot 10^4$	$1.6060 \cdot 10^4$	0.0011
	<b>N° valutazioni</b>	720	750	745	0.0164

(a)

<b>Caso</b> <b>B</b>	<b>FREQUENZE</b>	<b>Valore</b>	<b>Valor</b>	<b>C.V.</b>	<b>Errore</b>	<b>C.V.</b>
		<b>Riferimento</b>	<b>Medio</b>	<b>Frequenze</b>	<b>Medio</b>	<b>Errore</b>
<b>Frequenze</b>						
	<b>1</b>	1.7045	1.6925	$6.923 \cdot 10^{-4}$	-0.7040	0.0977
	<b>2</b>	3.2707	3.2823	0.0014	0.3563	0.3886
	<b>3</b>	3.3246	3.3515	$8.875 \cdot 10^{-4}$	0.8110	0.1103
	<b>4</b>	3.5730	3.5557	0.0013	-0.4823	0.2742

(b)

Tabella 5.28 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 3 parametri tramite algoritmo DE con un controllo di convergenza relativo, utilizzando le prime 4 frequenze proprie e nessun autovettore (Caso B).

<i>Caso</i> <i>D</i>	<i>Parametri</i>	<i>Valore</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>
		<i>Minimo</i>	<i>Massimo</i>	<i>Medio</i>	
	$M_{sup}[\text{kg/m}^3]$	$8.7192 \cdot 10^3$	$8.7486 \cdot 10^3$	$8.7383 \cdot 10^3$	0.0012
	$J_{A.P}[\text{m}^4]$	$1.8830 \cdot 10^{-4}$	$1.9011 \cdot 10^{-4}$	$1.894 \cdot 10^{-4}$	0.0034
	$K_h [\text{N/m}]$	/	/	/	/
	$M_{inf}[\text{kg/m}^3]$	$1.6623 \cdot 10^4$	$1.6673 \cdot 10^4$	$1.6637 \cdot 10^4$	0.0011
	<b>N° valutazioni</b>	690	750	740	0.0331

(a)

<i>Caso</i> <i>D</i>	<i>Frequenze</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>	<i>Errore</i>	<i>C.V.</i>
		<i>Riferimento</i>	<i>Medio</i>	<i>Frequenze</i>	<i>Medio</i>	<i>Errore</i>
		<i>Frequenze</i>				
	<b>1</b>	1.7045	1.7036	0.0018	-0.0513	3.4888
	<b>2</b>	3.2707	3.2687	$8.704 \cdot 10^{-4}$	-0.0610	1.4265
	<b>3</b>	3.5730	3.5733	$5.967 \cdot 10^{-4}$	0.0098	6.1037
	<b>4</b>	/	/	/	/	/

(b)

Tabella 5.29 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 3 parametri tramite algoritmo DE con un controllo di convergenza relativo, utilizzando le prime 3 frequenze proprie e nessun autovettore (Caso D).

**Identificazione a 2 parametri:**

<b>Caso</b>	<b>PARAMETRI</b>	<b>Valore</b>	<b>Valore</b>	<b>Valor</b>	<b>C.V.</b>
<b>B</b>		<b>Minimo</b>	<b>Massimo</b>	<b>Medio</b>	
	$M_{sup}[\text{kg/m}^3]$	/	/	/	/
	$J_{A.P}[\text{m}^4]$	$1.9967 \cdot 10^{-4}$	$2.0017 \cdot 10^{-4}$	$1.999 \cdot 10^{-4}$	$8.4866 \cdot 10^{-4}$
	$K_h[\text{N/m}]$	/	/	/	/
	$M_{inf}[\text{kg/m}^3]$	$1.6054 \cdot 10^4$	$1.6069 \cdot 10^4$	$1.6064 \cdot 10^4$	$3.1235 \cdot 10^{-4}$
	<b>N° valutazioni</b>	200	260	228	0.0816

(a)

<b>Caso</b>	<b>FREQUENZE</b>	<b>Valore</b>	<b>Valor</b>	<b>C.V.</b>	<b>Errore</b>	<b>C.V.</b>
<b>B</b>		<b>Riferimento</b>	<b>Medio</b>	<b>Frequenze</b>	<b>Medio</b>	<b>Errore</b>
					<b>Frequenze</b>	
	<b>1</b>	1.7045	1.6932	$3.287 \cdot 10^{-4}$	-0.6650	0.0491
	<b>2</b>	3.2707	3.2813	$2.299 \cdot 10^{-4}$	0.3253	0.0709
	<b>3</b>	3.3246	3.3527	$2.454 \cdot 10^{-4}$	0.8453	0.0293
	<b>4</b>	3.5730	3.5553	$1.461 \cdot 10^{-4}$	-0.4959	0.0293

(b)

Tabella 5.30 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 2 parametri tramite algoritmo DE con un controllo di convergenza relativo, utilizzando le prime 4 frequenze proprie e nessun autovettore (Caso B).

