

**ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA**

---

**SCUOLA DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA**

DIPARTIMENTO di  
INGEGNERIA INDUSTRIALE

*CORSO DI LAUREA IN*  
INGEGNERIA MECCANICA

**TESI DI LAUREA**  
in  
FISICA TECNICA

**STUDIO DELLO SCAMBIO TERMICO BIFASE  
CON EBOLLIZIONE E CONDENSAZIONE**

CANDIDATO  
Claudio Longo

RELATORE:

Chiar.mo Prof.  
Antonio Barletta

CORRELATORE  
Michele Celli

Anno Accademico 2015/16

Sessione II

1. Introduzione
2. Richiami teorici sulla convezione naturale ed Equazioni
  - 2.1 Equazioni di Conservazione
  - 2.2 Disuguaglianza dell'entropia ed equazioni costitutive
  - 2.3 Equazione di Navier-Stokes
3. Interfaccia nei sistemi bifase
  - 3.1 Interfaccia tra due fluidi
    - 3.1.1 Termodinamica del fenomeno e legge di Laplace
  - 3.2 Interfaccia fra più componenti
    - 3.2.1 Termodinamica del fenomeno e legge di Young
  - 3.3 Forma dell'interfaccia
    - 3.3.1 Parete verticale bagnabile
    - 3.3.2 Tubo capillare
    - 3.3.3 Goccia appoggiata
4. Nucleazione eterogenea e ciclo di ebollizione
  - 4.1 Siti di nucleazione attivi e loro densità
  - 4.2 Crescita della bolla in pool boiling
  - 4.3 Crescita della bolla vicino una superficie scaldante
  - 4.4 Frequenza e dimensioni di rilascio della bolla
5. Ebollizione
  - 5.1 Pool Boiling
    - 5.1.1 Ebollizione in condizioni sature

### 5.1.2 Ebollizione sottoraffreddata

## 5.2 Correlazioni di scambio termico in pool boiling

### 5.2.1 In regime di ebollizione nucleata

### 5.2.2 Flusso critico

### 5.2.3 Flusso minimo

### 5.2.4 In regime di ebollizione a film

## 5.3 Flow Boiling

### 5.3.1 Flussi bifase in condotti verticali

### 5.3.2 Flussi bifase in condotti orizzontali

## 6. Condensazione

### 6.1 Condensazione esterna a film su pareti verticali

### 6.2 Condensazione esterna a film su condotti orizzontali

### 6.3 Condensazione interna ai condotti orizzontali

## 7. Convezione in condizioni di microgravità

A Potenziali termodinamici

B Gruppi adimensionali nella convezione naturale

C Equazione di Clausius-Clapeyron

D Teorema del trasporto di Reynolds

E Teorema di Gauss

# 1. Introduzione

I sistemi multifase sono presenti in numerosi aspetti e fenomeni naturali che ci circondano. Si manifestano sia in scala planetaria, se pensiamo all'interfaccia tra mare e atmosfera, sia in scala micrometrica come nelle nuvole e nebbie. In campo ingegneristico trovano diverse applicazioni industriali che sfruttano la trasformazione di energia termica in cinetica, come nei motori a combustione e nell'industria di processo, dove vengono sfruttati per l'estrazione e distillazione.

Tutti i processi che coinvolgono lo scambio di calore soddisfano il sistema di equazioni di conservazione di Navier-Stokes, dunque per ottimizzare il funzionamento degli impianti e migliorarli bisognerebbe affinare un metodo in grado di risolvere tale sistema di equazioni, determinando l'evoluzione di pressione, temperatura e velocità nel processo. Nella pratica, anche nei casi monofase più semplici, i dati in gioco cambiano drasticamente nel passaggio da un moto stazionario ad uno turbolento, perdendo ogni valenza ingegneristica, costringendo a ricorrere a medie delle equazioni di conservazione e a modelli di turbolenza. Per i flussi multifase la situazione si complica ulteriormente a causa del mezzo non omogeneo e per la presenza di interfacce, attraverso le quali si ha il trasferimento della massa, quantità di moto ed energia tra le fasi.

Sfruttando le equazioni di conservazione e operazioni di media sono stati sviluppati dei modelli che permettono di determinare le grandezze fisiche del processo.

A seguire, nel Capitolo 2 viene preso in esame il fenomeno della convezione, differenziandolo a seconda delle sue caratteristiche. Definiremo la convezione naturale e forzata, in regime stazionario o turbolento, e relativa ai flussi monofase e bifase. Nello specifico verrà approfondita la convezione naturale, oggetto di questo capitolo, e le equazioni che la descrivono. Tratteremo l'equazioni di conservazione della massa, della quantità di moto e dell'energia, unitamente

all'equazioni costitutive, che ci permetteranno di risolvere i sistemi reali sulla base dei relativi modelli ideali. Arriveremo infine a definire il sistema di equazioni di Navier-Stokes.

Nel Capitolo 3 si studia il comportamento dell'interfaccia tra due fluidi o due componenti, attraverso la quale avviene lo scambio di energia termica. Vengono definite le leggi di Laplace e di Young, che descrivono il fenomeno e si considera la geometria dell'interfaccia e le sue dimensioni in funzione dei parametri del processo. Infine, sono riportati alcuni casi caratteristici di interesse pratico.

Il Capitolo 4 affronta nel dettaglio il processo di nucleazione di una bolla. Si parla di nucleazione eterogenea, dove il cambiamento di fase avviene nel contatto tra due componenti diversi. Vengono descritte le equazioni di equilibrio termodinamico ed i siti di nucleazione. Si fa distinzione per la crescita della bolla nelle diverse condizioni di pool boiling e vicino una superficie scaldante. I siti di nucleazione determinano fortemente le condizioni di intrappolamento del gas e la forma finale della bolla. La loro geometria e densità dipendono a loro volta dallo stato superficiale della parete a contatto con la fase liquida. Infine si analizza il ciclo di ebollizione relativo ad un sito di nucleazione, la frequenza di emissione delle bolle e la loro dimensione.

Il Capitolo 5 tratta il processo convettivo di ebollizione, che prevede il cambiamento di fase da liquida a vapore. Si differenziano i diversi regimi che si instaurano a seconda dell'entità dei valori dei parametri del processo. Si analizza l'ebollizione in condizioni di pool boiling, definendo le correlazioni che la descrivono nei diversi regimi, ed in condizioni di convezione forzata, nel caso di condotti orizzontali e verticali.

Nel Capitolo 6 sono prese in esame le condizioni di un sistema bifase in cui si manifesta il fenomeno della condensazione. Questa viene distinta in condensazione omogenea e diretta, condensazione a film o a gocce. Inoltre si

studiano i casi di interesse pratico di condensazione esterna ed interna su superfici sia verticali che orizzontali.

Il capitolo 7 è un approfondimento che affronta il problema della convezione in assenza di gravità. Trova applicazione nelle tecnologie spaziali ed è un campo del quale si conosce ancora poco. Vengono dunque illustrate le diverse soluzioni di sperimentazione utilizzate per far luce sul fenomeno della convezione in tale regime.

## 2. Richiami teorici sulla convezione naturale monofase e bifase ed Equazioni

Lo scambio termico è la trasmissione di energia da una regione ad un'altra, ottenibile grazie ad un gradiente di temperatura. Questo può avvenire in tre differenti modalità: Conduzione, Convezione ed Irraggiamento termico. A rigore, lo scambio termico in convezione non dipende solamente dalla differenza di temperatura ma coinvolge anche il trasporto di materia. In questa tesi ci soffermeremo sugli aspetti caratteristici della convezione.

Essa rappresenta il più importante meccanismo di scambio di energia tra una superficie solida ed un fluido. Possiamo intendere la convezione come un processo combinato dalla conduzione, dall'accumulo di energia e dal mescolamento.

Lo scambio energetico avviene in più stadi: dapprima il calore si trasmette per conduzione dalla superficie solida (a temperatura più alta) verso le molecole di fluido adiacenti (a temperatura più bassa). Le particelle calde così si muovono verso una regione del fluido più fredda, mescolandosi con le altre particelle e cedendo calore. Si ha dunque trasporto di energia attraverso le particelle energeticamente cariche.

Possiamo distinguere il fenomeno di convezione in **naturale** ( o **libera**) e **forzata**, a seconda delle cause che la determinano. Quando il moto dipende unicamente da differenze di densità dovute ad un gradiente di temperatura, in presenza di un campo gravitazionale, si parla di convezione naturale. Quando le cause sono esterne, cioè il moto è indotto da un ventilatore o pompa di calore, parliamo di convezione forzata.

Il rendimento dello scambio termico è principalmente dettato dal moto del fluido, per cui è basilare studiarne le caratteristiche fluidodinamiche, e stabilire se il processo è in regime stazionario o meno.

Definiamo un regime *stazionario* se la potenza termica è costante nel tempo, quindi la temperatura e le altre variabili di stato sono uguali in ogni punto del sistema; la

potenza termica entrante nel sistema deve essere uguale a quella uscente e non c'è alcuna variazione dell'energia interna.

La trasmissione in regime non stazionario, o *transitorio*, avviene quando la temperatura o le altre grandezze variano nel tempo, impattando l'energia interna del sistema. I problemi di flusso termico transitorio interessano l'avviamento e l'arresto degli impianti come forni, caldaie, turbine, ecc., mentre la maggior parte delle applicazioni ingegneristiche sfruttano il regime stazionario nei processi. La potenza termica specifica “q” scambiata per convezione tra un fluido in moto con velocità V e temperatura  $T_c$  ed una superficie di forma arbitraria e sezione  $A_s$  a temperatura  $T_s \neq T_c$  si può esprimere con la relazione di Newton:

$$q' = h (T_s - T_c) \quad [\text{W/m}^2], \quad \text{dove } h \text{ è il coefficiente di scambio convettivo.}$$

Le condizioni di flusso variano lungo la superficie, e dunque variano anche h e q.

Il flusso totale di scambio quindi si ottiene integrando lungo la superficie

$$q = \int_{A_s} q' \, dA_s.$$

Se la temperatura è costante sulla superficie, definendo  $\underline{h}$  coefficiente medio di convezione, è:

$$q = (T_s - T_\infty) \int h \, dA_s = \underline{h} (T_s - T_\infty) A.$$

I problemi di scambio termico per convezione si basano sulla determinazione del coefficiente medio di scambio convettivo, che dipende sia dalle proprietà del fluido, come densità, calore specifico, viscosità, sia dalla geometria della superficie e dall'entità del flusso.

Nel caso della convezione naturale, oggetto di questo capitolo, la trasmissione del calore si ha ogni volta che un corpo “freddo” viene posto in un fluido a temperatura maggiore. La differenza di temperatura genera un flusso di calore che causa una variazione di densità nel fluido nei pressi del corpo. A sua volta la differenza di

pressione sotto l'azione della gravità provoca lo spostamento della massa di liquido freddo verso il basso e spinge verso l'alto quello riscaldato. Nella convezione naturale i moti convettivi sono più deboli rispetto a quella forzata, dunque i coefficienti di scambio termico hanno valori più bassi. Tuttavia, per alcuni apparecchi industriali, la convezione naturale è preferibile per i processi di raffreddamento, dove la potenza (e quindi anche la velocità di raffreddamento) aumentano col crescere del gradiente di temperatura. Dunque, per i macchinari in ambiente atmosferico, più l'apparecchio è caldo, più velocemente si raffredda, con velocità decrescente. In alcune applicazioni i moti convettivi possono essere causati dalla forza centrifuga (come nelle centrifughe a fluido) o dalla forza di Coriolis (nei moti oceanici). Solitamente però in convezione libera la forza di massa è quella di gravità, che causa i fenomeni di galleggiamento per effetto del gradiente di densità derivante dalla differenza di temperatura.

## 2.1 Equazioni di conservazione

Le equazioni che descrivono il fenomeno sono ottenute dai bilanci di massa, quantità di moto e di energia. A queste equazioni vanno aggiunte le equazioni costitutive e le equazioni di stato della fase, per completare la descrizione.

I flussi a più fasi o componenti sono caratterizzati dall'esistenza di una o più interfacce, attraverso le quali le fasi interagiscono tra loro restando immiscibili. Gli spostamenti, forze e flussi di calori vengono trasmessi mediante l'interfaccia, mentre i flussi di massa sono associati al cambiamento di fase, ad esempio l'evaporazione o solidificazione.

Consideriamo una regione di spazio tridimensionale divisa in  $N$  regioni, e sia  $\varphi_k$  una quantità estensiva per unità di massa associata alla regione  $k$ , con  $k=1,2,\dots,N$ . Riferita all'unità di volume tale quantità diventa  $\rho_k\varphi_k$ , essendo  $\rho_k$  la densità della  $k$ -esima fase. L'equazione integrale di conservazione della grandezza  $\varphi_k$  è

$$\frac{d}{dt} \int_{V_m(t)} \rho_k \phi_k dV = - \oint_{A_m(t)} \mathbf{j}_k \cdot \mathbf{n}_k dA + \int_{V_m(t)} \rho_k S_k dV$$

Dove  $V_m(t)$  è un generico volume che contiene solo la fase  $k$  e  $A_m(t)$  la sua superficie,  $\mathbf{j}_k$  è la corrente,  $S_k$  è un termine di generazione o addizione della quantità estensiva per unità di massa e tempo.

In pratica tale equazione afferma che la variazione della quantità estensiva nel volume  $V_m$  è pari al bilancio della corrente attraverso la superficie più il contributo del termine di generazione o rimozione. Il vettore  $\mathbf{n}_k$  è rivolto verso l'esterno quindi il contributo del termine superficiale sarà positivo se  $\mathbf{j}_k$  è entrante nel volume  $V_m$ , negativo altrimenti.

Se le funzioni nell'equazione sono regolari, utilizzando il teorema del trasporto di Reynold, il membro a sinistra dell'equazione è anche uguale a

$$\frac{d}{dt} \int_{V_m(t)} \rho_k \phi_k dV = \oint_{A_m(t)} (\rho_k \phi_k \mathbf{v}_k) \cdot \mathbf{n}_k dA + \int_{V_m(t)} \frac{\partial}{\partial t} (\rho_k \phi_k) dV$$

Dove  $\mathbf{v}_k$  è la velocità sulla superficie  $A_m(t)$  della fase  $k$ .

Posso usare il teorema di Gauss per trasformare gli integrali di superficie in integrali di volume, cioè

$$\oint_{A_m(t)} (\rho_k \phi_k \mathbf{v}_k) \cdot \mathbf{n}_k dA = \int_{V_m(t)} \nabla \cdot (\rho_k \phi_k \mathbf{v}_k) dV$$

e

$$\oint_{A_m(t)} \mathbf{j}_k \cdot \mathbf{n}_k dA = \int_{V_m(t)} \nabla \cdot \mathbf{j}_k dV .$$

Ponendo l'uguaglianza, dopo aver sostituito le espressioni trovate, risulta:

$$\begin{aligned} \int_{V_m(t)} \frac{\partial}{\partial t} (\rho_k \phi_k) dV + \int_{V_m(t)} \nabla \cdot (\rho_k \phi_k \mathbf{v}_k) dV = \\ - \int_{V_m(t)} \nabla \cdot \mathbf{j}_k dV + \int_{V_m(t)} \rho_k S_k dV . \end{aligned}$$

O nella forma differenziale

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_k \phi_k) + \nabla \cdot (\rho_k \phi_k \mathbf{v}_k) = - \nabla \cdot \mathbf{j}_k + \rho_k S_k .$$

Tale equazione può essere applicata alle diverse grandezze, cioè alla massa, quantità di moto ed energia.

**Conservazione della massa.** In ogni regione è presente una sola fase ed un solo componente, dunque la quantità estensiva è  $\varphi_k = 1$ , mentre  $S_k, \mathbf{j}_k = 0$ , in quanto non c'è produzione né di volume né di superficie.

Sostituendo nell'equazione ottenuta nella forma differenziale, resta:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_k + \nabla \cdot (\rho_k \mathbf{v}_k) = 0.$$

N.B. Nel caso in cui siano presenti più componenti nella stessa regione di spazio, possono verificarsi reazioni chimiche che producono altri componenti o ne rimuovono; in questo caso il termine di generazione volumetrica non è nullo.

**Conservazione della quantità di moto.** La quantità di moto di un corpo dipende dalle forze che agiscono su di esso. Quando il mezzo è continuo, possiamo distinguere le forze in forze a lungo raggio, come quella gravitazionale e elettromagnetica che decadono velocemente e proporzionalmente a  $1/r^n$ , e forze a corto raggio, legate all'agitazione termica ed a momenti di dipolo (permanenti o temporanei), che decadono proporzionalmente ad  $r$ .

Andiamo a fare le seguenti sostituzioni nell'equazione differenziale:

$$\varphi_k = \mathbf{v}_k, \quad \mathbf{j}_k = -\mathbf{T}_k = P_k \mathbf{I} - \boldsymbol{\tau}_k, \quad S_k = \mathbf{g},$$

con  $\mathbf{I}$  tensore unitario, e dove abbiamo considerato per il termine di produzione volumetrica solo l'accelerazione di gravità  $\mathbf{g}$ . Il tensore  $\mathbf{T}_k$  è stato scisso nel termine di pressione e nel termine viscoso.

