

Università degli Studi di Bologna

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

D.I.S.T.A.R.T.

*Dipartimento di Ingegneria delle Strutture, dei Trasporti, delle Acque, del
Rilevamento e del Territorio*

**CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE
-INDIRIZZO STRUTTURE-**

Insegnamento: PROGETTI DI STRUTTURE LS

ANALISI DI PUSHOVER 3D PER STRUTTURE IN C.A.

Tesi di Laurea di:

MAURIZIO SERPIERI

Relatore:

Chiar.mo Prof. Ing. M. SAVOIA

Correlatori:

Dott. Ing. B. FERRACUTI

Dott. Ing. R. FRANZIA

Sessione III

Anno Accademico 2006-2007

*Alla mia famiglia:
i genitori Roberto e Antonella,
mio fratello Massimo.
Ai miei nonni e zii.
A mia cugina Ramona.*

Se ho visto più lontano, è perché stavo sulle spalle dei giganti.

Isaac Newton

I miei più sentiti ringraziamenti

al *Professore Ing. Marco Savoia*

per avermi offerto la possibilità di conoscere e scoprire un argomento di ricerca così interessante e all'avanguardia, lo ringrazio anche per gli indispensabili aiuti, delucidazioni e idee che mi ha fornito nei momenti difficili della tesi.

Un grazie anche per la sua passione rivolta all'ingegneria strutturale, la quale traspare durante le sue lezioni, e viene quindi trasmessa agli studenti: migliaia di ingegneri gli sono ora grati, io compreso,

al *Dott. Ing. Barbara Ferracuti*

per l'aiuto e la professionalità che mi è stata offerta in ogni momento, ma anche per i suggerimenti, consigli e idee che mi ha sempre celermente fornito per risolvere alcuni problemi di difficile soluzione.

Un ringraziamento speciale va per la minuziosa e impegnativa revisione che ha svolto durante il periodo in cui ho scritto la tesi, senza il suo supporto non sarei riuscito a fare tanto; un ulteriore grazie per il sempre forte interessamento mostrato nei confronti del mio operato, mille grazie!

all' *Ing. Roberto Francia*

per il grande supporto tecnico e morale, specialmente nelle fasi iniziali in cui mi sentivo perso e non sapevo nulla sull'argomento.

Un grazie anche per la sua simpatia utilizzata per sdrammatizzare i miei momenti di sconforto e per essersi interessato alla risoluzione dei miei problemi tecnici.

Un ringraziamento particolare va a tutte le altre persone del DISTART di tecnica delle costruzioni che non erano direttamente legate al mio lavoro, ma che comunque in caso di necessità si sono offerte di aiutarmi.

In loro ho trovato ho trovato grande professionalità e disponibilità.

Si deve conoscere la meta prima del percorso.

Jean Paul

INDICE

RINGRAZIAMENTI

Capitolo I

PROGETTAZIONE ANTISIMICA:

METODI DI ANALISI PER STRUTTURE PIANE SPAZIALI

1.1 Prefazione	1
1.2 Metodi di calcolo delle sollecitazioni indotte dal sisma	3
1.2.1 <i>Analisi statica equivalente (analisi lineare)</i>	4
1.2.2 <i>Analisi dinamica modale a spettro di risposta (analisi lineare)</i>	7
1.2.3 <i>Analisi statica non-lineare (Pushover)</i>	9
1.2.4 <i>Analisi dinamica non-lineare</i>	10
1.3 <i>Analisi statica non-lineare 3D (Pushover 3D)</i>	11
1.3.1 <i>Introduzione</i>	11
1.3.2 <i>Analisi di Pushover non adattivo per strutture spaziali irregolari</i>	14
1.3.2.1 Moghadam e Tso [1996]	14
1.3.2.2 Moghadam e Tso [2000]	18
1.3.2.3 Kilar e Fajfar [1996]	22
1.3.2.4 Faella e Kilar [1998]	25
1.3.2.5 Kilar e Fajfar [2002]	28
1.3.2.6 Penelis e Kappos [2002]	33
1.3.3 <i>Effetti dei modi superiori sul comportamento di strutture irregolari</i>	39
1.3.3.1 Chopra e Goel [2004]	39
1.3.3.2 Fujii, Nakano e Sanada [2004]	43
1.3.3.3 Yu, Pugliesi, Allen e Bischoff [2004]	46
1.3.3.4 Zaratè e Ayala [2004]	47
1.3.3.5 Fajfar, Marusic e Perus [2005]	49
1.3.4 <i>Conclusioni</i>	53

Capitolo II

DISTRIBUZIONE DELLE FORZE DI PUSHOVER ADOTTATE NELLE ANALISI

2.1 Introduzione all'analisi di Pushover	55
2.2 Analisi di Pushover con distribuzione Uniforme	61
2.3 Analisi di Pushover con distribuzione Triangolare	65
2.4 Analisi di Pushover con distribuzione Proporzionale al Modo Fondamentale	68
2.5 Analisi di Pushover con distribuzione delle forze di tipo α	72
2.6 Analisi di Pushover con distribuzione delle forze di tipo β (metodo proposto)	76
2.7 Analisi di Pushover con distribuzioni "Adattive"	83

Capitolo III

ANALISI IDA: PROCEDURA E METODI DI CONFRONTO CON IL PUSHOVER

3.1 Introduzione	86
3.2 Analisi Dinamica Incrementale (IDA)	88
3.2.1 Descrizione della metodologia	89
3.2.2 Scelta degli accelerogrammi	96
3.2.3 Applicazione delle analisi IDA al caso studio	102
3.2.3.1 Forzanti sismiche adottate nella presente tesi	104
3.3 Criteri di confronto dei risultati delle IDA con quelli di pushover	113
3.3.1 Confronto in termini globali: la curva di capacità e di isteresi	115
3.3.1.1 Problematiche nel pushover 3D	120
3.3.2 Confronto in termini locali: grafici di spostamenti e sollecitazioni di piano	133
3.3.2.1 Problematiche nel pushover 3D	136

Capitolo IV

MODELLAZIONE F.E.M. A FIBRE ED IMPIEGO DEL SOFTWARE SEISMOSTRUCT

4.1 Introduzione alla modellazione numerica delle strutture	144
4.2 La modellazione a fibre degli elementi	149
4.3 SeismoStruct – Modellazione degli elementi finiti in rigidità	152
4.3.1 Modellazione a fibre degli elementi beam in SeismoStruct	152

4.3.2	<i>Procedimenti di risoluzione del sistema algebrico di equazioni non-lineari</i>	155
4.3.3	<i>Tipologie di analisi possibili con SeismoStruct</i>	157
4.4	Materiali e schematizzazioni adottate nella presente tesi	157
4.4.1	<i>Modellazione non-lineare del calcestruzzo</i>	158
4.4.2	<i>Modellazione lineare del calcestruzzo</i>	162
4.4.3	<i>Modellazione non-lineare delle barre d'armatura</i>	162
4.4.4	<i>La modellazione dei solai</i>	163
4.5	Valutazione dello spostamento e rotazione del centro di massa	166
4.6	Criteri prestazionali e disposizione delle fibre di controllo	167
4.6.1	<i>Criteri prestazionali adottati nelle analisi</i>	167
4.6.2	<i>Impiego e disposizione delle fibre di controllo</i>	171
4.7	Parametri in output forniti dal software SeismoStruct	174

Capitolo V

IL CASO STUDIO A: TELAIO 3D IN C.A. FORTEMENTE IRREGOLARE IN PIANA

5.1	Introduzione	176
5.2	Il modello matematico della struttura	176
5.2.1	<i>Il modello geometrico</i>	176
5.2.1.1	Caratteristiche dimensionali e schematizzazione in elementi finiti	176
5.2.1.2	Vincolamento e distribuzione delle masse sulla struttura	181
5.2.2	<i>Il modello reologico: legame costitutivo del materiale e smorzamento</i>	182
5.2.3	<i>Parametri modali della struttura</i>	184
5.2.4	<i>Il modello delle azioni esterne</i>	190
5.3	Analisi lineari: confronti fra i risultati delle analisi dinamiche e pushover	190
5.3.1	<i>Risultati delle analisi dinamiche</i>	191
5.3.2	<i>Risultati delle analisi statiche</i>	195
5.3.3	<i>Confronti in termini globali: le curve di isteresi</i>	197
5.3.4	<i>Confronti in termini globali: le curve di capacità</i>	209
5.3.5	<i>Confronti in termini locali: spostamenti e sollecitazioni di piano</i>	217
5.3.5.1	Pushover $\beta = 0$ e IDA nell'istante Dx_{CM3} max (confronto non omogeneo)	218
5.3.5.2	Pushover $\beta = 0$ e IDA nell'istante Dx_{CM3} max (confronto omogeneo)	228
5.3.5.3	Pushover $\beta = 1$ e IDA nell'istante Rz_{CM3} max (confronto non omogeneo)	240
5.3.5.4	Pushover $\beta = 1$ e IDA nell'istante Rz_{CM3} max (confronto omogeneo)	248
5.3.5.5	Pushover $\beta = 0.9$ e IDA nell'istante Rz_{CM3} max (confronto non omogeneo)	256
5.3.5.6	Pushover $\beta = 0.9$ e IDA nell'istante Rz_{CM3} max (confronto omogeneo)	266
5.3.6	<i>Considerazioni sui risultati ottenuti</i>	276
5.4	Analisi non-lineari: confronti fra i risultati delle analisi dinamiche e pushover	280
5.4.1	<i>Risultati delle analisi dinamiche</i>	282

<i>5.4.2 Risultati delle analisi statiche</i>	285
<i>5.4.3 Confronti in termini globali: le curve di isteresi</i>	287
<i>5.4.4 Confronti in termini globali: le curve di capacità</i>	300
<i>5.4.5 Confronti in termini locali: spostamenti e sollecitazioni di piano</i>	306
5.4.5.1 Pushover $\beta = 0.25$ e IDA sisma 4b nell'istante in cui si raggiunge la rottura	308
5.4.5.2 Pushover $\beta = 0.38$ e IDA sisma 3c nell'istante in cui si raggiunge la rottura	317
<i>5.4.6 Considerazioni sui risultati ottenuti</i>	324

Capitolo VI

IL CASO STUDIO B: TELAIO 3D IN C.A. LIEVEMENTE IRREGOLARE IN PIANA

6.1 Introduzione	328
6.2 Il modello matematico della struttura	329
6.2.1 Il modello geometrico	329
6.2.1.1 Caratteristiche dimensionali e schematizzazione in elementi finiti	329
6.2.1.2 Vincolamento e distribuzione delle masse sulla struttura	333
6.2.2 Il modello reologico: legame costitutivo del materiale e smorzamento	335
6.2.3 Parametri modali della struttura	336
6.2.4 Il modello delle azioni esterne	341
6.3 Analisi lineari: confronti fra i risultati delle analisi dinamiche e pushover	341
6.3.1 Risultati delle analisi dinamiche	342
6.3.2 Risultati delle analisi statiche	346
6.3.3 Confronti in termini globali: le curve di isteresi	348
6.3.4 Confronti in termini globali: le curve di capacità	361
6.3.5 Confronti in termini locali: spostamenti e sollecitazioni di piano	369
6.3.5.2 Pushover $\beta = 0.3$ e IDA nell'istante D_{xCM3} max (confronto omogeneo)	371
6.3.5.6 Pushover $\beta = 0.66$ e IDA nell'istante R_{zCM3} max (confronto omogeneo)	381
6.3.6 Considerazioni sui risultati ottenuti	390

<i>CONCLUSIONI</i>	394
---------------------------	-----

<i>BIBLIOGRAFIA</i>	398
----------------------------	-----

Appendice A

ANALISI STATICA NON-LINEARE 2D (PUSHOVER 2D)

A.1 Pushover convenzionale	I
A.2 Analisi statica non lineare che considera i modi superiori	V
A.3 Procedure di Pushover “Adattivo”	VI
<i>A.3.1 Sollecitazioni laterali in forma di spostamenti</i>	IX
<i>A.3.2 L’algoritmo DAP – Displacement-based Adaptive Pushover</i>	X
A.3.2.1 Definizione del vettore nominale dei carichi	X
A.3.2.2 Determinazione del fattore moltiplicativo degli spostamenti	X
A.3.2.3 Calcolo del vettore di forma normalizzato	XI
A.3.2.4 Aggiornamento del vettore dei carichi complessivi	XIV
<i>A.3.3 L’algoritmo FAP – Force-based Adaptive Pushover</i>	XVI
A.3.3.1 Calcolo del vettore di forma normalizzato	XVI
A.3.3.2 Aggiornamento del vettore dei carichi complessivi	XVII

Appendice B

RISULTATI DELLE ANALISI NUMERICHE SVOLTE SUL CASO STUDIO A

B.1 Risultati delle analisi elastiche-lineari	XIX
<i>B.1.1 Analisi dinamiche: grafici di time-history, curve di isteresi e deformate</i>	XIX
<i>B.1.2 Analisi statiche: deformate e tabelle</i>	XLVI
B.2 Risultati delle analisi non-lineari	LII
<i>B.2.1 Analisi dinamiche: grafici di time-history, curve di isteresi e deformate</i>	LII
<i>B.2.2 Analisi statiche: deformate e tabelle</i>	LXXVIII

Capitolo I

Viviamo tutti sotto il medesimo cielo,
ma non tutti abbiamo lo stesso orizzonte.

Konrad Adenauer

PROGETTAZIONE ANTISISMICA: METODI DI ANALISI PER STRUTTURE PIANE E SPAZIALI

1.1 Prefazione

La necessità di poter costruire edifici che fossero in grado di resistere all'azione dei terremoti è sempre stata una priorità per le popolazioni che risiedono in zone a rischio sismico.

Negli ultimi decenni la progettazione antisismica delle strutture ha subito notevoli progressi, tali sviluppi sono da attribuirsi al grande interesse da parte della comunità scientifica nei confronti delle problematiche legate alla protezione degli edifici nei riguardi dell'azione sismica. In tale settore dell'ingegneria strutturale la ricerca procede seguendo due linee logiche differenti: da un lato vi è la ricerca di nuovi sistemi costruttivi, nuovi dispositivi, nuove linee guida di progettazione che permettano di ridurre gli effetti distruttivi del terremoto, dall'altro vi è la ricerca di nuove metodologie (ed implementazioni numeriche) per il calcolo degli effetti indotti dall'azione sismica.

I due aspetti della ricerca appena elencati sono fra loro complementari: l'uno asservisce e stimola l'altro.

Da una lato le nuove tecniche di calcolo stimolano la costruzione di strutture sempre più avveniristiche, dall'altro le nuove necessità di protezione degli edifici dall'azione sismica stimolano la messa a punto di metodi di calcolo adatti agli scopi.

Le nuove tecniche di analisi non-lineare che considerano anche i grandi spostamenti, gli effetti dissipativi, il degrado strutturale dovuto ai cicli di carico-

scarico ed una modellazione a fibre sono state stimulate dalla necessità di tenere in conto gli effetti che non erano considerati nei calcoli di qualche decennio fa, ma che oggi è necessario conoscere per garantire una buona progettazione strutturale basata sui criteri prestazionali.

La moderna progettazione antisismica è basata sul concetto di soddisfare diversi livelli di prestazione, per ognuno dei quali la struttura non deve superare dei prestabiliti gradi di danneggiamento.

Purtroppo per una progettazione di questo tipo è indispensabile un'analisi non-lineare del problema, ciò implica una crescente difficoltà operativa da parte dei progettisti, specie se si tratta di analisi dinamiche, le quali necessitano di più vaste conoscenze teoriche e sforzi computazionali rispetto alle analisi statiche lineari.

Oggi giorno la progettazione antisismica degli edifici si basa soprattutto su tali criteri prestazionali già descritti, ciò implica che la progettazione è basata sulla duttilità e in particolare sugli spostamenti: l'edificio deve essere in grado di garantire, con livelli di danneggiamento prefissati, la richiesta di spostamento fornita dal sisma.

Le analisi elastiche-lineari godono della semplicità di utilizzo e comprensione teorica, ma non sono in grado di prevedere la capacità di deformazione inelastica offerta da una struttura, per tale motivo risultano inadatte per una moderna progettazione antisismica basata sul concetto prestazionale, dove si vogliono indagare i comportamenti non-lineari e le condizioni prossime al collasso.

Da quanto appena detto si comprende il punto focale del problema: si cerca un metodo di calcolo degli effetti indotti dal sisma che possa prevedere l'offerta di spostamento di una struttura, che permetta di valutare sia il comportamento elastico che quello post-snervamento, dove e con quale progressione si formano le cerniere plastiche, dove si trovano le debolezze strutturali, come e quale tipo di crisi si raggiunge e quale sia il livello di duttilità strutturale; ma che al tempo stesso sia concettualmente semplice e poco dispendioso dal punto di vista computazionale.

Tutto ciò conduce alla definizione dell'analisi statica non-lineare (*pushover*), i cui dettagli e problematiche legate alle strutture spaziali sono esposte nel seguito della presente tesi.

In questo capitolo si vuole fornire invece una breve descrizione dei vari metodi di calcolo di progettazione antisismica proposti dalla normativa italiana e dalle principali normative internazionali (EC8, FEMA, ATC). Nell'esposizione dei vari metodi di calcolo ci si sofferma in modo particolare sul metodo di analisi di *pushover*, fornendo una descrizione dettagliata di come i vari autori di valenza internazionale abbiano proposto la sua applicazione a strutture spaziali irregolari, per le quali tutt'ora non si è giunti ad una soluzione definitiva ed universalmente ritenuta valida da tutti i ricercatori.

1.2 Metodi di calcolo delle sollecitazioni indotte dal sisma

Nel presente paragrafo sono presentati i metodi di calcolo che possono essere utilizzati nella progettazione antisismica; essi si suddividono in lineari e non-lineari, i quali a loro volta possono essere classificati in statici e dinamici.

In totale si avranno quindi quattro metodi di calcolo: due lineari (uno statico ed uno dinamico) e due non-lineari (uno statico ed uno dinamico).

Nel gergo tecnico tali metodologie di analisi assumono i seguenti nomi:

1. Analisi statica equivalente (analisi lineare).
2. Analisi dinamica modale a spettro di risposta (analisi lineare).
3. Analisi statica non-lineare di spinta laterale (Pushover).
4. Analisi dinamica non-lineare.

Tali metodologie di calcolo sono descritte in tutte le principali normative antisismiche internazionali (EC8, FEMA, ATC, ecc...) come metodi di calcolo standard per prevedere le sollecitazioni indotte dal sisma.

Tali tecniche di analisi si basano su concetti fondamentali della dinamica delle strutture applicati per il caso specifico di forzanti dinamiche di tipo sismico applicate alla base dell'edificio. I quattro metodi di calcolo appena citati sono esposti in ordine crescente di onere computazionale e accuratezza di previsione della risposta strutturale.

Fino a qualche decina di anni fa, quando l'uso del calcolo numerico non era così diffuso, l'impiego dei metodi di calcolo antisismico di tipo dinamico (o non-

lineare) non era affrontabile, quindi la progettazione antisismica delle strutture era basata solamente sui primi due metodi di calcolo elencati in precedenza; in particolare l'uso dell'analisi statica equivalente era molto diffuso per via della sua semplicità.

1.2.1 Analisi statica equivalente (analisi lineare)

La concezione logica di tale metodo di calcolo si basa sull'applicazione di forze statiche distribuite sull'altezza, le quali cercano di rappresentare le massime forze d'inerzia che si innescano sotto l'azione del sisma.

Trovate tali azioni statiche laterali da applicare alla struttura il calcolo degli effetti indotti si basa su un modello elastico-lineare della struttura.

L'analisi statica equivalente può essere utilizzata per costruzioni regolari in altezza. Un edificio è regolare in altezza se soddisfa i seguenti requisiti:

- tutti i sistemi resistenti dell'edificio (quali telai e pareti) si estendono per tutta l'altezza dell'edificio;
- massa e rigidezza rimangono costanti o variano gradualmente, senza bruschi cambiamenti, dalla base alla cima dell'edificio;
- eventuali restringimenti della sezione orizzontale dell'edificio avvengono in modo graduale da un piano al successivo.

Soddisfatte queste condizioni occorre che il primo periodo di vibrazione (T_1) della struttura, nella direzione in esame, non superi $2,5 \cdot T_C$.

Per edifici che non superino i 40 metri di altezza, in assenza di calcoli più dettagliati, T_1 può essere stimato utilizzando la formula seguente:

$$T_1 = C_1 \times H^{3/4} \quad (1.1)$$

Dove H è l'altezza dell'edificio, in metri, dal piano di fondazione e C_1 vale 0,085 per edifici con struttura a telaio in acciaio, 0,075 per edifici con struttura a telaio in calcestruzzo e 0,050 per edifici con qualsiasi altro tipo di struttura.

L'analisi statica consiste nell'applicazione di un sistema di forze distribuite lungo l'altezza dell'edificio assumendo una distribuzione lineare degli spostamenti. La forza da applicare è data nella formula seguente:

$$F_i = \frac{F_h(z_i \times W_i)}{\sum(z_j \times W_j)} \quad (1.2)$$

dove:

- $F_h = S_d(T_1)W \lambda / g$;
- F_i è la forza da applicare al piano i ;
- W_i e W_j sono i pesi delle masse ai piani i e j rispettivamente;
- z_i e z_j sono le altezze dei piani i e j rispetto alla fondazione;
- $S_d(T_1)$ è l'ordinata (associata al periodo del modo fondamentale della struttura) dello spettro di risposta di progetto in termini di accelerazione;
- W è il peso complessivo della costruzione, calcolato secondo quanto indicato per ogni tipo di struttura;
- λ è un coefficiente pari a 0,85 se l'edificio ha almeno 3 piani e se $T_1 < 2 \cdot T_C$, pari a 1 in tutti gli altri casi;
- g è l'accelerazione di gravità.

Il taglio alla base viene ripartito sui piani proporzionalmente alle forze d'inerzia corrispondenti ad un ipotetico modo di vibrare di forma triangolare.

Tale assunzione è un'ipotesi semplificativa, che risulta accettabile per strutture regolari.

Gli effetti torsionali accidentali possono essere tenuti in conto applicando a ogni piano la forza sismica F_i con eccentricità e_{ai} o, in modo equivalente, sommando agli effetti delle forze statiche quelli dovuti ai momenti $M_i = e_{ai}F_i$. per edifici aventi massa e rigidezza distribuite in modo approssimativamente simmetrico in pianta e inscritto in un rettangolo con rapporto fra i lati inferiore a 4. Tali effetti possono essere considerati amplificando le sollecitazioni in ogni elemento resistente con il fattore δ risultante dalla seguente espressione:

$$\delta = 1 + \frac{0,6x}{L_e} \quad (1.3)$$

dove:

- x è la distanza dell'elemento resistente verticale dal baricentro geometrico dell'edificio misurata perpendicolarmente alla direzione dell'azione sismica considerata;
- L_e è la distanza tra i due elementi resistenti più lontani, misurati allo stesso modo (vedi *Figura 1.1*)

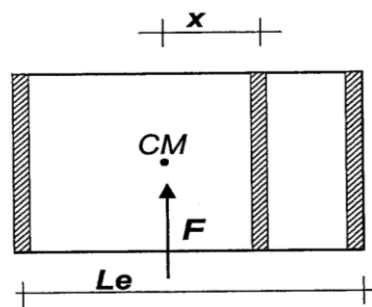


Figura 1.1 – Amplificazione delle Forze

Purtroppo il metodo di calcolo appena esposto è estremamente semplificato e possiede dei limiti di applicabilità ben definiti ed abbastanza restrittivi: non è applicabile in maniera generalizzata su tutte le strutture, ma risulta adatto solamente per gli edifici con regolarità geometrica, di rigidezza e di massa.

Per tali edifici si presuppone che il modo di vibrare fondamentale della struttura sia di forma quasi lineare sull'altezza e con massa partecipante superiore all' 85% di quella totale nella direzione prescelta. Ovviamente ciò non accade per strutture molto alte, dove i modi di vibrare superiori non sono trascurabili, e su strutture irregolari, dove modi torsionali e torso-traslazionali possono avere masse partecipanti non trascurabili.

Quanto appena detto porta a concludere che per strutture molto alte, o molto deformabili o fortemente irregolari l'analisi statica equivalente non può essere utilizzata poiché:

- non sono più soddisfatte le ipotesi che rendono valida l'analisi;
- il comportamento dinamico-strutturale è influenzato dai modi superiori;
- la distribuzione delle forze equivalenti è poco attendibile.

In questi casi è necessario utilizzare delle modellazioni più sofisticate.

Un passo ulteriore, in termini di accuratezza, è dato dall'analisi dinamica modale a spettro di risposta.

1.2.2 Analisi dinamica modale a spettro di risposta (analisi lineare)

L'analisi modale, associata allo spettro di risposta di progetto, è da considerarsi il metodo più diffuso per la definizione delle sollecitazioni di progetto, salvo quando altrimenti specificato, e va applicata ad un modello tridimensionale dell'edificio.

A differenza del metodo precedentemente descritto tale analisi prevede un'analisi modale iniziale per l'individuazione delle caratteristiche modali effettive della struttura. Le deformate modali consentono di definire delle distribuzioni di forze orizzontali che tengono conto anche di eventuali fenomeni torsionali per strutture irregolari in pianta.

L'analisi modale prevede il calcolo, tramite l'utilizzo dello spettro di risposta in pseudo-accelerazione, dei valori massimi delle sollecitazioni e degli spostamenti associati a ciascun modo proprio di vibrare della struttura supposta elastica lineare, seguito dalla combinazione della risposta modale secondo le comuni regole di combinazione dei modi:

- $E = \sqrt{\sum E_i^2}$ in cui i modi sono ben distinti in quanto il periodo di ciascun modo differisce di almeno il 10% da tutti gli altri, è detta *SRSS (Square Root of the Sum of the Squares)*;
- $E = \sqrt{\sum_i \sum_j \rho_{jk} E_j E_k}$ dove $\rho_{jk} = f(\omega_j, \omega_i, \xi)$ in cui i modi sono ravvicinati tra loro, è detta *CQC (Complete Quadratic Combination)*.

Possono essere considerati due modelli piani separati della struttura se sono rispettati i criteri di regolarità in pianta, uno per ogni direzione principale.

Occorre considerare tutti i modi con massa partecipante superiore a 5%, oppure un numero di modi la cui massa partecipante totale sia superiore all'85%.

Lo scopo è quello di sollecitare la struttura con distribuzioni di forze statiche proporzionali ai modi propri di vibrare della struttura, ottenendo la risposta

dinamica come combinazione lineare delle risposte ottenute con le singole distribuzioni.

L'analisi modale a spettro di risposta può essere applicata anche alle strutture spaziali irregolari, di discreta altezza o molto deformabili. Questa caratteristica rimuove le limitazioni del metodo di calcolo descritto in precedenza.

I metodi di analisi elastici-lineari appena esposti tengono conto del comportamento non-lineare della struttura tramite un fattore di struttura q che permette di ridurre lo spettro di risposta elastico; anche se la soluzione proposta non è risolutiva di tutti i problemi si cerca in tal modo di tener conto delle caratteristiche inelastiche della struttura.

L'analisi modale a spettro di risposta possiede sicuramente delle migliori rispetto all'analisi statica equivalente, migliori che estendono l'applicabilità di tale metodo di calcolo antisismico a più svariate classi di strutture: dalle più semplici e regolari a quelle più complesse ed irregolari.

Il vantaggio di tale analisi risiede nella capacità di cogliere il comportamento torsionale delle strutture attraverso l'applicazione di coppie torcenti di piano.

Nonostante tutto l'analisi modale a spettro di risposta appartiene alla classe delle analisi lineari, quindi è affetta, insieme all'analisi statica equivalente, da problemi e limitazioni proprie delle analisi lineari. Tali analisi non sono in grado di cogliere i cambiamenti nella risposta dinamica della struttura, che si verificano man mano che i singoli elementi si plasticizzano. Non sono date inoltre informazioni sulla distribuzione della domanda di anelasticità nella struttura.

Per i motivi appena esposti sono state sviluppate le metodologie di calcolo non-lineare. Esse permettono di comprendere come la struttura raggiunge la crisi, che tipo di crisi si innesca, dove si trovano le debolezze strutturali, dove e con quale progressione si formano le cerniere plastiche, quale sia il livello di duttilità strutturale e come varia la risposta passando dal comportamento lineare a quello non-lineare

1.2.3 Analisi statica non-lineare (Pushover)

L'analisi statica non-lineare consiste nell'applicare all'edificio carichi gravitazionali ed un sistema di forze orizzontali che, mantenendo invariati i rapporti relativi fra le forze stesse, vengono tutte scalate in modo da far crescere monotonamente lo spostamento orizzontale di un punto di controllo sulla struttura (solitamente un punto in sommità dell'edificio), fino al raggiungimento delle condizioni ultime.

Con tale analisi è possibile verificare la capacità della struttura, sia in termini di resistenza che di deformabilità, tenendo conto sia delle non linearità geometriche che di quelle del materiale.

Questo tipo di analisi può essere applicato per gli scopi e nei casi seguenti:

- valutare i rapporti di sovrarresistenza α_u/α_1 ;
- verificare l'effettiva distribuzione della domanda inelastica negli edifici progettati con il fattore di riduzione q ;
- come metodo di progetto per gli edifici di nuova costruzione sostitutivo dei metodi di analisi lineari;
- come metodo per la valutazione della capacità di edifici esistenti.

I passi e concetti dell'analisi di *pushover* sono esposti in maniera dettagliata nel secondo capitolo e nell'appendice A, a cui si rimanda per i necessari approfondimenti.

Qui ricordiamo che il metodo di analisi appena citato è ancora in fase di studio, sperimentazione e validazione, specie per quel che riguarda la sua applicabilità alle strutture spaziali irregolari. Nell'ambito della presente tesi si è cercato di fare chiarezza su alcuni aspetti e problemi che sorgono nell'applicare l'analisi di *pushover* alle strutture spaziali irregolari.

Purtroppo l'analisi statica non-lineare non riesce (ancora) a prevedere alcuni aspetti, effetti ed alcune risposte strutturali che solamente un'analisi dinamica non-lineare oggi riesce a cogliere. Quanto appena detto vale soprattutto per le già citate strutture spaziali irregolari, dove la risposta torsionale porta a degli effetti dinamici che difficilmente si riescono a prevedere con un'analisi di tipo statico.

Per tale motivo l'analisi dinamica non-lineare rimane tutt'oggi il metodo di analisi più completo a disposizione del progettista antisismico, ricordando però il grande onere computazionale che tali analisi comportano.

Nell'ambito della presente tesi si è comunque proposto un metodo di analisi di *pushover* (con distribuzione di tipo β delle forze, vedi il secondo capitolo) che possa cogliere al meglio i diversi aspetti e caratteristiche della risposta traslazionale e torsionale di una struttura spaziale irregolare.

1.2.4 Analisi dinamica non-lineare

L'analisi dinamica non-lineare è a tutt'oggi sicuramente il metodo di calcolo più avanzato, preciso e affidabile che si abbia a disposizione, in quanto permette di conoscere l'evoluzione nel tempo dei diversi parametri di risposta della struttura (spostamenti, deformazioni, tensioni e sollecitazioni).

La risposta sismica della struttura è calcolata mediante integrazione delle equazioni del moto, utilizzando un modello tridimensionale dell'edificio e degli accelerogrammi adatti allo scopo, che devono essere almeno sette.

Tali accelerogrammi servono per valutare gli effetti sulla struttura (sollecitazioni, deformazioni, spostamenti, tensioni) che possono essere rappresentati dalla media dei valori massimi ottenuti nelle analisi; nel caso di un numero inferiore di sette gruppi di accelerogrammi si farà riferimento ai valori più sfavorevoli.

Quanto appena detto sembrerebbe classificare l'analisi dinamica non-lineare come l'approccio ottimale e regnante nell'ambito della progettazione antisismica, in realtà dietro a tanti pregi si nascondono i difetti di tale metodo di calcolo.

Primo fra tutti l'onerosità computazionale e la complessità concettuale. In secondo luogo vi è la non trascurabile difficoltà dell'applicazione del metodo, in particolare per la criticità di alcuni aspetti, principalmente due. Il primo consiste nell'individuazione di un modello che sia in grado di descrivere il comportamento post-elastico sotto cicli di carico e scarico degli elementi e la conseguente dissipazione di energia, il secondo nella necessità di rappresentare gli eventi sismici attesi nella zona in cui è situato l'edificio oggetto di studio attraverso gli accelerogrammi da utilizzare come *input*.

Il problema dell'onerosità computazionale del metodo discusso diventa evidentemente ancor più significativo se si considera che le analisi devono essere ripetute per un numero elevato di volte in modo da garantire una validità di tipo probabilistico alle previsioni, ma anche a causa dell'iteratività propria di ogni procedimento di progettazione dovuta agli errori di modellazione, aggiustamenti e revisioni del progetto originario, riprogettazione di alcune parti, ripensamenti sulla concezione strutturale da adottare e modifiche volute dal committente dell'opera.

Una variante dell'analisi dinamica non-lineare appena descritta è l'analisi dinamica incrementale (*IDA*) presentata nel terzo capitolo, a cui si rimanda per gli approfondimenti necessari. Tale metodologia di calcolo risulta un'evoluzione dell'analisi dinamica non-lineare, da cui ne riprende tutte le caratteristiche e principi base, ma al tempo stesso aggiunge caratteristiche e possibilità investigative sconosciute alla "classica" analisi dinamica non-lineare.

Vista la complessità e le problematiche connesse alle analisi dinamiche non-lineari da anni si cerca una soluzione di compromesso che, tramite un calcolo statico non-lineare, porti ad una accuratezza accettabile dei risultati senza perdere di vista gli aspetti non-lineari del problema.

1.3 Analisi statica non-lineare 3D (Pushover 3D)

1.3.1 Introduzione

L'analisi statica non-lineare, detta anche analisi di *pushover*, è uno degli approcci attualmente utilizzati per lo studio e la progettazione antisismica di strutture regolari sia in pianta che in altezza. Grazie a tale regolarità è possibile studiare il comportamento strutturale del telaio spaziale attraverso l'analisi di singoli telai piani. L'intera struttura spaziale viene scomposta in telai piani equivalenti, i quali possono essere studiati con le metodologie di analisi di *pushover* 2D già sperimentate e validate per l'analisi di strutture piane.

Tali metodologie di *pushover* 2D, come descritto nell'appendice A, forniscono una buona descrizione del comportamento strutturale di un telaio soggetto ad

azione sismica, il tutto con oneri computazionali abbastanza ridotti. La validazione dei diversi metodi di *pushover* 2D è avvenuta attraverso un confronto con i risultati ottenuti dalle analisi dinamiche incrementali, come specificato nella pubblicazione Ferracuti B., Savoia M., Pinho R., Francia R. [2006].

Sebbene l'analisi di *pushover* possa essere una attraente metodologia per lo studio e progettazione antisismica delle strutture, l'estensione al caso tridimensionale (*Pushover* 3D) implica qualche problema a cui bisogna rispondere prima di effettuare l'analisi. Innanzitutto è importante definire correttamente il modello numerico che deve rispecchiare il reale comportamento della struttura, quindi sorgono delle problematiche su che tipo di modellazione meccanica adottare per gli elementi finiti che verranno utilizzati nella costruzione del modello numerico della struttura. Tali elementi finiti dovranno essere in grado di cogliere i molteplici aspetti non-lineari del problema: sia non-linearità meccaniche che geometriche. Inoltre la schematizzazione della struttura deve essere ragionata ed accurata, per evitare modellazioni errate e fenomeni di localizzazione delle deformazioni.

Definiti gli elementi strutturali come pilastri e travi nelle loro reale conformazione, il problema si pone nella modellazione del solaio. Il solaio deve essere sufficientemente rigido per poter concentrare le masse e i momenti d'inerzia degli impalcati nei baricentri di piano, inoltre deve ripartire le forze d'inerzia sugli elementi resistenti senza subire deformazioni anelastiche durante il sisma.

Ottenuto il modello strutturale, il problema successivo è quello di definire come applicare le forze statiche sia lungo l'altezza dell'edificio che a livello di singolo piano. Utilizzando un'analisi di *pushover*, il primo problema è la scelta della distribuzione dei carichi laterali che, come noto dall'OPCM 3274 e dall'Eurocodice 8, può essere uniforme oppure proporzionale al modo di vibrare fondamentale della struttura. Tali due distribuzioni di forze sono state proposte specificatamente per le strutture piane, dove tutte le forze applicate sono contenute nel piano e non vi è la possibilità di moti torsionali della struttura.

Nell'ambito delle strutture spaziali, soprattutto irregolari, i moti torsionali possono avere masse partecipanti rilevanti, quindi non trascurabili. In tali casi

l'utilizzo delle "classiche" distribuzioni di forze laterali adottate nelle analisi 2D potrebbero non condurre a risultati attendibili. Nell'ambito dell'analisi di *pushover* 3D rimane quindi da capire come distribuire le forze sull'altezza della struttura in modo da tener conto degli effetti sia traslazionali che torsionali.

Il secondo problema che si incontra è nella scelta di dove e come applicare i carichi laterali a livello del singolo piano: sullo stesso piano ci possono essere diversi punti in cui è possibile applicare le forze di spinta laterale. La scelta consigliata è quella di applicare i carichi, che per le strutture spaziali possono essere sia forze traslazionali che coppie torsionali, nei centri di massa di piano schematizzando il solaio come infinitamente rigido.

Ovviamente quanto appena detto perde la sua validità nel caso in cui i solai non possono ritenersi infinitamente rigidi, in tali casi il problema di come distribuire le forze di *pushover* a livello del singolo piano rimane un problema di difficile risoluzione.

Definito il modello strutturale e fatte le dovute scelte per la distribuzione in pianta ed in altezza delle forze statiche, ora risulta necessario stabilire con quale tipo di analisi si possono confrontare i risultati per la validazione del metodo. L'analisi che ad oggi definisce correttamente la risposta della struttura, proposta da Vamvatsikos e Cornell [2002], è l'analisi dinamica incrementale (*IDA*) descritta nel terzo capitolo, a cui si rimanda per gli approfondimenti necessari.

Nel confronto fra i risultati dei due metodi di analisi occorre decidere quali grandezze sono più rappresentative. Molti autori (Faella e Kilar [1998], Kilar e Fajfar [2002], Penelis e Kappos [2002], Zaratè e Ayala [2004]) considerano per il confronto la curva di *pushover*, taglio alla base - spostamento massimo di un punto in sommità, dove tale punto solitamente corrisponde al C_M dell'ultimo piano e la curva taglio alla base - rotazione massima del C_M in sommità. Nell'ambito di quali parametri di risposta di una struttura spaziale irregolare sia significativo riportare rimanevano fino a qualche anno fa dei dubbi, mentre ad oggi molti aspetti e problematiche sono state chiarite; anche se i problemi che sorgono nel confronto, fra i risultati di un'analisi dinamica con quelli di un'analisi di *pushover*, sono molteplici e di difficile risoluzione. Tutt'ora non esiste un metodo di confronto univoco ed universalmente riconosciuto da tutti i ricercatori.

Al riguardo delle problematiche di confronto appena citate si rimanda alla lettura del terzo capitolo.

Negli ultimi anni molti autori hanno cercato di approfondire il metodo di analisi di *pushover* per strutture irregolari. Nel seguito del presente capitolo vengono presentate le metodologie di calcolo e i risultati ottenuti fino ad oggi da diversi autori.

1.3.2 Analisi di Pushover non adattivo per strutture spaziali irregolari

Molti ricercatori hanno posto attenzione allo sviluppo di semplici metodologie di calcolo, capaci di predire la risposta sismica di strutture irregolari mediante delle analisi statiche non-lineari.

1.3.2.1 Moghadam e Tso [1996], “Damage assessment of eccentric multistorey buildings using 3D pushover analysis”

La procedura utilizza i risultati di due analisi di *pushover* 3D insieme con la risposta dinamica di un sistema equivalente SDOF (single degree of freedom) valutando la deformazione sismica e il danneggiamento degli elementi localizzati sul perimetro della struttura. L'affidabilità della procedura è stata dimostrata dalla valutazione del danneggiamento di una struttura di sette piani in cemento armato con telai eccentrici soggetta a una serie di terremoti con differenti caratteristiche.

L'eccessiva risposta torsionale di strutture eccentriche multipiano è la causa maggiore di danneggiamento da parte del terremoto. La risposta torsionale induce un ampliamento degli spostamenti nel lato flessibile delle strutture. Gli autori si propongono di semplificare il processo di valutazione del danneggiamento. La procedura è basata su un sistema equivalente SDOF concepito dalla proposta di Saiidi e Sozen [1981] per valutare la risposta sismica non-lineare della struttura. È coinvolta un'analisi dinamica inelastica del sistema SDOF più due analisi inelastiche di strutture tridimensionali soggette a carico statico incrementale.

La procedura è spiegata in dettaglio per il caso di una struttura a N piani avente un asse di simmetria in direzione x . La struttura è soggetta ad un sisma con azione perpendicolare all'asse di simmetria. Le $2N$ equazioni che descrivono la deformazione della struttura possono essere espresse nel seguente modo:

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & I_m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\delta} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} + \{R\} = - \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & I_m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \ddot{u}_g(t) \quad (1.4)$$

dove $\{\delta\}$ è il vettore degli spostamenti in direzione y del centro di massa (C_M) di piano, $\{\theta\}$ è il vettore delle rotazioni di piano e $\{R\}$ è il vettore delle forze. $[M]$ e $[I_m]$ sono rispettivamente la matrice delle masse e la matrice del momento d'inerzia del C_M e $u_g(t)$ è l'input del movimento del terreno. Se si assume che la struttura risponda all'azione sismica in un solo modo, il sistema *multy degree of freedom (MDOF)* può essere ridotto ad un sistema equivalente *SDOF* usando l'approccio generalizzato:

$$\begin{Bmatrix} \delta \\ \theta \end{Bmatrix} = \{\phi\} Y(t) \quad (1.5)$$

dove $\{\phi\}$ rappresenta il profilo di deformazione costante della struttura e $Y(t)$ sono le coordinate generalizzate. $\{\phi\}$ è normalizzato in modo che $Y(t)$ rappresenti lo spostamento del C_M del piano di copertura della struttura. Il profilo di deformazione è ottenuto dalla media delle analisi di *pushover* 3D della struttura, applicando le forze laterali distribuite $V\{f\}$ ai C_M di piano della struttura.

V rappresenta il taglio alla base e $\{f\}$ la distribuzione normalizzata delle forze applicate. Durante l'analisi di *pushover* è stato monitorata la relazione fra il taglio alla base e lo spostamento del C_M . Il risultato delle curve può essere scritto come $V = K \times G(Y)$ dove K è la pendenza iniziale della curva $V-Y$ e $G(Y)$ descrive l'approssimazione bilineare della curva. Il vettore delle forze restituito $\{R\}$ può essere rappresentato da un *set* di forze usando l'analisi di *pushover*. Tale *set* di equazioni può essere ridotto in una singola equazione valida per il sistema *SDOF*:

$$m^* \ddot{Y} + k^* \times G(Y) = -l^* \times \ddot{u}_g(t) \quad (1.6)$$

Dove m^* , k^* e l^* denotano massa, rigidezza e fattore di eccitazione del sisma per il sistema equivalente *SDOF*.

La soluzione dell'equazione (1.6) è ottenuta utilizzando la procedura di integrazione *step-by-step*. Il massimo assoluto di $Y(t)$ denotato con Y_{max}

rappresenta il massimo spostamento del C_M di copertura della struttura. Una volta determinato Y_{max} deve essere svolta una seconda analisi di *pushover* 3D. Questa seconda analisi termina quando lo spostamento del C_M della copertura della struttura eguaglia Y_{max} .

Gli autori hanno sperimentato questa metodologia su una struttura di sette piani in cemento armato, vedi *Figura 1.2*, dove il C_M risulta spostato di 2.4m rispetto al centro geometrico per tutti i piani e risulta pari al 10% della larghezza in pianta. Per l'analisi dinamica sono stati utilizzati sette accelerogrammi con uno smorzamento della struttura del 5%.

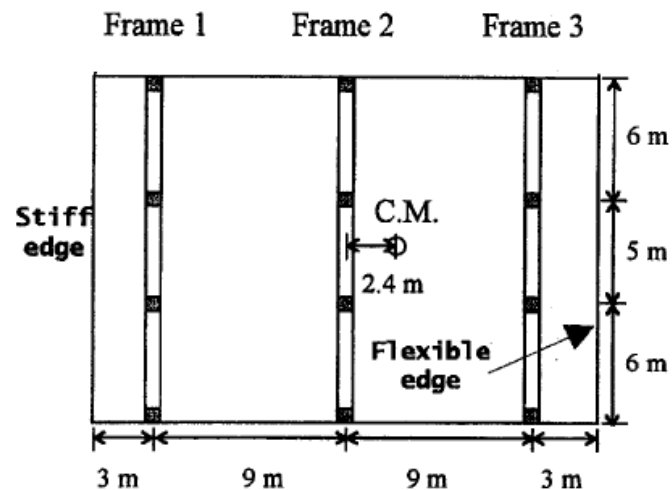


Figura 1.2 – Pianta della struttura.

Il confronto fra analisi statica e dinamica è stato eseguito in termini di spostamento massimo e di *interstorey drift* (vedi *Figura 1.3*). In *Figura 1.4* si riporta la massima duttilità di travi e colonne.

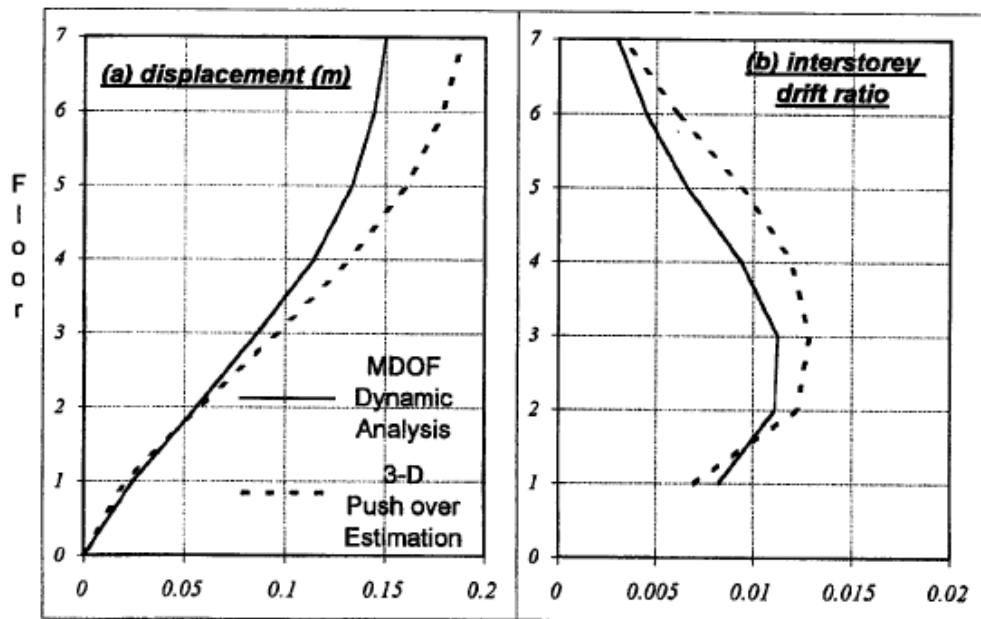


Figura 1.3 - a) massimo spostamento del lato flessibile b) massimo spostamento di interpiano del lato flessibile.

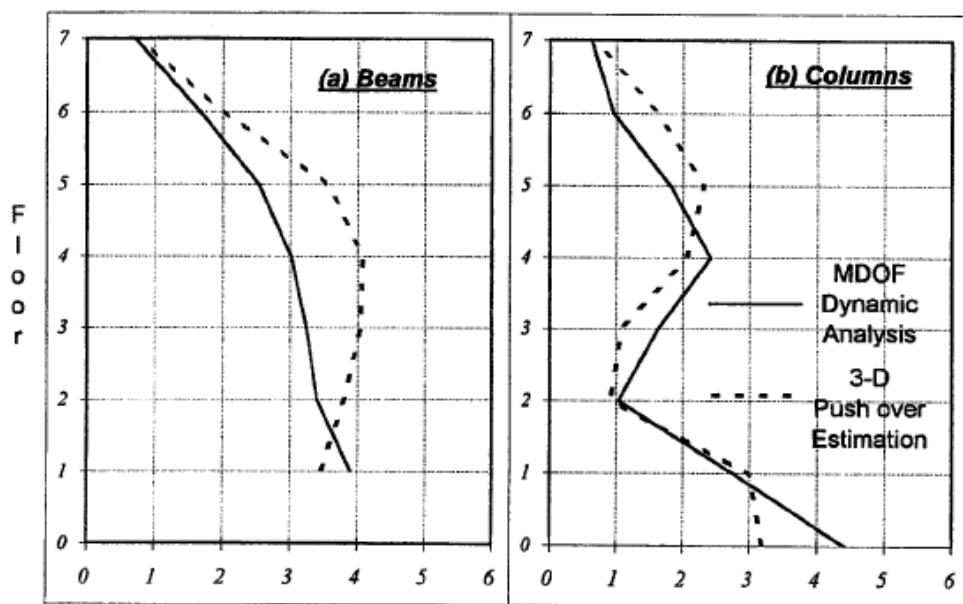


Figura 1.4 - a) massima duttilità in travi b) massima duttilità in colonne.

I due grafici dimostrano come deformazione e danneggiamento sono ben correlati. Gli autori affermano che questo metodo è in grado di dare buoni risultati e quindi ne consigliano l'utilizzo grazie anche al ridotto costo computazionali.

1.3.2.2 Moghadam e Tso [2000], “Pushover analysis for asymmetric and set-back multy-storey buildings”

Gli stessi autori in un articolo successivo, propongono l'estensione dell'analisi di *pushover* per edifici multipiano eccentrici. La procedura da loro proposta utilizza l'analisi dello spettro elastico della struttura ottenuto dal target degli spostamenti. È stato studiato un edificio asimmetrico costituito da tre telai di sette piani, vedi *Figura 1.5*. La struttura è soggetta a dieci registrazioni di accelerogrammi spettro compatibili di sismi applicati alla base ma non è chiaro se si utilizzano delle analisi dinamiche incrementali.

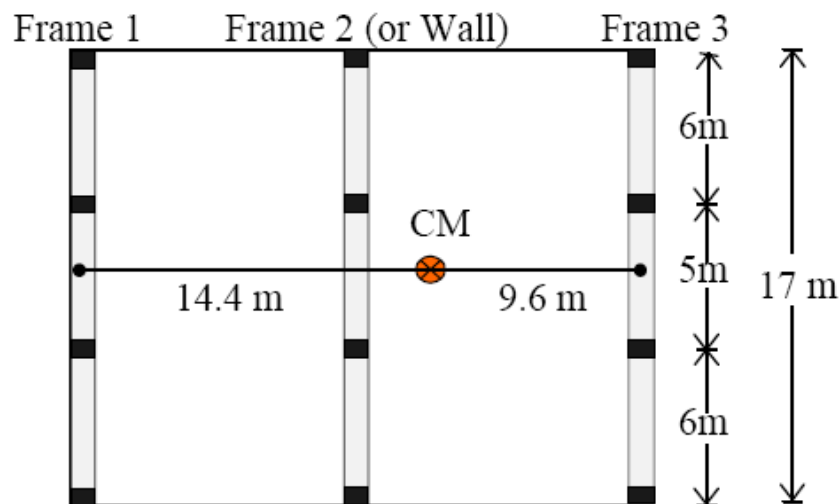


Figura 1.5 – Pianta della struttura esaminata.

La procedura è suddivisa in due parti. La prima parte riguarda la definizione degli spostamenti massimi determinati attraverso lo spettro elastico della struttura. Gli spostamenti massimi dei tre telai resistenti della struttura asimmetrica sono differenti fra loro a causa della diversa risposta torsionale. Perciò, occorre determinare i target di spostamenti per ogni telaio resistente.

La precisione dell'analisi di *pushover* dipende anche dall'uso dell'appropriata distribuzione di carichi laterali. In questo caso è stata assunta una distribuzione triangolare dei carichi laterali.

Ottenuto il target degli spostamenti con la corrispondente distribuzione dei carichi laterali, la seconda parte consiste nello svolgimento di analisi di *pushover* piane per specifici elementi. Ogni elemento è caricato con un set di carichi statici con la

stessa distribuzione delle forze elastiche sugli elementi ottenuti dall'accelerazione spettrale della struttura. Gli elementi sono stati spinti fino a quando si è ottenuto il massimo spostamento corrispondente al target degli spostamenti per ogni singolo telaio.

L'esempio riportato, data la pianta in *Figura 1.5*, presenta tre varianti: la versione originale "Frame Building" (*Figura 1.6*), "Set-back frame" (*Figura 1.7*) e "Wall-Frame" che nell'articolo non risulta presentata.

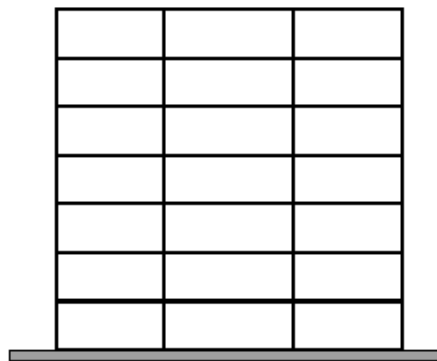


Figura 1.6 – Frame Building.

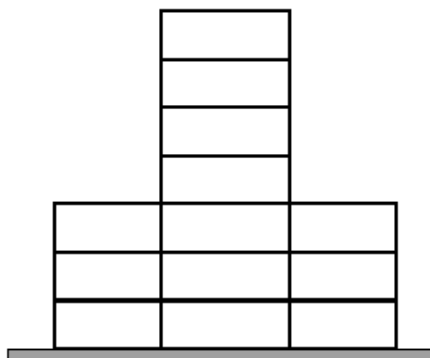


Figura 1.7 – Set-back Building

Dai risultati presentati in termini di spostamento di piano e di interpiano, *Figura 1.8* e *Figura 1.9*, gli autori fanno notare come il massimo spostamento è ben approssimato in alcuni casi e in altri sovrastimato così anche per gli spostamenti di interpiano.

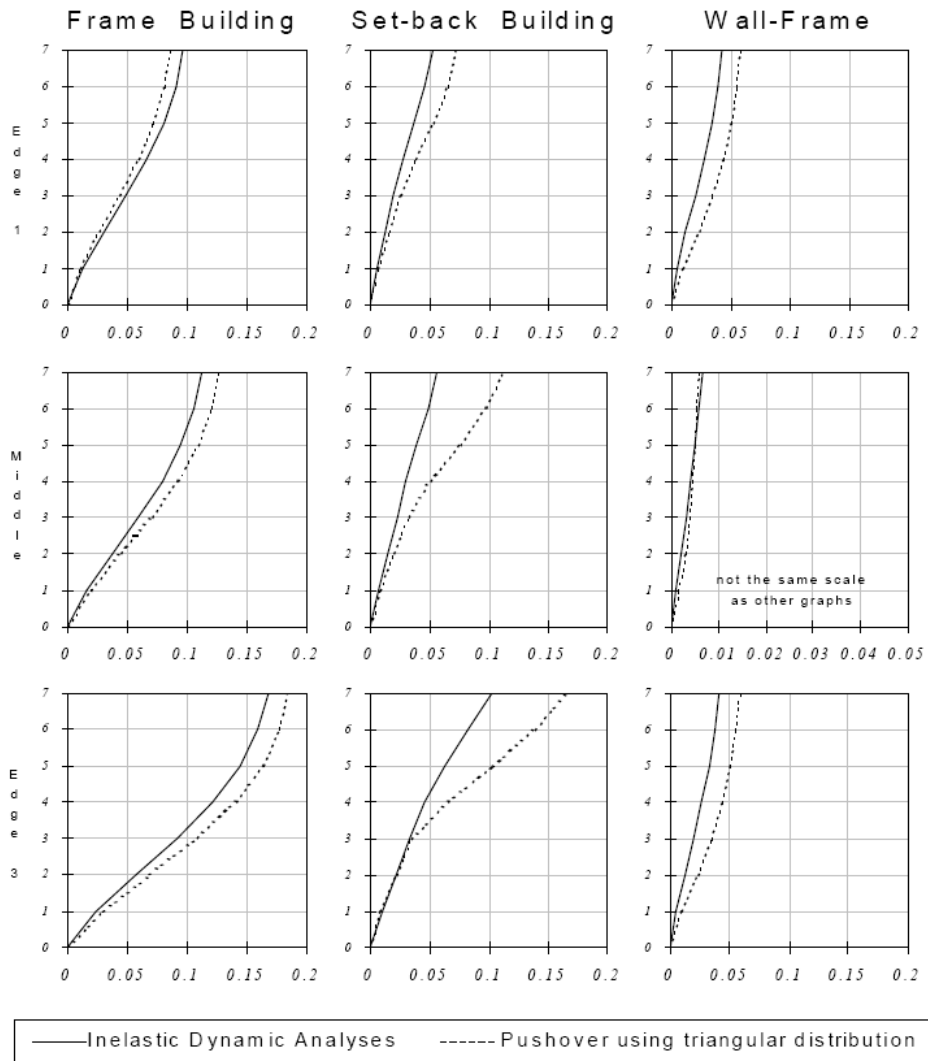


Figura 1.8 – *Media dei massimi spostamenti.*

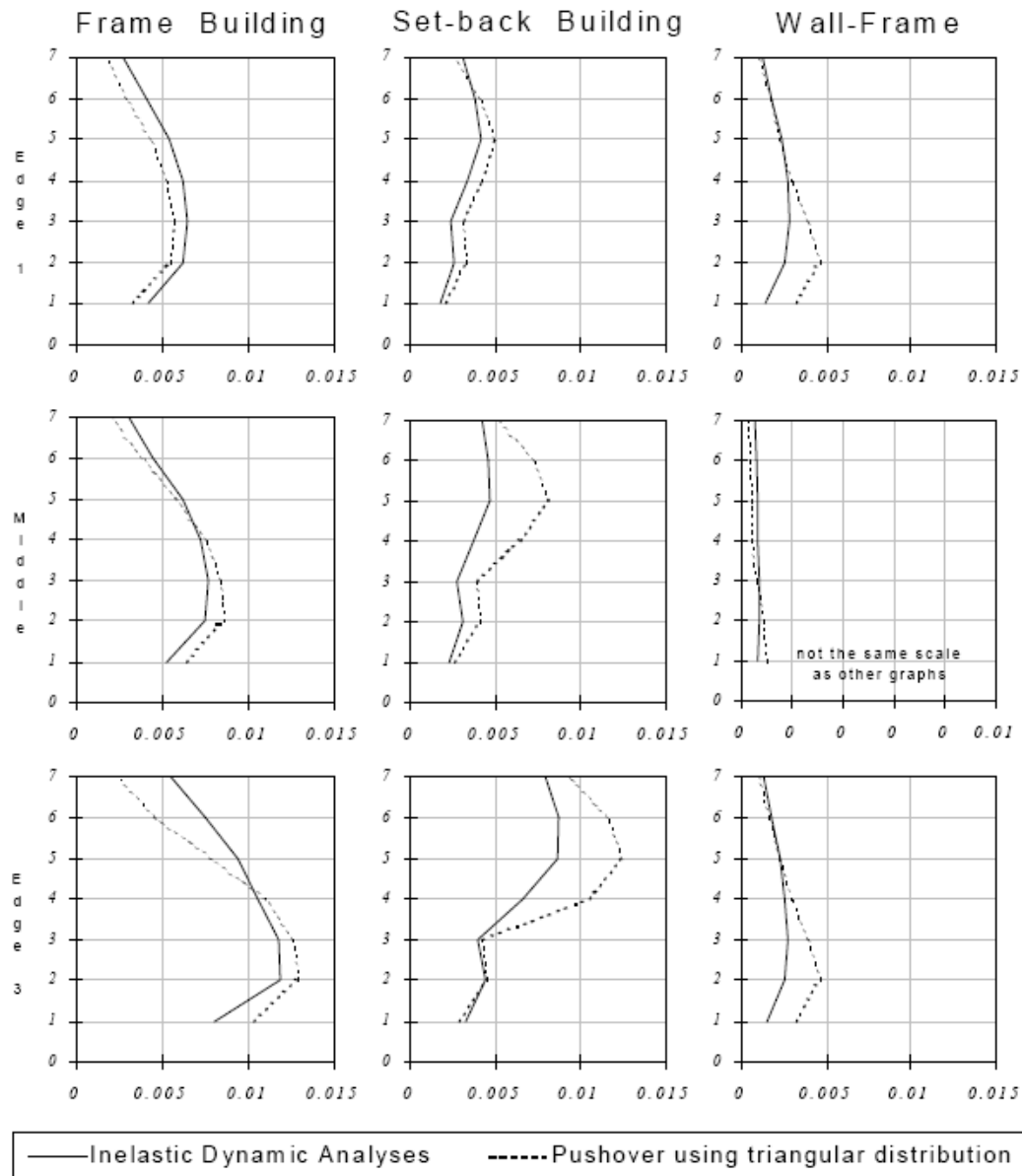


Figura 1.9 – Media dei massimo spostamenti di interpiano.

Non risulta chiaro il punto in comune fra le due analisi poiché, come già specificato, non si capisce quali valori sono stati presi dall'analisi dinamica. Si suppone che si siano considerati i valori massimi ottenuti dalle singole analisi incrementali per ogni accelerogramma.

1.3.2.3 Kilar e Fajfar [1996], “Simplified pushover analysis of buildings structures”

Gli autori suggeriscono un approccio particolare per la modellazione della struttura. Il punto iniziale del processo è creare un modello pseudo tridimensionale che consiste nell’assemblare macroelementi bidimensionali, vedi *Figura 1.10*.

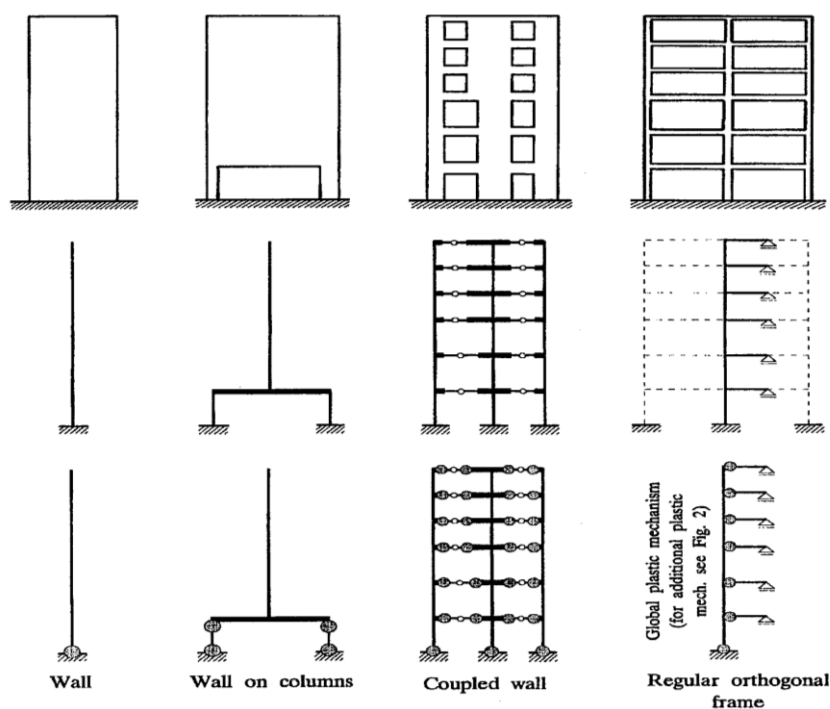


Figura 1.10 - Macroelementi bidimensionali.

Questi macroelementi possono essere orientati arbitrariamente in pianta e sono assunti resistenti al carico solo nel loro piano, ma nel complesso la struttura può resistere in ogni direzione. Il modello ha tre gradi di libertà per ogni piano (due componenti orizzontali e una rotazionale rispetto all’asse verticale). Il vantaggio di questo modello è dato dalla facile preparazione, interpretazione ed efficienza computazionale. Per ogni macroelemento sono stati definiti i meccanismi plastici. Gli autori propongono per i macroelementi la relazione fra taglio alla base – spostamento in sommità come rappresentazione bilineare a condizione che la distribuzione verticale dei carichi laterali sia costante. Se questa distribuzione cambia durante la storia di carico (accade principalmente quando uno dei

macroelementi del sistema strutturale snerva oppure cambia di rigidezza) allora anche la pendenza della curva taglio alla base – spostamento in sommità cambia.

L'analisi è stata sviluppata evento per evento, dove per evento si intende il cambiamento della rigidezza strutturale dovuta alla formazione delle cerniere plastiche nei macroelementi. La procedura è la seguente:

1. Innanzitutto deve essere conosciuta l'intera struttura. In aggiunta per l'analisi elastica occorre conoscere il momento resistente per le sezioni critiche.
2. Deve essere scelta la distribuzione dei carichi orizzontali da applicare lungo l'altezza e gli incrementi di carico. Per le strutture asimmetriche è stata svolta l'analisi 3D dove il punto di applicazione del carico è usualmente il centro di massa.
3. Per gli incrementi di carico selezionati deve essere effettuata una analisi statica elastica. Per i macroelementi sono stati calcolati: la distribuzione del carico, gli spostamenti e le forze interne.
4. Usando la relazione approssimata non-lineare fra taglio alla base e spostamento in sommità sono stati calcolati per tutti gli eventi aspettati i fattori di evento. Per ogni macroelemento considerato, ad ogni evento si calcola il fattore di evento che è dato dal rapporto fra il carico incrementato che causa l'evento e il carico incrementale selezionato. Dopodichè il fattore di evento è scalato con il carico incrementale esterno.
5. I risultati ottenuti nel punto 3 sono stati scalati con il fattore di evento minimo e aggiunti ai risultati del punto 4.
6. Il modello matematico e/o la rigidezza del macroelemento che fa scattare l'evento è cambiato.
7. Usando il nuovo modello matematico, si ripete la procedura dal punto 3 al punto 6.
8. Possono essere scelte molte opzioni per terminare l'analisi come ad esempio la formazione di meccanismi plastici.

La procedura proposta dai due autori è applicabile a strutture di ogni materiale, ma la sua applicazione è stata ristretta a strutture in cemento armato con comportamento duttile.

Gli autori hanno applicato il metodo su una struttura di sette piani in cemento armato simmetrica e con l'introduzione di un'ulteriore macroelemento nella direzione del terzo telaio è stata resa asimmetrica, vedi *Figura 1.11*.

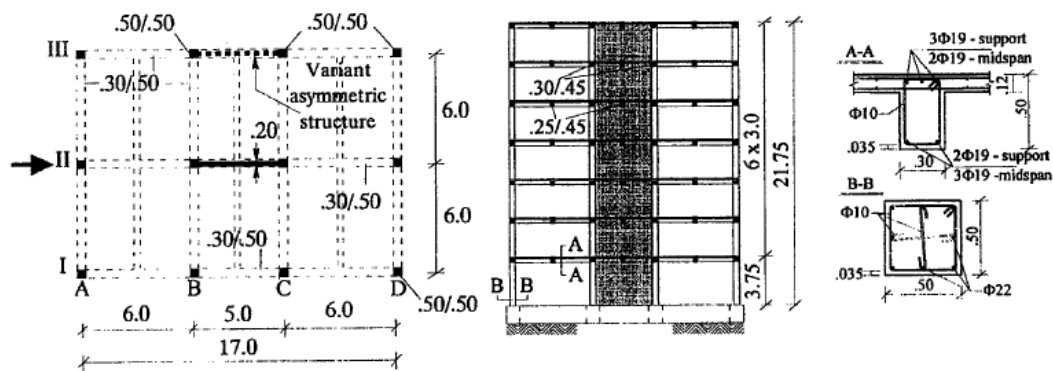


Figura 1.11 – Pianta e sezione della struttura esaminata.

Il modello matematico è stato ottenuto con cinque macroelementi in direzione x e quattro in direzione y .

Il carico orizzontale è stato applicato nel centro di massa in direzione x con una distribuzione triangolare lungo l'altezza.

Il massimo spostamento è stato monitorato nel telaio di mezzo, il II.

I risultati del modello semplificato sono stati confrontati con i risultati di analisi di *pushover* svolte attraverso modelli non lineari a plasticità diffusa (software CANNY) e a plasticità concentrata (software NEAVEK), presentati nella *Figura 1.12*.

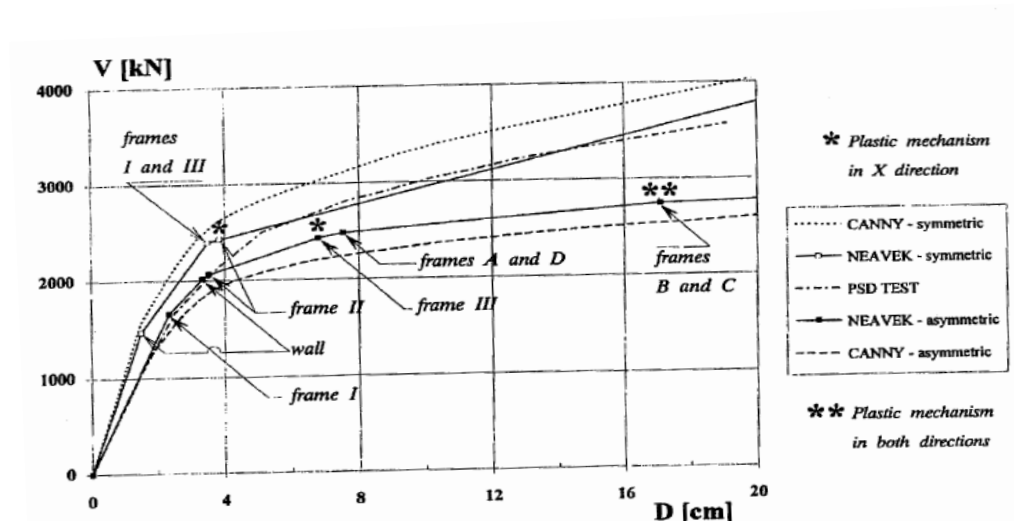


Figura 1.12 – Relazione fra taglio alla base e massimo spostamento in sommità per le strutture simmetriche e asimmetriche.

Dalle curve di *pushover* ottenute con i due software per i due modelli si può vedere come la modellazione proposta rappresenta correttamente il comportamento delle strutture. Gli autori concludono che la modellazione della struttura in macroelementi risulta agevole e quindi ne consigliano l'utilizzo sia per nuove costruzioni che per strutture esistenti.

1.3.2.4 Faella e Kilar [1998], “Asymmetric multistorey R/C frame structures: push-over versus nonlinear dynamic analysis”

Gli autori utilizzano il *pushover* convenzionale con distribuzione di carico triangolare e valutano l'applicabilità di tale approccio nelle strutture asimmetriche in pianta. La scelta proposta è di spostare la posizione del centro di massa (C_M). Le analisi dinamiche non lineari da utilizzare come confronto sono state effettuate con tre sismi. Per entrambe le tipologie di analisi è stato utilizzato il software CANNY. L'analisi di *pushover* è stata svolta applicando l'azione sismica in una sola direzione.

Gli autori hanno utilizzato come esempio una struttura in cemento armato di quattro piani, vedi Figura 1.13.

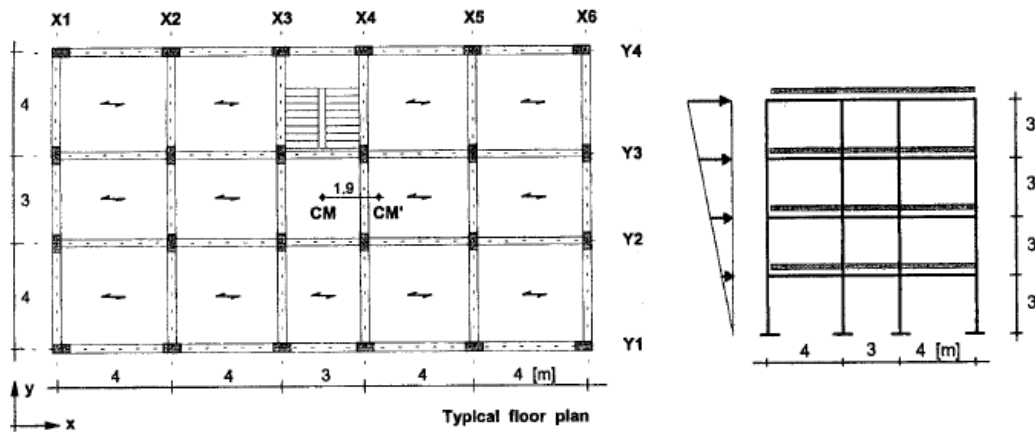


Figura 1.13 – Struttura esaminata.

La struttura è simmetrica in termini di rigidezza in entrambe le direzioni orizzontali, mentre le masse risultano eccentriche in direzione y . La struttura era stata progettata in accordo con l'Eurocodice 8 che prescrive un'eccentricità accidentale uguale al 5% della dimensione rilevante in pianta. Inoltre, sono state ottenute strutture asimmetriche spostando il C_M in direzione x per una quantità pari al 10% della larghezza in pianta (C_M'). I solai della struttura sono stati considerati rigidi in pianta.

Per l'analisi di *pushover* è stato utilizzato un carico triangolare applicato nei C_M di piano, $C_M - 0.05L$, $C_M + 0.05L$ e $C_M + 0.15L$ solo in direzione y .

I risultati ottenuti sono riportati nella Figura 1.14.

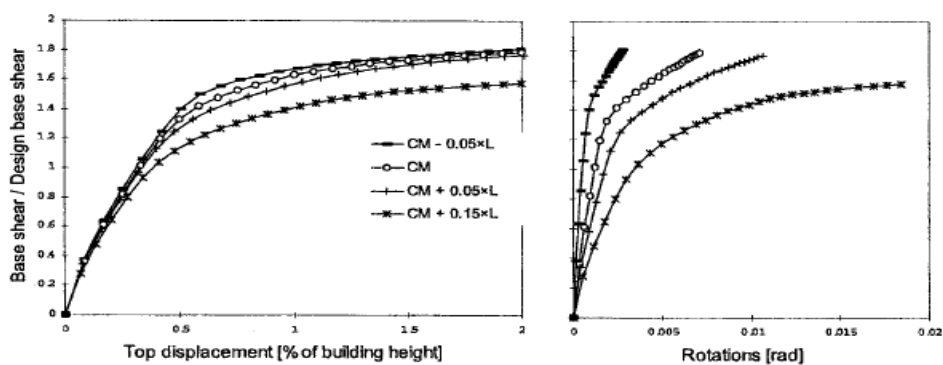


Figura 1.14 – Taglio alla base – spostamento in copertura e taglio alla base – rotazione in copertura per le strutture asimmetriche. Gli spostamenti sono misurati nel C_M .

Nei risultati proposti è presentato il confronto fra il comportamento dei telai rigidi (telaio X1) e telai flessibili (telaio X6), vedi Figura 1.15 e Figura 1.16.

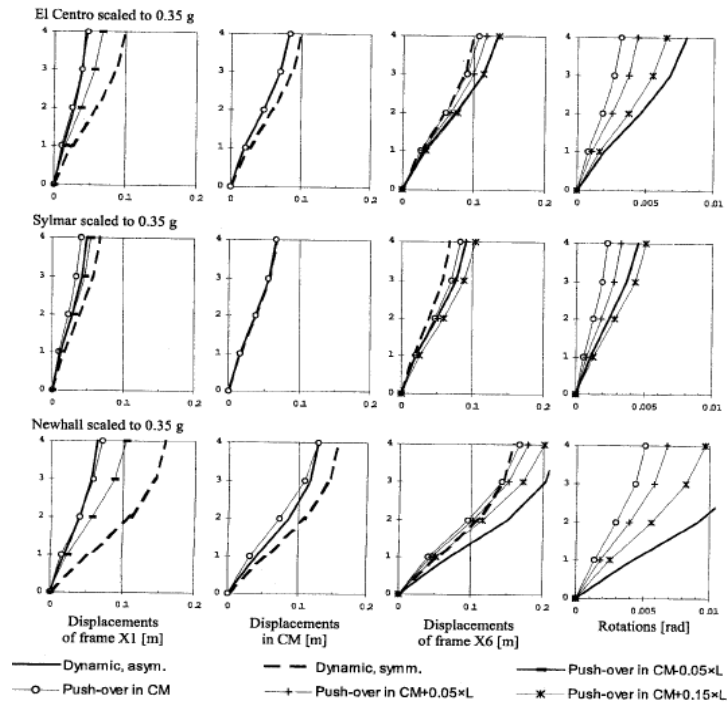


Figura 1.15 – Confronto fra i profili piano – spostamento ottenuti dall’analisi di pushover con diverso C_M e analisi dinamica per tre sismi con intensità del sisma 0,35g.

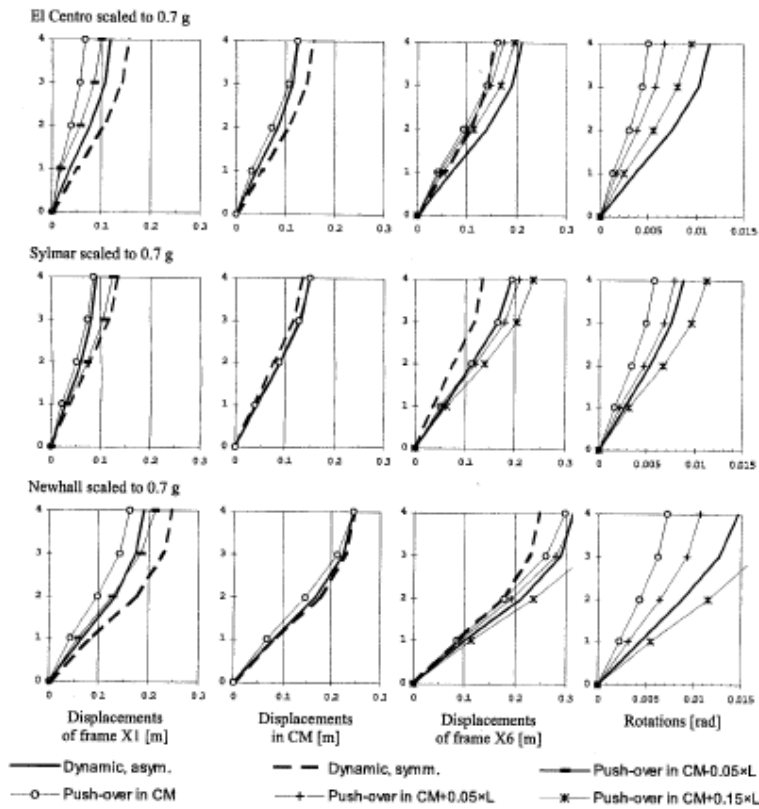


Figura 1.16 – Confronto fra i profili piano – spostamento ottenuti dall’analisi di pushover con diverso C_M e analisi dinamica per tre sismi con intensità del sisma 0,70g.

Il confronto fra l'analisi dinamica e l'analisi di *pushover* ha mostrato una buona correlazione per il lato rigido (X1) con bassa intensità del sisma (0,35g) mentre per intensità più alte (0,7g) l'analisi di *pushover* tende a sottostimare lo spostamento per il lato flessibile (X6). L'analisi di *pushover* sottostima nella maggior parte dei casi esaminati lo spostamento del centro di massa. Gli autori, dai diagrammi degli spostamenti, desumono che la rotazione torsionale ottenuta dall'analisi dinamica è più grande di quella ottenuta con l'analisi di *pushover*.