Caso D	Parametri	Valore	Valore	Valor	C.V.
		Minimo	Massimo	Medio	
	$M_{sup}[\text{kg/m}^3]$	/	/	/	/
	$J_{A.P}[\text{m}^4]$	$2.0891 \cdot 10^{-4}$	$2.0950 \cdot 10^{-4}$	$2.093 \cdot 10^{-4}$	0.0010
	$K_h[\text{N/m}]$	/	/	/	/
	$M_{inf}[\text{kg/m}^3]$	$1.6084 \cdot 10^4$	$1.6100 \cdot 10^4$	$1.6093 \cdot 10^4$	$3.4445 \cdot 10^{-4}$
	N° valutazioni	170	230	205	0.1263

(a)

Caso D	Frequenze	Valore	Valor	C.V.	Errore	C.V.
		Riferimento	Medio	Frequenze	Medio	Errore
		<i>Frequenze</i>				
	<b>1</b>	1.7045	1.7041	$6.668 \cdot 10^{-4}$	-0.0240	2.7761
	<b>2</b>	3.2707	3.2819	$6.941 \cdot 10^{-4}$	0.3426	0.2033
	<b>3</b>	3.5730	3.5542	$4.183 \cdot 10^{-4}$	-0.5243	0.0794
	<b>4</b>	/	/	/	/	/

(b)

Tabella 5.31 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 2 parametri tramite algoritmo DE con un controllo di convergenza relativo, utilizzando le prime 3 frequenze proprie e nessun autovettore (Caso D).

<i>Caso</i>	<i>PARAMETRI</i>	<i>Valore</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>
<i>B</i>		<i>Minimo</i>	<i>Massimo</i>	<i>Medio</i>	
	$M_{sup}[\text{kg/m}^3]$	$9.0566 \cdot 10^3$	$9.0585 \cdot 10^3$	$9.0577 \cdot 10^3$	$7.0164 \cdot 10^{-5}$
	$J_{A.P}[\text{m}^4]$	/	/	/	/
	$K_h[\text{N/m}]$	/	/	/	/
	$M_{inf}[\text{kg/m}^3]$	$1.6049 \cdot 10^4$	$1.6056 \cdot 10^4$	$1.6052 \cdot 10^4$	$1.6078 \cdot 10^{-4}$
	<b>N° valutazioni</b>	210	370	290	0.1812

(a)

<i>Caso</i>	<i>FREQUENZE</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>	<i>Errore</i>	<i>C.V.</i>
<i>B</i>		<i>Riferimento</i>	<i>Medio</i>	<i>Frequenze</i>	<i>Medio</i>	<i>Errore</i>
					<i>Frequenze</i>	
	<b>1</b>	1.7045	1.6930	$1.922 \cdot 10^{-4}$	-0.6739	0.0283
	<b>2</b>	3.2707	3.2811	$1.717 \cdot 10^{-4}$	0.3191	0.0540
	<b>3</b>	3.3246	3.3520	$1.987 \cdot 10^{-4}$	0.8260	0.0243
	<b>4</b>	3.5730	3.5544	$1.341 \cdot 10^{-4}$	-0.5204	0.0256

(b)

Tabella 5.32 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 2 parametri tramite algoritmo DE con un controllo di convergenza relativo, utilizzando le prime 4 frequenze proprie e nessun autovettore (Caso B).

<i>Caso D</i>	<i>Parametri</i>	<i>Valore</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>
		<i>Minimo</i>	<i>Massimo</i>	<i>Medio</i>	
	$M_{sup}[\text{kg/m}^3]$	$8.7719 \cdot 10^3$	$8.8882 \cdot 10^3$	$8.8680 \cdot 10^3$	0.0053
	$J_{A.P}[\text{m}^4]$	/	/	/	/
	$K_h[\text{N/m}]$	/	/	/	/
	$M_{inf}[\text{kg/m}^3]$	$1.6386 \cdot 10^4$	$1.6896 \cdot 10^4$	$1.6474 \cdot 10^4$	0.0126
	<b>N° valutazioni</b>	210	310	276	0.1493

(a)

<i>Caso D</i>	<i>Frequenze</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>	<i>Errore</i>	<i>C.V.</i>
		<i>Riferimento</i>	<i>Medio</i>	<i>Frequenze</i>	<i>Medio</i>	<i>Errore</i>
					<i>Frequenze</i>	
	<b>1</b>	1.7045	1.7079	0.0021	0.2002	1.0297
	<b>2</b>	3.2707	3.2718	0.0023	0.0361	6.4946
	<b>3</b>	3.5730	3.5622	$4.8641 \cdot 10^4$	-0.3030	0.1601
	<b>4</b>	/	/	/	/	/

(b)

Tabella 5.33 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 2 parametri tramite algoritmo DE con un controllo di convergenza relativo, utilizzando le prime 3 frequenze proprie e nessun autovettore (Caso D).

### 5.2.2 Analisi tramite algoritmo DE con controllo di convergenza dell'errore assoluto su 3 punti di controllo.

*Identificazione a 4 parametri:*

Caso <i>B</i>	PARAMETRI	Valore	Valore	Valor	C.V.
		Minimo	Massimo	Medio	
	$M_{sup}[\text{kg/m}^3]$	$9.0446 \cdot 10^3$	$9.0557 \cdot 10^3$	$9.0507 \cdot 10^3$	$5.3227 \cdot 10^{-4}$
	$J_{A.P}[\text{m}^4]$	$1.9944 \cdot 10^{-4}$	$2.0025 \cdot 10^{-4}$	$1.9987 \cdot 10^{-4}$	0.0017
	$K_h[\text{N/m}]$	$6.7542 \cdot 10^{12}$	$1.0045 \cdot 10^{13}$	$9.3417 \cdot 10^{12}$	0.1549
	$M_{inf}[\text{kg/m}^3]$	$1.6058 \cdot 10^4$	$1.6080 \cdot 10^4$	$1.6069 \cdot 10^4$	$5.6162 \cdot 10^{-4}$
	N° valutazioni	1200	1500	1390	0.1091