L'equazione che ottengo è nota come equazione di *Navier-Stokes*:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_k \varphi_k) + \nabla \cdot (\rho_k \varphi_k \mathbf{v}_k) = -\nabla P_k \mathbf{I} + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_k + \rho_k \mathbf{g}.$$

Nel caso di fluidi polari, questi hanno un momento angolare intrinseco quindi per questi bisogna introdurre un **equazione di conservazione del momento della quantità di moto**.

Nell'ipotesi in cui non agiscono momenti angolari esterni al sistema, tutti i momenti sono causati dalle forze superficiali e dalla forza volumetrica. Per cui

$$\mathbf{T}_k = \mathbf{T}_k^T \rightarrow \boldsymbol{\tau}_k = \boldsymbol{\tau}_k^T$$

dove l'apice T sta ad indicare il tensore trasporto.

**Conservazione dell'energia.** Nel bilancio dell'energia andremo a considerare l'energia interna e quella cinetica per unità di massa come grandezza estensiva della nostra equazione. Definisco con  $\mathbf{q}_k$  il flusso di calore e con  $Q_k$  una sorgente volumetrica di calore. Sarà

$$\phi_k = u_k + v_k^2/2, \quad \mathbf{j}_k = \mathbf{q}_k - \mathbf{T}_k \cdot \mathbf{v}_k, \quad S_k = Q_k/\rho_k + \mathbf{g} \cdot \mathbf{v}_k.$$

Sostituendo ottengo l'equazione

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho_k(u_k + v_k^2/2)) + \nabla \cdot (\rho_k(u_k + v_k^2/2) \mathbf{v}_k) = \\ - \nabla \cdot \mathbf{q}_k - \nabla \cdot (P_k \mathbf{v}_k) + \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau}_k \cdot \mathbf{v}_k) + \rho_k \mathbf{g} \cdot \mathbf{v}_k + Q_k. \end{aligned}$$

## 2.2 Disuguaglianza dell'entropia ed equazioni costitutive

Le equazioni di conservazione non sono sufficienti a determinare tutte le grandezze dello stato di una fase, ma queste vanno integrate con altre equazioni che si ottengono a partire dalla disuguaglianza dell'entropia e da assiomi costitutivi.

Siano  $T_k$  e  $s_k$  temperatura della fase k ed entropia specifica per unità di massa. La seconda legge della termodinamica può essere scritta come

$$\frac{d}{dt} \int_{V_m(t)} \rho_k s_k dV + \oint_{A_m(t)} (\mathbf{q}_k/T_k) \cdot \mathbf{n}_k dA - \int_{V_m(t)} (Q_k/T_k) dV \geq 0.$$

Ed andando applicare i teoremi di Reynolds e di Gauss

$$\int_{V_m(t)} \frac{d}{dt} (\rho_k s_k) dV + \int_{V_m(t)} \nabla \cdot (\rho_k \varphi_k \mathbf{v}_k) dV + \oint_{Am(t)} \nabla \cdot (\mathbf{q}_k / T_k) dV +$$

$$- \int_{V_m(t)} (Q_k / T_k) dV \geq 0.$$

oppure, in forma differenziale

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_k s_k) + \nabla \cdot (\rho_k \varphi_k \mathbf{v}_k) + \nabla \cdot (\mathbf{q}_k / T_k) - (Q_k / T_k) = \Delta_k \geq 0,$$

con  $\Delta_k$  incremento di entropia per unità di tempo e di volume.

Per correlare tale equazione a quelle di conservazione andremo ad introdurre le equazioni costitutive.

Tali strumenti servono a definire il comportamento ideale dei vari componenti, andando a costituire un modello matematico in grado di descrivere il comportamento dei materiali reali, essendo formulate sulla base sperimentale. Possiamo classificare le equazioni costitutive in equazioni di tipo meccanico, che definiscono lo stato tensionale, di tipo energetico, che definiscono il flusso termico, e l'equazione di stato del materiale, che mette in relazione tra loro le proprietà termodinamiche del fluido.

**Equazione di stato.** La formula fondamentale dell'equazione di stato è

$$u_k = u_k(s_k, v_k),$$

cioè mette in relazione l'energia interna specifica  $u_k$  con l'entropia specifica  $s_k$  ed il volume specifico  $v_k = 1/\rho_k$ . Se inoltre il sistema non ha massa costante dobbiamo introdurre il termine  $N_k$  numero di moli.

Per una trasformazione interna infinitesimale e reversibile, in riferimento ad una sostanza monofase

$$\text{è } du_k = T_k ds_k - P_k dv_k.$$

Confrontando questa con il differenziale della equazione di stato deve essere

$$T_k = du_k / ds_k \quad \text{e} \quad P_k = -du_k / dv_k.$$

**Equazioni costitutive meccaniche.** La più semplice equazione costitutiva è riferita ad un fluido ideale non viscoso, per il quale è  $\boldsymbol{\tau}_k = 0$ . Se viscoso,  $\boldsymbol{\tau}_k = \mu_k (\nabla \mathbf{v}_k + \nabla \mathbf{v}_k^T) - (2\mu_k/3 - \lambda_k) (\nabla \cdot \mathbf{v}_k) \mathbf{I}$ , con  $\mu_k$  e  $\lambda_k$  viscosità dinamica e massa della fase k.

**Equazioni costitutive termiche.** Il trasporto di calore è espresso tramite il vettore di flusso di calore  $\mathbf{q}_k$ , che per la legge di Fourier generalizzata della conduzione del calore è  $\mathbf{q}_k = -k_k(T_k) \nabla T_k$ .

Nel caso di materiali anisotropi, le cui proprietà cambiano a seconda della direzione, la conducibilità termica  $k_k$  diventa un tensore del secondo ordine. Inoltre le forze volumetriche non hanno più carattere locale in quanto le forze di interazione non sono trascurabili rispetto ad un valore locale medio.

Se si adottano queste equazioni costitutive, la disuguaglianza dell'entropia impone che i coefficienti  $\mu_k$ ,  $\lambda_k$  e  $K_k$  siano sempre positivi. L'azione viscosa si oppone al moto del fluido ed il calore si sposta dalla zona a temperatura più alta a quella a temperatura più bassa.

### 1.3 Equazioni di Navier-Stokes

Prendiamo una regione di spazio con N fasi immiscibili, costituita da più zone fisicamente separate, come ad esempio un flusso a bolle. Il contorno della regione occupata dalla fase sarà individuata da tutte le superfici rigide e dalle interfacce deformabili.

Le variabili che definiscono in maniera univoca lo stato del sistema sono  $\rho_k$ ,  $\mathbf{v}_k$ ,  $P_k$  e  $T_k$ .

Per ogni fase dobbiamo risolvere il sistema di equazioni di conservazione, alle derivate parziali:

$$\partial \rho_k / \partial t + \nabla \cdot (\rho_k \mathbf{v}_k) = 0,$$

$$\partial(\rho_k \mathbf{v}_k)/\partial t + \nabla \cdot (\rho_k \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k) = -\nabla P_k + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_k + \rho_k \mathbf{g},$$

$$\partial(\rho_k u_k) + \nabla \cdot (\rho_k u_k \mathbf{v}_k) = -\nabla \cdot \mathbf{q}_k - P_k \nabla \cdot \mathbf{v}_k + \boldsymbol{\tau}_k \cdot \nabla \mathbf{v}_k + Q_k,$$

dove  $u_k$ ,  $\boldsymbol{\tau}_k$  e  $\mathbf{q}_k$  sono descritte dalle equazioni costitutive.

Abbiamo 3 equazioni in 4 incognite, dunque avremo soluzioni multiple, tra le quali andremo a scegliere quella con maggiore entropia.

Nel corso della trattazione a seguire assumeremo un modello dei sistemi multifase a *densità costante* per ogni fase. Dunque le equazioni di stato diventano

$$\rho_k = \rho_{k0} = \text{costante}, \quad \text{e } u_k = u_k(T_k),$$

quindi l'equazione di continuità della massa si semplifica a  $\nabla \cdot \mathbf{v}_k = 0$ .

Quando un flusso soddisfa queste equazioni viene detto incomprimibile: presa una superficie chiusa immersa nel flusso, il volume di fluido che attraversa la superficie nell'unità di tempo è uguale in entrata ed in uscita.

In alternativa si potrà assumere il *modello isoterma*, nel quale non consideriamo la temperatura e possiamo trascurare l'equazione dell'energia. In questo caso lo stato del sistema dipende solo da  $P_k$  e  $\mathbf{v}_k$  e il sistema di equazioni si riduce a

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_k = 0, \quad \rho_k d\mathbf{v}_k/dt = -\nabla P_k + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_k + \rho_k \mathbf{g}.$$

### **3. Interfaccia nei sistemi bifase**

Abbiamo precedentemente visto come il comportamento di una singola fase nello spazio sia descritto dall'equazioni di conservazione, dal punto di vista massivo, meccanico e termico. Le iterazioni tra più fasi invece avvengono attraverso interfacce deformabili sulle quali avvengono i cambiamenti di fase.

#### **3.1 Interfaccia tra due fluidi**

L'interfaccia è una superficie che si comporta come una membrana elastica; questo modello di comportamento può essere spiegato sia tramite il bilancio delle forze tra le molecole dei diversi fluidi sia tramite l'energia libera associata alle singole molecole. La tensione superficiale è dovuta al fatto che le molecole interagiscono con forze elettriche repulsive a breve distanza, che decadono velocemente con la distanza, e attrattive per distanze maggiori, in quanto legate a momenti di dipolo permanenti o transitori. All'interno del fluido su ogni molecola queste forze si equilibrano, ma nella zona interfacciale le distanze intermolecolari aumentano avvicinandoci alla fase liquida, dunque le forze repulsive sono più deboli e si viene a creare una forza attrattiva in direzione perpendicolare all'interfaccia verso il liquido che tende ad riavvicinare le molecole per ripristinare l'equilibrio delle forze. In direzione parallela all'interfaccia invece l'aumento delle forze attrattive si manifesta come una tensione tra le molecole uguale su tutto il piano tangente all'interfaccia.

Ogni molecole esercita una forza attrattiva su quelle circostanti, quindi per separarle bisogna fornire energia. Questa energia nella zona di transizione è maggiore ed il sistema possiede dell'energia libera addizionale per unità di superficie di interfaccia. La superficie tende spontaneamente ad assumere una forma tale da rendere minima l'area diminuendo l'energia libera, cioè a parità di volume prende le sembianze di una sfera, nell'ipotesi che non ci siano ulteriori vincoli.

La tensione di superficiale varia di molto a seconda del materiale, perdendo diversi ordini di grandezza, passando da quelli più elevati nei metalli liquidi a quelli più piccoli nei liquidi non polari. Esistono inoltre sostanze tensioattive (detergenti, agenti schiumogeni, vernici, ecc.) che si depositano all'interfaccia diminuendone la tensione e favorendo la miscibilità dei fluidi a contatto.

Anche i campi elettrici, magnetici e la temperatura influenzano la tensione superficiale.

### 3.1.1. Termodinamica del processo e legge di Laplace

Consideriamo la variazione di energia interna per un sistema monofase

$$dU = TdS - PdV + \mu' dN ,$$

dove S è l'entropia, V il volume, N il numero di moli, T la temperatura, P è la pressione e  $\mu'$  il potenziale chimico molare.

Introduciamo l'energia libera di Helmotz (Vedi Appendice)  $F = U - TS,$

e differenziamo:

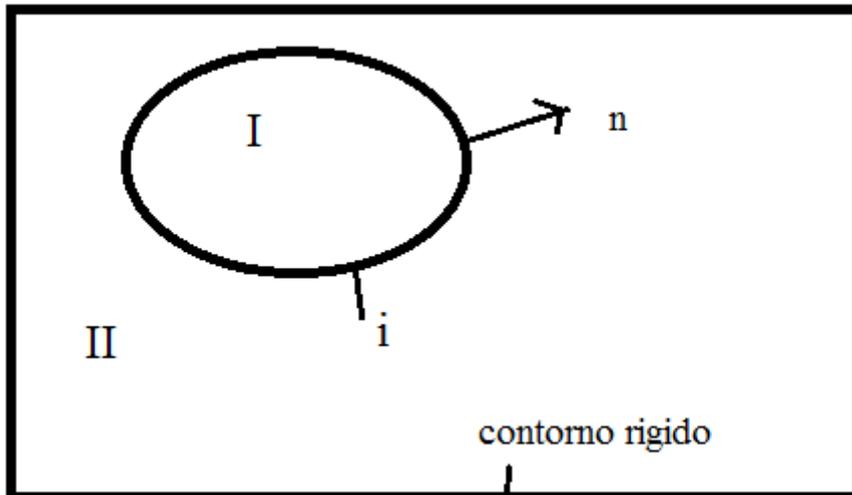
$$dF = dU - d(TS) = -SdT - PdV + \mu' dN.$$

Supponiamo che l'interfaccia abbia volume fisso ma si possa deformare, cambiando quindi l'energia libera associata alla variazione di area  $A_i$  .

$$dF_i = -S_i dT_i + \mu'_i dN_i + \sigma_i dA_i ,$$

con  $\sigma_i = (dF_i/dA_i)_{T_i, N_i}$  variazione di energia libera prodotto per un incremento unitario di area interfacciale.

Consideriamo un sistema completamente isolato, con contorno rigido, composto dalle fase I e II separate dall'interfaccia i.



In condizioni di equilibrio deve essere

$$dF_{\text{tot}} = dF_I + dF_{II} + dF_i = 0$$

e devono essere uguali temperatura e potenziale chimico delle varie fasi

$$T_I = T_{II} = T_i = T \text{ e } \mu'_I = \mu'_{II} = \mu'_i = \mu'.$$

Il contorno è rigido e non permette scambi di massa, dunque

$$dV = dV_I + dV_{II} = 0 \quad \text{e} \quad dN = dN_I + dN_{II} + dN_i = 0.$$

Supponendo che sia nulla anche la variazione di temperatura per piccole variazioni di forma, otteniamo

$$dF_{\text{tot}} = -P_I dV_I + P_{II} dV_{II} + \sigma dA_i = 0.$$

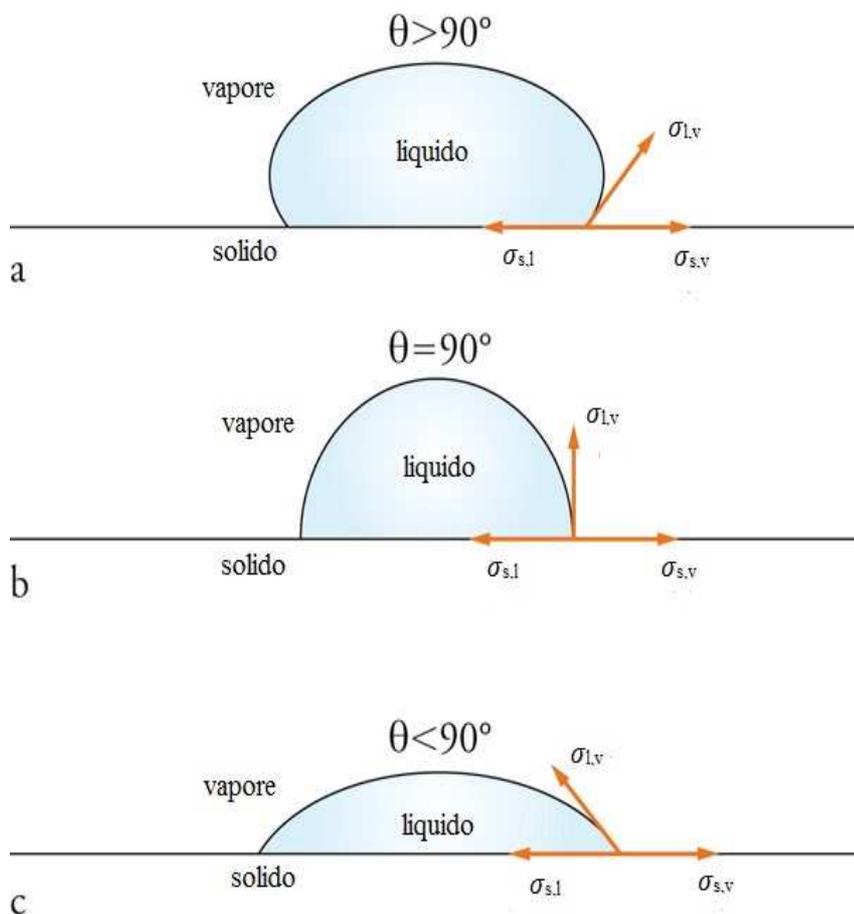
Tale condizione che soddisfa l'equilibrio è nota come legge di Laplace, nota nella forma

$$P_I - P_{II} = \sigma dA_i / dV_I$$

oppure nella forma  $P_I - P_{II} = 2\sigma k_m$ , dove  $k_m$  è la curvatura media  $k_m = 0.5 (1/r_1 - 1/r_2)$ .