Gli autori sulla base dei risultati ottenuti affermano come il *pushover* non sia in grado di cogliere adeguatamente la rotazione torsionale e come la risposta della struttura vari con l'intensità del sisma.

1.3.2.5 Kilar e Fajfar [2002], "Simplified nonlinear seismic analysis of asymmetric multistorey R/C building"

Gli autori esplorano la possibilità di estendere l'*N2 Method*, originariamente formulato per le analisi piane, a strutture irregolari.

Passi dell'N2 Method

Questo metodo è utilizzato per predire la risposta della struttura prodotta da un evento sismico definito da uno spettro elastico di risposta in termini di accelerazione e di quantificare il danno strutturale atteso attraverso l'utilizzo di opportuni indici di danno. In seguito sono descritti i passi caratteristici del metodo:

1. *Dati iniziali* sono le caratteristiche della struttura e lo spettro elastico delle accelerazioni. Lo spettro di risposta elastico in termini di accelerazione è definito in funzione del grado di sismicità del sito e delle caratteristiche del suolo su cui si trova la struttura. Per quanto riguarda le caratteristiche della struttura, oltre ai dati necessari per condurre l'analisi elastica tra cui la massa, il periodo e il coefficiente di smorzamento, bisogna definire una relazione forza – spostamento non-lineare che descrive il comportamento dei vari elementi strutturali sottoposti a caricamento monotono.

2. *Analisi statica non-lineare della struttura (sistema MDOF) sottoposta ad un carico laterale crescente.* I passi da eseguire sono: assunzione di una deformata modale del sistema, determinazione delle forze laterali definite a meno di un moltiplicatore e determinazione della relazione taglio alla base – spostamento in sommità attraverso l'analisi di *pushover*. L'analisi di *pushover* viene eseguita sottoponendo la struttura ad un sistema di forze orizzontali con un'opportuna distribuzione, crescente monotonicamente. La distribuzione delle forze può essere uniforme in altezza proporzionalmente alle masse di piano oppure proporzionale al primo modo di vibrare. L'incremento del carico provoca il cedimento progressivo degli elementi strutturali e, di conseguenza, la perdita di rigidità globale della struttura. Attraverso l'analisi di *pushover* è possibile determinare una curva forza - spostamento non-lineare caratteristica del sistema MDOF.
3. *Trasformazione del sistema MDOF nel sistema equivalente SDOF e determinazione dello spettro di capacità.* I passi da seguire sono: trasformazione dal sistema MDOF al sistema SDOF, determinazione della forza, dello spostamento e del periodo del sistema equivalente SDOF, assunzione di una relazione forza - spostamento bilineare approssimata e determinazione dello spettro di capacità.
4. *Richiesta sismica in formato accelerazione – spostamento (A-D).* I passi sono i seguenti: determinazione dello spettro di risposta elastico nel formato (A-D) e determinazione dello spettro non-lineare per duttilità costante.
5. *Richiesta sismica per il sistema equivalente SDOF.* I passi da seguire sono: determinazione del fattore di riduzione e dello spostamento richiesto
6. *Richiesta sismica globale e locale per il sistema MDOF.* I passi da seguire sono: trasformazione dello spostamento richiesto per il sistema SDOF nello spostamento in sommità del sistema MDOF, esecuzione di una analisi al *pushover* del sistema MDOF fino allo spostamento massimo e determinazione di tutte le quantità locali corrispondenti allo spostamento massimo.

7. *Valutazione della prestazione (Analisi di danno).* I passi da seguire sono: utilizzo del modello di Park-Ang per il calcolo degli indici di danno locale degli elementi strutturali, determinazione dell'indice di danno locale e comparazione della richiesta sismica locale e globale con le capacità relative ad un preciso livello prestazionale.

Confronto fra i metodi

Gli autori confrontano l'N2 Method con l'MT Method (proposto da Moghadam e Tso [2000]) e l'analisi dinamica non-lineare 3D.

L'esempio proposto è una struttura a telai di 4 piani (vedi Figura 1.17) con due pareti (wall A-B) che racchiudono il vano scala rendendo la struttura asimmetrica. In questo modo l'eccentricità risulta approssimativamente il 40% della larghezza in pianta. Non rispettando i contenuti dell'EC8 è stata inserita una parete nel lato opposto della struttura (wall C). Questa introduzione ha ridotto notevolmente l'effetto torsionale e di conseguenza il danneggiamento degli elementi.

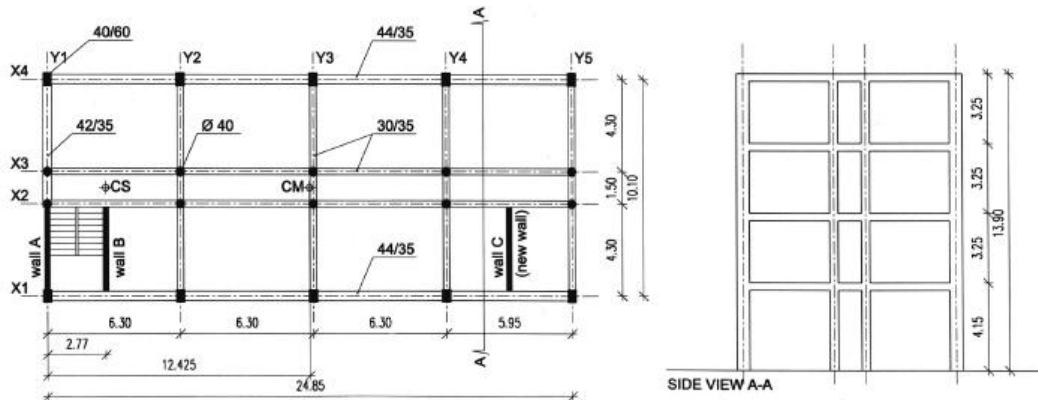


Figura 1.17 – Pianta e sezione della struttura esaminata.

Per le analisi dinamiche sono stati utilizzati cinque sismi con le due componenti orizzontali. L'effetto delle due componenti orizzontali dell'azione sismica sono state considerate con un contributo del 100% in una direzione e del 30% nella componente ortogonale. La componente orizzontale maggiore è stata applicata in direzione y. La media degli spettri delle accelerazioni dei diversi accelerogrammi è confrontabile con lo spettro elastico dell'EC8, vedi Figura 1.18.

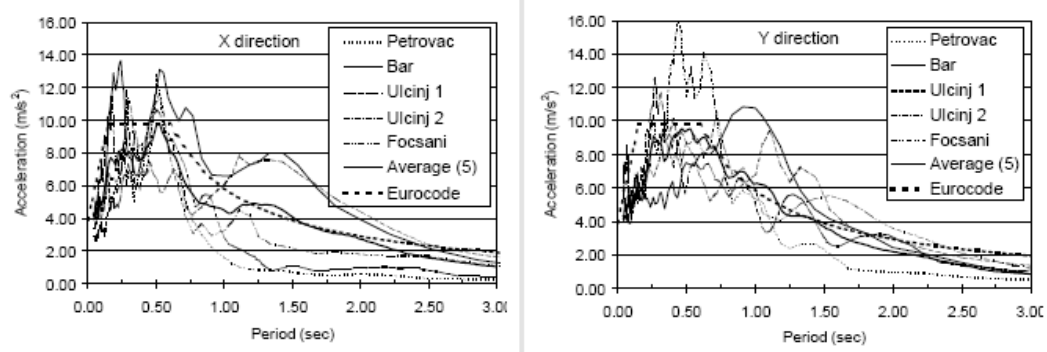


Figura 1.18 – Spettri di risposta elastici delle accelerazioni nelle componenti x e y con smorzamento al 5%.

Le analisi statiche non lineari e quelle dinamiche sono state svolte con il software CANNY.

La modellazione dei solai è stata assunta rigida nel piano e le deformazioni inelastiche concentrate alla fine degli elementi.

Per i dettagli del modello e i parametri usati nelle analisi non lineari, gli autori, fanno riferimento alla pubblicazione di Faella e Kilar [1998].

La procedura consiste in due analisi al *pushover* indipendenti del modello 3D con carico laterale sia in direzione x che y rispettivamente.

Il carico è applicato nel C_M .

È stata ricercata la domanda di spostamento del C_M di copertura in entrambe le direzioni separatamente.

Le quantità di deformazione (spostamenti, spostamenti di interpiano, rotazioni, duttilità, etc.), ottenute dall'analisi di *pushover* nelle due direzioni, sono determinate con la combinazione delle regole SRSS.

Con l'applicazione di un carico laterale triangolare sono state ottenute le seguenti curve taglio alla base – spostamento di copertura e taglio alla base – rotazione torsionale di copertura, vedi *Figura 1.19*, in questo caso presentate ad una altezza pari al 2% dell'altezza da terra.

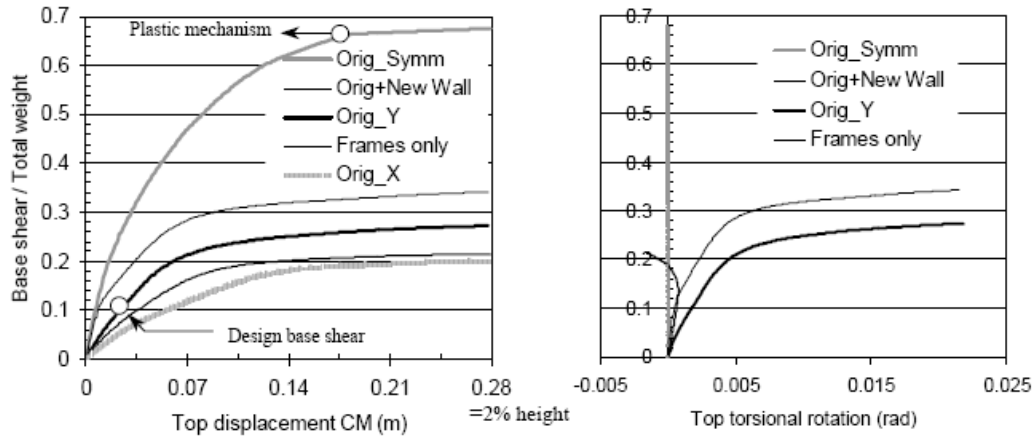


Figura 1.19 – Taglio alla base – spostamento di copertura e taglio alla base – rotazione torsionale di copertura.

Facendo riferimento all'EC8, gli autori hanno applicato alla struttura due distribuzioni di carico laterale differente: costante in altezza e proporzionale al primo modo. Dai risultati si nota come la curva di *pushover* uniforme sia sempre superiore a quella con distribuzione proporzionale al primo modo. In Figura 1.20 sono presentati i risultati ottenuti per la struttura originale e modificata.

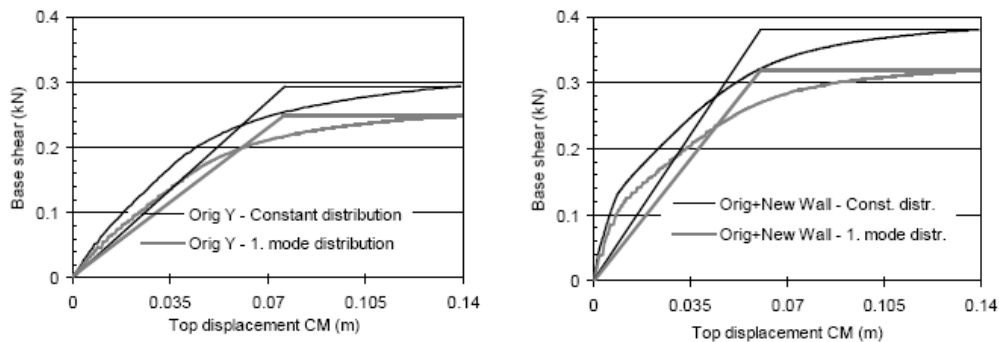


Figura 1.20 – Taglio alla base – spostamento di copertura dell'edificio originale e modificato.

Le curve sono state rese bilineari con l'uguaglianza dell'energia rappresentata dall'area sottesa.

Moghadam e Tso [2000] con l'*MT Method* utilizzano, per la valutazione del target degli spostamenti, l'analisi elastica dello spettro dinamico e procedono con l'analisi di *pushover* nei telai più critici. Il metodo è stato applicato nelle due varianti di struttura, con e senza parete C. La rigidità elastica in ogni direzione è

stata assunta uguale alla rigidezza ottenuta dall'idealizzazione bilineare delle curve di *pushover* nell'*N2 Method*.

Gli autori concludono confrontando i due metodi con l'analisi dinamica non-lineare 3D.

ORIGINAL STRUCTURE							
	Y1	WALL B	CM (Y)	Y5	CM (X)	X4	Rotation
DYNA (100%)	1.3	3.2	10.9	22.4	19.9	22.0	0.0094
N2 (const.)	0.7 (51%)	3.8 (118%)	14.6 (134%)	28.5 (127%)	22.2 (112%)	23.2 (105%)	0.0112 (119%)
N2 (1. mode)	0.6 (46%)	4.3 (134%)	17.3 (159%)	33.9 (151%)	23.3 (117%)	23.8 (108%)	0.0134 (143%)
MT	2.4 (185%)	3.2 (100%)	13.9 (128%)	28.6 (128%)	24.0 (121%)	24.8 (113%)	0.0119 (127%)

STRUCTURE WITH NEW WALL								
	Y1	WALL B	CM (Y)	WALL C	Y5	CM (X)	X4	Rotation
DYNA (100%)	1.4	2.4	9.2	16.3	18.5	19.3	21.8	0.0076
N2 (const.)	0.9 (64%)	3.3 (137%)	11.8 (128%)	20.1 (123%)	22.7 (122%)	22.2 (115%)	22.9 (105%)	0.0088 (116%)
MT	6.8 (489%)	7.2 (300%)	13.4 (197%)	21.1 (129%)	23.7 (128%)	24.0 (124%)	24.3 (111%)	0.0091 (120%)

Tabella 1.1 – Massimo spostamento ottenuto dall'analisi dinamica non-lineare (valori medio delle analisi) e metodo semplificato (cm). Il valore fra parentesi rappresenta la percentuale corrispondente al valore ottenuto dall'analisi dinamica.

Dai risultati, in *Tabella 1.1*, risulta che l'*N2 Method* sovrastima gli spostamenti del C_M e nel modello senza la parete C sovrastima lo spostamento del lato flessibile (Y4, Y5), mentre sottostima gli spostamenti del lato rigido (Y1, Y2). Il risultato è anche influenzato dall'idealizzazione della curva bilineare che determina la rigidità elastica. Analogamente per l'*MT Method* non si ha una adeguata rappresentazione del comportamento inelastico della struttura nel caso in cui si ha una grande escursione non-lineare, ma dimostra una ragionevole precisione nei risultati del lato flessibile (Y4 e Y5) per la struttura senza parete C.

1.3.2.6 Penelis e Kappos [2002], "3D pushover analysis: the issue of torsion"

Gli autori presentano un metodo per rappresentare la risposta inelastica torsionale di strutture con l'analisi di *pushover* statica non-lineare Tali risultati saranno confrontati con una *Time-History* analisi inelastica dello stesso modello. La prima importante osservazione fatta dagli autori è la determinazione del vettore delle forze (forze laterali e torsione) per l'analisi di *pushover* della struttura e la

determinazione dell'equivalente modello *SDOF* che dovrà tenere in conto sia la traslazione che la torsione.

Passi del metodo:

1. Devono essere utilizzati dai 3 ai 5 accelerogrammi e scalati in accordo con il *peak ground acceleration (PGA)* oppure con l'intensità spettrale.
2. Deve essere calcolato, per gli accelerogrammi scelti, lo spettro elastico medio e l'analisi dinamica dello spettro di risposta. Per ogni piano occorre calcolare la traslazione e la torsione (u_{y1} , θ_{z1}) del C_M .
3. Si svolge l'analisi elastica della struttura con il vettore dei carichi (P_1 , M_1) al C_M dovuto alla traslazione e alla rotazione (u_{y1} , θ_{z1}) calcolati nell'analisi dello spettro di risposta del precedente *step*, vedi *Figura 1.21*. In particolare, gli spostamenti calcolati nello *step 2* sono introdotti come limiti del C_M e la reazione risultante è costituita dal vettore dei carichi (P_1 , M_1).

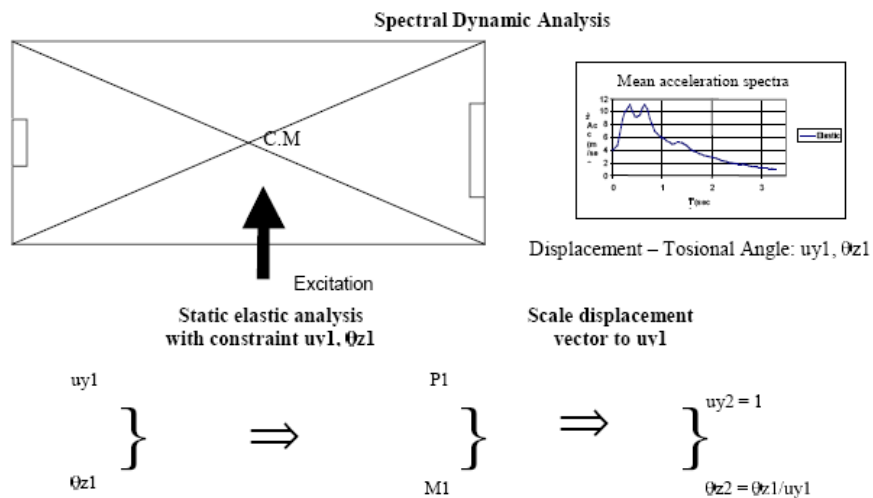


Figura 1.21 – Procedura per il calcolo del vettore di carico per l'analisi di pushover.

4. Deve poi essere calcolato il fattore di riduzione da *MDOF* a *SDOF*; c_1 riferito agli spostamenti e c_2 al carico con massa equivalente m^* .

- Applicando il vettore dei carichi (P_I, M_I) al C_M deve essere effettuata un'analisi di *pushover* 3D. Si ottiene così la curva $P-\delta$ della struttura e usando i fattori c_1 e c_2 si ottiene la curva di capacità del sistema equivalente SDOF:

$$P^* = c_2 P/m^* \quad (1.7)$$

$$\delta^* = c_1 \delta \quad (1.8)$$

- Successivamente deve essere calcolata la media dello spettro delle accelerazioni – spostamento per gli accelerogrammi selezionati e i fattori di duttilità.
- Si sovrappone la curva di capacità con lo spettro di domanda del target degli spostamenti dell'oscillatore SDOF e dall'intersezione si ottiene la duttilità μ
- Il target degli spostamenti per la copertura del modello MDOF è calcolato usando il fattore c_I :

$$u_{t \text{ arg}} = u_{t \text{ arg}}^* / c_1 \quad (1.9)$$

mentre per il target della rotazione torsionale è calcolato:

$$\theta_{t \text{ arg}} = \theta_{t \text{ arg}}^* u_{t \text{ arg}} \quad (1.10)$$

Gli autori hanno analizzato due strutture come rappresentato in *Figura 1.22*.

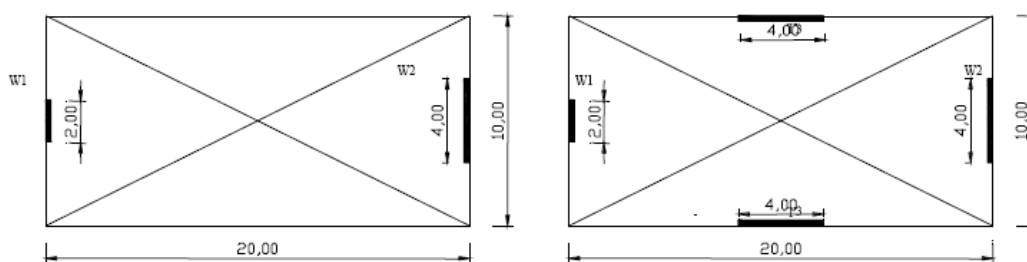


Figura 1.22 – Strutture studiate ad un solo piano: la prima ha due elementi irrigidenti mentre la seconda, rispetto alla prima, ha due elementi irrigidenti in più.

Dalle analisi svolte sulle due strutture sono stati riportati i risultati grafici in funzione della forza P per lo spostamento δ (Figura 1.23 e Figura 1.25) e la rotazione θ (Figura 1.24 e Figura 1.26).

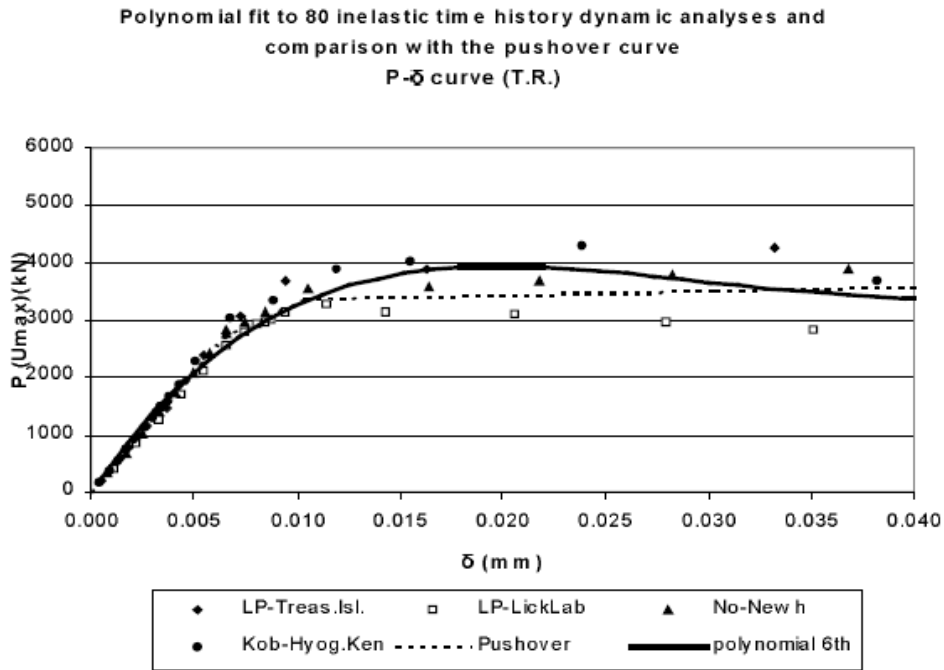


Figura 1.23 – Confronto dei risultati (P - δ) per la prima struttura.

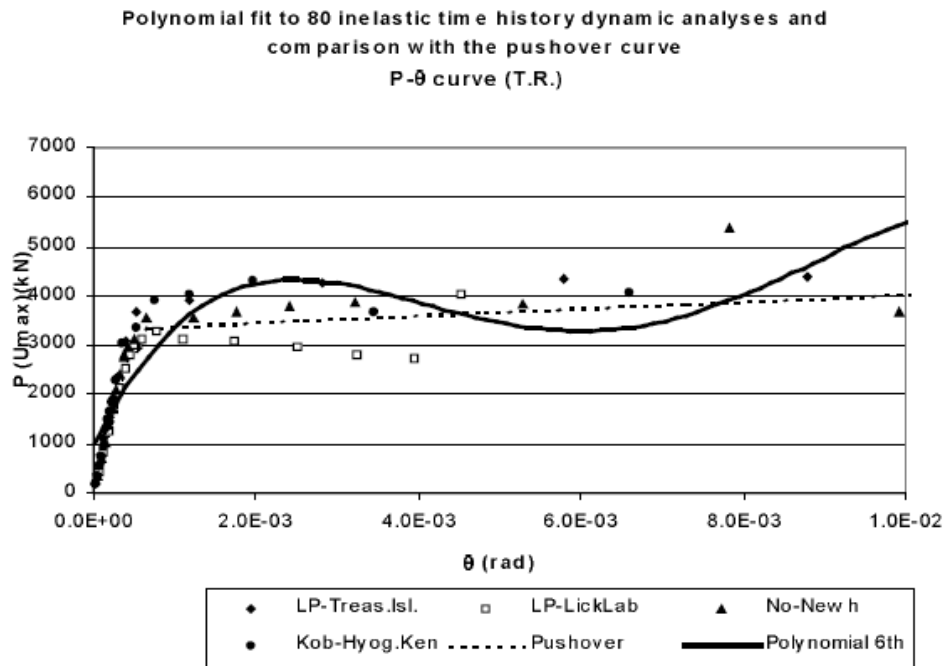


Figura 1.24 – Confronto dei risultati (P - θ) per la prima struttura.

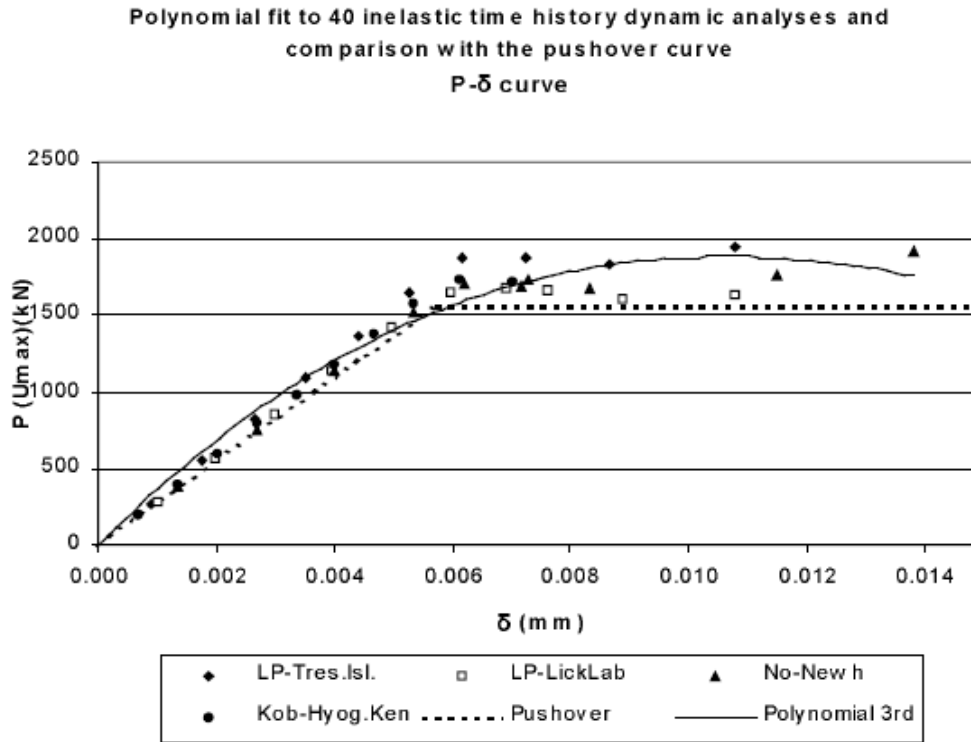


Figura 1.25 – Confronto dei risultati ($P-\delta$) per la seconda struttura.

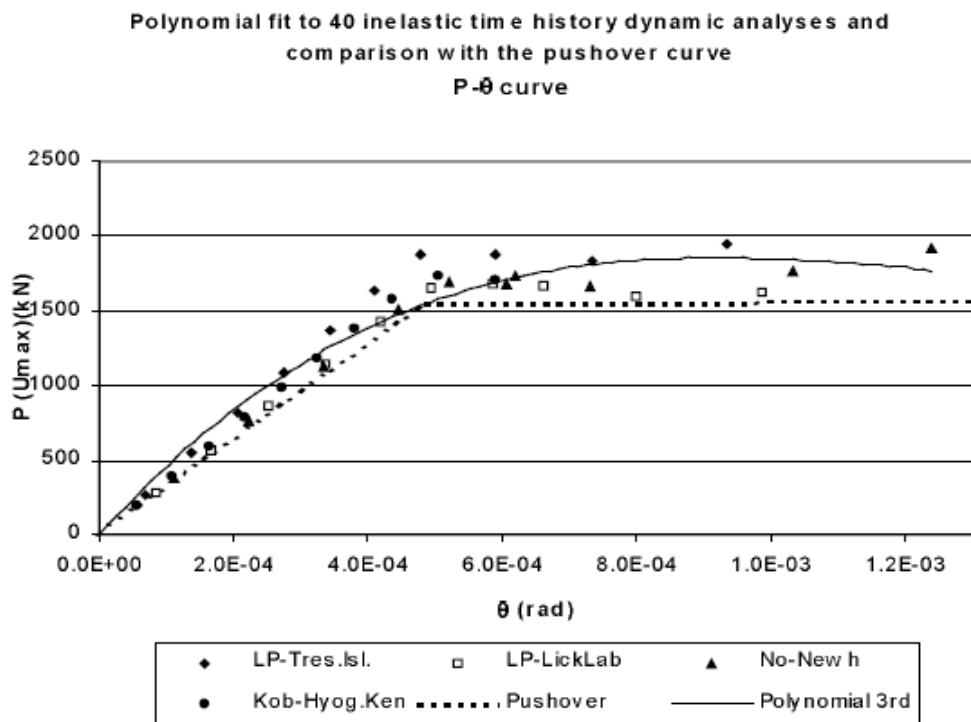


Figura 1.26 – Confronto dei risultati ($P-\theta$) per la seconda struttura.

Le analisi dinamiche sono state interpolate con una curva polinomiale e poi confrontate con le curve di *pushover*. Graficamente si può notare una buona correlazione fra i risultati, vedi anche la deformata in *Figura 1.27*, ma gli autori applicando il seguente metodo hanno riscontrato due importanti particolari:

- Il calcolo dello spettro elastico, dato della media degli spettri elastici di ogni accelerogramma scalato, introduce il problema della forma irregolare della curva di domanda finale. Questo causa un problema nel metodo grafico per determinare il target degli spostamenti in quanto questo valore è molto sensibile alle irregolarità dello spettro di domanda.
- Il vettore dei carichi e le caratteristiche del sistema equivalente *SDOF* sono definite sul risultato dell'analisi dello spettro di risposta elastico. È ragionevole aspettarsi che lo snervamento di uno degli elementi resistenti della struttura possa alterare le caratteristiche modali e perciò influire sul vettore dei carichi e sulle caratteristiche del sistema equivalente *SDOF*. Comunque altri ricercatori hanno dimostrato non creare un significativo cambiamento.

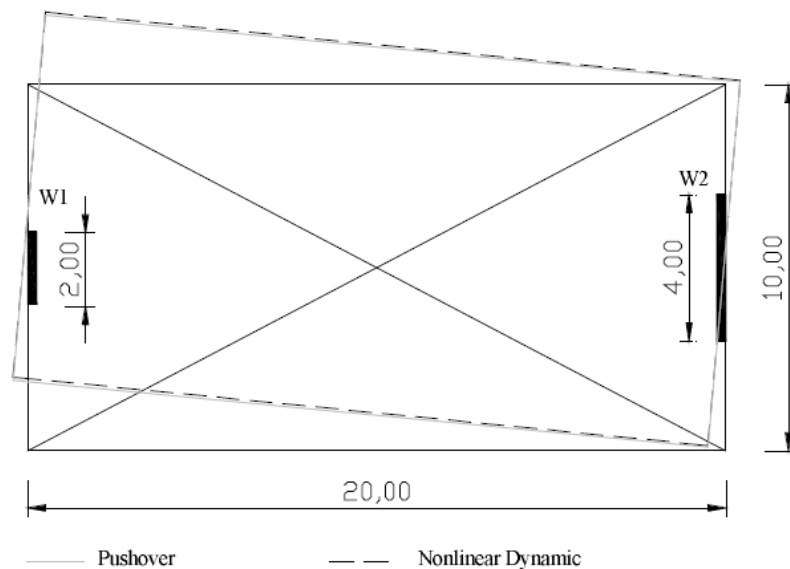


Figura 1.27 – Deformata ottenuta per la struttura con due elementi irrigidenti.

1.3.3 Effetti dei modi superiori sul comportamento di strutture irregolari

Nella letteratura più recente si è sviluppato il concetto di applicabilità del metodo di analisi di *pushover* per strutture asimmetriche in cui risulta fondamentale considerare i modi di vibrare superiori.

1.3.3.1 Chopra e Goel [2004]: “A modal pushover analysis procedure to estimate seismic demands for unsymmetric-plan buildings”

Gli autori estendono la procedura di analisi di *pushover* modale (*MPA*) a strutture asimmetriche svolgendo diverse analisi di *pushover* a seconda del numero di nodi considerati, applicando forze distribuite proporzionali ai modi di vibrare e invarianti durante l'analisi. Le analisi di *pushover* svolte con distribuzione dei carichi proporzionale ai modi di vibrare vengono combinate con le regole del *CQC*. Nell'articolo è stata dimostrata l'affidabilità del risultato per strutture asimmetriche con rigidità torsionale e rigidità flessionale ma è stato anche dimostrato che, per strutture con rigidità torsionale e particolari movimenti del terreno la modellazione perde di affidabilità perché i modi elastici sono fortemente accoppiati e gli spostamenti di copertura sono sottostimati con l'utilizzo delle regole di combinazione *CQC*.

Il caso considerato è una struttura di N piani non simmetrica in pianta sia in direzione x che y . La non simmetria può dipendere dalla distribuzione delle masse ai piani ma anche dalla rigidità degli elementi strutturali. Ogni piano è rigido e ha 3 gradi di libertà definiti rispetto al centro di massa: traslazione in direzione x , traslazione in direzione y e rotazione.

Nell'articolo è presentato lo studio di una struttura di 9 piani in acciaio (*SAC Building*) tipica della California, Los Angeles. La pianta simmetrica della struttura è stata modificata risultando ancora simmetrica lungo x ma non più in direzione y . Sono state conservate le proprietà di rigidità ma il C_M è risultato eccentrico rispetto il centro di rigidità (C_R) lungo l'asse x per una quantità pari al 10% della dimensione in pianta. Dalla struttura di origine, *Figura 1.28*, variando il rapporto fra le masse di piano e il momento di inerzia, sono state modellate tre strutture che presentano parametri modali differenti.

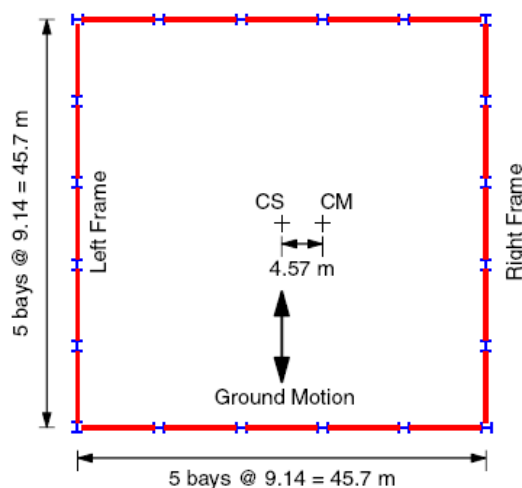


Figura 1.28 – Pianta della struttura esaminata.

Nella prima U1, con un rapporto uguale a quello di una struttura simmetrica in pianta, risulta dominante il primo modo traslazionale mentre nel secondo modo domina la torsione. Quindi rappresenta il modello con rigidità torsionale. Nella seconda U2, il momento di inerzia di ogni piano è stato incrementato di un fattore pari a 2.95 rispetto al modello U1 e in questo caso si dimostra che il movimento laterale e la torsione sono fortemente accoppiati nei primi due modi. Questo implica che il modello ha rigidità a torsione simile a quella flessionale. Nella terza U3 il momento di inerzia è incrementato di un valore pari a 6.0 rispetto al caso U1. Il periodo torsionale è predominante rispetto a quello traslazionale e quindi tale sistema è definito modello con rigidità flessionale.

Per le analisi dinamiche sono stati considerati 20 accelerogrammi con la probabilità di ripetersi pari al 2% in 50 anni.

Il *MPA* si sviluppa nei seguenti passi:

1. Analisi modale per la valutazione delle frequenze naturali, ω_n e i modi Φ_n per vibrazioni elastiche lineari della struttura;
2. Per gli n modi, ricercano il taglio alla base – spostamento di copertura ($V_{bn} - u_m$) dall'analisi statica non-lineare usando le forze distribuite, s_n^* . Tra le curve di *pushover* ottenute sia in direzione x che y , è preferibile scegliere quelle nella direzione dominante dei modi. Noto il valore dello spostamento laterale di copertura dovuto al carico, u_{rg} ;

3. Si idealizza la curva di *pushover* in una curva bilineare, vedi *Figura 1.29*;
4. Si converte la curva di *pushover* idealizzata $V_{bn} - u_{rn}$ in $F_{sn}/L_n - D_n$ per gli n -modi del sistema inelastico single degree of freedom (*SDF*) usando le relazioni:

$$\frac{F_{sn}}{L_n} = \frac{V_{bn}^y}{M_n^*} \quad (1.11)$$

$$D_n^y = \frac{u_{rn}^y}{\Gamma_n \phi_{rn}} \quad (1.12)$$

in cui ϕ_{rn} è il valore di ϕ_n di copertura nella direzione della curva di *pushover*; e M_n^* e Γ_n sono la massa e il coefficiente di partecipazione valutati nella direzione del movimento del terreno;

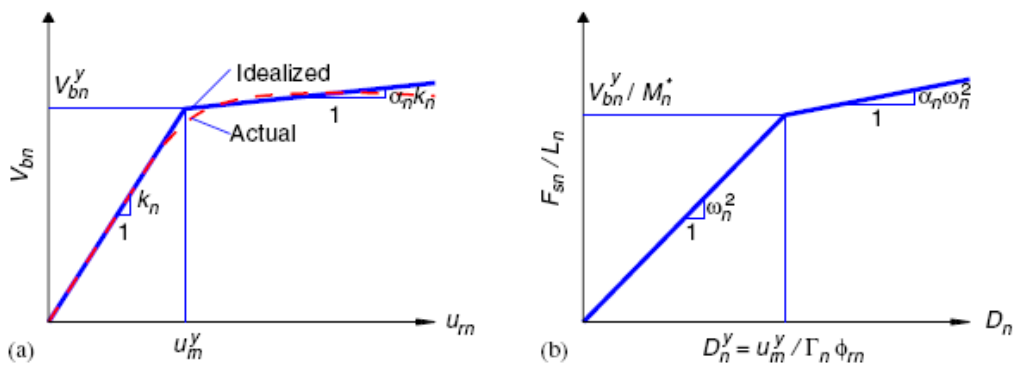


Figura 1.29 – Idealizzazione della curva di Pushover in curva bilineare.

5. Si computa il picco di spostamento D_n , dell' n -esimo modo del sistema inelastico *SDF*, definito dalla relazione forza spostamento ottenuta nel punto 4 e valore di smorzamento ζ_n . Il periodo di vibrazione elastico del sistema è

$$T_n = 2\pi \left(\frac{L_n D_n^y}{F_{sn}^y} \right)^{1/2} \quad (1.13)$$

6. Si calcola il picco di spostamento di copertura u_m nella direzione della curva di *pushover* considerata associata all' n -esimo modo del sistema *SDF* inelastico da $u_m = \Gamma_n \phi_m D_n$;
7. Dai risultati del *pushover* del punto 2 si estraggono i valori della risposta r_{n+g} dovuto alla combinazione dell'effetto del carico gravitazionale e laterale dello spostamento di copertura uguale a $u_m + u_{rg}$;
8. Si ripetono i punti dal 3 al 7 per ogni modo fino a quando si raggiunge una sufficiente precisione;
9. Si valuta la risposta dinamica dovuta all' n -esimo modo: $r_n = r_{n+g} - r_g$ dove r_g è il contributo del carico gravitazionale;
10. Infine si determina la risposta totale combinando la risposta gravitazionale e il picco modale usando le regole *CQC*.

La procedura schematizzata comprende il carico gravitazionale e l'effetto *P-A* di tutti i modi. Applicando questa procedura per i 3 modelli introdotti precedentemente è risultata una corretta rappresentazione per i modelli U1 e U3 quasi quanto le strutture simmetriche ma per il modello U2 la rappresentazione non è molto chiara e il risultato è deteriorato per due diversi motivi: primo il forte accoppiamento dei modi elastici e secondo la regola di combinazione *CQC* che sottostima gli spostamenti di copertura. Non si ottiene così una precisa risposta in termini di picco di spostamento. Dalla *Figura 1.30* sono chiari i risultati ottenuti.

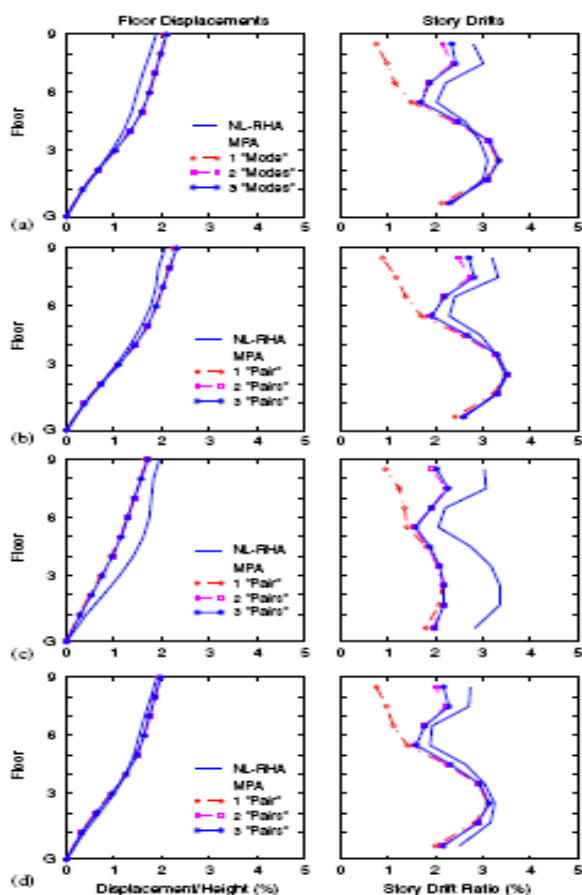


Figura 1.30 – Spostamenti di piano e di interpiano determinati con l’analisi MPA per i modi accoppiati e singoli confrontati con il Response History Analysis non-lineare: a) struttura asimmetrica, b) sistema U1, c) sistema U2, d) sistema U3.

1.3.3.2 Fujii, Nakano e Sanada [2004]: “Simplified nonlinear analysis procedure for asymmetric building”

Gli autori cercano di predire la risposta di una struttura con l’analisi statica non-lineare di un sistema *MDOF* riducendolo alla domanda sismica di un sistema equivalente *SDOF*, considerando il cambiamento della forma del primo modo ad ogni intervallo non-lineare e l’effetto del contributo del primo e del secondo modo. La procedura proposta risulta avere tre vantaggi rispetto a quella convenzionale:

- Primo*, non si ha bisogno di un’analisi di *pushover* nelle tre dimensioni, ma è necessaria una analisi di *pushover* per telai piani per il sistema equivalente *SDOF*.
- Secondo*, il cambiamento della forma del primo modo ad ogni passo non-lineare è considerato dalla determinazione delle proprietà del sistema equivalente *SDOF*.

Terzo, si ha una migliore predizione della domanda di spostamento in ogni telaio considerando gli effetti del primo e del secondo modo.

Per la definizione del modello occorre fare alcune assunzioni:

1. Tutti i piani hanno la stessa geometria in pianta e la stessa localizzazione dei telai;
2. I C_M di piano si devono trovare allineati verticalmente;
3. Tutti i piani hanno lo stesso raggio di rotazione rispetto all'asse verticale;
4. Tutti i telai devono essere orientati in direzione x oppure y e la struttura deve essere simmetrica in pianta rispetto all'asse x . Le proprietà dei telai devono essere identiche;
5. Ogni telaio deve essere costituito da elementi colonna e elementi parete. La deformazione assiale degli elementi verticali deve essere molto piccola;
6. Il rapporto della rigidezza di piano della forza in direzione x e y deve essere la stessa;
7. Tutti i piani devono avere la stessa distribuzione in altezza di rigidezza e forza.

L'azione sismica è stata considerata agente solo in direzione y , perciò per il modello $MDOF$ è stata considerata una schematizzazione equivalente a $2N$ gradi di libertà ($DOFs$).

La procedura è descritta in seguito ed in *Figura 1.31*.

- *Step 1 - Analisi di pushover di telai piani.* È svolta un'analisi di *pushover* per ogni telaio piano per ottenere la relazione forza – spostamento non-lineare, assumendo invariante la distribuzione degli spostamenti $\Gamma_{S1} \{\phi_{S1}\}$ per tutti i telai;
- *Step 2 – Analisi di pushover di un modello equivalente ad un singolo piano.* È stata svolta l'analisi di *pushover* del modello equivalente ottenendo la relazione forza – spostamento, considerando il cambiamento del modo fondamentale ad ogni intervallo non-lineare. Si ottiene l'accelerazione (A_I^*) e lo spostamento (D_I^*) del modello equivalente.

- *Step 3 – Valutazione della domanda sismica del modello equivalente SDOF.* Dai valori ottenuti allo *step* precedente si ottiene il periodo equivalente (T_{eq}) e il rapporto di smorzamento (h_{eq}) del modello *SDOF* per ogni intervallo non-lineare. Successivamente deve essere costruito lo spettro di domanda con la risposta $S_A(T_{eq}, h_{eq})$ nell'asse verticale e $S_D(T_{eq}, h_{eq})$ nell'asse orizzontale. La domanda sismica si ottiene dal confronto fra la curva di capacità e lo spettro di domanda. Nel punto di incontro fra le due curve si ha la massima risposta del modello equivalente *SDOF*.
- *Step 4 – Valutazione della domanda di spostamento in ogni telaio del modello equivalente ad un singolo piano.* Lo spostamento di ogni telaio ($d_{Xi}^*_{max}$, $d_{Yi}^*_{max}$) del modello equivalente basato sulla risposta del primo modo è determinata dai risultati degli *step* 2 e 3.
- *Step 5 – Valutazione della domanda di spostamento in ogni piano dei telai piani.* La domanda di spostamento di ogni piano del telaio è ottenuta ripetendo gli *step* da 1 a 4. Dai valori massimi degli spostamenti ottenuti per il modello equivalente si ottengono per il modello *MDOF* gli spostamenti massimi:

$$\{d_{Xi\ max}\} = \Gamma_{S1} \{\phi_{S1}\} d_{Xi\ max}^* \quad (1.14)$$

$$\{d_{Yi\ max}\} = \Gamma_{S1} \{\phi_{S1}\} d_{Yi\ max}^* \quad (1.15)$$

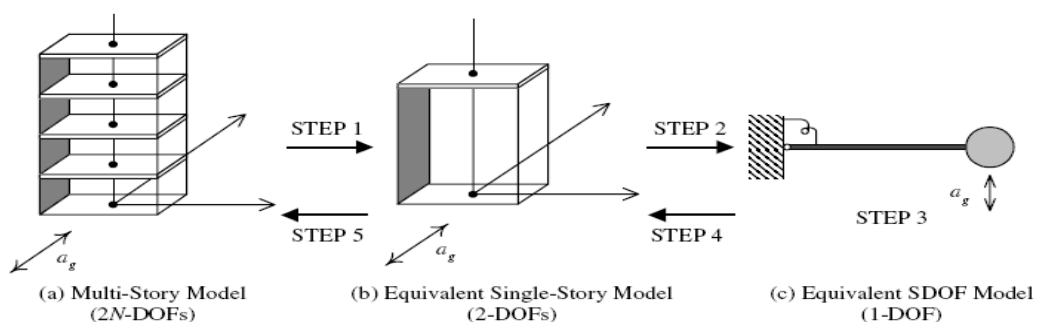


Figura 1.31 – Passi del metodo.

Gli autori concludono che, considerando l'azione sismica applicata in un'unica direzione e rispettando le assunzioni del modello, i risultati che si ottengono sono in grado di valutare con soddisfazione la domanda sismica.

1.3.3.3 Yu, Pugliesi, Allen e Bischoff [2004], “Assessment of modal pushover analysis procedure and its application to seismic evaluation of existing buildings”

Gli autori definiscono il problema relativo al *pushover* convenzionale dove non si considera l'effetto dei modo superiori e la possibilità di ridistribuire le forze inerziali nella struttura dopo lo snervamento. L'aspetto che più colpisce è la procedura con cui si applica il *MPA* alle strutture 3D asimmetriche:

1. Costruiscono il modello 3D e calcolano il periodo naturale, T_n e i modi, $\{\phi_n\}$, per vibrazioni lineari della struttura;
2. Essendo, tale procedura limitata a strutture torsionalmente rigide e non flessibili, applicano il metodo ai primi due periodi della struttura dove è predominante la componente traslazionale;
3. Per l' n -esimo modo, dopo aver applicato le forze laterali distribuite $\{S_n\} = [M]\{\phi_n\}$ al centro di massa (C_M) di ogni piano, eseguono una analisi di *pushover* 3D ricercando il taglio alla base – spostamento di copertura ($V_{bn}-u_{rn}$). La forma della distribuzione delle forze $\{S_n\} = [M]\{\phi_n\}$, include le forze laterali e il momento torcente;
4. Idealizzano la curva di *pushover* in una curva bilineare in accordo con FEMA 356;
5. Convertono la curva di *pushover* bilineare ottenendo $F_{sn}/L_n - D_n$, forza resistente – spostamento relativo all' n -esimo modo e calcolano il picco di spostamento di copertura $u_{rn} = \Gamma_n \phi_{rn} D_n$;
6. Ripetono gli step da 3 al 6 per ogni modo traslazionale fino al giusto grado di precisione;
7. Infine, determinano la risposta totale combinando il picco di risposta modale utilizzando le regole di combinazione.

Questo modo di procedere risulta, dalle applicazioni svolte, corretto solo per strutture con rigidità torsionale ma non negli altri casi.

1.3.3.4 Zaratè e Ayala [2004], “Validation of single storey models for the evaluation of the seismic performance of multi-storey asymmetric buildings”

Gli autori presentano una procedura che permette di definire una struttura semplificata a tre gradi di libertà rappresentante la struttura reale. Le informazioni derivanti da questo modello risultano discutibili, parecchi autori hanno concluso che l’analogia tra *MDOF* e *3DOF* può essere usata solo per strutture con rapporto di rigidezza costante tra resistenza degli elementi al carico laterale di ogni piano.

La struttura esaminata è regolare in pianta e in elevazione vedi *Figura 1.32* e *Figura 1.33*.

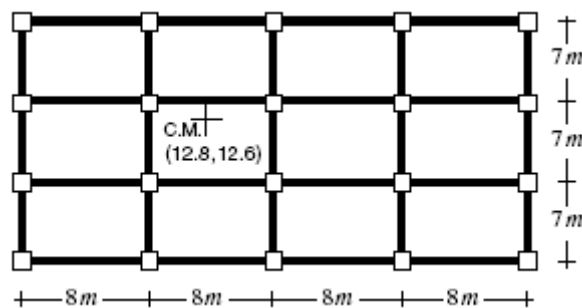


Figura 1.32 – Pianta della struttura.

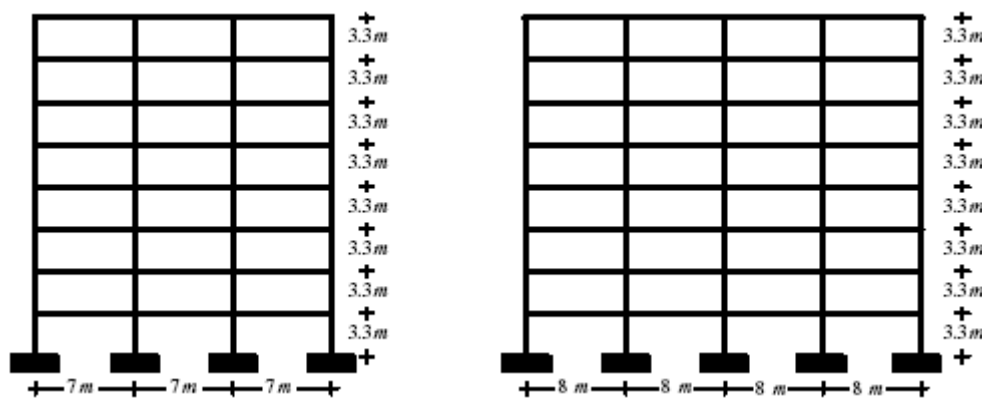


Figura 1.33 - Sezioni laterali della struttura.

Trasformando il modello originale *MDOF* nel modello equivalente *3DOF* (vedi *Figura 1.34*) sono stati confrontati i periodi (vedi *Tabella 1.2*).

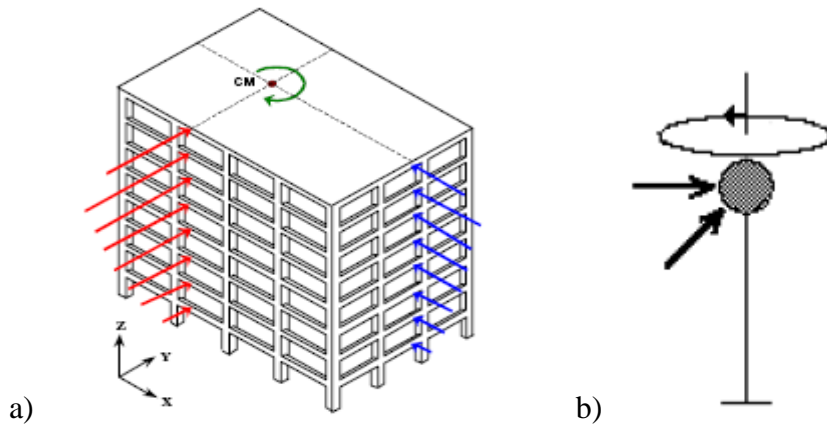


Figura 1.34 – Trasformazione del sistema MDOF in sistema 3DOF.

	T_3	T_2	T_1
Original Model	0.69322	0.91352	0.98861
Equivalent Model	0.69317	0.91351	0.98858
Error (%)	0.00786	0.00085	0.00262

Tabella 1.2 – Confronto fra i periodi dei modelli MDOF e 3DOF con il relativo margine di errore.

Gli autori descrivono ampiamente la trasformazione da un sistema a più gradi di libertà a uno di soli tre gradi di libertà. Un punto a sfavore di questo metodo è il non considerare la distribuzione in pianta della resistenza degli elementi. Comunque, questo modello può rappresentare la rigidezza laterale in entrambe le direzioni ortogonali e la rigidezza torsionale dell'analisi al *pushover*. Si possono ottenere 3 curve: spostamento di copertura – taglio alla base sia in direzione x che y e rotazione – momento (vedi Figura 1.35).

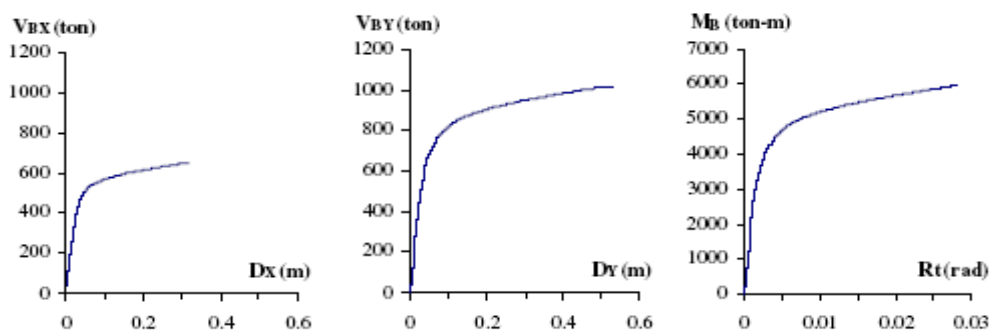


Figura 1.35 – Taglio alla base – spostamento di copertura in direzione x e y , momento – rotazione torsionale rispetto asse z .

Tale metodo risulta limitato per famiglie di edifici multipiano con le stesse restrizioni e nel caso elastico.

1.3.3.5 Fajfar, Marusic e Perus [2005], “Torsional effects in the pushover-based seismic analysis of buildings”

Gli autori confrontano i risultati di tre diversi modelli:

Primo, modello M (Figura 1.36) che consiste in tre elementi identici che resistono ai carichi laterali, l’eccentricità considerata ammonta al 15% della corrispondente dimensione in pianta per ognuna delle due direzioni, ampiamente descritto da Fajfar e Perus [2005], in “*On the inelastic torsional response of single-storey structures under bi-axial excitation*”. Sono state considerate due componenti dell’azione sismica nell’analisi dinamica. I sismi sono stati normalizzati con lo stesso *PGA* preservando il rapporto fra le due componenti di ogni sisma.

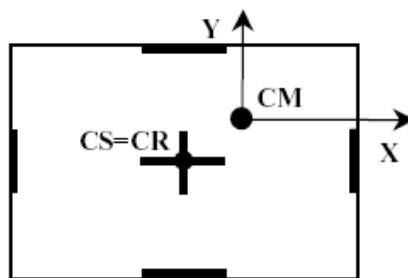


Figura 1.36 – Modello M.

Secondo, una struttura di 5 piani con telai in acciaio scomposto in tre differenti strutture, ampiamente descritto da Marusic e Fajfar [2005], in “*On the seismic response of asymmetric buildings under bi-axial excitation*”. Nella struttura S (vedi Figura 1.37) tutti i nodi hanno momento resistente, nella struttura F1 (vedi Figura 1.37) i nodi con momento resistente sono solo quelli nel perimetro ed infine nella struttura F2 (vedi Figura 1.37), dove rispetto alla struttura F1, i nodi con momento resistente sono solo quelli interni. L’asimmetria è stata introdotta assumendo la massa con un’eccentricità pari al 15% della dimensione in pianta in entrambe le direzioni. Per le analisi dinamiche sono stati

utilizzati accelerogrammi con due componenti. La direzione y è stata assunta come direzione debole e la direzione x è stata assunta come la direzione forte. Il fattore di scala utilizzato è lo stesso nelle due direzioni.

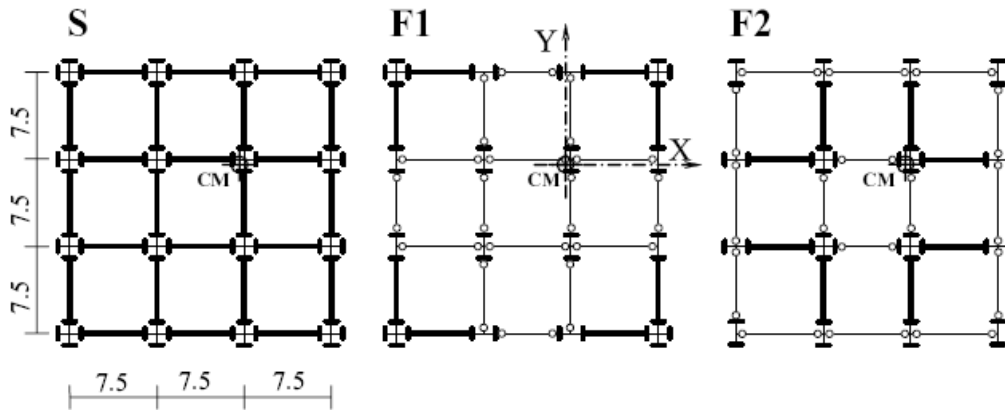


Figura 1.37 – Modelli S, F1 e F2.

Terzo, *SPEAR Building* (vedi *Figura 1.38*) è la tipica struttura di tre piani delle zone mediterranee, progettate per resistere solo ai carichi verticali. L'eccentricità fra il C_M e il C_R ammonta fra 10% e 14% nella direzione x e y rispettivamente. Nel primo modo è predominante la direzione x , nel secondo modo la direzione y e nel terzo modo l'effetto torsionale. Sono stati utilizzati sismi bi-direzionali semi-artificiali concordi allo spettro di progetto elastico dell'EC8.

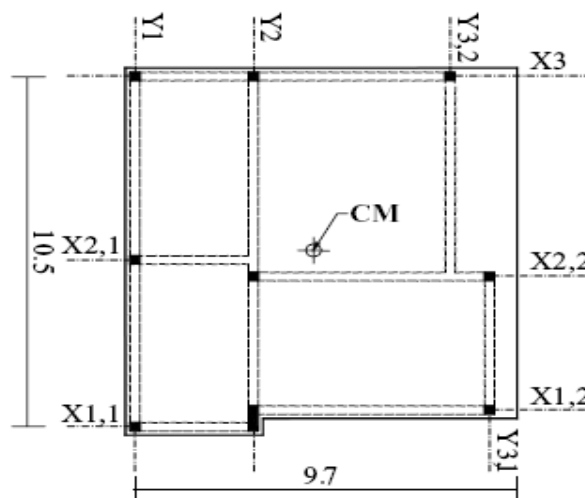


Figura 1.38 – Modello SPEAR Building.

Gli autori estendono il metodo *N2* nel seguente modo:

- 1) Analisi di *pushover* usando il modello matematico 3D. Il carico è applicato nel centro di massa, indipendente nelle due direzioni orizzontali. Si determina il *target* degli spostamenti per le due direzioni;
- 2) Analisi lineare modale usando il modello matematico 3D indipendente dalle eccitazione nelle due direzioni e combinate con le regole *SRSS*;
- 3) Determinazione del fattore di correzione da applicare al risultato dell'analisi di *pushover*;
- 4) Moltiplicare tutte le quantità ottenute dall'analisi di *pushover* con il fattore di correzione appropriato.

In questo modo è possibile ottenere l'effetto torsionale delle strutture.

I risultati, utilizzando l'*N2 Method* esteso, sono stati presentati con lo spostamento normalizzato rispetto allo spostamento del C_M (u/u_{CM}). L'effetto torsionale del modello *SPEAR Building* è rappresentato in *Figura 1.39*.

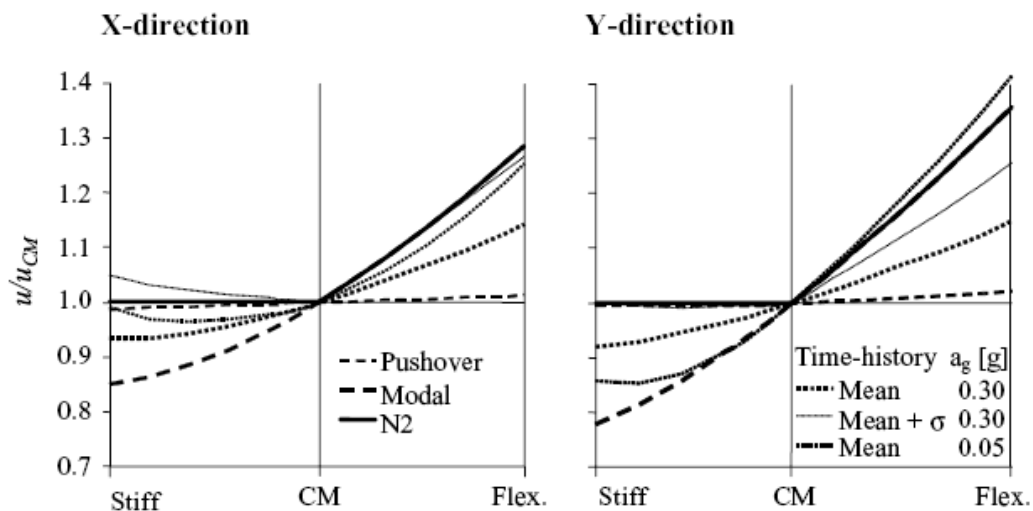


Figura 1.39 – Effetto torsionale della struttura *SPEAR Building* ottenuto per differenti analisi.

I risultati dell'*N2 Method* sono stati confrontati con i risultati dell'analisi modale elastica, l'analisi dinamica con bassa intensità e l'analisi di *pushover* con forze applicate nel C_M , presentata nella pubblicazione di Fajfar [2002].

L'analisi modale è stata svolta indipendentemente per il carico in entrambe le direzioni orizzontali, utilizzando le regole *CQC* per la combinazione dei diversi modi. Sono stati considerati tutti i modi con uno smorzamento del 5%. I risultati delle analisi in entrambe le direzioni sono state combinate con le regole *SRSS*. L'analisi dinamica è stata svolta con sette differenti accelerogrammi semi-artificiali.

Per quanto riguarda i modelli: S, F1 e F2 l'effetto torsionale è rappresentato nella *Figura 1.40*. I risultati dell'*N2 Method* esteso sono stati, anche in questo caso, confrontati con quelli ottenuti dagli altri tipi di analisi. Per l'analisi dinamica in questo caso sono stati considerati 24 accelerogrammi.

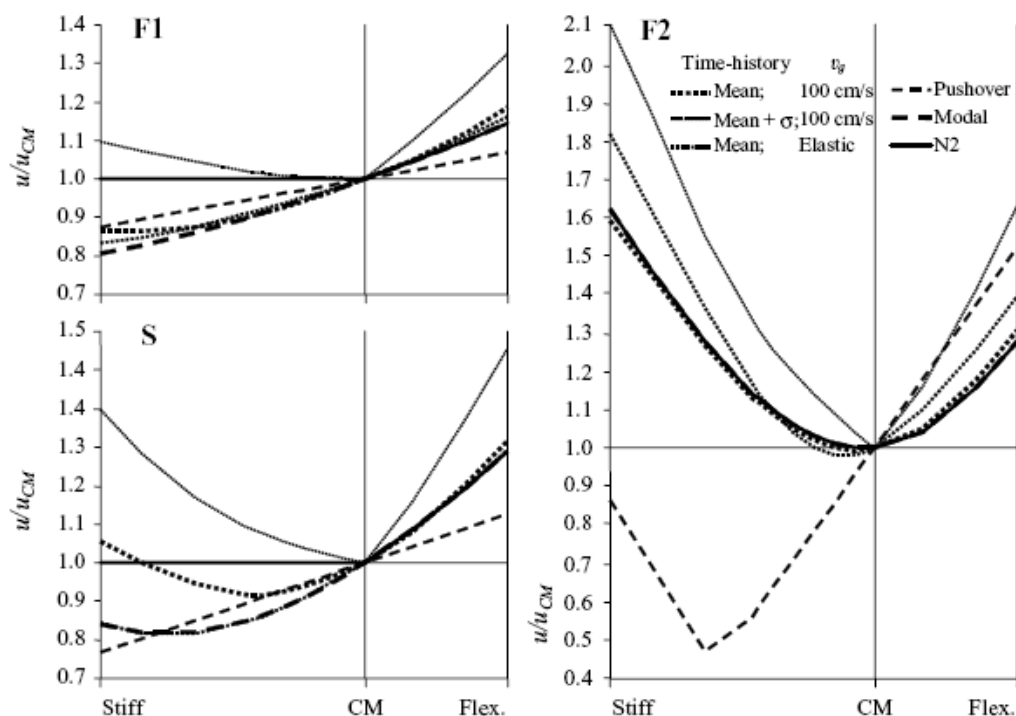


Figura 1.40 – Effetto torsionale delle struttura S, F1 e F2 ottenuto per differenti analisi.

Per le tre strutture in esame, gli autori affermano che i risultati dell'*N2 Method* hanno un eccellente accordo con l'analisi dinamica non-lineare.

Dalle analisi svolte gli autori sono giunti alla conclusione che la risposta nel campo inelastico risulta nella maggior parte dei casi qualitativamente simile alla risposta elastica. La riduzione degli spostamenti del lato rigido, dovuto alla

torsione, decresce con l'incremento della deformazione plastica, con l'eccezione di terremoti di grande intensità.

1.3.4 Conclusioni

Dagli articoli proposti e dai relativi esempi si può concludere sottolineando alcuni aspetti molto importanti per la modellazione e l'analisi di strutture irregolari in pianta che:

1. Le forze laterali sono sempre applicate nel centro di massa di piano.
2. La distribuzione dei carichi lungo l'altezza dell'edificio in alcuni casi è di tipo triangolare e sembra approssimare correttamente i risultati delle analisi dinamiche (si veda Kilar e Fajfar [1996], Faella e Kilar [1998], Moghadam e Tso [2000], Kilar e Fajfar [2002] e Penelis e Kappos [2002]).
3. La distribuzione dei carichi lungo l'altezza dell'edificio è stata considerata uniforme e proporzionale al primo modo di vibrare da Kilar e Fajfar [2002].
4. La distribuzione dei carichi lungo l'altezza dell'edificio è stata considerata proporzionale ai diversi modi di vibrare della struttura da Chopra e Goel [2004], Fujii et al [2004], Yu et al [2004], Zaratè e Ajala [2004] e Fajfar et al [2005]
5. I risultati delle analisi dinamiche sono influenzate dall'intensità del sisma applicato.
6. Le strutture studiate attraverso *pushover* tridimensionale in alcuni casi presentano dei telai in una direzione più rigidi rispetto che nella direzione ortogonale. Per tale motivo le analisi statiche e dinamiche sono state condotte applicando le forze o gli accelerogrammi nelle due direzioni ortogonali.
7. La risposta torsionale delle strutture induce un aumento dello spostamento del lato più deformabile dell'edificio.
8. Nell'analisi di *pushover* che considera gli effetti dei modi superiore, Fujii et al [2004] considerano solo i primi due come influenti.

9. Sono state anche proposte delle modellazioni strutturali semplificate, discretizzando la struttura attraverso macroelementi con comportamento già noto, in modo da cogliere più rapidamente e con oneri computazionali minori la risposta della struttura (Kilar e Fajfar [1996]).
10. Non sempre la trasformazione del sistema MDOF in sistema equivalente SDOF coglie correttamente la risposta strutturale, per una corretta modellazione occorre rispettare i requisiti proposti da Fujii et al. 2004. Il modello equivalente SDOF non considera la distribuzione in pianta della rigidezza degli elementi.

Capitolo II

Fate le cose nel modo più semplice possibile,
ma senza semplificare.

Albert Einstein

DISTRIBUZIONE DELLE FORZE DI PUSHOVER ADOTTATE NELLE ANALISI

2.1 Introduzione all'analisi di Pushover

Le analisi dinamiche non-lineari permettono l'esatta comprensione dei fenomeni dinamici che si innescano sotto azione sismica, per tale motivo l'uso delle analisi evolutive nel tempo è molto apprezzato.

Quanto appena detto è valido a maggior ragione per le strutture spaziali con irregolarità geometriche, di rigidità e di massa. Quest'ultime, per via della loro complessità, presentano fenomeni dinamici specifici e comportamenti difficilmente prevedibili con analisi di tipo statico.

L'analisi dinamica non-lineare sembra possedere tutte le caratteristiche per essere il metodo di calcolo dominante nella progettazione antisismica, tuttavia l'utilizzo di tale strumento si presenta spesso problematico e gravoso, soprattutto nell'ambito della progettazione pratica.

L'onere computazionale e i problemi di stabilità numerica riducono l'applicabilità delle analisi dinamiche non-lineari per strutture complesse, specie in ambito progettuale, dove le continue verifiche, riprogettazioni, aggiustamenti e revisioni del progetto portano all'inutilizzo del metodo dinamico. Oltretutto per ottenere dei risultati statisticamente attendibili si devono svolgere le analisi dinamiche con un discreto *set* di accelerogrammi (peraltro di difficile definizione), questa necessità allunga ulteriormente i tempi di calcolo e l'onere da parte dei progettisti.

Quelle appena elencate costituiscono ragioni rilevanti per l'utilizzo e lo sviluppo delle procedure di analisi statica non-lineare, le cosiddette analisi di spinta

(*pushover*). Quest'ultima metodologia di calcolo statico non-lineare vuole essere un procedimento semplice, e al tempo stesso computazionalmente economico, che permetta di valutare sia il comportamento elastico che quello post-snervamento della struttura, dove e con quale progressione si formano le cerniere plastiche, dove si trovano le debolezze strutturali, come e quale tipo di crisi si raggiunge, quale sia il livello di duttilità strutturale.

Le diverse tipologie di analisi statiche non-lineari concepite per la progettazione antisismica differiscono fra loro per diversi fattori; fra i principali possiamo includere la tipologia di distribuzione di forze da applicare alla struttura, la possibilità di avere distribuzioni di forze (o spostamenti) adattive che cambiano al variare del grado di danneggiamento della struttura, l'eventualità di considerare l'interazione dei diversi modi di vibrare della struttura.

Tali metodi, seppur diversi tra loro, combinano tutti una analisi di spinta, o analisi di *pushover* della struttura con uno studio dello spettro di risposta di un sistema ad un solo grado di libertà equivalente al precedente. Per analisi di *pushover* si intende una procedura costituita dalla soluzione iterativa incrementale delle equazioni di equilibrio statico corrispondenti ad un modello strutturale non-lineare, soggetto ad un sistema di forze laterali (o spostamenti) gradualmente e monotonicamente crescenti. Ad ogni incremento di tali carichi (o spostamenti) la resistenza strutturale viene rivalutata e la matrice di rigidezza viene aggiornata, conformemente al conseguimento della convergenza proseguendo fino al raggiungimento dello stato limite di danneggiamento predefinito o fino al collasso della struttura.

In altre parole l'analisi di *pushover* consiste nell'esame della struttura sottoposta ai carichi verticali (pesi propri, permanenti ed accidentali) e ad un sistema di forze laterali che è incrementato in maniera monotona attraverso un coefficiente moltiplicativo dei carichi, al crescere del quale aumenta monotonicamente lo spostamento orizzontale di un punto di controllo della struttura (posto tipicamente in sommità dell'edificio), fino al raggiungimento delle condizioni ultime o prefissate (vedi *Figura 2.1*)

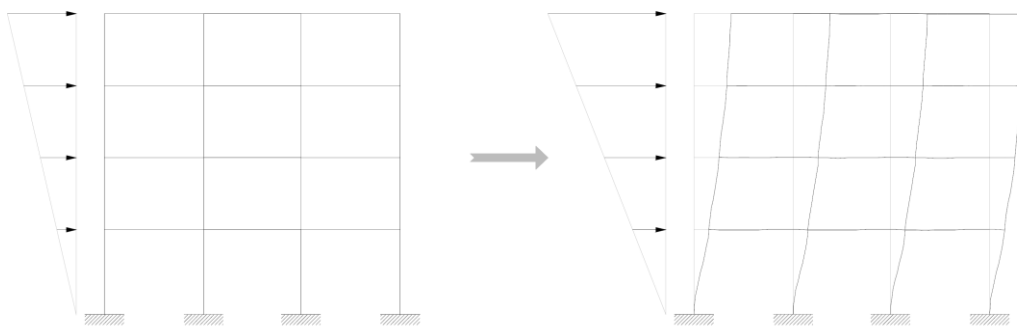


Figura 2.1 – Distribuzione orizzontale dei carichi

Poiché a tale sistema di forze laterali è affidato il compito di riprodurre gli effetti che si innescano a seguito di un terremoto applicato alla struttura, è evidente come dalle caratteristiche della distribuzione di forze adottata dipenda la validità dell'intera analisi. A questo proposito è necessario rilevare fin d'ora che la forma di tutti i profili dei carichi laterali riportati nei codici di progettazione è fissata, e non varia durante l'analisi. Questa caratteristica rappresenta una delle maggiori limitazioni per le procedure statiche non-lineari, a causa del fatto che, invece, la reale distribuzione delle forze inerziali sull'edificio cambia continuamente nel corso di un evento sismico, sia per il contributo dei modi di vibrare superiori che per il degrado strutturale.

Per ovviare agli inconvenienti appena descritti si sono sviluppate procedure statiche non-lineari che considerano la presenza e l'interazione di diversi modi di vibrare della struttura (interazione multimodale), inoltre, nei metodi più avanzati, si considera anche la contemporanea variabilità della distribuzione di forze laterali al crescere del moltiplicatore dei carichi (adattività dei carichi). Ad oggi le più avanzate metodologie di *pushover* cercano di tenere in considerazione entrambi gli aspetti appena descritti: multimodalità e adattività della distribuzione laterale dei carichi. In tal modo si cerca di migliorare l'accuratezza della soluzione, avvicinandosi ai risultati previsti dalle analisi dinamiche non-lineari. Avanzate procedure di questo tipo sono state proposte da Antoniou S. e Pinho R. [2004], denominate *FAP* (*force-based adaptive pushover*) e *DAP* (*displacement-based adaptive pushover*).

Per ulteriori informazioni al riguardo dei metodi di *pushover* appena elencate si veda l'appendice A, qui sono riportati i dettagli tecnici dei due procedimenti.

L'affidabilità dei risultati ottenuti dall'impiego degli algoritmi *FAP* e *DAP* è stata ampiamente testata su strutture piane, dove entrambi i metodi forniscono dei buoni risultati, si veda la pubblicazione di Ferracuti B., Savoia M., Pinho R., Francia R. [2006]. Lo stesso non si può ancora dire nell'ambito delle strutture spaziali, dove la validazione di tali metodi adattivi e multimodali è ancora a livello sperimentale.

Quanto fino ad ora esposto è generalmente applicabile senza difficoltà particolari ai telai piani, l'estensione al caso di strutture spaziali irregolari dei diversi metodi di *pushover* 2D proposti in letteratura (adattivi, non adattivi, multimodali ecc...) presenta alcune difficoltà. Gli stessi autori che hanno proposto i diversi metodi di analisi di *pushover* per le strutture piane stanno studiando modifiche e revisioni dei loro metodi per estenderne l'applicabilità anche a strutture spaziali con irregolarità geometriche, di rigidità e di massa.

Da quanto appena detto risulta che l'analisi di *pushover* per strutture spaziali irregolari è ancora a livello sperimentale, specie per quanto riguarda le strutture con forti irregolarità, nelle quali il comportamento dinamico è estremamente differenziato rispetto alle strutture regolari: i modi torsionali possono predominare su quelli traslazionali.

Nell'ambito di strutture spaziali regolari, in cui il centro di massa (C_M) coincide con il centro di rigidità (C_R), le analisi di *pushover* classicamente impiegate e validate per i telai piani conducono a risultati incoraggianti. Quanto è stato scoperto e validato per i telai piani è valido anche per le strutture spaziali regolari in pianta e in altezza.

Le metodologie di applicazione dei carichi e lo svolgersi delle analisi sono un'estensione del caso piano, l'unica differenza consiste nell'applicare le forze di piano in modo che la loro risultante passi per il centro di massa (che coincide con il centro di rigidità).

Quando invece si indagano strutture spaziali con irregolarità e con il centro di massa non coincidente con il centro di rigidità nascono gravi problematiche legate alla rigidità torsionale della struttura.

I risultati ottenuti dalle “classiche” analisi di *pushover* su tali strutture irregolari portano a previsioni errate, specie per quanto riguarda le rotazioni di piano.

Per analisi di *pushover* “classiche” si intendono alcune delle analisi proposte da quasi tutte le normative internazionali (EC8, FEMA, ATC, ecc...) come il metodo standard di applicazione e distribuzione delle forze da adottare sulle strutture piane: distribuzione uniforme, distribuzione triangolare. La distribuzione di forze laterali proporzionale al modo di vibrare fondamentale è considerata un’evoluzione delle due metodologie appena elencate.

L’entità degli errori commessi viene usualmente valutata confrontando i risultati delle analisi di *pushover* con quelli delle analisi dinamiche non-lineari, quest’ultimi sono ritenuti di riferimento, per validare la bontà dei risultati ottenuti dal metodo di analisi di *pushover* utilizzato.

In strutture spaziali con lievi irregolarità gli errori commessi dalle “classiche” analisi di *pushover* nella previsione del comportamento strutturale sono di piccola entità, mentre nelle strutture fortemente irregolari i risultati delle “classiche” analisi di *pushover*, che venivano utilizzate per i telai piani, portano a valori differenti rispetto a quanto previsto dalle analisi dinamiche.

In particolare l’applicazione delle “classiche” metodologie di *pushover* al caso di strutture spaziali irregolari porta ad una sottostima delle effettive rotazioni di piano.

Si sottolinea che utilizzando una distribuzione di forze triangolari o uniforme si applicano solo forze orizzontali nei baricentri di piano. Invece con una distribuzione di forze proporzionale al primo modo si tiene in conto anche delle forze d’inerzia rotazionale, infatti, in tal caso si applicano non solo forze orizzontali ma anche coppie a livello di ogni piano.