(a)

Caso <i>B</i>	FREQUENZE	Valore	Valor	C.V.	Errore	C.V.
		Riferimento	Medio	Frequenze	Medio	Errore
<i>Frequenze</i>						
	<i>1</i>	1.7045	1.6923	$5.630 \cdot 10^{-4}$	-0.7149	0.0782
	<i>2</i>	3.2707	3.2797	$3.261 \cdot 10^{-4}$	0.2762	0.1184
	<i>3</i>	3.3246	3.3516	$4.690 \cdot 10^{-4}$	0.8121	0.0582
	<i>4</i>	3.5730	3.5548	$2.014 \cdot 10^{-4}$	-0.5099	0.0393

(b)

Tabella 5.34 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 4 parametri tramite algoritmo DE con un controllo di convergenza assoluto, utilizzando le prime 4 frequenze proprie e nessun autovettore (Caso B).

<i>Caso</i> <i>D</i>	<i>Parametri</i>	<i>Valore</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>
		<i>Minimo</i>	<i>Massimo</i>	<i>Medio</i>	
	$M_{sup}[\text{kg/m}^3]$	$8.7303 \cdot 10^3$	$8.7377 \cdot 10^3$	$8.7350 \cdot 10^3$	$3.1837 \cdot 10^{-4}$
	$J_{A.P}[\text{m}^4]$	$1.8904 \cdot 10^{-4}$	$1.9014 \cdot 10^{-4}$	$1.8937 \cdot 10^{-4}$	0.0024
	$K_h[\text{N/m}]$	$1.0043 \cdot 10^{11}$	$5.1850 \cdot 10^{12}$	$1.5261 \cdot 10^{12}$	1.4077
	$M_{inf}[\text{kg/m}^3]$	$1.6605 \cdot 10^4$	$1.6647 \cdot 10^4$	$1.6634 \cdot 10^4$	0.0010
	<b>N° valutazioni</b>	1225	1500	1445	0.0851

(a)

<i>Caso</i> <i>D</i>	<i>Frequenze</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>	<i>Errore</i>	<i>C.V.</i>
		<i>Riferimento</i>	<i>Medio</i>	<i>Frequenze</i>	<i>Medio</i>	<i>Errore</i>
					<i>Frequenze</i>	
	<b>1</b>	1.7045	1.7043	$3.174 \cdot 10^{-4}$	-0.0111	2.8467
	<b>2</b>	3.2707	3.2701	$5.381 \cdot 10^{-4}$	-0.0185	2.9080
	<b>3</b>	3.5730	3.5742	0.0018	0.0331	5.4880
	<b>4</b>	/	/	/	/	/

(b)

Tabella 5.35 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 4 parametri tramite algoritmo DE con un controllo di convergenza assoluto, utilizzando le prime 3 frequenze proprie e nessun autovettore (Caso D).

**Identificazione a 3 parametri:**

<i>Caso</i>	<i>PARAMETRI</i>	<i>Valore</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>
<i>B</i>		<i>Minimo</i>	<i>Massimo</i>	<i>Medio</i>	
	$M_{sup}[\text{kg/m}^3]$	$9.0448 \cdot 10^3$	$9.0628 \cdot 10^3$	$9.0500 \cdot 10^3$	$7.0324 \cdot 10^{-4}$
	$J_{A.P}[\text{m}^4]$	$1.9952 \cdot 10^{-4}$	$2.0088 \cdot 10^{-4}$	$1.999 \cdot 10^{-4}$	0.0027
	$K_h[\text{N/m}]$	/	/	/	/
	$M_{inf}[\text{kg/m}^3]$	$1.6064 \cdot 10^4$	$1.6088 \cdot 10^4$	$1.6074 \cdot 10^4$	$5.4905 \cdot 10^{-4}$
	<b>N° valutazioni</b>	615	750	713	0.0874

(a)

<i>Caso</i>	<i>FREQUENZE</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>	<i>Errore</i>	<i>C.V.</i>
<i>B</i>		<i>Riferimento</i>	<i>Medio</i>	<i>Frequenze</i>	<i>Medio</i>	<i>Errore</i>
					<i>Frequenze</i>	
	<i>1</i>	1.7045	1.6937	0.0039	-0.6364	0.6034
	<i>2</i>	3.2707	3.2838	0.0022	0.4023	0.5374
	<i>3</i>	3.3246	3.3535	0.0033	0.8701	0.3788
	<i>4</i>	3.5730	3.5571	0.0019	-0.4446	0.4241

(b)

Tabella 5.36 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 3 parametri tramite algoritmo DE con un controllo di convergenza assoluto, utilizzando le prime 4 frequenze proprie e nessun autovettore (Caso B).