### 3.2 Interfaccia tra più componenti

Il cambiamento di fase nelle applicazioni industriali avviene solitamente a contatto con le pareti di un contenitore, che rappresenta un componente immiscibile con il fluido. Il liquido a contatto con la superficie solida in atmosfera può accumularsi sotto forma di goccioline oppure formare un sottile film, a seconda della bagnabilità del liquido. Questa caratteristica viene quantificata mediante l'angolo di contatto  $\theta$  fra liquido, vapore e superficie solida. Se  $\theta$  supera i  $90^\circ$  la superficie ha una scarsa bagnabilità, che migliora per valori minori dell'angolo. A  $0^\circ$  il liquido tende a formare un sottile film sulla superficie.



Le superfici reali non sono perfettamente lisce ma presentano una rugosità accentuata e caratteristiche eterogenee, a seconda dello stato superficiale. In condizioni di stazionarietà l'angolo di contatto assume il valore  $\theta_e$  che rende minima l'energia libera superficiale. Nel caso dinamico, se il fronte liquido avanza l'angolo di contatto

è maggiore di quello di equilibrio ( $\theta_a > \theta_e$ ), mentre se il fronte liquido recede è minore ( $\theta_r < \theta_e$ ). Possono tuttavia verificarsi situazioni in cui le condizioni iniziali spostano le condizioni di equilibrio, come nei fenomeni di capillarità.

### 3.2.1. Termodinamica del fenomeno e legge di Young

Consideriamo il sistema a temperatura costante in figura, costituito dalla fase vapore, quella liquida e dalla parete solida. Scrivo la variazione dell'energia libera di Helmholtz come somma delle variazioni delle singole fasi:

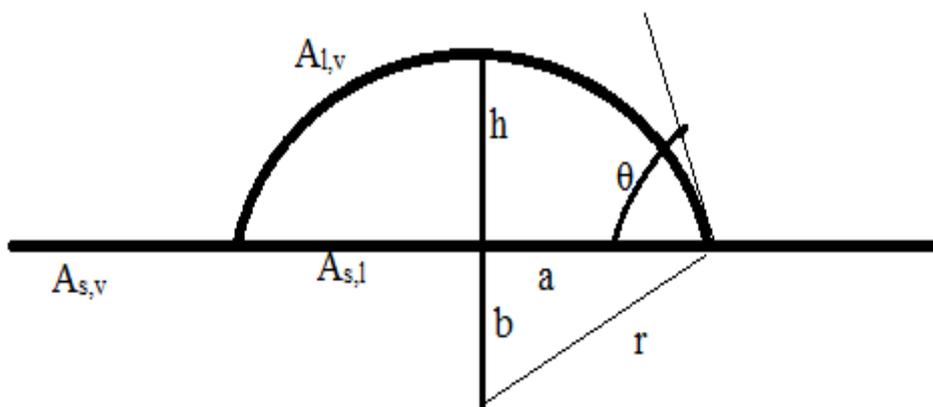
$$dF = dF_l + dF_v + dF_s + dF_{l,v} + dF_{s,l} + dF_{s,v},$$

dove per ogni fase vale  $dF = -SdT - PdV + \mu dN$

e per le interfacce tra le fasi  $dF_i = -S_i dT_i + \mu'_i dN_i + \sigma_i dA_i$ .

All'equilibrio, temperatura e potenziale chimico sono uguali in tutte le fasi e all'interfaccia, per cui  $dT = 0$ . Inoltre considerando costante il volume dei fluidi e del numero di moli risulta  $dV_l = 0$ ,  $dV_v = 0$  e  $dN_{tot} = 0$ . Facendo le varie sostituzioni nell'equazione di Helmholtz ottengo:

$$dF_{tot} = \sigma_{l,v} dA_{l,v} + \sigma_{s,l} dA_{s,l} + \sigma_{s,v} dA_{s,v}.$$



L'interfaccia di separazione liquido-vapore è approssimabile ad una calotta sferica di area  $A_{l,v} = \pi(a^2 + h^2)$ , con altezza  $h$  e raggio alla base  $a$ . L'interfaccia solido-liquido invece è un cerchio di area  $A_{s,l} = \pi a^2$  e il volume della fase liquida  $V_l = \pi h (3a^2 + h^2)/6$ . Dalla figura notiamo che ad un incremento dell'interfaccia solido-liquido corrisponde una riduzione dello stesso valore dell'interfaccia solido-vapore.

Cioè, analiticamente, alla variazione  $dA_{s,l} = 2\pi a da$  è associata la variazione  $dA_{l,v} = 2\pi (ada + hdh)$ , dove i due incrementi  $da$  e  $dh$  sono legati tra loro  $dh = -da \frac{2ah}{(a^2 + h^2)}$ . Quest'ultima relazione è stata ricavata sull'ipotesi di volume  $V_l$  costante, ponendo  $dV_l = 0$ .

Dalla trigonometria inoltre,  $a = r \sin\theta$  e  $r = r \cos\theta + h$ .

Sostituendo si ottiene che  $dA_{l,v} = dA_{s,l} \cos\theta$  e che quindi  $dF_{tot} = (\sigma_{l,v} \cos\theta + \sigma_{s,l} - \sigma_{s,v})dA_{s,l}$ .

Dato che all'equilibrio  $dF_{tot} = 0$ , ricavo la seguente relazione nota come legge di Young

$$\cos\theta_e = (\sigma_{s,l} - \sigma_{s,v}) / \sigma_{l,v}.$$

### 3.3 Forma dell'interfaccia all'equilibrio

In condizioni di equilibrio il comportamento dell'interfaccia è descritto dall'equazioni di Navier-Stokes, che nel caso statico e in imposte determinate condizioni iniziali sul dominio delle due fasi e sul contorno del sistema, possono essere scritte come

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_k = 0, \quad \rho_k d\mathbf{v}_k/dt = -\nabla P_k + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_k + \mathbf{g} \rho_k \quad \rightarrow \quad \mathbf{v}_k = 0, \quad 0 = -\nabla P_k + \mathbf{g} \rho_k$$

con  $k = I, II$  per le due fasi, dove  $\mathbf{v}_k$  è la velocità della fase  $k$  sull'interfaccia e  $\mathbf{g}$  è l'accelerazione di gravità lungo la direzione verticale  $z$ .

Queste due equazioni vanno risolte per ogni fase e messe a sistema con l'equazione di Young-Laplace  $P_I - P_{II} = 2\sigma k_m$ , che mette in relazione la tensione superficiale con la geometria dell'interfaccia ed il salto di pressione tra le due fasi.

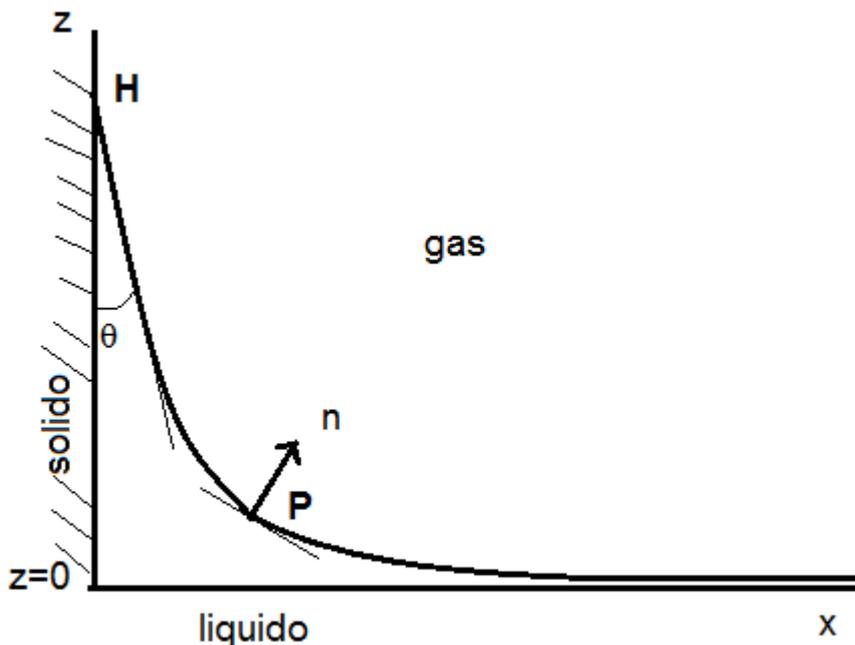
Inoltre, se l'interfaccia è a contatto con una parete, per il bilancio delle tensioni

$$\cos\theta_e = (\sigma_{s,l} - \sigma_{s,v}) / \sigma_{l,v}.$$

Integrando:  $P_k = P_{k0} - g \rho_k (z - z_0)$ , dove  $P_{k0}$  è la pressione di riferimento a  $z = z_0$ .

Se uno dei due fluidi è un gas avrà densità molto minore del liquido e le differenze di quota  $z - z_0$  sono trascurabili al punto da poter considerare il gas ad una pressione costante  $P_0$ , semplificando così il sistema al caso di un flusso a superficie libera.

### 3.3.1 Parete verticale bagnabile



Nel caso un sistema bifase infinito l'interfaccia ha una superficie idealmente orizzontale, cioè  $z = 0$ . Nel caso di parete verticale, se l'angolo di contatto è  $\theta_e < 90^\circ$ , il liquido risale la superficie mentre progressivamente la pressione locale diminuisce

fino all'istante in cui in tutti i punti è soddisfatta l'equazione di Young-Laplace.

Deve essere

$$P_g - P_l = (\rho_l - \rho_g) g z \quad \text{e} \quad \sigma(1/r_1 + 1/r_2) = \sigma z'' / (1+z'^2)^{3/2}$$

dove è stata presa come pressione di riferimento quella all'interfaccia  $z=0$ .

Compaiono qui le derivate prima e seconda della quota  $z$ . Notare come la curvatura sia stata presa di segno positivo in quanto l'interfaccia è concava rispetto alla fase di riferimento, cioè quella liquida.

Pongo l'uguaglianza tra i due termini, moltiplico per  $z'$  e integro una volta:

$$(\rho_l - \rho_g) g z^2 / 2\sigma + 1/(1+z'^2)^{1/2} = C .$$

Molto lontano dalla parete verticale, per  $x \gg 1$ , l'interfaccia tende alla configurazione orizzontale che ha  $z = z' = 0$ . In questa condizione risulta  $C = 1$ , come si trova sostituendo tali valori di  $z$  e  $z'$  nell'equazione precedente. Dalla figura si osserva che derivando la funzione ad  $x=0$  vale  $z'(0) = -\cotan(\theta_e)$ .

Sostituendo ancora nell'equazione ed esplicitando  $z$ , ricavo

$$H^2 = 2\sigma(1 - \sin \theta_e) / (\rho_l - \rho_g) g ,$$

Integrando ancora, ponendo come condizione iniziale  $H = z(0)$ , ottengo

$$x/L_c = \cosh^{-1}(2L_c/z) - \cosh^{-1}(2L_c/H) + (4 - H^2/L_c^2)^{1/2} - (4 - z^2/L_c^2)^{1/2}$$

dove  $L_c = (\sigma / (\rho_l - \rho_g) g)^{1/2}$  è la lunghezza di capillarità.

### 3.3.2 Tubo Capillare

Per soddisfare l'equazione di Young l'interfaccia tra due fluidi in prossimità di una parete verticale si alza o si abbassa. Consideriamo il caso di un tubo capillare di raggio  $a$  immerso in una vasca di liquido. Inizialmente, per  $\theta_e < 90^\circ$ , il liquido risale lungo tutta la circonferenza interna del tubo. Essendo  $a$  piccolo, risulta  $a/L_c \ll 1$ , e



$P_k = P_{k0} + \rho_k g z$ , con  $k = l, v$  per il liquido e per il vapore, rispettivamente.

Non abbiamo una situazione imperturbata di riferimento quindi conviene riferire  $P_{k0}$  ad una situazione immediatamente interna ai due fluidi. Per la simmetria assiale del sistema, possiamo assumere il raggio di curvatura  $r_0$  dell'interfaccia uguale ovunque, per cui  $P_{l0} - P_{g0} = 2\sigma/r_0$ , e sostituendo nell'equazione di Young-Laplace, ottengo

$$P_l - P_g = (\rho_l - \rho_g) g z + 2\sigma/r_0 = \sigma (1/r_1 + 1/r_2).$$

Il raggio principale di curvatura è  $1/r_1 = |d^2z/dr^2|/(1 + (dz/dr)^2)^{3/2}$ ,

mentre l'altro raggio di curvatura è  $1/r_2 = |dz/dr|/r(1 + (dz/dr)^2)^{1/2}$ .

La scelta del valore assoluto sta ad indicare che i due raggio hanno valori sempre positivi. Sostituendo le espressioni trovate nell'equazione di Young-Laplace, otteniamo

$$\varepsilon''/(1+\varepsilon'^2)^{3/2} + \varepsilon'/\eta(1+\varepsilon'^2)^{1/2} = 2 + Bo \varepsilon$$

dove sono state introdotte le variabili positive adimensionali  $\varepsilon = z/r_0$  e  $\eta = r/r_0$ , e il numero di Bond  $Bo = g(\rho_l - \rho_v) r_0^2/\sigma$ . I valori di  $\varepsilon$  e  $\eta$  si ricavano da dei grafici tracciati su base sperimentale, in funzione dell'angolo  $\varphi$  e del numero di Bo. Quest'ultimo oltre a dipendere dalle proprietà fisiche del sistema, dipende anche da  $r_0$  che è incognito, dunque per determinarlo si procede in modo iterativo, integrando per un fissato valore di Bo il volume elementare  $dV$  di liquido contenuto nella goccia, con estremi di  $\varphi$  uguali a 0 e a  $\theta_e$ . Se il volume trovato non è noto, si agisce variando il valore di Bo in modo che converga verso il valore corretto  $V_1$ , che è dato quindi noto.

## 4. Nucleazione eterogenea e ciclo di ebollizione

I moti termici all'interno del liquido costituiscono temporaneamente dei vuoti microscopici che possono successivamente costituire i nuclei necessari per la crescita di bolle macroscopiche. Questa è definita nucleazione omogenea. In situazioni pratiche è molto più frequente notare che i difetti si formano nel confine tra il liquido e il contenitore in cui esso è a contatto o tra il liquido e le piccole particelle solide in sospensione nel fluido. Quando si verifica tale condizione, si parla di nucleazione eterogenea. Per nucleazione eterogenea si intende il processo di cambiamento di fase di un fluido che avviene nei pressi di una superficie solida. Si origina una bolla di vapore la cui dimensione e forma dipende diversi fattori, come l'angolo di contatto e le caratteristiche geometriche della superficie.

La nucleazione si attiva in condizioni di non equilibrio, tuttavia è possibile ricavare informazioni importanti sui parametri del processo considerando l'equilibrio termodinamico di un nucleo di vapore immerso in un liquido a temperatura uniforme.

Dall'equilibrio termodinamico conseguono l'equilibrio meccanico, termico e chimico all'interfaccia liquido-vapore, la quale può essere intesa come una membrana di spessore idealmente nulla tesa dalla tensione superficiale  $\sigma$  tra le due fasi.

Nel caso in cui la superficie di separazione delle fasi è sferica, come avviene nelle bolle, le due fasi sono a pressioni diverse e sono tali che

$$P_v - P_l = 2\sigma / r , \quad \text{con } r \text{ raggio della bolla.}$$

Le forze agenti sulla superficie sono la tensione superficiale e la spinta delle due pressioni; l'equilibrio meccanico delle forze è

$$\pi r^2 (P_v - P_l) = 2\pi r \sigma .$$

Per l'equilibrio termico invece la temperatura delle due fasi deve essere uguale

$$T_l = T_v .$$

Infine, per l'equilibrio chimico le due fasi devono avere lo stesso potenziale di Gibbs (vedi Appendice)

$$\mu = i - Ts ,$$

con  $i$  e  $s$  entalpia ed entropia specifica, e  $T$  temperatura assoluta.