Risulta evidente che con una distribuzione proporzionale al primo modo si ottengono delle rotazioni di piano superiori rispetto al caso di distribuzioni uniformi o triangolari.

Questo problema è noto da tempo, negli anni diversi ricercatori (Chopra e Goel [2004], Kilar e Fajfar [2002], Penelis e Kappos [2002], Moghadam e Tso [1996]) hanno sperimentato differenti strade per giungere ad una soluzione, ma tutt’ora il problema rimane aperto.

Allo stato attuale le uniche strutture spaziali che si possono indagare, senza problemi particolari, con una “classica” analisi di *pushover* sono quelle regolari e torsionalmente rigide, che ovviamente possono essere decomposte in telai piani equivalenti da analizzare con le metodologie già validate sulle strutture piane.

Nel caso non si richiedano precisioni elevate, ma semplicemente una stima del comportamento, le analisi di *pushover* “classiche” possono essere impiegate anche per strutture con lievi irregolarità.

I problemi più assillanti nascono sulle strutture spaziali torsionalmente flessibili, un’ulteriore complicità può essere dovuta dalla presenza di un’eccentricità fra C_M e C_R , specie se quest’ultima è di notevole entità.

Il comportamento dinamico di una struttura spaziale può complicarsi maggiormente anche a causa di forti irregolarità strutturali e quando i modi di vibrare traslazionali sono accoppiati con quelli torsionali. In questi casi risulta estremamente difficile con un’analisi statica cogliere gli effetti dinamici della struttura. Nell’ambito della presente tesi per cogliere gli aspetti torsionali di tali strutture irregolari si è proposta l’analisi di *pushover* con distribuzione delle forze laterali di tipo β , si veda il capitolo secondo al riguardo.

Nel seguito del presente capitolo verranno esposte e proposte in dettaglio alcune tipologie di *pushover* non adattivo, con alcuni riferimenti ad una struttura spaziale di tre piani con elevata eccentricità del centro di rigidezza (C_R) rispetto al centro di massa (C_M).

Nella descrizione delle varie metodologie di *pushover* non adattivo, contraddistinte dalla diversa distribuzione di forze laterali e di coppie torsionali a livello di piano, si faranno riferimenti alle problematiche di applicazione di tali tipi di *pushover* al riguardo di strutture spaziali irregolari.

Oltre ai problemi che si possono trovare nell’applicazione dell’analisi statica non-lineare di spinta sulle strutture spaziali verranno descritte anche i pregi e difetti di ogni metodo.

Particolare attenzione sarà rivolta al *pushover* con distribuzione delle forze di tipo β , esso è il metodo di *pushover* proposto (nell’ambito della presente tesi) per le strutture spaziali con forti eccentricità fra il centro di rigidezza e quello delle masse.

2.2 Analisi di Pushover con distribuzione Uniforme

L'analisi di *pushover* consiste nell'esame della struttura sottoposta ai carichi verticali (pesi propri, permanenti ed accidentali) e ad un sistema di forze laterali al crescere delle quali aumenta monotonamente lo spostamento orizzontale di un punto di controllo della struttura (posto tipicamente in sommità dell'edificio), fino al raggiungimento delle condizioni ultime.

L'analisi di *pushover* con distribuzione delle forze uniforme fa parte (assieme al *pushover* con distribuzione triangolare e al proporzionale al modo fondamentale) delle cosiddette tipologie convenzionali di analisi di spinta.

Tali metodologie di analisi di *pushover* convenzionali sono proposte, dalle varie normative internazionali (EC8, FEMA, ATC), come metodi standard di analisi statica non-lineare per le strutture regolari.

Le tipologie di *pushover* con distribuzione uniforme e triangolare si distinguono fra loro solamente per la diversa modalità di distribuzione delle forze sulla struttura.

Nel caso di distribuzione proporzionale al modo fondamentale oltre all'applicazione di forze orizzontali vengono applicate anche momenti torcenti.

La caratteristica che contraddistingue le tipologie di *pushover* convenzionali da quelle adattive è l'invariabilità della forma dei carichi laterali applicati al crescere del moltiplicatore dei carichi.

Nel caso di telai piani, per *pushover* uniforme si intende applicare ad ogni piano del telaio una forza orizzontale, poi tramite un moltiplicatore dei carichi si incrementano le forze laterali di piano fino ad arrivare alle condizioni ultime della struttura, oppure fino ad un prefissato livello di deformazione o spostamento.

Ricordiamo che l'analisi di *pushover* con distribuzione uniforme è proposta dalle normative perché si presuppone che tale distribuzione di forze riesca a cogliere il comportamento ultimo di una struttura che va in crisi con un meccanismo di piano debole formatosi alla base. Con un meccanismo di rottura del tipo appena descritto le forze d'inerzia, indotte dall'azione sismica, che si innescano sull'altezza dell'edificio non possono essere che uguali fra loro (vedi *Figura 2.4*). Difatti quando si forma un meccanismo di piano debole alla base della struttura, quest'ultima si deformerà traslando con un moto rigido rispetto al piano andato in

crisi, quindi la forma modale della struttura passerà da lineare a costante sull'altezza.

Purtroppo quanto appena detto vale per i telai piani, ma non è affatto vero per una struttura spaziale, nella quale potrebbe generarsi una crisi di piano debole in entrambe le direzioni x e y , oppure solamente in una delle due direzioni. Ovviamente non esiste un metodo per saperlo a priori, tutto dipende dalla direzione di provenienza del sisma e da come sono disposti (in pianta) gli elementi di controventamento della struttura.

Nel caso di strutture spaziali non si sa quindi in quale direzione applicare le forze; se solo in una, in entrambe contemporaneamente oppure se fare due analisi di *pushover* distinte nelle due direzioni e poi combinare i risultati con le regole di quadratura. Ovviamente se l'*input* sismico proviene da una direzione parallela ad x o y le forze si applicheranno solamente in quella direzione (vedi *Figura 2.2*), ma nel caso di eccitazione sismica bidirezionale il problema permane. L'idea più semplice, ma non supportata da alcuna evidenza sperimentale, potrebbe essere quella di effettuare due analisi di *pushover* distinte in entrambe le direzioni ortogonali.

In alternativa si potrebbero prendere in considerazione diverse direzioni di provenienza dell'*input* sismico ed applicare delle forze laterali di *pushover* parallele alle supposte direzioni di provenienza del sisma.

Naturalmente qualsiasi sia la scelta saranno sempre applicate solo forze e non momenti torcenti.

Fino ad ora si è parlato di come distribuire le forze di *pushover* lungo l'altezza della struttura e con quale direzione, rimane però ancora il problema di capire come distribuire le forze laterali a livello del singolo piano. Su di un piano infatti si trovano diversi punti, tutti appartenenti al medesimo solaio, in cui sarebbe possibile applicare le forze laterali di *pushover*.

Per estendere l'applicazione del *pushover* uniforme alle strutture spaziali è quindi necessario un nuovo criterio che stabilisca come distribuire le forze all'interno del piano. Diversi studi fatti da vari autori (Chopra e Goel [2004], Kilar e Fajfar [2002], Penelis e Kappos [2002], Moghadam e Tso [1996]) hanno mostrato che la soluzione migliore, ed anche la più logica, è quella di applicare la risultante delle

forze di piano nel centro di massa (C_M) del piano stesso. Tale evidenza deriva dal fatto che le forze laterali di *pushover* cercano di esprimere le forze d'inerzia che si innescano sotto l'azione sismica, quindi tali forze non possono essere che distribuite proporzionalmente alla distribuzione delle masse a livello dei singoli piani (vedi *Figura 2.3*). Ovviamente, per le regole della geometria delle masse, la forza risultante che ne deriva passa per il centro di massa del piano considerato. Per i motivi appena detti, se la struttura presenta dei solai infinitamente rigidi è possibile applicare direttamente un'unica forza di *pushover* per ogni piano, tale forza sarà applicata appunto nel C_M del piano considerato. L'infinita rigidità del solaio farà sì che le forze siano distribuite a livello del singolo piano.

Nella presente tesi la struttura è stata modellata attraverso il *software SeismoStruct* che a tutt'oggi non presenta la possibilità di inserire un diaframma rigido e quindi un *master node*. Per cui le forze sono state applicate nei nodi trave-pilastro dove sono state concentrate le masse dei solai, in modo che la risultante delle forze di piano passasse per il centro di massa C_M (vedi *Figura 2.2* e *Figura 2.3*).

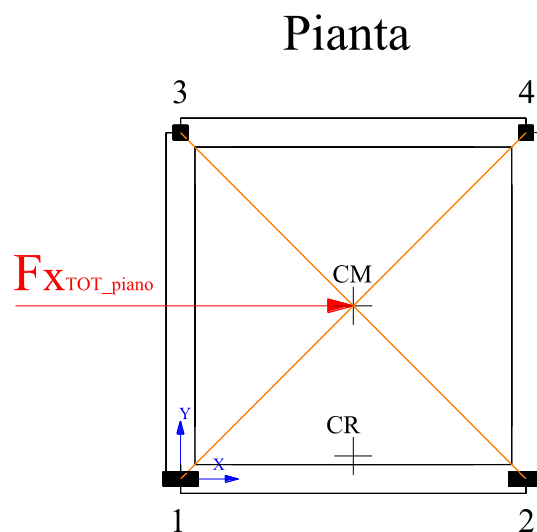


Figura 2.2 – Schema di applicazione delle forze di piano per il caso di *pushover* con distribuzione uniforme. Notare che la risultante delle forze di piano passa per il centro di massa C_M .

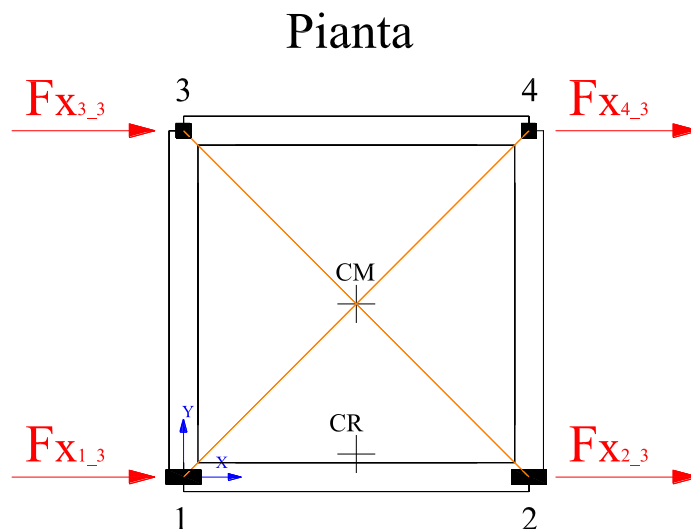


Figura 2.3 - Schema di distribuzione delle forze laterali (sul piano della struttura) per il caso di pushover con distribuzione uniforme, in una struttura che presenta quattro masse concentrate di pari entità ai quattro vertici del solaio.

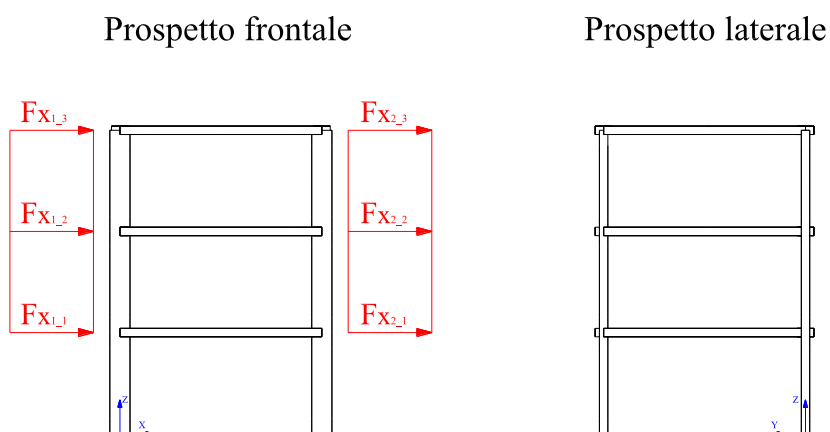


Figura 2.4 – Schema di distribuzione delle forze laterali (sull'altezza della struttura) per il caso di pushover con distribuzione uniforme.

Per una comprensione visiva della distribuzione delle forze laterali, per il caso di pushover con distribuzione uniforme applicato ad una struttura eccitata da un sisma proveniente dalla direzione x , si veda la *Figura 2.4* e *Figura 2.3*.

In tali figure è possibile osservare che le forze applicate hanno tutte lo stesso modulo, non solo lungo l'altezza, ma anche a livello di piano. Ciò è dovuto al fatto che il centro di massa C_M coincide con il centro di simmetria del solaio.

Nel caso in cui il C_M non fosse esattamente al centro del solaio allora la distribuzione delle forze nei quattro nodi d'angolo non sarebbe la stessa di *Figura 2.3*, in tal caso bisognerebbe ripartire la forza di piano in maniera proporzionale alla distribuzione delle masse all'interno del piano.

L'analisi di *pushover* con distribuzione uniforme non permette di considerare delle forze di tipo rotazionali, le quali creano delle coppie torcenti.

Tali coppie sono indispensabili nel caso in cui si voglia descrivere il comportamento torsionale delle strutture spaziali, tale comportamento torsionale risulta poi molto accentuato in strutture con forti irregolarità di geometria, di massa e di rigidità.

Per il motivo suddetto l'analisi di *pushover* uniforme non trova un largo utilizzo nell'ambito delle strutture spaziali irregolari, ciò è dovuto proprio all'assenza di tali forze rotazionali nella direzione ortogonale a quella di provenienza del sisma: senza tali coppie torcenti non si riescono a cogliere le massime rotazioni di piano che avvengono a seguito dell'evento sismico; non si riesce a descrivere il comportamento torsionale della struttura.

In strutture spaziali irregolari i modi di vibrare torsionali possono avere masse partecipanti (di tipo rotazionale) non trascurabili, quindi la risposta dinamica della struttura sollecitata da azioni sismiche potrebbe essere influenzata notevolmente dalla risposta di tali modi torsionali; i quali non possono essere descritti in maniera accurata senza le suddette coppie torcenti. Per tale motivo l'analisi di *pushover* con distribuzione uniforme non si rivela adatta per le strutture spaziali irregolari: essa non riesce a prevedere le massime rotazioni di piano che si sviluppano a seguito dell'evento sismico.

2.3 Analisi di Pushover con distribuzione Triangolare

Nelle analisi di *pushover* con distribuzione triangolare le forze sono distribuite sull'altezza della struttura con un andamento lineare, con forze massime in sommità (vedi *Figura 2.7*); la risultante delle forze di piano viene fatta passare per il centro di massa C_M in modo analogo a quanto si è fatto per il *pushover* con distribuzione uniforme (vedi *Figura 2.5* e *Figura 2.6*)

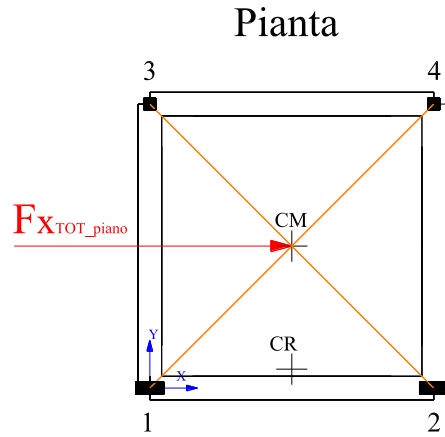


Figura 2.5 – Schema di applicazione delle forze di piano per il caso di pushover con distribuzione triangolare. Notare che la risultante delle forze di piano passa per il centro di massa C_M .

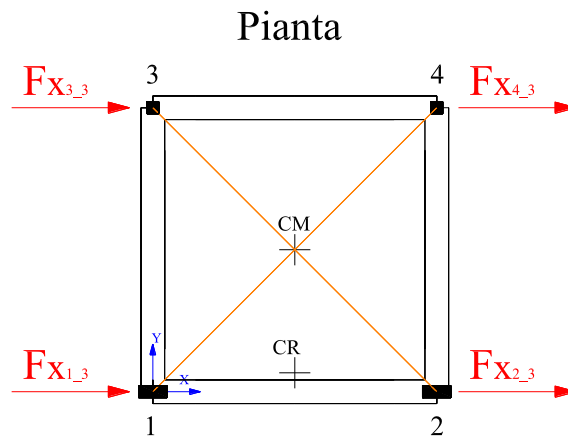


Figura 2.6 - Schema di distribuzione delle forze laterali (sul piano della struttura) per il caso di pushover con distribuzione triangolare, in una struttura che presenta quattro masse concentrate di pari entità ai quattro vertici del solaio.

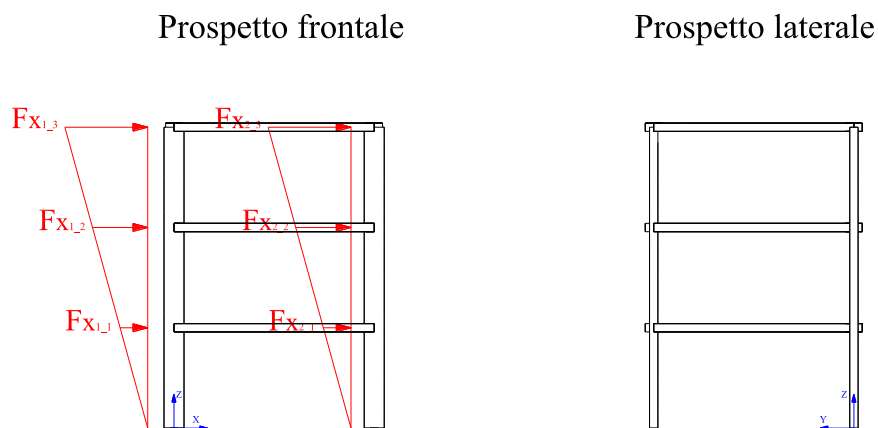


Figura 2.7 – Schema di distribuzione delle forze laterali (sull'altezza della struttura) per il caso di pushover con distribuzione triangolare.

I motivi di tale scelta sono stati ampiamente discussi nel paragrafo precedente sull'analisi di *pushover* con distribuzione uniforme. Tutte le considerazioni e le osservazioni fatte nel paragrafo precedente, a riguardo di come distribuire le forze all'interno del singolo piano, valgono anche per il caso di *pushover* con distribuzione triangolare. Lo stesso si può dire per quel che riguarda la scelta della direzione in cui svolgere l'analisi di *pushover* con distribuzione triangolare: vale ancora quanto detto a riguardo del *pushover* con distribuzione uniforme.

La distribuzione triangolare di forze laterali vuole simulare l'andamento delle forze d'inerzia sismiche che si dovrebbero innescare in una struttura regolare, il cui modo di vibrare fondamentale dovrebbe essere quasi lineare e con massa partecipante elevata.

Quanto appena detto risulta vero per i telai piani e le strutture spaziali regolari; nelle strutture spaziali irregolari, le forze d'inerzia rotazionali associate al modo di vibrare fondamentale possono essere elevate, e quindi il comportamento sismodinamico di tali strutture non è affatto governato da un modo di forma triangolare, ma piuttosto da un modo roto-traslazionale; in cui la componente traslazionale potrebbe avere una forma simile a quella triangolare solo se la struttura è regolare sull'altezza.

Tale circostanza porta a commettere errori nella previsione della domanda inelastica della struttura, si commettono cioè errori nella previsione della configurazione deformata che si manifesta nell'istante in cui si raggiunge la rottura. In particolare l'analisi di *pushover* con distribuzione triangolare sottostima le massime rotazioni di piano raggiunte nelle analisi dinamiche, ciò è dovuto proprio all'assenza di forze rotazionali nella distribuzione triangolare che invece si innescano per via dell'influenza non trascurabile dei modi di vibrare torsionali.

D'altro canto la componente traslazionale, dei modi di vibrare roto-traslazionali associati alle strutture irregolari, ha una forma molto simile a quella triangolare, sempre se la struttura non è eccessivamente alta, molto deformabile o irregolare in altezza.

Ciò comporta alcune favorevoli conseguenze: l'analisi di *pushover* con distribuzione triangolare sottostima il comportamento torsionale della struttura (cioè le massime rotazioni di piano che si verificano nell'istante a rottura delle

analisi dinamiche), però riesce a cogliere i massimi spostamenti. Questo accade perché la componente traslazionale dei modi roto-traslazionali delle strutture irregolari è simile alla triangolare.

Da quanto appena detto si comprende che l'analisi di *pushover* con distribuzione triangolare risulta una tipologia di applicazione delle forze laterali che permette di cogliere le risposte traslazionali delle strutture irregolari in pianta (e regolari in altezza) con un numero piccolo di piani, ma purtroppo non riesce a cogliere le risposte torsionali per via della mancanza di forze di *pushover* che creino delle coppie.

Tale evidenza suggerisce di trovare un'altra distribuzione di forze di *pushover* che contenga al suo interno anche delle forze che generino delle coppie, in tal modo si cerca di prevedere la risposta torsionale delle strutture irregolari in pianta.

2.4 Analisi di Pushover con distribuzione Proporzionale al Modo Fondamentale

Questa tipologia di *pushover* vuole essere un affinamento del caso triangolare, in questo caso si adotta una distribuzione delle forze laterali proporzionale al modo di vibrare fondamentale in una certa direzione (modo con maggiore massa partecipante nella direzione prescelta). Se l'*input* sismico proviene dalla direzione x , allora si adotterà una distribuzione delle forze di *pushover* proporzionale al modo fondamentale lungo la direzione x , ovvero, proporzionalmente al modo che possiede la maggior massa partecipante traslazionale lungo tale direzione; in modo analogo si procede se l'*input* sismico proviene dalla direzione y .

La miglioria apportata dell'analisi di *pushover* con distribuzione proporzionale al modo fondamentale (rispetto al *pushover* con distribuzione triangolare) consiste nella rimozione dell'ipotesi che il modo di vibrare fondamentale della struttura sia di forma simile alla triangolare, ma viene effettivamente valutata la forma modale fondamentale.

Distribuire le forze laterali secondo una forma proporzionale ad un modo dominante permette di approssimare meglio la risposta di una struttura irregolare (per tali strutture i modi fondamentali non sono di forma triangolare).

Oltre alla migliore descrizione delle forze d'inerzia che si innescano sotto azione sismica è possibile, con tale distribuzione proporzionale, tenere conto delle forze d'inerzia rotazionale ed eventualmente anche forze che nascono nella direzione ortogonale a quella di provenienza del sisma.

Nel caso dei telai piani non vi era questa possibilità, perché i modi di vibrare erano tutti contenuti nel piano, per le strutture spaziali ed irregolari in pianta accade invece che i modi traslazionali e rotazionali si accoppiano fra loro generando dei modi roto-traslazionali che presentano componenti di spostamento in entrambe le direzioni x e y .

A questo punto rimane da definire quale sia il modo fondamentale da prendere in considerazione per la distribuzione delle forze; il buonsenso suggerisce di prendere il modo che possiede la maggior massa partecipante lungo la direzione di provenienza dell'*input* sismico.

Da notare che per tale tipo di *pushover* la distribuzione delle forze laterali varia in base alle caratteristiche modali della struttura.

Si veda la *Figura 2.8*, *Figura 2.9*, *Figura 2.10* e *Figura 2.11* per comprendere come sono distribuite le forze laterali per questo tipo di *pushover* proporzionale al modo fondamentale nella direzione x , l'esempio riportato in figura fa riferimento ad una struttura spaziale con un'elevata eccentricità fra C_R e C_M .

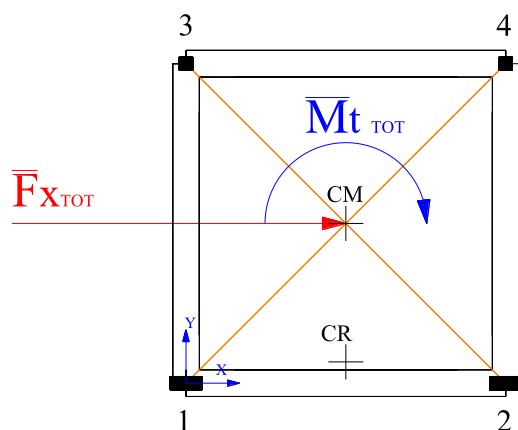


Figura 2.8 – Distribuzione in pianta della somma delle forze di pushover proporzionali al modo fondamentale.

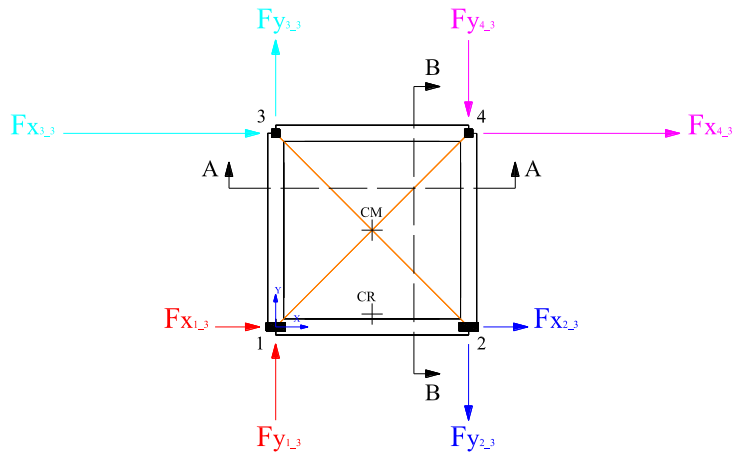


Figura 2.9 - Schema di distribuzione delle forze laterali (sul piano della struttura) per il caso di pushover con distribuzione proporzionale al modo fondamentale, in una struttura che presenta un'eccentricità monodirezionale fra C_R e C_M .

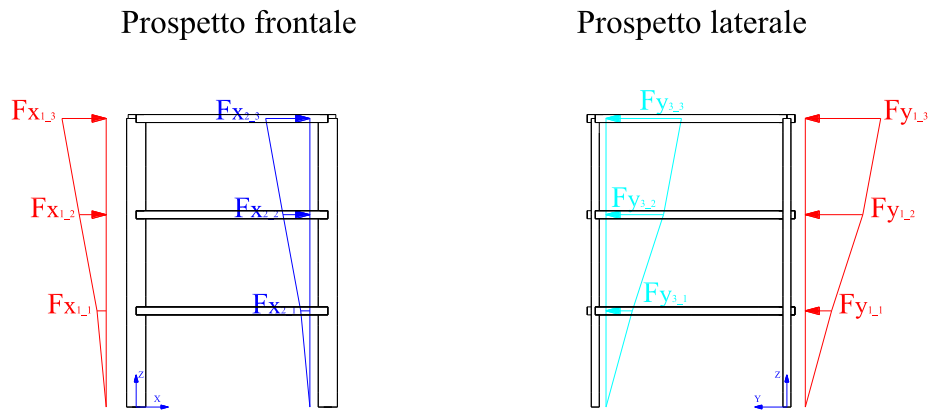


Figura 2.10 - Schema di distribuzione delle forze laterali (sull'altezza della struttura) per il caso di pushover con distribuzione proporzionale al modo fondamentale, in una struttura che presenta un'eccentricità monodirezionale fra C_R e C_M del tipo riportata in Figura 2.9.

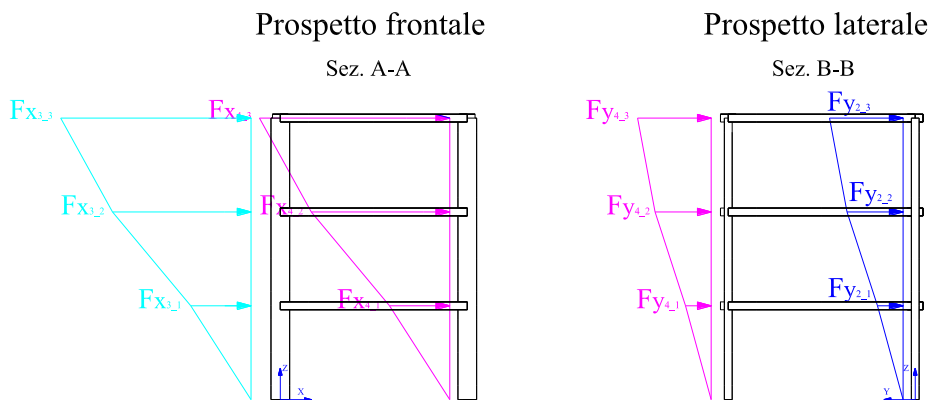


Figura 2.11 - Schema di distribuzione delle forze laterali (sull'altezza della struttura) per il caso di pushover con distribuzione proporzionale al modo fondamentale, in una struttura che presenta un'eccentricità monodirezionale fra C_R e C_M del tipo riportata in Figura 2.9.

La distribuzione delle forze di piano riportata in *Figura 2.9* può essere generalizzata: si può considerare un sistema di forze equivalente costituito da una forza ed una coppia applicata nel centro delle masse di ogni piano (vedi *Figura 2.8*).

Al contrario di quanto accade nelle analisi di *pushover* con distribuzione triangolare e uniforme in questo caso si hanno forze anche nella direzione ortogonale a quella di provenienza del sisma, inoltre la distribuzione delle forze a livello del singolo piano non è uniforme; a tal proposito si veda la *Figura 2.9*.

Tali forze applicate in direzione ortogonale a quella di provenienza dell'*input* sismico, sono tali da generare delle coppie torcenti.

Tale caratteristica costituisce la novità fondamentale dell'analisi di *pushover* con distribuzione proporzionale.

L'esistenza di forze contrapposte nella direzione *y* e la particolare distribuzione delle forze a livello del singolo piano (forze maggiori sulle pilastrate 3 e 4 rispetto alle 1 e 2) fanno sì che per tale analisi di *pushover* proporzionale al modo fondamentale nella direzione *x* si abbiano maggiori effetti rotazionali rispetto ai precedenti casi.

La maggior torsione indotta dalle forze torsionali favorisce l'incremento delle rotazioni di piano, si è però riscontrato che in alcuni casi tale torsione non è sufficiente per cogliere le massime rotazioni di piano che avvengono durante l'evento sismico.

Rispetto all'analisi di *pushover* con distribuzione triangolare si è ottenuto un miglioramento nella previsione delle rotazioni di piano, ci si è avvicinati alla soluzione prevista dalle analisi dinamiche *IDA*, però allo stesso tempo si sono anche ridotti gli spostamenti ultimi di piano.

La crisi giunge quindi con maggiori rotazioni di piano ma allo stesso tempo con minori spostamenti.

Dalle analisi dinamiche svolte in campo elastico-lineare si è compreso che il *pushover* con distribuzione proporzionale al modo fondamentale è una soluzione intermedia fra due casi limite: ad istanti di tempo diversi la risposta della struttura è prevalentemente traslazionale, o prevalentemente rotazionale.

Quando prevale la risposta traslazionale si otterranno (nella condizione ultima) i massimi spostamenti di piano (con piccole rotazioni associate), quando invece prevale la risposta di tipo rotazionale si otterranno le massime rotazioni di piano (con piccoli spostamenti associati).

Da questa osservazione è nata l'idea di utilizzare due differenti distribuzioni di forze per cogliere i due casi limite della risposta strutturale.

Tale pensiero porta direttamente al "pushover con distribuzione di tipo α " riportato qui di seguito.

2.5 Analisi di Pushover con distribuzione delle forze di tipo α

La prima proposta della presente tesi è stata una distribuzione di forze denominata "tipo α ".

Questa tipologia di *pushover* è una riformulazione del *pushover* con distribuzione proporzionale al modo fondamentale, in sostanza tramite l'introduzione di un coefficiente α si cerca di modulare la componente rotazionale della distribuzione di forze di riportata in *Figura 2.12*, *Figura 2.13* e *Figura 2.14*.

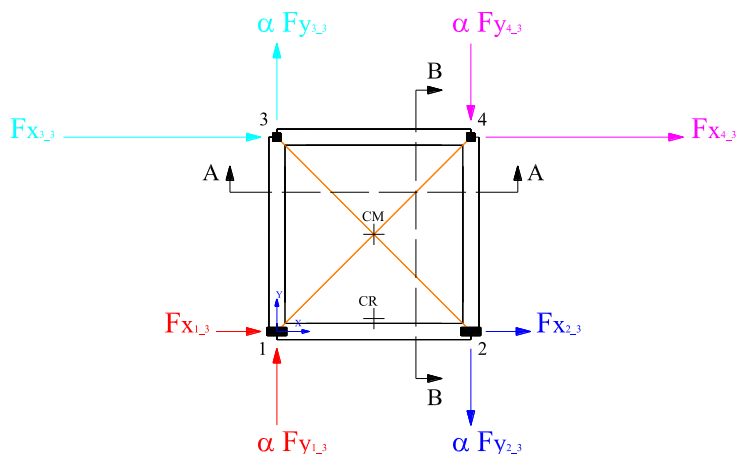


Figura 2.12 - Schema di distribuzione delle forze laterali (sul piano della struttura) per il caso di pushover con distribuzione di tipo α , in una struttura che presenta un'eccentricità monodirezionale fra C_R e C_M .

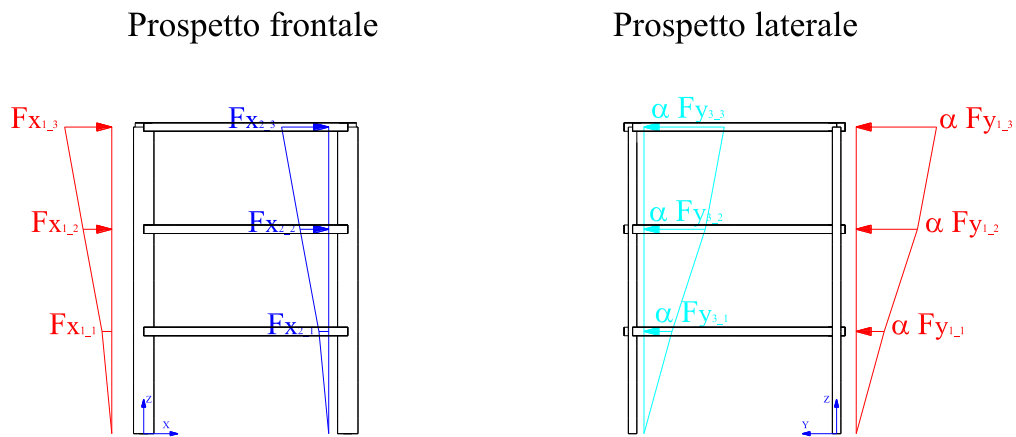


Figura 2.13 - Schema di distribuzione delle forze laterali (sull'altezza della struttura) per il caso di pushover con distribuzione di tipo α , in una struttura che presenta un'eccentricità monodirezionale fra C_R e C_M del tipo riportata in Figura 2.12.

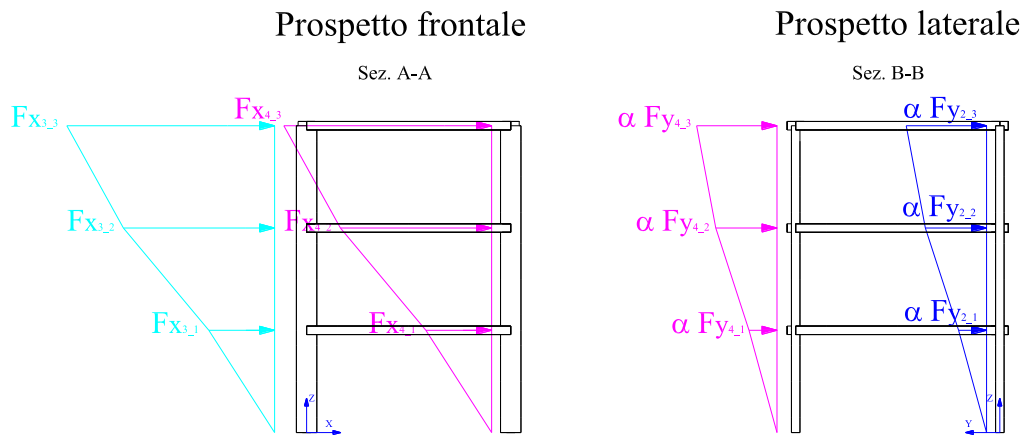


Figura 2.14 - Schema di distribuzione delle forze laterali (sull'altezza della struttura) per il caso di pushover con distribuzione di tipo α , in una struttura che presenta un'eccentricità monodirezionale fra C_R e C_M del tipo riportata in Figura 2.12.

Il coefficiente α moltiplica tutte le forze nella direzione ortogonale a quella di provenienza del sisma (direzione y), tali forze uguali e contrarie generano una coppia torcente su ogni piano (vedi Figura 2.12).

Con tale approccio si è riusciti ad imporre alla struttura quella coppia torcente necessaria per cogliere la massima rotazione di piano prevista dalle analisi dinamiche *IDA*.

Nel caso limite in cui il coefficiente α viene posto pari a zero si ricade nel caso di un sistema di forze simile alla distribuzione triangolare, in tal modo è possibile

cogliere anche l'aspetto traslazionale della struttura, è cioè possibile cogliere i massimi spostamenti di piano previsti dalle analisi *IDA*.

Per comprendere meglio la filosofia dell'analisi di *pushover* con distribuzione di tipo α si veda la *Figura 2.12* e seguenti, qui è possibile notare come viene applicato il coefficiente α sulla distribuzione di forze proporzionale al modo fondamentale di una struttura con eccentricità monodirezionale fra C_R e C_M .

Nell'ambito della presente tesi sono state svolte diverse analisi di *pushover* al variare di α , in particolare sono state indagate le condizioni di $\alpha = 0$, $\alpha = 0.25$, $\alpha = 0.50$, $\alpha = 0.75$, $\alpha = 1$, $\alpha = 10$ e $\alpha = 20$.

Con l'introduzione delle novità proposte nell'analisi di *pushover* con distribuzione di tipo α la previsione dei massimi spostamenti e delle massime rotazioni di piano si sono avvicinate maggiormente ai risultati previsti dalle analisi dinamiche *IDA*.

In particolare si è riusciti a cogliere i due comportamenti dinamici limite della struttura attraverso due analisi di *pushover* con differenti valori di α .

Il primo comportamento limite dinamico della struttura consiste nell'istante in cui il punto di controllo (centro di massa in sommità) raggiunge il massimo spostamento (con associate piccole rotazioni); il secondo caso limite è quando la struttura raggiunge la sua massima rotazione (con associati piccoli spostamenti).

Per cogliere questi due comportamenti dissimili della struttura si sono utilizzati i valori di $\alpha = 0$ (per cogliere al meglio il comportamento traslazionale) e $\alpha = 20$ (per cogliere il comportamento rotazionale).

Il metodo appena descritto è risultato fino ad ora il più efficace per descrivere i diversi aspetti dinamici di una struttura irregolare in pianta, purtroppo si è scoperto che tale metodo non risulta avere una base teorica di sostegno, ovvero è un metodo un po' empirico e non generalizzabile a tutte le strutture.

Il coefficiente α non possiede dei limiti estremi entro cui esso può variare: in teoria il dominio del parametro α va da $-\infty$ a $+\infty$. Tale circostanza risulta un grave problema, difatti il comportamento strutturale di un'edificio irregolare può variare al massimo entro i due casi limite già descritti in precedenza, mentre il coefficiente α associato ai due casi limite non sono sicuramente $-\infty$ e $+\infty$.

Osservando la *Figura 2.12* si comprende che un valore negativo di α invertirebbe la coppia torsionale applicata sulla struttura, tale circostanza non può essere

considerata utile per prevedere il comportamento torsionale dell'edificio, quindi risulta che il limite inferiore del parametro α deve essere necessariamente pari a zero.

Per quanto riguarda il limite superiore si può dire che vi sarà un valore di α oltre il quale la risposta torsionale della struttura diventa eccessiva, inoltre oltre un certo valore limite di α i risultati ottenuti dall'analisi di *pushover* non variano di molto (vedi *Figura 2.15* e *Figura 2.16*).

Questo perché, per valori elevati del parametro α , si giunge ad un sistema di forze laterali composto da quasi sole coppie torcenti; l'entità delle forze traslazionali diventa trascurabile rispetto a quelle rotazionali.

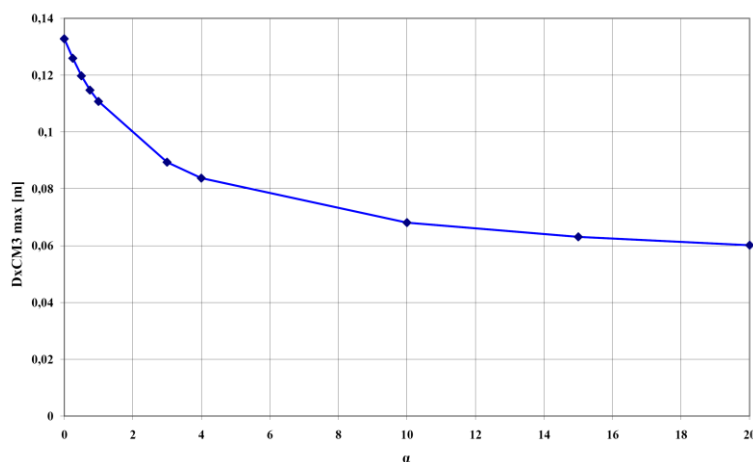


Figura 2.15 – Spostamento a rottura del centro di massa del piano di controllo Vs parametro α . Il grafico si riferisce ad una struttura spaziale irregolare in pianta.

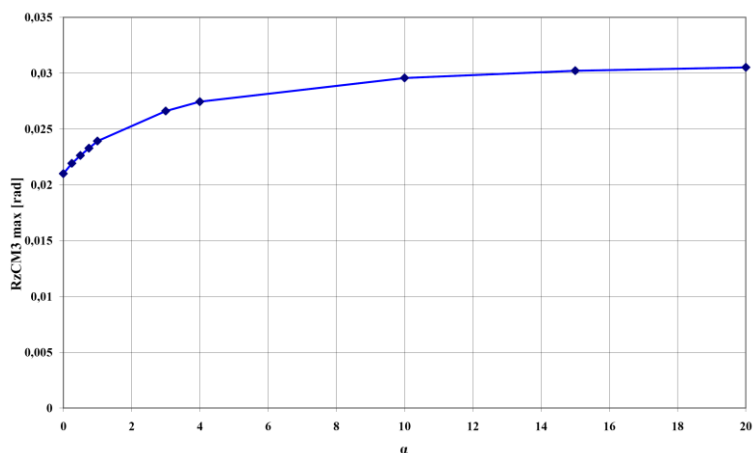


Figura 2.16 – Rotazione a rottura del centro di massa del piano di controllo Vs parametro α . Il grafico si riferisce ad una struttura spaziale irregolare in pianta.

Come si è appena visto l'analisi di *pushover* con una distribuzione di tipo α coniuga gli aspetti positivi sia dell'analisi di *pushover* con distribuzione triangolare, sia quelli di un'analisi di *pushover* con distribuzione proporzionale al modo fondamentale, inoltre aggiunge la possibilità di incrementare le coppie torsionali per prevedere al meglio la risposta torsionale delle strutture irregolari, la quale non era ben descritta dalle altre procedure di *pushover* elencate in precedenza.

Al variare del parametro α si può passare per tutte le distribuzioni di forze già citate in precedenza: 1) $\alpha = 0$, si ha una distribuzione di forze laterali simile alla distribuzione triangolare; 2) $\alpha = 1$, si hanno esattamente le distribuzioni di forze descritte dall'analisi di *pushover* con distribuzione proporzionale al modo fondamentale; 3) $\alpha > 1$, si hanno distribuzioni di forze laterali in cui le coppie torcenti fanno sentire sempre più la loro influenza al crescere del parametro α . Con valori maggiori di $\alpha > 10$ si descrivono quei comportamenti torsionali che non era possibile descrivere con le classiche e convenzionali analisi di *pushover*.

Da quanto descritto fino ad ora si comprende che il metodo di analisi statica appena descritto presenta molti aspetti positivi, l'unico aspetto negativo del metodo è proprio nella formulazione del metodo stesso. Il parametro α non ha dei limiti fissati entro cui variare, inoltre il metodo di analisi appena descritto non deriva da nessun ragionamento teorico, è un procedimento empirico dedotto per intuizione dall'osservazione dei risultati ottenuti.

2.6 Analisi di Pushover con distribuzione delle forze di tipo β (metodo proposto)

L'obiettivo della presente tesi è quello di poter avere a disposizione un metodo di analisi di *pushover* applicabile a tutte le tipologie di telai spaziali, quindi generale, ma allo stesso tempo che, tramite un parametro, si potesse descrivere i vari aspetti comportamentali di una struttura irregolare.

Inoltre tale metodo deve offrire la possibilità di variare l'entità delle coppie torsionali in maniera inversamente proporzionale alle forze traslazionali.

Per tali motivi si è definito un coefficiente, da utilizzare come peso della componente rotazionale rispetto alla componente traslazionale, variabile fra 0 e 1 (e non fra 0 e ∞ come per il *pushover* α); in modo che, svolgendo un certo numero di analisi statiche al variare di tale peso, si sia in grado di descrivere tutti i possibili comportamenti dinamici di una struttura irregolare. Inoltre per i valori estremi del coefficiente si vuole ottenere i due casi limite di struttura sollecitata puramente a traslazione, in un caso, e a pura torsione nell'altro.

Tutto ciò ha portato alla definizione del “*pushover di tipo β* ”, esso soddisfa tutti i requisiti descritti.

Tale metodo proposto si basa su una riformulazione del *pushover* proporzionale al modo fondamentale, in sostanza scompone il sistema di forze proporzionali al modo prescelto in una componente puramente traslazionale ed una puramente rotazionale, poi tramite il coefficiente β (variabile fra 0 e 1) si possono trovare i due casi limite appena descritti e tutti i possibili casi intermedi (vedi *Figura 2.17* e *Figura 2.18*).

Il coefficiente β modula il peso della componente rotazionale su quella traslazionale: per $\beta = 1$ si ha la pura torsione, per $\beta = 0$ si ha invece un sistema di forze la cui risultante è applicata nel baricentro delle masse del piano considerato.

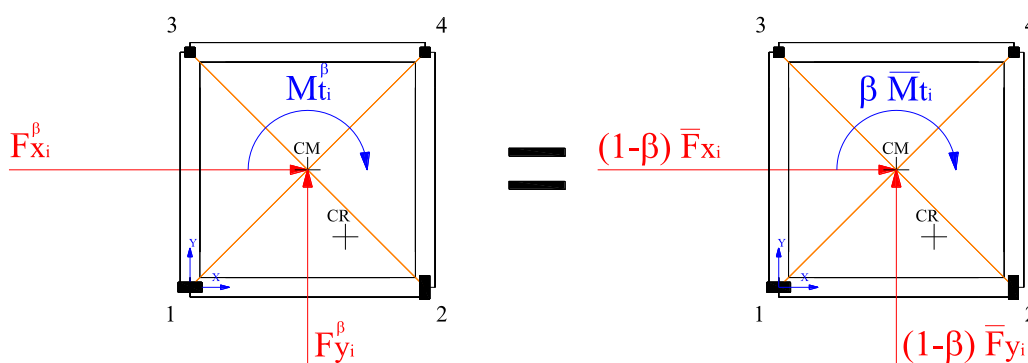


Figura 2.17 - Schema di applicazione delle forze di piano per il caso di pushover con distribuzione delle forze di tipo β . Notare che la risultante delle forze traslazionali di piano passa per il centro di massa C_M .

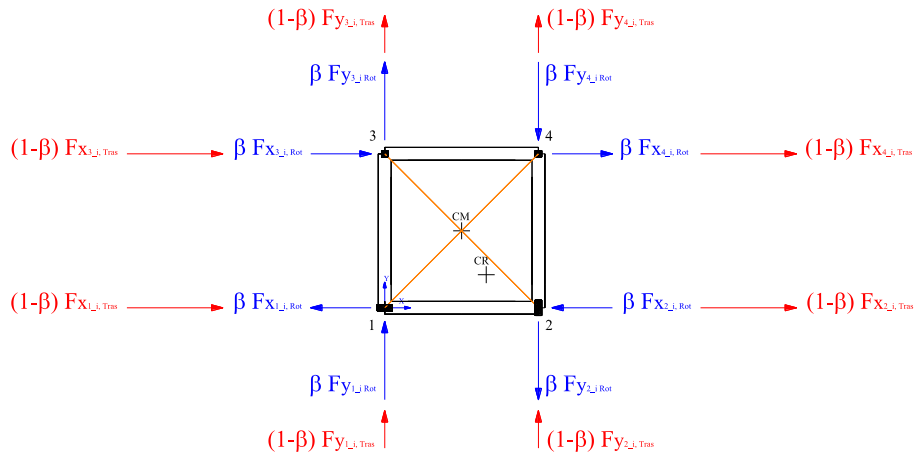


Figura 2.18 – Distribuzione delle azioni in pianta al variare di β , struttura con eccentricità bi-direzionale fra C_R e C_M .

Dato come esempio un sistema di forze proporzionali ad un modo di vibrare della struttura (vedi *Figura 2.19*), si procede alla scomposizione di tali vettori forze in un sistema di forze puramente traslazionali, ed un sistema di forze puramente rotazionali.

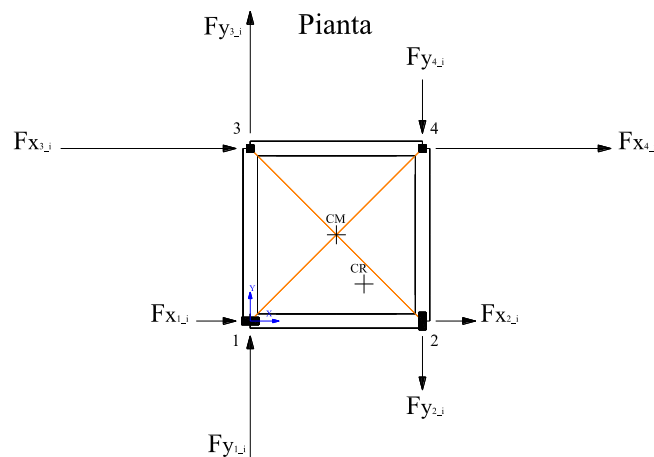


Figura 2.19 – Sistema di forze proporzionali al modo fondamentale in direzione x , per una struttura con elevata eccentricità bi-direzionale fra C_R e C_M .

Qui di seguito vengono riportate, a titolo di esempio, le componenti traslazionali e rotazionali per la pilastrata 3.

Componente traslazionale in direzione x

$$F_{x,3-i,Tras} = \frac{\bar{F}_{x,3-i} + \bar{F}_{x,1-i}}{2} \quad (2.1)$$

Componente rotazionale in direzione x

$$F_{x,3-i,Rot} = \frac{\bar{F}_{x,3-i} - \bar{F}_{x,1-i}}{2} \quad (2.2)$$

Componente traslazionale in direzione y

$$F_{y,3-i,Tras} = \frac{\bar{F}_{y,3-i} + \bar{F}_{y,4-i}}{2} \quad (2.3)$$

Componente rotazionale in direzione y

$$F_{y,3-i,Rot} = \frac{\bar{F}_{y,3-i} - \bar{F}_{y,4-i}}{2} \quad (2.4)$$

Il sistema di riferimento per il caso studio è quello riportato in *Figura 2.19*.

Per $\beta = 0$ si vuole ottenere un sistema di forze puramente traslazionali, per $\beta = 1$ una serie di coppie che generino una torsione pura (vedi *Figura 2.20* e *Figura 2.21*).

Notare che le risultanti delle forze traslazionali applicate devono passare per il centro di massa C_M .

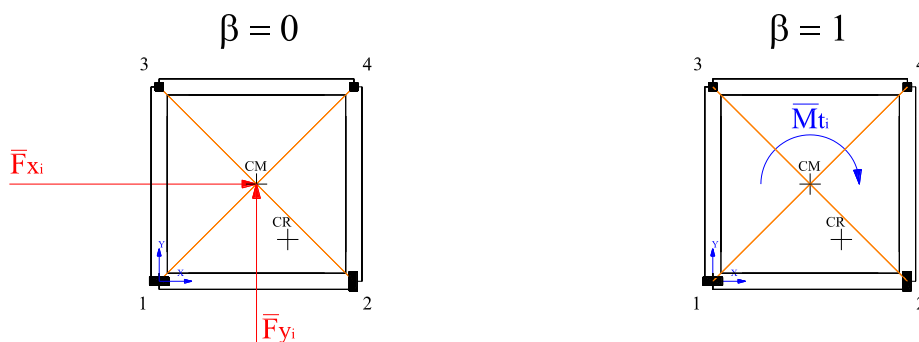


Figura 2.20 – Risultanti delle azioni di piano per i due casi limite $\beta = 0$ e $\beta = 1$. Notare che la risultante delle forze traslazionali passa per il centro di massa C_M del piano.

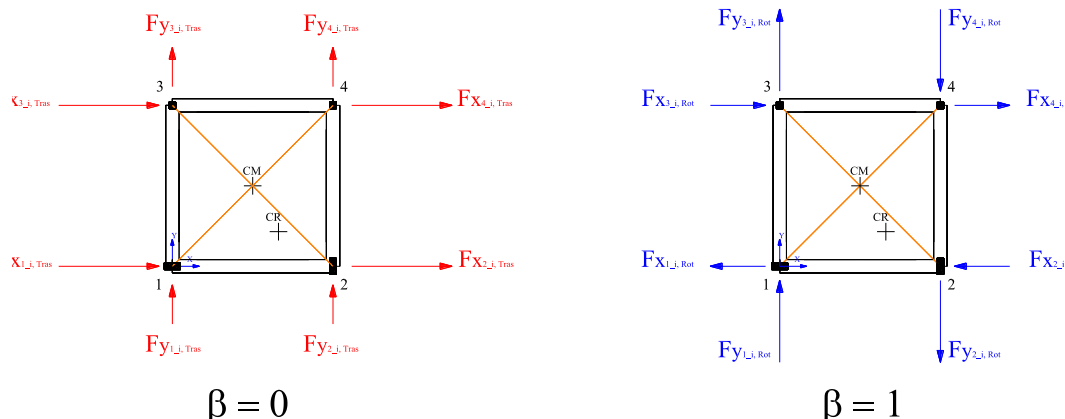


Figura 2.21 – Distribuzione delle azioni di piano per i due casi limite $\beta = 0$ e $\beta = 1$. Le azioni fanno riferimento al modo fondamentale in direzione x per una struttura con eccentricità bi-direzionale fra C_R e C_M , che possiede forze proporzionali al modo del tipo mostrato in Figura 2.19.

In *Figura 2.20* e *Figura 2.21* sono riportate le distribuzioni di forze per i due casi limite: nella prima figura sono riportate le risultanti delle forze di piano, nella seconda l'effettiva distribuzione delle forze nel caso di una struttura con quattro masse concentrate di pari entità posizionate sugli angoli del solaio.

Definiti i due casi limite ora occorre una formulazione matematica che permetta il passaggio graduale (lineare) da un caso limite all'altro; qui entra in gioco il coefficiente β .

Basandosi sulle distribuzioni di forze riportate nella *Figura 2.20* si sono ottenute le seguenti formule, le quali permettono di calcolare, per ogni valore assunto dal coefficiente β , le risultanti delle forze e coppie di *pushover* con distribuzione di tipo β dell' i -esimo piano, da applicare nel centro di massa C_M del piano considerato (vedi *Figura 2.17*).

$$\begin{cases} F_{x,i}^{\beta} = (1-\beta) \cdot \bar{F}_{x,i} \\ F_{y,i}^{\beta} = (1-\beta) \cdot \bar{F}_{y,i} \\ Mt_i^{\beta} = \beta \cdot \bar{Mt}_i \end{cases} \quad (2.5)$$

dove:

β : rappresenta il coefficiente che modula il peso della componente rotazionale su quella traslazionale;

$\bar{F}_{x,i}$: rappresenta la somma delle componenti traslazionali in direzione x delle forze proporzionali al modo fondamentale prescelto, relativamente al piano i -esimo;

$\bar{F}_{y,i}$: rappresenta la somma delle componenti traslazionali in direzione y delle forze proporzionali al modo fondamentale prescelto, relativamente al piano i -esimo;

$\bar{M}t_i$: rappresenta la somma delle componenti torsionali delle forze proporzionali al modo fondamentale prescelto, relativamente al piano i -esimo.

La relazione (2.5) considera la presenza di forze traslazionali in entrambe le direzioni x e y , quindi è la formulazione generale del metodo di *pushover* con distribuzione β . Nel caso di strutture con eccentricità monodirezionale fra C_R e C_M un termine traslazionale della (2.5) scompare.

Vediamo ora un esempio in cui si applica il metodo di *pushover* con distribuzione β su di una struttura tipo, in particolare un struttura irregolare in pianta con eccentricità bi-direzionale fra C_R e C_M , le cui forze proporzionali al modo fondamentale sono del tipo riportate in *Figura 2.19*.

Pilastrata 1

$$F_{x,1-i}^{\beta} = \left[\frac{\bar{F}_{x,1-i} + \bar{F}_{x,3-i}}{2} (1-\beta) + \frac{\bar{F}_{x,1-i} - \bar{F}_{x,3-i}}{2} \beta \right] \quad (2.6)$$

$$F_{y,1-i}^{\beta} = \left[\frac{\bar{F}_{y,1-i} + \bar{F}_{y,2-i}}{2} (1-\beta) + \frac{\bar{F}_{y,1-i} - \bar{F}_{y,2-i}}{2} \beta \right] \quad (2.7)$$

Pilastrata 2

$$F_{x,2-i}^{\beta} = \left[\frac{\bar{F}_{x,2-i} + \bar{F}_{x,4-i}}{2} (1-\beta) + \frac{\bar{F}_{x,2-i} - \bar{F}_{x,4-i}}{2} \beta \right] \quad (2.8)$$

$$F_{y,2-i}^{\beta} = \left[\frac{\bar{F}_{y,2-i} + \bar{F}_{y,1-i}}{2} (1-\beta) + \frac{\bar{F}_{y,2-i} - \bar{F}_{y,1-i}}{2} \beta \right] \quad (2.9)$$

Pilastrata 3

$$F_{x,3-i}^{\beta} = \left[\frac{\bar{F}_{x,3-i} + \bar{F}_{x,1-i}}{2} (1-\beta) + \frac{\bar{F}_{x,3-i} - \bar{F}_{x,1-i}}{2} \beta \right] \quad (2.10)$$

$$F_{y,3-i}^{\beta} = \left[\frac{\bar{F}_{y,3-i} + \bar{F}_{y,4-i}}{2} (1-\beta) + \frac{\bar{F}_{y,3-i} - \bar{F}_{y,4-i}}{2} \beta \right] \quad (2.11)$$

Pilastrata 4

$$F_{x,4-i}^{\beta} = \left[\frac{\bar{F}_{x,4-i} + \bar{F}_{x,2-i}}{2} (1-\beta) + \frac{\bar{F}_{x,4-i} - \bar{F}_{x,2-i}}{2} \beta \right] \quad (2.12)$$

$$F_{y,4-i}^{\beta} = \left[\frac{\bar{F}_{y,4-i} + \bar{F}_{y,3-i}}{2} (1-\beta) + \frac{\bar{F}_{y,4-i} - \bar{F}_{y,3-i}}{2} \beta \right] \quad (2.13)$$

dove:

β : rappresenta il coefficiente che modula il peso della componente rotazionale su quella traslazionale;

$F_{x,4-i}^{\beta}$: rappresenta la forza, associata ad un certo valore di β , che agisce lungo la direzione x , sulla pilastrata 4 e relativamente al piano i -esimo;

$\bar{F}_{x,4-i}$: rappresenta la forza, proporzionale al modo prescelto, che agisce lungo la direzione x , sulla pilastrata 4 e relativamente al piano i -esimo.

Osservando le formulazioni da (2.6) a (2.13) si nota che la componente traslazionale moltiplica il fattore $(1-\beta)$, mentre la componente rotazionale moltiplica solamente β .

L'analisi di *pushover* con distribuzione delle forze di tipo β ha trovato largo impiego nello sviluppo della seguente tesi, in particolare perché è capace di descrivere, al variare del peso β , sia i comportamenti traslazionali che quelli torsionali della struttura.

Tale analisi di *pushover* possiede la caratteristica di poter svolgere con $\beta = 0.5$ un'analisi di *pushover* con distribuzione proporzionale al modo fondamentale; in tal modo è possibile ottenere quell'analisi di *pushover* che descrive un comportamento strutturale intermedio fra i due casi limite. Inoltre per $\beta = 0$ ci si ritrova in un caso di sole forze traslazionali applicate nel centro di massa di ogni piano (vedi *Figura 2.20*) la cui distribuzione sull'altezza è pari a quella dettata dall'analisi di *pushover* proporzionale al modo fondamentale. Sostanzialmente tale distribuzione di forze laterali è molto simile a quella triangolare, ciò implica che i risultati ottenuti da tale analisi di *pushover* con $\beta = 0$ saranno paragonabili a quelle ottenuti da un'analisi di *pushover* con distribuzione triangolare: si valutano accuratamente i massimi spostamenti a rottura ma si sottostimano le massime rotazioni. In questo caso il vantaggio di adottare una distribuzione di forze laterali derivata dalla forma modale fondamentale permette di tenere in conto il comportamento dinamico della struttura, ed anche delle eventuali forze traslazionali nelle due direzioni ortogonali.

Per $\beta = 1$ si ottiene un sistema di forze puramente rotazionali (secondo caso limite), tale situazione risulta in effetti la grande novità del metodo proposto rispetto alle analisi di *pushover* convenzionali, le quali non riescono a stimare le massime rotazioni a rottura che si verificano nelle strutture irregolari.

2.7 Analisi di Pushover con distribuzioni “Adattive”

Fino ad ora sono stati descritti diversi metodi di *pushover* “non adattivi”, ovvero la cui la forma della distribuzione di forze laterali non varia durante l'analisi.

Tali metodi non adattivi possiedono delle forti limitazioni derivanti dal fatto che la distribuzione non adattiva delle forze di *pushover* non rispecchia il reale andamento delle forze d'inerzia sismiche, le quali variano istante per istante al variare della configurazione della struttura e del suo grado di danneggiamento.

Oltre alla variabilità della distribuzione delle forze d'inerzia c'è da considerare anche come si combinano i vari modi durante l'evento sismico: il modo fondamentale potrebbe non rispecchiare la risposta della struttura, in tal caso l'influenza dei modi superiori non è più trascurabile.

Per considerare, in un'analisi di *pushover*, l'influenza dei modi superiori si adottano strategie che computano le diverse forme modali pesate tramite i coefficienti di partecipazione; infine le forze da applicare (o la risposta strutturale) vengono ottenute mediante dei metodi di quadratura (*CQC*, *SRSS*, *ABS*).

Per ulteriori dettagli al riguardo del *pushover* adattivo si veda l'appendice A, qui è riportato in modo particolareggiato la descrizione degli algoritmi *FAP* e *DAP*. Tali metodologie di *pushover* adattivo risultano essere quelle più apprezzate e valide per l'applicazione a telai piani, dove forniscono i migliori risultati rispetto ad altre metodologie.

Nell'ambito delle strutture spaziali l'implementazione numerica di tali algoritmi nel *software SeismoStruct* è ancora da perfezionare, difatti l'applicazione al caso studio ha portato a risultati del tutto errati e forvianti.

L'analisi *DAP* condotta per il caso studio ha deformato il solaio portandolo ad una condizione deformata molto lontana dall'essere infinitamente rigido, ciò ha influito sulla risposta della struttura portando a risultati inutilizzabili. Questo è avvenuto per via dell'inadeguata schematizzazione strutturale del solaio: le bielle equivalenti non sono infinitamente rigide, ma solo sufficientemente rigide per svolgere le analisi ad imposizione delle forze e controllo di spostamento. Tale circostanza ha fatto sì che si verificasse quanto appena detto. Probabilmente con un'adeguata modellazione del solaio l'analisi *DAP* applicata a strutture spaziali avrebbe condotto a risultati migliori.

L'algoritmo *FAP* non possiede i problemi appena descritti, esso infatti impone delle forze, e non degli spostamenti, quindi anche se il solaio non è modellato come infinitamente rigido i risultati sono comunque accettabili. Il problema che accomuna entrambi i metodi sussiste nella quadratura: essa non permette di tenere in conto i segni delle diverse forme modali, questo porta a risultati errati quando si vanno a combinare più modi con segni discordi.

Utilizzando il *software SeismoStruct* per svolgere l'analisi di *pushover* adattiva descritta dai metodi *FAP* e *DAP* si è scoperto che non è possibile assegnare delle forze iniziali con direzioni contrapposte: scelta una direzione (x o y) tutte le forze applicate in quella direzione devono avere lo stesso verso.

Questa limitazione impedisce di generare quel sistema di forze rotazionali, descritte nel paragrafo precedente, che servono per cogliere le massime rotazioni raggiunte sotto azione sismica; di conseguenza non si possono descrivere esattamente i comportamenti torsionali della struttura. Per generare comunque la coppia rotazionale, necessaria per descrivere il comportamento torsionale della struttura, si può applicare, in alternativa la sistema di forze contrapposte, una coppia nel centro di massa C_M di ogni piano considerato. Purtroppo tale approccio non è possibile nel caso di schematizzazione dei solai con bielle equivalenti, mentre risulterebbe adatto per una modellazione del solaio con dei *link* fra nodi *master* e *slave*.

Nella versione del *software SeismoStruct* utilizzata nella presente tesi (v 4.0.3 Build 30) non sono presenti tali tipologie di *link* appena descritte, quindi la modellazione del solaio poteva avvenire solo tramite bielle equivalenti.

Nelle nuove versioni del *software SeismoStruct* si prevede l'introduzione di elementi membrana atti a modellare i solai, in tal caso il problema riscontrato nella presente tesi con l'analisi *DAP* si dovrebbe risolvere.

Concludendo è possibile dire che, allo stato attuale, l'applicazione dell'analisi di *pushover* con distribuzione adattiva a strutture spaziali irregolari è ancora a livello sperimentale; specie perché ancora ad oggi esistono dubbi su come svolgere delle analisi non adattive.

Capitolo III

La teoria è quando si sa tutto ma non funziona niente.
La pratica è quando funziona tutto ma non si sa il perché.
In ogni caso si finisce sempre con il coniugare la teoria con la pratica:
non funziona niente e non si sa il perché

Albert Einstein

ANALISI IDA: PROCEDURA E METODI DI CONFRONTO CON IL PUSHOVER

3.1 Introduzione

L'analisi dinamica non-lineare, nella quale la struttura viene sottoposta ad un terremoto naturale o artificiale, costituisce ad oggi il metodo più accurato per la valutazione della risposta di una struttura all'azione sismica: l'analisi evolutiva nel tempo permette l'esatta comprensione dei fenomeni dinamici che si innescano e si evolvono sotto l'azione sismica, per tale motivo l'uso delle analisi dinamiche non-lineari è molto apprezzato.

Quanto esposto è valido a maggior ragione per quelle strutture spaziali con irregolarità geometriche, di rigidità e di massa: quest'ultime, per via della loro complessità, presentano fenomeni dinamici specifici e comportamenti difficilmente prevedibili con analisi di tipo statico. L'analisi dinamica non-lineare sembra possedere tutte le caratteristiche per essere il metodo di calcolo dominante nella progettazione antisismica, tuttavia l'utilizzo di tale strumento si presenta spesso problematico e gravoso, soprattutto nell'ambito della progettazione pratica. La principale motivazione di questa complessità risiede senza dubbio nella necessità della definizione di un'insieme di accelerogrammi significativi, compatibili cioè con il rischio sismico specifico per il sito. Si tratta infatti di un'operazione che richiede grande conoscenza ed esperienza, anche a causa delle insufficienze e delle inadeguatezze dei codici di progettazione a questo riguardo, sia nella guida alla creazione di accelerogrammi spettro-compatibili che in quella

alla scelta di terremoti reali rappresentativi. In secondo luogo poi, nonostante il consistente sviluppo degli strumenti di calcolo cui si è assistito negli ultimi anni, un'analisi dinamica non-lineare rimane assai dispendiosa dal punto di vista computazionale, soprattutto quando si impieghi una più accurata modellazione ad inelasticità distribuita (modellazione a fibre). Questo problema diventa evidentemente ancor più significativo se si considera che le analisi devono essere ripetute per un numero elevato di volte anche a causa dell'iteratività propria di ogni procedimento di progettazione dovuta agli errori di modellazione, aggiustamenti e revisioni del progetto originario, riprogettazione di alcune parti, ripensamenti sulla concezione strutturale da adottare e modifiche volute dal committente dell'opera. Infine, anche laddove siano disponibili l'esperienza e le risorse necessarie, è spesso il caso di realizzare analisi preliminari più semplici in modo da rendere possibile un primo controllo del modello, essendo gli errori derivanti da un'errata definizione di quest'ultimo, difficilmente riscontrabili attraverso un'analisi dinamica.

Per i motivi suddetti da anni si cerca un metodo di calcolo statico che sia in grado di prevedere gli aspetti dinamici e non-lineari più significativi descritti dalle più sofisticate analisi evolutive nel tempo. Tali necessità hanno portato direttamente alla definizione di diverse metodologie di analisi di spinta (*pushover*).

L'analisi di *pushover* si propone come un metodo di calcolo (statico non-lineare) per la progettazione antisismica, alternativo rispetto alle complesse analisi dinamiche non-lineari; purtroppo tale innovativo criterio di calcolo statico non è ancora giunto a un livello di definizione tale da poter essere considerato applicabile in modo generalizzato a tutte le tipologie di strutture. Si necessitano ulteriori definizioni e messe a punto del metodo di *pushover*, specie per quanto riguarda la sua applicazione nell'ambito delle strutture spaziali con irregolarità geometriche, di rigidezza e di distribuzione delle masse.

La ricerca scientifica procede di anno in anno nell'affinamento delle analisi di spinta, necessitando al tempo stesso un metodo di calcolo affidabile e validato che permetta di valutare l'accuratezza dei risultati ottenuti in *output* dalla analisi di *pushover*. Tale metodo di calcolo che permette di accertare l'affidabilità dei

risultati ottenuti dalle analisi statiche è l'analisi dinamica non-lineare, in particolare una sua variante denominata *IDA (Incremental Dynamic Analysis)*.

In questo capitolo è illustrata la procedura di calcolo di analisi dinamiche incrementali (*IDA*) presentata da D. Vamvatsikos e C. A. Cornell [2002], in particolare viene descritta prima l'applicazione generale del metodo, poi vengono fatti riferimenti ad una struttura spaziale irregolare.

Particolare attenzione sarà rivolta alla descrizione di come sono state impiegate le analisi dinamiche incrementali (*IDA*) per ottenere dei risultati comparabili con le analisi di *pushover*.

Nella presente tesi sono state condotte le analisi dinamiche per la validazione dei risultati ottenuti dalle analisi di *pushover*.

Nell'ambito della seguente tesi i risultati delle analisi dinamiche *IDA* sono ritenuti di riferimento, per tale motivo le analisi *IDA* vengono utilizzate come termine di paragone per comprendere l'esattezza dei risultati ottenuti dalle analisi di *pushover*.

3.2 Analisi Dinamica Incrementale (IDA)

L'analisi *IDA (Incremental Dynamic Analysis)* nasce dalla necessità di voler indagare il comportamento dinamico di una struttura a diversi livelli di intensità sismica, per fare ciò dato un accelerogramma si svolgono diverse analisi dinamiche sulla stessa struttura ma con un *input* sismico di volta in volta scalato in maniera crescente fino a raggiungere il collasso della struttura o un prefissato livello di deformazione o spostamento.

Un'analisi di questo tipo offre ulteriori vantaggi rispetto ad una singola analisi dinamica: permette di osservare l'evolversi del comportamento strutturale dell'edificio al crescere della forzante sismica. In particolare è possibile comprendere come la struttura raggiunge la crisi, che tipo di crisi si innesca, dove si trovano le debolezze strutturali, dove si formano le prime cerniere plastiche, quale sia il comportamento elastico e quello post-snervamento, come varia la risposta dinamica passando dal comportamento lineare a quello non-lineare.

3.2.1 Descrizione della metodologia

L'analisi IDA presentata da D. Vamvatsikos e C. A. Cornell [2002] prevede di sottoporre il modello struttura ad una serie di accelerogrammi, ciascuno scalato con livelli multipli di intensità. In questo modo si ottengono una o più curve di risposta parametrizzate con il livello di intensità.

L'IDA è un metodo ampiamente applicato e include:

- l'intervallo di risposta o richiesta confrontato con l'intervallo di potenziali livelli di movimenti del terreno,
- una migliore comprensione delle implicazioni strutturali dovute a sismi con livelli di intensità del movimento del terreno più o meno rari,
- una migliore comprensione del cambiamento della natura della risposta strutturale all'incremento del livello del sisma,
- la valutazione della capacità dinamica del sistema globale della struttura,
- la possibilità di confrontare il comportamento della struttura soggetta a diversi sismi.

Il primo *step* è quello di definire tutti i termini necessari, compresa la scelta degli accelerogrammi riferiti al suolo in esame. Dato l'accelerogramma non scalato a_1 , che varia in funzione del tempo t deve essere introdotto un intervallo di amplificazione superiore e inferiore definito dallo scalare λ ; per cui $a_\lambda = \lambda a_1$.

I termini che risulta necessario introdurre sono:

- *Scale Factor* (SF) serve per scalare l'accelerogramma a_λ , dove $\lambda \in [0, +\infty]$ e può assumere il valore uguale a 1 nel caso di accelerogramma naturale, minore di 1 sotto-scalato e maggiore di 1 sovra-scalato.
- *Monotonic Scalable Ground Motion Intensity Measure*, detta misura dell'intensità IM dell'accelerogramma scalato a_λ , è uno scalare non negativo $IM \in [0, +\infty]$ che costituisce una funzione $IM = f_{a_1}(\lambda)$, che

dipende dall'accelerogramma non scalato a_1 , ed è monotonicamente incrementato con lo Scale Factor (SF) indicato con λ .

- *Damage Measure (DM)* o *Structural State Variable* è uno scalare non negativo $DM \in [0, +\infty]$ che caratterizza la risposta addizionale del modello strutturale dovuto al prescritto carico sismico. DM può essere dedotto come risultato della corrispondente analisi dinamica non-lineare. Le scelte possono essere: massimo taglio alla base, rotazione dei nodi, duttilità di picco di piano, spostamento massimo di copertura, picco dello spostamento di interpiano, picco della rotazione di interpiano. La risposta strutturale è spesso segnata come scalare, usualmente è utilizzato il valore assoluto oppure per il magnitudo è separatamente considerata la parte negativa e positiva.
- *Single-Record IDA Study* è un'analisi dinamica dato il modello strutturale parametrizzato con il fattore di scala SF di un dato sisma. Lo scopo è quello di ottenere il danneggiamento DM del modello strutturale ad ogni livello di intensità IM del sisma scalato. Il risultato è spesso visualizzato come curve continue a diversi livelli di intensità.
- *IDA Curve* rappresentano lo stato variabile di DM nota un' *IDA Study* contro uno o più IM che caratterizzano l'applicazione dell'accelerogramma scalato.

E' evidente che il *Single-Record IDA Study* non può catturare completamente il comportamento della struttura.

L'*IDA* può dipendere molto dall'accelerogramma scelto, quindi è sufficiente ricercare più accelerogrammi per poter meglio rappresentare la risposta della struttura.

- *Multi-Record IDA Study* è costituito da una collezione di *Single-Record IDA Study* sullo stesso modello, sotto differenti accelerogrammi. Tale metodo permette di ottenere una serie di *IDA Curve* che hanno in comune la selezione di IM e lo stesso DM.

- *IDA Curve Set* è una collezione di *IDA Curve* dello stesso modello strutturale soggetto a differenti accelerogrammi, che sono parametrizzati con gli stessi IM e DM.

Risulta importante definire la validità di *Damage Measure* (DM) ottenuto scalando gli accelerogrammi utilizzati. E' possibile ottenere il valore di DM con la media dei DM ottenuti dai sismi che sono stati scalati con lo stesso livello di IM. Nasce l'esigenza di capire se questo modo di operare risulta corretto, usando la funzione media di DM, anche per sismi non scalati. La risposta a questa domanda dipende dalla struttura, da DM e IM. E' 'si' per piccoli periodi (1 sec), per DM come massimo spostamento di interpiano con IM il primo modo del periodo dell'accelerazione spettrale e per una classe generale di sismi (moderato o grande magnitudo) ad eccezione dove IM è definito dal PGA (*Peak Ground Acceleration*). La risposta risulta 'no' negli altri casi.

Per la scelta del numero di accelerogrammi da utilizzare D. Vamvatsikos e C. A. Cornell [2004] propongono un numero compreso tra 10 e 20 per edifici di media altezza in quanto, con le prove effettuate, i risultati relativi alla domanda sismica sono stati sufficientemente precisi. Si fissano gli stati limite di capacità: immediata occupazione (IO), preventivo collasso (CP) e l'instabilità dinamica globale (GI).

Risulta: IO il punto in cui viene superato il massimo rapporto di spostamento di interpiano $\theta_{MAX} = 2\%$; CP è il punto finale in cui la curva *IDA* ha una tangente pari al 20% della pendenza elastica oppure il $\theta_{MAX} = 10\%$, tra i due si sceglie quello che raggiunge prima IM ed infine GI che rappresenta quando la curva *IDA* si trova nella condizione in cui per ogni incremento di IM risulta infinita la risposta DM (vedi *Figura 3.1*).

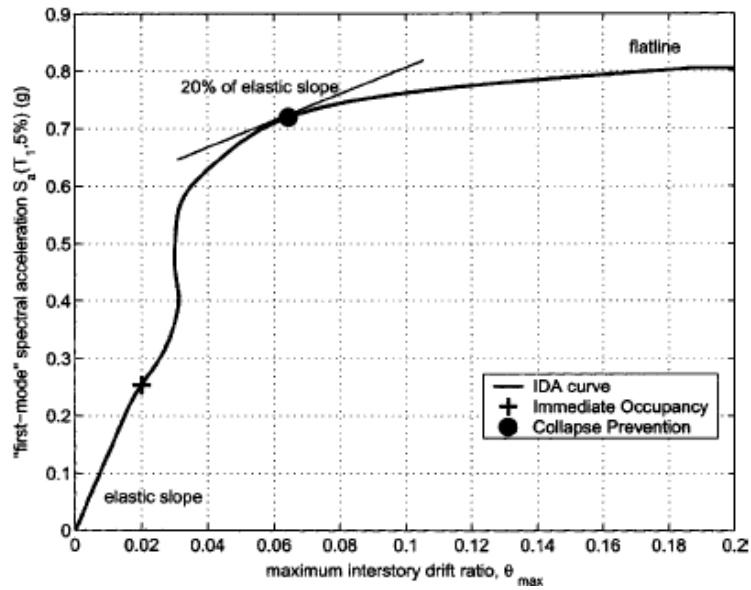


Figura 3.1 – Stati limite di capacità definiti per una curva IDA.

Una volta effettuate le *IDA* per ogni singolo accelerogramma, si procede alla rappresentazione in un diagramma che ha come ordinate l'accelerazione spettrale del primo modo IM e come ascisse il massimo rapporto di spostamento di interpiano DM (vedi Figura 3.2).