<i>Caso</i> <i>D</i>	<i>Parametri</i>	<i>Valore</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>
		<i>Minimo</i>	<i>Massimo</i>	<i>Medio</i>	
	$M_{sup}[\text{kg/m}^3]$	$8.7157 \cdot 10^3$	$8.8793 \cdot 10^3$	$8.7552 \cdot 10^3$	0.0063
	$J_{A.P}[\text{m}^4]$	$1.8853 \cdot 10^{-4}$	$1.9898 \cdot 10^{-4}$	$1.905 \cdot 10^{-4}$	0.0196
	$K_h[\text{N/m}]$	/	/	/	/
	$M_{inf}[\text{kg/m}^3]$	$1.6406 \cdot 10^4$	$1.6694 \cdot 10^4$	$1.6614 \cdot 10^4$	0.0057
	<b>N° valutazioni</b>	405	750	672	0.1849

(a)

<i>Caso</i> <i>D</i>	<i>Frequenze</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>	<i>Errore</i>	<i>C.V.</i>
		<i>Riferimento</i>	<i>Medio</i>	<i>Frequenze</i>	<i>Medio</i>	<i>Errore</i>
					<i>Frequenze</i>	
	<b>1</b>	1.7045	1.7069	0.0043	0.1425	3.0303
	<b>2</b>	3.2707	3.2751	0.0028	0.1351	2.0445
	<b>3</b>	3.5730	3.5745	0.0031	0.0437	7.1997
	<b>4</b>	/	/	/	/	/

(b)

Tabella 5.37 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 3 parametri tramite algoritmo DE con un controllo di convergenza assoluto, utilizzando le prime 3 frequenze proprie e nessun autovettore (Caso D).

**Identificazione a 2 parametri:**

<b>Caso</b>	<b>PARAMETRI</b>	<b>Valore</b>	<b>Valore</b>	<b>Valor</b>	<b>C.V.</b>
<b>B</b>		<b>Minimo</b>	<b>Massimo</b>	<b>Medio</b>	
	$M_{sup}[\text{kg/m}^3]$	/	/	/	/
	$J_{A.P}[\text{m}^4]$	$1.9955 \cdot 10^{-4}$	$2.0032 \cdot 10^{-4}$	$2.000 \cdot 10^{-4}$	0.0015
	$K_h[\text{N/m}]$	/	/	/	/
	$M_{inf}[\text{kg/m}^3]$	$1.6047 \cdot 10^4$	$1.6077 \cdot 10^4$	$1.6068 \cdot 10^4$	$6.1077 \cdot 10^{-4}$
	<b>N° valutazioni</b>	160	260	205	0.1859

(a)

<b>Caso</b>	<b>FREQUENZE</b>	<b>Valore</b>	<b>Valor</b>	<b>C.V.</b>	<b>Errore</b>	<b>C.V.</b>
<b>B</b>		<b>Riferimento</b>	<b>Medio</b>	<b>Frequenze</b>	<b>Medio</b>	<b>Errore</b>
					<b>Frequenze</b>	
	<b>1</b>	1.7045	1.6945	0.0032	-0.5893	0.5368
	<b>2</b>	3.2707	3.2807	$3.854 \cdot 10^{-4}$	0.3073	0.1258
	<b>3</b>	3.3246	3.3546	0.0024	0.9030	0.2656
	<b>4</b>	3.5730	3.5547	$1.930 \cdot 10^{-4}$	-0.5116	0.0375

(b)

Tabella 5.38 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 2 parametri tramite algoritmo DE con un controllo di convergenza assoluto, utilizzando le prime 4 frequenze proprie e nessun autovettore (Caso B).

<i>Caso D</i>	<i>Parametri</i>	<i>Valore</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>
		<i>Minimo</i>	<i>Massimo</i>	<i>Medio</i>	
	$M_{sup}[\text{kg/m}^3]$	/	/	/	/
	$J_{A.P}[\text{m}^4]$	$2.0917 \cdot 10^{-4}$	$2.1030 \cdot 10^{-4}$	$2.095 \cdot 10^{-4}$	0.0018
	$K_h[\text{N/m}]$	/	/	/	/
	$M_{inf}[\text{kg/m}^3]$	$1.6077 \cdot 10^4$	$1.6109 \cdot 10^4$	$1.6092 \cdot 10^4$	$7.8221 \cdot 10^{-4}$
	<b>N° valutazioni</b>	140	250	194	0.1945

(a)

<i>Caso D</i>	<i>Frequenze</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>	<i>Errore</i>	<i>C.V.</i>
		<i>Riferimento</i>	<i>Medio</i>	<i>Frequenze</i>	<i>Medio</i>	<i>Errore</i>
					<i>Frequenze</i>	
	<b>1</b>	1.7045	1.7039	0.0012	-0.0335	3.5237
	<b>2</b>	3.2707	3.2819	$7.046 \cdot 10^{-4}$	0.3426	0.2064
	<b>3</b>	3.5730	3.5543	$3.786 \cdot 10^{-4}$	-0.5237	0.0719
	<b>4</b>	/	/	/	/	/

(b)

Tabella 5.39 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 2 parametri tramite algoritmo DE con un controllo di convergenza assoluto, utilizzando le prime 3 frequenze proprie e nessun autovettore (Caso D).