Esiste una relazione tra la temperatura  $T_1$  di surriscaldamento del liquido ed il raggio  $r_e$  della bolla di vapore di forma sferica in equilibrio nel liquido. Consideriamo le relazioni di Young-Laplace e di Clausius-Clayperon (vedi Appendice):

$$P_v - P_l = 2\sigma/r_e, \quad dP/dT = \Delta h_{l,v}/(T \Delta v_{l,v}),$$

dove possiamo approssima  $P_v \approx P_{sat}(T_1)$  e possiamo sostituire la derivata con il relativo rapporto incrementale. Risulta:

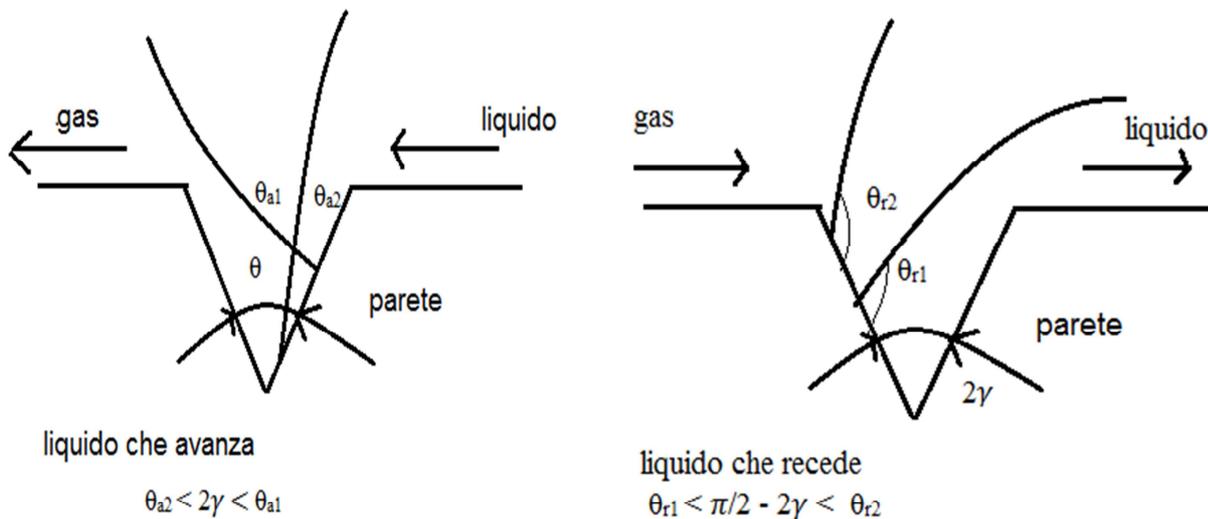
$$T_1 - T_{sat}(P_l) \geq 2\sigma T_{sat}(P_l) \Delta v_{l,v} / (\Delta h_{l,v} r_e) \sim 2\sigma R^* T_{sat}^2(P_l) / (P_v \Delta h_{l,v} r_e),$$

dove abbiamo approssimato  $\Delta v_{l,v} \sim v_{l,v}$  e la legge dei gas ideali a  $P_v v_v \sim R^* T_{sat}^2(P_l)$ .

#### 4.1 Siti di nucleazione attivi e loro densità

Le superfici reali non solo perfettamente lisce ma presentano cavità di varia forma e dimensione, che inoltre a causa dell'usura si modificano nel tempo.

Un fronte liquido che avanza sulla superficie può intercettare lo spigolo della cavità e non riempirla completamente di liquido, intrappolando al suo interno il gas, che solitamente contiene componenti incondensabili che non condensano nel liquido.



Possiamo approssimare il fronte liquido come un piano e la cavità di forma conica con apertura dell'angolo al vertice pari a  $2\gamma$ .

Dalla figura si osserva che affinché il vapore resti intrappolato nella cavità deve essere  $\theta_a > 2\gamma$ , dove  $\theta_a$  è l'angolo di contatto d'avanzamento, maggiore di quello di equilibrio. Il gas incondensabile nella cavità assicura un interfaccia naturale attraverso la quale avviene il cambiamento di fase del liquido, anche a surriscaldamenti moderati. Viceversa, nel caso in cui il fronte liquido recede, l'angolo di contatto di recessione è minore dell'angolo di contatto di equilibrio.

Il fenomeno dell'intrappolamento non è stazionario, in quanto il gas può uscire dalla cavità o diffondersi nel liquido. A proposito della solubilità del gas, dobbiamo specificare che questa diminuisce con l'aumentare della temperatura del liquido, in quanto aumenta l'energia cinetica associata al moto delle molecole andando a rompere i legami intermolecolari, ed aumenta al crescere della pressione del gas.

Inoltre, quando una cavità emette bolle di vapore, queste risalendo possono trascinare il gas incondensabile disattivando la cavità attiva.

Lo stato della superficie è determinante per la temperatura del processo: se le cavità diminuiscono in numero e dimensione la temperatura del processo tende a quella del caso di nucleazione omogenea. Inoltre, mettendo in pressione il sistema per aumentare la solubilità del gas, una volta avviata l'ebollizione è possibile mantenerla con temperature di surriscaldamento minori.

Ricapitolando, la presenza di un gas incondensabile nella cavità ai fini della nucleazione fornisce un'interfaccia con superficie di scambio maggiore (rispetto alla nucleazione omogenea) e riduce il surriscaldamento necessario. Poi, al crescere della bolla, il contributo del gas incondensabile va diminuendo man mano che aumenta il vapore.

Per quanto riguarda le considerazioni geometriche, esiste una correlazione tra il volume della bolla di vapore che si genera ed il raggio della relativa cavità (supposta conica). Le variabili in gioco sono l'angolo di apertura del cono  $2\gamma$ , l'angolo di contatto del sistema liquido-vapore-solido  $\theta$  e il raggio di apertura della cavità  $R_c$ . Assumiamo che l'interfaccia liquido-vapore sia una frazione di superficie sferica, con raggio  $r$  variabile a seconda dei casi: agendo sui valori di  $\theta$  e  $\gamma$  il rapporto  $1/r$  ha andamenti diversi a seconda del volume occupato dal valore  $V_v$ .



Per  $\theta > \pi/2 + \gamma$ , addirittura  $1/r$  cresce con  $V_v$ , raggiunge un valore massimo e poi riprende a decresce con il volume una volta uscita dalla cavità.

La crescita della bolla accelera se  $r$  cresce e decelera se  $r$  della bolla cala. In corrispondenza di  $r_{\min}$  siamo in condizioni critiche, in quanto per molte cavità questo valore è tale che  $R_c/r_{\min} \sim 1$ . Una cavità è attiva se  $r_{\min}$  è maggiore del valore critico  $r^* = r_e$ , la cui espressione analitica è ricavabile da quella del surriscaldamento disponibile vista sopra:

$$r^* = 2\sigma T_{\text{sat}}(P_1) \Delta v_{l,v} / \Delta h_{l,v} (T_1 - T_{\text{sat}}(P_1)) .$$

In realtà si osserva come  $r_{\min}$  non è uguale al raggio di apertura della cavità, ma dipende anche dai valori di  $\theta$  e  $\gamma$ .

$$r_{\min}/R_c = \Omega(\theta, \gamma) \leq 1.$$

La densità superficiale dei siti attivi aumenta con il surriscaldamento della parete e all'aumentare del flusso termico. Le relazioni ricavate si basano su dati sperimentali. Dagli studi di Mikic e Rohsenow (1969) il numero  $n_c$  di cavità attive per unità di superficie (che hanno quindi raggio di apertura maggiore di  $R_c$ ) è

$$n_c = (R^*/R_c)^m ,$$

dove  $R^*$  dipende dalle caratteristiche della superficie ed  $m$  è una costante empirica.

Se semplifichiamo il modello ipotizzando che tutte le cavità siano coniche con angolo di apertura  $2\gamma$ , diventa

$$n_c = (R^* \Omega(\theta, \gamma) / r_{\min})^m , \text{ e andando a sostituire l'espressione trovata per } r^*$$

$$n_c = [(\hat{R} \Omega(\theta, \gamma) \Delta h_{l,v} (T_1 - T_{\text{sat}}(P_1)) / 2\sigma T_{\text{sat}}(P_1) \Delta v_{l,v})]^m .$$

## 4.2 Crescita di una bolla in pool boiling

Consideriamo una bolla sferica con temperatura  $T_v$  e pressione  $P_v$  in una piscina di liquido surriscaldato a pressione  $P_\infty$  e temperatura  $T_\infty$ . Ipotizziamo che la crescita avvenga in condizioni simmetriche. Inoltre, per le ipotesi di equilibrio termodinamico, quando la bolla si forma la sua temperatura è prossima a  $T_\infty$  con una pressione interna  $P_v \sim P_{\text{sat}}(T_\infty)$ . Intorno alla bolla il surriscaldamento del liquido diminuisce poco a poco perché viene utilizzato per fornire calore latente di vaporizzazione, quindi in questa zona la temperatura decresce progressivamente avvicinandosi al valore limite  $T_{\text{sat}}(P_\infty)$ . Contemporaneamente il raggio della bolla cresce e la differenza di pressione all'interfaccia, che è dovuta alla curvatura e alla tensione superficiale, tende ad avvicinarsi al valore  $P_\infty$ .

Possiamo individuare due regimi limite durante il processo di crescita. Il primo, di inerzia, si realizza nei primi istanti quando il flusso termico è elevato e l'espansione della bolla è dovuta solo all'interazione con il fluido circostante che la rallenta. Il secondo regime si ha quando la pressione interna alla bolla supera di poco quella esterna, e l'ulteriore crescita è regolata dal trasporto di calore all'interfaccia con una fase liquida poco surriscaldata ( in quanto il liquido ha ceduto calore latente di vaporizzazione nelle prime fasi di crescita).

### **4.3 Crescita di una bolla su una superficie scaldante**

In realtà la crescita della bolla non avviene in condizioni simmetriche, sia a causa di superfici attraverso le quali avviene lo scambio sia a causa della temperatura non perfettamente uniforme. Per flussi bassi e stazionari si osserva una nucleazione ciclica per la stessa cavità, che rilascia singole bolle ben separate in sequenza.

Appena una bolla viene rilasciata, il liquido più freddo a temperatura  $T_\infty$  si sposta verso il volume appena liberato andando a contatto con la parete calda a  $T_p > T_{\text{sat}}(P_\infty)$ . Si assiste quindi ad una prima fase di attesa di durata  $t_a$  durante la quale si ricostruisce lo strato limite termico del liquido surriscaldato. L'embrione della bolla comincia poi

a crescere, ricevendo calore sia dalla parete sia dalla regione liquida surriscaldata. Appena esce dalla cavità, la bolla si espande rapidamente sotto l'effetto della pressione del vapore, ostacolata solo dall'inerzia del liquido. Alla crescita radiale è associata la presenza di uno *microstrato di evaporazione*, un sottile strato di liquido surriscaldato che si interpone tra bolla e parete, che evapora progressivamente man mano che il calore fluisce attraverso esso alla bolla. Quando l'evaporazione è completa ad ogni distacco della bolla, si forma una zona asciutta attorno alla cavità, che viene così sottoposta ad un forte stress termico. Esiste inoltre un *microstrato di rilassamento* sulla parte esterna della bolla. Questo microstrato è a contatto con l'interfaccia a temperatura  $T_{\text{sat}}(P_{\infty})$  e con il liquido più distante che è a  $T = T_{\infty}$ .

Nelle ultime fasi il regime di crescita è caratterizzato dal calore fornito dal microstrato di rilassamento al liquido all'interfaccia. Le forze inerziali e di pressione sono quasi in equilibrio e la forma della bolla tende ad essere sferica. Anche nella configurazione con superficie scaldante può manifestarsi la presenza di un regime inerziale e di quello controllato dal flusso termico.

Il regime inerziale è favorito da:

- temperatura della parete elevata e flussi termici molto caldi, in quanto è favorito il surriscaldamento;
- superficie lavorata con piccole cavità, per le quali sono necessarie pressioni più alte per avviare il ciclo di ebollizione;
- piccoli angoli di contatto, che favoriscono la formazione del microstrato di evaporazione;
- basse pressioni del sistema e bassi calori latenti di vaporizzazione.

Contrariamente, per tali grandezze fisiche tendenti nell'altra direzione, si ha il regime di conduzione.

## 4.4 Frequenza e dimensioni di rilascio della bolla

Il ciclo di formazione delle bolle comincia con il ripristino dello strato di liquido surriscaldato e la formazione di un embrione di bolla nella cavità. Successivamente, la bolla prosegue con un regime inerziale o termico fino al distacco. La durata del ciclo  $\tau$  sarà la somma del tempo di attesa  $t_a$  e del tempo di crescita  $t_d$  fino al distacco, che avviene quando le forze che tendono a staccare la bolla sovrastano le forze di coesione. Mentre la risultante delle tensioni superficiali lungo il contatto tendono a mantenere attaccata la bolla, le forze di galleggiamento agiscono in modo differente a seconda dell'orientamento della superficie. Al distacco contribuiscono inoltre le forze di attrito viscoso e di forma, associate al moto del liquido circostante. Inoltre numerosissime variabili possono influenzare il distacco, come la forma della bolla, l'angolo di contatto, il livello di surriscaldamento e l'inerzia stessa del vapore associata alla crescita rapida. Di conseguenza su base sperimentale sono state proposte correlazioni diverse, con complessità diverse a seconda delle variabili prese in considerazione, tutte scritte in funzione del numero di Bond

$Bo_d = g (\rho_l - \rho_v) D^2 / \sigma$ , dove  $D$  è il diametro della bolla al distacco.

Il periodo  $\tau$ , e quindi la frequenza  $f$ , dipendono dalle dimensioni finali della bolla. Inoltre sperimentalmente si osserva che la frequenza del ciclo non varia con il numero di bolle emesse per una data cavità; è diversa però per due cavità distinte. Dunque ha senso parlare di una frequenza media associata alla coppia liquido-superficie in determinate condizioni operative.

Ad esempio, nel regime di crescita inerziale e in quello di conduzione termica, valgono rispettivamente le seguenti correlazioni:

$$fD^{1/2} = \text{costante}, \quad fD^2 = \text{costante}.$$

Nei regimi intermedi, si usa la correlazione di Zuber:

$$fD = 0.59 [\sigma g (\rho_l - \rho_v) / \rho_l^2]^{1/4}.$$

## 5. Ebollizione

L'ebollizione è una trasformazione con cambiamento di fase da liquido a vapore, come l'evaporazione. Ci sono però sostanziali differenze.

L'evaporazione si manifesta all'interfaccia liquido-vapore quando la pressione del vapore è minore della pressione di saturazione del liquido, a quella temperatura.

Diversamente, l'ebollizione si presenta all'interfaccia solido-liquido quando un liquido è posto a contatto con una superficie calda ad una temperatura superiore alla temperatura di saturazione del liquido. In tali condizioni avviene la rapida formazione di bolle di vapore all'interfaccia, che se raggiungono dimensioni sufficientemente grandi si separano dalla superficie e risalgono fino al pelo libero del liquido.

La trasmissione del calore in ebollizione è un processo convettivo comprendente un cambiamento di fase. Tali fenomeni sono molto più complessi di quelli di quelli per convezione senza cambiamento di fase poiché entrano in gioco altre variabili come lo stato superficiale, la tensione superficiale, calore latente di evaporazione, pressione, ecc. A causa delle numerose variabili non è possibile costruire equazioni che descrivano in modo preciso e generale la trasformazione, ma sulla base sperimentale attraverso la fotografia ad elevata risoluzione sono stati individuati diversi regimi in cui l'ebollizione avviene con condizioni estremamente differenti.

Essendo un processo convettivo, il flusso di calore in ebollizione è descritto dalla legge di Newton  $q = h (T_s - T_{sat}) = h \Delta T$  [W/m<sup>2</sup>].

dove  $T_s$  è la temperatura della superficie e  $T_{sat}$  la temperatura di saturazione del liquido.

L'eccesso di temperatura  $\Delta T$  determina il regime di ebollizione.

Il processo di ebollizione non avviene in condizioni di equilibrio e solitamente le bolle non sono in equilibrio termodinamico con il liquido circostante: temperatura e pressione della bolla sono diverse da quelle del liquido. La differenza di pressione viene bilanciata dalla tensione superficiale all'interfaccia, mentre la differenza di temperatura è la forza motrice che causa lo scambio di calore tra le due fasi.

Se la temperatura del liquido è inferiore a quella della bolla, questa cede calore e parte del vapore interno alla bolla condensa, causandone il collasso.

Diversamente, quando il liquido che circonda la bolla ha una temperatura più alta, cede calore alla bolla, la quale cresce sempre più e risale fino a raggiungere la superficie libera del liquido.

L'ebollizione principalmente viene classificata in due regimi caratteristici: Ebollizione in piscina (pool boiling) e l'ebollizione con convezione forzata (o flow boiling).

Si parla di pool boiling quando il liquido è stagnante ed il suo moto attorno alla superficie riscaldata è dovuto unicamente alla convezione libera ed al miscelamento indotto dalla crescita delle bolle e dal loro distacco. Al contrario, nella convezione forzata, il moto del fluido è indotto da cause esterne, a cui poi si vanno a sommare anche gli effetti della convezione libera e del miscelamento delle bolle. Il caso del flow boiling è molto studiato per le sue notevoli applicazioni in campo tecnico: esso riguarda la convezione forzata di un liquido in cambiamento di fase all'interno di tubi e condotti.

Entrambi i tipi di ebollizione possono essere distinti in base alla temperatura del liquido, che può trovarsi in condizioni di sottoraffreddamento, quando la temperatura è al di sotto della temperatura di saturazione  $T_{sat}$ , o di saturazione, quando la temperatura è pari a  $T_{sat}$ .