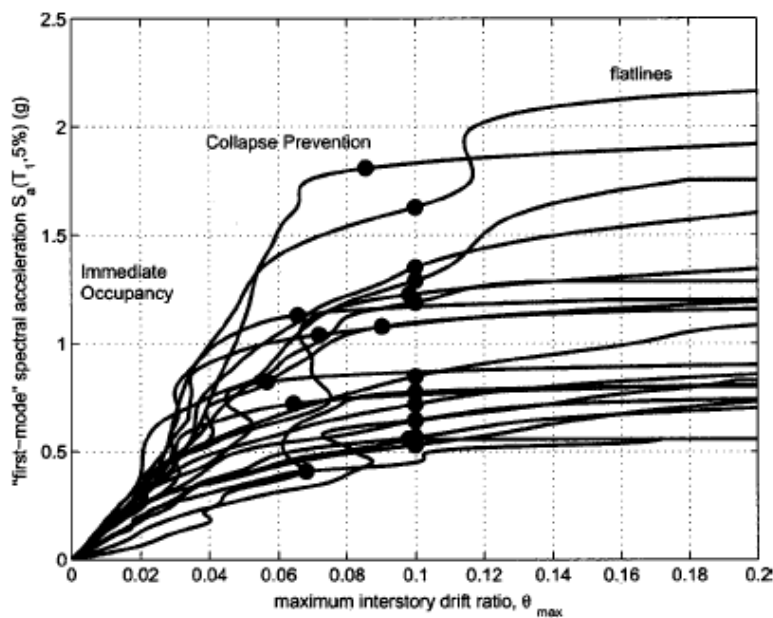


Figura 3.2 – Curve IDA realizzate per la stessa struttura in cui sono rappresentati i punti di stato limite di capacità.

Gli autori propongono la scelta del valore centrale come media e la misura della dispersione (deviazione standard oppure la differenza fra due frattili). È stato scelto di calcolare il 16%, 50% e 84% del frattile di DM e IM per ogni stato limite (vedi *Figura 3.3*).

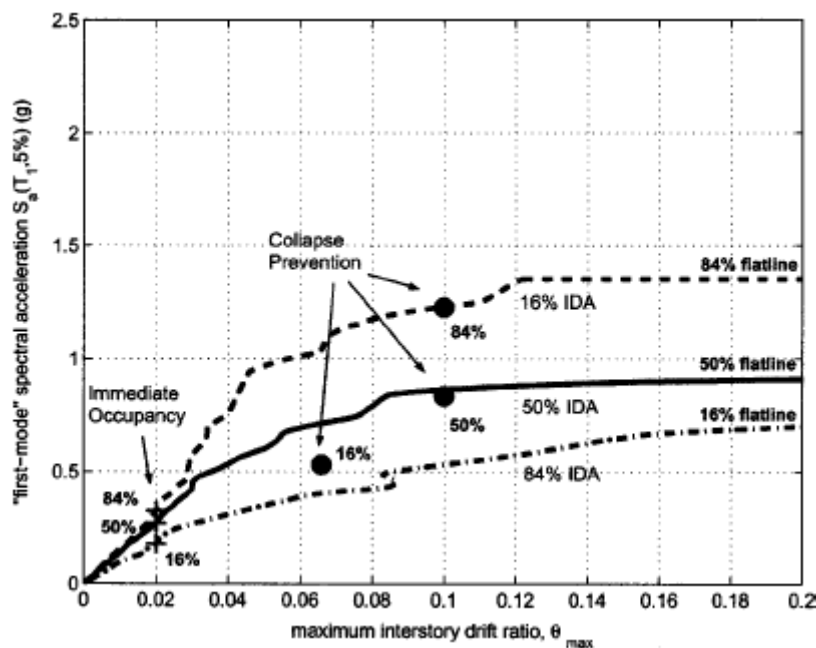


Figura 3.3 – Somma delle curve IDA e corrispondenti punti di stato limite di capacità per i frattili 16%, 50% e 84%.

Il comportamento delle IDA può variare enormemente dalla dipendenza di diversi fattori:

- *Convergenza numerica.* Nel dettaglio le analisi e il modello strutturale giocano un ruolo molto importante nella generazione delle curve IDA. Specialmente nelle regioni di instabilità dinamica globale dove l'esistenza di una *flatline* e una associata non convergenza numerica possono generare parecchi problemi di precisione. Idealmente il modello strutturale può essere composto di elementi numericamente stabili e testati, mentre l'algoritmo dell'analisi dinamica può essere in grado di dare una risposta strutturale attraverso: snervamento, redistribuzione del carico, non linearità geometrica e quando la struttura può non raggiungere la convergenza che si verifica quando ha esaurito le sue riserve diventando dinamicamente

instabile. Purtroppo molti algoritmi e modelli di elementi non sono stati progettati e testati per operare in intervalli di comportamento estremo. Comunque tale inaccuratezza rimane relativamente insignificante quando si utilizza un buon programma di analisi.

- *Scelta dell'algoritmo.* Quando si tracciano la curva *IDA* per ogni sisma, la scelta degli IM per ogni analisi è lasciata in automatico all'algoritmo che utilizziamo. L'utente definisce gli *step* dell'algoritmo, partendo da quello iniziale e poi gli incrementi successivi permettendo un certo numero di analisi. Cambiando gli *step* dell'algoritmo si generano cambiamenti nelle analisi.
- *Problema dell'interpolazione.* Dall'interpolazione dei punti si genera ogni curva *IDA* guadagnandone numerosi vantaggi. Le conseguenze sono molto importanti: primo, permette di usare il logaritmo *hunt & fill*; secondo, permette di esprimere le *IDA* in funzione di ogni IM. Avremmo bisogno di calcolare la nuova IM per ogni analisi e ritracciare le nuove *IDA*. In questo modo l'*IDA* diventa indipendente dall'IM usato per il tracciamento, permettendo di riutilizzare gli stessi dati, senza così aver bisogno di lanciare delle nuove analisi.
- *Sensibilità degli stati limite di capacità e loro definizione.* Parecchi stati limite possono essere definiti per le curve *IDA*, spesso attraverso l'uso di particolari regole. Per esempio, IO è definito come il $\theta_{MAX} = 2\%$, mentre CP è basato arbitrariamente al 20% della pendenza elastica oppure l'addizionale limite $\theta_{MAX} = 10\%$. GI è inequivocabilmente definito dalla *flatline* della curva *IDA* soggetta a regole arbitrarie. Risulta interessante valutare la sensibilità, in funzione di IM e DM, dei valori limite di IO e CP. Per IO è facile definire il valore in quanto rappresenta ciò che accade, è ovvio che IO accade ad uguale spostamento. Può variare da $\theta_{MAX} = 2\%$ a 1% oppure 3% proporzionalmente ridotto o incrementato con IM e il valore di DM. CP è più complicato, l'influenza di $\theta_{MAX} = 10\%$ è più avanti. Il limite rigido del punto di capacità CP, ristretto a θ_{MAX} potrebbe

essere contenuto nella flatline. Cambiando $\theta_{MAX} = 10\%$ con 8% o 12%, il valore di IM della capacità cambierà solo leggermente, ma il valore di DM sarà molto influenzato, il 50% e l'84% di θ_{MAX} diventerà 8% e 12% rispettivamente.

- *Sommarizzazione data da DM e IM.* Quando sommarizziamo le curve IDA, decidiamo di utilizzare DM dato il livello di IM, invece di IM dato DM. Spesso diventa un problema, il primo approccio può essere pensato come distribuzione della domanda DM che è data dal livello di intensità IM che si genera sulla struttura, mentre il secondo modo è la distribuzione di intensità IM che richiede la produzione di un livello di danneggiamento DM. Chiaramente noi utilizziamo la media e la deviazione standard.
- *Sensibilità della dimensione dei sismi.* Gli autori consigliano l'utilizzo di 20 accelerogrammi in cui è facilmente calcolabile l'errore standard e l'intervallo di confidenza della convergenza desiderata per entrambi i frattili IM, capacità DM. La media di IM dimostra poca dispersione e analogamente vale anche per DM. L'influenza del numero di sismi considerati diventa significativo qualora l'errore standard della stima media tende a diminuire con il ritmo di $1/\sqrt{n}$ dove n è il numero di sismi.

L'IDA offre la possibilità di maneggiare una elevata quantità di dati per numerose analisi dando utili conclusioni. I sismi registrati, il numero di analisi per ogni sisma, l'interpolazione dei risultati, le approssimazioni, sono alcuni dei problemi che fanno la differenza sulla precisione dei risultati finali delle IDA. Il metodo è stato progettato per favorire un compromesso tra velocità e precisione. Importante è la ricchezza delle informazioni che l'analisi IDA ci può dare grazie all'automazione del metodo ma a discapito della velocità computazionale.

3.2.2 Scelta degli accelerogrammi

L'Ordinanza della Protezione Civile 3431 e l'Eurocodice 8 descrivono la possibilità di rappresentare l'azione sismica mediante l'uso di accelerogrammi artificiali, simulati o naturali.

Gli *accelerogrammi artificiali* sono accelerogrammi ottenuti con l'utilizzo di algoritmi che permettono di generare segnali compatibili con uno spettro di riferimento. Alcuni studi affermano che procedendo in questo modo il numero di cicli o l'energia del segnale possono essere lontani da quelli di una registrazione reale o possono condurre ad una stima non corretta della risposta non lineare. Uno dei *software* che può essere utilizzato per generare accelerogrammi artificiali spettro compatibili è *SIMQKE*. L'approccio sviluppato è di generare una funzione di densità spettrale dallo spettro di risposta e poi ricavare dei segnali sinusoidali aventi angoli di fase casuali. I segnali sinusoidali sono poi sommati e con una procedura iterativa possono essere confrontati con lo spettro di risposta di riferimento. Dal quadrato del rapporto si aggiusta la funzione di densità spettrale e così si genera il nuovo movimento del terreno. Il vantaggio di tale approccio è che si possono ottenere accelerogrammi completamente compatibili con lo spettro di risposta elastico, ma lo svantaggio è che si genera un eccessivo numero di cicli di forte movimento che di conseguenza possiedono un alto contenuto di energia realmente non ragionevole.

Gli *accelerogrammi sintetici* vengono generati, attraverso la modellazione, con metodi sia deterministici che stocastici, dei meccanismi di nucleazione e/o propagazione degli eventi sismici. Questi metodi sono in grado di simulare gli effetti dei processi fisici connessi col moto al suolo, come la genesi del terremoto, propagazione dell'onda e risposta superficiale al sito. Nella pratica ingegneristica, sussistono ostacoli all'utilizzo di accelerogrammi così ottenuti in quanto le competenze necessarie per la generazione sono, a tutt'oggi, specifiche dei sismologi; inoltre l'arbitrarietà con cui si assegnano alcuni parametri fisici nei modelli di simulazione ne rendono discutibile l'utilizzo per la stima probabilistica della risposta sismica delle strutture.

Gli *accelerogrammi naturali* che sono ottenuti come registrazioni di eventi reali, sembrano essere la più diretta rappresentazione del moto al suolo in quanto

riportano in se caratteristiche quali ampiezza, contenuto di frequenze e di energia, durata e fase di eventi reali. Rispetto al passato, sussiste una crescente disponibilità di cataloghi *on-line* che forniscono libero accesso ad una grande quantità di registrazioni.

Le vie con cui si possono scegliere gli accelerogrammi naturali sono dettate in gran misura dalle informazioni disponibili dal rischio sismico del sito in esame.

Gli accelerogrammi naturali possono essere scelti con diversi criteri; i più diffusi sono quelli che impongono parametri sismologici oppure che fanno riferimento ad uno spettro di risposta.

In *Figura 3.4* si vedono le diverse opzioni adottabili, dove DSHA è la valutazione deterministica del rischio sismico, PSHA è la valutazione probabilistica del rischio sismico, CODE rappresenta lo spettro da normativa.

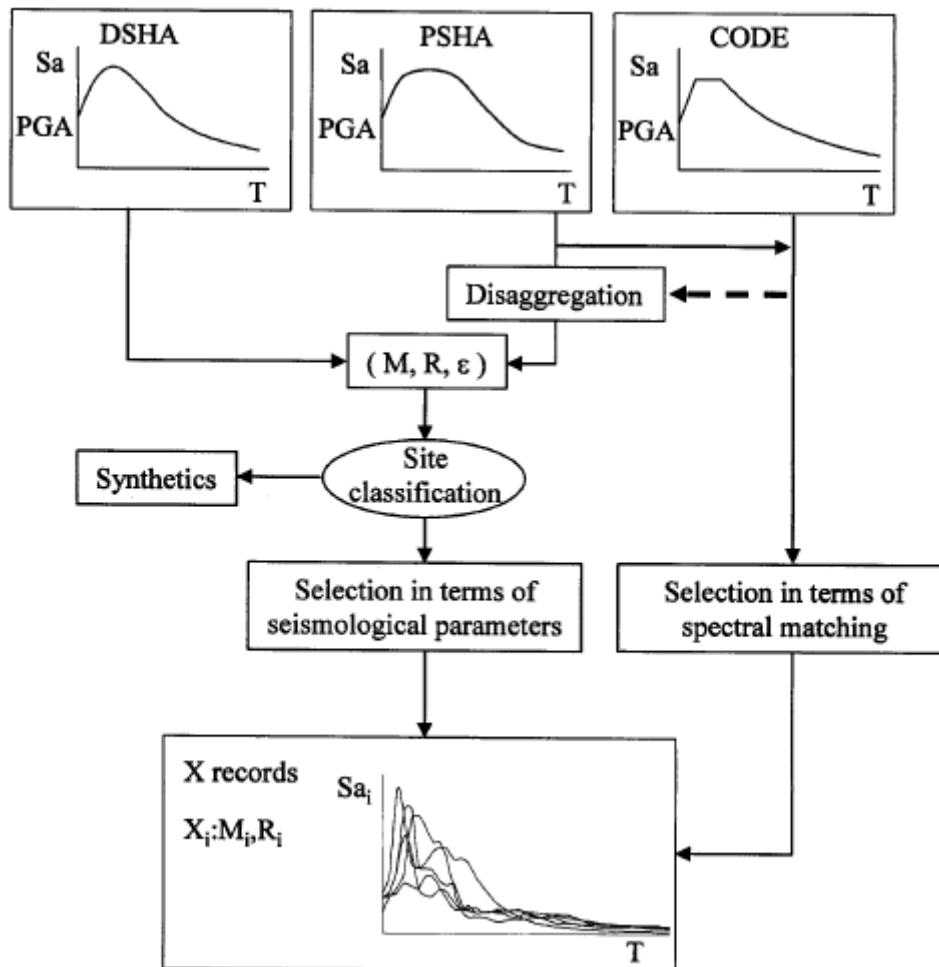


Figura 3.4 – Opzioni valide per la scelta degli accelerogrammi da utilizzare nelle analisi.

I parametri sismologici presentati in *Figura 3.4* sono M che indica il magnitudo, R la distanza e ε la distanza dal valor medio del parametro di intensità impiegato previsto dalla legge di attenuazione utilizzata, ma generalmente non si usa come parametro di ricerca.

Il primo criterio di scelta che si basa sui parametri sismologici implica innanzi tutto, con la fase di disaggregazione, di definire per il sito in esame l'intervallo di magnitudo (es: 6,5-7) e l'intervallo di distanza (es: 20-30 km) più rappresentativi per la sismicità del sito in esame. Tali parametri sono:

- *Magnitudo (M)*. È importante selezionare l'appropriato magnitudo degli eventi sismici perché questo parametro influenza fortemente la frequenza e la durata del movimento.
- *Distanza (R)*. La forma spettrale appare molto meno sensibile alla distanza che al magnitudo.
- *Classificazione del sito*. Questo parametro esercita una forte influenza sulla natura del sisma, modificando l'amplificazione e la forma dello spettro di risposta.

Il secondo criterio consiste nella scelta di accelerogrammi spettro compatibili come presentato nello studio di Iervolino, Maddaloni e Cosenza [2006], nel quale è stata studiata la compatibilità degli accelerogrammi naturali con le specifiche previste dall'OPCM 3274 e l'EC 8 per le analisi non lineari delle strutture. Entrambe le norme impongono che la combinazione degli accelerogrammi utilizzati, sia essi costituiti da segnali naturali, sintetici o artificiali, abbiano uno spettro di risposta medio coerente con quello elastico definito dal codice. Tale coerenza è da verificare in base alla media delle ordinate spettrali ottenute con i diversi accelerogrammi per un coefficiente di smorzamento viscoso equivalente ξ del 5%. L'ordinata spettrale media non deve presentare uno scarto superiore al 10%, rispetto alla corrispondente dello spettro elastico, in alcun punto dell'intervallo di periodi da 0,15 sec a 2,0 sec e da $0,15 \times T$ sec a $2,0 \times T$ sec, in cui T è il periodo fondamentale di vibrazione della struttura in campo elastico. Secondo la norma una combinazione per l'analisi strutturale deve essere costituita da un numero di gruppi almeno pari a 3, dove per gruppo si intende l'insieme

delle due registrazioni orizzontali e di quella verticale di una singola stazione sismica. Nel caso in cui si utilizzano almeno 7 diversi gruppi di accelerogrammi gli effetti sulla struttura (sollecitazioni, deformazioni, spostamenti, etc.) potranno essere rappresentati dalle medie dei valori massimi ottenuti dalle analisi. Le normative prevedono di considerare l'utilizzo della componente verticale del sisma solo nei seguenti casi:

- Elementi pressoché orizzontali con luce superiore ai 20 m;
- Elementi a mensola;
- Pilastri in falso;
- Edifici con piani sospesi;
- Elementi principali precompressi.

La definizione dello spettro di riferimento è funzione della tipologia di terreno considerato e del livello di pericolosità sismica della zona in di interesse. Sia l'OPCM 3274 e l'EC 8 definiscono 5 principali categorie per i profili stratigrafici di fondazione:

- A. Formazioni litoidi o suoli omogenei molto rigidi ($V_{S30} > 800$ m/s);
- B. Depositi di sabbie e ghiaie molto addensate o argille molto consistenti (V_{S30} compreso tra 360 m/s a 800 m/s);
- C. Depositi di sabbie e ghiaie mediamente addensate o di argille di media consistenza (V_{S30} compreso tra 180 m/s a 360 m/s);
- D. Depositi di terreni granulari da sciolti a poco addensati oppure coesivi da poco a mediamente consistenti ($V_{S30} < 180$ m/s);
- E. Profili di terreno costituiti da strati superficiali alluvionali (V_{S30} simili a quelli dei tipi C o D e spessore compreso tra 5 e 20 m, giacenti su di un substrato di materiale più rigido con ($V_{S30} > 800$ m/s).

In aggiunta a queste categorie, se ne definiscono altre due, S1, S2, per le quali sono richiesti caratterizzazioni speciali.

Nelle analisi la normativa OPCM 3274 impone di utilizzare, come già accennato, per ciascuna delle direzioni di analisi un numero di gruppi non inferiore a 3 ma

risulta consigliabile utilizzare una combinazione costituita da 7 gruppi di registrazione. Le ragioni sono le seguenti:

- È possibile considerare gli effetti medi anziché quelli massimi;
- Aumenta significativamente la possibilità di trovare risultati;
- L'utilizzo di soli 3 accelerogrammi può non consentire la stima in maniera corretta della variabilità della risposta strutturale.

Le norme non impongono ulteriori restrizioni ma gli autori Iervolino, Maddaloni e Cosenza [2006] considerano alcuni criteri aggiuntivi. In particolare si considerano per ciascuna combinazione individuata:

- *La deviazione dello spettro medio σ della combinazione da quello della normativa.* Tale fattore costituisce una misura quantitativa dello scostamento medio, relativo alla singola combinazione, nei confronti dello spettro elastico. Tale deviazione è stata espressa nella seguente forma:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{SA_{0,med}(T_i) - SA_S(T_i)}{SA_S(T_i)} \right)^2} \quad (3.1)$$

Questo parametro ha permesso di selezionare all'interno dei risultati ottenuti, quelli che definiscono uno spettro reale medio che si discosta meno da quello di normativa e quindi di ovviare ad un'eventuale sovrastima della risposta sismica. Graficamente in *Figura 3.5* è stato rappresentato il comportamento dello spettro medio degli accelerogrammi reali con lo spettro di riferimento da normativa.

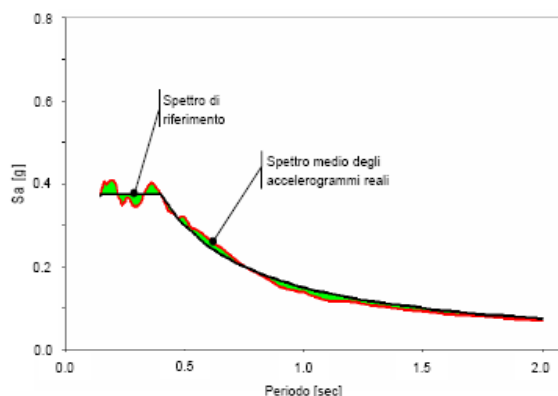


Figura 3.5 – Relazione fra spettro medio e lo spettro di riferimento da normativa.

- *La deviazione massima σ_{MAX} del singolo spettro di un'accelerogramma appartenente alla combinazione da quello di normativa.* E' inteso come lo scostamento massimo tra tutti gli spettri reali facenti parte della combinazione, ed è data dalla σ a patto di sostituire $SA_{0,med}(T_i)$ con $SA_0(T_i)$ cioè con l'ordinata di un singolo spettro in luogo di quella dello spettro medio. Mira ad individuare le combinazioni in cui non solo lo spettro medio è compatibile con quello di normativa, ma anche in cui gli spettri delle singole registrazioni si discostino il meno possibile dallo spettro di riferimento. In tal modo si cerca di ridurre il più possibile la variabilità della risposta strutturale tra sisma e sisma.
- *L'intervallo di magnitudo degli eventi da cui provengono gli accelerogrammi di ciascuna combinazione.* E' consigliabile avere lo stesso intervallo di magnitudo dei sismi perché questo parametro influenza significativamente il contenuto in frequenza e la durata del moto. Questo criterio è considerato secondario rispetto agli altri.
- *Numero di eventi sismici diversi all'interno della stessa combinazioni.* Ad ogni terremoto possono corrispondere più registrazioni accelerometriche ottenute da strumenti di misura (accelerometri) disposti in diversi siti del territorio. È consigliabile, quando possibile, utilizzare le combinazioni caratterizzate da registrazioni aventi tutte codice diverso in maniera tale che l'analisi non sia condizionata da pochi eventi dominanti.

Fermo restando le prescrizioni obbligatorie da normativa, risulta consigliabile rispettare il più possibile le precedenti restrizioni.

Per l'utilizzo di accelerogrammi naturali sono disponibili diversi database on-line come *l'European Strong-motion Database – ESD* (<http://www.isesd.cv.ic.ac.uk>), che contiene gli accelerogrammi relativi ai terremoti europei. Vengono escluse a priori quelle stazioni in cui non presentano

entrambe le componenti orizzontali e le registrazioni poco significative da un punto di vista della magnitudo, consigliabile almeno maggiore o uguale a 5,8.

Per i professionisti risulta complicato utilizzare accelerogrammi reali perché non sempre si hanno a disposizione 7 accelerogrammi riferiti al sito in esame e quindi la norma cerca di sopperire a questo problema favorendo l'utilizzo di segnali generati o modificati in modo da avere una forma spettrale compatibile con quella dello spettro da normativa. Va sottolineato che la dimensione della combinazione (7 gruppi) non sempre è sufficiente per la stima efficace della variabilità della risposta sismica e sarebbe necessaria una larga campagna di validazione dei criteri di selezione. Si conclude rilevando che l'EC 8 in merito all'uso di accelerogrammi per le analisi dinamiche non lineari è molto simile all'OPCM 3274. L'EC 8, oltre che definire forme spettrali diverse per alcuni suoli rispetto all'OPCM 3274, è più restrittivo di quest'ultima imponendo anche un vincolo sul PGA (*Peak Ground Acceleration*) medio delle combinazioni.

Bommer e Acevedo [2004] nella loro pubblicazione descrivono anche la possibilità di utilizzare due tecniche per poter rendere spettro compatibili gli accelerogrammi naturali. Le tecniche definite non dichiarano di avere basi geofisiche e il loro scopo è di ottenere una serie di registrazioni con bassa variabilità in modo da ridurre il numero di analisi strutturali necessarie per ottenere un risultato stabile.

3.2.3 Applicazione delle analisi IDA al caso studio

L'applicazione del metodo *IDA* descritto nel *paragrafo 3.2.1* viene qui specializzata per le analisi numeriche svolte nell'ambito della presente tesi.

A riguardo della descrizione degli accelerogrammi scelti per le analisi dinamiche si vedano le pagine successive, dove è riportato il *set* di dodici accelerogrammi impiegati nelle analisi *IDA* svolte nell'ambito della seguente tesi.

Anticipiamo ora come sono state svolte le analisi *IDA* con in *input* le forzanti sismiche che verranno descritte a breve.

In una prima fase i dodici sismi sono stati applicati alla struttura con uno SF (*Scale Factor*) variabile da 0.1 a 4 con *step* di incremento pari a 0.2.

Da questa prima sommaria analisi IDA è stato possibile trovare in maniera approssimativa lo SF più piccolo che porta per primo al raggiungimento della deformazione ultima ($\varepsilon_{cu} = - 0.0035$) in una fibra di c.l.s. confinato.

Raggiunta la condizione di crisi locale appena descritta si sono proseguite le analisi fino al raggiungimento della deformazione $\varepsilon_c = - 0.006$ in una fibra di c.l.s. confinato; ritenuto il limite ultimo convenzionale medio raggiungibile dal c.l.s. confinato, oltre tale limite mediamente sopraggiunge lo schiacciamento del calcestruzzo con conseguente esplosione locale della sezione. Quanto appena esposto non è un criterio generalmente valido, con forti confinamenti si può superare di gran lunga il limite di deformazione $\varepsilon_c = - 0.006$. E' stato scelto questo criterio sulla deformazione limite del c.l.s confinato solamente per fissare un istante caratteristico, omogeneo in tutte le analisi numeriche, in cui arrestare l'analisi.

In tutte le analisi svolte (sia statiche che dinamiche) si è comunque considerata, come situazione di riferimento per i confronti, la condizione al primo raggiungimento di $\varepsilon_{cu} = - 0.0035$ in una qualunque fibra di c.l.s. confinato.

Dalla prima fase delle analisi si è riscontrato che *step* di SF pari a 0.2 erano troppo radi per le informazioni e livello di precisione che si volevano ottenere; per tale motivo in una seconda fase si sono raffittiti gli incrementi di SF in prossimità del valore che portava per primo al raggiungimento di ε_{cu} .

In tal modo è stato possibile cogliere lo SF che porta la struttura nelle condizioni limite suddette con una precisione del centesimo.

Tale precisione era necessaria per poter effettuare dei buoni confronti con le analisi statiche di *pushover*.

Analizzate le risposte dinamiche della struttura sotto i dodici *input* sismici si è deciso di prendere in considerazione il valor medio della risposta come dato di confronto con le analisi di *pushover*.

Vediamo ora le caratteristiche delle forzanti sismiche impiegate in tutte le analisi dinamiche svolte nella presente tesi.

3.2.3.1 Forzanti sismiche adottate nella presente tesi

In questo paragrafo si concentra l'attenzione sulle forzanti sismiche applicate lungo x alla base delle strutture di studio.

Tali forzanti sono state impiegate nelle analisi dinamiche IDA (lineari e non).

Per ottenere dei risultati statisticamente attendibili è necessario applicare all'edificio il maggior numero possibile di forzanti sismiche, in tal modo è possibile trovare i valori massimi e minimi dei parametri che descrivono la risposta della struttura.

Oltre ai massimi e minimi della risposta è possibile effettuare anche degli studi statistici sulla risposta, in particolare si possono ottenere i valori medi e la varianza dei vari parametri di risposta.

Al crescere del numero degli accelerogrammi impiegati i risultati statistici diventano più attendibili, ma allo stesso tempo l'onere computazionale aumenta e i tempi di *post-processing* dei risultati si dilungano.

Nell'ambito di questa tesi si è optato per una soluzione di compromesso fra attendibilità statistica e costo computazionale; tale scelta ha condotto all'utilizzo di dodici accelerogrammi artificiali spettro-compatibili.

La spettro-compatibilità è basata sulle indicazioni dell'OPCM 3274 (tale ordinanza è del tutto simile alle direttive descritte nell'EC8).

Al riguardo di come viene descritto lo spettro di risposta elastico nell'OPCM 3274 si veda la *Figura 3.6* e le relazioni da (3.2) a (3.6).

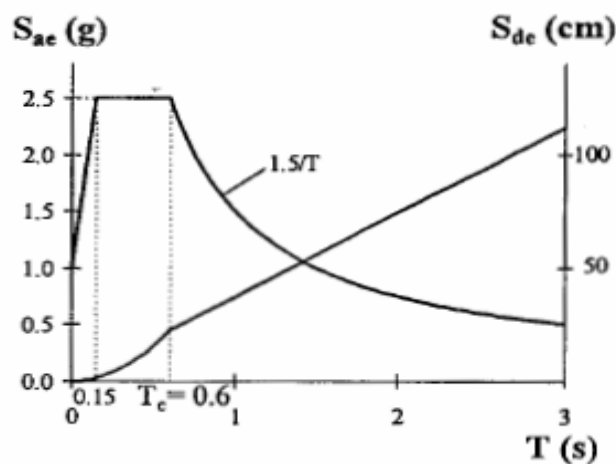


Figura 3.6 – Spettro di risposta elastico in termini di accelerazioni (S_{ae}) e di spostamenti (S_{de}).

Si riportano qui le relazioni che definiscono nell'OPCM 3274 la componente orizzontale dello spettro di risposta elastico, rappresentata in *Figura 3.6*, utilizzata più volte nel seguito della tesi:

$$0 \leq T < T_B \quad S_{ae}(T) = a_g \cdot S \cdot \left(1 + \frac{T}{T_B} \cdot (\eta \cdot 2,5 - 1) \right) \quad (3.2)$$

$$T_B \leq T < T_C \quad S_{ae}(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2,5 \quad (3.3)$$

$$T_C \leq T < T_D \quad S_{ae}(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2,5 \cdot \left(\frac{T_C}{T} \right) \quad (3.4)$$

$$T_D \leq T \quad S_{ae}(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2,5 \cdot \left(\frac{T_C \cdot T_D}{T^2} \right) \quad (3.5)$$

dove η dipende dal coefficiente di smorzamento viscoso equivalente ξ ($\eta = 1$ quando $\xi = 0.05$), S è un fattore che tiene conto del profilo stratigrafico del suolo di fondazione, così come i periodi che separano i diversi rami dello spettro T_B , T_C , T_D , mentre a_g rappresenta l'accelerazione al suolo, dipendente dalla classe di sismicità del sito.

Lo spettro di risposta elastico in termini di spostamenti, anch'esso visibile in *Figura 3.6*, è derivabile attraverso la relazione:

$$S_{de} = \frac{T^2}{4\pi^2} S_{ae} \quad (3.6)$$

Come zona sismica per la struttura di studio è stata scelta la seconda che presenta un'accelerazione di picco al suolo $a_g = 0.25g$, mentre come tipo di terreno si è scelto il tipo B che possiede un fattore $S = 1.25$.

Per il coefficiente di smorzamento è stato impiegato il classico $\xi = 5\%$, di conseguenza il parametro η risulta essere unitario.

La scelta dei parametri necessari per generare gli accelerogrammi artificiali sono riportati anche in *Figura 3.7*.

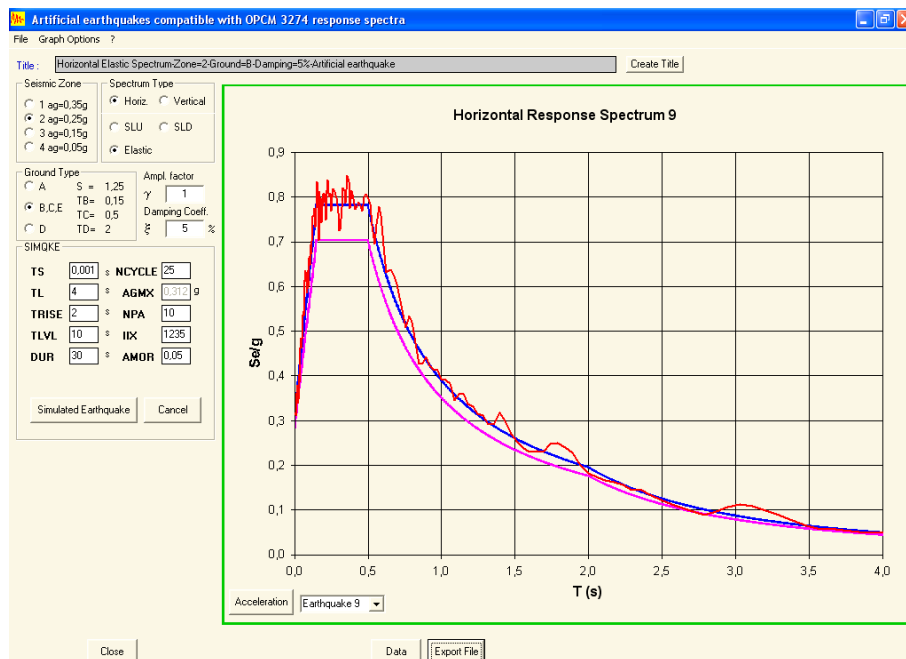


Figura 3.7 – Pannello di input del software SIMQKE per la generazione di accelerogrammi spettro-compatibili con OPCM 3274; notare le caselle di input a sinistra del grafico, qui è possibile definire le caratteristiche di zona, tipo di terreno, coeff. di smorzamento, durata dell'accelerogramma ed altri parametri.

Per generare gli *input* accelerometrici necessari per lo sviluppo delle analisi *IDA* è stato utilizzato il software *SIMQKE*, esso genera una funzione di densità spettrale dallo spettro di risposta e poi ricava dei segnali sinusoidali aventi angoli di fase casuali. I segnali sinusoidali sono poi sommati e con una procedura iterativa possono essere confrontati con lo spettro di risposta di riferimento. Dal quadrato del rapporto si aggiusta la funzione di densità spettrale e così si genera il nuovo movimento del terreno. Il vantaggio di tale approccio è che si possono ottenere accelerogrammi completamente compatibili con lo spettro di risposta elastico, ma lo svantaggio è che si genera un eccessivo numero di cicli di forte movimento che di conseguenza possiedono un alto contenuto di energia realmente non ragionevole.

Per avere i dodici accelerogrammi dalle caratteristiche più simili ai naturali si sono generati un gran numero di sismi artificiali, poi in una seconda fase sono stati selezionati i dodici candidati adatti allo scopo.

Per cogliere i diversi aspetti dinamici della struttura si è scelto di utilizzare quattro diverse durate degli accelerogrammi, in tal modo sarà possibile vedere come la durata del sisma influisce sulla risposta della struttura.

Da quanto detto si comprende che i dodici accelerogrammi scelti per analisi sono suddivisi in quattro categorie da tre accelerogrammi ciascuna.

- CATEGORIA 1

Alla prima categoria appartengono i sismi 1a, 1b e 1c; tali accelerogrammi hanno una durata di 30 secondi.

- CATEGORIA 2

Alla seconda categoria appartengono i sismi 2a, 2b e 2c; tali accelerogrammi hanno una durata di 20 secondi.

- CATEGORIA 3

Alla terza categoria appartengono i sismi 3a, 3b e 3c; tali accelerogrammi hanno una durata di 25 secondi.

- CATEGORIA 4

Alla quarta categoria appartengono i sismi 4a, 4b e 4c; tali accelerogrammi hanno una durata di 15 secondi.

Di seguito vengono riportate le forme grafiche dei dodici accelerogrammi selezionati per le analisi dinamiche.

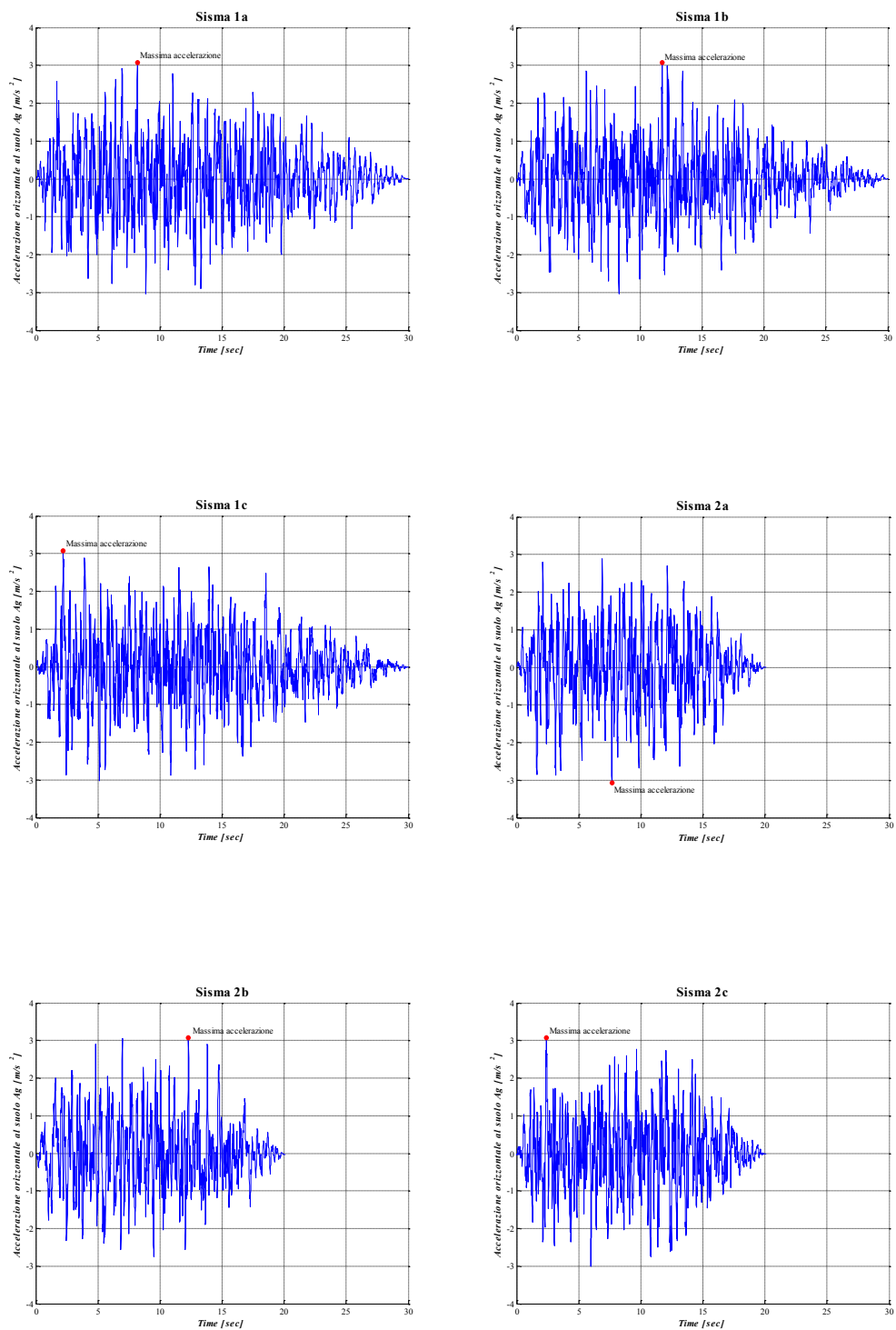


Figura 3.8 – Set dei dodici accelerogrammi spettro-compatibili utilizzati nelle analisi.

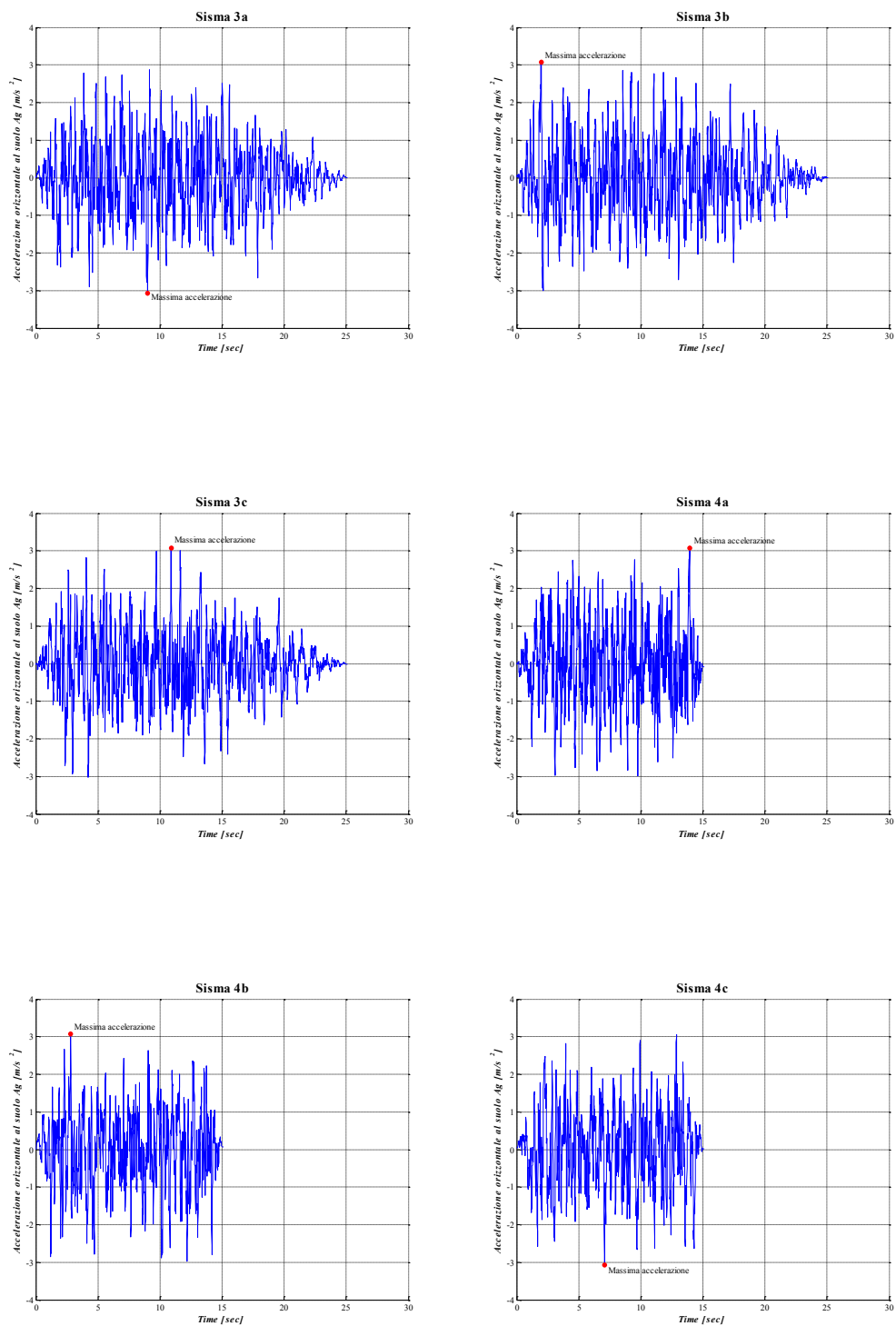


Figura 3.8 - Set dei dodici accelerogrammi spettro-compatibili utilizzati nelle analisi.

Trovato il set di accelerogrammi da applicare alla base della struttura ora resta da verificare la spettro-compatibilità degli stessi con lo spettro di riferimento dato dalla normativa OPCM 3274.

In *Figura 3.9* e *Figura 3.10* sono riportati i risultati delle risposte elastiche dei dodici accelerogrammi prescelti, per trovare tali risposte è stato utilizzato il software *SeismoSignal*.

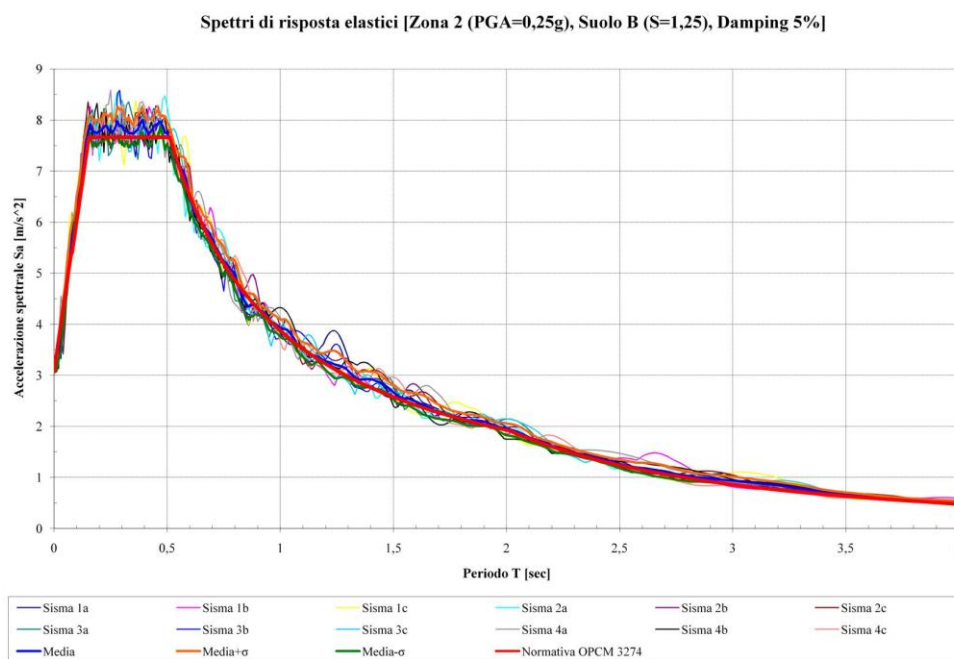


Figura 3.9 – Spettri di risposta elastici S_a-T del set di accelerogrammi riportati in *Figura 3.8*. Notare la rappresentazione della media della risposta (linea blu), lo scarto quadratico medio della risposta (linee arancio e verde) e lo spettro di risposta della normativa (linea rossa).

Dalla *Figura 3.9* è possibile osservare che la risposta media del set di accelerogrammi selezionati (linea blu marcata) è molto vicina allo spettro di risposta fornito dalla normativa (linea rossa marcata).

Anche la risposta dei singoli accelerogrammi non è molto distante dallo spettro dato dalla normativa, a dimostrazione di ciò si può osservare la piccola entità dello scarto quadratico medio riportato in *Figura 3.9* e *Figura 3.11*.

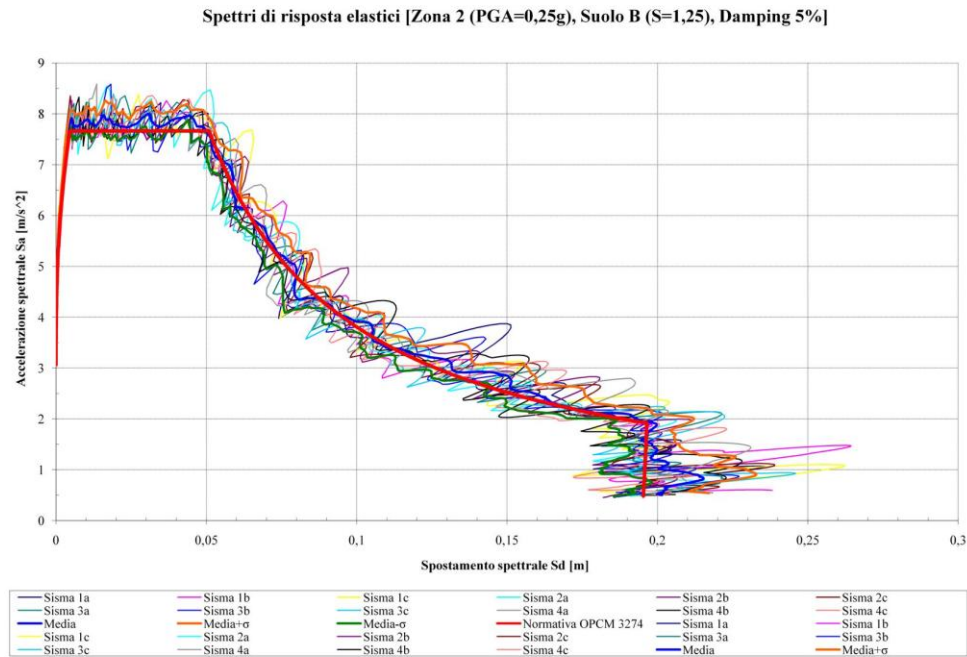


Figura 3.10 - Spettri di risposta elastici S_a - S_d del set di accelerogrammi riportati in Figura 3.8. Notare la rappresentazione della media della risposta (linea blu), lo scarto quadratico medio della risposta (linee arancio e verde) e lo spettro di risposta della normativa (linea rossa).

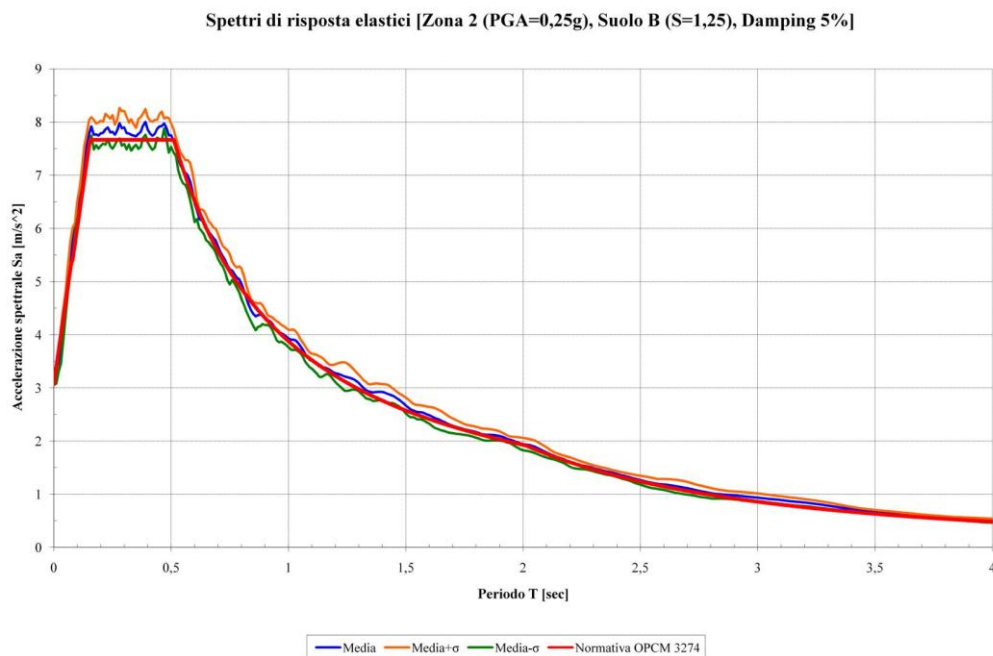


Figura 3.11 – Media (linea blu) e scarti quadratici medi (linee verde e arancio) della risposta elastica del set di accelerogrammi riportati in Figura 3.8.

Per confrontare i risultati che si ottengono dalle analisi dinamiche *IDA* con quelli delle analisi statiche di *pushover* è necessario avere un set di accelerogrammi il più possibile omogenei fra loro, per tale motivo si è cercato di possedere dodici sismi dalle caratteristiche spettrali molto simili.

Per avere più uniformità nella risposta dinamica della struttura sarebbe necessario possedere degli accelerogrammi della stessa durata (oltre che spettro-compatibili), in tal modo la dispersione dei risultati ottenuti in *output* dalle analisi *IDA* sarebbe la più piccola possibile.

Un test numerico condotto sulla struttura di studio ha mostrato che utilizzare il set di accelerogrammi riportato in *Figura 3.8* o un *set* di dodici accelerogrammi (sempre spettro-compatibili) tutti della durata di 15 secondi non porta a sostanziali differenze: la risposta media della struttura varia di poco e la varianza della risposta si riduce di una piccola entità quando si usano sismi della stessa durata.

Tali evidenze hanno fatto sì che la scelta degli *input* accelerometrici da utilizzare nelle analisi *IDA* si confermasse sul set di dodici accelerogrammi suddivisi in quattro categorie di durata (vedi *Figura 3.8*).

L'uso di sismi dalla durata differente è stato adottato anche per poter trovare i possibili massimi e minimi assoluti di certi parametri di risposta della struttura.

Nell'ambito delle analisi dinamiche *IDA* è stato sperimentato anche l'uso di un *input* accelerometrico di tipo "rumore bianco" dalla durata di 10 minuti.

Per definizione il rumore bianco possiede uno spettro delle ampiezze costante, ovvero, essendo un segnale di tipo casuale la sua analisi di contenuto in frequenza dovrebbe portare ad un valore di ampiezza costante su tutte le frequenze.

Questa caratteristica "speciale" del segnale casuale fa sì che esso possa eccitare allo stesso modo (con la stessa energia) tutti i modi di vibrare di una struttura.

La lunga durata del segnale dovrebbe portare all'individuazione dei massimi e minimi assoluti di tutti i parametri della risposta, questo è poi quello che effettivamente si è verificato.

Il rumore bianco in questione ha portato a valori massimi e minimi assoluti della risposta simili a quelli trovati con il set di accelerogrammi di *Figura 3.8*. Ciò indica che i dodici sismi scelti per le analisi dinamiche riescono a cogliere bene la risposta media della struttura ma anche i limiti inferiori e superiori della risposta.

3.3 Criteri di confronto dei risultati delle IDA con quelli di pushover

Come già accennato nel paragrafo precedente il confronto fra le *IDA* e il *pushover* (nell'ambito di questa tesi) avviene a parità di deformazione ultima ($\varepsilon_{cu} = -0.0035$) raggiunta in una fibra di c.l.s. confinato.

Nel campo elastico-lineare il legame fra *input* ed *output* si mantiene proporzionale: se raddoppiano le forzanti in *input* tutta la risposta in *output* raddoppia. Ciò implica che tutti i parametri di risposta della struttura (spostamenti, deformazioni, sollecitazioni e tensioni) sono rapportati fra loro in maniera costante al variare dell'incremento di carico (nell'ambito delle analisi statiche) o dello *Scale Factor* (nell'ambito delle analisi dinamiche)

Al crescere del moltiplicatore dei carichi la risposta di una struttura elastico-lineare si mantiene proporzionale.

Nel campo delle analisi lineari un confronto (fra i risultati dell'analisi dinamica *IDA* e quelli della statica di *pushover*) a parità di deformazione ultima $\varepsilon_{cu} = -0.0035$ raggiunta è possibile senza operare per incrementi di *Scale Factor*, per qualunque istante di tempo dell'analisi dinamica. Nel campo elastico-lineare è possibile trovare l'esatto valore dello SF (*Scale Factor*) che porta alla condizione limite cercata attraverso la conoscenza delle deformazioni massime raggiunte nelle fibre di c.l.s. confinato per una data ed unica analisi dinamica. Se per un dato istante di tempo della *IDA* non si è raggiunta la deformazione ultima è possibile scalare la risposta della struttura proporzionalmente al rapporto $\varepsilon_{cu}/\varepsilon_c$ per giungere alla condizione limite cercata; dove ε_{cu} è la deformazione limite che si vuole raggiungere, ε_c è la deformazione massima raggiunta nelle fibre di c.l.s. confinato, per un dato SF dell'analisi dinamica.

In campo non-lineare la procedura si complica: qui non esiste più un legame proporzionale fra *input* ed *output*, quindi è necessario svolgere delle analisi dinamiche *IDA* con fitti *step* di SF per trovare il valore di *Scale Factor* che porta la struttura alle condizioni limite cercate.

Ricordiamo che adottare criteri di crisi (o condizioni limite) differenti porta a confronti dei risultati (fra *IDA* e *pushover*) non necessariamente coerenti, anche in campo elastico-lineare, dove la proporzionalità fra *input* ed *output* potrebbe far

pensare il contrario. In altre parole lo scarto nel confronto, fra i risultati ottenuti in *output* da un'analisi *IDA* e quelli di un'analisi di *pushover*, varia al cambiare del tipo di confronto che si adotta: a parità di deformazione raggiunta, a parità di spostamento raggiunto da un punto di controllo, a parità di *interstory drift*, a parità di spostamenti o a parità di sollecitazioni raggiunte in un elemento strutturale.

Parliamo ora di come si possa effettuare un confronto omogeneo fra i risultati ottenuti in *output* dalle analisi dinamiche *IDA* e quelli ottenuti dalle analisi di *pushover*.

Innanzitutto è necessario stabilire il criterio di confronto (omogeneo) che si vuole adottare per entrambe le tipologie di analisi (*IDA* e *pushover*), si possono scegliere criteri basati sugli spostamenti o sulle deformazioni; ovvero, si possono confrontare i risultati a parità di spostamento raggiunto da un punto di controllo, oppure a parità di deformazione raggiunta negli elementi strutturali.

Nell'ambito della presente tesi si è scelto di utilizzare un paragone (fra i risultati delle *IDA* e quelli di *pushover*) a parità di stato limite di deformazione raggiunto nel c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = - 0.0035$).

Questo criterio è definito di tipo locale, perché tiene conto di effetti localizzati della risposta, localizzati a livello di sezione e di fibra; non si prendono in considerazione parametri di risposta globali della struttura che possano descriverne la sua configurazione deformata.

Criteri globali sono quelli sugli spostamenti (rotazioni) raggiunti da un punto di controllo, rotazioni di corde di elementi strutturali ed altri parametri che coinvolgono in maniera globale la risposta dell'intera struttura.

In un confronto di tipo locale sulle deformazioni si vanno a confrontare fra loro i risultati, della risposta dinamica *IDA* con quella statica di *pushover*, a parità di deformazione massima raggiunta nelle fibre.

In un confronto di tipo globale sugli spostamenti si vanno invece a confrontare fra loro i risultati, della risposta dinamica *IDA* con quella statica di *pushover*, a parità di spostamento raggiunto da un punto di controllo.

Si vedono ora i metodi e le applicazioni che permettono un confronto fra i risultati ottenuti dalla risposta dinamica *IDA* della struttura con quelli ottenuti dall'analisi

statica di *pushover*; in particolare ci si sofferma sulle problematiche legate alle strutture spaziali irregolari.

3.3.1 Confronto in termini globali: la curva di capacità e di isteresi

Una prima metodologia di confronto dei risultati, molto adottata per i telai piani, è basata sulla relazione fra taglio alla base e spostamento di un punto di controllo di solito posto in sommità; la curva che si ottiene nel rappresentare i risultati ottenuti in questo modo viene anche detta “curva di capacità”. Questo confronto è di tipo globale.

Ovviamente l’analisi statica fornisce una relazione continua fra taglio alla base e spostamento in sommità, mentre l’IDA può fornire solamente una serie discreta di punti, fra l’altro di difficile determinazione. Vedi *Figura 3.12*.

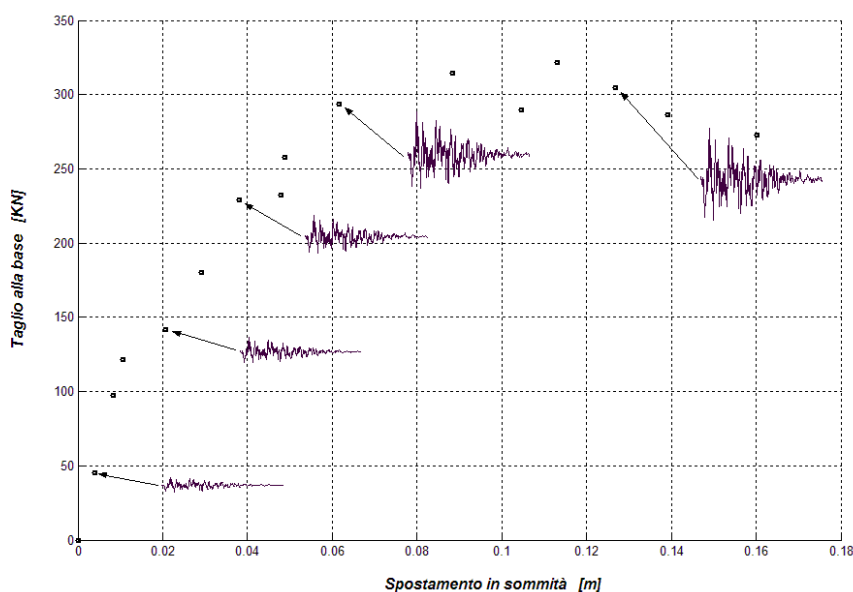


Figura 3.12 – Relazione tra taglio alla base e spostamento in sommità ottenuta da un’analisi dinamica incrementale.

Per avvicinarsi ad una relazione continua fra taglio alla base e spostamento di un punto di controllo si possono raffittire gli incrementi di SF delle IDA, in ogni caso si deve definire un criterio per la determinazione dei punti caratteristici Taglio-Spostamento per ogni SF dell’analisi IDA.

In *Figura 3.13* e *Figura 3.14* è rappresentata la tipica risposta dinamica, in termini di variabilità nel tempo dello spostamento di un punto di controllo e di taglio alla base, di un telaio piano eccitato da un *input* sismico.

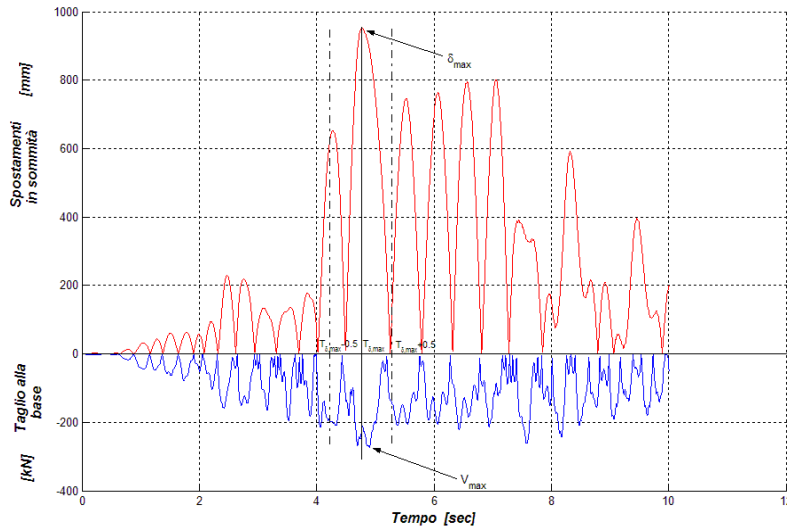


Figura 3.13 - Determinazione dei punti che definiscono la capacità strutturale derivante dall'analisi dinamica incrementale.

Tipicamente per un sistema a più gradi di libertà, tipo un telaio piano multipiano, si osserva che l'istante in cui si raggiunge il massimo spostamento non coincide con l'istante in cui si osserva il massimo taglio alla base (si veda anche la *Figura 3.14*).

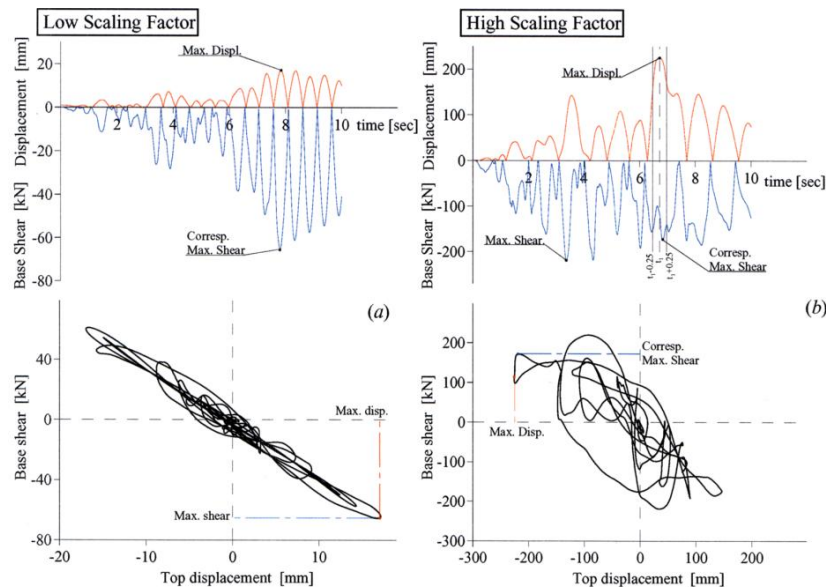


Figura 3.14 – Risposta dinamica di una struttura bidimensionale al variare di SF.

Tale evidenza pone il problema di cosa rappresentare nel grafico Taglio alla Base Vs Spostamento riportato in *Figura 3.12*: 1) massimo Spostamento Vs corrispondente Taglio alla Base; 2) massimo Taglio alla Base Vs corrispondente Spostamento; 3) massimo Taglio alla Base Vs massimo Spostamento su tutta la finestra temporale.

Recenti studi effettuati su diverse tipologie di telai piani sembrano giustificare il primo modo di operare come quello più adatto.

In particolare si propone di agire secondo la seguente variante: i punti vengono individuati in base allo spostamento in sommità massimo ottenuto per ciascun SF delle analisi dinamiche *IDA*, e del corrispondente taglio alla base massimo, relativo ad una finestra temporale di ± 0.5 secondi attorno all'istante in cui si assiste allo spostamento massimo, come mostrato in *Figura 3.13*.

Questo metodo di determinazione dei punti riflette un criterio pragmatico ed in qualche modo arbitrario, adottato comunque in parecchi studi recenti sulle analisi di *pushover*. La scelta di adottare una finestra temporale è giustificata dalla necessità di voler epurare i risultati dall'influenza nella risposta dovuta ai modi superiori che potrebbero in certi istanti essere in opposizione di fase rispetto al modo fondamentale.

Allo stato attuale non è possibile stabilire inequivocabilmente se questa scelta sia più significativa di un'altra, come per esempio il punto definito dallo spostamento in sommità e dal taglio alla base massimi sull'intero intervallo temporale di applicazione dell'accelerogramma.

Adottate le scelte appena descritte è possibile ottenere dei grafici (curve di capacità) dove è rappresentata in maniera discreta la relazione Taglio-Spostamento per le analisi dinamiche *IDA*.

In *Figura 3.16* e *Figura 3.17* è riportato, a titolo di esempio, un confronto in termini di Taglio alla Base Vs Spostamento di un punto di controllo fra i risultati delle analisi dinamiche *IDA* e quelli di *pushover* per un telaio piano.

Ovviamente per un'analisi statica di spinta (*pushover*) la relazione Taglio-Spostamento risulta essere una curva continua, difatti gli incrementi carico possono essere molto fitti, inoltre nelle analisi di *pushover* Taglio alla Base e

Spostamento crescono in maniera monotona con l'incremento di carico, quindi per ogni *step* di carico si ha il massimo spostamento e il massimo taglio.

Un altro metodo di confronto in termini globali è basato sulle curve di isteresi delle analisi *IDA* con sovrapposti i punti di rottura relativi alle analisi di *pushover*, vedi *Figura 3.14* e *Figura 3.15*. In tali figure si riporta la relazione Taglio alla Base Vs Spostamento di un punto di controllo per quel valore di SF dell'analisi dinamica *IDA* che porta per primo al raggiungimento della deformazione ultima ($\epsilon_{cu} = -0.0035$) in una fibra di c.l.s. confinato. In sovrapposizione sono riportati i risultati delle analisi statiche di *pushover* per lo *step* che porta la struttura alle medesime condizioni limite imposte sulle analisi dinamiche: rottura del c.l.s. confinato.

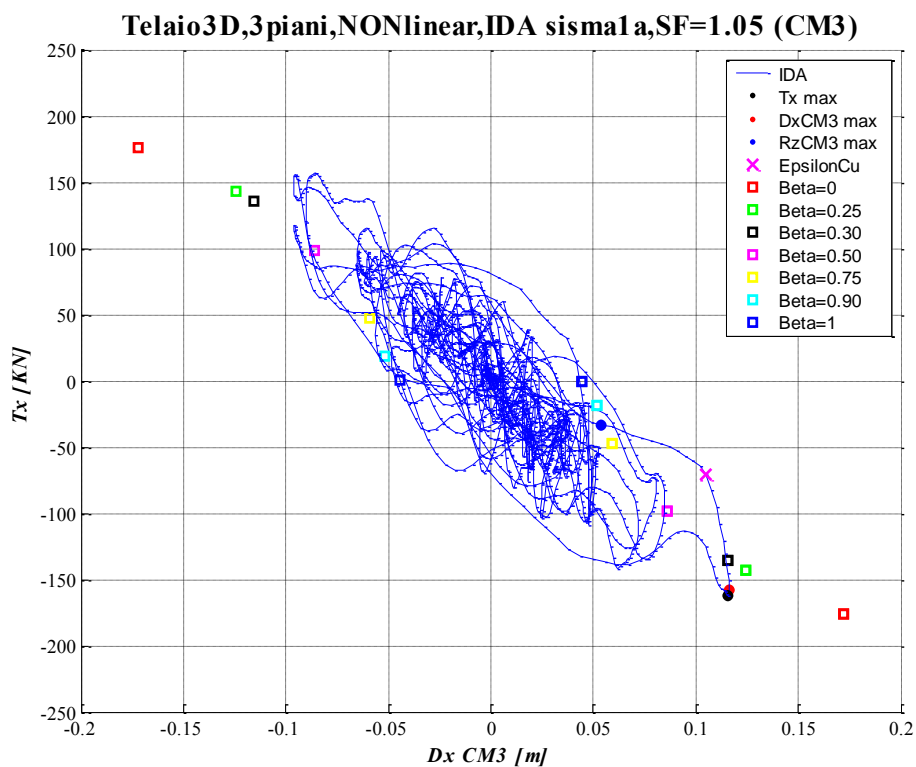


Figura 3.15 – Curva di isteresi a rottura per il sisma 1a, in sovrapposizione vi sono i punti di rottura delle analisi di pushover.

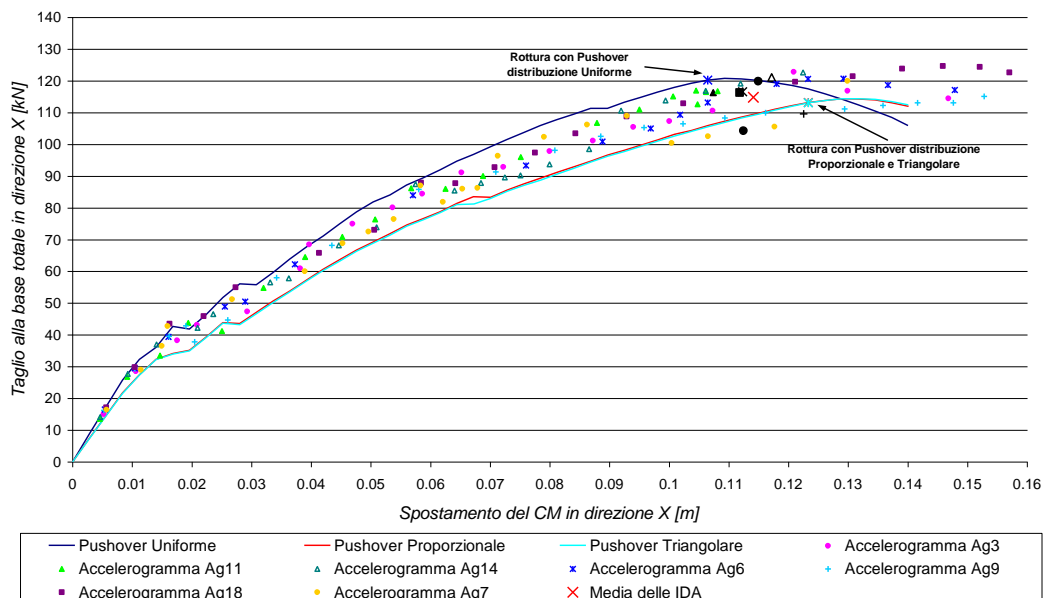


Figura 3.16 – Curve di capacità (Taglio alla Base Vs Spostamento in sommità) di diverse analisi di pushover confrontate con i risultati ottenuti dalle IDA; in nero sono riportati i punti che rappresentano il raggiungimento della rottura.

Se la risposta media delle analisi dinamiche IDA (linea nera in *Figura 3.17*) è coerente con la curva di capacità trovata dall'analisi di pushover (linee colorate in *Figura 3.17*) allora l'analisi statica di spinta riesce a descrivere il legame Taglio-Spostamento per tutti i livelli di intensità sismica.

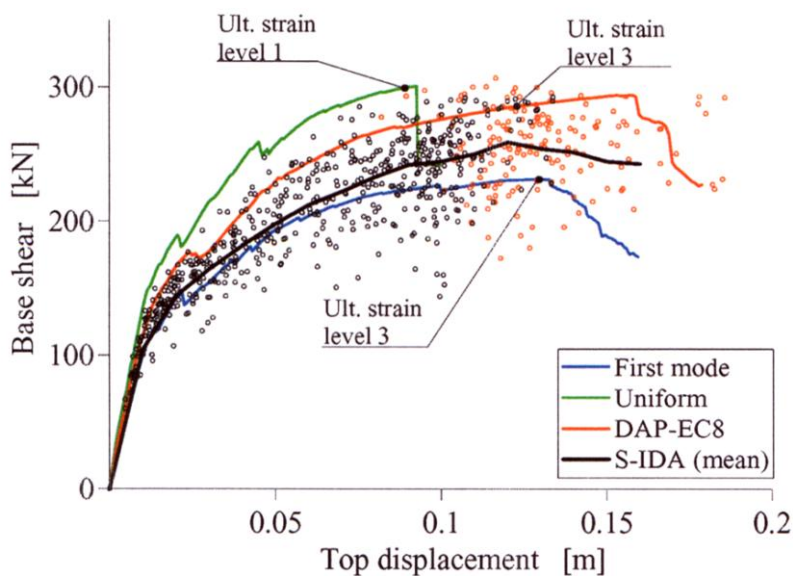


Figura 3.17 - Curve di capacità (Taglio alla Base Vs Spostamento in sommità) di diverse analisi di pushover confrontate con i risultati ottenuti dalle IDA; in rosso sono riportati i punti che superano la rottura.

Ovviamente il confronto operato sulle curve di capacità è un confronto in termini globali, bisogna poi vedere se per un dato livello di deformazione raggiunta (ad esempio quella ultima $\epsilon_{cu} = - 0.0035$) i risultati forniti dalle analisi dinamiche IDA sono paragonabili con quelli ottenuti dall'analisi di *pushover*.

In altre parole, assegnato un livello di deformazione raggiunto si confrontano fra loro i parametri locali della struttura (spostamento dei piani, rotazione dei piani, *interstory drift*, tagli di piano, momenti torcenti di piano, ecc...).

Questi confronti di tipo locale vengono descritti in seguito.

Ora verranno descritte le problematiche di confronto in termini globali che affliggono le analisi di *pushover* sulle strutture spaziali ed irregolari.

I diversi gradi di libertà associati ad ogni piano di una struttura spaziale portano a problemi inesistenti nell'ambito dei telai piani.

3.3.1.1 Problematiche nel pushover 3D

Quanto appena esposto vale in generale per tutte le strutture piane, in questi casi il parametro globale di spostamento è unico (spostamento di un punto di controllo lungo la sola direzione orizzontale), lo stesso si può dire per i parametri globali di sollecitazione: esiste solamente il taglio alla base nell'unica direzione esistente.

Nelle strutture spaziali nasce il problema di quale punto di controllo assumere: sul piano di sommità dell'edificio vi sono diversi punti tutti possibili candidati.

Seguendo le indicazioni proposte da vari ricercatori di valenza internazionale (Chopra, Fajfar, Goel, Kilar, Kunnath, Moghadam) si è scelto di prendere come punto di controllo il centro di massa del piano di sommità. Diversi studi condotti da tali autori hanno mostrato quest'ultima scelta essere quella adatta per rappresentare la risposta della struttura.

Analizzando una struttura spaziale i parametri di risposta in *output* e quelli di *input* possono aumentare in maniera considerevole, rendendo difficile l'interpretazione dei risultati e la comprensione del comportamento dinamico della struttura.

Per una semplice struttura spaziale a solai rigidi i gradi di libertà si triplicano rispetto ad un'analogia struttura bidimensionale con lo stesso numero di piani.

Difatti per ogni piano ci sono due componenti di spostamento nelle due direzioni ortogonali x e y ed una componente di rotazione attorno all'asse verticale.

Lo stesso si può dire per i parametri globali di sollecitazione: due tagli alla base nelle due direzioni ed un momento torcente.

Inoltre in una struttura spaziale gli *input* sismici possono essere applicati contemporaneamente in entrambe le direzioni ortogonali, questa possibilità complica ulteriormente la comprensione del comportamento dinamico della struttura e la sua possibile semplificazione con un modello statico di spinta.

Da quanto esposto fino ad ora è possibile comprendere che una semplice relazione fra taglio alla base e spostamento di un punto di controllo non è più sufficiente per descrivere il comportamento di una struttura 3D.

Per tali strutture spaziali a tre gradi di libertà per piano nascono le seguenti nove combinazioni possibili di curve di capacità:

1. Taglio alla Base in direzione X	Vs	Spostamento in direzione X
2. Taglio alla Base in direzione X	Vs	Spostamento in direzione Y
3. Taglio alla Base in direzione X	Vs	Rotazione attorno all'asse Z
4. Taglio alla Base in direzione Y	Vs	Spostamento in direzione X
5. Taglio alla Base in direzione Y	Vs	Spostamento in direzione Y
6. Taglio alla Base in direzione Y	Vs	Rotazione attorno all'asse Z
7. Momento torcente alla Base	Vs	Spostamento in direzione X
8. Momento torcente alla Base	Vs	Spostamento in direzione Y
9. Momento torcente alla Base	Vs	Rotazione attorno all'asse Z

In aggiunta alle nove combinazioni appena elencate, dove è sempre riportata una relazione fra sollecitazione e spostamento, si può pensare di riportate anche delle relazioni fra sole sollecitazioni o fra soli spostamenti. In tal caso le combinazioni da nove diventano quindici:

10. Momento torcente alla Base	Vs	Taglio alla Base in direzione X
11. Momento torcente alla Base	Vs	Taglio alla Base in direzione Y
12. Taglio alla Base in direzione X	Vs	Taglio alla Base in direzione Y
13. Rotazione attorno all'asse Z	Vs	Spostamento in direzione X
14. Rotazione attorno all'asse Z	Vs	Spostamento in direzione Y
15. Spostamento in direzione X	Vs	Spostamento in direzione Y

Ovviamente non tutte le quindici combinazioni possono essere significative, ma nel caso più generale di struttura eccentrica in entrambe le direzioni ed *input* sismico bidirezionale potrebbero anche esserlo.

Se esistono delle sollecitazioni e spostamenti prevalenti in una direzione alcune delle quindici combinazioni appena descritte possono essere ritenute non significative.

Nel caso di strutture con eccentricità del centro delle rigidezze rispetto al centro di massa in un'unica direzione si possono considerare le sole combinazioni 1, 3, 7, 9 e 10, 13.

In tali strutture le combinazioni indicate sono quelle più significative, infatti tagli e spostamenti nella direzione y sono di piccola entità, quindi trascurabili se paragonate agli altri parametri di risposta.

Definite ora le tipologie di curve di capacità da rappresentare per una struttura 3D rimane il problema di come riportare su tale *set* di quindici grafici i punti caratteristici che derivano dalle analisi *IDA*.

Già nell'ambito delle strutture piane vi erano dei dubbi al riguardo di come riportare tagli e spostamenti di un'analisi *IDA* con un certo SF su di un grafico del tipo di *Figura 3.17*.

Il problema però è stato risolto considerando una finestra temporale di ± 0.5 sec nell'intorno del massimo spostamento raggiunto dal punto di controllo.

Nel caso tridimensionale la risposta dinamica della struttura diventa alquanto complessa: a seguito di un *input* sismico si genera una risposta a tre parametri per piano (spostamento del centro di massa in direzione x , in direzione y e rotazione del piano); inoltre alla base la risposta non è più dettata dal solo taglio, ora ci

saranno due tagli ed un momento torcente (taglio alla base lungo x , lungo y e momento torcente alla base).