<i>Caso</i>	<i>PARAMETRI</i>	<i>Valore</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>
<i>B</i>		<i>Minimo</i>	<i>Massimo</i>	<i>Medio</i>	
	$M_{sup}[\text{kg/m}^3]$	$9.0565 \cdot 10^3$	$9.0641 \cdot 10^3$	$9.0592 \cdot 10^3$	$2.9197 \cdot 10^{-4}$
	$J_{A.P}[\text{m}^4]$	/	/	/	/
	$K_h[\text{N/m}]$	/	/	/	/
	$M_{inf}[\text{kg/m}^3]$	$1.6031 \cdot 10^4$	$1.6055 \cdot 10^4$	$1.6044 \cdot 10^4$	$5.8492 \cdot 10^{-4}$
	<b>N° valutazioni</b>	180	250	221	0.1235

(a)

<i>Caso</i>	<i>FREQUENZE</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>	<i>Errore</i>	<i>C.V.</i>
<i>B</i>		<i>Riferimento</i>	<i>Medio</i>	<i>Frequenze</i>	<i>Medio</i>	<i>Errore</i>
					<i>Frequenze</i>	
	<b>1</b>	1.7045	1.6931	$3.796 \cdot 10^{-4}$	-0.6699	0.0563
	<b>2</b>	3.2707	3.2790	0.0013	0.2564	0.5120
	<b>3</b>	3.3246	3.3523	$3.679 \cdot 10^{-4}$	0.8327	0.0446
	<b>4</b>	3.5730	3.5532	$8.461 \cdot 10^{-4}$	-0.5540	0.1519

(b)

Tabella 5.40 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 2 parametri tramite algoritmo DE con un controllo di convergenza assoluto, utilizzando le prime 4 frequenze proprie e nessun autovettore (Caso B).

<i>Caso</i> <i>D</i>	<i>Parametri</i>	<i>Valore</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>
		<i>Minimo</i>	<i>Massimo</i>	<i>Medio</i>	
	$M_{sup}[\text{kg/m}^3]$	$8.8835 \cdot 10^3$	$8.8943 \cdot 10^3$	$8.8866 \cdot 10^3$	$4.1809 \cdot 10^{-4}$
	$J_{A.P}[\text{m}^4]$	/	/	/	/
	$K_h[\text{N/m}]$	/	/	/	/
	$M_{inf}[\text{kg/m}^3]$	$1.6370 \cdot 10^4$	$1.6418 \cdot 10^4$	$1.6392 \cdot 10^4$	$8.6645 \cdot 10^{-4}$
	<b>N° valutazioni</b>	160	290	224	0.2041

(a)

<i>Caso</i> <i>D</i>	<i>Frequenze</i>	<i>Valore</i>	<i>Valor</i>	<i>C.V.</i>	<i>Errore</i>	<i>C.V.</i> <i>Errore</i>
		<i>Riferimento</i>	<i>Medio</i>	<i>Frequenze</i>	<i>Medio</i>	
	<b>1</b>	1.7045	1.7072	0.0013	0.1591	0.8188
	<b>2</b>	3.2707	3.2765	0.0015	0.1795	0.8446
	<b>3</b>	3.5730	3.5645	0.0013	-0.2380	0.5643
	<b>4</b>	/	/	/	/	/

(b)

Tabella 5.41 (a) e (b) - Risultati processo ottimizzazione a 2 parametri tramite algoritmo DE con un controllo di convergenza assoluto, utilizzando le prime 3 frequenze proprie e nessun autovettore (Caso D).

Nelle analisi svolte tramite l'algoritmo DE in forma classica, con un controllo di convergenza dell'errore di tipo relativo e un numero di punti di controllo pari a 4, si riscontra una diminuzione del coefficiente di variazione dei parametri e delle frequenze, così come cala leggermente anche l'errore.

Tuttavia questi aspetti che incidono lievemente sui risultati, soprattutto per il fatto che il valore dei parametri rimane del tutto simile ai valori ottenuti dalle analisi tramite l'algoritmo DE-Q, vengono invece fortemente condizionati dall'elevato numero di iterazioni.

In effetti è noto che l'algoritmo DE-Q eredita le caratteristiche della metodologia della superficie di risposta, che avendo un'alta efficienza in termini computazionali, comporta un aumento della velocità di convergenza così come dell'accuratezza. Per questo motivo si è voluto fare un confronto in termini di costo computazionale con l'algoritmo DE classico.

Come ipotizzato il numero di iterazioni necessarie per arrivare a convergenza tramite l'algoritmo DE è elevatissimo, soprattutto in confronto alle medesime analisi svolte con l'algoritmo DE-Q. Basti notare che nel processo di identificazione a 4 parametri con sole 4 frequenze in tutte le 10 analisi svolte si è raggiunto il limite massimo di valutazioni della funzione costo pari a 1500 iterazioni, e nel caso a sole 3 frequenze si ha comunque una media di 1495 valutazioni; quando invece nelle analisi con l'algoritmo DE-Q si parlava di una media di circa 450 valutazioni per i casi a 4 o 3 frequenze.

Nelle analisi a 3 parametri si ha allo stesso modo una media di 745 valutazioni quando il limite massimo nei processi di ottimizzazione a 3 parametri è impostato a 750, contro una media di 135 valutazioni nelle analisi svolte con l'algoritmo DE-Q.

Nei casi di identificazione a 2 parametri invece il numero di valutazioni della funzione costo è abbastanza inferiore al limite massimo, ma si ha comunque una media di 200 iterazioni contro le 50 iterazioni che impiegava mediamente l'algoritmo DE-Q per arrivare a convergenza.