## 5.1 Pool boiling

Nelle fasi iniziali dell'ebollizione la formazione di bolle è limitata nei pressi della superficie riscaldante. Se la temperatura della superficie riscaldante è sufficientemente alta ma inferiore a  $T_{sat}$ , accade che in alcune zone il contenuto energetico del liquido adiacente alla superficie diventa talmente alto che alcune molecole riescono a staccarsi da quelle circostanti, vengono trasformate da liquido in nuclei di vapore, formando infine una bolla. Questo processo avviene contemporaneamente in più punti della superficie riscaldante, ma le bolle di vapore

sono piccole, condensano e collassano prima di raggiungere la superficie libera. In questo caso parliamo di *ebollizione sottoraffreddata*. Quando la temperatura sale ancora e tutto il liquido raggiunge la temperatura di saturazione  $T_{\text{sat}}$ , le bolle diventano più numerose e più grandi riuscendo a raggiungere la superficie libera del liquido. In questo caso parliamo di *ebollizione satura*.

Essendo un processo estremamente complicato e variabile, non è possibile definire delle leggi in grado di predire tutte le caratteristiche del processo, ma sulla base empirica sono stati ottenuti risultati molto utili per lo studio di questo fenomeno.

### **5.1.1 Pool boiling in condizioni sature**

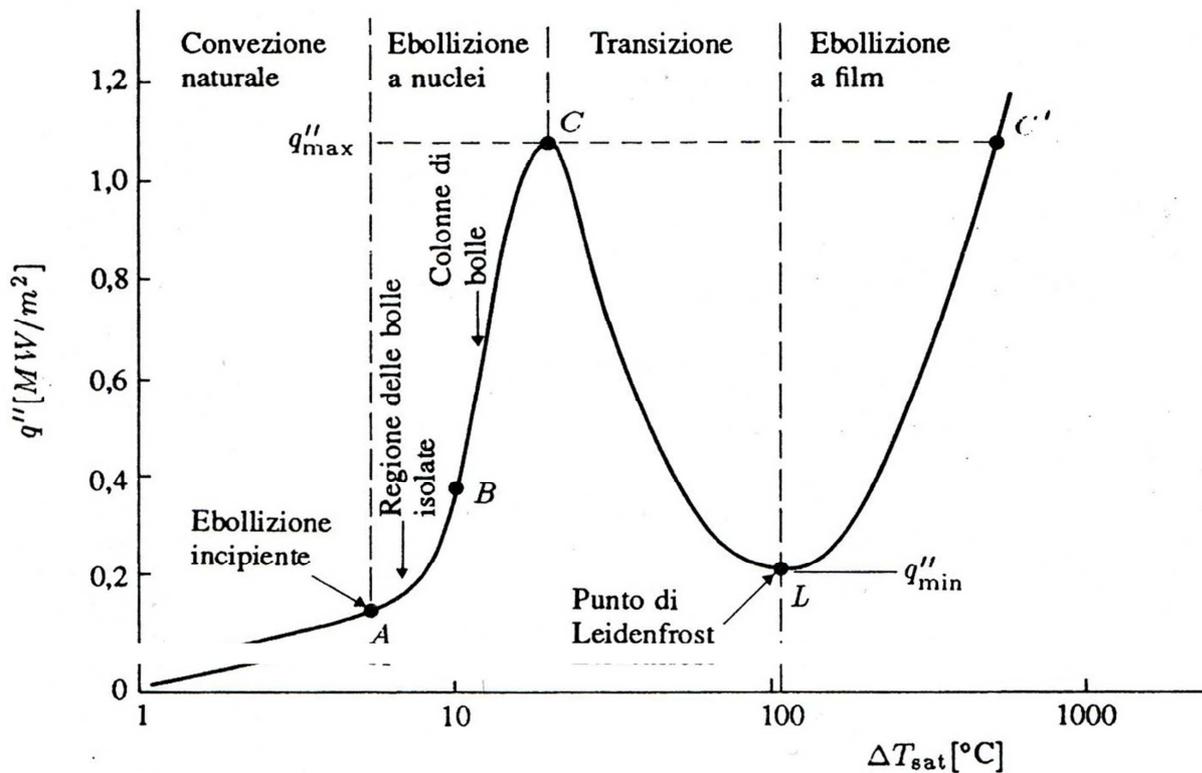
Primo fra tutti, Nukiyama individuò quattro diversi regimi di pool boiling sfruttando un apparato a flusso termico controllato per costruire la curva di ebollizione. Attraverso un filo di Nichrome immerso in acqua satura si trasmette il flusso termico, che viene calcolato misurando la corrente nel fluido e la caduta di potenziale ai suoi estremi. La temperatura viene misurata attraverso la resistenza elettrica. Il flusso termico è detto controllato, in quanto la temperatura  $T_s$  del filo è la variabile dipendente mentre il flusso termico  $q$  è quella indipendente.

Osservando la curva di ebollizione si osserva come  $q$  aumenti con l'innalzamento della temperatura, in maniera sempre più sensibile. Sperimentalmente, Nukiyama osservo che l'ebollizione non aveva inizio per valori di  $\Delta T_{\text{sat}}$  troppo piccoli, circa  $5^\circ\text{C}$ . Oltre tale valore, aumentando di poco  $\Delta T_{\text{sat}}$  si ottenevano rapidissimi incrementi di  $q$ , fino a valori per i quali si otteneva istantaneamente la fusione del filo stesso, corrispondente ad un valore  $q_{\text{max}}$  del flusso. Cambiando il filo con uno di materiale diverso avente punto di fusione più elevato (ad esempio il platino) era possibile ottenere flussi  $q$  maggiori.

Se successivamente al riscaldamento, si diminuisce progressivamente il flusso fornito al filo, la variazione di  $\Delta T_{\text{sat}}$  segue la curva di raffreddamento in figura, fino a

raggiungere una  $q_{\min}$  oltre la quale diminuendo ancora  $q$ ,  $\Delta T_{\text{sat}}$  riprendeva la curva originale di riscaldamento fino al punto di saturazione.

Dai risultati dei suoi esperimenti è stato possibile tracciare la curva di ebollizione rappresentata in figura, riferita all'acqua alla pressione di 1 atm. Per fluidi diversi tuttavia l'andamento della curva è analogo.



Osservando la figura è possibile riconoscere quattro zone differenti, corrispondenti a quattro diversi regimi.

- Il regime di **convezione naturale** corrisponde a valori di  $\Delta T_{\text{sat,A}}$  inferiori a  $5^{\circ}\text{C}$ . La quantità di vapore a contatto con la fase liquida non è sufficiente per avere l'ebollizione alla temperatura di saturazione. Gradualmente, con l'aumentare di  $\Delta T_{\text{sat}}$ , iniziano a formarsi bolle.

- Per  $\Delta T_{\text{sat,A}} < \Delta T_{\text{sat}} < \Delta T_{\text{sat,c}}$ , con  $\Delta T_{\text{sat,C}}$  pari a circa  $30^\circ\text{C}$ , siamo nel regime di **ebollizione nucleata**, all'interno del quale possiamo distinguere due ulteriori regimi.

Nella regione che va da A a B si generano delle bolle isolate nei siti di nucleazione che si separano dalla superficie, andando ad aumentare il flusso termico  $q$  ed il coefficiente della curva  $h$ . All'aumentare di  $\Delta T_{\text{sat}}$  sempre più siti di nucleazione si attivano, le bolle crescono in numero e dimensione, interferendo e unendosi tra loro. Il liquido più caldo si allontana continuamente dalla superficie calda verso il liquido più freddo, generando un moto convettivo.

Nella regione B-C c'è vapore a sufficienza e sono visibili delle colonne di vapore, che si avvicinano fino a diventare un'unica colonna. L'elevata densità delle bolle non consente il moto del liquido nei pressi della superficie.

Nel punto B il coefficiente  $h$  è massimo e si ha un punto di flesso della curva. Dopo tale punto,  $h$  decresce all'aumentare di  $\Delta T_{\text{sat}}$ , nonostante  $q$  continui a crescere, poiché  $\Delta T_{\text{sat}}$  cresce più in fretta di quanto  $h$  diminuisca. In C l'incremento  $\Delta T_{\text{sat}}$  è uguale alla riduzione di  $h$ . Il numero di colonne di vapore cresce, ma ogni nuova colonna va ad occupare il volume precedentemente occupato dal liquido. Quindi c'è un limite di numero di colonne, che si raggiunge quando lo spazio tra esse non consente più le correnti di liquido che devono spostarsi verso la superficie calda per sostituire il liquido evaporato per formare le colonne di vapore stesse. A tale situazione corrisponde un valore massimo del flusso termico  $q_{\text{max}}$ , oltre il quale c'è talmente tanto vapore che il liquido non riesce a bagnare la superficie scaldante.

- La regione tra il punto C e L è la **zona di transizione**, o a film instabile o parziale.

Abbiamo una temperatura prossima ai  $120^\circ\text{C}$  ed il processo di formazione di bolle è divenuto rapido al punto che la superficie inizia a ricoprirsi di una pellicola di vapore, denominata film.

Le condizioni oscillano tra quelle di ebollizione nucleata e quelle della successiva zona a film, tendendo sempre più a questo regime man mano che aumenta  $\Delta T_{\text{sat}}$ .

- Per  $\Delta T_{\text{sat}} > \Delta T_{\text{sat,L}}$  si parla di regione di ebollizione **a film**. Il punto L è detto *di Leidenfrost*, e ad esso corrisponde il valore minimo del flusso termico  $q_{\text{min}}$ . Il film di vapore ricopre interamente la superficie scaldante e lo scambio di calore avviene per conduzione. Se la temperatura della superficie aumenta ancora di genera anche uno scambio termico radioattivo attraverso il vapore.

In riferimento ai risultati portati avanti da Nikiyama, va precisato che poiché la variabile indipendente è il flusso termico non è possibile raggiungere il punto L, ma da C si passa a C', poiché per la maggior parte dei solidi la temperatura in C' supera quella di fusione. In questo modo non è possibile apprezzare la fase di transizione, ma questa si avrà solo per pochi materiali con punto di fusione a temperatura più elevata di C'.

Nel caso in cui la variabile indipendente sia  $\Delta T_{\text{sat}}$ , avremo il regime di transizione ed il flusso termico diminuirà.

### 5.1.2 Pool boiling sottoraffreddata

Si può avere un ebollizione localizzata presso la superficie riscaldante se questa ha una temperatura maggiore della temperatura di saturazione, anche se non tutto il liquido ha raggiunto la temperatura di ebollizione. Tale processo è definito ebollizione sottoraffreddata o superficiale. Il fenomeno è caratterizzato da un numero maggiore di bolle rispetto all'ebollizione in liquido a temperatura di saturazione, ma il loro numero e durata di vita media diminuiscono con il diminuire della temperatura della superficie.

L'alto numero di bolle causa un'agitazione maggiore del liquido sottoraffreddato, consentendo flussi termici maggiori prima di raggiungere la bruciatura del fluido.

Nel processo di trasmissione di calore della bolla al fluido possiamo distinguere alcune fasi in successione:

- a) il liquido vicino la superficie si surriscalda;
- b) si forma un nucleo di vapore in corrispondenza di una cavità o imperfezione della superficie;
- c) dal nucleo di vapore si accresce una bolla, che spinge il liquido surriscaldato lontano dalla superficie verso il liquido sottoraffreddato;
- d) crescendo, la bolla espone la parte superiore della sua superficie al liquido freddo. La temperatura diminuisce anche se la bolla continua a crescere per inerzia del liquido ma con velocità minore perché riceve meno calore;
- e) quando una parte sufficientemente grande della superficie della bolla è esposta al liquido freddo la bolla perde troppo calore ( per evaporazione e convezione ), più del calore che riceve dalla superficie (per conduzione).
- f) la bolla comincia ad afflosciarsi ed il liquido freddo va ad occupare il volume lasciato vuoto;
- g) il vapore si condensa e la bolla si è dissipata. Al suo posto il liquido freddo bagna la superficie scaldante;
- h) il liquido si surriscalda nuovamente ed il ciclo si ripete.

In ambito progettuale, in condizione di pool boiling con liquido sottoraffreddato con convezione naturale, il parametro che maggiormente influisce sulla formazione della bolla è il grado di sottoraffreddamento  $\Delta T_{\text{sub}}$ , cioè la differenza tra la temperatura di saturazione del liquido e la sua temperatura effettiva.

Nella regione di ebollizione a nuclei l'influenza di tale parametro è praticamente trascurabile.

Nella regione di ebollizione a film invece il valore di  $\Delta T_{\text{sub}}$  incide significativamente sullo scambio termico.

Un parametro particolarmente influente è la rugosità della superficie scaldante, che va ad agire sul flusso termico minimo e massimo.

Nel regime di ebollizione a film l'influenza è trascurabile, in quanto il film di vapore annulla l'effetto della rugosità. Nella regione di ebollizione nucleata, invece, con una rugosità maggiore si incrementa il flusso termico dissipato.

Questo accade perché una superficie rugosa presenta più punti dove il vapore resta intrappolato, aumentando la possibilità di formazione e crescita delle bolle.

A tal fine vengono eseguiti sulla superficie una serie di interventi che consistono in lavorazioni meccaniche oppure si riveste la superficie con un materiale sinterizzato molto poroso. A queste tecniche inoltre si combinano azioni dirette come la rotazione della superficie oppure la vibrazione del fluido o della superficie stessa, andando ad agevolare il flusso termico.

## **5.2 Correlazioni di scambio termico in pool boiling**

Le correlazioni caratteristiche del regime di convezione naturale sono state ampiamente discusse nel capitolo 2. Pertanto di seguito ci soffermeremo sui regimi di ebollizione nucleata e ebollizione a film.

### **5.2.2 Ebollizione nucleata**

L'analisi del regime di ebollizione nucleata necessita di individuare il numero di siti di nucleazione attivi sulla superficie.

Sono stati sviluppati diversi modelli per lo studio accurato di questo regime essendo quello di maggior interesse applicativo poiché in questo regime si possono ottenere elevati rendimenti di scambio termico conservando stabilità nel processo.

Per spiegare l'elevato flusso termico sono state individuate due principali teorie:

- i. teoria della micro convezione, connessa con l'agitazione del liquido causata dalla crescita e dal distacco della bolla dalla superficie scaldante. Tale meccanismo provoca un'azione pompante, poiché al distacco della bolla parte del liquido surriscaldato viene trascinato via, e il liquido freddo prende il suo posto.

- ii. teoria del micro strato evaporato, costituito da un film di liquido sottostante le bolle che evapora con esse. Tale teoria assume che le bolle crescano su uno strato molto sottile di liquido surriscaldato, e la parete cede energia alla bolla tramite esso. Quando la bolla termina la fase di crescita, il liquido non cede più calore ad essa e la temperatura della parete riprende a crescere, fino all'inizio di un nuovo ciclo.

Yamagata fu il primo a correlare il flusso termico  $q$  al salto di temperatura  $\Delta T_{\text{sat}}$  ed al numero di siti di nucleazione attivi, tramite l'equazione

$$q = C \Delta T_{\text{sat}}^a n^b, \quad \text{dove } n \text{ è il numero di siti attivi, } a \approx 1,2 \text{ e } b \approx 1/3 .$$

$C$  e  $n$  variano sensibilmente cambiando la combinazione liquido-superficie.

Successivamente, Rohsenow ideò un modello basandosi sull'ipotesi che il surriscaldamento della parete  $\Delta T_{\text{sat}}$  dipendesse dal numero di Prandtl  $Pr$  e dal numero di Reynolds bolle  $Re_b$ :

$Re_b = G_b D_b / \mu_l$ , dove  $G_b$  rappresenta la portata in massa di vapore per unità di superficie scaldante,  $D_b$  è il diametro della bolla e  $\mu_l$  è la viscosità dinamica del liquido.

La correlazione sviluppata da Rohsenow è:

$$q = \mu_l h_{fg} [g (\rho_l - \rho_v) / \sigma]^{1/2} [(C_{p,l} \Delta T_{\text{sat}}) / (C_{s,f} h_{f,g} Pr_l^n)]^3$$

dove  $\sigma$  è la tensione superficiale [N/m]

$h_{fg}$  è l'entalpia latente di vaporizzazione [J/kg]

$C_{p,l}$  è il calore specifico a pressione costante del liquido [J/kg K]

$Pr_l$  è il numero di Prandtl del liquido saturo

$\rho_l$  e  $\rho_v$  sono la densità del liquido e del vapore [kg/m<sup>3</sup>]

$g$  è l'accelerazione di gravità [m/s<sup>2</sup>]

$\mu_l$  è la viscosità dinamica del liquido saturo [Ns/m<sup>2</sup>]

$C_{s,f}$  e  $n$  sono coefficienti che dipendono dal tipo di coppia liquido-superficie scaldante.

Tutte le proprietà sono valutate alla temperatura di saturazione.

### 5.2.3 Flusso critico in ebollizione nucleata

Nelle applicazioni pratiche si cerca di lavorare in prossimità di tale punto, in modo da avere elevati valori di  $h$  senza avere il burnout ( bruciamento) del fluido.