Per le strutture piane il legame fra sollecitazioni alla base e spostamenti è univoco (Taglio alla base Vs Spostamento in sommità), nonostante tutto non vi è corrispondenza temporale fra l'istante di massimo spostamento e quello di massimo taglio (vedi *Figura 3.13* e *Figura 3.14*).

Passando dal 2D al 3D la non coincidenza si verifica su tutti i parametri di spostamento e sollecitazione.

In generale si avranno sei istanti diversi in cui si verifica di volta in volta il massimo di spostamento lungo x , lungo y , rotazione attorno a z , taglio alla base lungo x , taglio alla base lungo y e momento torcente. Inoltre è possibile che l'istante in cui avviene la rottura (raggiungimento della deformazione ultima in una fibra di c.l.s.) non coincida con nessuno dei sei istanti di tempo appena citati.

Quanto appena descritto si verifica in maniera semplificata per una struttura con eccentricità monodirezionale fra C_R e C_M , qui si possono considerare come caratteristici lo spostamento lungo x , la rotazione attorno a z ed il taglio alla base lungo x ; tutti relativi al centro di massa.

Si veda la *Figura 3.18* e *Figura 3.19* per una migliore comprensione di quanto appena esposto; la figura si riferisce ad un'analisi IDA del caso studio, ma la sua valenza concettuale è generale.

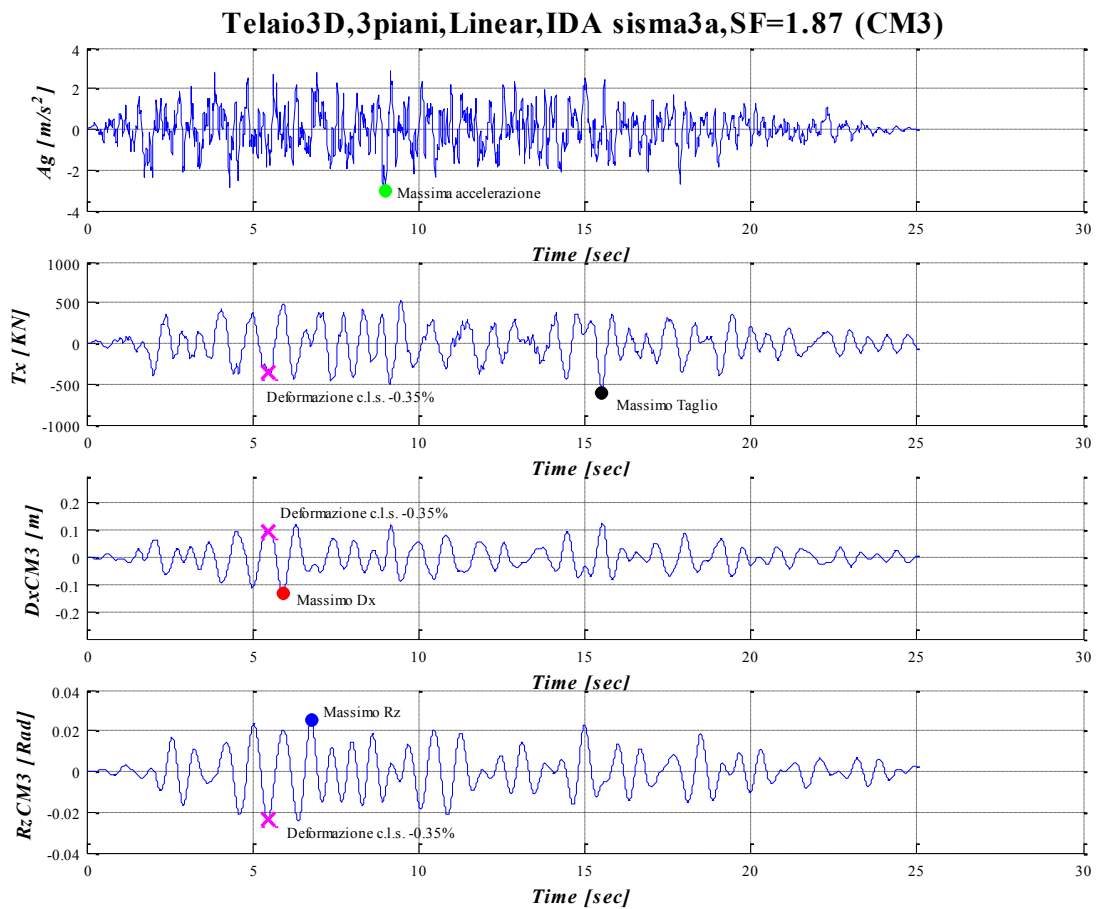


Figura 3.18 – Risposta dinamica in campo lineare. Accelerogramma in input e risposta della struttura in termini di taglio alla base lungo X (T_x), spostamento lungo X del centro di massa di sommità (D_{xCM3}), rotazione del centro di massa di sommità (R_{zCM3}). Notare la non coincidenza temporale degli istanti in cui si verificano i massimi di ogni parametro di risposta.

Osservando la *Figura 3.18* e *Figura 3.19* è possibile notare che gli istanti in cui si verificano i massimi di ogni parametro di risposta sono diversi, inoltre la distanza temporale fra i massimi può essere anche notevole.

Da quanto appena illustrato risulta l'impossibilità di trovare un criterio che permetta di stabilire come scegliere i punti delle analisi IDA da riportare in sovrapposizione con le curve di capacità, in particolare con il set di quindici grafici descritti in precedenza.

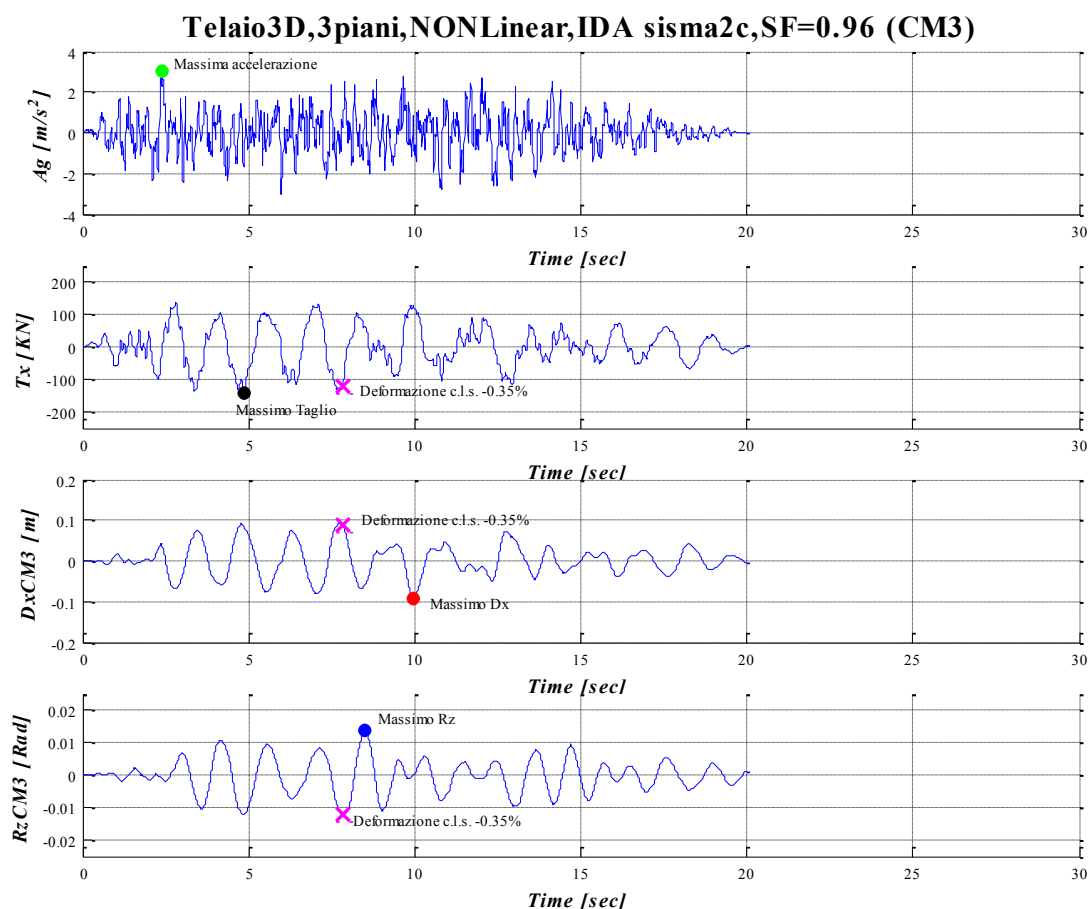


Figura 3.19 – Risposta dinamica in campo non-lineare. Accelerogramma in input e risposta della struttura in termini di taglio alla base lungo X (T_x), spostamento lungo X del centro di massa di sommità (Dx_{CM3}), rotazione del centro di massa di sommità (Rz_{CM3}).

Vista l'inesperienza generale al riguardo si è deciso di adottare (nel caso studio) quattro criteri di rappresentazione dei punti delle IDA in sovrapposizione con le curve di *pushover*.

Uno per l'istante in cui si raggiunge il massimo spostamento, uno per l'istante di massima rotazione, uno per l'istante di massimo taglio alla base ed infine uno per l'istante in cui avviene la massima deformazione.

Nel caso più generale le classificazioni non sarebbero più quattro ma sette, visti i sei parametri di risposta (D_x , D_y , R_z , T_x , T_y e M_t) e l'istante in cui avviene la rottura (ϵ_{cu}).

Tale conclusione porta a delle rappresentazioni delle curve di *pushover* con sovrapposti i punti delle IDA che cambiano posizione al variare del criterio di

rappresentazione scelto, cioè in base a quale parametro massimo della risposta si va a rappresentare.

Si veda la *Figura 3.20* e *Figura 3.21* a tale riguardo.

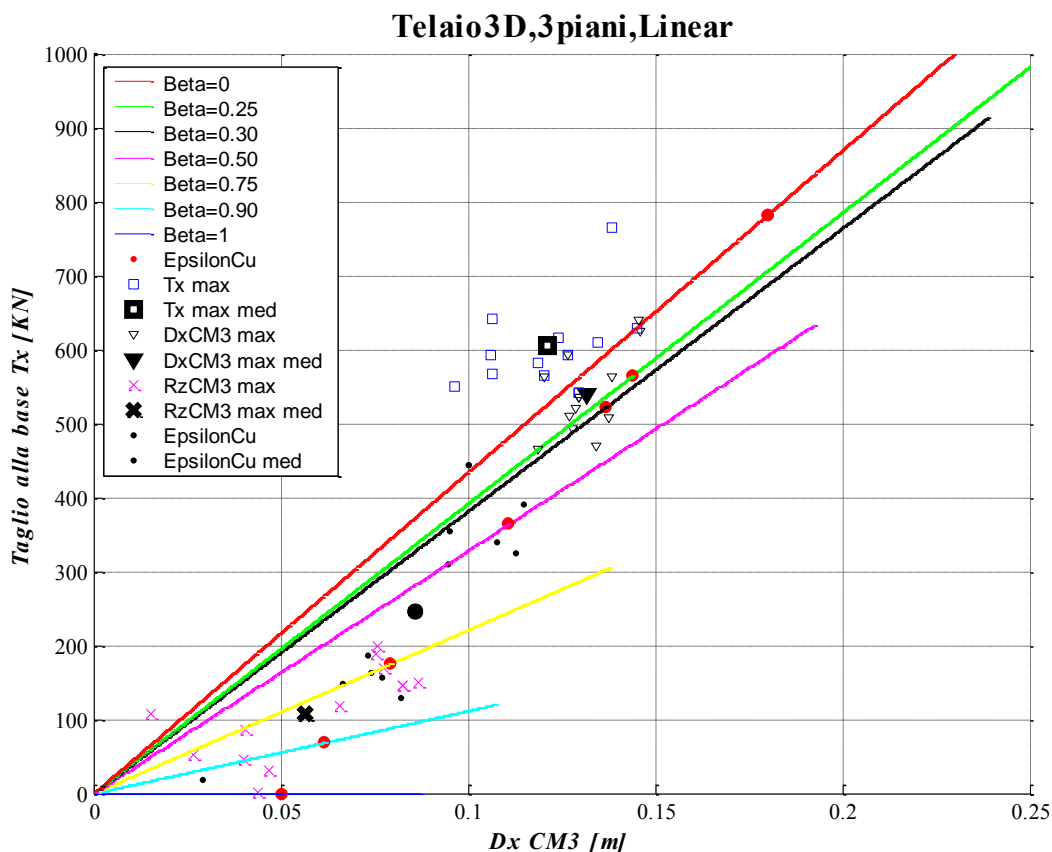


Figura 3.20 - Curve di capacità (Taglio alla Base lungo X Vs Spostamento in sommità lungo X del centro di massa) di diverse analisi di pushover lineari confrontate con i risultati ottenuti dalle IDA; in rosso sono riportati i punti che rappresentano la rottura delle analisi di pushover, le IDA sono riportate (nei diversi istanti limite) per il solo SF che porta a rottura, in nero è riportato il baricentro di ogni gruppo.

La *Figura 3.20* e *Figura 3.21* riportano delle soluzioni ricavate dall'analisi del caso studio descritto nel capitolo quinto, analizzato nel campo elastico-lineare, la valenza concettuale è però del tutto generale.

La *Figura 3.20* e *Figura 3.21* mostrano una notevole differenza di rappresentazione dei punti delle IDA in base al criterio di rappresentazione adottato.

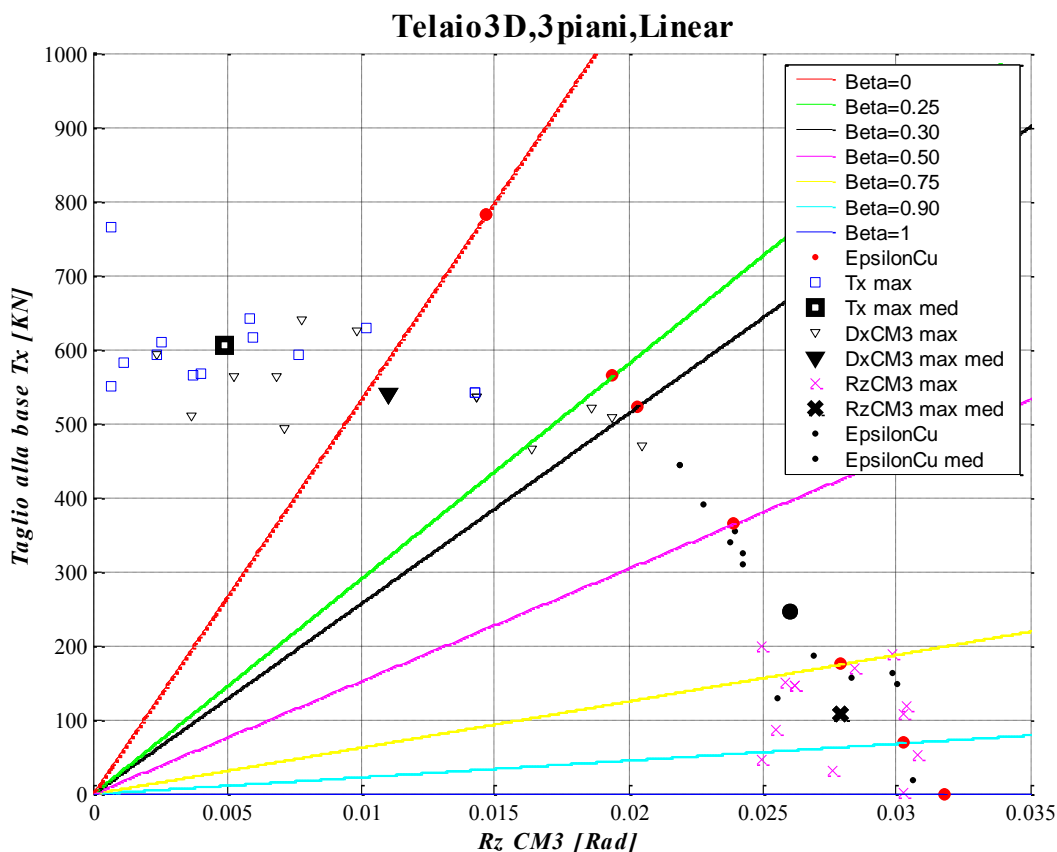


Figura 3.21 - Curve di capacità (Taglio alla Base lungo X Vs Rotazione in sommità attorno a Z del centro di massa) di diverse analisi di pushover lineari confrontate con i risultati ottenuti dalle IDA; in rosso sono riportati i punti che rappresentano la rottura delle analisi di pushover, le IDA sono riportate (nei diversi istanti limite) per il solo SF che porta a rottura. In nero è riportato il baricentro di ogni gruppo.

Se si sceglie di rappresentare i massimi spostamenti lungo x del centro di massa di sommità ($DxCM3\ max$) si trova che le corrispondenti rotazioni sono abbastanza piccole, mentre i tagli associati lungo x sono paragonabili con quelli massimi sull'intero intervallo temporale (vedi il triangolino nero in grassetto).

Viceversa se si sceglie di riportare i punti corrispondenti alle massime rotazioni del centro di massa del piano di sommità ($RzCM3\ max$) si trovano corrispondenti spostamenti $DxCM3$ e associati tagli alla base lungo x di piccola entità (vedi l'asterisco nero in grassetto).

Questa evidenza mette alla luce l'impossibilità di scegliere un metodo di rappresentazione dei punti delle IDA piuttosto che un altro.

Nel caso di strutture 3D accade che gli istanti caratteristici in cui si raggiunge la rottura e i massimi dei molteplici parametri di risposta sono tutti diversi fra loro; le configurazioni deformate associate ai diversi istanti caratteristici si è visto

essere per nulla confrontabili fra loro, anzi, spesso risultano comportamenti opposti.

Si ricordi che in un'analisi di *pushover* tutti i parametri di risposta crescono in maniera monotona, quindi massimo spostamento e massima rotazione di un piano sono associati allo stesso *step* di carico.

Sulla base di quanto appena detto si è compresa l'impossibilità di adottare un'unica analisi di *pushover* che fosse in grado di descrivere tutti i diversi comportamenti dinamici della struttura spaziale.

Da qui nasce l'idea di adottare due diverse distribuzioni di forze laterali per descrivere, in un caso, il comportamento traslazionale della struttura ($DxCM3\ max$), nell'altro il comportamento rotazionale ($RzCM3\ max$).

Osservando le *Figura 3.20* e *Figura 3.21* si può vedere che la curva di capacità con $\beta = 0$ è adatta per descrivere la media dei massimi spostamenti lungo x ($DxCM3\ max\ medio$) previsti dalle IDA, mentre la curva con $\beta = 0.9$ risulta idonea per descrivere la media delle massime rotazioni attorno a z ($RzCM3\ max\ medio$).

Nelle *Figura 3.20* e *Figura 3.21* la media dei massimi spostamenti lungo x ($DxCM3\ max\ medio$) e la media delle massime rotazioni ($RzCM3\ max\ medio$) sono rappresentate rispettivamente da un triangolo ed un asterisco nero.

Quanto appena discusso è specifico per il caso studio, ma la sua valenza concettuale è del tutto generale: in qualunque struttura spaziale con elevata eccentricità fra C_R e C_M si ritrovano le stesse problematiche.

Anche adottando due tipologie di *pushover* per descrivere le due diverse caratteristiche traslazionali e rotazionali della struttura rimane ancora un ultimo problema: negli istanti di massima rotazione e massimo spostamento spesso non si è raggiunta la rottura ($\epsilon_c < \epsilon_{cu}$). Questo rende impossibile un confronto omogeneo dei risultati di *pushover* con quelli dell'analisi IDA, il confronto deve essere fatto a parità di deformazione raggiunta, in particolare a deformazione ultima.

Nell'ambito delle analisi elastiche-lineari questo problema è facilmente risolvibile: si rapporta ϵ_{cu} con la misura della massima deformazione raggiunta nelle fibre di c.l.s. confinato nell'istante di spostamento massimo ($DxCM3\ max$) o di rotazione massima ($RzCM3\ max$).

Da tali rapporti è possibile trovare un coefficiente che ci dice di quanto bisogna moltiplicare l'analisi dinamica *IDA* per poter giungere allo stesso livello di deformazione del *pushover*.

Scalate le analisi *IDA* (con fattori di scala diversi per ogni istante caratteristico) è possibile fare un confronto fra *IDA* e *pushover* a livello locale.

In altre parole, assegnato un livello di deformazione raggiunto si vanno a confrontare fra loro dei parametri di risposta locali della struttura (spostamento dei piani, rotazione dei piani, *interstory drift*, tagli di piano, momenti torcenti di piano, ecc...).

Quanto appena detto al riguardo del fattore di scala è applicabile sono in ambito elastico-lineare, perché solo qui tutti i parametri di risposta della struttura (spostamenti, deformazioni, sollecitazioni e tensioni) sono rapportati fra loro in maniera costante al variare dell'incremento di carico del *pushover* o dello SF delle *IDA*.

Nell'ambito delle "realistiche" analisi non-lineari l'unico istante che si può prendere in considerazione dalle analisi *IDA* è quello in cui si raggiunge la rottura; confronti globali e locali fra *IDA* e *pushover* devono essere effettuati nel solo istante di rottura.

Sui grafici del tipo di *Figura 3.20* e *Figura 3.21* le analisi *IDA* non-lineari saranno quindi rappresentate dai soli tondini neri (ϵ_{cu}); tutte le altre configurazioni, dove si raggiunge il massimo valore di un qualche parametro di risposta, non vengono considerate significative. Si veda la *Figura 3.22* e *Figura 3.23* per un esempio sul caso studio descritto nel quinto capitolo.

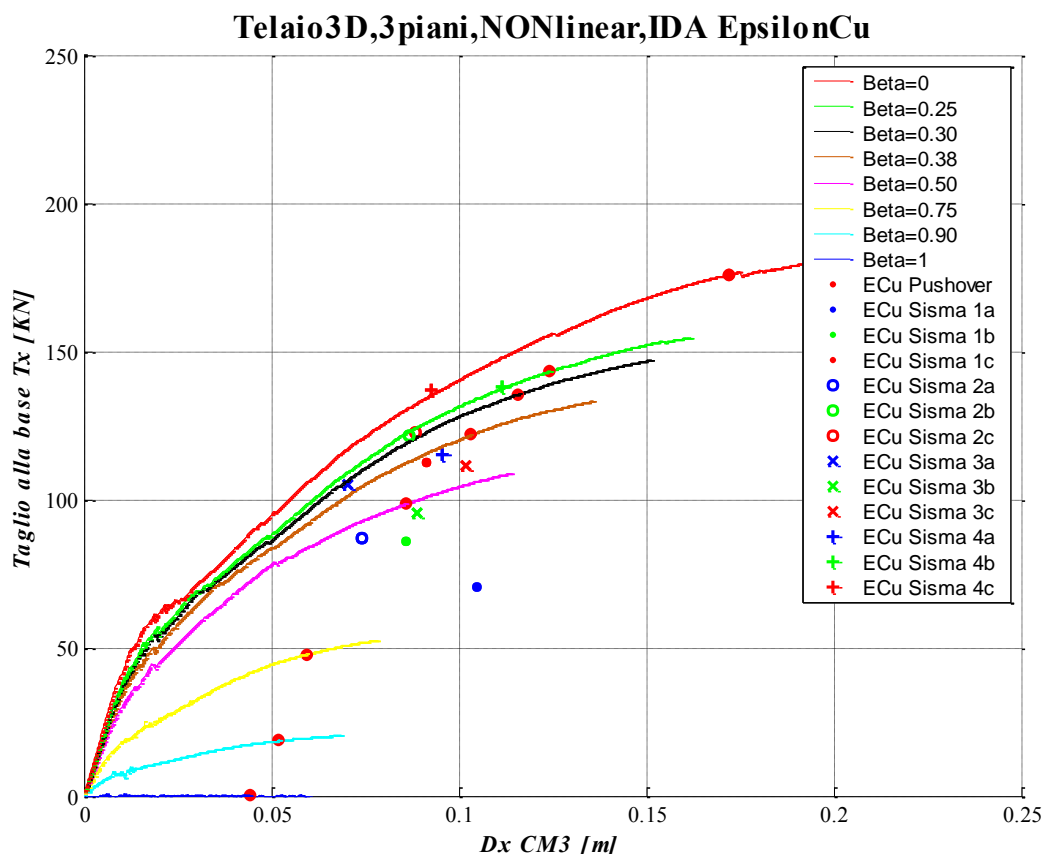


Figura 3.22 - Curve di capacità (Taglio alla Base lungo X Vs Spostamento in sommità lungo X del centro di massa) di diverse analisi di pushover non-lineari confrontate con i risultati ottenuti dalle IDA; in rosso sono riportati i punti che rappresentano la rottura delle analisi di pushover, le IDA sono riportate nell'istante temporale e SF che portano la struttura a rottura.

Per “esplorare” tutte le possibili configurazioni limite della struttura sono quindi necessarie analisi IDA con numerosissimi *input* sismici differenti; in tal modo fra tutte le configurazioni a rottura ce ne saranno alcune che presenteranno la massima rotazione del piano di sommità, mentre altre presenteranno il massimo spostamento lungo x . Tutti gli altri casi saranno situazioni di rottura intermedie che si verificheranno più di frequente.

In questo caso non-lineare il confronto il termini locali fra IDA e pushover deve essere fatto su un singolo caso, e non sulla media della risposta, come invece si faceva nel campo elastico-lineare.

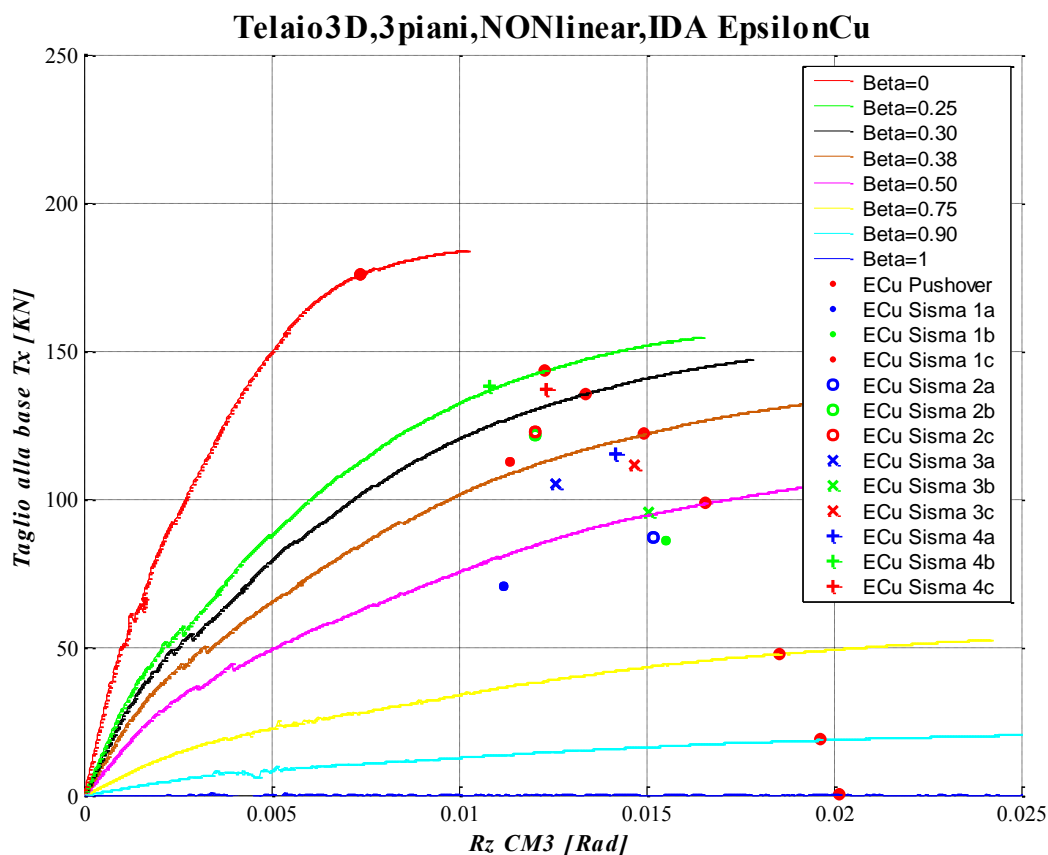


Figura 3.23 - Curve di capacità (Taglio alla Base lungo X Vs Rotazione attorno a Z del centro di massa) di diverse analisi di pushover non-lineari confrontate con i risultati ottenuti dalle IDA; in rosso sono riportati i punti che rappresentano la rottura delle analisi di pushover, le IDA sono riportate nell'istante temporale e SF che portano la struttura a rottura.

Parliamo ora delle problematiche che si incontrano nella rappresentazione delle curve di isteresi nell'ambito delle analisi IDA su strutture 3D.

Nelle analisi di strutture bidimensionali l'unica curva di isteresi rappresentabile è Taglio Vs Spostamento (vedi *Figura 3.14*); nelle strutture spaziali i parametri globali di risposta diventano sei (taglio alla base lungo x , lungo y , momento torcente, spostamento lungo x , lungo y e rotazione attorno a z).

Questo moltiplicarsi dei parametri globali di risposta porta ad una curva di isteresi che giace in uno spazio a più dimensioni (sei per l'esattezza). Le possibili combinazioni di parametri da rappresentare diventano molteplici, qui nasce la necessità di comprendere quali siano i parametri più significativi da riportare.

Nello svolgersi della seguente tesi si è trovato interessante riportare la curva di isteresi proiettata nello spazio bidimensionale dato dalle variabili di spostamento lungo x e rotazione attorno a z .

Si veda la *Figura 3.24* per un esempio di applicazione al caso studio.

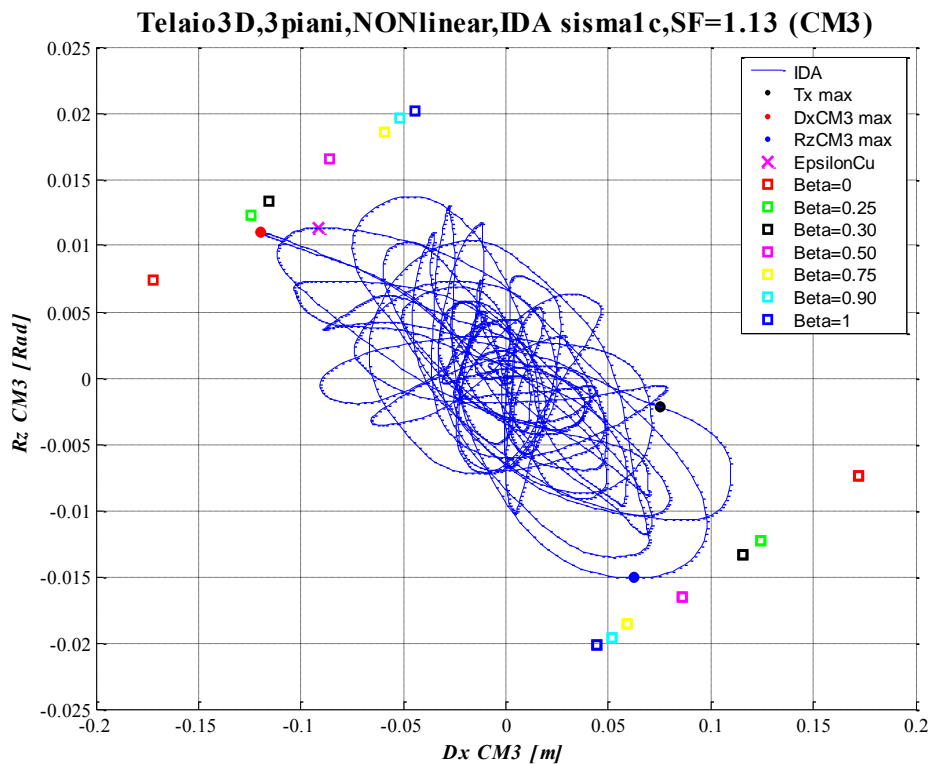


Figura 3.24 – Curva di isteresi a rottura per il sisma 1c, in sovrapposizione vi sono i punti di rottura delle analisi di pushover.

In *Figura 3.24* è possibile notare l'istante di rottura della dinamica (asterisco magenta), delle analisi di *pushover* (quadrati colorati) e i massimi di spostamento (punto rosso) e rotazione (punto blu) della dinamica.

Su questo tipo di grafico è possibile comprendere se le analisi di *pushover* sovra o sotto-stimano spostamenti e rotazioni previste dalle *IDA*.

Descritte ora le problematiche di confronto in termini globali fra la risposta delle analisi *IDA* e quella di *pushover* vediamo come si operano i confronti in termini locali per un assegnato livello di deformazione raggiunto.

Come già detto in precedenza nell'ambito di questa tesi per livello raggiunto si è considerato quello a rottura del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = - 0.0035$).

3.3.2 Confronto in termini locali: grafici di spostamenti e sollecitazioni di piano

Nell'ambito delle strutture 2D svolgere un confronto in termini locali è relativamente semplice: data la media delle analisi IDA e una curva di *pushover* (curva di capacità) che approssimi bene la serie di punti delle IDA si vanno a confrontare i diversi parametri di spostamento e sollecitazione per ogni piano della struttura per un dato livello di deformazione.

Notare che il confronto potrebbe essere effettuato anche a parità di spostamento raggiunto da un punto di controllo, nell'ambito della presente tesi si è però utilizzato il primo metodo basato sulle deformazioni raggiunte nelle fibre di c.l.s.

La procedura che porta al confronto (fra IDA e *pushover*) in termini locali si riassume nei seguenti passi:

- analisi IDA per ogni sisma in *input* e analisi di *pushover*;
- individuazione dei punti delle IDA da riportare sul grafico Taglio alla base Vs Spostamento punto di controllo; vedi la *Figura 3.25* e *paragrafo 3.3.1*;

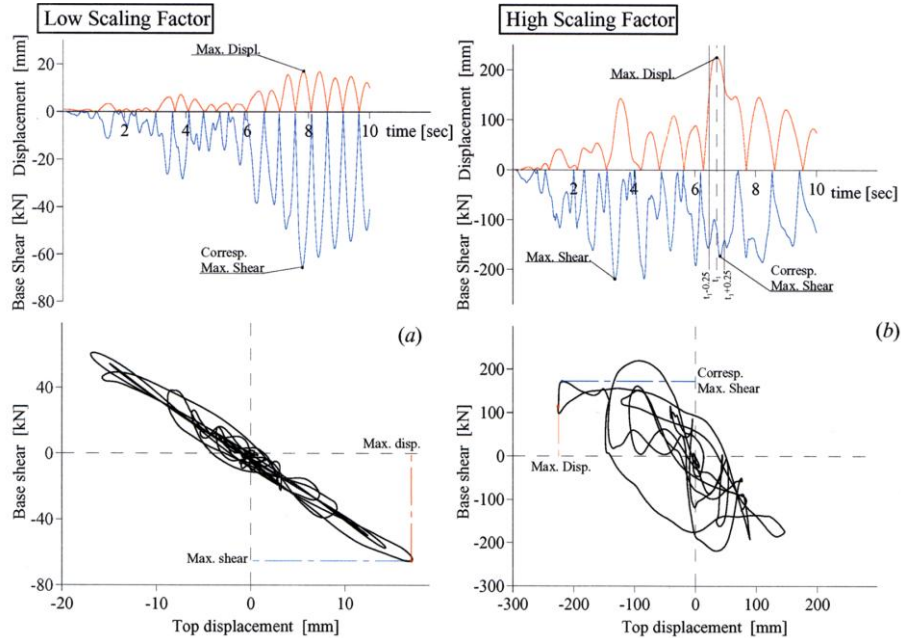


Figura 3.25 – Individuazione dei punti delle IDA da riportare sul grafico di *Figura 3.17*.

- rappresentazione dei punti delle IDA sul grafico Taglio alla base Vs Spostamento punto di controllo assieme alla curva di capacità dell'analisi di pushover, vedi Figura 3.26 e paragrafo 3.3.1;

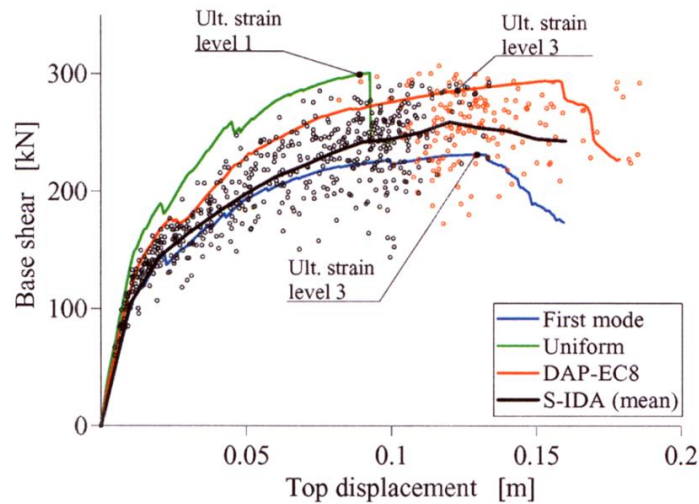


Figura 3.26 – Curve di capacità di pushover e serie di punti delle IDA.

- determinazione della risposta media per le analisi IDA, vedi linea nera di Figura 3.26;
- individuazione della rottura media per le analisi IDA e della rottura per le analisi di pushover, vedi Figura 3.27;

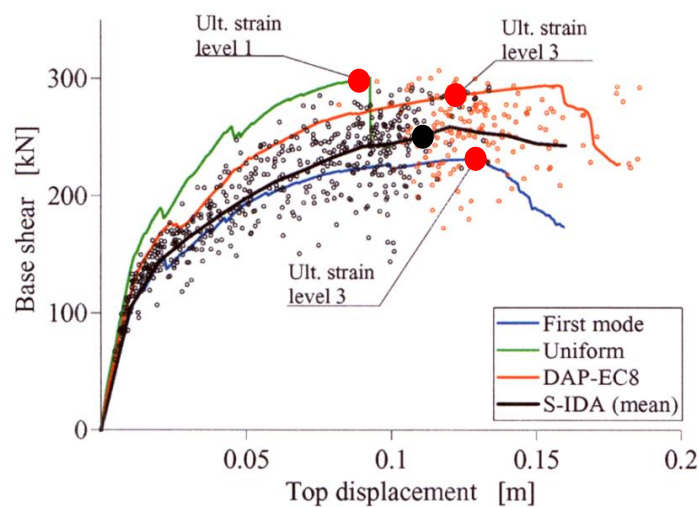
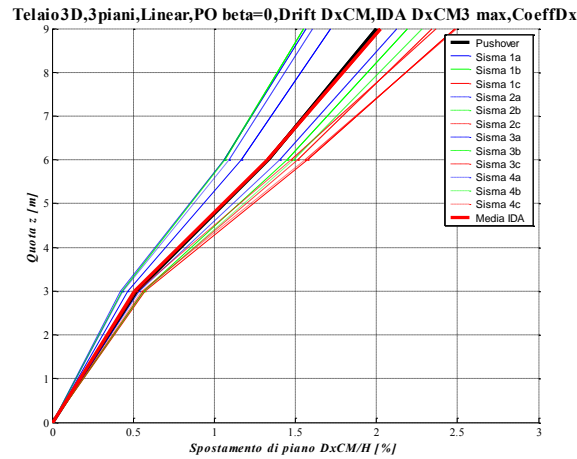
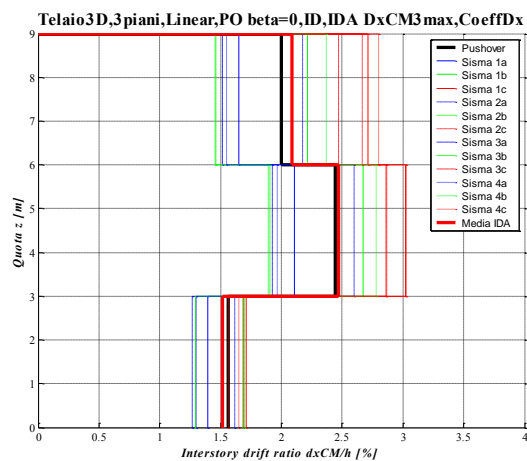


Figura 3.27 – Curve di capacità di pushover e serie di punti delle IDA con evidenziati gli istanti di rottura delle analisi di pushover (pallino rosso) e della media IDA (pallino nero).

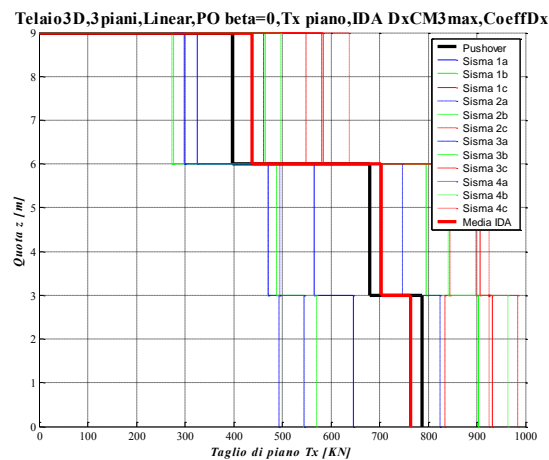
- confronto in termini locali fra i parametri di risposta medi delle IDA a rottura (pallino nero in *Figura 3.27*) e i parametri di risposta di *pushover* a rottura (pallino rosso in *Figura 3.27*), vedi anche *Figura 3.28*;



a)



b)



c)

Figura 3.28 – a) drift, b) interstory drift, c) taglio di piano a rottura; confronto fra media delle IDA (linea rossa) e pushover (linea nera).

Quanto appena descritto rappresenta l'iter procedurale adottato nelle analisi di *pushover 2D* classicamente impiegate per l'analisi di telai piani; in questi casi il confronto in termini locali, fra la risposta media delle analisi dinamiche *IDA* e quelle di *pushover*, è basato solamente sui grafici che riportano l'andamento sull'altezza delle sollecitazioni e spostamenti lungo l'unica direzione orizzontale esistente.

Nell'ambito delle analisi di *pushover 2D* gli unici grafici di confronto locale che sono ritenuti significativi sono quelli del tipo riportati in *Figura 3.28*.

Si può dire che l'analisi di *pushover* approssima bene la risposta dinamica della struttura quando l'andamento dei *drift*, *interstorey drift* e sollecitazioni di piano trovate dall'analisi di *pushover* assomiglia a quello medio previsto dalle dinamiche. Il confronto deve essere svolto a parità di condizioni di deformazione o spostamento di un punto di controllo.

Ragionando in termini grafici, la bontà di un confronto locale si esprime attraverso la vicinanza fra la linea che rappresenta la risposta media delle analisi dinamiche *IDA* (linea rossa marcata in *Figura 3.28*) e la linea che rappresenta la risposta dell'analisi di *pushover* (linea nera marcata in *Figura 3.28*).

Quanto esposto fino ad ora vale specificatamente per le strutture 2D, tuttavia la valenza concettuale è generale, per tale motivo si è cercato di estendere la procedura di confronto in termini locali anche alla struttura 3D oggetto di studio della presente tesi.

Ovviamente una semplice generalizzazione del metodo 2D non è attuabile a causa dell'aumento del numero dei parametri di risposta che entrano in gioco nelle strutture 3D.

Di seguito vengono esposte le soluzioni adottate (nell'ambito di questa tesi) per "adattare" i metodi di confronto locale appena descritti alle strutture spaziali.

3.3.2.1 Problematiche nel pushover 3D

Su strutture piane un confronto in termini locali, fra i risultati ottenuti dall'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover*, è attuabile senza problemi: l'unico parametro di spostamento è quello lungo x , il quale è legato all'unico parametro di sollecitazione di piano, il taglio di piano lungo x .

Nell'ambito delle strutture spaziali i parametri di risposta aumentano di numero, in particolare per una struttura a piani rigidi diventano sei per ogni piano: tre di spostamento riferiti al centro di massa (D_{xCM_i} , D_{yCM_i} , R_{zCM_i}) e tre di sollecitazione (T_{x_i} , T_{y_i} , M_{t_i}), anch'essi riferiti al centro di massa del piano i -esimo considerato.

A seguito del comportamento torsionale di una struttura 3D i parametri di risposta possono dipendere l'uno dall'altro anche in maniera trasversale: è ovvio che D_{xCM_i} (spostamento lungo x del baricentro del piano i -esimo) è legato a T_{x_i} (taglio di piano lungo x del piano i -esimo), ma è anche evidente che l'influenza torsionale riesca a legare sollecitazioni e spostamenti con direzioni diverse.

Questo fenomeno fa sì che in una struttura spaziale risulti difficile comprendere quali siano i parametri di piano significativi da riportare per confronto di tipo locale.

Volendo estendere le soluzioni grafiche adottate per il 2D al caso 3D si giungerebbe a rappresentare nove grafici di confronto (fra *IDA* e *pushover*), ovviamente tutti riferiti al centro di massa di ogni piano (CM_i). Vediamo ora più in dettaglio cosa significhi quanto è stato appena detto, in particolare quali siano le nove rappresentazioni grafiche.

- L'estensione al caso 3D del grafico di *Figura 3.28a* porterebbe a disegnare i seguenti tre grafici: profilo sull'altezza degli spostamenti lungo x dei CM_i , profilo sull'altezza degli spostamenti lungo y dei CM_i , profilo sull'altezza delle rotazioni attorno a z dei CM_i .
- L'estensione al caso 3D del grafico di *Figura 3.28b* porterebbe a disegnare i seguenti tre grafici: profilo sull'altezza degli spostamenti di interpiano lungo x dei CM_i , profilo sull'altezza degli spostamenti di interpiano lungo y dei CM_i , profilo sull'altezza delle rotazioni di interpiano attorno a z dei CM_i .
- L'estensione al caso 3D del grafico di *Figura 3.28c* porterebbe a disegnare i seguenti tre grafici: profilo sull'altezza dei tagli di piano lungo x dei CM_i , profilo sull'altezza dei tagli di piano lungo y dei CM_i , profilo sull'altezza dei momenti torcenti di piano attorno a z dei CM_i .

Ovviamente non tutti e nove i grafici possono essere ritenuti significativi, ciò dipende dal tipo di struttura e dall'*input* sismico in ingresso.

Per strutture con eccentricità monodirezionale fra C_R e C_M ed *input* sismici monodirezionali alcuni parametri di risposta sono trascurabili rispetto ad altri, questo implica che la loro rappresentazione è poco significativa.

Per tale motivo nell'ambito della presente tesi, dove si è studiata una struttura del tipo appena descritta, non si sono riportate tutte le nove tipologie di grafici descritte.

Oltre alle nove rappresentazioni descritte poco fa, che derivano da una naturale estensione del caso 2D al 3D, nell'ambito delle strutture spaziali si possono trovare altre rappresentazioni significative che non possiedono un analogo nel 2D. La spazialità della struttura 3D porta ad avere molti parametri di risposta per ogni piano (sei, tre di spostamento e tre di sollecitazione), tale evidenza conduce alla possibilità di rappresentare, contemporaneamente, la variazione sull'altezza di più parametri di risposta per piano.

Ad esempio, si potrebbe riportare l'andamento sull'altezza di rotazione attorno a z con il modulo dello spostamento del centro di massa di ogni piano (vedi *Figura 3.29* per un esempio sul caso studio), oppure momento torcente con rotazione attorno a z (vedi *Figura 3.30* per un esempio sul caso studio).

O ancora, spostamento lungo x con spostamento lungo y (vedi *Figura 3.31*).

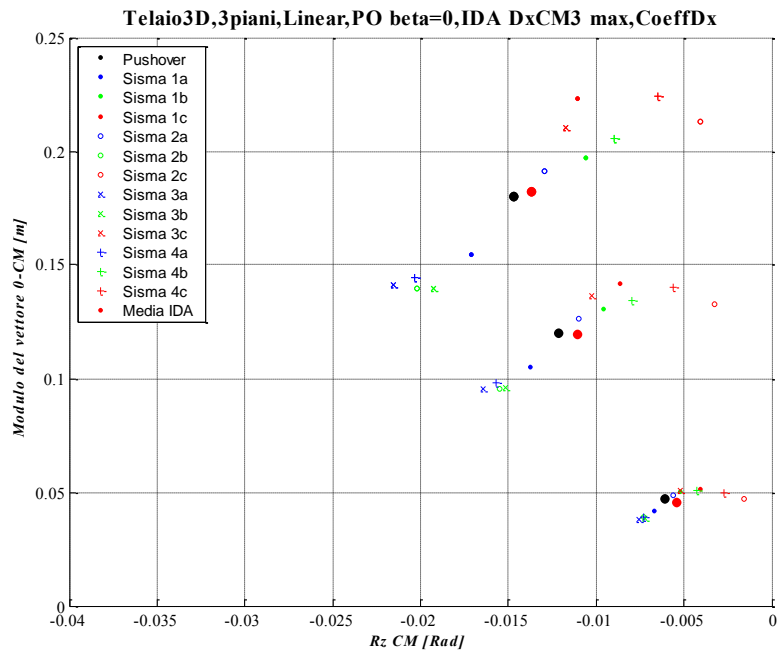


Figura 3.29 – Modulo dello spostamento del centro di massa Vs Rotazione di piano; i tre punti marcati rappresentano i risultati dell'analisi di pushover (nero) e i risultati medi delle dinamiche (rosso) relativamente ai tre piani della struttura di studio.

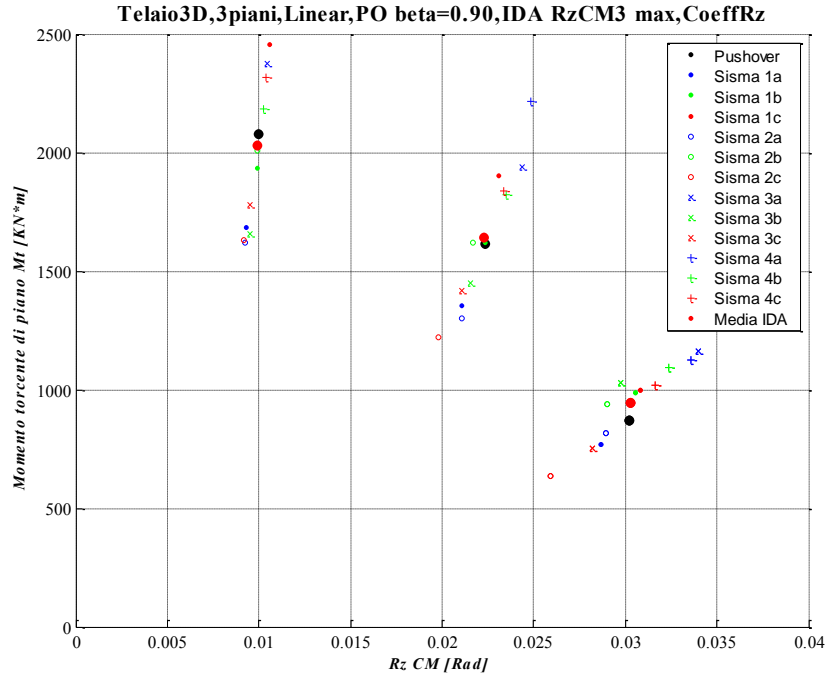


Figura 3.30 – Momento torcente di piano Vs Rotazione di piano; i tre punti marcati rappresentano i risultati dell'analisi di pushover (nero) e i risultati medi delle dinamiche (rosso) relativamente ai tre piani della struttura di studio.

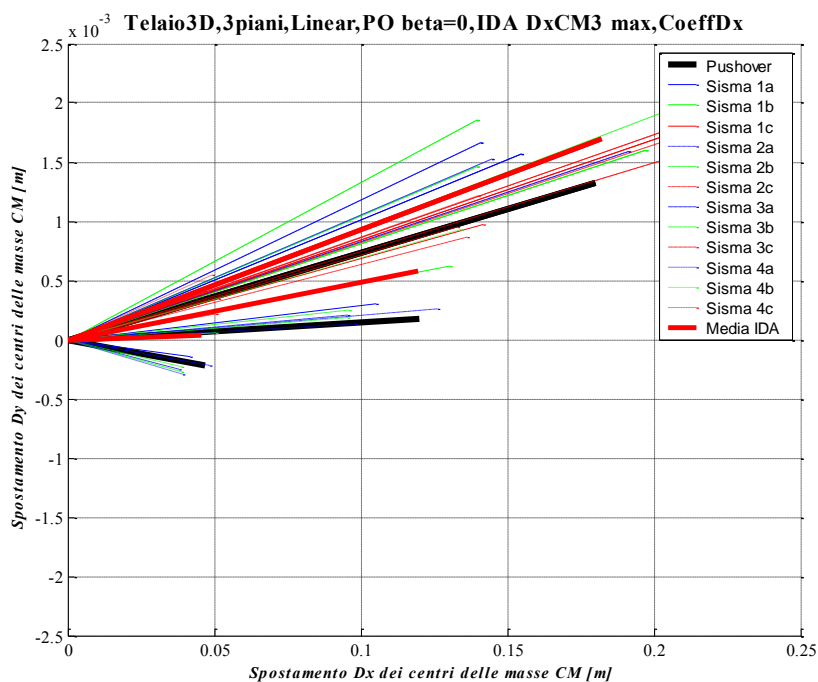


Figura 3.31 – Spostamento lungo x del centro di massa Vs Spostamento lungo y del centro di massa; le tre linee marcate rappresentano i risultati dell'analisi di pushover (nero) e i risultati medi delle dinamiche (rosso) relativamente ai tre piani della struttura di studio.

In definitiva solo la fantasia del ricercatore può porre freno alle possibili combinazioni di parametri da rappresentare, ovviamente non tutte le combinazioni possono essere significative, per cui è necessario trovare quelle più rappresentative del fenomeno che si vuole osservare.

Nello sviluppo delle analisi realizzate per la presente tesi si è compresa l'importanza di riportare una rappresentazione che potesse descrivere gli spostamenti (lungo x e lungo y) di tutti i punti (nodi) di ogni generico piano.

Si necessitava di una rappresentazione grafica che potesse descrivere al meglio la configurazione deformata della struttura.

Per una struttura a solai rigidi la soluzione consiste nel rappresentare i tre parametri di spostamento (Dx_{CM_i} , Dy_{CM_i} , Rz_{CM_i}) di ogni piano, relativamente al centro di massa del piano considerato; gli spostamenti di tutti gli altri punti appartenenti all'orizzontamento considerato possono essere ricavati dalla conoscenza dei tre parametri suddetti.

Tale ragionamento ha portato allo sviluppo di grafici del tipo riportati in *Figura 3.29* e *Figura 3.31*; qui sono riportate le soluzioni specifiche per il caso studio

della presente tesi, la valenza concettuale è comunque generale e applicabile a tutte le strutture spaziali con solai infinitamente rigidi.

Ricordiamo ancora una volta che (nell'ambito di questa tesi) tutti i confronti fra i risultati delle analisi dinamiche *IDA* ed i risultati delle analisi di *pushover* sono svolti a parità di condizioni, in particolare a parità di livello di deformazione raggiunto nelle fibre di c.l.s. confinato.

Fra tutti i possibili livelli di deformazione si è deciso di prenderne uno significativo: il livello di deformazione ultimo del c.l.s., pari a $\varepsilon_{cu} = - 0.0035$.

La scelta è stata dettata dalla necessità di voler ottenere dei paragoni (fra *IDA* e *pushover*) che potessero esprimere la bontà del metodo di analisi di *pushover* scelto anche in situazioni lontane dalla linearità, in particolare all'istante in cui si raggiunge la crisi locale della struttura.

Riassumendo è possibile dire che il parametro di risposta fondamentale per le strutture 3D, che deve essere necessariamente graficato, è quello che è legato in qualche modo agli effetti torsionali della struttura. Poi la fantasia e l'esperienza potranno guidare il ricercatore a soluzioni più consone per scopi perseguiti.

Nell'ambito di questa tesi i parametri ed i relativi grafici che si sono ritenuti interessanti per descrivere la risposta torsionale (ma anche traslazionale) della struttura sono quelli riportati nelle precedenti *Figura 3.29* e *Figura 3.31*.

Il metodo di graficare i tre parametri di spostamento del centro di massa di ogni piano ($DxCM_i$, $DyCM_i$, $RzCM_i$) è valido solo nel caso di strutture a solai rigidi, nel caso in cui tale circostanza non è verificata si devono trovare soluzioni differenti.

Nel caso in cui la struttura tridimensionale non possieda solai infinitamente rigidi gli spostamenti dei punti appartenenti ad un piano non sono più legati allo spostamento e rotazione del centro di massa del piano stesso; tale circostanza porta alla necessità di trovare un nuovo metodo di rappresentazione degli spostamenti dei punti del piano.

L'idea adottata da diversi ricercatori di valenza internazionale è quella di "sezionare" il solaio lungo le due direzioni principali x e y che passano per il centro di massa, su tali profili si rappresenta poi l'andamento degli spostamenti

(normalizzati sullo spostamento del centro di massa) lungo la direzione ortogonale al profilo scelto.

Tale metodo è ovviamente applicabile anche alle strutture a solai rigidi.

Per un esempio grafico di quanto appena descritto si veda la *Figura 3.33*, essa riporta l'andamento degli spostamenti del piano di sommità dell'edificio visualizzato in *Figura 3.32* al variare del tipo di analisi svolta.

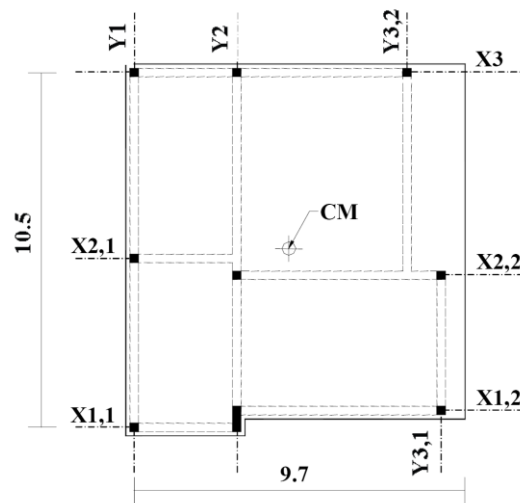


Figura 3.32 – Pianta di un edificio multipiano in c.a.

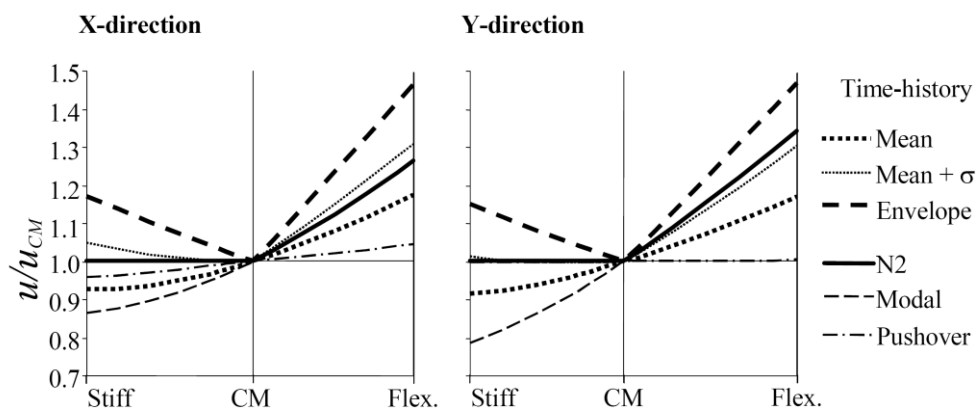


Figura 3.33 – Effetti torsionali rappresentati in termini di spostamenti normalizzati sullo spostamento del centro di massa C_M ; con linee differenti sono riportati i risultati di diverse tipologie di analisi svolte sulla struttura di *Figura 3.32*.

Concludendo è possibile affermare che le possibilità di confronto, fra i risultati delle analisi dinamiche *IDA* ed i risultati delle analisi di *pushover*, sono basate su innumerevoli tipologie di grafici differenti fra loro.

Questa molteplicità di confronto non si riscontra nell'ambito delle strutture 2D, dove l'esiguo numero dei parametri di risposta non fornisce molte possibili combinazioni di rappresentazione grafica.

Tutt'altro accade invece per le strutture spaziali, dove gli innumerevoli parametri di risposta forniscono diverse possibili combinazioni di rappresentazione e confronto (sia in termini globali che locali) fra le analisi dinamiche *IDA* e quelle statiche di *pushover*.

Vista la complessità del problema accade che tutt'ora non si è giunti ad un metodo univoco e validato di confronto fra analisi dinamica *IDA* e statica di *pushover*.

Il problema rimane dunque aperto.

Capitolo IV

Un giorno le macchine riusciranno a risolvere tutti i problemi,
ma mai nessuna di esse potrà porne uno

Albert Einstein

MODELLAZIONE F.E.M. A FIBRE ED IMPIEGO DEL SOFTWARE SEISMOSTRUCT

4.1 Introduzione alla modellazione numerica delle strutture

Per studiare il comportamento di un fenomeno fisico è necessario possedere un modello matematico che “trasformi” in equazioni, numeri e regole il problema reale oggetto di studio.

Per riuscire nell'intento si deve comprendere il reale comportamento del fenomeno fisico, dopodiché si procederà a una schematizzazione del problema.

La semplificazione della realtà è un passo cruciale e necessario: cruciale perché da un'errata schematizzazione si possono ottenere risultati non rispondenti alla realtà, necessaria perché senza una schematizzazione del problema il modello matematico sarebbe troppo complesso.

La notevole complessità di un modello crea difficoltà nella scelta dei giusti parametri d'*input* che oltretutto aumentano di numero con la complessità del modello; inoltre un modello complicato allunga i tempi di calcolo e richiede strategie di calcolo complesse, di conseguenza l'implementazione in un *software* diventa difficile, lunga e a volte sconveniente.

Per tali motivi il modello matematico che descrive il comportamento di un fenomeno fisico deve essere semplificato all'essenziale: tanto quanto serve per cogliere quello che interessa.

Da quanto detto si comprende che per uno stesso oggetto si potrebbero avere diversi modelli matematici con diversi gradi di accuratezza e diversi approcci di modellazione a seconda dello specifico fenomeno che si vuole indagare.

Un unico modello matematico per un oggetto o un fenomeno sarebbe troppo complicato e inutile; in altre parole è necessario possedere per la stessa struttura diversi modelli matematici che siano in grado di cogliere aspetti diversi del comportamento strutturale.

Ad esempio: dato un edificio vogliamo un modello matematico dello stesso che sia in grado di rappresentare gli sforzi negli elementi a seguito dei soli carichi verticali agenti sulla struttura (propri, permanenti ed accidentali). Per tale tipo di analisi, che potrebbe avere lo scopo di un pre-dimensionamento della struttura, si può adottare un modello semplificato, magari elastico-lineare, trascurando l'interazione terreno-struttura, trascurando il comportamento spaziale complessivo ed altri fenomeni di scarsa rilevanza per gli scopi perseguiti.

Tali ipotesi semplificative permettono di avere un modello matematico di facile comprensione e risolvibile anche “manualmente”.

Finite la fase di pre-dimensionamento si giunge magari a dover svolgere un'analisi dinamica della struttura per valutare gli effetti dinamici indotti dal sisma. In questa fase è assolutamente necessario impiegare modellazioni della struttura dove si consideri la distribuzione delle masse, cosa che in precedenza poteva essere tranquillamente trascurata vista l'assenza di fenomeni inerziali.

Inoltre potrebbe essere necessario indagare i possibili meccanismi di crisi della struttura per vedere se vi sono difetti di progettazione che potrebbero portare a crisi strutturali di tipo fragile. Per indagare il comportamento ultimo della struttura risulta quindi necessaria una modellazione non-lineare.

Ormai giunti al dimensionamento di tutte le sezioni della struttura potrebbe essere necessaria qualche verifica di tipo locale, ad esempio si potrebbe voler indagare la risposta ciclica di una “zona diffusiva”. Tale zona necessita di una modellazione F.E.M. con l'impiego di elementi *brick* non-lineari. Per cogliere sin dalle prime analisi il comportamento delle zone diffusive sarebbe stato necessario adottare una modellazione dell'intera struttura con elementi *brick*; ciò è sconveniente ed inutile per gli scopi di pre-dimensionamento.

Quanto appena riportato vuole essere un esempio concreto di cosa si intendesse per ‘diversi modelli matematici con diversi gradi di accuratezza e diversi approcci di modellazione a seconda dello specifico fenomeno che si vuole indagare’.

Tali evidenze portano a concludere che un modello deve essere “progettato” per cogliere in modo più o meno esatto i fenomeni che si vogliono osservare in *output* a seguito degli *input* forniti.

In definitiva non esiste un univoco modello matematico della struttura che possa rispondere a qualsiasi esigenza, esistono invece diversi modelli ognuno dei quali è stato “costruito” per rispondere a esigenze specifiche.

Dal punto di vista teorico non è impossibile costruire un modello matematico di una struttura che sia in grado di cogliere i molteplici aspetti fisici del problema (statica, dinamica, termodinamica, di interazione fluido-struttura, ecc...), però sicuramente non è conveniente ai fini pratici.

Quanto appena detto vale in generale per tutte le discipline scientifiche, per quanto riguarda il campo dell'ingegneria strutturale il ragionamento appena fatto porta a individuare tre distinti modelli che insieme forniscono il modello matematico della struttura.

Essi sono: il modello geometrico, il modello delle azioni esterne e il modello reologico.

1. Il modello geometrico o strutturale: esso può essere definito come un insieme di elementi strutturali disposti secondo una particolare geometria e collegati fra loro e con il terreno attraverso vari tipi di vincoli. Il modello geometrico può essere più o meno complesso, a seconda del grado di schematizzazione adottato.
2. Il modello delle azioni esterne: esso definisce i carichi agenti sulla struttura, tali forze possono essere sia statiche che dinamiche, e fra le sollecitazioni dinamiche si possono annoverare le forzanti periodiche, impulsive e non periodiche. Sempre tale modello definisce anche la distribuzione di tali forze esterne sulla struttura nonché la loro direzione ed intensità. Naturalmente anche tali forze applicate derivano da un processo di schematizzazione, difatti le reali condizioni di carico e distribuzione delle pressioni applicate risultano generalmente più complesse di quelle frequentemente adottate.

3. Il modello reologico (o meccanico) del materiale: esso definisce il comportamento del materiale sotto l'azione dei carichi esterni. Tale comportamento, che in generale si presenta sotto vari e complessi aspetti, può essere definito da relazioni che legano le azioni sollecitanti con la deformazione indotta. Anche in questo caso il reale comportamento del materiale viene semplificato attraverso relazioni matematiche che tentano di legare lo sforzo indotto alla conseguente deformazione.

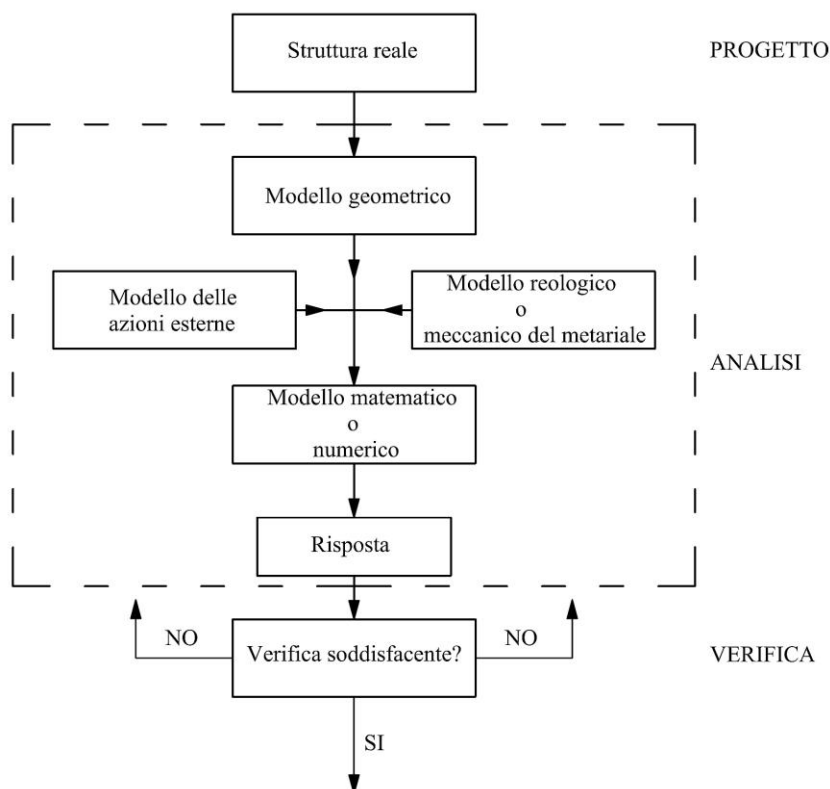


Figura 4.1 - Diagramma del processo di modellazione matematica del problema strutturale.

Quanto espresso sino ad ora rappresenta l'iter procedurale necessario per riuscire a simulare il comportamento meccanico di una qualunque struttura, si veda la *figura 4.1*.

Essendo il modello matematico formato dai suddetti tre sottomodelli, affinché esso sia ottimale è necessario che lo siano anche i suoi sottocomponenti ed il legame fra i vari sub-modelli. Per realizzare il modello geometrico dell'oggetto è necessario possedere delle buone informazioni metriche sulla struttura in esame, inoltre per mezzo dell'esperienza è indispensabile comprendere quale sia la giusta

schematizzazione della struttura, ovvero dove posizionare i vincoli, che tipo di elementi impiegare, come individuare la struttura portante da quella portata, come collegare fra loro i diversi elementi strutturali, ecc...

Per quanto riguarda il modello delle azioni esterne l'essenziale consiste nel prevedere e quantificare al meglio tutte le sollecitazioni degne di interesse che agiscono sulla struttura. Anche in questo caso non è possibile tener conto di tutte le forze che intervengono sulla struttura e quelle che si trasmettono fra loro i vari elementi strutturali, quindi bisogna come al solito individuare una schematizzazione adatta allo scopo prefissato delle effettive forze che agiscono sull'oggetto. Così ad esempio l'azione del vento viene spesso semplificata come un'azione statica equivalente, i carichi accidentali vengono spesso considerati come distribuiti, ecc...

Infine l'ultimo sottomodulo, definito reologico (o meccanico) del materiale deve contenere un legame costitutivo capace di rispondere alle esigenze di progetto (o verifica), ovvero la schematizzazione del legame fra sforzi e deformazioni deve essere sufficientemente accurata per il fine perseguito, tentare di impiegare modelli molto più sofisticati sarebbe del tutto superfluo. Il compito di questo modello è fondamentale, esso caratterizza il comportamento degli elementi strutturali sotto carico. Per avvicinarsi al reale meccanismo fisico dell'oggetto è indispensabile scegliere la teoria più adatta per descrivere il materiale (elastico lineare o non, elasto-plastico, viscoelastico, plastico, ecc...) riuscendo inoltre a determinare sperimentalmente tutti i parametri che governano la formulazione reologica scelta. Quest'ultima necessità sperimentale è un grande ostacolo.

Oggi giorno le sofisticate modellazioni possono simulare anche le finezze comportamentali più piccole, però è anche vero che questi complicati modelli necessitano della definizione di un'enormità di parametri caratteristici della struttura che sono spesso sconosciuti e di difficile misurazione.

Da un lato teorico è quindi possibile simulare il comportamento strutturale di una qualsiasi struttura, anche la più complessa, ma dal punto di vista pratico è sempre difficile definire in maniera accurata i parametri caratteristici del modello. Tutto ciò porta al rischio di avventurarsi in intricate modellazioni, nella speranza di simulare al meglio il comportamento strutturale mentre in realtà si potrebbe

giungere a risultati errati per via dell'inesattezza dei parametri di *input*. L'inesattezza dei parametri di *input* può portare ad una drammatica propagazione dell'errore, specie nei modelli sofisticati e a molti parametri.

Le piccole incertezze su molti parametri in *input* alla fine si sovrappongono fra loro con il rischio di giungere a risultati del tutto errati.

Altre fonti di errore sui risultati ottenuti in *output* possono nascere dall'errata modellazione del problema, ma anche dalle errate semplificazioni fatte sul modello geometrico.

4.2 La modellazione a fibre degli elementi

Nel corso di questa tesi si sono condotte numerose analisi lineari e non-lineari di strutture a telaio in cemento armato, ed in modo particolare, analisi dinamiche e di *pushover* di tipo convenzionale.

Simulazioni di questo tipo richiedono di operare nell'ambito di un programma di calcolo agli elementi finiti che, attraverso una discretizzazione del problema ne garantisce la soluzione, il cui grado di accuratezza dipende in primo luogo dalla tipologia di modellazione delle non-linearità. In questo lavoro si è utilizzato il *software SeismoStruct* [2006], che utilizza un modello a in elasticità distribuita, con il così detto approccio "a fibre". Tale metodo, pur richiedendo costi computazionali maggiori rispetto ad un modello a plasticità concentrata, assicura previsioni con un grado di precisione molto maggiore. Tale *software* adotta una modellazione in rigidità degli elementi finiti.

Le analisi non-lineari di strutture intelaiate richiedono l'utilizzo di un modello numerico nell'ambito di un programma agli elementi finiti, che rappresenti il miglior compromesso possibile tra accuratezza delle previsioni e oneri computazionali. L'aspetto primario che si deve valutare per garantire una scelta corretta dello strumento analitico è quella della metodologia di modellazione delle inelasticità. Le possibili alternative sono due: da un lato vi sono i modelli a plasticità concentrata sulle estremità dell'elemento (modelli a cerniere plastiche), dall'altro quelli a plasticità distribuita sull'intero elemento (modelli a fibre).

I modelli ad inelasticità concentrata provvedono a concentrare tutte le risorse inelastiche nelle cosiddette “cerniere plastiche”: l’elemento finito è di per se elastico-lineare ma alle sue estremità (o dove necessario) vengono introdotte delle zone a comportamento elasto-plastico o genericamente non-lineare.

Questo tipo di approccio è computazionalmente meno dispendioso rispetto all’approccio “a fibre” che viene descritto in seguito, di contro si ha una minore accuratezza nella previsione della risposta non-lineare della struttura.

Per ovviare all’inconveniente di avere non-linearità concentrate solamente in alcune sezioni si sono inventati i cosiddetti modelli “a fibre”, essi presentano una inelasticità distribuita sullo sviluppo dell’intero elemento.

In questo secondo approccio ogni sezione viene suddivisa in un numero discreto di parti, chiamate appunto fibre e lo stato tenso-deformativo degli elementi si ottiene attraverso l’integrazione della risposta non-lineare, monoassiale delle singole fibre in cui la sezione è stata discretizzata, vedi *figura 4.2*. Se il numero delle fibre è sufficientemente elevato, la distribuzione delle non-linearità meccaniche dovute ai materiali sulla superficie della sezione risulta accuratamente modellata, anche in campo fortemente inelastico, a differenza di un modello a plasticità concentrata.

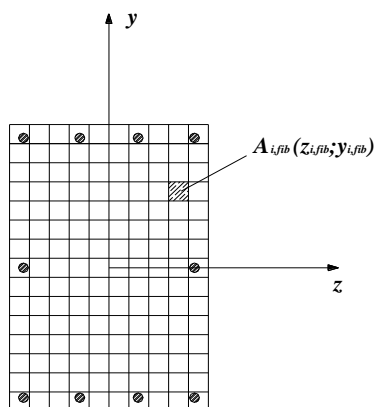


Figura 4.2 - Discretizzazione in fibre delle sezioni.

Esistono due possibili versioni alternative per una modellazione “a fibre” degli elementi finiti, basate su una formulazione in rigidità o in flessibilità. La prima rappresenta la metodologia più comunemente utilizzata, in cui il campo delle deformazioni sull’elemento viene ottenuto dagli spostamenti dei nodi di estremità

attraverso opportune funzioni interpolanti. In questo tipo di elemento finito, che in letteratura viene chiamato *displacement-based element*, la compatibilità delle deformazioni è dunque assicurata, mentre l'equilibrio delle forze lungo di esso è soddisfatto soltanto quando viene discretizzato in un numero adeguato di elementi finiti. La limitazione fondamentale di un tale approccio è legata alla scarsa precisione nel descrivere comportamenti altamente non-lineari a causa dell'inadeguatezza nella rappresentazione dell'andamento delle curvature lungo l'elemento. Nella formulazione in flessibilità invece, le funzioni di forma vengono utilizzate per descrivere in modo esatto l'andamento delle sollecitazioni sull'elemento in base alle forze nodali e le funzioni, che riproducono il campo di spostamenti, si modificano nel corso delle analisi in base al diffondersi delle deformazioni inelastiche sulla sua lunghezza. Vale a dire che, mentre l'equilibrio delle forze è sempre soddisfatto, la compatibilità delle deformazioni viene soddisfatta per via integrale. Questo tipo di formulazione dell'elemento finito, che viene chiamato *force-based element*, pur richiedendo un aumento del costo computazionale, assicura, anche nel caso di comportamenti fortemente inelastici, previsioni accurate utilizzando un ridotto numero di elementi finiti. L'impiego di questa seconda tipologia di elementi finiti (*force-based element*) può però esporre al rischio di un'eccessiva ed irrealistica localizzazione delle deformazioni rispetto ad una modellazione con elementi formulati in rigidità. Nel caso si siano adottati materiali con comportamento fortemente degradante dopo il picco di resistenza, questa circostanza può dar luogo a risultati estremamente sensibili alla discretizzazione adottata ed in particolare al numero di punti di integrazione disposti sugli elementi.

E' bene precisare che il fenomeno della "localizzazione delle deformazioni" si manifesta sia sugli elementi formulati "in rigidità" che su quelli "in flessibilità"; però i maggiori effetti si ritrovano nelle strutture composte da elementi formulati in flessibilità.

Da quanto detto si comprende l'importanza di un'oculata scelta della *mesh*, la quale deve essere sufficientemente fitta per descrivere i comportamenti fortemente non-lineari, ma neanche troppo per evitare il fenomeno della localizzazione delle deformazioni.

4.3 SeismoStruct – Modellazione degli elementi finiti in rigidezza

Il software *SeismoStruct* è un programma di calcolo strutturale agli elementi finiti in grado di prevedere il comportamento statico e dinamico di telai piani o spaziali sottoposti a grandi spostamenti, considerando sia gli effetti delle non-linearità geometriche che quelli dovuti all'inelasticità dei materiali. L'ambito applicativo del programma è quello delle strutture in acciaio ed in cemento armato, materiali per i quali *SeismoStruct* mette a disposizione diversi modelli di comportamento meccanico, insieme ad una serie di predefinite configurazioni sezionali e di elementi tridimensionali.