Si sono poi svolte delle analisi tramite l'algoritmo DE modificando il controllo di convergenza su un errore di tipo assoluto con un numero di punti di controllo pari a 3. Si riscontra che impostato in questo modo, l'algoritmo riesce ad arrivare a convergenza in un numero di valutazioni della funzione costo un po' minore, soprattutto nei processi di identificazione a 4 parametri si scende a una media di 1400 iterazioni circa, e nel caso a 3 frequenze si arriva a circa 700 iterazioni. Nei casi invece di identificazione a 2 parametri si rimane invece a una media di circa 200 iterazioni. Da queste considerazioni si può desumere che l'algoritmo DE raggiunge più velocemente la soluzione se impostato con un tipo di controllo dell'errore assoluto e un minore numero di punti di controllo, pari a 3.

Tuttavia dal confronto risulta evidente che l'algoritmo DE-Q fornisce un enorme vantaggio rispetto alla formulazione classica dell'algoritmo DE in termini di costo computazionale oltre che di accuratezza dei risultati.

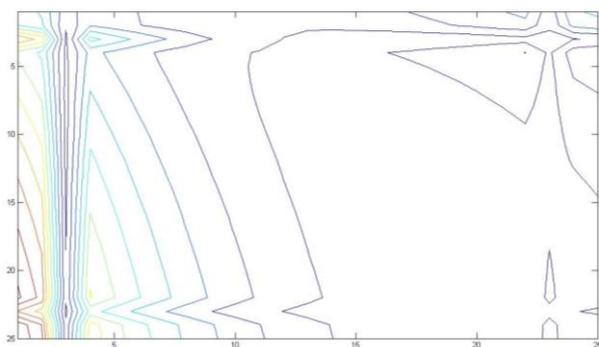
### 5.3 FORMA DELLA FUNZIONE COSTO

Si è voluto infine indagare la forma della funzione costo nelle analisi di identificazione a 4 parametri, considerando le prime 4 frequenze proprie e i relativi 4 autovettori. La funzione costo è stata definita introducendo un'approssimazione quadratica, perciò per ogni generazione di vettori è possibile determinare la superficie di risposta che approssima la funzione errore fornita dall'equazione:

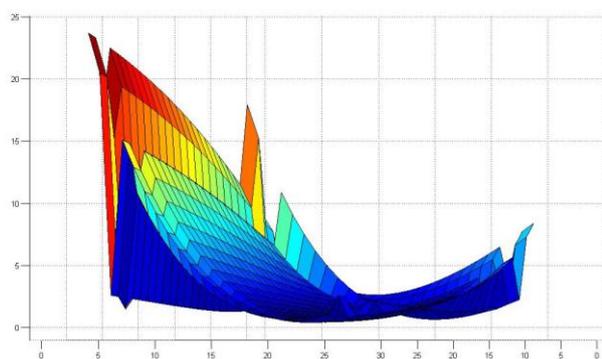
$$H = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{L} \mathbf{x} + \beta_0 \quad (5.2)$$

dove  $\mathbf{Q}$  è una matrice di dimensioni  $D \times D$  contenente i coefficienti dei termini quadratici,  $\mathbf{L}$  è un vettore di dimensione  $D$  dei coefficienti lineari,  $\beta_0$  è il termine costante e  $\mathbf{x}$  è il vettore dei parametri di dimensione  $D$ .

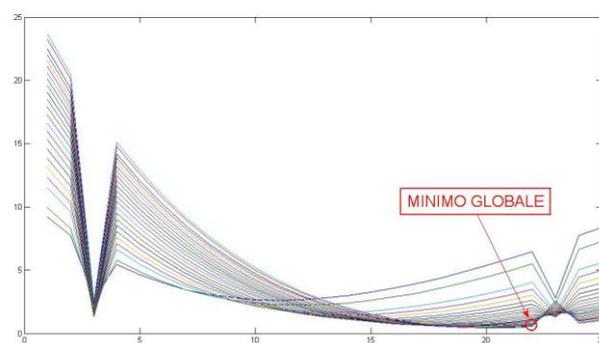
Per la funzione costo sopra descritta sono state ricavate le curve di livello della funzione errore, una vista tridimensionale e una bidimensionale. Dalle Figure 5.1 (*a*, *b*, *c*) risulta evidente il minimo globale e più punti di minimo locali.



(a)



(b)



(c)

Figura 5.2 – Forma della funzione costo: (a) curve di livello; (b) vista tridimensionale; (c) vista bidimensionale.



## 6. CONCLUSIONI

L'obiettivo di questo lavoro era svolgere un processo di identificazione di alcuni parametri meccanici, relativi alla struttura da ponte ferroviario metallico che attraversa il Po tra le località di Pontelagoscuro e Occhiobello. Si sono svolte le analisi tramite il *Differential Evolution Algorithm* modificato con approssimazione quadratica (DE-Q), su un modello agli elementi finiti che è stato realizzato attraverso soli elementi di tipo "beam". In mancanza di dati sperimentali, si è realizzato un secondo modello agli elementi finiti più accurato, attraverso elementi di tipo "shell", i cui risultati in termini di frequenze proprie e deformate modali sono stati intesi come riferimento per il processo di ottimizzazione.

A partire dai risultati che sono stati presentati nel capitolo precedente, si evince che le soluzioni migliori si ottengono dal processo di identificazione a 4 parametri incogniti (densità equivalente relativa a briglie e traversi inferiori ( $M_{inf}$ ), densità equivalente relativa a tutti gli altri elementi ( $M_{sup}$ ), valore del momento di inerzia delle aste di parete ( $J_{A.P.}$ ) e rigidità orizzontale delle molle ( $K_h$ )), considerando nella definizione della funzione costo, le prime 4 frequenze proprie e nessun relativo autovettore. Fatto del tutto prevedibile, poiché nel processo di ottimizzazione avere 4 parametri da ottimizzare,

significa poter condizionare buona parte del modello per avvicinare i risultati a quelli di riferimento. E al contempo avere 4 frequenze da confrontare, permette di cogliere tutti i primi modi principali di vibrare, coscienti che i modi saranno comunque stati in precedenza correlati in modo corretto attraverso il *MAC*.