In precedenza abbiamo visto che nell'ebollizione a nuclei è possibile individuare due sottoregimi: il primo con flusso termico a bassa densità, in cui le bolle sono isolate, ed il secondo con flusso termico maggiore, in cui le bolle si generano con maggiore frequenza e cominciano ad unirsi in colonne continue di vapore.

Nella fase di transizione da bolle isolate a colonna di vapore soltanto una piccola parte della superficie riscaldante è ricoperta di vapore, ma, al crescere del flusso termico, cresce il diametro della colonna e si formano ulteriori colonne. Le colonne di vapore adiacenti ed il liquido in esse incluso cominciano ad interagire; infine si giunge ad un produzione di vapore tale che la minima distanza tra le colonne adiacenti di vapore determina elevate velocità relative tra il vapore che si allontana dalla superficie ed il liquido che scorre verso la stessa.

Il flusso massimo si ha nella condizione in cui la velocità del liquido è molto grande rispetto a quella del vapore, al punto che aumentando ancora il suo valore le colonne di vapore vanno ad allontanare il liquido dalla superficie scaldante o viceversa il liquido trascina il vapore lontano dalla superficie, verificando in entrambi i casi una diminuzione del flusso termico.

Uno dei modelli più accreditati per il flusso critico è quello di Zuber, descritto dall'equazione

$$q_{\max} = \frac{\pi}{24} h_{fg} \rho_v [\sigma g (\rho_l - \rho_v) / \rho_v^2]^{1/4} [(\rho_l + \rho_v) / \rho_l]^{1/2}$$

Non compare nessun termine riferito ad una lunghezza caratteristica poiché in teoria tale espressione si applica a superfici scaldanti di lunghezza infinita. Nella pratica però è possibile applicarla se la lunghezza caratteristica è comparabile con il valore del diametro medio della bolla  $D_b$  . Se il rapporto tra lunghezza caratteristica e diametro medio della bolla è inferiore a 3, l'equazione va corretta mediante un fattore detto numero di Bond pari a  $Bo = g (\rho_l - \rho_v) L^2 / \sigma$  .

Il valore di tale costante è tabulato per le differenti geometrie, e oscilla è tra 0,13 – 0,18.

Dall'espressione si nota come il flusso termico dipenda fortemente dalla pressione, che agisce sulla densità e sulla temperatura di ebollizione (quindi sul calore latente di vaporizzazione e sulla tensione superficiale).

Sperimentalmente si è osservato che fino ad un terzo del valore della pressione critica, il flusso termico cresce con essa. Oltre tale valore il flusso diminuisce, tendendo al valore nullo alla pressione critica. Esiste dunque un valore di pressione per il quale è possibile ottenere un flusso massimo, e tale valore cambia per ogni liquido. Per l'acqua è 101,3 bar e vale  $q_{\max} = 3.72 \cdot 10^6 \text{ W/m}^2$ .

#### **5.2.4 Minimo flusso termico**

La zona di transizione da ebollizione nucleata ad ebollizione a film ha scarso interesse pratico per i motivi esposti in precedenza. Tuttavia, il limite superiore di questa zona risulta interessante per osservare la formazione stabile del film di vapore, condizione a cui corrisponde un valore minimo del flusso termico  $q_{\min}$ .

Scendendo oltre questo valore il film di vapore collassa, la superficie si raffredda e si instaura nuovamente il regime nucleato.

In riferimento ad una piastra larga, Zuber derivò la seguente correlazione:

$$q_{\min} = C \rho_v h_{fg} [g\sigma(\rho_l - \rho_v)/(\rho_l + \rho_v)^2]^{1/4},$$

dove C è una costante ricavabile sperimentalmente.

Tale espressione ha valenza solo a basse pressioni, mentre ad alte pressioni fornisce una stima poco accurata del flusso termico.

#### **5.2.5 Ebollizione a film**

Oltre il punto di Leidenfrost il film di vapore stabile ricopre la superficie, separandola dal liquido. In tali condizioni ci troviamo di fronte a fenomeni analoghi alla condensazione laminare a film, che vedremo più avanti. Uno dei risultati migliori ottenuti è quello di Bromley, che derivò un'equazione in grado di determinare il

flusso termico in presenza di film di vapore stabile, nel caso di cilindri ad asse orizzontale o sfere di diametro  $D$ . Tale equazione è:

$$q_{\text{film}} = C_{\text{film}} [g k_v^3 \rho_v (\rho_l - \rho_v) h_{\text{fg}}' / (\mu_v D \Delta T_{\text{sat}})]^{1/4} \Delta T_{\text{sat}}$$

con  $\Delta T_{\text{sat}} = T_s - T_{\text{sat}}$ ,

$$h_{\text{fg}}' = h_{\text{fg}} + 0,4 C_{\text{pv}} \Delta T_{\text{sat}},$$

$k_v$  è la conducibilità termica del vapore in  $\text{W/m } ^\circ\text{C}$ ,

$C_{\text{film}}$  vale 0,62 per i cilindri e 0,67 per le sfere.

Le proprietà del vapore sono valutate alla temperatura del film, pari a

$$T_f = (T_s + T_{\text{sat}}) / 2.$$

A temperature molto alte, oltre i  $300\text{ }^\circ\text{C}$ , l'effetto radioattivo nello scambio di calore non è più trascurabile. Il flusso di calore radioattivo è calcolabile come

$$q_{\text{rad}} = \varepsilon \sigma (T_s^4 - T_{\text{sat}}^4),$$

dove  $\varepsilon$  è il coefficiente di emissione della superficie calda e  $\sigma$  è la costante di Stefan-Boltzman, pari a  $5.67 \cdot 10^8 \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$ .

Il flusso termico totale a queste temperature non va calcolato semplicemente come somma dei due contributi, in quanto i due fenomeni si condizionano a vicenda.

Il valore totale dunque è pari a:

$$q_{\text{tot}} = q_{\text{film}} + \frac{3}{4} q_{\text{rad}}.$$

### 5.3 Ebollizione convettiva

Con ebollizione convettiva, o Flow Boiling, facciamo riferimento ai regimi di flusso e di scambio termico che si realizzano all'interno di condotti verticali con flusso ascendente e nei condotti orizzontali. Il moto del fluido è influenzato dall'azione esterna di una pompa o di una ventola.

A seconda che l'azione forzante faccia scorrere il fluido oltre una superficie calda od all'interno di un tubo caldo, possiamo distinguere i due regimi di ebollizione convettiva esterna ed interna, rispettivamente.

Nel caso di Flow Boiling esterno, per una superficie piana o cilindrica, il processo di ebollizione è simile al caso di pool boiling, ma per le velocità più elevate il flusso di

calore critico è considerabilmente maggiore. Nel caso dell'acqua si passa da un flusso critico di  $1,3 \text{ MW/m}^2$  in condizioni di pool boiling ad 1 atmosfera ad un flusso critico di  $35 \text{ MW/m}^2$ .

Nel caso di Flow Boiling interno il processo è più complesso in quanto non è presente un pelo libero dove risale il vapore, ma questo è costretto a fluire con il liquido. Avremo dunque un flusso bifase, che comporta la presenza di numerose interfacce liquido- vapore in continua evoluzione e la loro frequente rottura e coalescenza. Tale variabilità comporta numerose possibili configurazioni o regimi di flusso, molto differenti tra loro.

I parametri più influenti che fanno sì che si instauri un regime piuttosto che un altro sono la portata in massa delle singole fasi e le condizioni fluidodinamiche e termiche, come differenza di pressione in ingresso ed uscita dalla tubazione, il flusso termico e la temperatura imposta alla parete del condotto.

Altre variabili importanti sono le proprietà legate alla natura del fluido, come viscosità, densità e tensione superficiale.

Una classificazione iniziale può essere fatta in base al tipo di interfaccia, che nei flussi bifase può assumere diverse forme. In ogni caso, la tensione superficiale tende a disporre il sistema in configurazione che a parità di volume presentano una superficie minima, e quindi un'energia di superficie minore.

In flussi dispersi, la forma delle bolle o gocce è quasi sferica. Man mano che il volume della fase volumetrica aumenta, le particelle tendono ad aggregarsi e ci si discosta pian piano dalla forma sferica all'interfaccia tra i due fluidi.

Possiamo distinguere tre classi: **regimi separati**, **regimi di transizione** e **regimi dispersi**.

I flussi di **regime separato** sono semplici da riconoscere in quanto le due fasi sono visibilmente separate. Ad esempio in un condotto orizzontale, la fase liquida continua fluisce nella parte bassa del condotto e quella gassosa nella parte alta. Un flusso così stratificato si può presentare sia con un interfaccia liscia e stabile che con un interfaccia soggetta ad un moto ondoso. In un condotto verticale tale regime si può

ottenere con un'elevata portata in massa della fase gassosa, che fluisce nella parte centrale del tubo mentre quella liquida scorre in prossimità delle pareti interne.

Un esempio di **regime disperso** è invece il flusso a bolle, che presenta la fase gassosa suddivisa in piccole bolle fluttuanti nella fase liquida continua. La configurazione opposta è detta flusso a nebbia, caratterizzata da goccioline di liquido disperse nella fase gassosa. Entrambi i flussi verranno meglio trattati di seguito.

In tutte le configurazioni intermedie al flusso stratificato ed al flusso disperso si parla di **regime di transizione**.

### 5.3.1. Flussi bifase in condotti verticali

Questi tipi di flussi tendono a sviluppare una simmetria assiale, in quanto la forza di gravità è parallela all'asse del tubo.

Perdite di carico e coefficiente di scambio termico variano sensibilmente nei diversi regimi e sono state modellate diverse tecniche per poterli stimare. Basandoci sia su modelli matematici e analitici sia sull'analisi dei dati sperimentali, è possibile disegnare delle mappe o diagrammi che consentono di determinare velocemente il regime a partire dalle condizioni operative.

Nel caso di flusso ascendente, per entrambe le fasi possiamo distinguere le seguenti configurazioni:

- *Flusso a bolle (bubbly flow)*. La portata in massa della fase gassosa è bassa ed il gas è disperso sotto forma di bolle nella fase continua liquida. Le bolle hanno volumi diversi, ma di dimensioni comunque molto piccole rispetto a quelle del condotto. Nel moto, le bolle seguono traiettorie complesse a causa delle zone di turbolenza lasciate dalle altre bolle che le precedono. Le bolle possono coalescere.

- *Flusso a tappi (plug/slug flow)*. Quando la fase gassosa è consistente le bolle si uniscono tra loro sempre più frequentemente, prendendo la forma di tappi o proiettili. In quest'ultimo caso la forma è parecchio allungata e tondeggiante nella parte anteriore. Tra due bolle successive, nella fase liquida sono ancora presenti piccole bolle disperse.

- *Flusso semi-anulare o agitato (churn flow)*. All'aumentare della portata in massa della fase gassosa le bolle possono rompersi dando luogo ad un flusso caotico ed instabile. Quest'azione condiziona il flusso del liquido, che presenta un andamento irregolare: anche se il suo moto è in media ascendente, localmente in alcuni istanti il flusso può essere discendente. Il vapore, invece, scorre sempre verso l'alto, localizzato nella parte centrale del condotto.

- *Flusso anulare*. Il liquido scorre lungo la parete del condotto ed il gas in quella centrale, con le due fasi ben distinte e separate. Se la velocità del vapore in moto è elevata rispetto a quella del liquido, l'interfaccia perde stabilità e si sviluppano onde. Se l'entità delle onde è rilevante, queste possono rompersi liberando goccioline di liquido che vanno a finire nel flusso di vapore e vengono trascinate da esso, ed eventualmente coalescono. In tal caso si parla di *wispy-annular flow*.

### **5.3.2 Flussi bifase in condotti orizzontali**

Questi flussi non presentano una simmetria assiale come nei condotti verticali, in quanto la direzione della forza di gravità è perpendicolare alla direzione del moto.

Anche per queste configurazioni sono state messe a punto diverse mappe per facilitare l'individuazione dei regimi di flusso.

A seconda delle configurazioni che assumono le due fasi possiamo stilare la seguente classificazione:

- *Flusso a bolle (bubbly flow)*. Come per i condotti verticali, la fase gassosa si trova sotto forma di bolle disperse nella fase liquida continua, e difficilmente si uniscono per coalescere. Per la forza di galleggiamento, le bolle tendono a risalire accumulandosi nella parte alta del condotto. La distribuzione delle bolle tende ad uniformarsi nella fase liquida all'aumentare della velocità del liquido o della portata in massa della fase gassosa.

- *Flusso a tappi (plug flow)*. Aumentando la portata in massa del gas, le bolle coalescono dando origine a tappi che si dispongono nella parte alta della tubazione

per effetto della gravità. Le due fasi sono distribuite in modo non uniforme e caratterizzano un moto che viene chiamato *intermittente*.

- *Flusso stratificato (stratified flow)*. La portata in massa del vapore è rilevante, e le due fasi sono in moto a velocità piuttosto basse, restando distintamente separate.

- *Flusso stratificato ondulato (stratified wavy flow)*. Quando la velocità del gas è elevata rispetto al liquido, l'interfaccia diventa instabile e si sviluppa moto ondoso. Per velocità più alte le onde possono rompersi liberando piccole gocce nella fase gassosa.

- *Flusso a proiettili (slug flow)*. Le onde crescono con l'aumentare della portata in massa del liquido, fino a poter ricoprire l'intera sezione del condotto. Si viene così a formare un ponte liquido che separa le bolle (molto allungate) di vapore.

- *Flusso anulare (annular flow)*. Questo regime è analogo al caso di condotto verticale; la fase liquida continua scorre nei pressi della superficie interna del condotto mentre quella gassosa scorre nella parte centrale. Lo strato di liquido nella parte bassa ha uno spessore maggiore rispetto alla parte alta, per effetto della gravità. L'interfaccia è molto irregolare e genera piccole goccioline di liquido che si disperdono nel flusso gassoso.

## 6. Condensazione

Il vapore condensa se viene portato a temperatura inferiore della temperatura di saturazione  $T_{\text{sat}}$ , e questo accade quando il vapore è messo a contatto con una superficie *fredda*: il vapore rilascia calore latente alla superficie, cede calore e condensa.

Nel caso di vapore a contatto con una superficie libera gassosa si parla di *condensazione omogenea* e il vapore condensa in goccioline sospese nel gas andando a formare una nebbia. Quando invece il contatto avviene con una superficie liquida si parla di *condensazione diretta*.

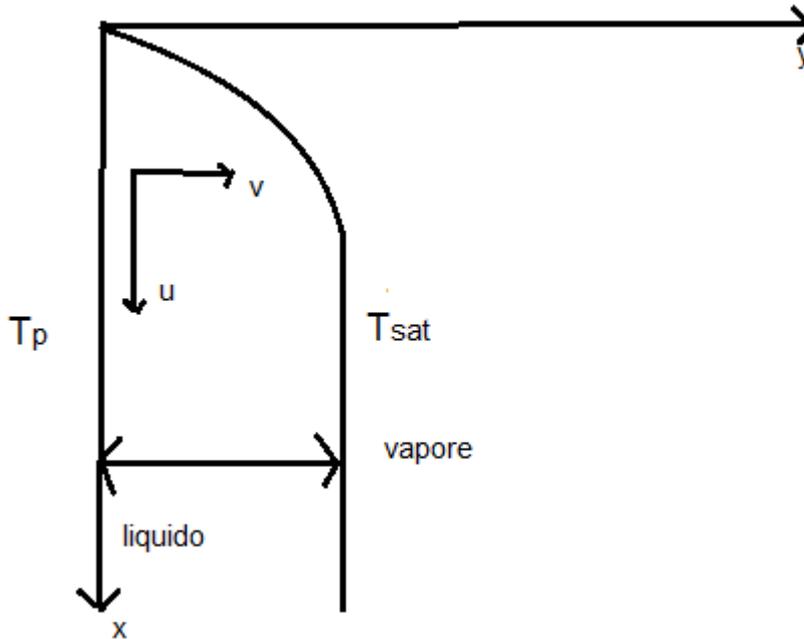
Di maggiore interesse pratico è il caso di vapore a contatto con una superficie solida. In queste condizioni la condensazione può avvenire con due modalità: la **condensazione a film**, caratteristica delle superfici pulite ed incontaminate, e la **condensazione a gocce**, tipica di superfici ricoperte con sostanze che riducono la bagnabilità. Le gocce si generano in punti specifici della superficie, quali cricche e cavità, e da qui possono crescere e unirsi man mano che la condensazione prosegue. In entrambe le forme, a film o a gocce, la condensa si comporta come una resistenza al trasferimento di calore tra vapore e superficie. Tale resistenza è proporzionale al suo vapore, e questo cresce se ci spostiamo nella direzione del flusso; per questo motivo nei processi in cui il fenomeno della condensazione causa complicazioni rilevanti è consigliabile utilizzare superfici verticali corte oppure condotti cilindrici orizzontali.

Nella condensazione a gocce la maggior parte del trasferimento di calore si ha attraverso gocce di dimensioni minori ai 100  $\mu\text{m}$  di diametro, ottenendo tassi di trasferimento di calore maggiori rispetto alla condensazione a film. Tuttavia non è semplice mantenere tale condizione.