4.3.1 Modellazione a fibre degli elementi beam in SeismoStruct

La modellazione delle non-linearità sugli elementi finiti è di tipo distribuito e discende dunque da quella sezionale per mezzo delle fibre, vedi *figura 4.2*, attraverso una classica formulazione in rigidezza. Poiché gli elementi adottati sono di tipo trave (*beam-column*), forze e deformazioni sezionali sono descritte dai vettori:

$$\underline{\mathbf{s}}(x) = \{N(x) \ M(x)\}^T \quad (4.1)$$

$$\underline{\mathbf{e}}(x) = \{\varepsilon(x) \ \phi(x)\}^T \quad (4.2)$$

Si è già detto che, nel caso di formulazione in rigidezza le funzioni di forma, indicate con $\tilde{\mathbf{N}}_U(x)$, assicurano la compatibilità delle deformazioni sezionali $\underline{\mathbf{e}}(x)$ e degli spostamenti nodali $\underline{\mathbf{U}}$ attraverso la relazione:

$$\underline{\mathbf{e}}(x) = \tilde{\mathbf{N}}_U(x) \cdot \underline{\mathbf{U}} \quad (4.3)$$

Un problema non-lineare richiede una legge costitutiva a livello delle sezioni di tipo incrementale, linearizzata dalla seguente:

$$\underline{\Delta \mathbf{s}}(x) = \tilde{\mathbf{k}}(x) \cdot \underline{\Delta \mathbf{e}}(x) \quad (4.4)$$

dove, ovviamente, $\tilde{\mathbf{k}}(x)$ rappresenta la matrice di rigidezza sezionale. Globalmente, per ogni elemento finito, indicando con $\underline{\mathbf{Q}}$ il vettore delle forze nodali e sostituendo la (4.3), si può ricavare la relazione:

$$\tilde{\mathbf{K}} \cdot \underline{\Delta \mathbf{U}} = \underline{\Delta \mathbf{Q}} \quad (4.5)$$

in cui con $\tilde{\mathbf{K}}$ si è indicata la matrice di rigidezza dell'intero elemento, che può scriversi come:

$$\tilde{\mathbf{K}} = \int_0^L \tilde{\mathbf{N}}_U^T(x) \cdot \tilde{\mathbf{k}}(x) \cdot \tilde{\mathbf{N}}_U \cdot dx \quad (4.6)$$

La valutazione dell'integrale precedente è, in *SeismoStruct*, valutata numericamente attraverso lo schema di *Gauss*, in base alla relazione:

$$\tilde{\mathbf{K}} = \sum_{IP=1}^{NIP} w_{IP} \cdot L \cdot \tilde{\mathbf{N}}_U^T(x_{IP}) \cdot \tilde{\mathbf{k}}(x_{IP}) \cdot \tilde{\mathbf{N}}_U(x_{IP}) \quad (4.7)$$

dove w_{IP} ed x_{IP} indicano rispettivamente il peso e la posizione del punto di integrazione IP , mentre NIP indica il numero di tali punti di integrazione sull'elemento. Come si vede, in questo metodo di quadratura, lo stato dell'intero elemento è derivato dalla somma pesata dello stato sezionale in corrispondenza dei punti di integrazione disposti lungo l'elemento. In *figura 4.3* sono riportati i fattori di peso e di posizione al variare del numero dei punti di integrazione per lo schema di *Gauss*.

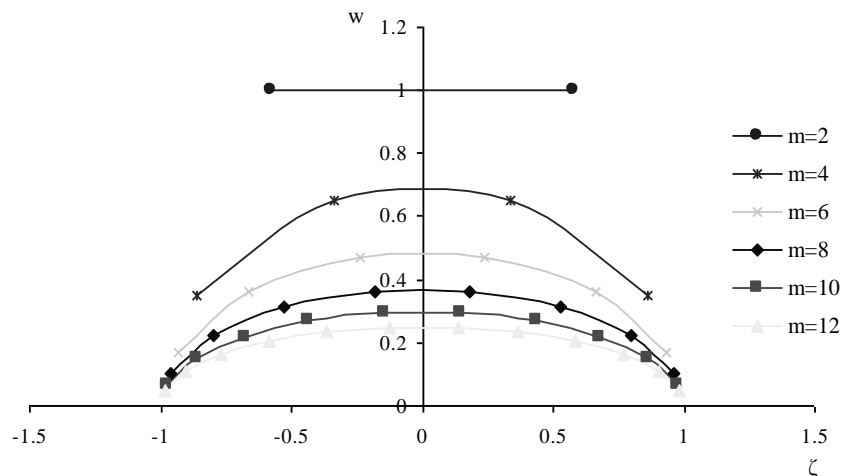


Figura 4.3 - Distribuzione dei fattori di peso e di posizione dei punti di integrazione nello schema di integrazione di Gauss.

Si può osservare che le sezioni di estremità non rappresentano punti di integrazione e che a quelli prossimi ai margini dell'elemento sono assegnati pesi minori. In *SeismoStruct* gli elementi finiti utilizzati sono caratterizzati dal fatto di possedere due soli punti di integrazione, come si può vedere in *figura 4.4*.

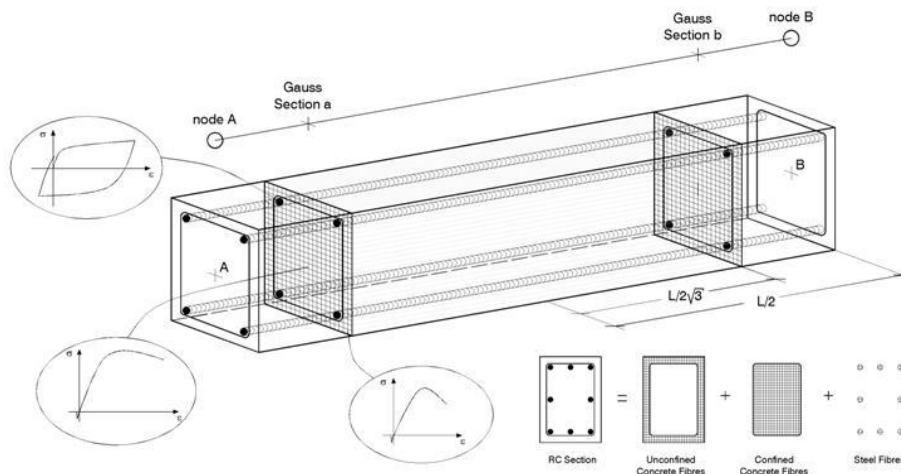


Figura 4.4 - Modellazione a fibre degli elementi finiti in *SeismoStruct*.

È il caso di osservare che in questo *software* gli spostamenti vengono approssimati con funzioni di forma di tipo cubico, come descritto da Izzudin [1991], vale a dire attraverso polinomi di *Hermite* di terzo grado. Ciò significa che l'andamento della curvatura può essere al massimo lineare e che, quindi, per ritenere la modellazione della risposta non-lineare sufficientemente accurata e completa, gli elementi utilizzati devono avere una lunghezza limitata, vincolando l'utente all'impiego di più elementi finiti per ogni trave o pilastro. Il *software* consente, d'altra parte, di suddividere automaticamente gli elementi strutturali in 2, 4, 5, 6 parti, la cui lunghezza può essere definita dall'utilizzatore, in modo differenziato per quelle di estremità e quelle centrali. In questo modo è possibile rifittire la discretizzazione in corrispondenza dei punti in cui si concentreranno le deformazioni inelastiche, garantendo un grado di accuratezza maggiore.

Per quanto riguarda le non-linearità di tipo geometrico, in *SeismoStruct* vengono considerate automaticamente sia quelle derivanti da effetti locali (comportamento *trave-colonna*), che quelle prodotte globalmente dai grandi spostamenti, attraverso l'utilizzo di una formulazione *co-rotazionale*, nella quale, gli spostamenti locali e le forze interne all'elemento sono riferite ad un sistema mobile di corde.

4.3.2 Procedimenti di risoluzione del sistema algebrico di equazioni non-lineari

In *SeismoStruct* per tutte le tipologie di analisi presenti, a causa delle non-linearità intrinseche del modello strutturale, viene utilizzato uno schema risolutivo di tipo incrementale iterativo, nel quale si applicano incrementi predefiniti dei carichi ed equilibrati attraverso una procedura iterativa. In particolare si possono adottare gli algoritmi *Newton-Raphson*, nel quale la matrice di rigidezza viene ricalcolata ad ogni successiva iterazione e *Newton-Raphson modificato*, che non prevede invece l'aggiornamento della matrice di rigidezza, limitando così gli oneri computazionali, ma richiedendo altresì un numero maggiore di iterazioni, vedi *figura 4.5*. Inoltre può venire impiegata una procedura risolutiva ibrida che si pone in qualche modo tra le due precedenti, coniugando i vantaggi relativi ad ognuna di esse, nella quale la matrice di rigidezza viene riaggiornata soltanto per un numero limitato di iterazioni, definibile dall'utente.

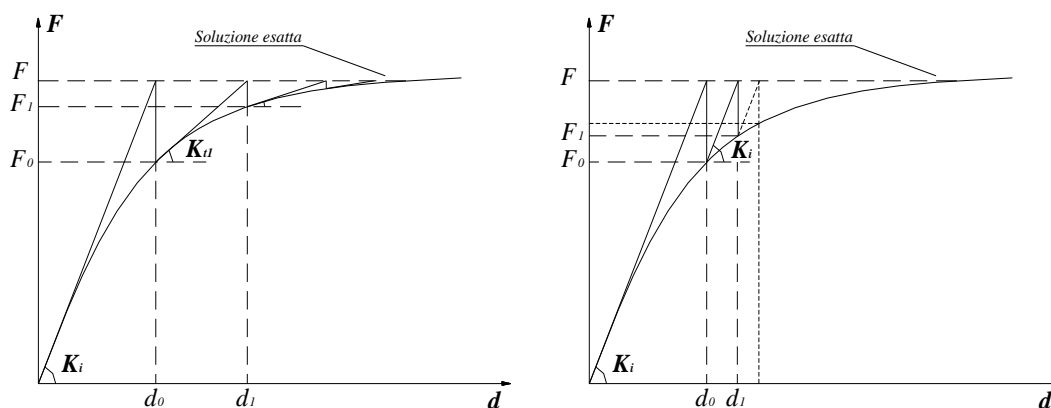


Figura 4.5 – Algoritmo *Newton-Raphson* e *Newton-Raphson modificato*.

Nello schema iterativo utilizzato si impone uno spostamento predefinito e si calcolano le corrispondenti sollecitazioni. Note queste ultime si valuta la convergenza. Se questa non è stata raggiunta le forze non bilanciate, derivanti dalla differenza tra i carichi imposti e le reazioni interne, vengono riapplicate alla struttura e viene determinato il nuovo valore dell'incremento dello spostamento. Tale ciclo viene ripetuto fino al raggiungimento della convergenza o del numero massimo di iterazioni, caso in cui si riporta l'analisi all'ultimo punto di equilibrio e viene imposto un incremento dei carichi ridotto rispetto al precedente. Questa

riduzione non è costante, ma viene calcolata mediante un algoritmo in modo tale da riflettere, per così dire, il livello di non-convergenza ottenuto.

Per quanto riguarda i criteri di convergenza, *SeismoStruct* consente all'utente di scegliere fra tre diversi schemi di controllo, basati o sulla verifica degli spostamenti e delle rotazioni, o su quella delle forze e dei momenti, o su entrambe. Il primo criterio consiste nel confronto degli spostamenti e delle rotazioni relative ad ogni grado di libertà della struttura, provocati dall'applicazione delle attuali forze non bilanciate, con una tolleranza fissata dall'utilizzatore. Matematicamente la convergenza risulta soddisfatta quando:

$$\max \left(\left| \frac{\delta d_i}{d_{tol}} \right|_{i=1}^{Nd}, \left| \frac{\delta \theta_j}{\theta_{tol}} \right|_{j=1}^{N\theta} \right) \leq 1 \quad (4.8)$$

dove con δd_i e $\delta \theta_j$ sono indicati gli spostamenti e le rotazioni relative ad ogni grado di libertà, d_{tol} e θ_{tol} le tolleranze, definibili dall'utente relative a spostamenti e rotazioni e con Nd ed $N\theta$ il numero dei gradi di libertà traslazionali e rotazionali rispettivamente.

Il secondo schema invece opera a livello globale prevedendo il calcolo della *norma Euclidea* del vettore dei carichi non equilibrati ed il confronto di questa con la tolleranza predefinita, attraverso la relazione:

$$\sqrt{\sum_{i=1}^{Nd} \left(\frac{G_i^F}{V_i^F} \right)^2 + \sum_{j=1}^{N\theta} \left(\frac{G_j^M}{V_j^M} \right)^2} \leq G_{tol} \quad (4.9)$$

dove con G_i^F e V_i^F si sono indicate rispettivamente la forza non bilanciata e la forza iterativa, relative all' i -esimo grado di libertà traslazionale, con G_j^M e V_j^M i momenti relativi al j -esimo grado di libertà rotazionale e con G_{tol} la tolleranza predefinita. Il terzo metodo, sintesi dei due precedenti, richiede per avere la convergenza, che siano verificate contemporaneamente sia la relazione (4.8) che la (4.9), fornendo dunque un'accuratezza maggiore alla risoluzione del problema non-lineare.

4.3.3 Tipologie di analisi possibili con *SeismoStruct*

SeismoStruct è in grado di imporre alla struttura in esame sollecitazioni di tipo statico, sia in forma di forze che di spostamenti, che di tipo dinamico attraverso l'applicazione di accelerazioni o forzanti variabili nel tempo. Di conseguenza, si possono eseguire analisi agli autovalori, statiche non-lineari di *pushover* sia di tipo convenzionale che di tipo adattivo (*FAP - Force-based Adaptive Pushover* e *DAP - Displacement-based Adaptive Pushover*), dinamiche non-lineari di *time-history* e dinamiche incrementali (*IDA – Incremental Dynamic Analysis*).

4.4 Materiali e schematizzazioni adottate nella presente tesi

Nell'ambito di questo paragrafo verranno illustrate le caratteristiche dei materiali impiegati nelle analisi numeriche, in particolare verranno illustrate le schematizzazioni che sono state assunte sul comportamento reologico del calcestruzzo e delle relative barre d'armatura.

La scelta della giusta tipologia di schematizzazione di un materiale è fondamentale se si vogliono ottenere dei buoni risultati in *output*, a tale riguardo sono state scelte due diverse modellazioni per il c.l.s. e l'acciaio a seconda delle analisi svolte. Per le analisi non-lineari sono stati utilizzati modelli reologici dei materiali che tenessero conto (in modo semplificato) della non-linearità, del comportamento post-snervamento, della plasticità del materiale, e per il c.l.s. anche del diverso comportamento a trazione e dell'influenza del confinamento.

Inoltre nelle analisi non-lineari è stato utilizzato l'approccio a fibre secondo quanto descritto nei paragrafi precedenti.

Nelle analisi in campo elastico-lineare si sono utilizzati modelli reologici molto semplificati che considerano l'elemento *beam* composto da sezioni omogeneizzate equivalenti a comportamento elastico-lineare sia in compressione che a trazione.

In queste analisi lineari era quindi necessario fornire solamente i classici parametri elastici dei materiali, poi tramite l'approccio a fibre il *software SeismoStruct* calcola automaticamente le caratteristiche d'inerzia ed elastiche delle sezioni.

Le caratteristiche elastiche (utilizzate nelle analisi lineari) dei materiali c.l.s. e acciaio sono state ricavate sulla base del comportamento non-lineare di entrambi i materiali. I moduli elastici impiegati nelle analisi lineari coincidono con quelli tangenti iniziali della curva σ - ε non-lineare dei diversi materiali.

Questa scelta è stata dettata dalla necessità di ottenere una struttura che avesse le stesse forme modali iniziali anche al variare della scelta di modellazione lineare o non-lineare dei materiali.

Quanto appena detto deriva dal fatto che l'analisi agli autovalori nel campo non-lineare viene svolta dal *software SeismoStruct* prendendo in considerazione i parametri elastici tangenti nell'origine della curva σ - ε .

In letteratura esistono svariati modelli matematici che con alcuni parametri cercano di descrivere al meglio la curva σ - ε del c.l.s. e dell'acciaio da armatura. Tali modelli si sono perfezionati nel corso degli anni, tenendo in considerazione anche il comportamento post-snervamento, l'incrudimento dell'acciaio, il *softening* del c.l.s., il comportamento a trazione, il degradamento meccanico sotto azioni cicliche, il confinamento, ecc...

SeismoStruct permette di scegliere da una sua libreria interna i diversi comportamenti dei materiali, anche rinforzati con *FRP*.

Questo permette all'utente di scegliere da una lista il modello reologico del materiale più adatto ai suoi scopi, il tutto con estrema semplicità.

Un difetto di tale semplicità sta nel fatto che non è possibile definire un comportamento meccanico personalizzato.

4.4.1 Modellazione non-lineare del calcestruzzo

Il calcestruzzo adottato per le sezioni delle travi e i dei pilastri è quello proposto dal *software SeismoStruct*.

Per il cuore della sezione è stato scelto un calcestruzzo confinato mentre per il copriferro è stato adottato un calcestruzzo non confinato.

Il calcestruzzo confinato (*con_cc*) segue la relazione costitutiva proposta da Mander, Priestley e Park [1988], modificate poi per ragioni di stabilità numerica in corrispondenza di grandi spostamenti da Martinez-Rueda ed Elnashai [1997] ed eventualmente può considerare gli effetti di una pressione laterale di

confinamento costante su tutto il campo di deformazioni, come si può vedere in figura 4.6.

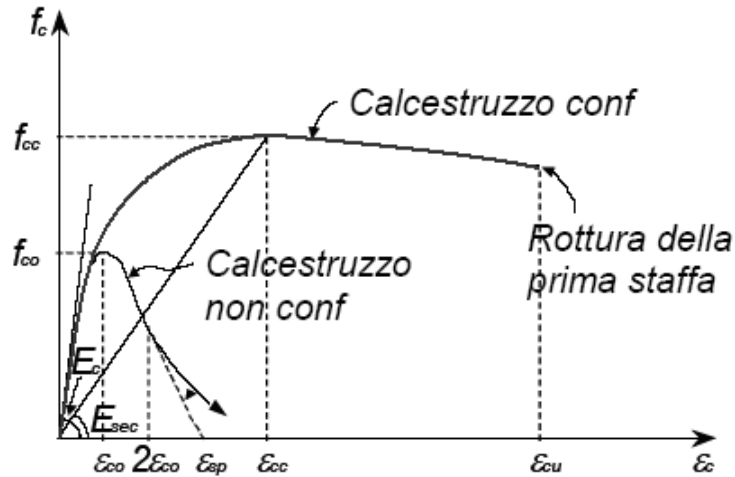


Figura 4.6 – Comportamento a compressione nel modello di Mander-Priestley-Park.

Secondo tale modello, indicando con f_{co} ed ε_{co} la tensione e la deformazione corrispondenti al punto di picco di resistenza a compressione per il calcestruzzo non confinato e con f_{cc} e ε_{cc} quelle relative al materiale confinato, il comportamento del calcestruzzo sottoposto ad un carico di compressione monotono è descrivibile dalla relazione:

$$f_c = \frac{f_{cc} \cdot x \cdot r}{r - 1 + x^r} \quad (4.10)$$

in cui:

$$x = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \quad (4.11)$$

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} \left[1 + 5 \left(\frac{f_{cc}}{f_{co}} - 1 \right) \right] \quad (4.12)$$

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} \quad (4.13)$$

$$E_c = 5000 \sqrt{f_{co}} \quad (4.14)$$

$$E_{\text{sec}} = \frac{f_{cc}}{\varepsilon_{cc}} \quad (4.15)$$

Per la calibrazione del modello in *SeismoStruct* all'utente viene richiesto di definire i parametri caratteristici f_{co} ed ε_{co} , oltre al cosiddetto rapporto di confinamento k_c , definito da:

$$k_c = \frac{f_{cc}}{f_{co}} \quad (4.16)$$

per la determinazione del quale esistono in letteratura numerosi metodi, in funzione del valore della pressione laterale di confinamento f_l . La maggior parte di tali metodi è basata infatti su una relazione del tipo:

$$k_c = \frac{f_{cc}}{\varepsilon_{cc}} = 1 + k \cdot \frac{f_l}{f_{co}} \quad (4.17)$$

e le differenze si concentrano nell'espressione di k , funzione anch'essa di f_l . Secondo Mander invece, il rapporto di confinamento è dato da:

$$k_c = \frac{f_{cc}}{f_{co}} = 2.354 \cdot \sqrt{1 + 7.94 \cdot \frac{f_l}{f_{co}}} - 2 \cdot \frac{f_l}{f_{co}} - 1.254 \quad (4.18)$$

Per quanto riguarda il comportamento del calcestruzzo a trazione, all'utente viene richiesto di definire la tensione corrispondente al picco di resistenza, f_{ct} .

I parametri considerati sono:

- *forza di compressione* (f_{co}), rappresenta la capacità di compressione di un provino cilindrico (100x200mm) e in questo caso è stato assunto 25000 kPa;
- *forza di trazione* (f_{ct}), rappresenta la capacità a trazione del materiale e può essere ricavato dalla seguente relazione $f_{ct} = k_t \sqrt{f_{co}}$ dove k_t è un coefficiente suggerito da Priestley et al. [1996], in questo caso f_{ct} è uguale a 3000 kPa;

- *fattore di confinamento* (k_c), definito dal rapporto fra la tensione del calcestruzzo confinato e non confinato, in questo caso assunto uguale a 1.2.
- *deformazione al picco di tensione* (ϵ_{co}), rappresenta la deformazione raggiunta all'istante in cui si raggiunge la f_{co} , in questo caso è assunta uguale a 0.002
- *deformazione ultima a rottura* (ϵ_{cu}), rappresenta la capacità di deformazione ultima del c.l.s. in condizioni normali, in questo caso è assunta uguale a 0.0035
- *peso specifico del c.l.s.* (γ_c), rappresenta il peso per unità di volume del c.l.s., in questo caso è assunto uguale a 24 KN/m³
- *diagramma isteretico* (σ - ϵ) del calcestruzzo, *figura 4.7.*

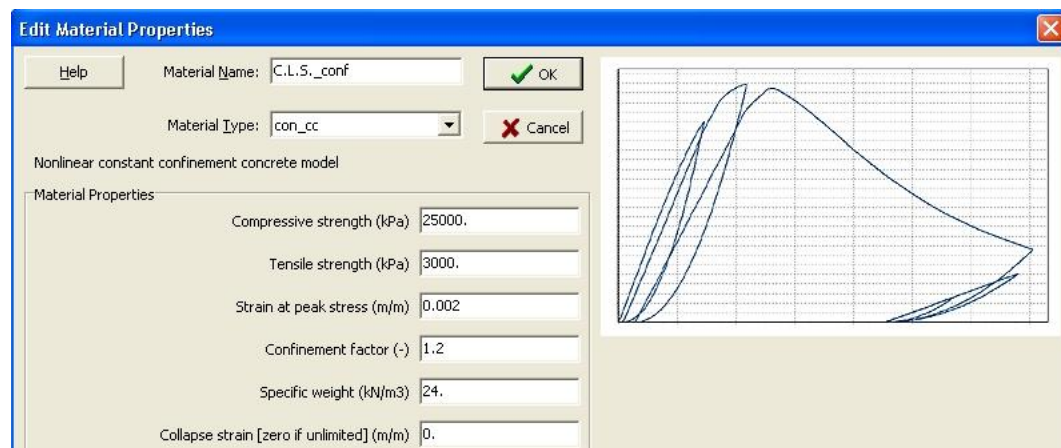


Figura 4.7 – Diagramma σ - ϵ del calcestruzzo modellato come non-lineare e parametri del modello.

Analogamente per il calcestruzzo non confinato è stato cambiato solo il fattore di confinamento uguale a 1.02.

4.4.2 Modellazione lineare del calcestruzzo

Secondo quanto è stato detto nella parte introduttiva del paragrafo, la modellazione lineare dei materiali è stata derivata da quella non-lineare degli stessi.

In particolare si sono adottati dei parametri elastici pari a quelli tangenti nell'origine del comportamento σ - ε non-lineare.

Queste scelte sono state adottate per avere un'analisi modale della struttura che porti agli stessi risultati sia con materiali modellati linearmente che non linearmente.

Da quanto detto deriva l'uso dei seguenti parametri per analisi lineari del c.l.s.:

- *modulo di elasticità* ($E_{c.l.s.}$), rappresenta il rapporto fra tensione applicata al materiale e la relativa deformazione indotta, in questo caso è stato assunto $2.5E+07$ kPa;
- *peso specifico del c.l.s.* (γ_c), rappresenta il peso per unità di volume del c.l.s., in questo caso è assunto uguale a 24 KN/m³.
- *diagramma tensione-deformazione* (σ - ε) del calcestruzzo, *figura 4.8*.

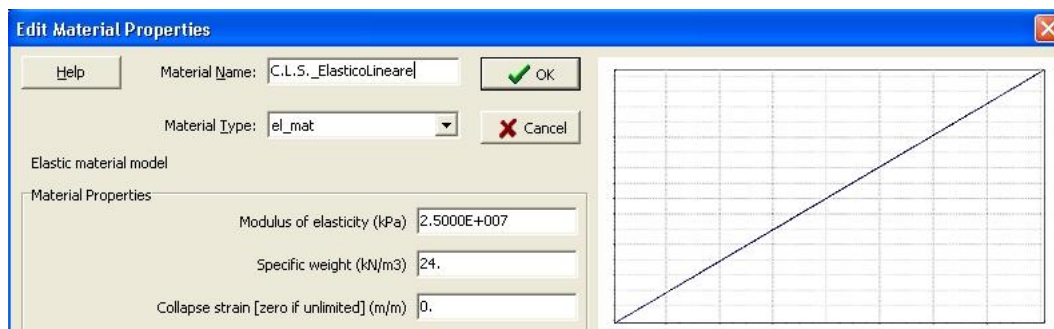


Figura 4.8 – Diagramma σ - ε del calcestruzzo modellato come lineare e parametri del modello.

4.4.3 Modellazione non-lineare delle barre d'armatura

L'armatura adottata per le sezioni delle travi e i dei pilastri è quella proposta dal software *SeismoStruct*.

In particolare è stata scelta (dalla libreria di *SeismoStruct*) una modellazione reologica dell'acciaio di tipo bilineare con incrudimento cinematico.

I parametri considerati sono:

- *modulo elastico* (E_s), rappresenta la rigidità elastica del materiale ed è stato assunto uguale a 2.0E+08 kPa;
- *forza di snervamento* (f_y) assunta uguale a 500000 kPa;
- *parametro di incrudimento tensionale* (μ) dato dal rapporto fra la rigidità post-snervamento (E_{sp}) e la rigidità elastica iniziale (E_s) del materiale. Dove $E_{sp} = (f_{ult} - f_y) / (\epsilon_{ult} - f_y / E_s)$ con f_{ult} e ϵ_{ult} rispettivamente massima forza e deformazione del materiale. È stato scelto 0.005;
- *peso specifico dell'acciaio*. (γ_s), rappresenta il peso per unità di volume dell'acciaio, in questo caso è assunto uguale a 78 KN/m³.
- *diagramma isteretico* (σ - ϵ) dell'acciaio, figura 4.9.

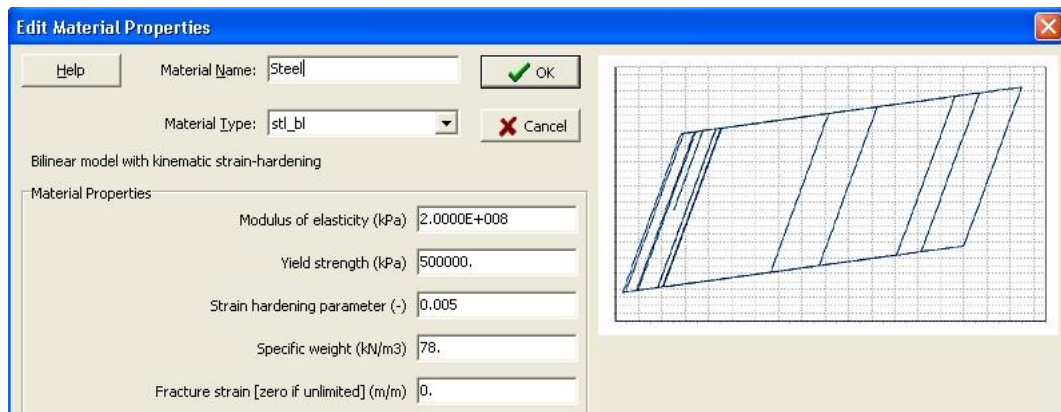


Figura 4.9 – Diagramma σ - ϵ dell'acciaio modellato come non-lineare e parametri del modello.

4.4.4 La modellazione dei solai

I solai devono essere sufficientemente rigidi per poter concentrare le masse e i momenti d'inerzia degli impalcati nei baricentri di piano, riducendo la struttura a tre gradi di libertà per piano, inoltre devono ripartire le forze d'inerzia sugli elementi resistenti senza subire deformazioni anelastiche durante il sisma. Il diaframma può essere considerato rigido se la sua deformabilità non influisce sugli spostamenti orizzontali, in pratica gli spostamenti calcolati durante

un'analisi sismica modellando il solaio con la sua reale deformabilità non superano di più del 10% di quelli ottenuti assumendo il diaframma rigido.

La modellazione può essere fatta in due modi: con elementi tipo membrana, dove il volume dell'elemento membrana coincide con il volume del calcestruzzo oppure considerando bielle equivalenti in cui la rigidezza laterale K_s del solaio coincide con la rigidezza assiale K_b della biella.

$$K_s = \frac{1}{\frac{L^3}{12E_c J} + \frac{L}{G_c A}} \quad (4.19)$$

$$K_b = \frac{E_b A_b}{L_b} \quad (4.20)$$

Si è scelto di schematizzare il solaio con due bielle equivalenti a comportamento elastico-lineare fino a deformazioni infinite (sia positive che negative), per tale motivo si è usato l'elemento finito *beam* "elfrm" della libreria *SeismoStruct*. Tale elemento è sempre a comportamento elastico-lineare.

Anche nelle analisi non-lineari si è adottato questo elemento lineare per la modellazione dei solai; a comportamento non-lineare sono state invece considerate le travi e i pilastri.

Nelle analisi non-lineari si è scelto di adottare un comportamento lineare del diaframma perché lo si è voluto considerare quasi rigido (così com'è in realtà), quindi non si voleva l'indebolimento o una labilizzazione della struttura a seguito di una plasticizzazione locale nelle bielle che schematizzano il solaio.

In realtà non si è riuscito a schematizzare il solaio come infinitamente rigido, questo per due motivi: in primis perché si sarebbe andati incontro a problemi numerici (tipo *overflow*), inoltre si voleva ottenere una deformabilità del solaio il più possibile simile a quella di un classico solaio in latero-cemento dalla soletta di 4-5 cm di spessore. Perciò la rigidezza delle bielle è stata tarata su di un solaio del tipo appena descritto, in modo da avere la stessa deformabilità (nel piano) di un reale solaio tipo.

Fuori dal piano il solaio schematizzato con bielle equivalenti ha ovviamente rigidezza nulla, tale situazione è abbastanza verosimile poichè la rigidezza flessionale di un solaio è trascurabile rispetto a quella membranale.

La schematizzazione del solaio in questo modo ha portato comunque ad alcuni problemi, ad esempio non è stato possibile condurre analisi di *pushover* di tipo adattivo (*DAP*) con imposizione di spostamenti e controllo delle forze, questo perché durante le analisi il piano si deformava in maniera eccessiva portando a risultati errati.

Per comprendere meglio la schematizzazione adottata per i solaio si veda la *figura 4.10*.

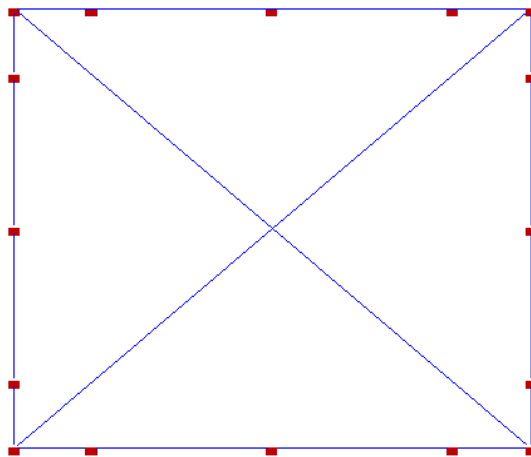


Figura 4.10 – Solaio tipo schematizzato con bielle equivalenti.

In questo modo è stato considerato il solaio con comportamento quasi infinitamente rigido e quindi possono essere trascurati gli spostamenti relativi fra i punti di piano.

I parametri considerati sono:

- *rigidezza assiale* (EA) uguale a $2.9E+7$ KN;
- *rigidezza flessionale* rispetto ai due assi di simmetria della sezione (EI_2 , EI_3) uguale a $0,01$ KN/m²;
- *rigidezza torsionale* (GJ) uguale a $0,01$ KN/m²
- *massa per unita di lunghezza* (ρ_L) uguale a 0 .

Nel *software* è stato utilizzato l'elemento a comportamento elastico "*elfrm*" che con i parametri utilizzati presenta rigidezza assiale e torsionale pressoché nulla mentre rigidezza assiale molto alta. Con questi valori il solaio può essere considerato infinitamente rigido nel piano (vedi *figura 4.11*).

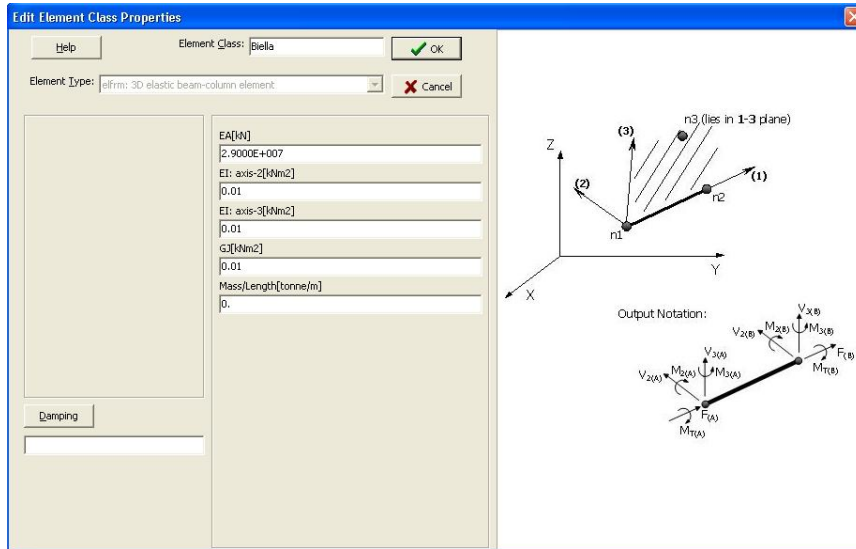


Figura 4.11 – Elemento finito “elfrm” e parametri del modello.

4.5 Valutazione dello spostamento e rotazione del centro di massa

Nell’ambito della seguente tesi i solai sono stati modellati come quasi rigidi, tale ipotesi fa sì che sia possibile ottenere lo spostamento (rotazione) del centro di massa (C_M) di ogni piano attraverso una media pesata sulle masse degli spostamenti (rotazioni) dei nodi appartenenti al piano considerato.

Per una descrizione matematica di quanto appena detto si vedano le formule (4.21) e (4.22).

Il *software* adottato ci fornisce per ogni nodo del modello analizzato lo spostamento e la rotazione. Essendo il solaio quasi infinitamente rigido non si hanno spostamenti relativi fra i punti di piano e di conseguenza è possibile pesare i risultati ottenuti in funzione della massa influente su ogni nodo ai bordi del solaio attraverso le seguenti equazioni:

$$\delta_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^N \delta_i \times p_i}{\sum_{i=1}^N p_i} \quad (4.21)$$

$$\theta_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^N \theta_i \times p_i}{\sum_{i=1}^N p_i} \quad (4.22)$$

dove δ_{CM} è lo spostamento del C_M in sommità, δ_i è lo spostamento del nodo i -esimo di piano del solaio in cui è contenuto il C_M e p_i la massa del nodo i -esimo del piano considerato. Analogamente per la rotazione, dove θ_{CM} è lo spostamento del C_M in sommità, θ_i è la rotazione del nodo i -esimo di piano del solaio in cui è contenuto il C_M e p_i la massa del nodo del piano considerato. In entrambi i casi i varia da 1 a N e rappresenta il numero dei nodi di piano.

Nel modello utilizzato nell'ambito di questa tesi tutte le masse di piano sono state concentrate nei quattro nodi ai bordi del solaio.

Essendo i pesi propri, permanenti ed accidentali uniformemente distribuiti sull'area del solaio ne consegue che nei quattro nodi di bordo si concentra la stessa quantità massa, questo porta a far coincidere il C_M con il centro di simmetria del solaio.

4.6 Criteri prestazionali e disposizione delle fibre di controllo

Il *software SeismoStruct* permette di definire dei criteri prestazionali (*performance criteria*) sia di tipo locale (legati alla deformazione raggiunta nelle fibre o alla curvatura raggiunta in una sezione) sia di tipo globale sull'elemento (legati alla rotazione di una corda o al taglio).

Nell'ambito di questa tesi si sono adottati esclusivamente criteri di tipo locale, legati al raggiungimento di una prefissata deformazione ultima (diversa per ogni materiale) oltre la quale si è considerata la rottura del materiale.

4.6.1 Criteri prestazionali adottati nelle analisi

Per le analisi lineari si sono considerati pilastri e travi composti esclusivamente da materiale elastico-lineare resistente sia a trazione che a compressione con un modulo elastico pari al modulo elastico di un calcestruzzo.

Il valore di deformazione ultima (ε_{cu}) è stato fissato in maniera convenzionale pari al 3.5‰ su tutte le fibre appartenenti al nucleo confinato delle sezioni (si è ammesso che il copriferro possa superare tale deformazione ε_{cu}). Tale valore è del tutto convenzionale, infatti considerare il c.l.s. con tale comportamento elastico-lineare non ha alcun senso fisico. Si è considerato un materiale di questo tipo semplicemente per avere una struttura a comportamento elastico-lineare, si poteva considerare anche un materiale dalle caratteristiche elastiche del tutto diverse, non ci sarebbe stata alcuna differenza, se non quella di avere una struttura dalle caratteristiche modali diverse nel campo lineare ed in quello non-lineare. Per tale motivo nelle analisi in campo lineare si è deciso di adottare un materiale che avesse parametri elastici pari a quelli tangenti iniziali del c.l.s. modellato come non-lineare.

Per le analisi in campo non-lineare tutte le sezioni degli elementi strutturali sono state suddivise in tre zone (il nucleo con c.l.s. confinato, il copriferro con c.l.s. non confinato e le barre d'armatura con acciaio), in ognuna sono state impiegate fibre dalle caratteristiche reologiche diverse.

Nella zona centrale della sezione, dove il c.l.s. è confinato dalle staffe, sono state utilizzate delle fibre di c.l.s. con comportamento meccanico descritto nel *paragrafo 4.4.1* con un *fattore di confinamento* (k_c) pari a 1.2; per la zona non confinata dalle staffe (il copriferro) si è utilizzato lo stesso materiale con un *fattore di confinamento* (k_c) pari a 1.02.

Nelle zone coperte dalle barre d'armatura sono state impiegate fibre in acciaio dal comportamento meccanico descritto nel *paragrafo 4.4.3*.

Si veda la *figura 4.12* per comprendere la suddivisione in zone della sezione proposta dal *software SeismoStruct* e come vengono applicati i vari materiali alle diverse zone.

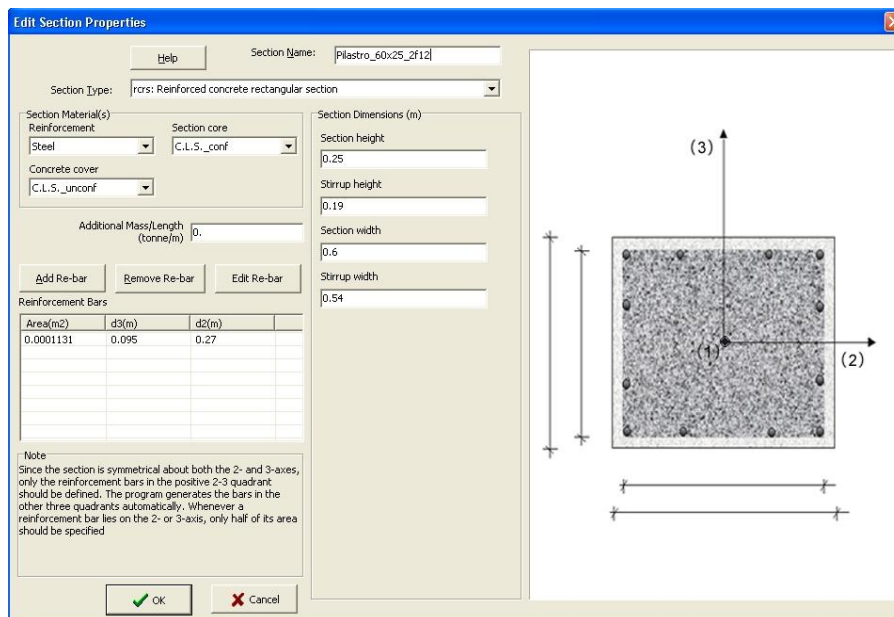


Figura 4.12 – Pannello di input delle proprietà della sezione. Software SeismoStruct.

In figura 4.12 si nota che la zona di c.l.s. confinato è evidenziata con un grigio scuro, mentre la zona non confinata assume una colorazione chiara. Le barre d'armatura sono rappresentate con dei tondini neri.

Ad ognuna di queste tre zone sono state applicate fibre di materiale a diverso comportamento reologico.

Per le analisi non-lineari sono stati impiegati diversi criteri prestazionali per ogni materiale: tre per il c.l.s. e due per l'acciaio.

Criteri prestazionali adottati per il c.l.s. confinato:

- *fessurazione del c.l.s.*, è stato fissato un criterio locale sulla deformazione raggiunta nelle fibre di c.l.s. confinato, quando una qualunque fibra di c.l.s. confinato raggiunge una deformazione pari a 0.0001 il software notifica l'avvenuta fessurazione indicando di quale fibra si tratta;
- *raggiungimento della deformazione ultima del c.l.s.* (ϵ_{cu}), quando una qualunque fibra di c.l.s. confinato raggiunge una deformazione pari a -0.0035 il software notifica l'avvenuto raggiungimento indicando di quale fibra si tratta; per tale valore di ϵ_{cu} si considera la rottura del c.l.s., anche se è possibile proseguire il caricamento della struttura se il c.l.s. è ben confinato;

- *schacciamento del c.l.s.*, quando una qualunque fibra di c.l.s. confinato raggiunge una deformazione pari a -0.006 il *software* interrompe l'analisi notificando l'esplosione del c.l.s. e indicando di quale fibra si tratta, oltre tale valore di ε non è possibile proseguire le analisi, anche il c.l.s. meglio confinato non potrebbe resistere a tali deformazioni.

Criteri prestazionali adottati per le barre d'armatura:

- *snervamento dell'acciaio*, è stato fissato un criterio locale sulla deformazione raggiunta nelle fibre delle barre d'armatura, quando una qualunque fibra d'acciaio raggiunge una deformazione pari a 0.0025 il *software* notifica l'avvenuto snervamento indicando di quale fibra si tratta;
- *frattura dell'acciaio*, quando una qualunque fibra d'acciaio raggiunge una deformazione pari a 0.06 il *software* interrompe l'analisi notificando l'avvenuta rottura dell'acciaio e indicando di quale fibra si tratta, oltre tale valore di ε non è possibile proseguire le analisi, i comuni acciaio d'armatura si spezzano compromettendo la stabilità della struttura.

Per quanto riguarda il c.l.s. non confinato (quello che riempie le zone del copriferro) non sono stati impiegati dei criteri prestazionali, questo perché è ammesso che il copriferro possa andare in crisi ed esplodere durante un evento sismico.

Come riportato in precedenza, per le analisi lineari il criterio prestazionale è unico: quello sul raggiungimento della deformazione ultima $\varepsilon_{cu} = -0.0035$ di una qualunque fibra di materiale appartenente al nucleo confinato.

In ogni caso (sia nel campo lineare che in quello non-lineare) il criterio principe che ha governato tutte le scelte e i confronti è stato quello sul raggiungimento della deformazione ultima del c.l.s. confinato.

Le analisi numeriche della struttura sono sempre state spinte fino al raggiungimento della deformazione $\varepsilon_c = -0.006$, questo per vedere fino a che punto una struttura superconfinata potrebbe giungere; però tutti i confronti fra le analisi di pushover e le *IDA* sono state effettuate al primo raggiungimento della deformazione ultima ($\varepsilon_{cu} = -0.0035$) di una qualunque fibra di del c.l.s. confinato.

In tutte le analisi le bielle equivalenti che schematizzano il solaio sono state considerate esenti da fenomeni di crisi, su di esse non è stato imposto alcun criterio prestazionale, ciò è dovuto all'ipotesi che il solaio sia così rigido e robusto che durante un evento sismico si mantenga sempre lontano da fenomeni di crisi anche solo locale. Oltre a ciò, rimarrebbe comunque impossibile con delle bielle comprendere come il solaio possa interagire a livello locale con travi e i pilastri e dove possano innescarsi rotture nel solaio.

4.6.2 Impiego e disposizione delle fibre di controllo

Nel campo delle analisi lineari sono state impiegate delle fibre di controllo per poter prevedere in maniera esatta il valore più basso dello *Scaling Factor (SF)* delle analisi *IDA* che portano una sola fibra di c.l.s. confinato al raggiungimento della deformazione ultima $\varepsilon_{cu} = -0.0035\%$, tutte le altre fibre di c.l.s. confinato dell'intera struttura avranno una deformazione $\varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$.

Ora sorge il problema di dove disporre queste fibre in cui monitorare istante per istante il valore di deformazione. Ovviamente le fibre di controllo devono essere il minor numero possibile, ma allo stesso tempo devono poter prevedere tutti i possibili massimi valori di ε_c in ogni elemento strutturale.

Da quanto detto si comprende che le fibre di controllo devono essere localizzate nei punti periferici delle sezioni situate agli estremi degli elementi strutturali, in prossimità dell'ammorsamento fra travi e pilastri

Per una sezione inflessa le massime deformazioni si hanno nei punti più distanti dall'asse neutro, per tale motivo le fibre di controllo devono essere disposte nei quattro spigoli delle sezioni, appena sul confine fra la zona confinata e quella non confinata (si ammette la possibilità di esplosione del copriferro).

Ora non resta che trovare le zone dove si hanno le massime inflessioni. Per una struttura a telaio queste si trovano nelle aree di ammorsamento fra travi e pilastri.

In una struttura a telaio spaziale, come quella indagata in questa tesi, le fibre di controllo diventano quindi otto per ogni pilastro di interpiano. Si sono infatti considerate le due sezioni all'estremità del pilastro, quelle più prossime al nodo trave-pilastro. Su ognuna di queste due sezioni di estremità sono state poi posizionate quattro fibre di controllo, disposte sugli spigoli della zona di c.l.s.

confinato. Tali fibre di controllo non si potevano disporre proprio in coincidenza degli spigoli appena detti, perché lì si trovano le fibre d'acciaio, quindi sono state posizionate in adiacenza alle barre d'armatura, appena più all'interno della sezione (vedi figura 4.13).

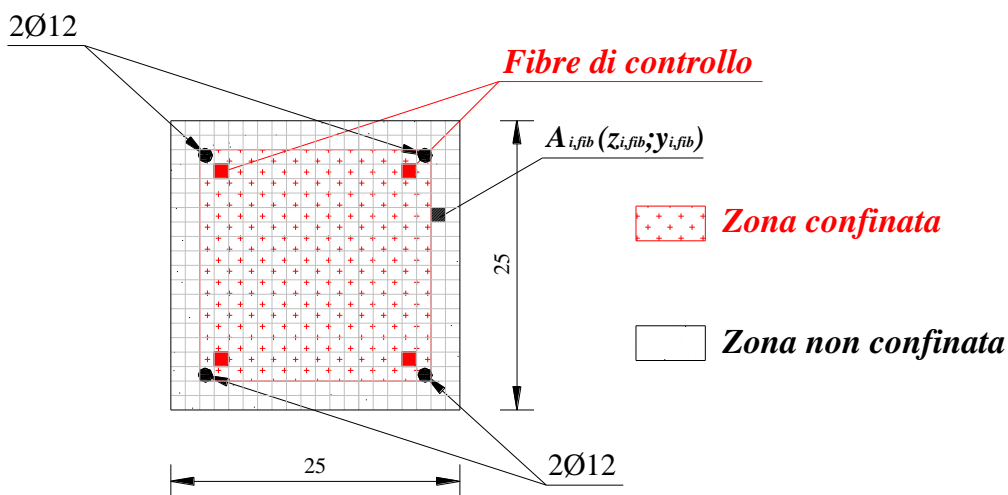


Figura 4.13 – Schema della Disposizione delle fibre di controllo nei pilastri.

Nelle travi non è stata posizionata invece alcuna fibra di controllo, perché è certo che le sollecitazioni flessionali maggiori per azione sismica si concentrano sui pilastri.

Le massime inflessioni si hanno sicuramente nella zona di attacco fra pilastro e trave, quindi è qui che si svilupperanno le massime deformazioni nelle fibre di c.l.s.; però è anche vero che il software *SeismoStruct* fornisce gli output solamente nelle due sezioni di *Gauss* di ogni elemento finito (vedi figura 4.4).

Per avere delle sezioni di *Gauss* il più vicino possibile al nodo trave-pilastro si è provveduto a suddividere il pilastro in quattro elementi finiti, dove i due elementi di bordo sono più corti rispetto a quelli centrali (vedi figura 4.14 e 4.15)

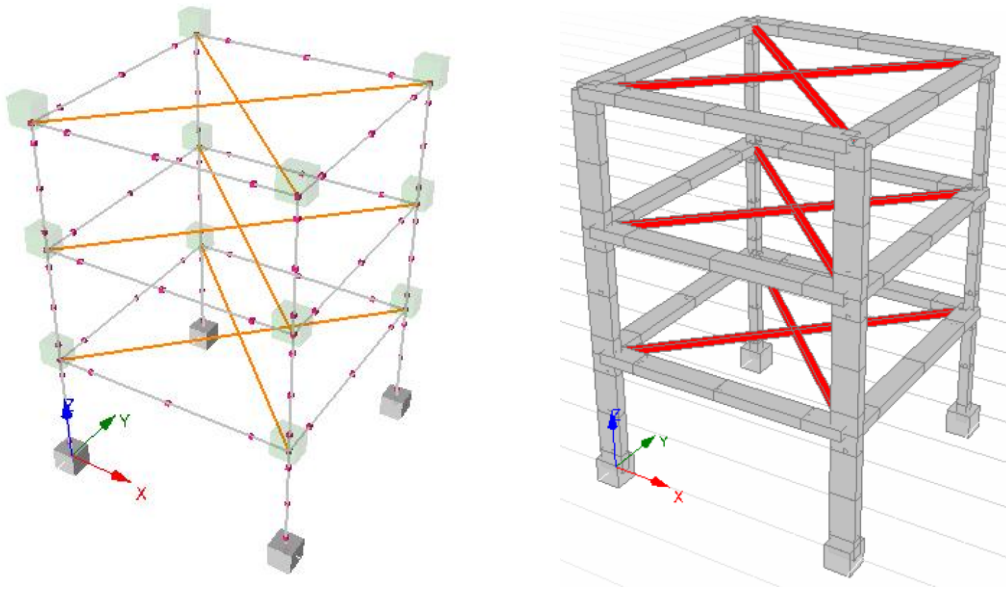


Figura 4.14 – Suddivisione della struttura in esame in elementi finiti.

Suddivisione della struttura in elementi finiti con sezioni di Gauss

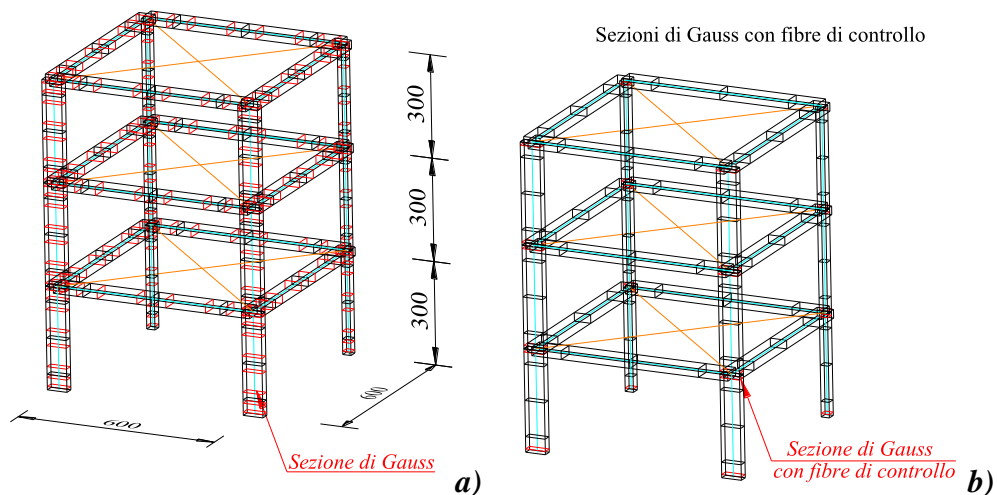


Figura 4.15 – Disposizione degli elementi finiti (linea nera) e delle sezioni di Gauss (linea rossa), **a)** in rosso tutte le sezioni di Gauss, **b)** in rosso le sezioni di Gauss dove sono state posizionate le fibre di controllo.

Questa suddivisione permette di avere delle sezioni di *Gauss* molto prossime all'estremità del pilastro, inoltre con una suddivisione di questo tipo si riesce a descrivere meglio l'andamento della curvatura nel pilastro, con evidenti vantaggi in termini di accuratezza numerica della soluzione.

In *figura 4.15* si nota come la struttura sia stata suddivisa in più elementi finiti secondo quanto appena descritto (linea nera). Le sezioni in rosso indicano la

posizione delle sezioni di *Gauss* all'interno di ogni elemento finito, lo schema di destra riporta invece le sole sezioni di *Gauss* (in rosso) dove sono state posizionate le fibre di controllo.

Per il caso di studio di *figura 4.14* il ragionamento appena condotto porta all'individuazione di novantasei fibre di controllo, distribuite secondo quanto riportato in *figura 4.16*.

Disposizione delle sezioni di Gauss con fibre di controllo

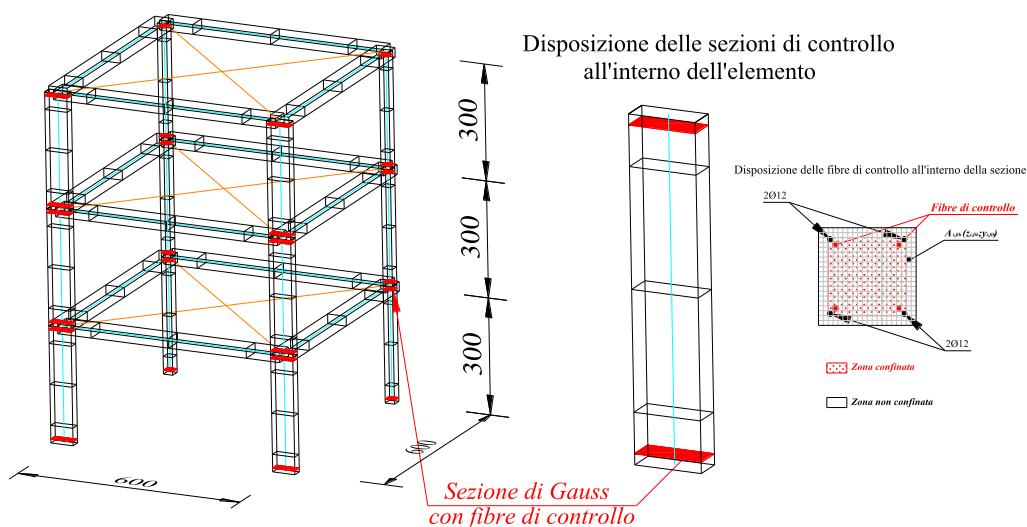


Figura 4.16 – Disposizione delle novantasei fibre di controllo all'interno della struttura.

4.7 Parametri in output forniti dal software SeismoStruct

Il software *SeismoStruct* permette di definire per quali entità del modello ottenere gli *output*, in particolare è possibile definire su quali nodi ed elementi strutturali ottenere (e salvare) i risultati delle analisi (vedi *figura 4.17*).

SeismoStruct offre la possibilità di selezionare gli elementi finiti per i quali ottenere gli *output*, però non permette di definire quali parametri ottenere dagli elementi. Per ogni nodo selezionato il software *SeismoStruct* fornisce tutti i parametri di spostamento, mentre per gli elementi si hanno tutte le deformazioni, tensioni e caratteristiche della sollecitazione. Non è quindi possibile decidere di ottenere ad esempio i soli momenti flettenti come *output* sugli elementi

selezionati, così come non è possibile ottenere in *output* i soli spostamenti dei nodi senza le rotazioni associate.

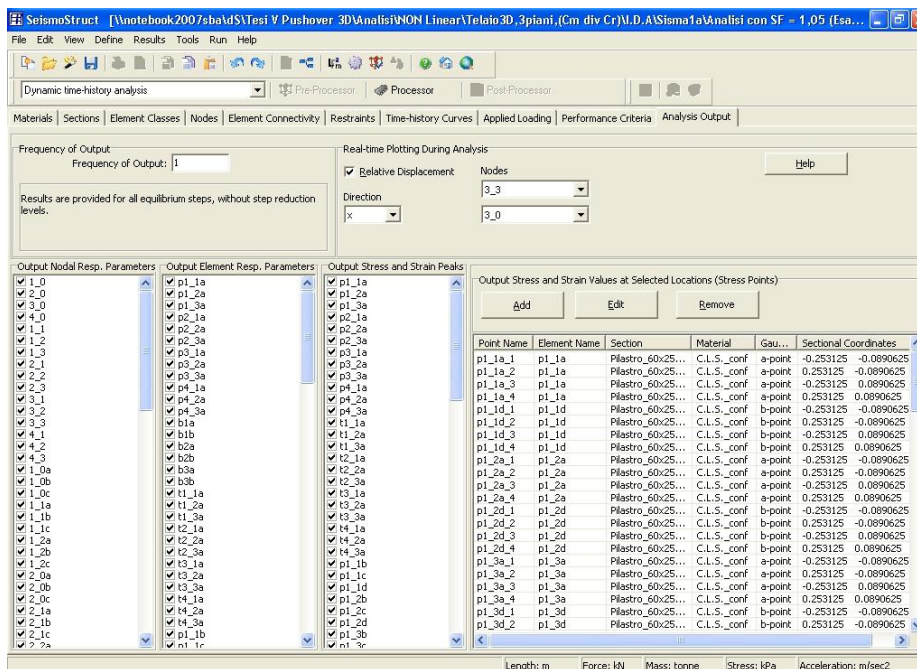


Figura 4.17 – Pannello per la scelta delle entità di cui ottenere gli output.

A conclusione dell'analisi il *software SeismoStruct* salva i risultati voluti in un file con estensione *.srf*, oltre a questo file (leggibile solo da *SeismoStruct*) è possibile ottenere in *output* un file di testo con estensione *.out*.

Tale file con estensione *.out* contiene tutti i parametri ottenuti in *output* dall'analisi.

Quest'ultimo file di testo è molto utile per il *post-processing* dei risultati, da esso è possibile estrarre tutti i parametri cercati attraverso dei comuni *software* di programmazione (tipo *Matlab*).

Nell'ambito di questa tesi il *software Matlab* è stato largamente impiegato per calcolare parametri deducibili dai dati contenuti nel file *.out*, tramite diverse rielaborazioni si sono poi ottenuti i grafici di interesse.

In alternativa alla completa lettura del file di testo *.out* è possibile esportare solamente alcuni risultati di interesse in un file di testo o in un file excel.

Questo approccio viene utilizzato quando i dati di interesse sono limitati.

Capitolo V

Anche da una finestra piccola si può vedere il mondo.

Monaldo Leopardi

IL CASO STUDIO A: TELAIO 3D IN C.A. FORTEMENTE IRREGOLARE IN PIANTA

5.1 Introduzione

Di seguito sono illustrate le caratteristiche della struttura utilizzata per le analisi (statiche e dinamiche) nell'ambito delle presente tesi, tale struttura è stata selezionata fra le tante possibili per far sì che il suo comportamento dinamico sia caratterizzato da una elevata flessibilità torsionale e dall'accoppiamento dei modi traslazionali con quelli torsionali. In seguito alla descrizione della struttura vengono riportati i risultati ottenuti dalle analisi (statiche e dinamiche) svolte su tale struttura.

5.2 Il modello matematico della struttura

5.2.1 Il modello geometrico

In questo paragrafo vengono descritte tutte le caratteristiche geometriche della struttura: caratteristiche dimensionali, schematizzazione agli elementi finiti e suddivisione in fibre, modalità di collegamento degli elementi, vincolamento della struttura, distribuzione delle masse.

5.2.1.1 Caratteristiche dimensionali e schematizzazione in elementi finiti

La struttura esaminata è simmetrica in pianta rispetto alla sola direzione y , nell'altra direzione vi è un'asimmetria dovuta alla diversità sezionale dei pilastri.

Il telaio in c.a. è costituito da tre piani, ogni piano possiede un solaio quadrato di 6 m di lato, l'altezza di ogni piano è di 3 m per una altezza complessiva da terra di 9 m. I solai, come descritto nel *paragrafo 4.5*, sono stati modellati con delle bielle equivalenti.

Per una visione d'insieme della struttura si veda la *Figura 5.1*, qui si possono notare anche la suddivisione in elementi finiti (descritta nel *paragrafo 4.6.2*) e la disposizione delle masse concentrate (cubetti verdi) che derivano dall'azione di pesi propri aggiuntivi, permanenti più un 30% degli accidentali che gravano sui solai.

Per la descrizione al riguardo della distribuzione delle masse sulla struttura vedere il *paragrafo successivo*.

In *Figura 5.1* è possibile notare la diversa dimensione delle pilastrate 1 e 2 rispetto alle pilastrate 3 e 4, vedi anche *Figura 5.2*.

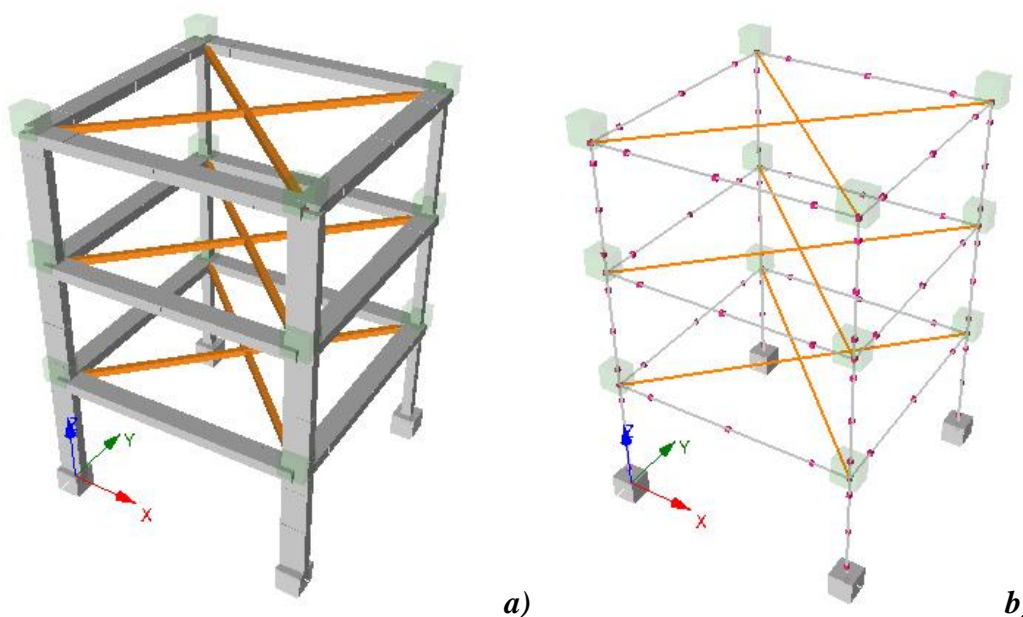


Figura 5.1 – **a)** Assonometria dello scheletro della struttura in c.a. asimmetrica in pianta. **b)** Modellazione con il software *SeismoStruct*: suddivisione in elementi finiti adottata (raffittimento in prossimità dei nodi trave-pilastro), schematizzazione dei solai con bielle equivalenti e disposizione delle masse concentrate (cubetti verdi) derivanti dalle masse dei solai.

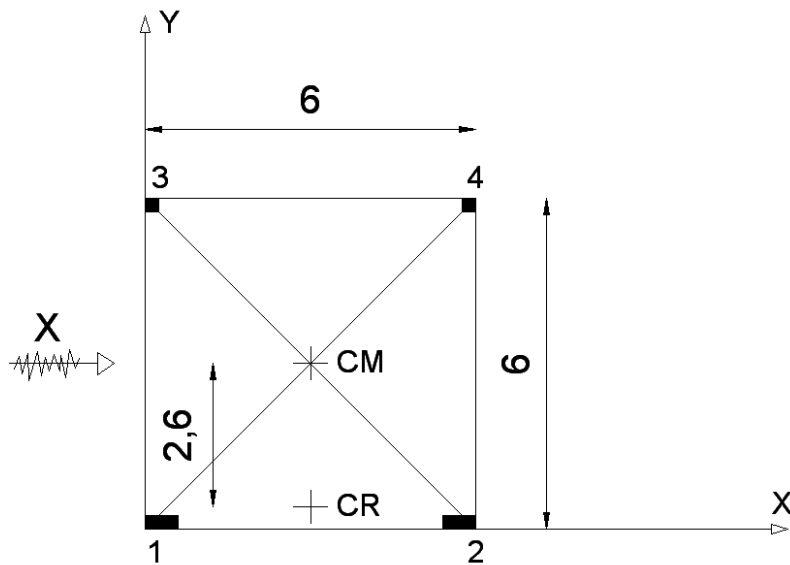


Figura 5.2 – Vista in pianta. Il sisma viene applicato nella direzione X in modo da innescare gli effetti torsionali.

La diversità delle sezioni delle pilastrate 1 e 2 rispetto alle 3 e 4 fa sì che la struttura presenti un'irregolarità di rigidezza, in particolare una forte eccentricità fra C_M e C_R in un'unica direzione.

Per una sintesi delle caratteristiche geometriche della struttura si veda anche la **Figura 5.3**.

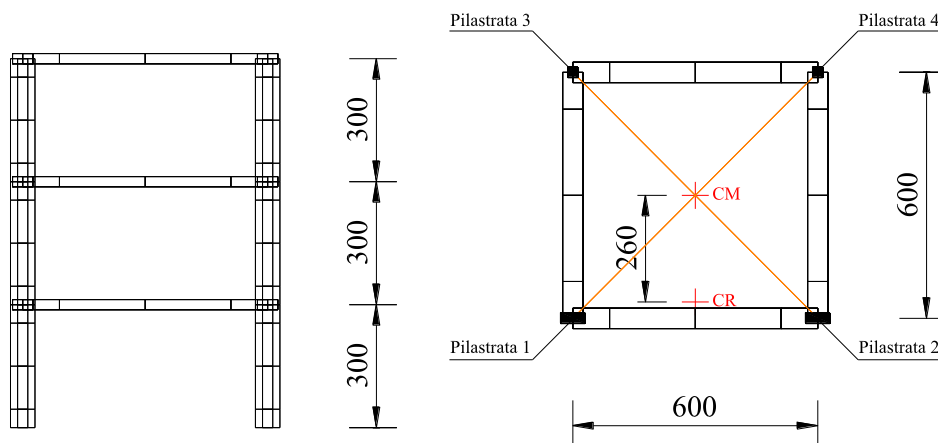


Figura 5.3 – Prospetto e pianta della struttura con suddivisione in elementi finiti.

Le pilastrate 1 e 2 presentano una sezione 60x25 cm orientata con l'asse forte lungo la direzione di provenienza del sisma (direzione x).

Le pilastrate 3 e 4 rappresentano il lato flessibile della struttura, infatti la sezione di questi pilastri è appena 25x25 cm.

Tutte le pilastrate presentano una continuità di sezione ed armatura andando dalla base alla cima della struttura. Le armature dei pilastri sono rappresentate in *Figura 5.4*, quelle delle travi in *Figura 5.5*.

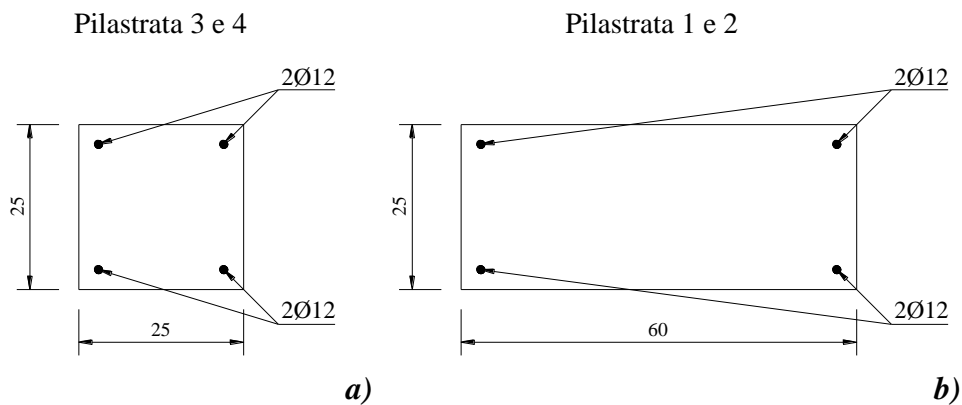


Figura 5.4 – Sezioni dei pilastri: *a)* pilastrata 3 e 4, *b)* pilastrata 1 e 2.

Le travi della struttura sono tutte in spessore con dimensioni 50x25 cm, la disposizione dei ferri varia a seconda che si tratti di una sezione di estremità o di mezzeria (vedi *Figura 5.5*).

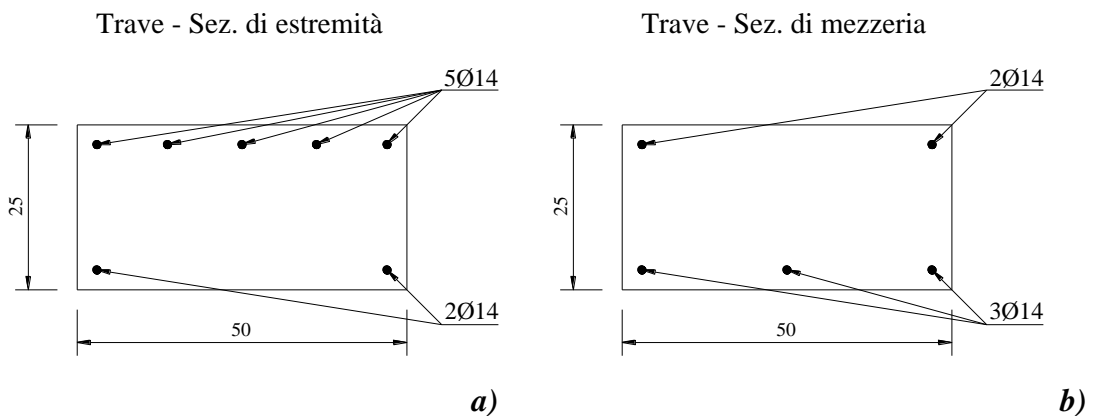


Figura 5.5 – Sezioni delle travi: *a)* sezione all'estremità, *b)* sezione di mezzeria.

Ogni sezione degli elementi appena descritti è stata suddivisa in 400 fibre secondo i criteri riportati nel capitolo precedente.

Travi e pilastri impiegati nella modellazione numerica del problema appartengono tutti alla tipologia *beam*, in particolare alla classe “*infrm*” (*inelastic frame*) che si trova nella libreria interna del software *SeismoStruct*.

Nella suddivisione della struttura in elementi finiti è stato seguito un criterio di numerazione dei nodi e degli elementi, in modo da facilitare l'individuazione delle varie entità nella fase di *post-processing* dei risultati.

Osservando la *Figura 5.6* è possibile comprendere il criterio adottato nella numerazione.

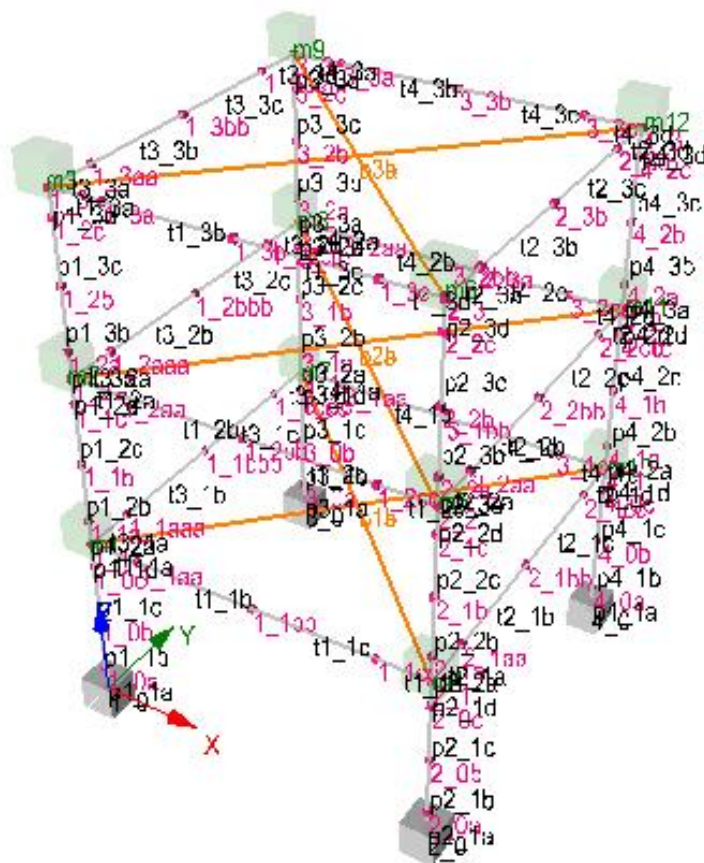


Figura 5.6 – Numerazione dei nodi (viola) ed elementi finiti (nero) della struttura.

5.2.1.2 Vincolamento e distribuzione delle masse sulla struttura

Essendo l'edificio una struttura in calcestruzzo armato si ha necessariamente la continuità materiale fra tutti gli elementi del telaio, per tale motivo l'ammorsamento trave-pilastro è stato modellato come nodo rigido, ovvero con trasmissione di momento.

Per quanto riguarda il vincolamento alla base è stata scelta la classica modellazione ad incastro.

I solai sono stati modellati con bielle equivalenti (vedi *paragrafo 4.5*), di conseguenza gli orizzontamenti così schematizzati non possono trasmettere sollecitazioni flettenti alle travi di bordo.

La distribuzione delle masse sulla struttura è in parte automatizzata dal *software SeismoStruct* ed in parte assegnata manualmente.

In modo automatico (sulla base delle funzioni di forma degli elementi) avviene la ripartizione su nodi della massa dei vari elementi finiti, per fare ciò il *software SeismoStruct* adottato per le analisi si basa sulle caratteristiche di densità fornite in *input* nelle tabelle dei materiali, delle sezioni e delle fibre.

Sostanzialmente le masse proprie della struttura (ed i relativi pesi) vengono computate automaticamente; masse derivanti da pesi permanenti aggiuntivi ed accidentali devono essere inserite manualmente.

Per consentire al *software SeismoStruct* di calcolare in automatico i pesi insistenti sulla struttura basandosi sulla distribuzione delle masse è necessario fornire il valore e la direzione dell'accelerazione di gravità: il valore è stato settato su 9.81 m/s^2 , la direzione $-z$.

Da quanto appena detto si comprende che le masse dei pilastri e delle travi sono computate in automatico, mentre tutte le masse che derivano dai pesi propri, permanenti ed accidentali che insistono sui solai devono essere inserite manualmente.

Le bielle che schematizzano la rigidità membranale dei solai sono state considerate prive di massa.

Le masse distribuite (pesi propri, permanenti e accidentali) insistenti sui solai sono state concentrate nei quattro spigoli dell'orizzontamento.

La somma delle masse proprie e permanenti dei solai è stata considerata di 600 Kg/m².

La massa accidentale, ed il relativo peso, insistente sui solai sono stati considerati pari al 30% dei 200Kg/m² normalmente utilizzati per gli edifici di civile abitazione.

Complessivamente sui solai vi è quindi una massa di 660 Kg/m², tale entità è stata poi concentrata in parti uguali (vista la simmetria della distribuzione del carico) sui quattro nodi di bordo del solaio.

Sommando tutti i contributi si trova che le masse concentrate da inserire manualmente sui nodi d'angolo del solaio sono di 5940 Kg, le restanti masse che derivano da travi e pilastri sono computate in automatico dal *software SeismoStruct*.

5.2.2 Il modello reologico: legame costitutivo del materiale e smorzamento

La descrizione dettagliata dei legami costitutivi impiegati nelle analisi numeriche è fornita nel capitolo precedente (vedi *paragrafo 4.4*).

Qui si ricorda che nell'ambito delle analisi sono state impiegate due modellazioni reologiche differenti: una lineare considerando il materiale a comportamento elastico-lineare, un'altra non-lineare considerando le non linearità di c.l.s. e acciaio ed adottando un approccio a fibre.

Nelle analisi non-lineari è stata considerata anche la non linearità geometrica.

Per le analisi dinamiche della struttura è necessario possedere un modello che descriva lo smorzamento strutturale, nell'ambito della presente tesi si è utilizzato un modello di smorzamento proporzionale alla Rayleigh, dove la matrice di smorzamento $\tilde{\mathbf{C}}$ è ottenuta dalla combinazione lineare (attraverso i coefficienti α e β) delle matrici di rigidezza $\tilde{\mathbf{K}}$ e di massa $\tilde{\mathbf{M}}$:

$$\tilde{\mathbf{C}} = \alpha\tilde{\mathbf{M}} + \beta\tilde{\mathbf{K}} \quad (5.1)$$

L'indice di smorzamento modale ξ_r , associato al generico r-esimo modo di vibrare, assume l'aspetto seguente:

$$\xi_r = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\omega_r} + \beta \omega_r \right) = \frac{C_r}{2\omega_r M_r} \quad (5.2)$$

dove:

$$\alpha = \frac{2\omega_1\omega_2(\xi_2\omega_1 - \xi_1\omega_2)}{(\omega_1^2 - \omega_2^2)} \quad (5.3)$$

$$\beta = \frac{2(\xi_1\omega_1 - \xi_2\omega_2)}{(\omega_1^2 - \omega_2^2)} \quad (5.4)$$

ξ_1 e ω_1 sono rispettivamente l'indice di smorzamento e la pulsazione naturale associati al modo 1, mentre ξ_2 e ω_2 sono rispettivamente l'indice di smorzamento e la pulsazione naturale associati al modo 2. Per modo 1 e modo 2 si intendono due modi caratteristici scelti a piacimento, non necessariamente coincidenti con i primi due modi di vibrare della struttura.

I modi 1 e 2 sono quei modi di cui è noto il valore dell'indice di smorzamento modale; sulla base della conoscenza degli indici di smorzamento modale di due modi e delle relative pulsazioni naturali associate è possibile, tramite le relazioni (5.2), (5.3) e (5.4), risalire all'indice di smorzamento modale di tutti gli altri modi di vibrare della struttura.

Nell'ambito della seguente tesi i modi 1 e 2 considerati per ricavare i parametri α e β appena descritti sono rispettivamente il secondo ed il terzo modo, su cui è stato considerato uno smorzamento modale $\xi_1 = \xi_2 = 0.05$.

La ragione di tale scelta deriva dal fatto che il primo modo di vibrare della struttura di studio possiede massa partecipante nulla lungo la direzione x di provenienza del sisma, per tale motivo la prima forma modale non è stata considerata. Al contrario, il secondo ed il terzo modo della struttura insieme posseggono la maggior massa partecipante lungo x rispetto a tutti gli altri modi (vedi *Tabella 5.1*).

Da quanto appena detto si comprende che la risposta dinamica della struttura, eccitata da un sisma proveniente lungo la direzione x , dovrebbe essere governata principalmente dal secondo e dal terzo modo di vibrare. Per tale motivo l'indice di smorzamento strutturale è stato calibrato al 5% sui suddetti secondo e terzo modo.