Queste deduzioni vengono confermate da un modesto errore percentuale sulle frequenze, calcolato come media delle 10 analisi effettuate, pari circa a 0,6% piuttosto costante su tutte e 4 le frequenze. Un'analisi di questo tipo richiede però un alto costo computazionale, si parla di una media di 425 valutazioni della funzione costo per arrivare a convergenza.

Si decide di procedere nelle analisi di confronto successive, considerando migliori oltre che preferibili le soluzioni derivate da una definizione della funzione costo che consideri solo le prime 3 o 4 frequenze e non i relativi autovettori. In primo luogo perché i modi di riferimento vengono comunque correlati con i modi corrispondenti in via preliminare attraverso il *MAC*, che determina un valore sempre all'incirca uguale dell'errore sui modi, quindi nella definizione della funzione costo il contributo fornito dall'errore sui modi può essere trascurato. In secondo luogo considerare gli autovettori nella funzione costo comporta un numero di iterazioni pari anche a più del doppio, a fronte di un errore percentuale sulle frequenze significativamente maggiore.

Nelle analisi di identificazione a 4 parametri, ci si pone poi il problema se i risultati siano altrettanto soddisfacenti nel caso si fosse a conoscenza solo di 3 frequenze proprie di riferimento, senza considerare nella definizione della funzione costo i 3 relativi autovettori. Dai risultati si può constatare che i valori dei parametri sono del tutto analoghi ai risultati delle analisi con 4 frequenze, tenendo presente che la rigidità orizzontale degli appoggi è in entrambi i casi il parametro che presenta una maggiore dispersione. L'errore medio percentuale sulle 3 frequenze invece è notevolmente inferiore, mediamente pari a circa 0,2%, ma risulta maggiore su alcune frequenze che su altre, quindi l'errore non è distribuito in modo uniforme sulle 3 frequenze oltre ad avere una maggiore dispersione sulle 10 analisi. Inoltre nel caso a 3 frequenze si ha un numero di

valutazioni della funzione costo maggiore, mediamente pari a 480, ma che varia da un minimo di 100 a un massimo di 825. Questo indica che a seconda della popolazione di partenza scelta in modo aleatorio, si ha una velocità di convergenza molto differente.

Si procede poi nelle analisi con l'intento di determinare l'efficienza dell'algoritmo, nel caso l'identificazione riguardi un numero minore di parametri incogniti.

Il processo di ottimizzazione viene utilizzato dapprima per identificare 3 dei 4 parametri incogniti del caso precedente, ossia massa efficace delle briglie e traversi inferiori, massa efficace di tutti gli altri elementi della struttura e momento di inerzia di diagonali e montanti.

Nel processo di identificazione a 3 parametri, nei casi a 4 o 3 frequenze e nessun autovettore, si nota un numero molto minore di valutazioni della funzione costo per arrivare a una soluzione che fornisce valori dei parametri molto simili a quelli identificati nei casi corrispondenti di identificazione a 4 parametri. Si ha quindi un notevole vantaggio a livello di costo computazionale dei risultati nel caso di identificazione a 3 parametri. Tuttavia trascurare il parametro relativo alla rigidità orizzontale degli appoggi, provoca errore percentuale medio sulle frequenze con una dispersione molto maggiore e distribuito in maniera disomogenea sulle singole frequenze, oltre ad essere particolarmente elevato nel caso a 4 frequenze in corrispondenza appunto della 4° frequenza relativa al modo verticale di vibrare. Nel caso a 3 frequenze il valore dell'errore sulle 3 frequenze è mediamente uguale a quello relativo all'identificazione a 4 parametri, pari a 0,2%, però distribuito in modo differente sulle 3 frequenze .

Nei casi di identificazione a 2 parametri si considerano dapprima come incogniti i parametri relativi al momento di inerzia delle aste di parete e la massa delle aste inferiori, ed in seguito si considerano invece incogniti la massa relativa alle aste inferiori e la massa relativa a tutti gli altri elementi della struttura. In entrambi i casi cala ulteriormente il numero di valutazioni della

funzione costo per arrivare a convergenza, il valore dei parametri identificati è del tutto analogo ai valori identificati nelle analisi a 3 e 4 parametri, ma aumenta significativamente l'errore medio percentuale su alcune determinate frequenze, poiché evidentemente l'ottimizzazione di 2 soli parametri significativi, incide prevalentemente su determinate deformate modali.

In seguito sono state ripetute tutte le analisi fin'ora ottenute, modificando il controllo di convergenza su un errore di tipo assoluto e un minore numero di punti di controllo. Si è dedotto che i risultati sono del tutto simili, a fronte di un piccolo calo dell'errore medio percentuale sulle frequenze, non fosse che il numero di iterazioni è generalmente aumentato, anche se di poco nelle analisi a 3 e 4 parametri, mentre nelle analisi a 2 parametri il numero di iterazioni per arrivare a convergenza è rimasto mediamente del tutto uguale.