### 6.1 Condensazione esterna a film su superfici verticali

Il film condensa inizialmente nella parte alta della superficie, per poi scivolare verso il basso per effetto della gravità. Lo spessore e la percentuale di massa di vapore

condensato aumentano discendendo lungo la superficie. Il calore viene trasferito attraverso il film alla superficie, mantenuta ad una temperatura  $T_s < T_{sat}$ .



La condensazione è un fenomeno complesso e vario dunque per poterlo studiare vengono adottate le ipotesi dell'analisi di Nusselt; cioè si assume:

- Il flusso laminare e le proprietà del film liquido costanti.
- Il gas costituito da vapore puro e alla temperatura uniforme  $T_{sat}$ . Tale ipotesi si discosta dalla realtà pratica in quanto è difficile riuscire a mantenere costante la temperatura ad un valore preciso, ma piuttosto si fa oscillare in un range di valori intorno alla temperatura desiderata. Inoltre riuscire ad ottenere gas di vapore al 100,00% è impossibile. Tuttavia, considerando nullo il gradiente di temperatura nel vapore, possiamo ritenere che il trasferimento di calore all'interfaccia liquido-vapore avvenga esclusivamente per condensazione e non per convezione nel vapore.
- la tensione tangenziale all'interfaccia, legata alla viscosità del fluido, è trascurabile. In questo modo, avendo assunto costante anche la temperatura, possiamo non considerare la velocità del vapore.

- il momento e l'energia trasferita nel film condensato è trascurabile, assunzione legittima date la basse velocità in gioco.

Assunte tale ipotesi, il bilancio della quantità di moto nella fase liquida si riduce all'equilibrio tra forza di gravità e quella viscosa mentre il bilancio di energia si riduce all'equazione della conduzione stazionaria e monodimensionale attraverso il liquido

$$\partial^2 u_1 / \partial y^2 = -g(\rho_l - \rho_v) / \mu_l, \quad \alpha_l \partial^2 T_l / \partial y^2 = 0$$

dove  $u_1$  è la velocità,  $g$  è la forza di gravità, con segno negativo in quanto rivolta verso il basso,  $\rho_l$  e  $\rho_v$  sono la densità del liquido e del vapore,  $\delta$  è lo spessore del film e  $\mu_l$  e  $T_l$  sono la viscosità e la temperatura del liquido.

Vado ad integrare due volte queste equazioni, imponendo le seguenti condizioni al contorno:

$u_1(0) = 0$  aderenza alla parete, resistenza viscosa nulla all'interfaccia  $\tau_{xy}(\delta) = 0$  ed una temperatura costante sia alla parete  $T(0) = T_p$  che a contatto con il vapore  $T(\delta) = T_{sat}(P_v)$ . Integrando ottengo:

$$u_1(y) = g(\rho_l - \rho_v)(\delta y - y^2/2) / \mu_l, \quad T_1(y) = T_p - (T_p - T_{sat}) y / \delta$$

La portata in massa  $\dot{m}$  per unità di larghezza della parete è

$$\dot{m} = \rho_l \int_0^\delta u_1 dy = \rho_l(\rho_l - \rho_v)g\delta^3/3\mu_l$$

La variazione di portata in funzione dello spessore del film è

$$d\dot{m}/d\delta = \rho_l(\rho_l - \rho_v)g\delta^2/\mu_l.$$

La temperatura ed il flusso termico attraverso lo spessore del film sono costanti, dunque

$$q = k_l \Delta T / \delta, \quad \text{con } \Delta T = (T_{sat} - T_p).$$

Per il bilancio dell'energia all'interfaccia, riferendoci ad un'altezza  $dx$  del film, il flusso per conduzione  $q$  deve essere uguale al calore latente del vapore rimosso per condensazione nell'unità di tempo. Cioè,  $dq = qdx = \Delta h_{l,v} d\dot{m}$ . Da cui

$$d\delta/dx = k_l \mu_l \Delta T / [\rho_l(\rho_l - \rho_v)g\delta^3 \Delta h_{l,v}].$$

Integrando, posto  $\delta(0) = 0$

$$\delta(x) = [4k_l x \mu_l \Delta T / (\rho_l(\rho_l - \rho_v)g \Delta h_{l,v})]^{1/4}.$$

Se assumiamo che il coefficiente di scambio termico sia dovuto solo alla conduzione,

$h_l = k_l/\delta$ , posso definire il numero di Nusselt locale per la condensazione a film:

$$Nu_x = h_l x/k_l = x/\delta = [\rho_l(\rho_l - \rho_v)g \Delta h_{l,v}/(4k_l x^3 \mu_l \Delta T)]^{1/4}.$$

Anche per la condensazione a film possiamo definire un coefficiente di scambio termico medio:

$$\bar{h}_l = 1/x_e \int_0^{x_e} h_l(x) dx.$$

Allora l'andamento del numero di Nusselt nel regime laminare è descritto da

$$(\bar{h}_l/k_l)[\mu_l^2/\rho_l(\rho_l - \rho_v)g]^{1/3} = 1.47 Re_l^{-1/3}$$

dove  $Re_l = 4\dot{m}/\mu_l$  è il numero di Reynolds locale del film.

Nell'analisi del problema con la teoria dello strato limite si risolve l'equazione della conservazione della quantità di moto, ma trascurando ancora la resistenza viscosa sul liquido del vapore. Quest'ultimo dunque è considerato in quiete ed a temperatura costante.

Man mano che lo spessore  $\delta$  del film aumenta, si sviluppa una superficie ondata e il regime diventa turbolento. Ne consegue un migliore scambio termico poiché aumenta la superficie di scambio disponibile e si riduce lo spessore medio del film. Il passaggio dal regime laminare a turbolento avviene per valori di  $Re_l$  compresi tra 1200 e 2000.

Nel caso di regime turbolento, l'andamento del numero di Nusselt è descritto dall'espressione di Colburn, valida su base sperimentale per valori di  $Re_1$  superiori a  $Re_0 = 2000$  :

$$(\dot{h}_1/k_1)[\mu_1^2/\rho_1(\rho_1 - \rho_v)g]^{1/3} = 0.056 Re_1^{0.2} Pr_1^{1/3} .$$

In  $Re_0$  c'è una discontinuità tra le due relazioni , che può essere risolta interpolando i dati oppure utilizzando la relazione di Butterworth

$$(\dot{h}_1/k_1)[\mu_1^2/\rho_1(\rho_1 - \rho_v)g]^{1/3} = Re_1/[8750 + 58Pr_1^{-0.5} (Re_1^{0.75} - 253)].$$

## 6.2 Condensazione esterna a film su un condotto orizzontale

Questa situazione è di interesse pratico in quanto è frequente la condensazione a film all'esterno di tubi circolari orizzontali. Assumiamo le seguenti espressioni per

velocità  $u_1(y) = g \sin\Omega (\rho_1 - \rho_v)(\delta y - y^2/2)/\mu_1$

temperatura  $T_1(y) = T_p - (T_p - T_{sat}) y/\delta$

portata in massa  $\dot{m} = \rho_1 \int_0^\delta u_1 dy = \rho_1(\rho_1 - \rho_v)g \sin\Omega \delta^3/3\mu_1$

dove  $\Omega$  è l'angolo che l'accelerazione di gravità  $g$  forma con la normale alla superficie del fluido.

Ipotizziamo che tutto il calore latente liberato in condensazione venga trasferito alla parete per conduzione. Dunque il bilancio energetico tra due sezioni  $x$  e  $x+dx$  è  $\Delta h_{l,v} d\dot{m} = dq = k_1 \Delta T dx/\delta$  , con  $\Delta T = (T_{sat} - T_p) > 0$  .

Risolvo l'equazione della portata in massa per  $\delta$ , essendo  $dx = R d\Omega$

$$(\dot{m})^{1/3} d\dot{m} = (Rk_1 \Delta T/\Delta h_{l,v})[\rho_1(\rho_1 - \rho_v)g/3\mu_1]^{1/3}(\sin\Omega)^{1/3} d\Omega$$

Integro tra  $\Omega = 0$ , per cui  $\dot{m} = 0$ , e  $\Omega = \pi$  , e ottengo la portata in massa di liquido condensato su metà circonferenza del condotto per unità di lunghezza in direzione assiale:  $\dot{m} = 1.9233 [(Rk_1 \Delta T/\Delta h_{l,v})^3[\rho_1(\rho_1 - \rho_v)g/\mu_1]]^{1/4}$ .

Il bilancio di energia termica per unità di lunghezza assiale del condotto è

$$2\Delta h_{l,v} \dot{m} = 2\pi R \dot{h}_1 \Delta T .$$

Il numero di Nusselt medio è  $Nu_m = \dot{h}_l D_h / k_l = 0.728 \left( \frac{Ra}{Ja} \right)^{1/4}$

dove  $D_h$  è il diametro esterno del tubo, mentre  $Ra$  e  $Ja$  sono le costanti adimensionali di Rayleigh e Jakob, definite dalle relazioni:

$$Ra = g (\rho_l - \rho_v) Pr_l D_h^3 / \rho_l \nu_l^2 \quad e \quad Ja = c_{p,l} \Delta T / \Delta h_{l,v} .$$

Il numero di Rayleigh è il rapporto tra forza di galleggiamento e forza viscosa che si oppone al moto.

Solitamente nelle applicazioni industriali si utilizzano fasci tubieri, e gli assi dei tubi orizzontali possono essere allineati o sfalsati, e la condensa fluisce dai tubi superiori o quelli inferiori. Il flusso del condensato può avvenire con tre modalità: a gocce, a colonne e a fogli.

In base alla quantità di condensato, inizialmente esso fluisce sotto forma di gocce. Il liquido tende a raccogliersi nella parte inferiore di ogni condotto fino a quando si distacca, con frequenza e dimensioni regolari. All'aumentare del flusso, aumenta anche la frequenza e le gocce coalescono formando una colonna continua che fluisce verso il tubo inferiore, andando ad unirsi alla condensa già presente. A flussi ancora maggiori le colonne diventano fogli di liquidi.

### **6.3 Condensazione interna nei condotti orizzontali**

Solitamente i condotti hanno la forma di una serpentina per ottimizzare gli spazi. Per questo motivo è preferibile adottare una disposizione orizzontale poiché in quella verticale si avrebbe il ristagno del liquido nelle curve inferiori e l'accumulo del vapore in quelle superiori. Il coefficiente di scambi termico nel caso di condensazione interna è fortemente influenzato dal titolo  $x$  e dalla portata in massa  $G$ , che vanno ad aumentare il trasferimento di calore convettivo. La differenza di temperatura invece ha una debole influenza. I regimi di flusso variano per alti e bassi flussi di massa.

Per flussi elevati si ha inizialmente un regime anulare misto, con piccole gocce di liquido trasportate nella fase gassosa nella zona centrale. Lungo il condotto diminuisce la velocità del vapore, il quale esercita una forza di trascinamento sul

liquido sempre minore. Diminuisce il titolo della miscela e lo spessore del film aumenta, soprattutto nella parte inferiore del tubo. Man mano che il titolo decresce si passa nel regime a bolle e/o a tappi, visti in precedenza, ed infine si ha solamente la fase liquida.

Nel caso di bassi flussi di massa si passa dal regime anulare a quello intermittente, caratterizzato da grandi ampiezze d'onda, o al regime stratificato-anulare, che presenta ampiezze d'onda contenute. In questo caso in uscita il flusso può anche non essere del tutto condensato.

Nel regime stratificato è sempre presente un film di condensato sulla parte fredda del tubo. A bassi flussi per effetto della gravità il condensato fluisce nella parte inferiore del tubo, ma all'aumentare del flusso di massa la forza di trascinamento esercitata dal vapore sul liquido diventa predominante, e il film entra in un regime turbolento.

Per bassi flussi e basse forze di trascinamento, la condensazione interna avviene con modalità analoghe alla condensazione esterna. Partendo dal valore locale della frazione di vuoto  $\alpha$  è possibile definire l'area trasversale  $A_1$  dello strato condensato nella parte inferiore. Definito  $\theta_{strat}$  l'angolo che separa la zona di condensazione a film dalla zona convettiva, il coefficiente di scambio termico locale  $h_1$  è dato dalla media proporzionale dei coefficienti nelle due zone:

$$h_1 = \theta_{strat} h_{1, film} / \pi + (\pi - \theta_{strat}) h_{1, strat} / \pi .$$

A flussi di massa elevati lo scambio termico avviene maggiormente nella porzione in regime anulare turbolento. Per il calcolo del coefficiente di scambio termico sono state ricavate diverse correlazioni, valide nelle diverse condizioni.

Per flussi di massa  $G < 200 \text{ kg/m}^2$  si utilizza la relazione di Akers, Deans e Crosser:

$$Nu_1 = h_1 D_i / k_1 = C Re_e^n Pr_1^{1/3}$$

dove  $Re_e = Re_{10} M$  è un numero di Reynolds equivalente, con  $Re_{10} = G D_i / \mu_1$

$$\text{e } M = ( (1 - x) + x(\rho_1 / \rho_v)^{1/2} ) .$$

La coppia di parametri empirici C ed n vale rispettivamente (0.0265, 0.8) per  $Re_e > 5 \cdot 10^4$  e (5.03, 1/3) per  $Re_e$  minori di tale valore.

Per flussi di massa più elevati si utilizza la correlazione di Shah, che considera la pressione ridotta  $Pr = P_{sat} / P_c$  al posto del rapporto di densità:

$$Nu_1 = h_1 D_i / k_l = 0.023 Re_{l0}^{0.8} Pr_1^{0.4} \left( (1-x)^{0.8} + 3.8 x^{0.76} (1-x)^{0.04} / Pr^{0.38} \right).$$

Per il regime anulare ed il regime stratificato-ondulato si utilizzano le correlazioni di Dobson e Chato. Nel regime anulare vale

$$Nu_1 = h_1 D_i / k_l = 0.023 Re_1^{0.8} Pr_1^{0.4} (1 + 2.22 / X_{tt}^{0.89}),$$

dove il numero di Reynolds è solo quello del liquido  $Re_1 = G (1-x) D_i / \mu_l$  e  $X_{tt}$  è il parametro di Martinelli  $X_{tt} = (\rho_v / \rho_l)^{0.5} ((1-x)/x)^{0.9} (\mu_l / \mu_v)^{0.1}$ .

Nel regime stratificato-ondulato si calcola prima la frazione di vuoto tramite l'equazione di Zivi:

$$\alpha = \left( 1 + \frac{1-x}{x} (\rho_v / \rho_l)^{2/3} \right)^{-1}$$

è poi l'angolo  $\theta_{strat}$  tramite l'approssimazione  $1 - \theta_{strat} / \pi \approx \frac{\arccos(2\alpha-1)}{\pi}$ .

Infine, il coefficiente di scambio termico è

$$Nu_1 = [0.23 Re_{v0}^{0.12} / (1 + 1.11 X_{tt}^{0.58})] (Ga_1 Pr_1 / Ja_1)^{0.25} + (1 - \theta_{strat} / \pi) Nu_{strat}.$$

Il numero di Reynolds è riferito solo alla fase vapore  $Re_{v0} = G D_i / \mu_v$ .

Il numero di Galileo e di Jakob sono riferiti alla fase liquida e valgono

$$Ga_1 = g \rho_l (\rho_l - \rho_v) D_i^3 / \mu_l^2, \quad Ja_1 = c_{p,l} (T_{sat} - T_p) / \Delta h_{l,v}.$$

Mentre  $Nu_{strat} = 0.0195 Re_1^{0.8} Pr_1^{0.4} (1.376 + c_1 / X_{tt}^{c_2})^{0.5}$  dove  $c_1$  e  $c_2$  sono valori in funzione del numero di Froude caratteristico del liquido.

## 7. Convenzione in condizioni di microgravità

Fino ad ora abbiamo trattato della convenzione con cambiamento di fase in presenza del campo gravitazionale terrestre, che causa il galleggiamento dei fluido e i fenomeni fino ad ora esposti. Ci sono alcuni tipi di applicazioni, quali ad esempio i satelliti spaziali utilizzati per le telecomunicazioni oppure i reattori nucleari spaziali per le missioni di lunga durata, che dal punto di vista tecnologico avanzano rapidamente, e l'aumento delle prestazioni comporta un inevitabile aumento delle potenze termiche in gioco. Si rende necessaria dunque la progettazione di sistemi di raffreddamento in grado di far fronte a tali flussi di calore. I sistemi di raffreddamento basati sul raffreddamento monofase, dove il refrigerante non cambia fase, non sono in grado di rendere coefficienti di scambio termico sufficientemente elevati. Per andare incontro alle esigenze delle tecnologie spaziali si vuole ricorrere quindi a sistemi che sfruttano l'ebollizione del refrigerante, in condizioni di convezione forzata, in quanto sfruttano il flusso di calore latente di vaporizzazione permettendo di ridurre peso e dimensioni dei satelliti e delle piattaforme spaziali.