5.2.3 Parametri modali della struttura

Nel presente paragrafo vengono riportate le caratteristiche modali della struttura oggetto di studio.

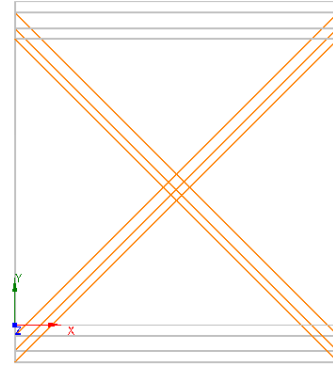
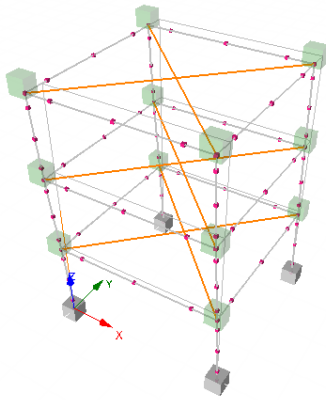
Questi parametri sono di fondamentale importanza perché gran parte delle analisi di *pushover* basano la loro distribuzione di forze su una o più forme modali della struttura.

In *Figura 5.7* sono riportate le prime sei forme modali della struttura.

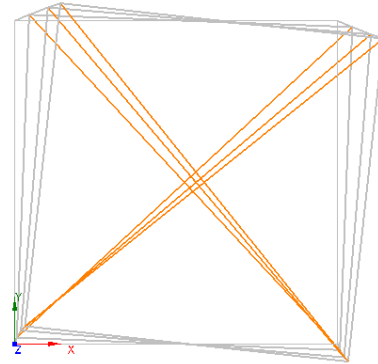
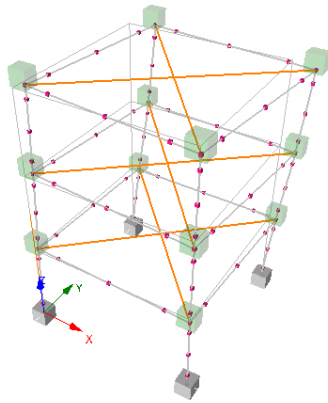
Osservando le forme modali è possibile notare che il primo modo è puramente traslazionale in direzione y , di conseguenza la massa partecipante in direzione x per tale modo è nulla.

L'assenza di eccentricità in tale direzione fa sì che nella direzione y esistano modi puramente traslazionali.

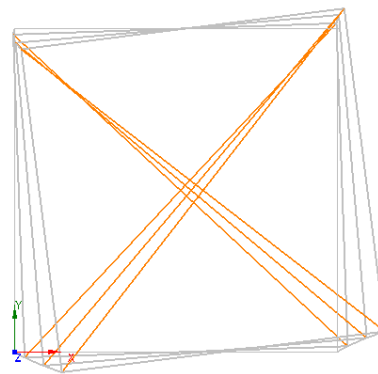
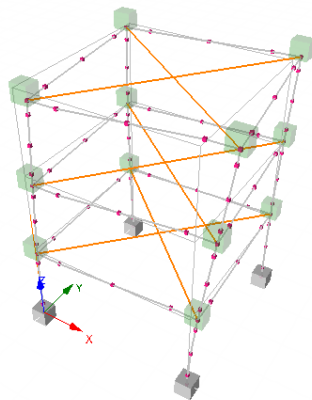
L'eccentricità fra C_M e C_R nella sola direzione x fa sì che le forme modali in tale direzione siano il risultato della combinazione di modi traslazionali con modi torsionali: nella direzione x è inevitabile l'accoppiamento fra i due tipi di modi.



Primo modo

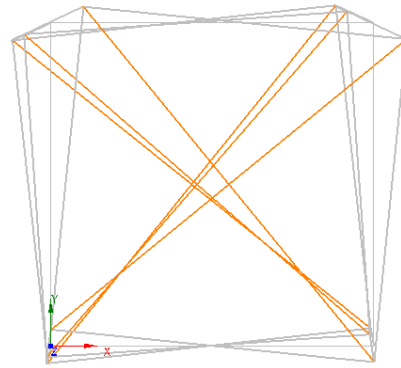
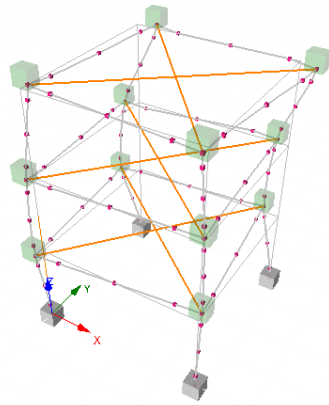


Secondo modo

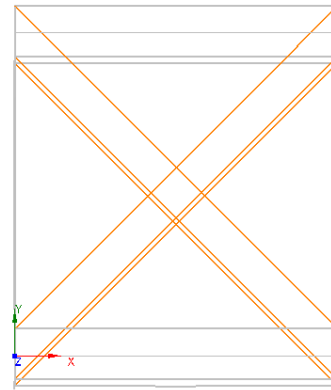
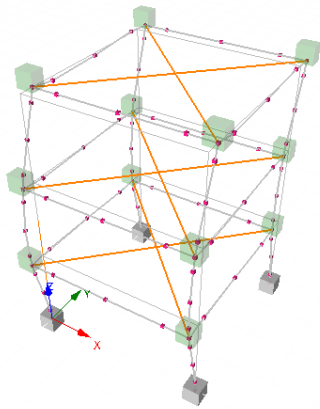


Terzo modo

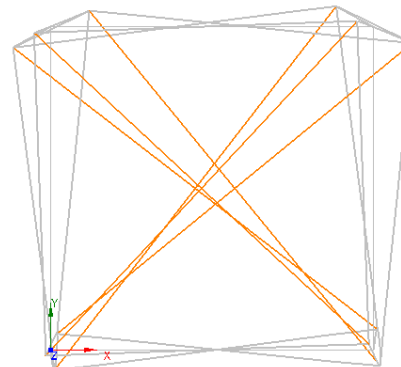
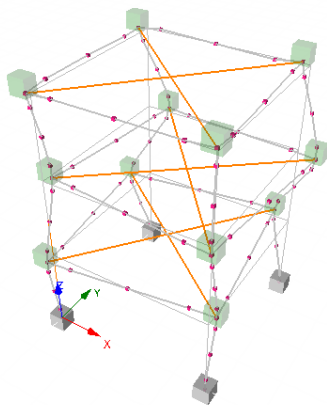
Figura 5.7 – Forme modali della struttura: primo, secondo e terzo modo di vibrare.



Quarto modo



Quinto modo



Sesto modo

Figura 5.7 - Forme modali della struttura: quarto, quinto e sesto modo di vibrare.

Le forme modali riportate in *Figura 5.7* valgono sia per le modellazioni lineari che per quelle non-lineari, questo è dovuto alle scelte descritte nel *paragrafo 4.4*.

In realtà esiste una piccola differenza fra le deformate modali del caso lineare e quelle del caso non-lineare, ciò è dovuto all'assenza di modellazione delle armature nel modello lineare.

Vedi *Tabella 5.1*, *Tabella 5.2*, *Tabella 5.3* e *Tabella 5.4* per cogliere le differenze delle caratteristiche modali fra la modellazione lineare e quella non-lineare.

Qui è riportato il periodo e la frequenza di pulsazione dei primi dieci modi di vibrare della struttura. Per ogni modo è riportata anche la massa modale effettiva nelle tre direzioni x , y e z rapportata con quella totale (U_x , U_y , U_z).

$$U_{ix} = \frac{(\underline{\Phi}_i^T \cdot \tilde{\mathbf{M}} \cdot \underline{\mathbf{l}}_x)^2}{M^* \cdot (\underline{\Phi}_i^T \cdot \tilde{\mathbf{M}} \cdot \underline{\Phi}_i)} \quad (5.5)$$

$$U_{iy} = \frac{(\underline{\Phi}_i^T \cdot \tilde{\mathbf{M}} \cdot \underline{\mathbf{l}}_y)^2}{M^* \cdot (\underline{\Phi}_i^T \cdot \tilde{\mathbf{M}} \cdot \underline{\Phi}_i)} \quad (5.6)$$

$$U_{iz} = \frac{(\underline{\Phi}_i^T \cdot \tilde{\mathbf{M}} \cdot \underline{\mathbf{l}}_z)^2}{M^* \cdot (\underline{\Phi}_i^T \cdot \tilde{\mathbf{M}} \cdot \underline{\Phi}_i)} \quad (5.7)$$

dove:

$\underline{\Phi}_i$: rappresenta il vettore degli spostamenti associato alla forma modale i -esima;

$\tilde{\mathbf{M}}$: rappresenta la matrice delle masse della struttura;

M^* : rappresenta la massa totale della struttura;

$\underline{\mathbf{l}}$: rappresenta il vettore di trascinamento associato alla traslazione lungo la direzione prescelta.

MODAL PERIODS AND FREQUENCIES			EFFECTIVE MODAL MASS PERCENTAGES					
			[Individual Mode]			[Cumulative Mass]		
Mode	Period (sec)	Frequency (rad/sec)	[Ux]	[Uy]	[Uz]	[Ux]	[Uy]	[Uz]
1	0.9060663	6.93457568	0.000000%	82.930400%	0.000850%	0.000000%	82.930400%	0.000850%
2	0.86453639	7.26769324	45.275480%	0.000000%	0.000000%	45.275480%	82.930400%	0.000850%
3	0.58962062	10.65631884	33.117270%	0.000000%	0.000000%	78.392750%	82.930400%	0.000850%
4	0.26657387	23.57014723	5.849300%	0.000000%	0.000000%	84.242060%	82.930400%	0.000850%
5	0.26634603	23.59030931	0.000000%	12.211590%	0.004320%	84.242060%	95.141990%	0.005170%
6	0.15429333	40.72233821	0.293290%	0.000000%	0.000000%	84.535350%	95.141990%	0.005170%
7	0.14200483	44.24628008	0.000000%	3.636740%	0.002470%	84.535350%	98.778730%	0.007640%
8	0.13976845	44.95424699	10.870370%	0.000000%	0.000000%	95.405720%	98.778730%	0.007640%
9	0.06142844	102.2846295	0.000000%	0.000440%	33.431160%	95.405720%	98.779170%	33.438800%
10	0.06019996	104.3719139	3.325870%	0.000000%	0.000000%	98.731590%	98.779170%	33.438800%

Tabella 5.1 – Caratteristiche modali della struttura di studio in campo elastico-lineare.

MODAL PERIODS AND FREQUENCIES			EFFECTIVE MODAL MASS PERCENTAGES					
			[Individual Mode]			[Cumulative Mass]		
Mode	Period (sec)	Frequency (rad/sec)	[Ux]	[Uy]	[Uz]	[Ux]	[Uy]	[Uz]
1	0.89671304	7.0069075	0.000000%	83.130508%	0.000837%	0.000000%	83.130508%	0.000837%
2	0.85766099	7.3259544	44.460733%	0.000000%	0.000000%	44.460733%	83.130508%	0.000837%
3	0.58720005	10.70024648	34.118998%	0.000000%	0.000000%	78.579731%	83.130508%	0.000837%
4	0.26505531	23.70518594	0.000000%	12.088574%	0.004295%	78.579731%	95.219083%	0.005132%
5	0.26502376	23.70800729	5.715105%	0.000000%	0.000000%	84.294836%	95.219083%	0.005132%
6	0.15362431	40.89968239	0.285449%	0.000000%	0.000000%	84.580286%	95.219083%	0.005132%
7	0.14243823	44.11165045	0.000000%	3.564126%	0.002394%	84.580286%	98.783209%	0.007525%
8	0.1399315	44.90186457	10.841360%	0.000000%	0.000000%	95.421646%	98.783209%	0.007525%
9	0.06158972	102.0167798	0.000000%	0.000430%	34.637319%	95.421646%	98.783639%	34.644845%
10	0.06049996	103.854371	3.313345%	0.000000%	0.000000%	98.734991%	98.783639%	34.644845%

Tabella 5.2 – Caratteristiche modali della struttura di studio in campo non-lineare.

Nodo	Spostamento modale X [m]	Spostamento modale Y [m]
1_1	7.9552E-06	0.000022819
1_2	0.000023394	0.000049936
1_3	0.000038399	0.000065499
2_1	7.9552E-06	-0.000022819
2_2	0.000023394	-0.000049936
2_3	0.000038399	-0.000065499
3_1	0.000053626	0.000022845
3_2	0.00012328	0.000049949
3_3	0.0001694	0.000065504
4_1	0.000053626	-0.000022845
4_2	0.00012328	-0.000049949
4_3	0.0001694	-0.000065504

Tabella 5.3 – Spostamenti modali della struttura riferiti al secondo modo in campo lineare.

Nodo	Spostamento modale X [m]	Spostamento modale Y [m]
1_1	7.5743E-06	0.000023057
1_2	0.000022185	0.000050442
1_3	0.000036281	0.000066197
2_1	7.5743E-06	-0.000023057
2_2	0.000022185	-0.000050442
2_3	0.000036281	-0.000066197
3_1	0.000053717	0.00002308
3_2	0.00012309	0.000050454
3_3	0.00016868	0.000066202
4_1	0.000053717	-0.00002308
4_2	0.00012309	-0.000050454
4_3	0.00016868	-0.000066202

Tabella 5.4 – Spostamenti modali della struttura riferiti al secondo modo in campo non-lineare.

Dalle *Tabella 5.1* e *Tabella 5.2* si nota che il modo fondamentale nella direzione x (quella da cui proviene il sisma) è il secondo, tale modo ha infatti la maggior massa partecipante lungo x .

Il metodo di analisi di *pushover* proposto nella presente tesi si basa su una distribuzione di forze proporzionali al modo fondamentale.

Per tale struttura con eccentricità fra C_R e C_M in una sola direzione i modi fondamentali sono due. Il primo in direzione y puramente traslazionale, il secondo in direzione x risulta essere un modo accoppiato roto-traslazionale.

Nella presente tesi si è voluto predire gli effetti torsionali delle strutture irregolari, per tale motivo il modo fondamentale, che è stato utilizzato per generare le

distribuzioni di forze per le analisi di *pushover*, è il secondo modo (modo roto-traslazionale).

5.2.4 Il modello delle azioni esterne

La descrizione dettagliata dei modelli delle azioni esterne è riportata nei capitoli precedenti: per le azioni di tipo statico (*pushover*) si veda il secondo capitolo, mentre per le azioni dinamiche (*IDA*) si veda il terzo capitolo.

I pesi propri, permanenti ed accidentali della struttura sono stati calcolati in automatico dal *software SeismoStruct* sulla base della distribuzione delle masse descritta nel *paragrafo 5.2.1.2*.

5.3 Analisi lineari: confronti fra i risultati delle analisi dinamiche e pushover

Di seguito verranno riportati i risultati delle analisi lineari di *pushover* e delle dinamiche *IDA* riferiti al caso studio riportato nel presente capitolo, ovvero per la struttura riportata in *Figura 5.1* e *Figura 5.2*.

Per le analisi dinamiche della struttura si è utilizzato il *set* di accelerogrammi artificiali descritto nel terzo capitolo, a cui si rimanda per ulteriori dettagli.

Tali forzanti sismiche sono state applicate alla base della struttura lungo la sola direzione *x*, vedi *Figura 5.2*.

Per analisi statiche di spinta (*pushover*) si è presa in considerazione la distribuzione proposta di tipo β descritta nel secondo capitolo, a cui si rimanda per ulteriori dettagli. Tale distribuzione di forze statiche di tipo β è il nocciolo centrale del metodo di *pushover* proposto nell'ambito della presente tesi: nei paragrafi che seguono verrà mostrato e descritto come tale distribuzione di forze riesca a rappresentare sia la risposta traslazionale che quella torsionale della struttura prevista dalle analisi dinamiche.

Nei paragrafi seguenti verranno riportati dei confronti (globali e locali), a parità di condizioni limite (nel presente studio a parità di deformazione ultima del c.l.s. confinato $\epsilon_{cu} = -0.0035$), fra i risultati delle analisi dinamiche *IDA* e quelli di *pushover* con una distribuzione di forze di tipo β .

Per i criteri di confronto adottati si rimanda alla lettura del terzo capitolo, dove sono riportate in modo esteso le problematiche di confronto, fra analisi statica e dinamica, che affliggono le strutture spaziali con irregolarità di geometria, di rigidità e di massa.

5.3.1 Risultati delle analisi dinamiche

Nel presente paragrafo vengono riportate le risposte dinamiche, della struttura oggetto di studio, ottenute per il più piccolo valore di *Scale Factor* (SF) che porta per primo al raggiungimento della condizione limite di deformazione (rottura) in una qualunque fibra di c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$).

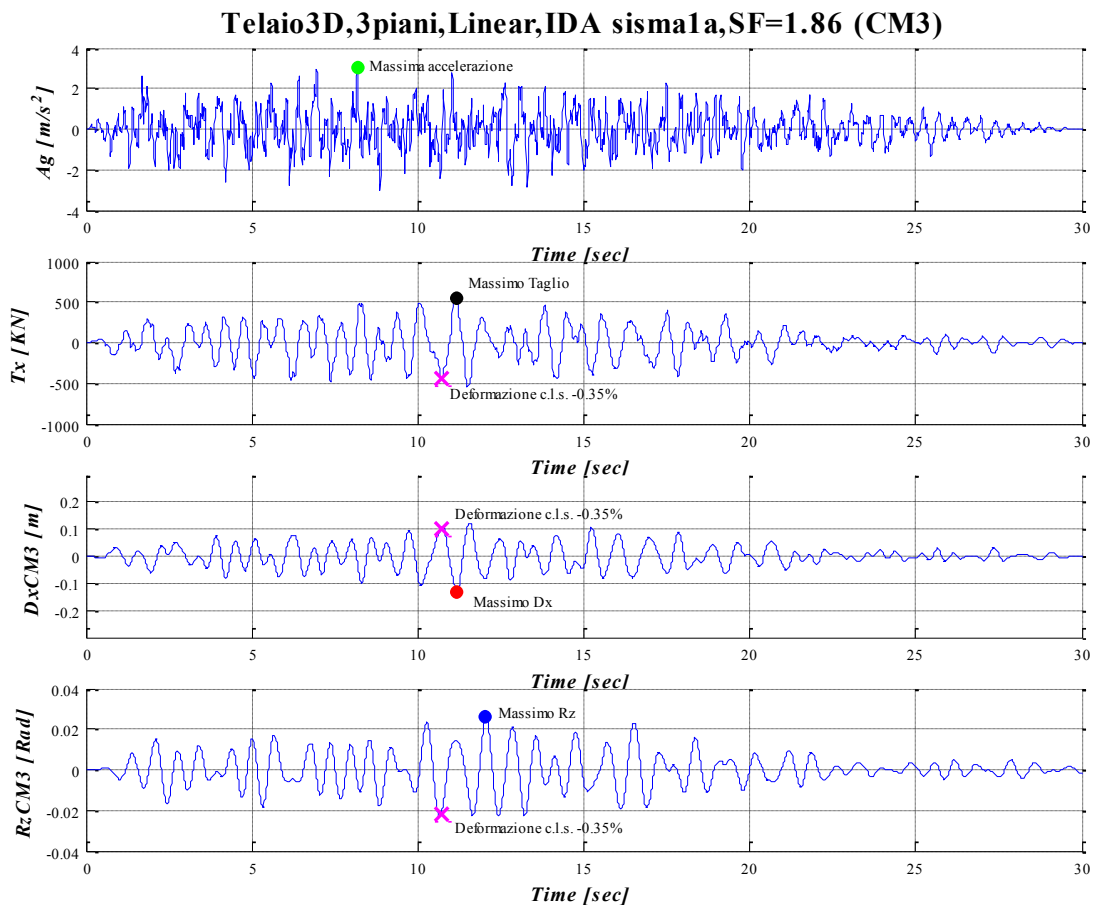
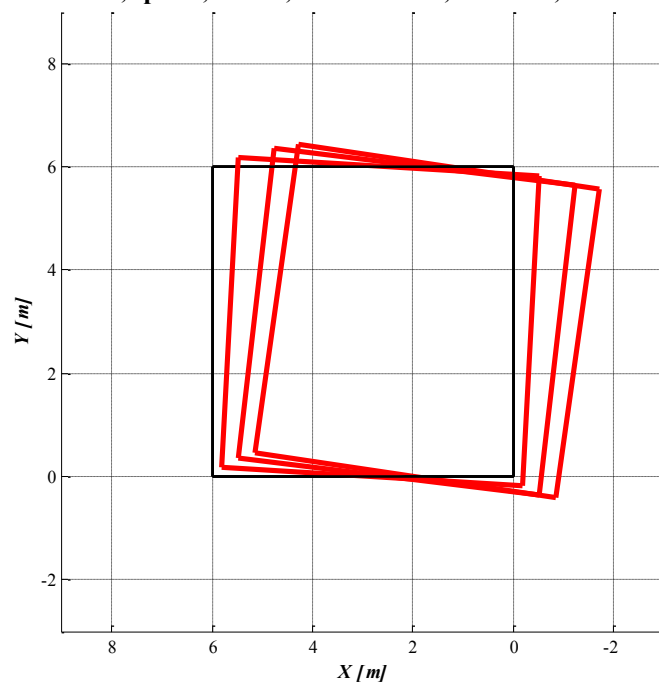


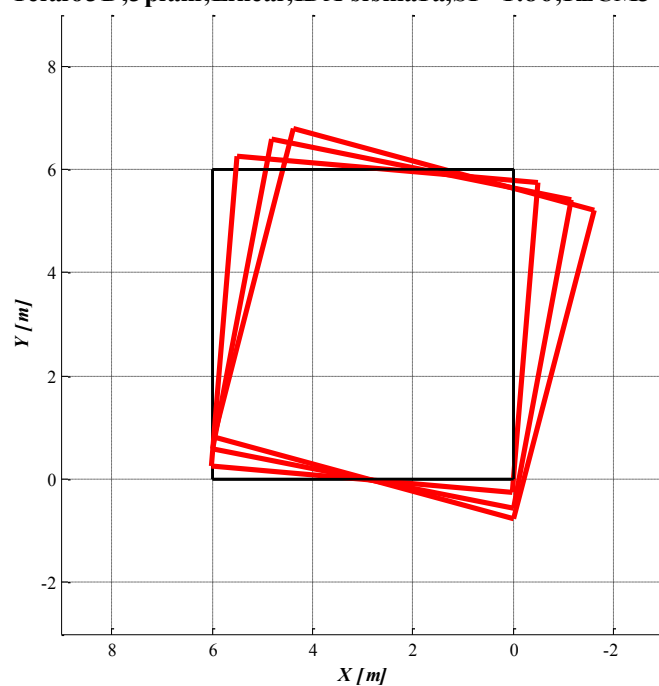
Figura 5.8 – Accelerogramma, Taglio alla Base lungo x, Spostamento e Rotazione del centro di massa del piano di sommità in funzione del tempo. Risposte della struttura per il più piccolo valore di Scale Factor (SF) che porta per primo al raggiungimento della condizione limite di deformazione (rottura) in una qualunque fibra di c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$).

Telaio3D,3piani,Linear,IDA sisma1a,SF=1.86,DxCM3 max



a)

Telaio3D,3piani,Linear,IDA sisma1a,SF=1.86,RzCM3 max



b)

Figura 5.9 – Deformata della struttura nel piano xy: **a)** nell'istante in cui si raggiunge il massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità (Dx_{CM3} max), pallino rosso nella figura precedente; **b)** nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità (Rz_{CM3} max), pallino blu nella figura precedente.

In *Figura 5.8*, si riporta a titolo di esempio l'andamento nel tempo dei parametri di risposta (Taglio alla Base lungo x , Spostamento e Rotazione del centro di massa del piano di sommità) ottenuti da un'analisi dinamica condotta utilizzando il sisma 1a amplificato con uno *Saling Factor* (SF) pari a 1.86.

Si osserva che i valori massimi dei parametri di spostamento avvengono in istanti diversi ed in particolare tali massimi non corrispondono al raggiungimento dello stato limite considerato ($\varepsilon_{cu} = - 0.0035$, indicato con una croce magenta). Gli altri istanti di tempo più significativi, selezionati nella presente tesi, per le dodici analisi dinamiche incrementalì (*IDA*), sono quelli corrispondenti al raggiungimento dello 1) spostamento massimo del centro di massa del piano di sommità (pallino rosso in figura), 2) rotazione massima del centro di massa del piano di sommità (pallino blu in figura).

Per tali istanti di tempo è interessante osservare la configurazione deformata in pianta della struttura (vedi *Figura 5.9*).

Infatti, nel primo caso si osserva un elevato spostamento con associata una piccola rotazione, nel secondo caso un'elevata rotazione di piano con uno spostamento orizzontale ridotto.

L'obiettivo della presente tesi è quello di cogliere, con le analisi statiche proposte, entrambe le configurazioni deformate appena descritte, considerate le più gravose. Qui di seguito è riportata una tabella che riassume la risposta dinamica della struttura (a seguito del sisma 1a) in quattro istanti di tempo caratteristici delle analisi dinamiche: 1) rottura del c.l.s. confinato ($\varepsilon_{cu} = - 0.0035$), 2) massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità, 3) massima rotazione del centro di massa del piano di sommità, 4) massimo taglio alla base lungo x .

Istante caratteristico		Time [sec]	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [kN]	Ty [kN]	Mt [kN*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [kN]	Mt base [kN*m]	Scaling Factor	
Sisma 1a	Ecu	CM3	10.7	-0.0035238	0.1004	0.0014	-0.02194	-128.06	-0.15	651.42	0.9932516	-442.69	1297.10	1.86
		CM2			0.0741	0.0003	-0.01708	-284.99	2.14	1122.70				
		CM1			0.0331	-0.0001	-0.00822	-439.67	4.83	1297.10				
	Max Dx	CM3	11.18	-0.0029325	-0.1296	0.0013	0.01431	272.32	-1.27	-165.89	1.193529	534.45	-393.67	
		CM2			-0.0881	0.0003	0.01153	473.84	2.56	-312.26				
		CM1			-0.0351	-0.0001	0.00563	541.18	4.09	-393.67				
	Max Rz	CM3	12.05	-0.0031973	-0.0828	0.0014	0.02618	127.92	0.15	-974.87	1.0946599	146.51	-1876.50	
		CM2			-0.0594	0.0004	0.01928	183.11	2.42	-1660.90				
		CM1			-0.0252	0.0000	0.00851	160.22	3.09	-1876.50				
	Max Base Shear X	CM3	11.17	-0.0030356	-0.1296	0.0013	0.01424	273.95	-1.18	-70.05	1.1529694	541.02	-483.13	
		CM2			-0.0887	0.0003	0.01181	468.40	2.42	-338.90				
		CM1			-0.0358	-0.0001	0.00589	543.15	4.13	-483.13				

Tabella 5.5 – Parametri di risposta della struttura nei quattro istanti caratteristici: rottura $\epsilon_{cu} = -0.0035$, massimo spostamento, massima rotazione del centro di massa del piano di sommità e massimo taglio alla base lungo x.

I parametri D_x , D_y e R_z riportati nella tabella rappresentano lo spostamento lungo x, lo spostamento lungo y e rotazione attorno a z. Mentre T_x , T_y e M_t risultano rispettivamente il taglio di piano lungo x, taglio di piano lungo y e il momento torcente di piano riferito al centro di massa del piano stesso. Tali sollecitazioni di piano sono state calcolate a partire dalle sollecitazioni interne dei pilastri e rispetto ad un sistema di riferimento locale lagrangiano collegato rigidamente ad ogni piano della struttura. Il parametro ϵ_c rappresenta la massima deformazione raggiunta in una qualunque fibra di c.l.s. della struttura, mentre per *Base Shear X* si intende il taglio alla base della struttura lungo la direzione x, calcolato sulla base delle azioni esterne e rispetto ad un sistema di riferimento globale fisso.

Notare che il taglio di piano T_x calcolato al piano terra è differente dal *Base Shear X*, ciò è dovuto alla differenza di come sono stati calcolati i due tagli: il primo con le sollecitazioni interne, il secondo sulla base delle azioni esterne. Teoricamente i due valori dovrebbero essere uguali, altrimenti non sarebbe soddisfatta la condizione di equilibrio. La piccola differenza può essere attribuita ad approssimazioni numeriche conseguenti alla discretizzazione F.E.M. della struttura ed agli inevitabili errori di troncamento apportati dagli algoritmi di risoluzione implementati nel *software SeismoStruct*.

I grafici e la tabella, qui riportati a titolo d'esempio per il sisma 1a, sono stati ottenuti per i dodici sismi considerati e riportati nell'appendice B.

5.3.2 Risultati delle analisi statiche

Nel presente paragrafo vengono riportate le risposte statiche, della struttura oggetto di studio, ottenute per il più piccolo valore di *Load Factor* (LF) che porta per primo al raggiungimento della condizione limite di deformazione (rottura) in una qualunque fibra di c.l.s. confinato ($\varepsilon_{cu} = - 0.0035$).

Ricordiamo che nell'ambito delle analisi statiche di *pushover* i parametri di sollecitazione e spostamento (Tagli, Momento torcenti, Spostamenti e Rotazioni) crescono in maniera monotona al crescere del *Load Factor* (LF); per tale motivo nell'istante (*Step*) in cui si raggiunge la rottura si raggiungono contemporaneamente i massimi valori di tutti i parametri di risposta.

Per ulteriori dettagli sui risultati ottenuti dalle analisi di *pushover* si veda l'appendice B.

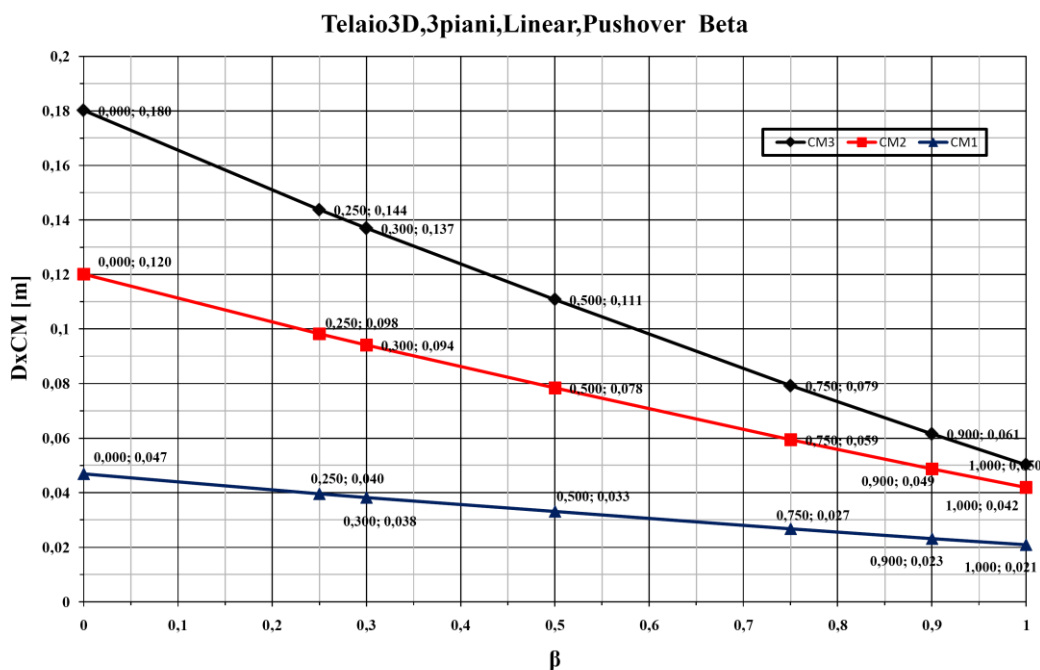


Figura 5.10 – Spostamento lungo x (a rottura) dei centri di massa dei tre piani al variare del parametro β ; in nero è riportato il terzo piano, in rosso il secondo e in blu il primo.

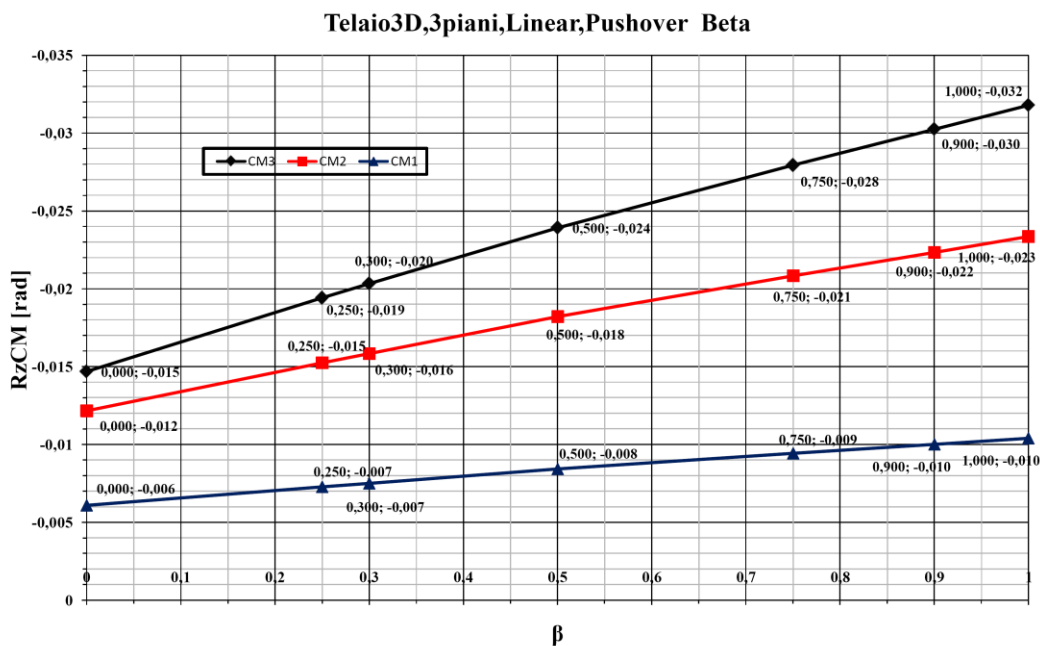


Figura 5.11 – Rotazione attorno a z (a rottura) dei centri di massa dei tre piani al variare del parametro β ; in nero è riportato il terzo piano, in rosso il secondo e in blu il primo.

In *Figura 5.10* e *Figura 5.11* si riportano lo spostamento e la rotazione (a rottura) del centro di massa dei tre piani al variare del peso β adottato nelle analisi statiche lineari. Nelle figure si nota un rapporto quasi proporzionale fra spostamento lungo x (rotazione attorno a z) del centro di massa ed il parametro β dell'analisi di *pushover* proposta e descritta nel secondo capitolo.

La dipendenza quasi lineare fra i parametri di spostamento ed il coefficiente β è molto importante. Infatti, noti i due casi limite $\beta = 0$ e $\beta = 1$ è possibile, attraverso interpolazione, risalire a tutti gli altri casi intermedi.

Nelle stesse figure si osserva che all'aumentare del coefficiente β , il quale rappresenta il peso delle forze torsionali su quelle traslazionali, gli spostamenti a rottura si riducono, e le rotazioni aumentano. Vista la quasi linearità delle relazioni riportate in *Figura 5.10* e *Figura 5.11* è possibile affermare che spostamenti e rotazioni a rottura sono fra loro legati da una legge inversamente proporzionale.

5.3.3 Confronti in termini globali: le curve di isteresi

Nell'ambito del presente paragrafo la risposta dinamica lineare della struttura viene rappresentata in termini di curve di isteresi del tipo Spostamento lungo x Vs Rotazione attorno a z del centro di massa del piano di sommità (vedi Figura 5.12). Tali curve di isteresi della struttura vengono riportate per le condizioni limite già descritte, in sovrapposizione sono raffigurati i punti di rottura ($\epsilon_{cu} = -0.0035$) per le analisi di *pushover* con distribuzione di tipo β ; i diversi punti di *pushover* sono associati ai diversi valori assunti dal parametro β (vedi Figura 5.12).

Si sottolinea che il valore di *Scale Factor* (SF) che porta alle condizioni di rottura già citate risulta diverso per ogni sisma in *input*, nel titolo di ogni grafico è riportato il valore di tale SF che porta per primo la struttura nella condizione di rottura descritta. Nel titolo dei vari grafici è indicato anche a quale *input* accelerometrico si fa riferimento e se i risultati sono espressi per analisi in campo lineare oppure non-lineare.

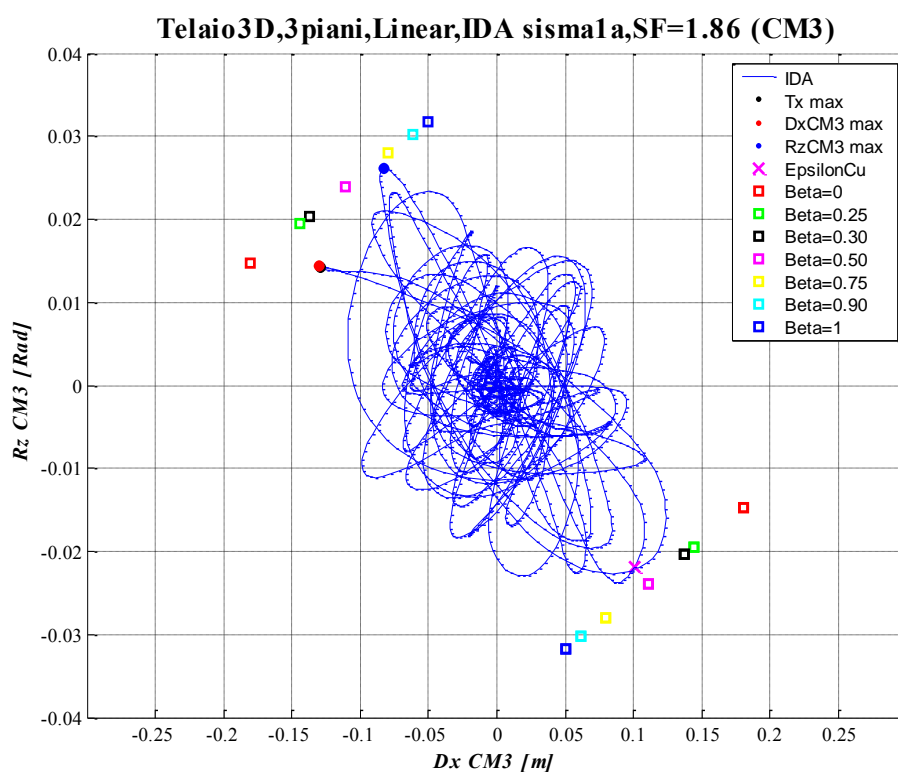


Figura 5.12 – Curva di Isteresi: Rotazione attorno a z Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; in sovrapposizione sono riportati i punti a rottura (quadretti colorati) di diverse analisi di *pushover* al variare del parametro β .

Osservando la curva di isteresi riportata in *Figura 5.12* e *Figura 5.13* si può notare una caratteristica interessante: tutti i punti di rottura associati alle analisi di *pushover* con distribuzione delle forze di tipo β (quadratini colorati) giacciono su di una retta (linea nera in *Figura 5.13*), inoltre tali punti sono quasi equispaziati fra loro. In altre parole significa che, nella condizione di rottura, rotazione e spostamento del centro di massa previsti dalle analisi di *pushover* variano quasi linearmente al variare di β (si veda anche la *Figura 5.10* e *Figura 5.11*).

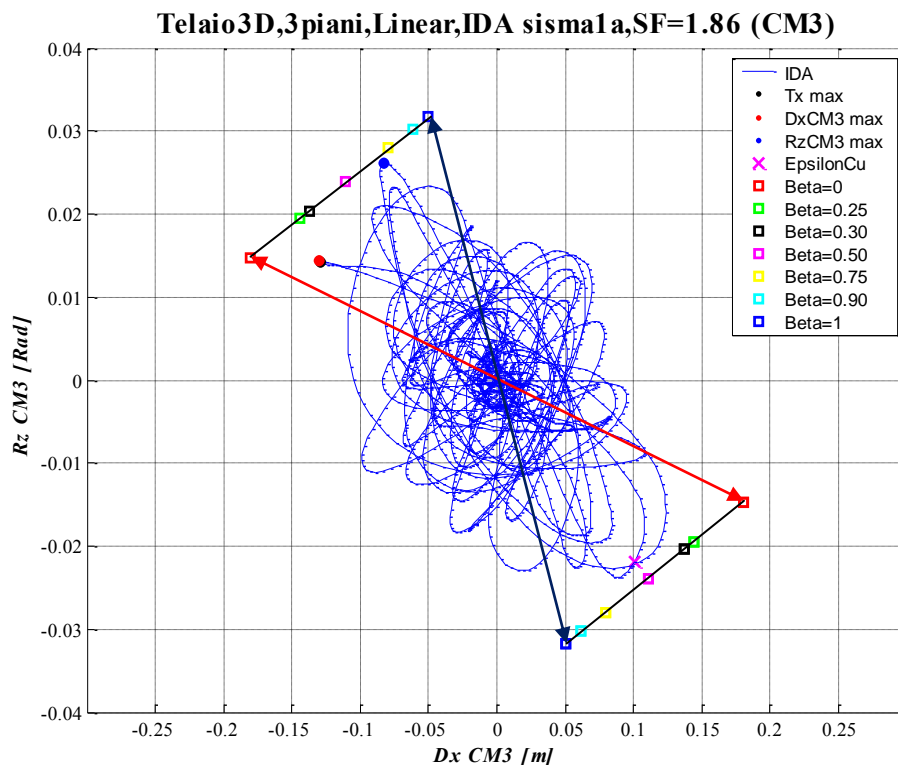


Figura 5.13 - Curva di Isteresi: Rotazione attorno a z Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; in sovrapposizione sono riportati i punti a rottura (quadratini colorati) di diverse analisi di *pushover* al variare del parametro β .

La retta riportata in nero nella *Figura 5.13*, insieme alle linee rosse e blu riportate nella medesima figura delineano il contorno di due zone a forma di cono entro le quali ogni punto di rottura o istante caratteristico delle analisi dinamiche ($DxCM3\ max$ o $RzCM3\ max$) che vi si trovi all'interno può essere ben rappresentato da un'analisi di *pushover* con un adeguato valore di β .

E' possibile affermare quanto appena detto perché in campo elastico-lineare le curve ottenute dalle analisi di *pushover* sono delle rette che partono dall'origine del grafico di *Figura 5.13* ed arrivano fino ad uno un generico punto che giace sulla linea nera di *Figura 5.13*.

La pendenza, e quindi il punto di arrivo, delle rette di isteresi delle analisi di *pushover* varia in funzione del valore di β . In ogni caso non si possono superare le due condizioni limite rappresentate da $\beta = 0$ (linea e quadrettino rosso in *Figura 5.13*) e $\beta = 1$ (linea e quadrettino blu in *Figura 5.13*).

Se un punto di rottura (croce magenta in *Figura 5.13*) o gli istanti di massimo spostamento ($Dx_{CM3} max$, punto rosso in *Figura 5.13*) e rotazione ($Rz_{CM3} max$, punto blu in *Figura 5.13*) del centro di massa del piano di sommità riferiti ad un'analisi dinamica sono contenuti all'interno del cono rappresentato in *Figura 5.13*, allora è possibile dire che vi sarà sempre un adeguato valore di β per cui la curva (retta) di *pushover* passi per uno dei suddetti istanti caratteristici delle analisi dinamiche. Questa condizione è molto importante, infatti significa che è possibile trovare una distribuzione di forze statiche per cui si possa giungere allo stesso spostamento e rotazione del centro di massa del piano di sommità previsto da un'analisi dinamica. Ciò comporta che è possibile trovare una distribuzione di forze statiche che permetta di giungere alla stessa deformata (del piano di sommità) prevista dall'analisi dinamica.

Tale possibilità, di trovare con delle forze statiche le stesse deformate (del piano di sommità) previste dalle analisi dinamiche in diversi istanti caratteristici, è di per se molto interessante; purtroppo non è detto che i piani inferiori presentino una coincidenza di deformata fra le analisi statiche e quelle dinamiche.

Inoltre è possibile che i punti caratteristici delle analisi dinamiche (rottura, croce magenta in *Figura 5.13*, massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità, punto rosso in *Figura 5.13* e la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità, punto blu in *Figura 5.13*) siano sì all'interno del cono delimitato dalle analisi di *pushover*, ma distanti dalla situazione di rottura rappresentata dalle analisi statiche di *pushover* (linea nera in *Figura 5.13*).

Infatti, come evidenziato attraverso il grafico di *Figura 5.8*, la massima rotazione e il massimo spostamento avvengono in istanti differenti rispetto all'istante in cui si raggiunge la deformazione ultima.

La distanza fra i punti caratteristici delle analisi dinamiche (punto rosso, blu e croce magenta) e i punti di rottura delle analisi di *pushover* con distribuzione di tipo β (quadrettini colorati) porterebbe a forti errori nel confronto fra dinamica e statica in termini di caratteristiche locali, ovvero nel confronto fra spostamenti e sollecitazioni di piano a parità di condizioni limite.

Bisogna ricordare che il confronto fra i risultati ottenuti da un'analisi dinamica e quelli di una statica vanno effettuati sempre a parità di condizioni (limite o non), altrimenti il paragone fra i due metodi non è omogeneo. Per un'analisi di *pushover* l'istante (*step* di carico) in cui si raggiunge la rottura coincide con il raggiungimento del massimo di tutti i parametri di risposta (spostamenti, rotazioni, tagli, momenti torcenti, deformazioni, tensioni, sollecitazioni, ecc...), lo stesso non si può dire per un'analisi dinamica (vedi *Figura 5.13*, *Figura 5.8* e la *Tabella 5.5*).

Quanto appena esposto porta a delle problematiche nello svolgere dei confronti (a parità di condizioni, di spostamento o deformazione) di tipo locale, ovvero a confronti sugli spostamenti e sollecitazioni di piano, fra le analisi dinamiche *IDA* e quelle di *pushover*.

Messe in luce le problematiche e commentate alcune caratteristiche della risposta dinamica sulla base di un solo *input* sismico (Sisma 1a), ora si riportano i risultati (in termini di curve di isteresi) ottenuti dall'applicazione dei dodici *input* accelerometrici scelti per le analisi. Per ulteriori dettagli sui risultati ottenuti si veda l'appendice B.

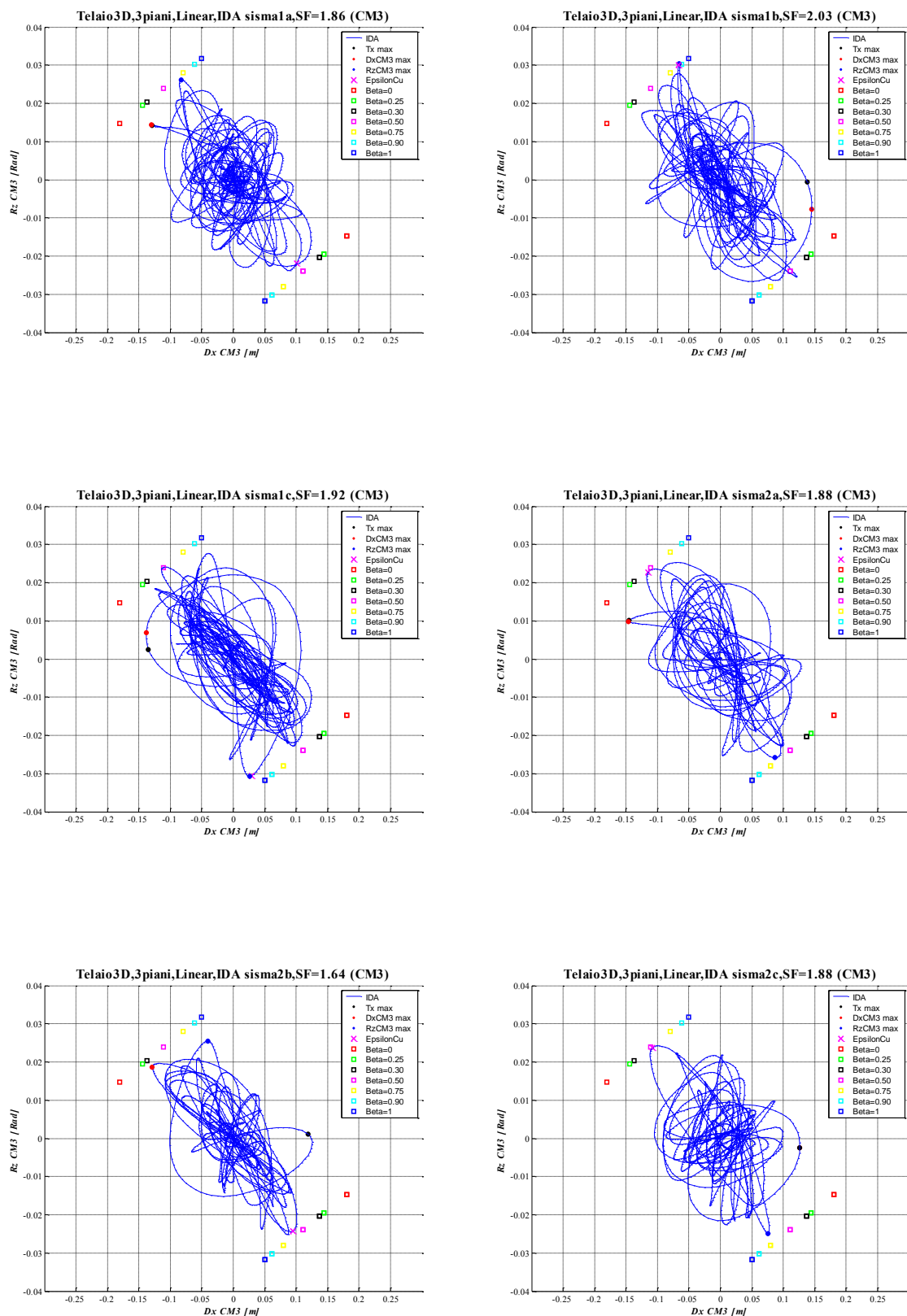


Figura 5.14 - Curve di Isteresi per il set di accelerogrammi utilizzati: Rotazione attorno a z Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; in sovrapposizione sono riportati i punti a rottura (quadretti colorati) di diverse analisi di pushover al variare del parametro β .

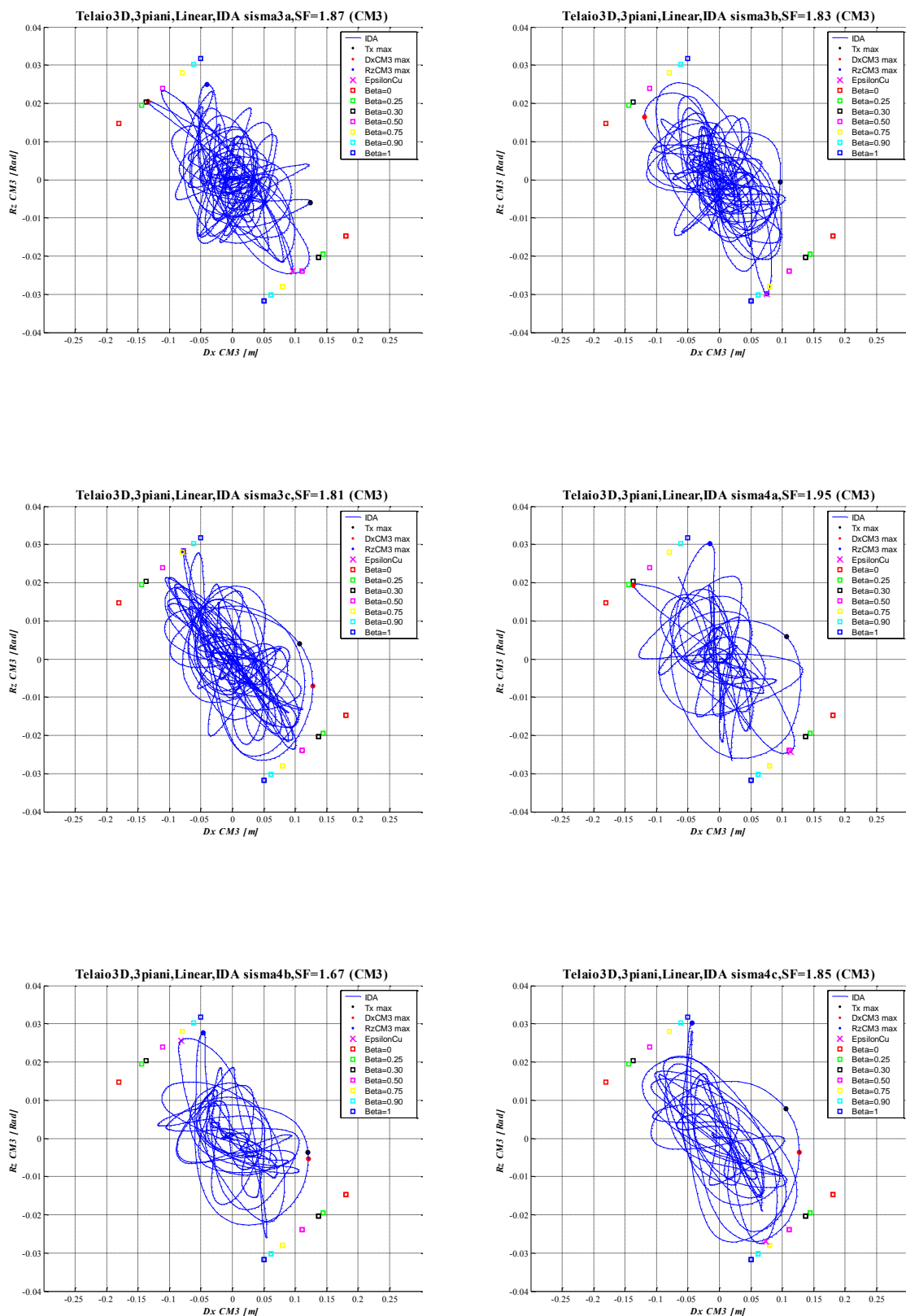


Figura 5.14 - Curve di Isteresi per il set di accelerogrammi utilizzati: Rotazione attorno a z Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; in sovrapposizione sono riportati i punti a rottura (quadrretti colorati) di diverse analisi di pushover al variare del parametro β .

Osservando le curve di isteresi riportate in *Figura 5.14* è possibile notare che le analisi di *pushover* (quadrettini colorati) rappresentano una linea di confine per le analisi dinamiche *IDA*: le curve di isteresi delle diverse analisi dinamiche non superano quasi mai i valori (a rottura) definiti dalle curve di *pushover* con distribuzione delle forze di tipo β . Inoltre i due casi limite di *pushover* con $\beta = 0$ e $\beta = 1$ definiscono una coppia di valori Rotazione-Spostamento che non vengono mai superati dalle analisi dinamiche *IDA*.

I massimi spostamenti delle analisi dinamiche ($Dx_{CM3} \max$, pallino rosso in *Figura 5.14*) non superano mai lo spostamento limite definito dal *pushover* con $\beta = 0$ (quadrato rosso in *Figura 5.14*), analogamente, le massime rotazioni previste dalle analisi dinamiche ($Rz_{CM3} \max$, pallino blu in *Figura 5.14*) non oltrepassano la rotazione limite definita dal *pushover* con $\beta = 1$ (quadrato blu in *Figura 5.14*).

L'evidenza appena mostrata è una caratteristica importante del metodo di *pushover* proposto nell'ambito della presente tesi: con quanto detto si dimostra che l'analisi di *pushover* con la distribuzione delle forze di tipo β riesce a descrivere (al variare di β) i diversi comportamenti dinamici di una struttura spaziale irregolare.

Per valori elevati di β ci si avvicina al caso limite di struttura sollecitata da sole forze rotazionali, in tal modo si può descrivere il comportamento torsionale della struttura (osservato dalle analisi dinamiche *IDA* negli istanti in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità), per bassi valori di β si giunge al caso limite di struttura sollecitata da sole forze traslazionali, in tal modo si può descrivere il comportamento traslazionale (osservato dalle analisi dinamiche *IDA* negli istanti in cui si raggiunge il massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità).

Fino ad ora è stato mostrato un confronto fra le singole risposte dinamiche della struttura di studio per ogni *input* sismico e le varie risposte statiche ottenute da un'analisi di *pushover* con β differenti. Ora si cerca di confrontare contemporaneamente tutte le risposte dinamiche ottenute dalle dodici analisi dinamiche con le previsioni delle analisi statiche: in sostanza una sovrapposizione dei punti massimi delle dodici curve di isteresi riportate in *Figura 5.14*.

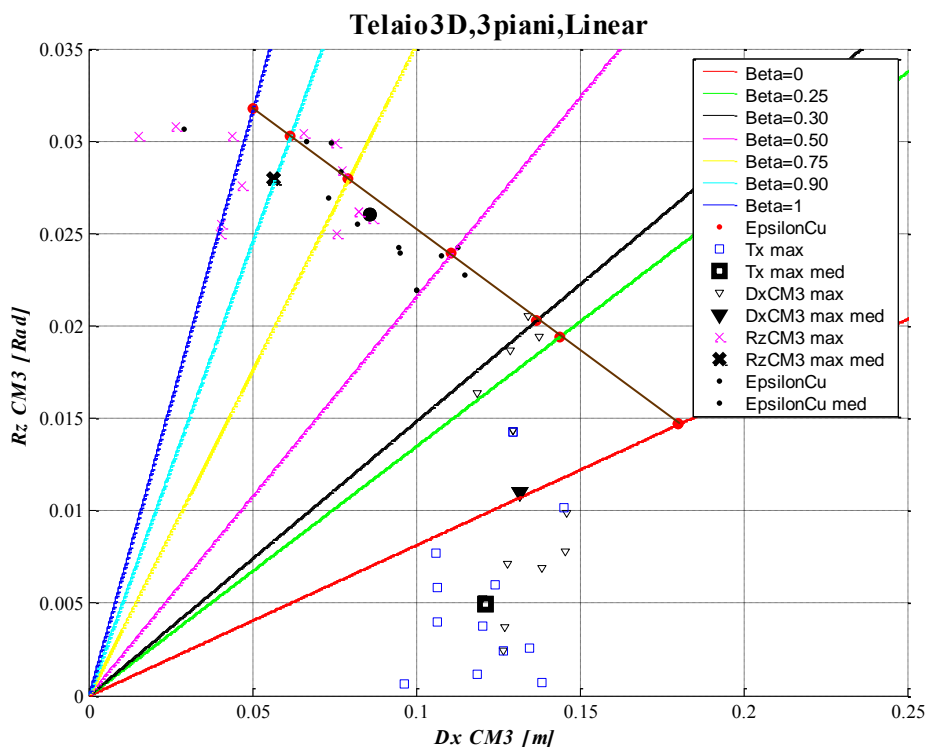


Figura 5.15 – Relazione spostamento massimo e rotazione massima del centro di massa del piano di sommità ottenuta dalle analisi di pushover e dalle analisi dinamiche IDA riferiti allo SF che porta per primo alla rottura delle fibre di c.l.s. confinato.

In *Figura 5.15* sono riportate le curve di *pushover* al variare del parametro β , in sovrapposizione sono graficati gli istanti caratteristici delle analisi dinamiche IDA riferiti allo SF che porta per primo alla rottura di una qualunque fibra di c.l.s. confinato della struttura.

In tale grafico i risultati delle analisi dinamiche sono suddivisi in quattro gruppi: a) istante di massimo spostamento del centro di massa di sommità (triangoli neri), b) istante di massima rotazione del centro di massa di sommità (croci magenta), c) istante di massimo taglio alla base lungo x (quadrato blu), d) istante a rottura (puntini neri). In nero marcato sono riportati i valori medi (baricentro) di ogni gruppo, i punti in rosso rappresentano la rottura per il *pushover*.

Si nota che quasi tutti gli istanti di rottura delle analisi dinamiche (punti neri) si trovano all'interno del cono delimitato dalle rette di colore marrone (linea di rottura per il *pushover*), rosso ($\beta = 0$, solo componente traslazionale) e blu ($\beta = 1$, solo componente rotazionale). Inoltre i punti rappresentativi del raggiungimento della rottura nelle analisi dinamiche (punti neri in *Figura 5.15*) sono tutti vicini e

quasi allineati con la linea marrone, la quale rappresenta il raggiungimento della rottura per le analisi statiche.

Tale circostanza porta a concludere che la rottura prevista dalle analisi di *pushover* (in termini di spostamento e rotazione) prevede abbastanza bene la rottura raggiunta secondo le analisi dinamiche. Osservando l'istante a rottura medio delle dodici analisi dinamiche (tondino nero in grassetto in *Figura 5.15*) si può dichiarare che l'analisi di *pushover*, con una distribuzione delle forze di tipo β , riesce a cogliere sufficientemente bene le rotazioni e spostamenti che si verificano nell'istante di rottura previsto dalle analisi dinamiche.

Nel grafico di *Figura 5.15* sono stati riportati altri due istanti caratteristici delle analisi dinamiche, oltre all'istante di rottura appena descritto.

Tali istanti caratteristici di rilievo sono: l'istante in cui si raggiunge il massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità ($Dx_{CM3} \max$, triangolo nero) e l'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($Rz_{CM3} \max$, croce magenta).

Per operare un confronto attendibile, fra dinamica e statica, è necessario basarsi sulla media della risposta dinamica, ovvero: si va a confrontare la risposta media delle analisi dinamiche la risposta ottenuta da un'analisi statica.

In *Figura 5.15* si nota che la media degli istanti $Rz_{CM3} \max$ delle dinamiche (croce nera in grassetto) giace proprio sulla curva di *pushover* con $\beta = 0.90$. Tale evidenza fa sì che la suddetta curva di *pushover* sia quella più adatta per rappresentare la risposta torsionale media della struttura.

Con un'osservazione e ragionamento analogo si può dire che l'analisi di *pushover* con $\beta = 0$ sia quella più adatta per rappresentare la risposta traslazionale media della struttura, infatti la media degli istanti $Dx_{CM3} \max$ delle dinamiche (triangolo nero in grassetto) giace proprio sulla curva di *pushover* con $\beta = 0$.

Quanto appena evidenziato dimostra che nelle strutture spaziali con forti eccentricità fra C_R e C_M i comportamenti traslazionali e torsionali della struttura sono fortemente dissimili fra loro, per tale motivo una singola distribuzione di forze statiche laterali non sarebbe in grado di cogliere la dualità comportamentale della struttura. E' quindi necessaria una distribuzione di forze di *pushover* per

descrivere il comportamento traslazionale della struttura ed una distribuzione di forze per descrivere il comportamento torsionale.

In *Figura 5.15* si nota che la media degli spostamenti $Dx_{CM3\ max}$ (triangolo nero in grassetto) e la media delle rotazioni $Rz_{CM3\ max}$ (croce nera in grassetto) previste dalle analisi dinamiche si trovano abbastanza lontani dalla linea marrone, la quale rappresenta la zona di rottura delle analisi di *pushover* al variare di β .

E' necessario sottolineare però che gli istanti (delle analisi dinamiche) in cui si verificano i massimi di un qualche parametro di risposta strutturale sono istanti in cui la massima deformazione raggiunta c.l.s. confinato è inferiore a quella ultima (vedi *Tabella 5.5*).

Siccome i confronti devono essere svolti a parità di condizioni, in particolare nella presente tesi a parità di deformazione ultima del c.l.s., risulta quindi necessario scalare la risposta dinamica per portare gli istanti $Dx_{CM3\ max}$ e $Rz_{CM3\ max}$ nella condizione di deformazione limite del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = - 0.0035$).

Per i motivi suddetti si sono introdotti i seguenti coefficienti:

$$CoeffDx = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{c, \max}(t_{Dx_{CM3\ max}})} \quad (5.8)$$

$$CoeffRz = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{c, \max}(t_{Rz_{CM3\ max}})} \quad (5.9)$$

$$CoeffTx = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{c, \max}(t_{Tx_{CM1\ max}})} \quad (5.10)$$

Tali coefficienti esprimono il rapporto fra la deformazione ultima del c.l.s. ($\epsilon_{cu} = - 0.0035$) e la deformazione massima raggiunta in una qualunque fibra di c.l.s. confinato della struttura, negli istanti temporali in cui si verifica un massimo di uno dei parametri di risposta selezionati ($Dx_{CM3\ max}$, $Rz_{CM3\ max}$ o $Tx_{CM1\ max}$).

I coefficienti appena riportati esprimono, per i tre istanti caratteristici, quanto la deformazione massima del c.l.s. sia lontana da quella ultima.

Un valore unitario dei coefficienti esprime il raggiungimento della deformazione ultima del c.l.s. nell'istante di tempo considerato.

Si evidenzia il fatto che l'applicazione delle relazioni (5.8), (5.9) e (5.10) sono diversi a seconda dell'analisi dinamica che si considera: cambiando l'input sismico cambia il valore dei coefficienti (vedi *Tabella 5.5*).

Dalla conoscenza dei tre coefficienti riportati nelle equazioni (5.8), (5.9) e (5.10) per ogni accelerogramma è possibile scalare la risposta dinamica lineare di tali entità per portare ogni istante caratteristico delle analisi dinamiche (spostamento massimo, rotazione massima e taglio alla base massimo) alla condizione di rottura.

Effettuato il suddetto *scaling* delle analisi dinamiche sulla base dei coefficienti riportati nelle equazioni (5.8), (5.9) e (5.10), si ottiene il grafico di *Figura 5.16*, analogo a quello di *Figura 5.15*, con la differenza che ora tutti i punti caratteristici delle analisi dinamiche si trovano al livello di deformazione limite $\varepsilon_{cu} = -0.0035$.

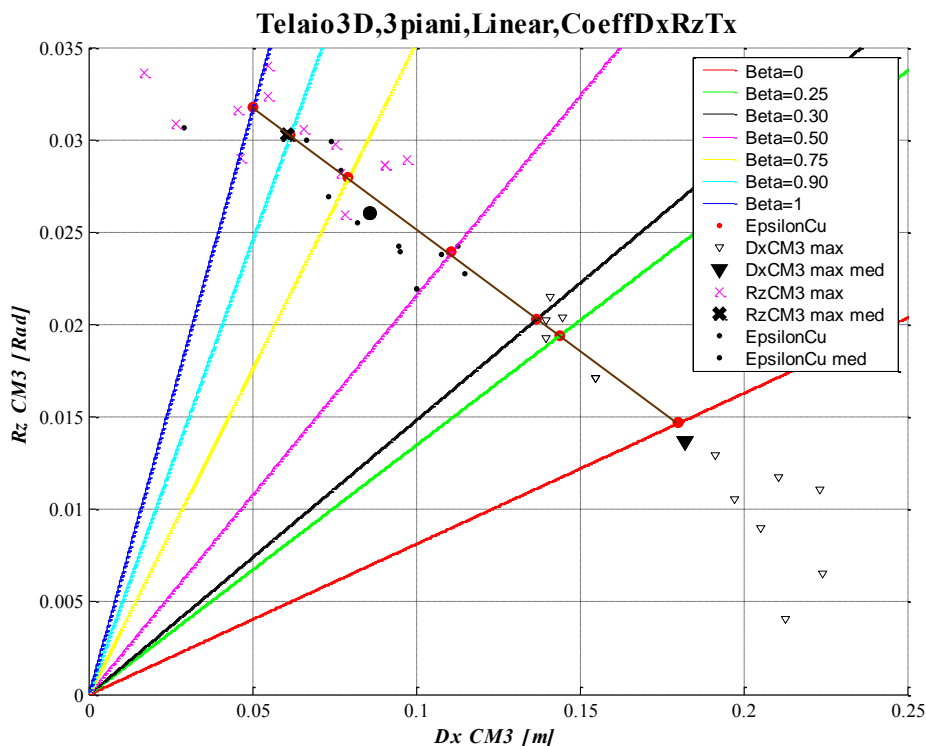


Figura 5.16 - Relazione spostamento massima e rotazione massima del centro di massa del piano di sommità ottenuta dalle analisi di pushover e dalle analisi dinamiche IDA scalati allo stesso livello di deformazione a rottura delle analisi statiche.

Nel nuovo grafico riportato in *Figura 5.16* si può notare come tutti i punti caratteristici delle analisi dinamiche siano distribuiti lungo la linea marrone, la quale rappresenta la condizione di rottura per le analisi di *pushover* al variare di β . In particolare i valori medi di spostamento e rotazione massima ($Dx_{CM3} \max \text{ med}$ e $Rz_{CM3} \max \text{ med}$) previsti dalle analisi dinamiche si trovano ora quasi esattamente sulla linea marrone. Tale evidenza dimostra che l'analisi di *pushover* con distribuzione delle forze di tipo β riesce a stimare molto bene sia il comportamento traslazionale che quello torsionale della struttura: spostamenti e rotazioni a rottura previsti dall'analisi di *pushover* sono molto prossimi a quelli previsti dalle analisi dinamiche *IDA* (vedi simboli neri e rossi in grassetto nella *Figura 5.16*).

Naturalmente lo stratagemma di scalare le risposte per ottenere dei confronti omogenei è valido solo in ambito elastico-lineare, dove si ha una proporzionalità fra la sollecitazione in *input* e i parametri di risposta in *output*.

Di seguito si riporta una tabella che riassume le caratteristiche di risposta medie della struttura di studio analizzata in campo elastico-lineare, tali valori derivano da una media sui valori assoluti delle risposte dinamiche ottenute a seguito dell'applicazione dei dodici *input* accelerometrici utilizzati nell'ambito della presente tesi.

Notare in tale tabella i valori medi dei coefficienti riportati nelle equazioni (5.8), (5.9) e (5.10).

Istante caratteristico		Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [KN]	Ty [KN]	Mt [Kn*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [KN]	Mt base [KN*m]	Scaling Factor
Media I.D.A. sui valori assoluti	ϵ_{cu}	CM3	0.0857	0.0014	0.02602	114.09	1.48	913.73	0.9941394	246.28	1875.13
		CM2	0.0640	0.0003	0.01967	213.49	2.51	1582.31			
		CM1	0.0287	0.0002	0.00906	254.94	4.63	1875.13			
	Max DxCM3	CM3	0.1318	0.0013	0.01102	309.76	2.59	267.21	1.3857973	539.81	569.00
		CM2	0.0869	0.0004	0.00885	502.29	2.19	477.28			
		CM1	0.0333	0.0002	0.00429	547.64	3.24	569.00			
	Max RzCM3	CM3	0.0565	0.0013	0.02793	66.98	2.22	1155.69	1.0892992	107.97	2235.54
		CM2	0.0450	0.0005	0.02059	99.85	2.75	1957.58			
		CM1	0.0214	0.0002	0.00918	110.22	2.57	2235.54			
	Max Base Shear X	CM3	0.1211	0.0011	0.00492	301.97	3.29	469.81	1.5578886	604.29	782.88
		CM2	0.0793	0.0006	0.00390	517.39	1.85	727.19			
		CM1	0.0302	0.0002	0.00202	604.71	1.77	782.88			

Tabella 5.6 – Parametri di risposta medi (in valore assoluto) della struttura nel campo elastico-lineare.

Per la descrizione del contenuto della Tabella 5.6 si faccia riferimento alla Tabella 5.5 riportata all'inizio del presente paragrafo.

Nell'appendice B sono riportati ulteriori risultati della risposta dinamica e statica della struttura di studio, sia in forma tabellare che grafica; sono riportate anche le tabelle, con i parametri di risposta di Tabella 5.6, per ognuno dei dodici input sismici utilizzati nelle analisi dinamiche IDA.

5.3.4 Confronti in termini globali: le curve di capacità

Nel presente paragrafo si riportano le curve di capacità delle analisi di *pushover* con distribuzione delle forze di tipo β , in sovrapposizione sono riportati (in forma puntuale) gli istanti caratteristici (*DxCM3 max*, *RzCM3 max*, ecc...) delle dodici analisi dinamiche.

Come nei grafici precedenti, i punti associati alle analisi IDA si riferiscono alle analisi dinamiche con il valore di SF che porta per primo alla rottura del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$).

Le caratteristiche riportate nei grafici esposti di seguito sono le stesse di Figura 5.15, la differenza consiste nei diversi parametri di risposta rappresentati: 1) Taglio alla Base in direzione x Vs Spostamento in dir. x del centro di massa del piano di sommità, 2) Taglio alla Base in direzione x Vs Rotazione del centro di massa del piano di sommità, 3) Momento torcente alla base riferito a C_M Vs

Spostamento in dir. x del centro di massa del piano di sommità, 4) Momento torcente alla base riferito a C_M Vs Rotazione del centro di massa del piano di sommità.

La legenda, le curve, e i punti caratteristici riportati sono sempre associati alle medesime condizioni descritte in precedenza.

Si ricorda che gli istanti, delle analisi dinamiche, in cui si verificano i massimi di uno dei parametri di risposta strutturale sono istanti in cui la massima deformazione raggiunta nel c.l.s. confinato è inferiore a quella ultima (vedi *Tabella 5.5*).

Come descritto nel precedente paragrafo i confronti devono essere svolti a parità di condizioni, in particolare nella presente tesi a parità di deformazione ultima del c.l.s., risulta quindi necessario scalare la risposta dinamica per portare gli istanti $Dx_{CM3} \max$, $Rz_{CM3} \max$ e $Tx \max$ nella condizione di deformazione limite del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = - 0.0035$).

Su come effettuare l'operazione di *scaling* delle analisi dinamiche *IDA* si è già discusso nel paragrafo precedente; per svolgere tale operazione di *scaling* si utilizzano i coefficienti riportati nelle equazioni (5.8), (5.9) e (5.10).

Di seguito vengono riportate le curve di capacità delle analisi di *pushover* con sovrapposti i risultati delle analisi dinamiche *IDA* non scalati.

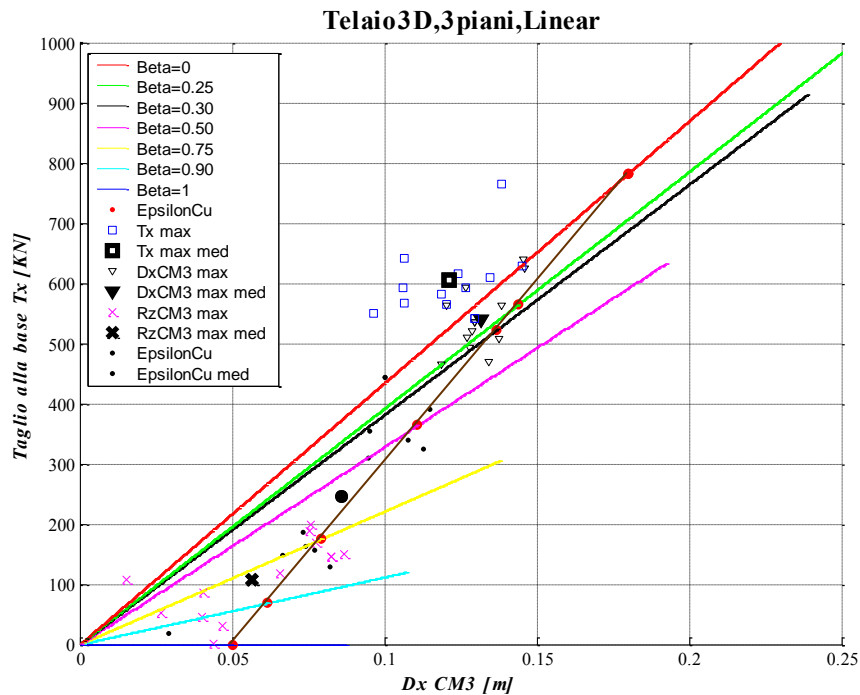


Figura 5.17 – Taglio alla base lungo x Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; i simboli riportano i risultati delle analisi IDA riferite a quello SF che porta per primo la struttura nelle condizioni di rottura, le analisi IDA non sono scalate.

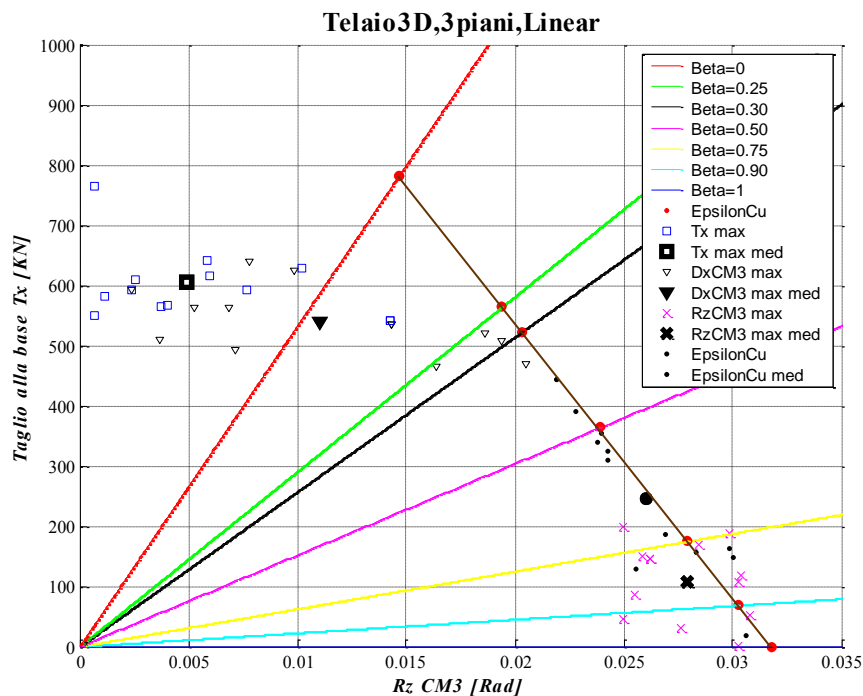


Figura 5.18 - Taglio alla base lungo x Vs Rotazione attorno a z del centro di massa del piano di sommità; i simboli riportano i risultati delle analisi IDA riferite a quello SF che porta per primo la struttura nelle condizioni di rottura, le analisi IDA non sono scalate.

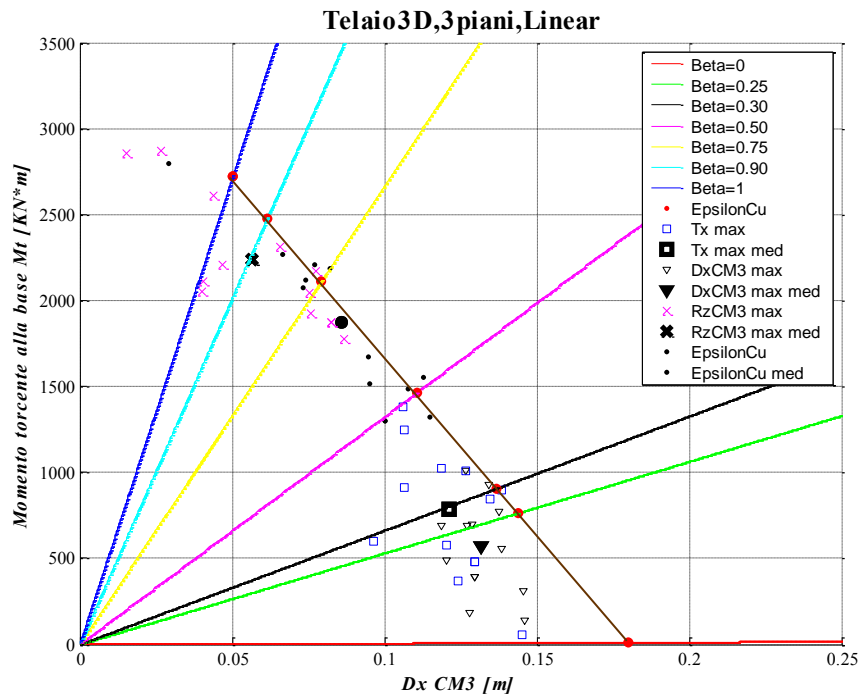


Figura 5.19 – Momento torcente alla base Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; i simboli riportano i risultati delle analisi IDA riferite a quello SF che porta per primo la struttura nelle condizioni di rottura, le analisi IDA non sono scalate.