Infine sono state svolte nuovamente tutte le analisi però attraverso l'algoritmo DE in forma classica, senza l'approssimazione quadratica, e per quanto i risultati fossero del tutto simili alle analisi precedenti svolte con l'algoritmo DE-Q, si è notato un elevatissimo numero di valutazioni della funzione costo per arrivare a convergenza. Perciò dal confronto con le medesime analisi svolte con l'algoritmo DE-Q, come prevedibile si è concluso che attraverso la metodologia della superficie di risposta è possibile ottenere un notevole beneficio in termini di velocità di convergenza e accuratezza.

## BIBLIOGRAFIA

- Alotto, P., Gaggero, M. & Molinari, G. 1997. A design of experiment and statistical approach to enhance the generalized response surface method in the optimization of multim minima problems. *IEEE Transaction on Magnetics*, 33(2):1896-1899.
- ANSYS, *Robust simulation and analysis software*. Available at: <http://www.ansys.com> Release 11.0.
- ASCE, 1982. Committee on fatigue and fracture reliability of the committee on structural safety and reliability of the structural division. Fatigue reliability 1-4. *Journal of Structural Division*. Proceedings of ASCE 1982; 108(ST1):3-88.
- Balmès, E. 2002. *Structural Dynamics Toolbox User Manual*. Paris: scientific software group.
- Box, G.E.P. & Draper, N.R. 1987. *Empirical Model-Building and Responce Surfaces*, John Wiley & Sons.
- Bottau B., 1980. *Costruzione di ponti*. Pitagora Editrice, Bologna.
- Friswell, M.I., Mottershead, J.E. 1995. *Finite element model updating in structural dynamics*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers; 1995.
- Gentile, C. & Matinez y Cabrera, F. 2001. Dynamic assessment of a curved cable-stayed bridge at the Malpensa 2000 Airport, Milan, Italy. *Structural Engineering International*, 1:52-58.
- Imam B.M. et al., 2007. Numerical modelling of riveted railway bridge connections for fatigue evaluation. *Engineering Structures*, 29: 3071-3081.

- Imregun, M., Sanliturk, K.Y., & Ewins, D.J. 1995. Finite element model updating using frequency response function data. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 9 (2): 203-213
- Kaymax I. & McMahon, C.A. 2005. A response surface method based on weighted regression for structural reliability analysis. *Probabilistic Engineering Mechanics* 20(1): 11-17.
- Khuri, A. & Cornell, J.A. 1996. *Response Surfaces. Designs and Analyses*. Marcel Dekker Inc., New York.
- Myers, R.H. & Montgomery, D.C. 1995. *Response surface methodology: process and product optimization using designed experiments*, Wiley, New York.
- Pahner, U. 1998. A general design tool for the numerical optimization of electromagnetic energy transducer. *PhD Thesis*. Katholieke Universiteit, Leuven, Belgium.
- Pipinato A. et al., 2009. High-cycle fatigue behavior of riveted connections for railway metal bridges. *Journal of Constructional Steel Research*, 65: 2167-2175.
- Pubbliche Relazioni Italsider, 1969. *L'acciaio nella viabilità*. Fratelli Pagano, Genova.
- Savoia M., Vincenzi L., 2005. Differential evolution algorithm in dynamic structural identification, *ICOSSAR - International conference of structural safety and reliability 2005*, Roma, 19-22 giugno, su CD.
- Savoia M., Vincenzi L., 2008. Differential Evolution Algorithm for Dynamic Structural Identification. *Journal of Earthquake Engineering*. **Vol. 12**, pp. 800 - 821 Issn: 1363-2469.
- Savoia M., Ferracuti B., Vincenzi L., 2009. Inverse analysis for calibration of FRP – concrete interface law. *Special Issue for Advances in Structural Engineering*, In stampa, Ottobre 2009.
- Vincenzi L., Savoia M., 2007. A second-order cost function approximation in differential evolution algorithm for structural identification, *Congresso AIMETA di Meccanica Teorica e Applicata*, Firenze, 11-14 settembre, Brescia.
- Vincenzi L., 1997. *Identificazione dinamica delle caratteristiche modali e delle proprietà meccaniche di strutture mediante algoritmi di ottimizzazione*. Tesi per il dottorato di ricerca in meccanica delle strutture, Università degli Studi di Bologna.
- Vincenzi L., Savoia M., De Roeck G., 2009. Comparison between coupled local minimizers method and differential evolution algorithm in dynamic damage

- detections, *ICOSSAR - International conference of structural safety and reliability 2009*, Osaka, Japan, su CD.
- Vincenzi L. Savoia M., 2009. Coupling of differential evolution algorithm and quadratic approximation for dynamic identification, *ICOSSAR - International conference of structural safety and reliability 2009*, Osaka, Japan, su CD.
- Storn, R. 1996. On the usage of differential evolution for function optimization. *NAFIPS 1996*, Berkeley, 519-523.
- Storn, R. & Price, K. 1997. Differential Evolution - a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of Global Optimization*, 11 (4), 341-359.
- Teughels, A., De Roeck, G. & Suykens, J.A.K. 2003. Global optimization by coupled local minimizers and its application to FE model updating, *Computers & Structures*, 81 (24-25): 2337-2351.
- Teughels A. 2003. Inverse modelling of civil engineering structures based on operational modal data. *Phd Thesis*. Katholieke Universiteit, Leuven, Belgium.