Le bolle in ebollizione in regime di convezione forzata tendono ad avere dimensioni maggiore nel caso della microgravità, in quanto la spinta di galleggiamento è praticamente nulla ed il distaccamento della bolla dalla superficie scaldante avviene solo per la forza di trascinamento. Inoltre tale forza aumenta proporzionalmente al crescere della velocità del fluido ( controllabile nella convezione forzata), diventando del tutto predominante rispetto al galleggiamento. Per progettare quindi un sistema che funzioni in condizioni operative indipendenti dalla gravità è utile individuare una velocità limite, detta velocità di soglia, oltre la quale l'azione galleggiante è praticamente nulla. Questa velocità varia a seconda della geometria dei condotti e alla quantità di vapore presente.

Al di sotto della velocità di soglia, poiché le bolle hanno un diametro maggiore è alta la probabilità che queste coalescano, ritardando successivamente la ricondensazione del vapore nel fluido. Solitamente questo è il caso dei sistemi che sfruttano

l'ebollizione in condizioni di sottoraffreddamento, caratterizzati da una temperatura media del fluido refrigerante inferiore al valore di saturazione ma con una rilevante attività di ebollizione localizzata sulla parete scaldante. L'insufficiente condensazione può portare a raggiungere una crisi termica del sistema, con possibile rottura per surriscaldamento termico dei materiali da raffreddare.

La diversa frazione del vuoto nel deflusso, cioè l'area occupata del vapore nel condotto di passaggio del refrigerante, altera il flow pattern, cioè la configurazione di distribuzione del vapore e del liquido nel condotto. Questo avviene in conseguenza alle maggiori dimensioni delle bolle. La conoscenza del flow pattern permette di determinare l'andamento dello scambio termico, delle perdite di carico e del rischio di crisi termica.

Questo campo di studio è tutta via pieno ancora pieno di lacune e inoltre difficile da esplorare, a causa delle scarsissime opportunità che si hanno per eseguire prove sperimentali. Inoltre bisogna considerare le difficoltà di gestire un esperimento con circolazione di fluido nelle condizioni di microgravità, le ridotte disponibilità di potenza termica, di spazio e di peso nelle varie prove sperimentali, ed il costo elevato di tali ricerche.

Le condizioni di microgravità nell'ambito delle quali eseguire le prove necessarie sono ottenibili con il volo parabolico, sounding rockets, drop towers, capsule orbitanti, e in stazione spaziale internazionale (ISS).

Il volo parabolico viene ottenuto con aerei commerciali modificati, riuscendo ad ottenere un regime di microgravità per un tempo molto piccolo di circa 20s e con un valore di gravità ridotta molto instabile, oscillante intorno al valore di  $10^{-2}g$ . Questo fenomeno noto come g-jitter compromette le prove in pool boiling, mentre per le prove in convezione forzata è trascurabile.

Sugli aerei vengono eseguiti più prove contemporaneamente e, in base alle dimensioni, a bordo viene ospitato il personale addetto alla sicurezza e gli

sperimentatori. Gli esperimenti si eseguono in serie durante delle campagne che durano fino a 3 giorni, con 30 parabole eseguite ogni giorno. Attualmente il volo parabolico è la soluzione maggiormente utilizzata per la ricerca in queste condizioni, soprattutto per la comodità di avere ricercatori a bordo e per la durata di esame ragionevole.

Il sounding rockets utilizza i razzi, consentendo di ottenere le condizioni di microgravità per tempi lunghi anche 12-13 minuti, con un g-jitter ridotto. Tuttavia le opportunità di sperimentazione sono ridotte e limitate ad investigazioni specifiche. Ovviamente i costi sono enormi, anche perché l'esperimento è del tutto automatizzato.

Nel drop tower una capsula contenente gli esperimenti viene fatta cadere in caduta libera realizzando alcuni secondi di microgravità. Anche in questo caso l'esperimento la durata delle condizioni di microgravità è assai limitata per poter studiare esperimenti di ebollizione in convezione forzata, la cui gestione senza operatore è assai ridotta.

Le capsule orbitanti ospitano piccoli laboratori per esperimenti di microgravità. La piattaforma ospita 13 diversi diagnostic tools e possono esservi alloggiati e operati contemporaneamente fino a 4 container sperimentali. La missione orbitale dura 15 giorni e i dati sperimentali possono essere memorizzati a bordo e parzialmente inviati a terra per telemetria.

## Appendice A

### Potenziali termodinamici

Consideriamo un sistema multifase e a più componenti, per il quale lo stato di tutte le fasi presenti può essere descritto da un numero finito di variabili dinamiche e termodinamiche. Supponiamo il sistema circondato da pareti adiabatiche, rigide ed impermeabili, e non soggetto ad azioni esterne. Per un sistema così definito esistono degli stati di equilibrio determinati univocamente da due variabili indipendenti e dal numero di moli degli  $m$  componenti.

La rappresentazione di Gibbs per l'energia interna del sistema è

$U = U(S, V, N_1, \dots, N_m)$ , dove le due variabili indipendenti sono l'entropia  $S$  (variabile di tipo termico) ed il volume  $V$  (variabile di tipo meccanico). Le moli  $N_i$  di ogni componente sono invece variabili di tipo massivo.

Tuttavia queste variabili non sono facilmente misurabili in quanto risulta difficoltoso ed indiretto il calcolo dell'entropia, nonostante sia semplice la misura della temperatura. Per questo motivo andremo a definire altri potenziali termodinamici.

La trasformata di Legendre definisce altri tre potenziali, riferite ad un solo componente per semplificarne la dicitura: l'entalpia  $H(S, P, N)$ , l'energia libera di Helmholtz

$F(T, V, N)$  e l'energia libera di Gibbs  $G(T, P, N)$ .

$T$  e  $P$  sono le variabili temperatura e pressione, di tipo termico e meccanico rispettivamente.

Come il numero di moli  $N$ , un'altra variabile intensiva di tipo massivo è il potenziale chimico  $\mu' = (\partial G / \partial N_i)_{T, P, N_{i \neq j}}$ .

La forma differenziale dei potenziali termodinamici è:

$$dU = TdS - PdV + \mu' dN,$$

$$dH = TdS + VdP + \mu' dN,$$

$$dF = -SdT - PdV + \mu' dN,$$

$$dG = -SdT + VdP + \mu' dN.$$

## Appendice B

### Gruppi adimensionali nella convezione naturale

Le considerazioni che seguono si basano su numerose ipotesi semplificative che ci fanno assumere un regime stazionario e bidimensionale, con proprietà termofisiche costanti e con la forza di gravità di verso negativo rispetto al sistema di riferimento. Si utilizza inoltre l'approssimazione di Boussinesq, ossia si considera il fluido incomprimibile sempre eccetto che nel termine di galleggiamento, in quanto induce lo spostamento del fluido.

Fatte queste assunzioni, l'equazione del momento lungo la direzione verticale  $x$  è :

$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = - (1/\rho) \frac{\partial p}{\partial x} - g + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$  , con il termine  $dp/dy = 0$  lungo la direzione  $y$ . I termini  $u$  e  $v$  rappresentano la velocità delle due fasi.

Il gradiente di pressione lungo la direzione  $x$  deve essere uguale al gradiente nella regione fuori lo strato limite. Inoltre in questa regione  $u = v = 0$ , quindi posso semplificare l'equazione:

$$dp/dx = \rho_{\infty} g .$$

Sostituendo l'uguaglianza trovata, per ogni punto dello strato limite l'equazione vale

$$\frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = (g/\rho)(\rho_{\infty} - \rho) + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}.$$

Per ogni fluido poi si può definire un coefficiente di espansione volumetrica che misura la variazione di densità del fluido a fronte di una variazione di temperatura. Cioè

$$\beta = (-1/\rho) \frac{\partial \rho}{\partial T} \approx (-1/\rho) (\rho_{\infty} - \rho)/(T_{\infty} - T). \text{ Dunque ricavo } (\rho_{\infty} - \rho) \approx \rho \beta (T_{\infty} - T).$$

Sostituendo si ottiene l'equazione della conservazione della quantità di moto lungo la direzione  $x$  del moto:

$\frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = g \beta (T_{\infty} - T) + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$  , dove compare chiaramente la forza di galleggiamento che governa il moto, in dipendenza con il gradiente di temperatura.

A questa equazione vanno aggiunte l'equazione di conservazione della massa e dell'energia

$$\partial u / \partial x + dv / dy = 0 \quad \text{e} \quad u \partial T / \partial x + v \partial T / \partial y = \alpha \partial^2 T / \partial y^2.$$

Andiamo ora ad rendere adimensionali i parametri che caratterizzano il moto, in modo che questo risulti dipendente solo dalle proprietà termofisiche del fluido.

$$x^* = x/L, \quad y^* = y/L, \quad u^* = u/u_0 \quad \text{e} \quad v^* = v/u_0$$

dove  $L$  è una lunghezza caratteristica e  $u_0$  una velocità di riferimento. Allora le equazioni di conservazione del moto e dell'energia diventano

$$u^* \partial u^* / \partial x^* + v^* \partial u^* / \partial y^* = g \beta (T_s - T_\infty) L T^* / u_0^2 + (1/Re_L^2) \partial^2 u^* / \partial y^{*2}$$

$$\text{e} \quad u^* \partial T^* / \partial x^* + v^* \partial T^* / \partial y^* = (1/Re_L Pr) \partial^2 T^* / \partial y^{*2}$$

dove compaiono il **numero di Prandtl**  $Pr = \nu/\alpha$  e il **numero di Reynolds**  $Re = VL/\nu$ , con  $\nu$  viscosità cinematica del fluido,  $\alpha$  la diffusività termica, espresse entrambe in  $m^2/s$ , e  $V$  la velocità del fluido. Tutte le proprietà del fluido vanno assunte relative alla temperatura di film, pari alla media aritmetica della temperatura della parete e di quella del fluido.

Nella convezione libera il valore di  $u_0$  non è noto per cui al posto del numero di Reynolds si utilizza un altro parametro, noto come numero di Grashof. Questo si ottiene moltiplicando il termine legato alle forze di galleggiamento per il quadrato di  $Re_L = u_0 L / \nu$ .

$$Gr_L = g \beta (T_s - T_\infty) L^3 / \nu^2.$$

Mentre il Reynolds esprime il rapporto tra le forze di inerzia e quelle viscosi, il Grashof rappresenta il rapporto tra le forze di galleggiamento e quelle viscosi che agiscono sull'elemento di fluido.

Per completezza introduciamo infine il numero di Nusselt

$Nu = hL/k_f$ , che equivale al coefficiente di scambio convettivo adimensionale.

Nel caso più generale dell'effetto combinato della convezione naturale e quella forzata, tale parametro è funzione del numero di Reynolds, Prandtl e di quello di Grashof.

## Appendice C

### Equazione di Clausius-Clapeyron

L'equazione di Clausius-Clapeyron descrive l'influenza di una variazione di temperatura sul valore della pressione nell'equilibrio liquido-vapore, valida per ogni tipo di equilibrio fra due fasi della stessa specie chimica:

$$dP/dT = \Delta h_{l,v} / (T \Delta v_{l,v}) ,$$

dove  $P$  è la pressione,  $T$  la temperatura assoluta,  $\Delta v$  la differenza fra i volumi molari dei due stati di aggregazione fra cui avviene il passaggio stesso e  $\Delta h$  il calore latente per unità di massa. La sua variazione rappresenta il calore scambiato durante una trasformazione a pressione costante. Nel caso che stiamo trattando indica il calore necessario per l'evaporazione a pressione costante.

Alcune approssimazioni e limitazioni consentono applicare l'equazione all'equilibrio liquido/vapore o solido/vapore. Nell'ipotesi che:

- il volume occupato da una mole di una specie chimica allo stato liquido o solido sia trascurabile rispetto a quello occupato dalla stessa mole allo stato di vapore,  $\Delta v = v_v$ ;
- Il vapore abbia comportamento quasi ideale, ed sia quindi applicabile l'equazione di stato del gas ideale  $v_v = RT/P$ ;
- $\Delta h$  si mantenga praticamente costante nell'intervallo di temperatura che si considera.

l'equazione precedente si può scrivere, nel caso dell'evaporazione,

$$dP/dT = P \Delta h_{l,v} / (RT^2) ,$$

che, integrata, diventa

$$\ln P = - \Delta h_{l,v} / RT + \text{costante}.$$

Questa espressione, applicata al passaggio di stato liquido-vapore, mostra che riportando i valori di  $\log P$  contro i valori  $1/T$  di un dato liquido (ottenuti sperimentalmente da misure di pressione di vapore a temperature diverse) si ottiene una retta dalla cui pendenza si ricava il valore dell'entalpia di evaporazione del liquido.

Conoscendo la pressione di vapore a due diverse temperature, possiamo scrivere

$$\ln(P_2) = -\Delta h_{l,v}/RT_2 + \text{costante}$$

$$\ln(P_1) = -\Delta h_{l,v}/RT_1 + \text{costante}$$

e, facendo la sottrazione, la costante può essere eliminata, ottenendo

$$\ln(P_2/P_1) = -\Delta h_{l,v} /R(1/T_2- 1/T_1) .$$

In particolare se è nota la pressione di vapor saturo  $P_0$  ad una certa temperatura  $T_0$ ,

l'espressione dell'equazione di Clapeyron diventa  $\ln(P/P_0) = -\Delta h_{l,v}/R(1/T- 1/T_0)$

cioè  $P = P_0 \exp[-\Delta h_{l,v} /R (1/T- 1/T_0)]$ .

## Appendice D

### Teorema del trasporto di Reynolds

Il teorema del trasporto di Reynolds permette di esprimere l'operazione di derivazione tramite un integrale. È usato per studiare le variazioni nel tempo di una grandezza fisica associata ad un dominio.

La forma finita o integrale, applicata ad una porzione di spazio scelta in maniera opportuna (il Volume di Controllo), permette di ottenere le equazioni da utilizzare per la risoluzione degli esercizi in casi di flussi più o meno semplici. La forma differenziale porta invece alle equazioni alle derivate parziali che reggono i moti fluidi più generali. Attraverso la superficie di controllo, che avvolge il volume di controllo, il fluido può fluire (entrare o uscire).

*Il teorema di Reynolds fornisce la variazione nel tempo all'interno del sistema di qualsiasi grandezza estensiva B, che è pari a :*

$$dB/dt = \int_w \frac{\partial(\rho b)}{\partial t} dW + \int_A \rho b V_n dA .$$

Cioè, la variazione è data dalla somma del termine di accumulazione, che esprime la variazione della grandezza all'interna del volume di controllo considerato, e del termine di scambio, che considera il passaggio della grandezza B attraverso la superficie che racchiude il volume di controllo.

La densità è espressa da  $\rho$ , mentre  $b$  è una grandezza intensiva che varia a seconda della grandezza estensiva B. Se B è la massa,  $b=1$  perché c'è già  $\rho$ . Nel caso in cui B è la quantità di moto,  $b$  rappresenta la velocità.

## Appendice E

### Teorema di Gauss

Il teorema della divergenza di Gauss si per trasformare gli integrali di superficie in integrali di volume.

Sia  $V$  un sottoinsieme di  $\mathbb{R}^3$  limitato e semplice rispetto a tutti e tre gli assi cartesiani, la cui frontiera  $S$  è costituita da superfici regolari e orientabili incollate lungo “spigoli”; indichiamo con  $\mathbf{n}_e$  il versore normale esterno a  $\partial V$ . Sia  $\mathbf{F}(x, y, z) = F_1(x, y, z)\mathbf{i} + F_2(x, y, z)\mathbf{j} + F_3(x, y, z)\mathbf{k}$  un campo vettoriale di classe  $C^1(A)$ , con  $A$  aperto contenente  $V$ . Allora vale la formula

$$\iiint_V \nabla \cdot \mathbf{F} \, dx dy dz = \iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}_e \, d\sigma.$$

L'espressione  $\nabla \cdot \mathbf{F} = \partial F_1 / \partial x + \partial F_2 / \partial y + \partial F_3 / \partial z$  si chiama divergenza del campo  $\mathbf{F}$ . L'integrale di superficie al secondo membro è il flusso del campo  $\mathbf{F}$  uscente dalla frontiera  $S$ .

## **Bibliografia**

Si citano di seguito i principali testi di riferimento, ai quali si rimanda per ulteriori approfondimenti alla tesi e per ricerche su argomenti correlati.

Yonus A. Cengel, *Heat Transfer – A practical Approach*.

A. Benjan, *Convexion Heat Transfer*.

F.P. Incropera, D.P. DeWitt, *Fundamentals of Heat & Mass Transfer*.

B. Federica, *Influenza degli ultrasuoni sullo scambio termico in monofase e bifase*.

S. Manservigi, R. Scardovelli, *Termoidraulica dei flussi bifase*.

G.P. Celato, A. D' Orazio, M. Gervasi, A. Lattanzi, L. Simonetti, G. Zummo, *Ebollizione in convezione forzata in condizioni di microgravità*.