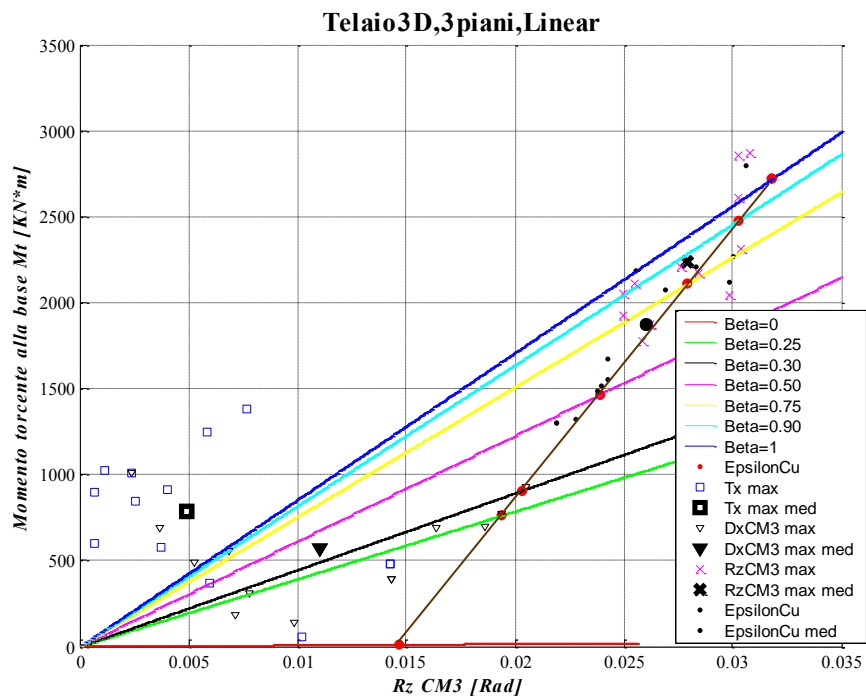


Figura 5.20 - Momento torcente alla base Vs Rotazione attorno a z del centro di massa del piano di sommità; i simboli riportano i risultati delle analisi IDA riferite a quello SF che porta per primo la struttura nelle condizioni di rottura, le analisi IDA non sono scalate.

Osservando le *Figura 5.17 - Figura 5.20* si nota che i valori medi (simboli in grassetto) dei vari istanti caratteristici delle analisi dinamiche *IDA* non si trovano in prossimità della zona a rottura definita dalle analisi di *pushover* (linea che congiunge i pallini rossi), ciò è dovuto al fatto che il confronto non è omogeneo, ovvero a parità di deformazione raggiunta nelle fibre di c.l.s. confinato.

Solamente il pallino nero marcato (istante a rottura medio delle analisi dinamiche) si trova nella condizione di poter essere confrontato con le analisi di *pushover*, infatti un confronto fra la rottura media delle dinamiche (pallino nero) e le rotture delle analisi di *pushover* (pallini rossi) è omogeneo, cioè a parità di condizioni di deformazione.

Concentrando l'attenzione sui soli confronti omogenei possibili (confronto fra pallino nero marcato e pallini rossi marcati) si nota che i risultati ottenuti sono molto buoni: la rottura media prevista dalle analisi dinamiche (pallino nero marcato) è molto prossimo alla linea di rottura prevista dalle analisi di *pushover* (linea marrone).

Dalle curve di capacità riportate è possibile notare che gli istanti di rottura delle analisi dinamiche (puntini neri) sono quasi sempre contenuti all'interno dell'area spazzata dai due casi limite di *pushover* ($\beta = 0$ e $\beta = 1$) e molto prossimi alla linea di rottura delle analisi di *pushover* (linea marrone), questo indica che sarà sempre possibile trovare una particolare distribuzione di forze statiche di tipo β che approssimi abbastanza bene i parametri di risposta (Dx , Rz , Tx , Mt) ottenuti dall'analisi dinamica della struttura.

Inoltre si nota che la risposta torsionale media della struttura (croce nera in grassetto) può essere descritta da un'analisi di *pushover* con $\beta = 0.9$, infatti la curva ciano interseca quasi sempre la croce nera in grassetto ($RzCM3 \max \text{ medio}$).

Per descrivere il comportamento traslazionale medio della struttura ($DxCM3 \max \text{ medio}$) è necessario adoperare una distribuzione di *pushover* con $\beta = 0$ (vedi *Figura 5.17 - Figura 5.20*, in questo caso però l'analisi statica non riesce a cogliere il momento torcente alla base previsto dalle analisi dinamiche.

Il triangolino nero in grassetto ($DxCM3 \max \text{ medio}$) giace sulla curva di *pushover* con $\beta = 0$ (linea rossa) nei grafici di *Figura 5.17* e *Figura 5.18*, però tale condizione non si verifica se si osservano i grafici di *Figura 5.19* e *Figura 5.20*.

Tramite lo stratagemma già descritto nel paragrafo precedente si vanno ora a scalare gli istanti caratteristici ($Dx_{CM3} \max$, $Rz_{CM3} \max$) delle analisi dinamiche *IDA* per ottenere, in tali istanti, una deformazione massima nelle fibre di c.l.s. confinato pari a quella ultima $\epsilon_{cu} = - 0.0035$; così operando si possono operare dei confronti omogenei fra le analisi dinamiche e quelle statiche di *pushover*.

Per svolgere tale operazione di *scaling* si utilizzano i coefficienti definiti nelle relazioni (5.8) e (5.9), calcolati per ogni *input* accelerometrico.

Al riguardo dei valori medi assunti da tali coefficienti si veda la *Tabella 5.6*.

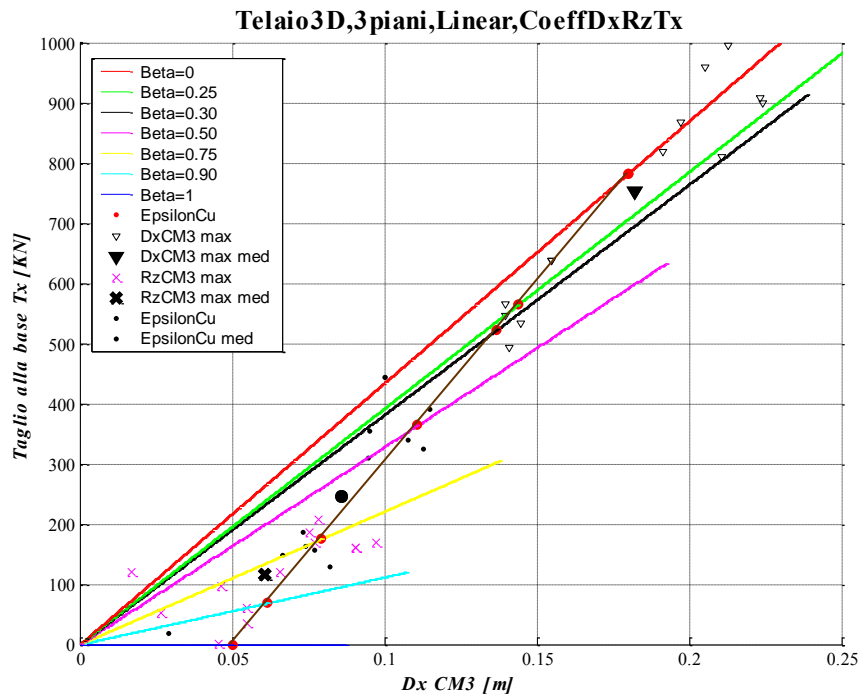


Figura 5.21 - Curve di capacità al variare del parametro β , sovrapposti gli istanti caratteristici delle IDA scalati allo stesso livello di deformazione a rottura delle analisi statiche, in tal modo si ottiene un confronto omogeneo fra dinamica e statica.

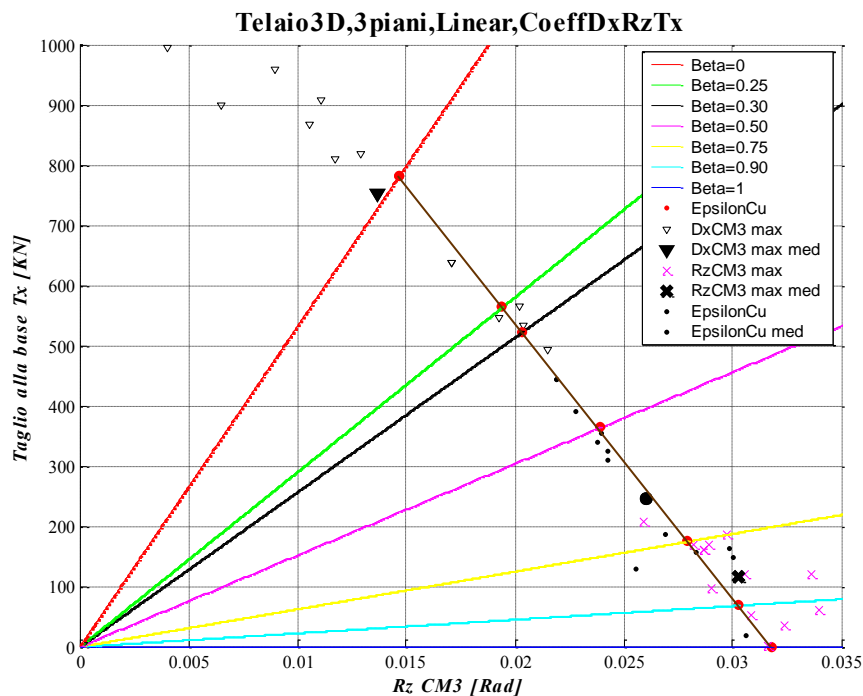


Figura 5.22 - Curve di capacità al variare del parametro β , sovrapposti gli istanti caratteristici delle IDA scalati allo stesso livello di deformazione a rottura delle analisi statiche, in tal modo si ottiene un confronto omogeneo fra dinamica e statica.

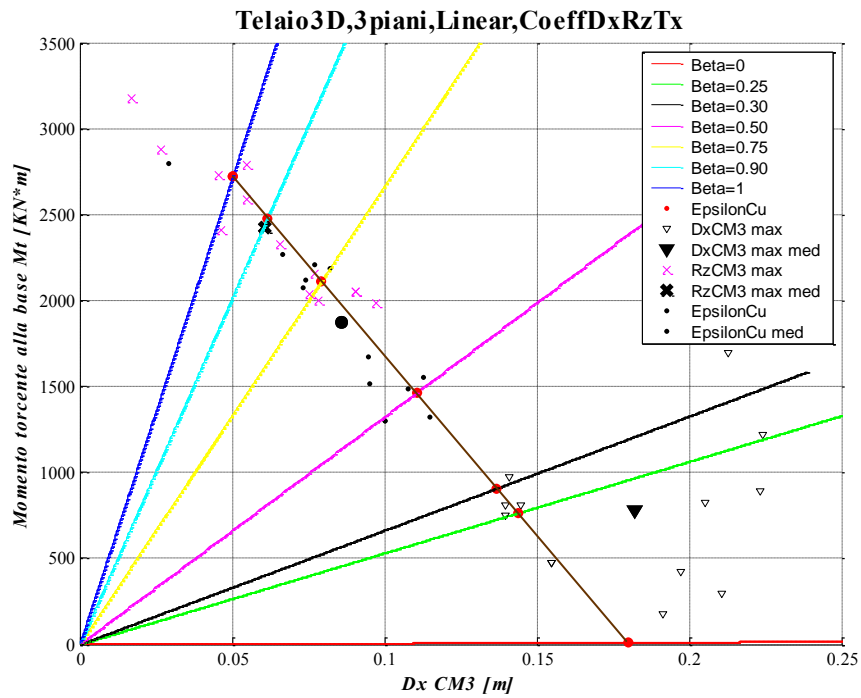


Figura 5.23 - Curve di capacità al variare del parametro β , sovrapposti gli istanti caratteristici delle IDA scalati allo stesso livello di deformazione a rottura delle analisi statiche, in tal modo si ottiene un confronto omogeneo fra dinamica e statica.

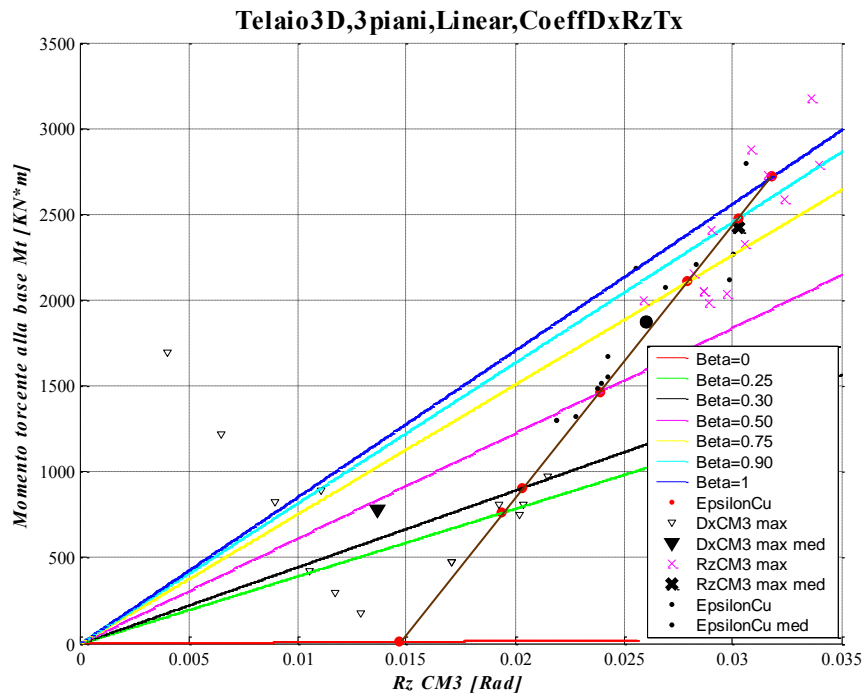


Figura 5.24 - Curve di capacità al variare del parametro β , sovrapposti gli istanti caratteristici delle IDA scalati allo stesso livello di deformazione a rottura delle analisi statiche, in tal modo si ottiene un confronto omogeneo fra dinamica e statica.

Osservando le figure “scalate” appena mostrate (vedi Figura 5.21 - Figura 5.24) si può notare come ora tutti i punti associati agli istanti caratteristici ($DxCM3\ max$, $RzCM3\ max$) delle analisi dinamiche siano più allineati, in particolare i valori medi di ogni categoria di istante caratteristico (simboli neri in grassetto) si trovano quasi allineati e prossimi alla linea di rottura definita dalle analisi di *pushover* (linea marrone). Ciò dimostra che le analisi di *pushover* riescono a prevedere, al variare di β , i diversi parametri di risposta globali della struttura nelle diverse condizioni di rottura descritte dalle analisi dinamiche.

5.3.5 Confronti in termini locali: spostamenti e sollecitazioni di piano

Svolto un confronto in termini globali, fra i risultati dell'analisi dinamica *IDA* e l'analisi di *pushover*, si vedono ora dei confronti in termini locali.

Preso un istante caratteristico delle analisi dinamiche ($DxCM3\ max\ medio$, $RzCM3\ max\ medio$) lo si confronta con l'istante a rottura di un'analisi di *pushover* adatta a cogliere un certo tipo di comportamento.

Le analisi di *pushover* selezionate sono: $\beta = 0$, per cogliere il comportamento traslazionale ($DxCM3\ max\ medio$) $\beta = 0.9$, per cogliere il comportamento torsionale ($RzCM3\ max\ medio$).

Il confronto di tipo locale si basa sui parametri di risposta (spostamenti e sollecitazioni) a livello di piano, come di consueto il confronto deve essere omogeneo, cioè a parità di condizioni.

Tutti i confronti locali riportati nel seguito del presente paragrafo sono basati su parametri di risposta (spostamenti e sollecitazioni) riferiti al centro di massa del piano considerato.

Nel seguito del paragrafo vengono riportati dei confronti locali sia omogenei (cioè a parità di condizioni limite) che non. Per distinguere un caso dall'altro si è riportato nel titolo di ogni grafico un *tag* identificativo: la presenza della dicitura *CoeffDx* (o *CoeffRz*) indica un confronto omogeneo, a parità di deformazione ultima nel c.l.s. confinato. Tali *CoeffDx* o *CoeffRz* sono le quantità definite dalle relazioni (5.8) e (5.9) che permettono di scalare la risposta dinamica in modo da ottenere un confronto omogeneo negli istanti di tempo in cui si verificano il massimo spostamento (o rotazione) del centro di massa dell'ultimo piano.

Alcuni dei grafici riportati di seguito non appartengono a quelli ordinariamente utilizzati nelle analisi di *pushover* 2D, tali grafici innovativi sono stati proposti nell'ambito delle presente tesi per descrivere al meglio alcuni aspetti legati alla risposta torsionale delle strutture spaziali irregolari.

Per ogni caso di confronto in termini locali, fra i risultati dell'analisi dinamica *IDA* e l'analisi di *pushover*, sono riportati sette grafici: i primi tre sono considerati "ordinari", e vengono ampiamente utilizzati nella letteratura internazionale per descrivere le risposte delle strutture piane, mentre gli ultimi quattro sono stati proposti nell'ambito della presente tesi per indagare le risposte torsionali delle strutture spaziali irregolari.

Concluse le dovute premesse si riportano i suddetti grafici significativi della risposta a livello locale dei singoli piani, i parametri di risposta si riferiscono sempre a C_M .

5.3.5.1 Pushover $\beta = 0$ e IDA nell'istante $Dx_{CM3} \max$ (confronto non omogeneo)

Qui di seguito sono riportati dei grafici di confronto in termini locali fra i risultati dell'analisi dinamica *IDA* nell'istante di tempo in cui si raggiunge il massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità ($Dx_{CM3} \max$) e l'analisi di *pushover* con $\beta = 0$.

Le figure riportate di seguito non rappresentano un confronto omogeneo fra i risultati dell'analisi dinamica e quelli della statica: nella statica si sono raggiunte le condizioni di deformazione ultima del c.l.s. confinato (rottura), mentre nell'istante $Dx_{CM3} \max$ della dinamica il c.l.s. è ad un livello di deformazione inferiore.

Per effettuare un confronto omogeneo è necessario scalare la risposta dinamica secondo quanto riportato nella relazione (5.8).

Tali confronti "scalati" vengono riportati nel paragrafo successivo.

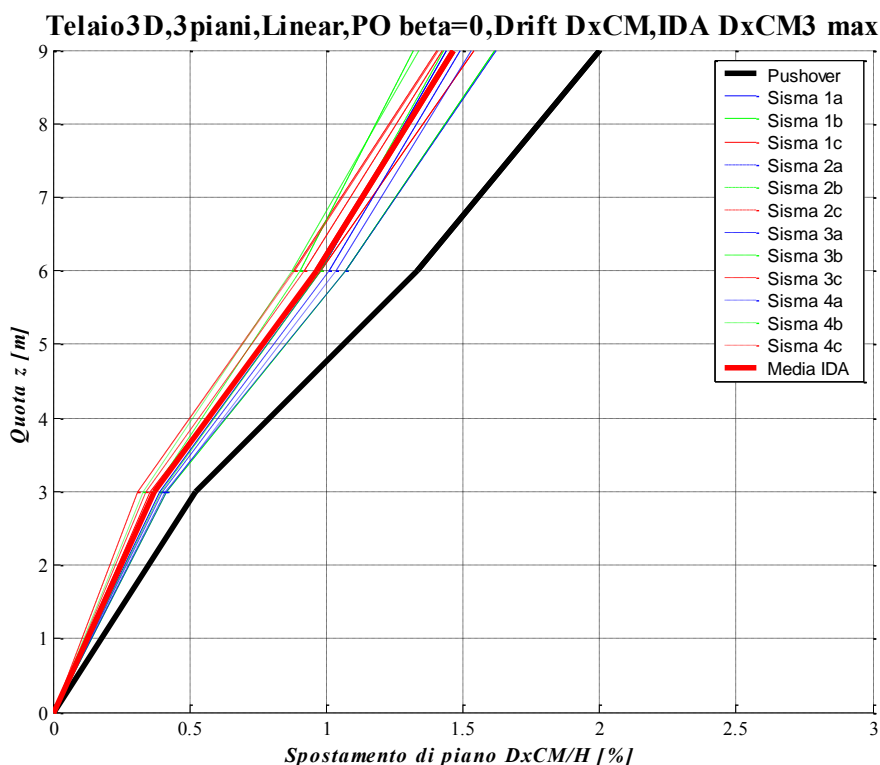


Figura 5.25 – Drift lungo x dei centri di massa, confronto fra pushover (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $DxCM3$ max, il confronto non è omogeneo.

In *Figura 5.25* si riporta il profilo sull'altezza degli spostamenti lungo x dei centri di massa di ogni piano.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge il massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità ($DxCM3$ max).

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) sovrastima i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata), però la forma dei due risultati è molto simile. Per tale motivo attraverso un coefficiente moltiplicativo dell'analisi dinamica si potrebbe giungere alla coincidenza dei risultati.

In effetti, portando le due tipologie analisi ad una condizione di confronto omogenea (raggiungimento della rottura nel c.l.s. confinato), attraverso il coefficiente definito dalla relazione (5.8), si giunge ad una quasi coincidenza dei

risultati previsti dall'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* (vedi paragrafo successivo).

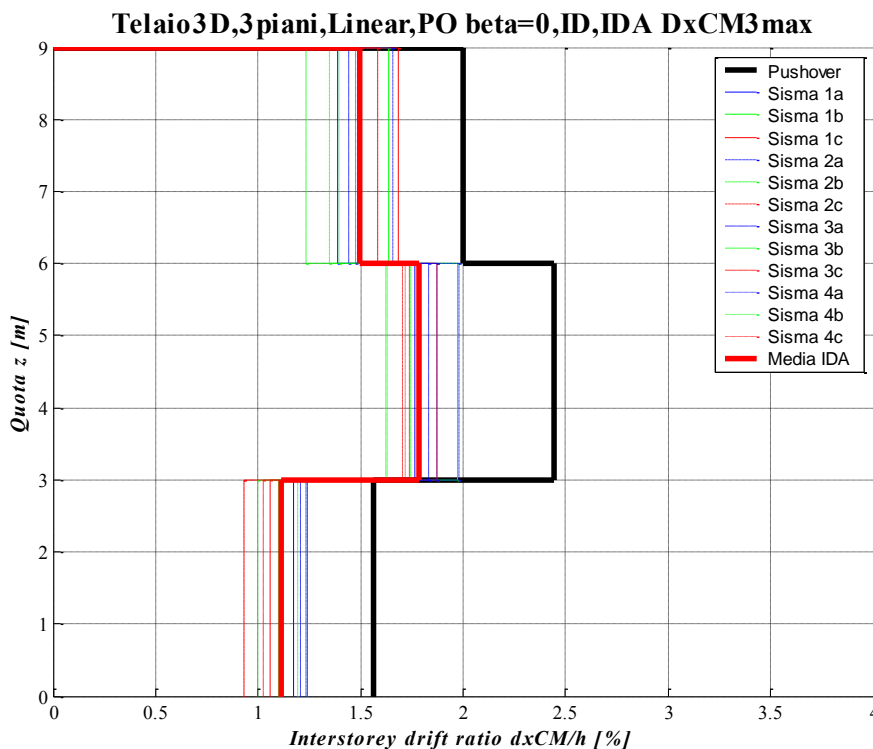


Figura 5.26 – Interstorey Drift lungo x dei centri di massa, confronto fra *pushover* (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $DxCM3 max$, il confronto non è omogeneo.

In *Figura 5.26* si riporta il profilo sull'altezza degli spostamenti di interpiano lungo x dei centri di massa di ogni piano.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge il massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità ($DxCM3 max$).

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) sovrastima i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata), però la forma dei due risultati è molto simile. Per tale motivo attraverso un coefficiente moltiplicativo dell'analisi dinamica si potrebbe giungere alla coincidenza dei risultati.

In effetti, portando le due tipologie analisi ad un una condizione di confronto omogenea (raggiungimento della rottura nel c.l.s. confinato), attraverso il coefficiente definito dalla relazione (5.8), si giunge ad una quasi coincidenza dei risultati previsti dall'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* (vedi paragrafo successivo).

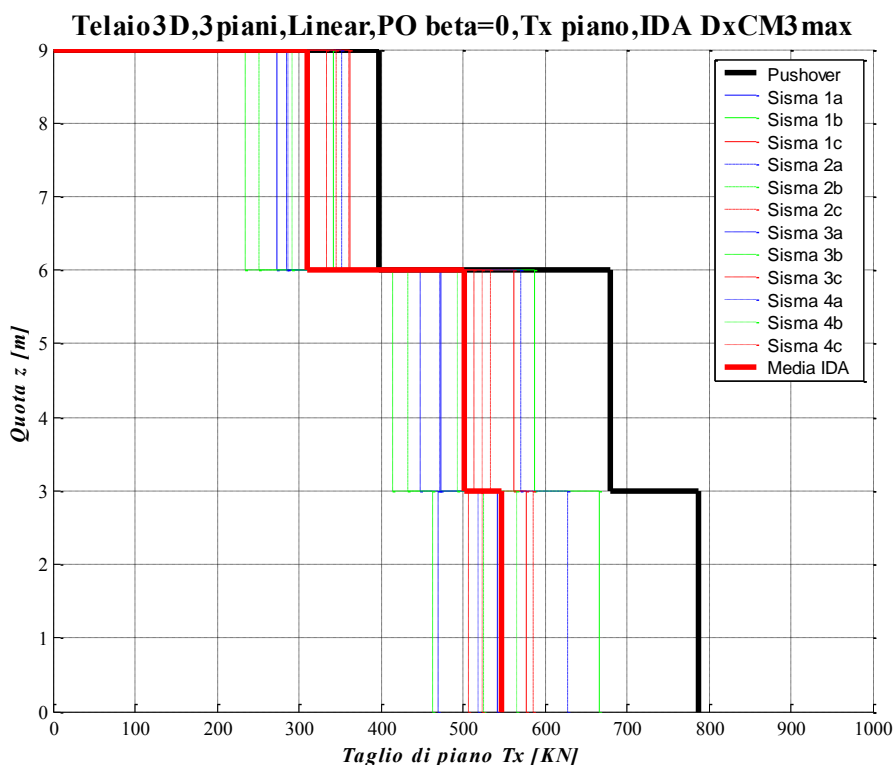


Figura 5.27 – Tagli di piano lungo x , confronto fra *pushover* (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $DxCM3 max$, il confronto non è omogeneo.

In *Figura 5.27* si riporta il profilo sull'altezza dei tagli di piano lungo x .

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge il massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità ($DxCM3 max$).

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) sovrastima i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata), però la forma dei due risultati è molto simile. Per tale motivo attraverso un

coefficiente moltiplicativo dell'analisi dinamica si potrebbe giungere alla coincidenza dei risultati.

In effetti, portando le due tipologie analisi ad un una condizione di confronto omogenea (raggiungimento della rottura nel c.l.s. confinato), attraverso il coefficiente definito dalla relazione (5.8), si giunge ad una quasi coincidenza dei risultati previsti dall'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* (vedi paragrafo successivo).

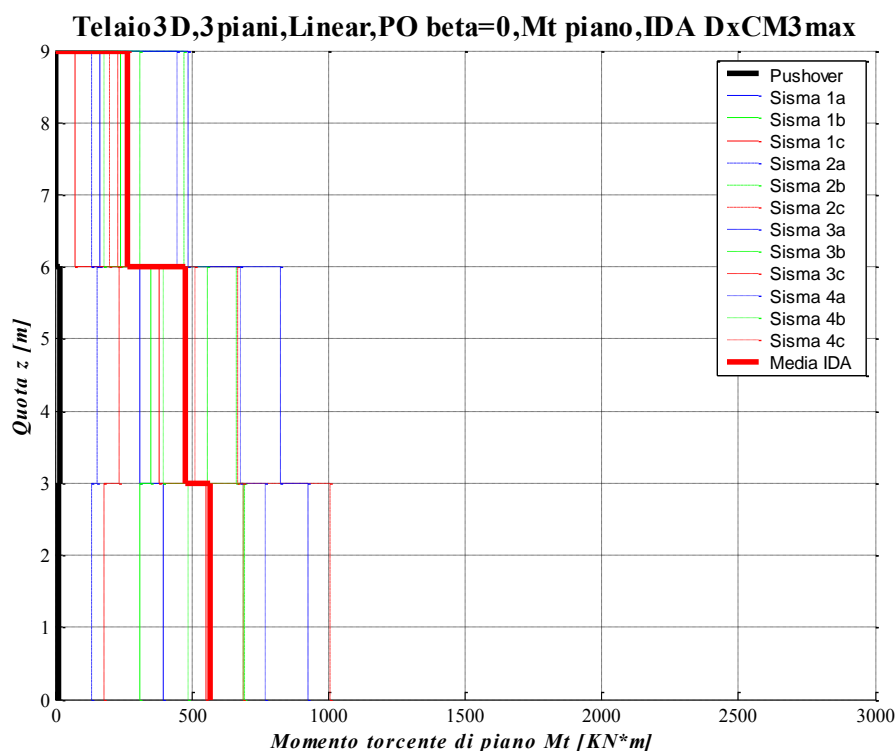


Figura 5.28 – Momenti torcenti di piano rispetto al centro di massa, confronto fra pushover (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $DxCM3$ max, il confronto non è omogeneo.

In *Figura 5.28* si riporta il profilo sull'altezza del momento torcente di piano calcolato rispetto al centro di massa di ogni piano, tale grafico risulta una novità introdotta nella presente tesi per descrivere le sollecitazioni associate al comportamento torsionale della struttura.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi

dinamiche nell'istante in cui si raggiunge il massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità ($Dx_{CM3 max}$).

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) sottostima i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata), però la forma dei due risultati non è affatto simile. Per tale motivo non può esistere, come in alcuni casi precedenti, un coefficiente moltiplicativo dell'analisi dinamica con cui si possa giungere alla coincidenza dei risultati.

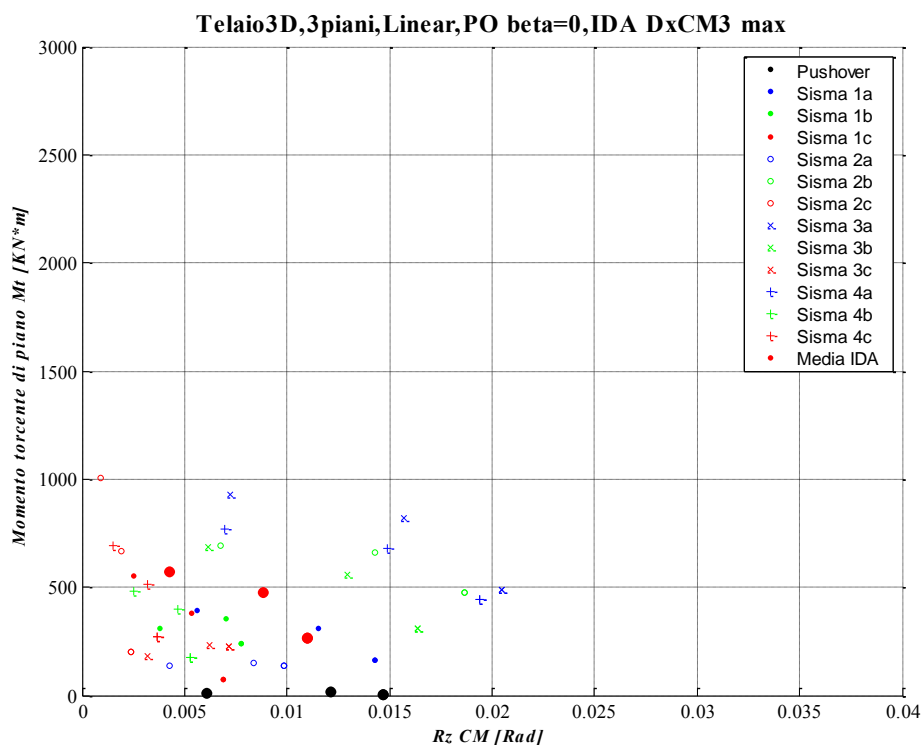


Figura 5.29 - Momento torcente di piano rispetto al centro di massa Vs Rotazione dei centri di massa dei vari piani, confronto fra *pushover* (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $Dx_{CM3 max}$, il confronto non è omogeneo.

In *Figura 5.29* si riporta una coppia di parametri di risposta per il centro di massa di ogni piano: momento torcente di piano e relativa rotazione. Tale rappresentazione conduce al disegno di un punto sul grafico suddetto per ogni piano della struttura.

Per distinguere i vari piani si considera che salendo per essi la rotazione associata aumenta, mentre il momento torcente diminuisce.

Il grafico riportato risulta una novità introdotta nella presente tesi per descrivere le sollecitazioni e rotazioni associate al comportamento torsionale della struttura.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge il massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità ($DxCM3\ max$).

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (punti neri marcati) sottostima i momenti torcenti e sovrastima le rotazioni previste dall'analisi dinamica (punti rossi marcati), però la forma dei due risultati non è affatto simile. Per tale motivo non può esistere, come in alcuni casi precedenti, un coefficiente moltiplicativo dell'analisi dinamica con cui si possa giungere alla coincidenza dei risultati.

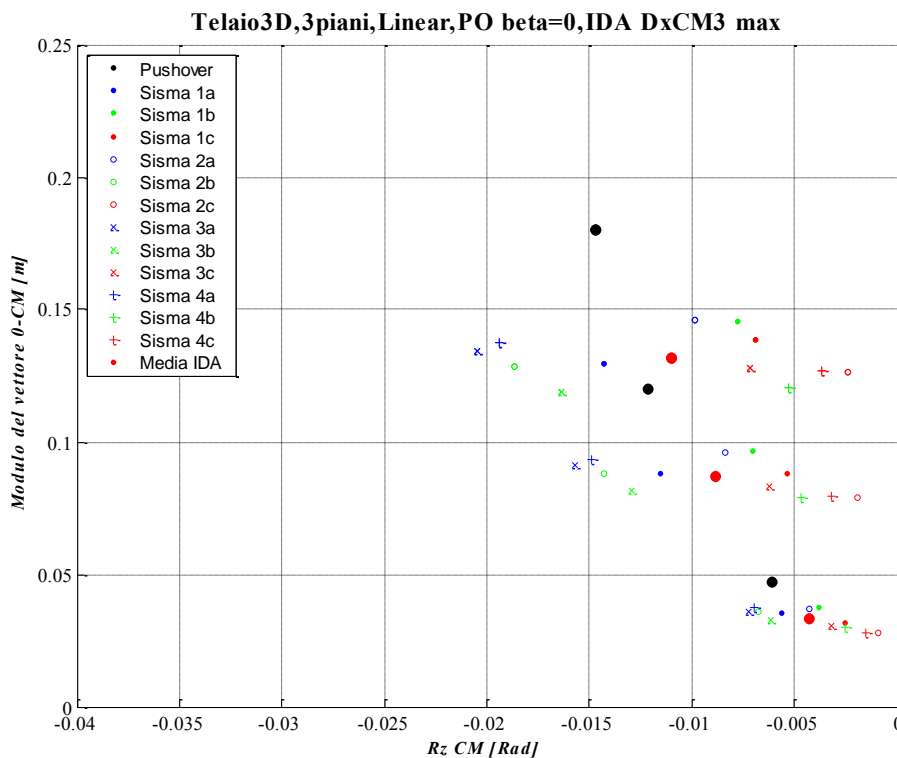


Figura 5.30 – Modulo dello spostamento dei centri di massa Vs Rotazione dei centri di massa dei vari piani, confronto fra *pushover* (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $DxCM3\ max$, il confronto non è omogeneo.

In *Figura 5.30* si riporta la seguente coppia di parametri di risposta per il centro di massa di ogni piano: modulo dello spostamento orizzontale e relativa rotazione.

Tale rappresentazione conduce al disegno di un punto sul grafico suddetto per ogni piano della struttura.

Per distinguere i vari piani si considera che salendo per essi spostamento e rotazione aumentano.

Il grafico riportato risulta una novità introdotta nella presente tesi per cogliere la configurazione deformata della struttura, la quale è utile per descrivere il comportamento roto-traslazionale della struttura.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge il massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità ($Dx_{CM3\ max}$).

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (punti neri marcati) sovrastima i risultati previsti dall'analisi dinamica (punti rossi marcati), però la forma dei due risultati è molto simile. Per tale motivo attraverso un coefficiente moltiplicativo dell'analisi dinamica si potrebbe giungere alla coincidenza dei risultati.

In effetti, portando le due tipologie analisi ad un una condizione di confronto omogenea (raggiungimento della rottura nel c.l.s. confinato), attraverso il coefficiente definito dalla relazione (5.8), si giunge ad una quasi coincidenza dei risultati previsti dall'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* (vedi paragrafo successivo).

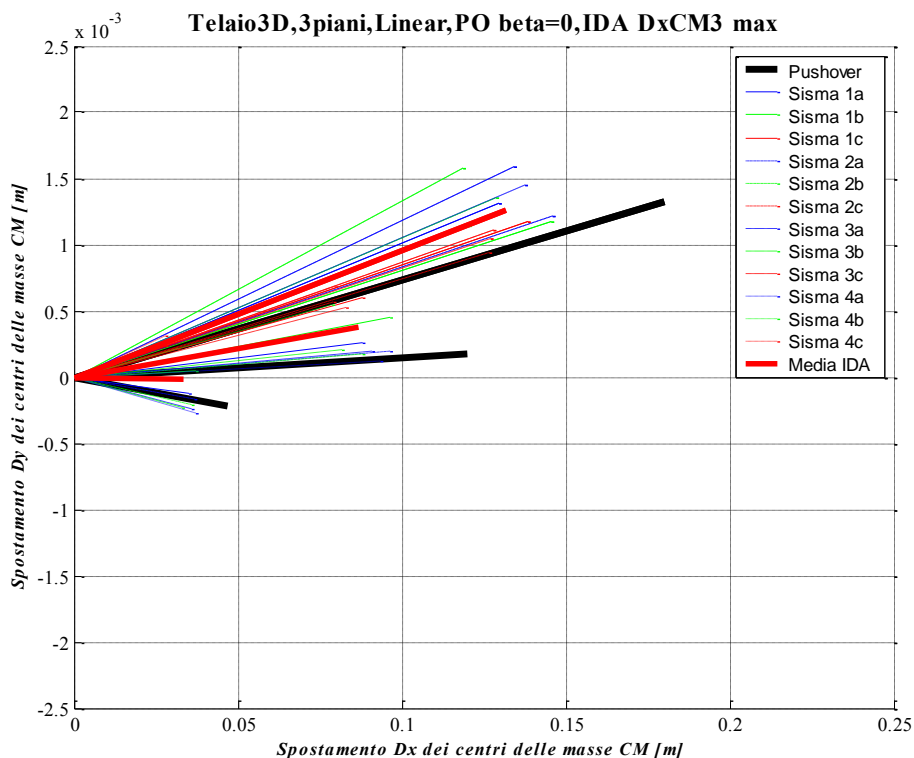


Figura 5.31 – Vettori spostamento dei centri di massa dei vari piani, confronto fra pushover (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge Dx_{CM3} max, il confronto non è omogeneo.

In *Figura 5.31* si riportano i vettori spostamento del centro di massa di ogni piano. Per distinguere i vari piani si considera che quelli superiori posseggono un modulo dello spostamento maggiore rispetto a quelli inferiori. Tale rappresentazione grafica permette di comprendere in quale direzione, e con quale entità, si spostano i centri di massa di ogni piano.

Notare che la scala di rappresentazione nelle due direzioni non è uguale: la scala lungo y è amplificata di 40 volte rispetto a quella lungo x .

Tale approccio è stato imposto per questioni di rappresentazione grafica: lo spostamento lungo y non era visibile senza il suddetto ingrandimento.

Il grafico riportato risulta una novità introdotta nella presente tesi per cogliere lo spostamento dei piani in entrambe le direzioni principali.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi

dinamiche nell'istante in cui si raggiunge il massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità ($Dx_{CM3\ max}$).

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) sovrastima i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata), però la forma dei due risultati è molto simile. Per tale motivo attraverso un coefficiente moltiplicativo dell'analisi dinamica si potrebbe giungere alla coincidenza dei risultati.

In effetti, portando le due tipologie analisi ad un una condizione di confronto omogenea (raggiungimento della rottura nel c.l.s. confinato), attraverso il coefficiente definito dalla relazione (5.8), si giunge ad una quasi coincidenza dei risultati previsti dall'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* (vedi paragrafo successivo).

Istante caratteristico		Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [KN]	Ty [KN]	Mt [Kn*m]	Coeff. = $\frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_c}$	Base Shear X [KN]	Mt base [KN*m]	Scaling Factor
Media I.D.A. sui valori assoluti	ϵ_{cu}	CM3	0.0857	0.0014	0.02602	114.09	1.48	913.73	0.9941394	246.28	1875.13
		CM2	0.0640	0.0003	0.01967	213.49	2.51	1582.31			
		CM1	0.0287	0.0002	0.00906	254.94	4.63	1875.13			
	Max Dx_{CM3}	CM3	0.1318	0.0013	0.01102	309.76	2.59	267.21	1.3857973	539.81	569.00
		CM2	0.0869	0.0004	0.00885	502.29	2.19	477.28			
		CM1	0.0333	0.0002	0.00429	547.64	3.24	569.00			
	Max Rz_{CM3}	CM3	0.0565	0.0013	0.02793	66.98	2.22	1155.69	1.0892992	107.97	2235.54
		CM2	0.0450	0.0005	0.02059	99.85	2.75	1957.58			
		CM1	0.0214	0.0002	0.00918	110.22	2.57	2235.54			
	Max Base Shear X	CM3	0.1211	0.0011	0.00492	301.97	3.29	469.81	1.5578886	604.29	782.88
		CM2	0.0793	0.0006	0.00390	517.39	1.85	727.19			
		CM1	0.0302	0.0002	0.00202	604.71	1.77	782.88			

Tabella 5.7 – Parametri di risposta medi (in valore assoluto) delle analisi dinamiche IDA.

		Load Factor	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [KN]	Ty [KN]	Mt [Kn*m]	Coeff. = $\frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_c}$	Base Shear X [KN]	Mt base [KN*m]	
$\beta = 0$	ϵ_{cu}	CM3		0.180	0.001	-0.01469	-397.48	-1.76	3.95	1.00	-782.97	12.34	
		CM2	391.48	-0.0035	0.120	0.000	-0.01215	-680.30	2.12				18.39
		CM1			0.047	0.000	-0.00608	-786.98	4.22				12.34

Tabella 5.8 – Parametri di risposta dell'analisi di pushover in esame.

Per la descrizione del contenuto delle Tabella 5.7 e Tabella 5.8 si faccia riferimento alla Tabella 5.5.

5.3.5.2 Pushover $\beta = 0$ e IDA nell'istante $DxCM3_{max}$ (confronto omogeneo)

Osservando il coefficiente $CoeffDx = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{c, \max}(t_{DxCM3_{max}})}$, riportato in *Tabella 5.6*,

si nota che il valore medio di tale coefficiente, per il *set* di accelerogrammi utilizzato nelle analisi, si assesta intorno 1.38 circa. Ciò significa che nell'istante in cui si raggiunge il massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità ($DxCM3_{max}$) la deformazione massima nelle fibre di c.l.s. è mediamente circa il 72% di quella ultima ($\varepsilon_{cu} = -0.0035$). La situazione appena

descritta risulta invece diversa per il $CoeffRz = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{c, \max}(t_{RzCM3_{max}})}$, in questo caso il

valore medio del coefficiente è di 1.09 circa. In altre parole nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($RzCM3_{max}$) la deformazione massima nelle fibre di c.l.s. è mediamente circa il 92% di quella ultima ($\varepsilon_{cu} = -0.0035$).

Da quanto appena detto si comprende che, per una struttura spaziale con elevata eccentricità fra C_R e C_M in una sola direzione, negli istanti in cui si raggiunge la massima rotazione di piano la deformazione massima nelle fibre di c.l.s. è molto prossima a quella ultima. Ciò porta a pensare che (mediamente) l'istante di rottura della struttura avvenga in una situazione deformata prossima a quella di massima rotazione di piano, ovvero con rilevanti rotazioni di piano.

A dimostrazione di quanto detto si può osservare la *Figura 5.16*: l'istante di rottura medio delle analisi dinamiche (pallino nero marcato) è più prossimo alla situazione di massima rotazione di piano (croce nera marcata) piuttosto che alla condizione di massimo spostamento (triangolino nero marcato).

Più volte è stato detto che nelle strutture spaziali irregolari sono necessarie almeno due distribuzioni di forze statiche laterali, differenti fra loro, per cogliere i due diversi aspetti comportamentali della struttura.

Una distribuzione di forze di *pushover* deve essere adatta per cogliere la risposta traslazionale della struttura, mentre l'altra distribuzione di forze deve riuscire a descrivere il comportamento torsionale della medesima struttura.

Per trovare le suddette due distribuzioni di forze, nell'ambito della presente tesi, si è sperimentato l'utilizzo di un metodo di *pushover* con una distribuzione delle

forze laterali di tipo β (vedi secondo capitolo). Al cambiare del parametro β la distribuzione di forze varia entro due casi limite ($\beta = 0$, forze puramente traslazionali e $\beta = 1$, forze puramente rotazionali). Tramite tale approccio si è cercato di trovare le due distribuzioni di forze necessarie per prevedere sia gli aspetti traslazionali che quelli torsionali della struttura.

Osservando le *Figura 5.21 - Figura 5.24* e *Figura 5.16* si nota che la migliore distribuzione di forze di *pushover*, adatta a cogliere il comportamento traslazionale della struttura, risulta quella definita da $\beta = 0$; la quale risulta fra l'altro essere un caso limite, in cui le forze laterali applicate non creano delle coppie.

L'istante a rottura, definito dall'analisi di *pushover* con $\beta = 0$ (pallino rosso nelle figure), riesce a rappresentare molto bene quasi tutti i parametri di risposta medi (a rottura) della struttura ricavati dalle analisi dinamiche *IDA* nell'istante di massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità (*DxCM3 max*, triangolino nero marcato nelle figure).

L'unico errore lo si commette nella previsione del momento torcente alla base: l'analisi di *pushover* sottostima di gran lunga il momento torcente alla base che si raggiunge nell'istante *DxCM3 max*. In altre parole la distribuzione di forze di *pushover* con $\beta = 0$ coglie molto bene (a rottura) spostamenti, rotazioni e taglio alla base, ma sottostima il momento torcente.

In realtà quanto appena esposto non è un problema di grande rilevanza, perché con un'analisi di *pushover* con $\beta = 0$ si cerca di cogliere il comportamento traslazionale della struttura, quindi si cerca di prevedere al meglio i parametri di risposta in termini di spostamento e tagli di piano; ovvero tutte quelle componenti di sollecitazione, deformazione e spostamento associate al comportamento traslazionale di una struttura.

E' ovvio che momenti torcenti e rotazioni di piano sono parametri legati al comportamento torsionale della struttura, quindi non è di fondamentale importanza, in questo tipo di analisi con $\beta = 0$, coglierli in modo esatto; l'attenzione è concentrata su altri aspetti del problema: quelli traslazionali.

Il confronto fra i risultati dell'analisi dinamica *IDA* e quelli dell'analisi di *pushover* è sempre considerato a parità di condizioni ultime di deformazione del c.l.s. confinato, quindi ne risulta un confronto omogeneo.

Quanto appena detto si riferisce ad un confronto in termini globali, il quale porta a dei buoni risultati. Risulta ora da comprendere se lo stesso si può dire a livello locale. Per esprimere un giudizio sulla bontà, a livello locale, della distribuzione di forze di *pushover* con $\beta = 0$ si fa riferimento alle *Figura 5.32 - Figura 5.38* riportate in seguito.

Osservando i diversi grafici riportati in tali figure si ritorna alle medesime conclusioni precedentemente descritte: l'analisi di *pushover* con $\beta = 0$ riesce a cogliere tutti i parametri di risposta medi della struttura (nell'istante in cui si verifica il massimo spostamento del centro di massa di sommità, $DxCM3\ max$) tranne il momento torcente alla base, il quale risulta sottostimato.

Concluse le dovute premesse vengono ora riportati dei grafici di confronto in termini locali fra i risultati dell'analisi dinamica *IDA* nell'istante di tempo in cui si raggiunge il massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità ($DxCM3\ max$) e l'analisi di *pushover* con $\beta = 0$.

Le figure riportate di seguito rappresentano un confronto omogeneo fra i risultati dell'analisi dinamica e quelli della statica, difatti i risultati dell'analisi dinamica sono stati scalati con il coefficiente definito dalla relazione (5.8).

Telaio3D,3piani,Linear,PO beta=0,Drift DxCM,IDA DxCM3 max,CoeffDx

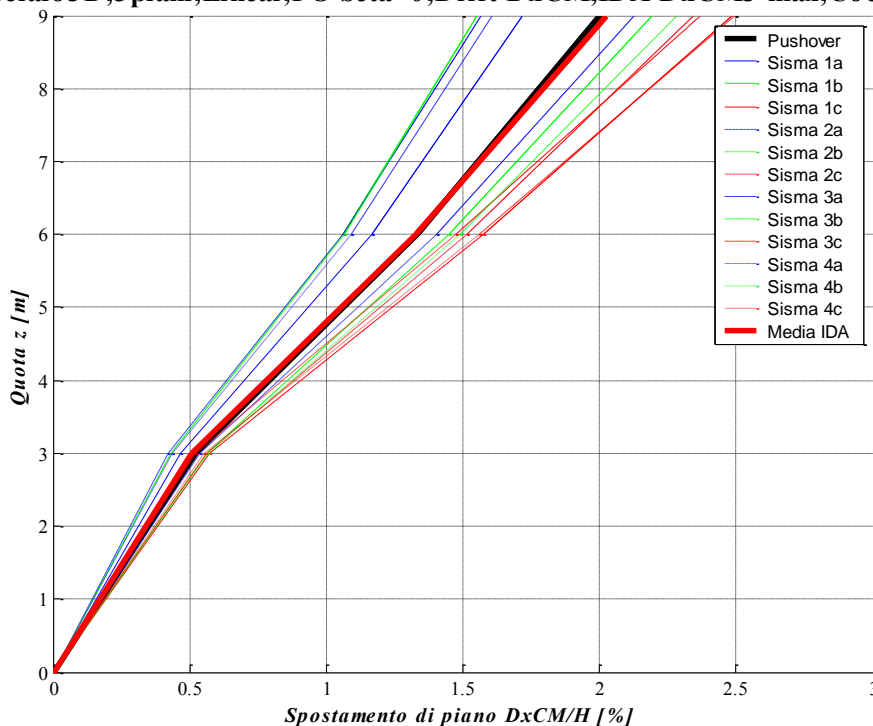


Figura 5.32 - Drift lungo x dei centri di massa, confronto fra pushover (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $DxCM3\ max$, le analisi IDA sono scalate con il $CoeffDx$, quindi il confronto è omogeneo.

In *Figura 5.32* si riporta il profilo sull'altezza degli spostamenti lungo x dei centri di massa di ogni piano.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge il massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità ($DxCM3\ max$).

Le analisi dinamiche *IDA* sono state scalate con il $CoeffDx$ definito dalla relazione (5.8), quindi il confronto fra i risultati dell'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* è a parità di condizioni limite di deformazione del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$), quindi omogeneo.

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) stima esattamente i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata).

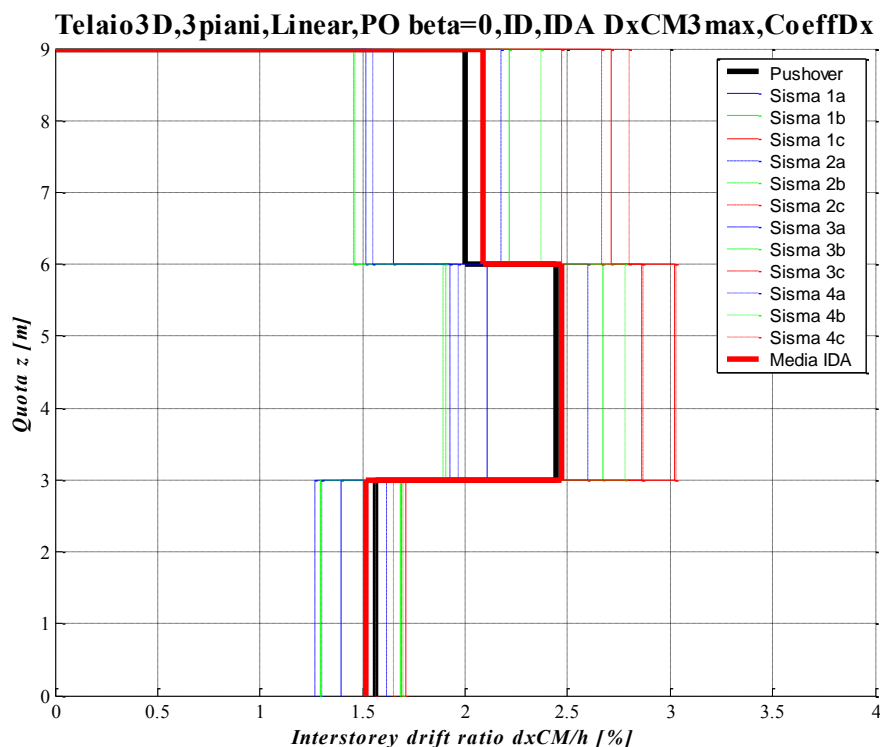


Figura 5.33 - Interstorey Drift lungo x dei centri di massa, confronto fra pushover (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $DxCM3\ max$, le analisi IDA sono scalate con il $CoeffDx$, quindi il confronto è omogeneo.

In *Figura 5.33* si riporta il profilo sull'altezza degli spostamenti di interpiano lungo x dei centri di massa di ogni piano.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge il massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità ($DxCM3\ max$).

Le analisi dinamiche *IDA* sono state scalate con il $CoeffDx$ definito dalla relazione (5.8), quindi il confronto fra i risultati dell'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* è a parità di condizioni limite di deformazione del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$), quindi omogeneo.

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) stima molto bene i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata).

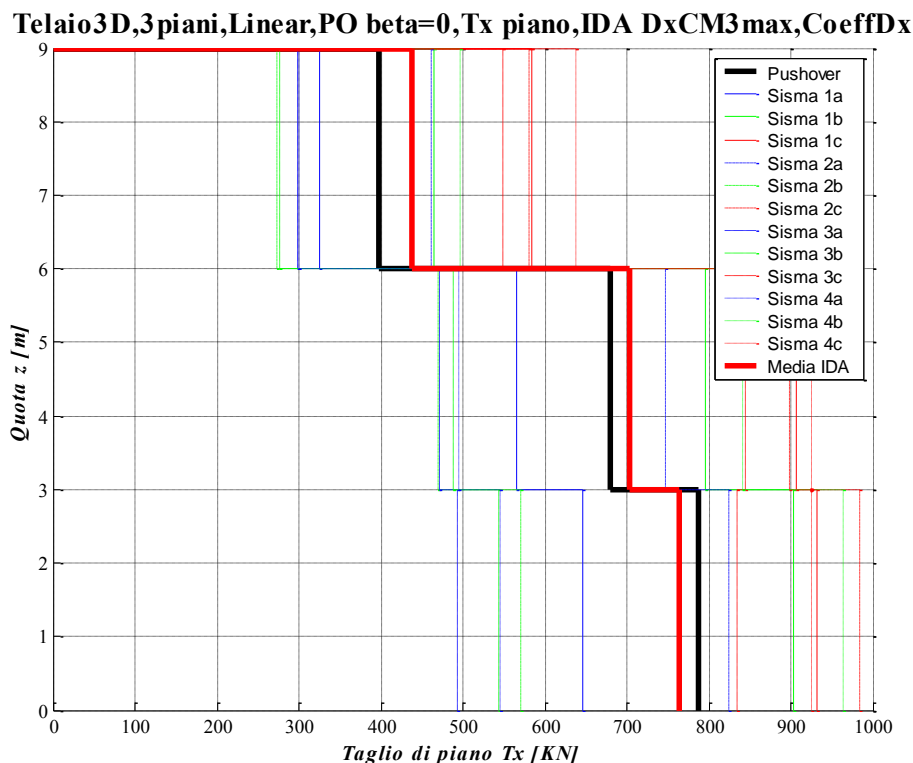


Figura 5.34 - Tagli di piano lungo x , confronto fra pushover (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $DxCM3 max$, le analisi IDA sono scalate con il $CoeffDx$, quindi il confronto è omogeneo.

In *Figura 5.34* si riporta il profilo sull'altezza dei tagli di piano lungo x .

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge il massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità ($DxCM3 max$).

Le analisi dinamiche *IDA* sono state scalate con il $CoeffDx$ definito dalla relazione (5.8), quindi il confronto fra i risultati dell'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* è a parità di condizioni limite di deformazione del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$), quindi omogeneo.

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) abbastanza bene i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata).

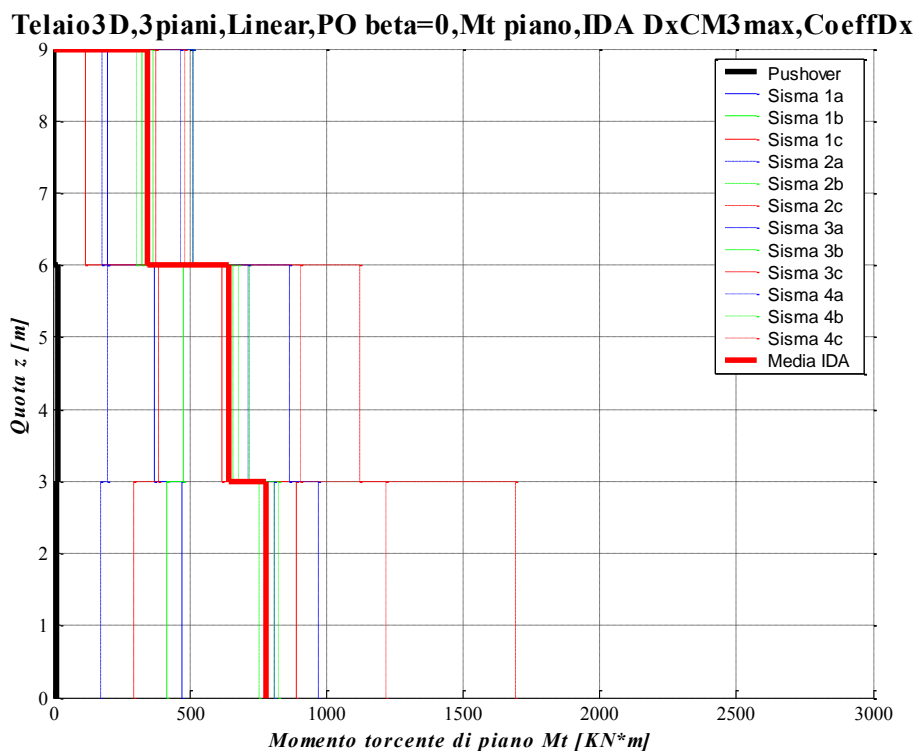


Figura 5.35 - Momenti torcenti di piano rispetto al centro di massa, confronto fra pushover (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $Dx_{CM3 max}$, le analisi IDA sono scalate con il $CoeffDx$, quindi il confronto è omogeneo.

In *Figura 5.35* si riporta il profilo sull'altezza del momento torcente di piano calcolato rispetto al centro di massa di ogni piano, tale grafico risulta una novità introdotta nella presente tesi per descrivere le sollecitazioni associate al comportamento torsionale della struttura.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge il massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità ($Dx_{CM3 max}$).

Le analisi dinamiche *IDA* sono state scalate con il $CoeffDx$ definito dalla relazione (5.8), quindi il confronto fra i risultati dell'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* è a parità di condizioni limite di deformazione del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$), quindi omogeneo.

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) sottostima i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata). Tuttavia tale errore commesso dall'analisi di *pushover* non è rilevante: tramite

l'analisi di *pushover* con $\beta = 0$ si cerca di cogliere il comportamento traslazionale della struttura, quindi una valutazione non corretta dei parametri di risposta associati al comportamento torsionale della struttura (tipo momenti torcenti e rotazioni) non è di fondamentale importanza.

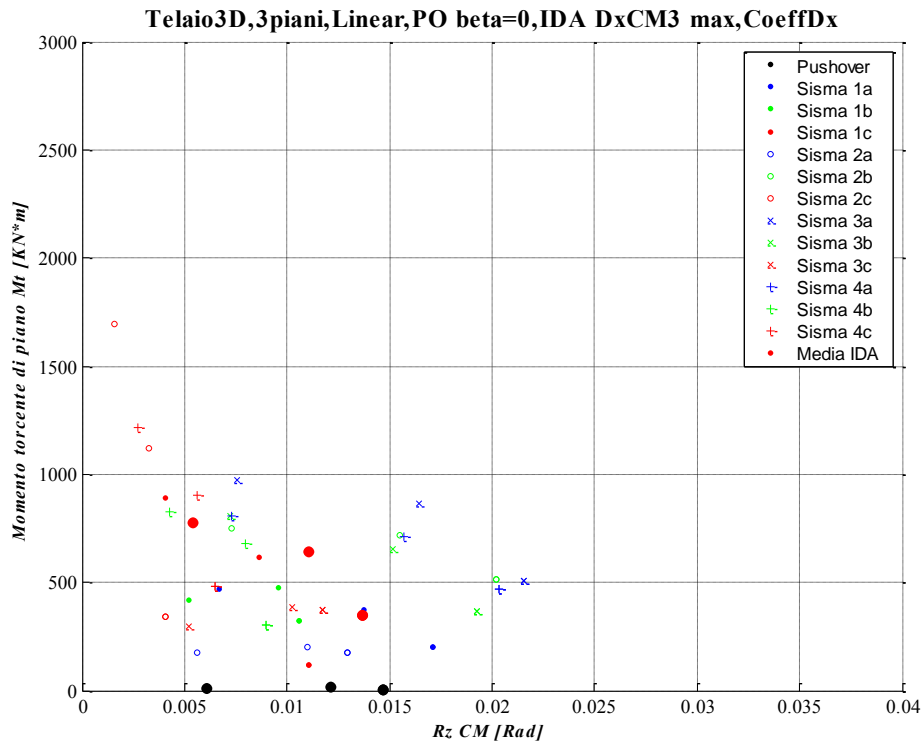


Figura 5.36 - Momento torcente di piano rispetto al centro di massa Vs Rotazione dei centri di massa dei vari piani, confronto fra *pushover* (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $DxCM3$ max, le analisi IDA sono scalate con il $CoeffDx$, quindi il confronto è omogeneo.

In *Figura 5.36* si riporta una coppia di parametri di risposta per il centro di massa di ogni piano: momento torcente di piano e relativa rotazione. Tale rappresentazione conduce al disegno di un punto sul grafico suddetto per ogni piano della struttura. Per distinguere i vari piani si considera che salendo per essi la rotazione associata aumenta, mentre il momento torcente diminuisce.

Il grafico riportato risulta una novità introdotta nella presente tesi per descrivere le sollecitazioni e rotazioni associate al comportamento torsionale della struttura.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi

dinamiche nell'istante in cui si raggiunge il massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità ($Dx_{CM3\ max}$).

Le analisi dinamiche IDA sono state scalate con il $CoeffDx$ definito dalla relazione (5.8), quindi il confronto fra i risultati dell'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* è a parità di condizioni limite di deformazione del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$), quindi omogeneo.

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (punti neri marcati) sottostima i momenti torcenti e sovrastima le rotazioni previste dall'analisi dinamica (punti rossi marcati).

Tuttavia tale errore commesso dall'analisi di *pushover* non è rilevante: tramite l'analisi di *pushover* con $\beta = 0$ si cerca di cogliere il comportamento traslazionale della struttura, quindi una valutazione non corretta dei parametri di risposta associati al comportamento torsionale della struttura (tipo momenti torcenti e rotazioni) non è di fondamentale importanza.

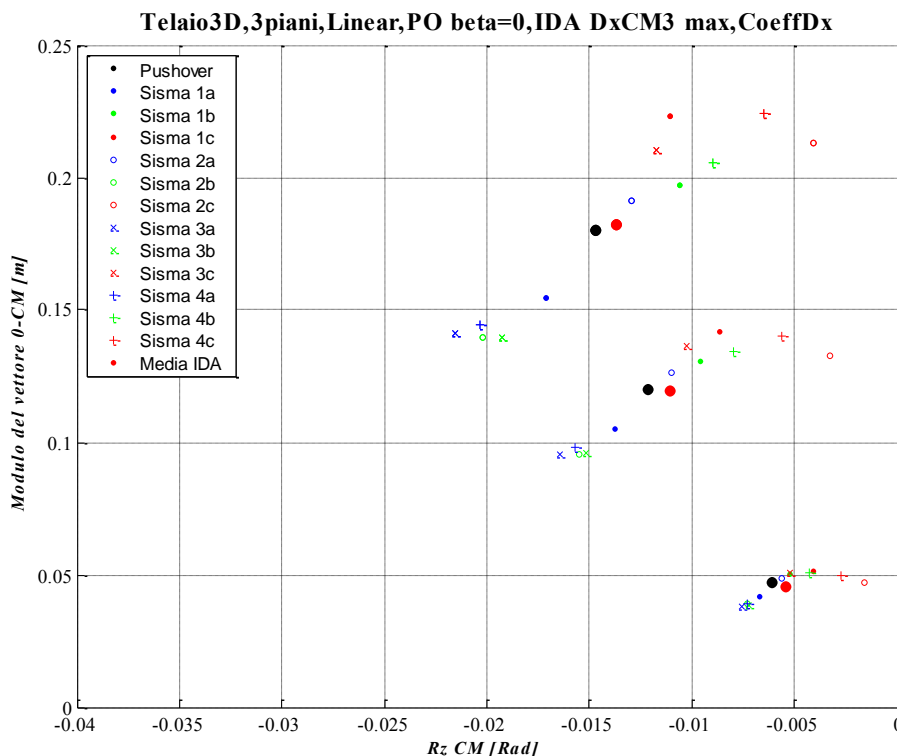


Figura 5.37 - Modulo dello spostamento dei centri di massa Vs Rotazione dei centri di massa dei vari piani, confronto fra *pushover* (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $Dx_{CM3\ max}$, le analisi IDA sono scalate con il $CoeffDx$, quindi il confronto è omogeneo.

In *Figura 5.37* si riporta la seguente coppia di parametri di risposta per il centro di massa di ogni piano: modulo dello spostamento orizzontale e relativa rotazione.

Tale rappresentazione conduce al disegno di un punto sul grafico suddetto per ogni piano della struttura. Per distinguere i vari piani si considera che salendo per essi spostamento e rotazione aumentano.

Il grafico riportato risulta una novità introdotta nella presente tesi per cogliere la configurazione deformata della struttura, la quale è utile per descrivere il comportamento roto-traslazionale della struttura.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge il massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità ($Dx_{CM3\ max}$).

Le analisi dinamiche *IDA* sono state scalate con il *CoeffDx* definito dalla relazione (5.8), quindi il confronto fra i risultati dell'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* è a parità di condizioni limite di deformazione del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$), quindi omogeneo.

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (punti neri marcati) stima abbastanza bene i risultati previsti dall'analisi dinamica (punti rossi marcati).

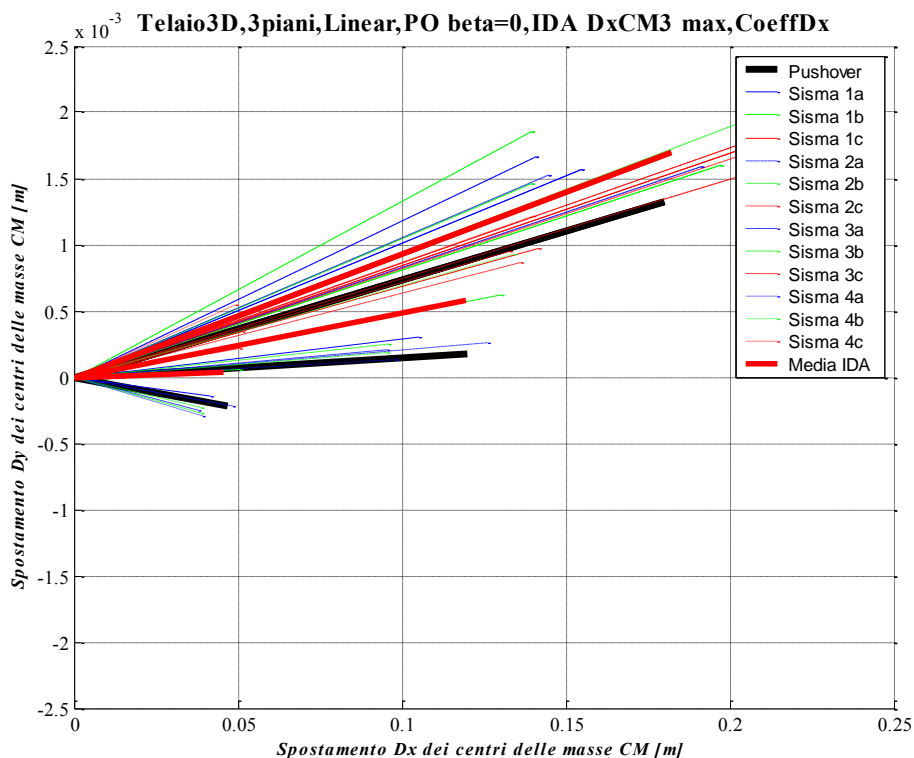


Figura 5.38 - Vettori spostamento dei centri di massa dei vari piani, confronto fra pushover (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge Dx_{CM3} max, le analisi IDA sono scalate con il $CoeffDx$, quindi il confronto è omogeneo.

In *Figura 5.38* si riportano i vettori spostamento del centro di massa di ogni piano. Per distinguere i vari piani si considera che quelli superiori posseggono un modulo dello spostamento maggiore rispetto a quelli inferiori. Tale rappresentazione grafica permette di comprendere in quale direzione, e con quale entità, si spostano i centri di massa di ogni piano.

Notare che la scala di rappresentazione nelle due direzioni non è uguale: la scala lungo y è amplificata di 40 volte rispetto a quella lungo x .

Tale approccio è stato imposto per questioni di rappresentazione grafica: lo spostamento lungo y non era visibile senza il suddetto ingrandimento.

Il grafico riportato risulta una novità introdotta nella presente tesi per cogliere lo spostamento dei piani in entrambe le direzioni principali.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi

dinamiche nell'istante in cui si raggiunge il massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità ($Dx_{CM3} \max$).

Le analisi dinamiche IDA sono state scalate con il $CoeffDx$ definito dalla relazione (5.8), quindi il confronto fra i risultati dell'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* è a parità di condizioni limite di deformazione del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$), quindi omogeneo.

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) stima quasi esattamente gli spostamenti lungo x previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata), però sottostima leggermente gli spostamenti lungo y .

Istante caratteristico		Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [kN]	Ty [kN]	Mt [kN*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [kN]	Mt base [kN*m]	Scaling Factor	
Media I.D.A. (Coeff)	ϵ_{cu}	CM3	0.0852	0.0014	0.02587	113.41	1.47	908.68	1	244.79	1864.32	1.849167
		CM2	0.0636	0.0003	0.01955	212.20	2.50	1573.32				
		CM1	0.0285	0.0002	0.00901	253.39	4.60	1864.32				
	Max Dx_{CM3}	CM3	0.1820	0.0017	0.01369	437.21	3.61	347.50	1	752.37	777.54	
		CM2	0.1194	0.0006	0.01108	704.13	3.00	641.69				
		CM1	0.0454	0.0003	0.00540	763.65	3.92	777.54				
	Max Rz_{CM3}	CM3	0.0608	0.0014	0.03029	71.64	2.41	1256.49	1	114.90	2426.86	
		CM2	0.0485	0.0005	0.02231	105.85	2.99	2126.32				
		CM1	0.0231	0.0002	0.00994	117.31	2.79	2426.86				
	Max Base Shear X	CM3	0.1865	0.0016	0.00713	468.38	5.29	753.79	1	937.43	1249.40	
		CM2	0.1219	0.0009	0.00557	802.47	2.85	1162.47				
		CM1	0.0463	0.0004	0.00289	937.94	2.57	1249.40				

Tabella 5.9 - Parametri di risposta medi (in valore assoluto) delle analisi dinamiche IDA, scalati in modo da raggiungere lo stesso livello di deformazione limite del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$) per ogni istante caratteristico ($Dx_{CM3} \max$, $Rz_{CM3} \max$, $Tx \max$) delle analisi dinamiche.

		Load Factor	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [kN]	Ty [kN]	Mt [kN*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [kN]	Mt base [kN*m]	
$\beta = 0$	ϵ_{cu}	CM3		0.180	0.001	-0.01469	-397.48	-1.76	3.95	1.00	-782.97	12.34	
		CM2	391.48	-0.0035	0.120	0.000	-0.01215	-680.30	2.12				18.39
		CM1		0.047	0.000	-0.00608	-786.98	4.22	12.34				

Tabella 5.10 - Parametri di risposta dell'analisi di *pushover* in esame.

Per la descrizione del contenuto delle Tabella 5.9 e Tabella 5.10 si faccia riferimento alla Tabella 5.5.

5.3.5.3 Pushover $\beta = 1$ e IDA nell'istante $RzCM3$ max (confronto non omogeneo)

Qui di seguito sono riportati dei grafici di confronto in termini locali fra i risultati dell'analisi dinamica IDA nell'istante di tempo in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($RzCM3$ max) e l'analisi di pushover con $\beta = 1$.

Le figure riportate di seguito non rappresentano un confronto omogeneo fra i risultati dell'analisi dinamica e quelli della statica: nella statica si sono raggiunte le condizioni di deformazione ultima del c.l.s. confinato (rottura), mentre nell'istante $RzCM3$ max della dinamica il c.l.s. è ad un livello di deformazione inferiore.

Per effettuare un confronto omogeneo è necessario scalare la risposta dinamica secondo quanto riportato nella relazione (5.9).

Tali confronti “scalati” vengono riportati nel paragrafo successivo.

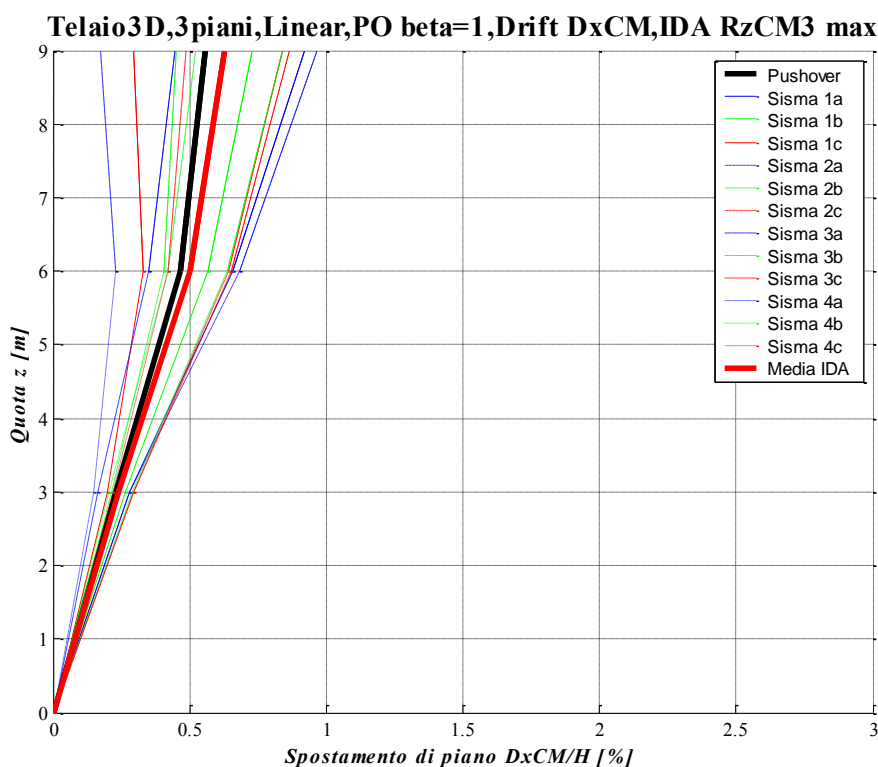


Figura 5.39 - Drift lungo x dei centri di massa, confronto fra pushover (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $RzCM3$ max, il confronto non è omogeneo.

In *Figura 5.39* si riporta il profilo sull'altezza degli spostamenti lungo x dei centri di massa di ogni piano.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 1$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($RzCM3\ max$).

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) sottostima i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata), però la forma dei due risultati è molto simile.

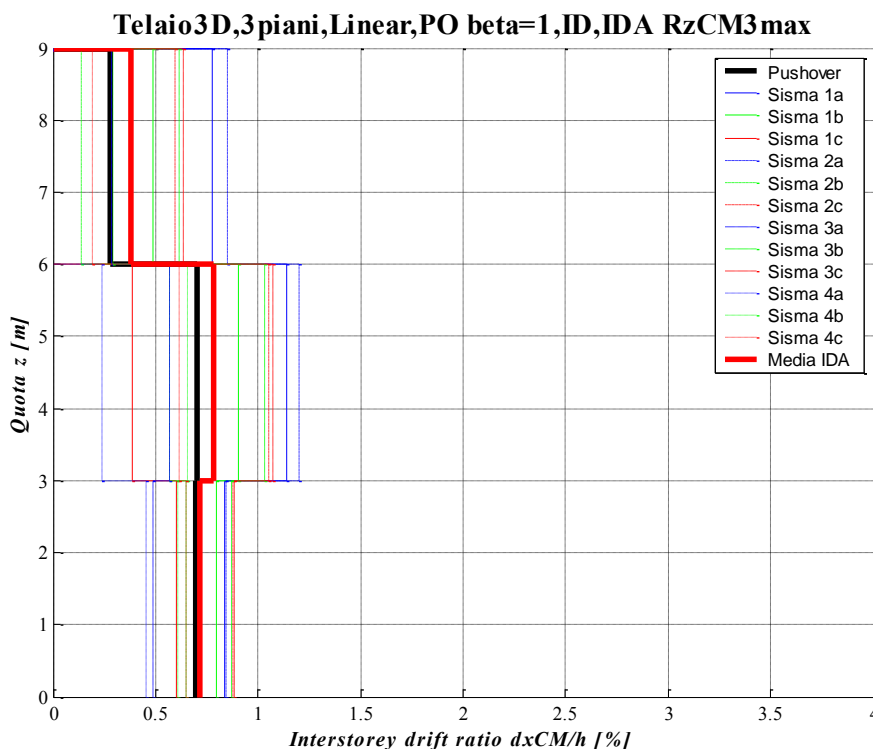


Figura 5.40 - Interstorey Drift lungo x dei centri di massa, confronto fra *pushover* (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $RzCM3\ max$, il confronto non è omogeneo.

In *Figura 5.40* si riporta il profilo sull'altezza degli spostamenti di interpiano lungo x dei centri di massa di ogni piano.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 1$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi

dinamiche nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($R_{zCM3 max}$).

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) sottostima i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata), però la forma dei due risultati è molto simile.

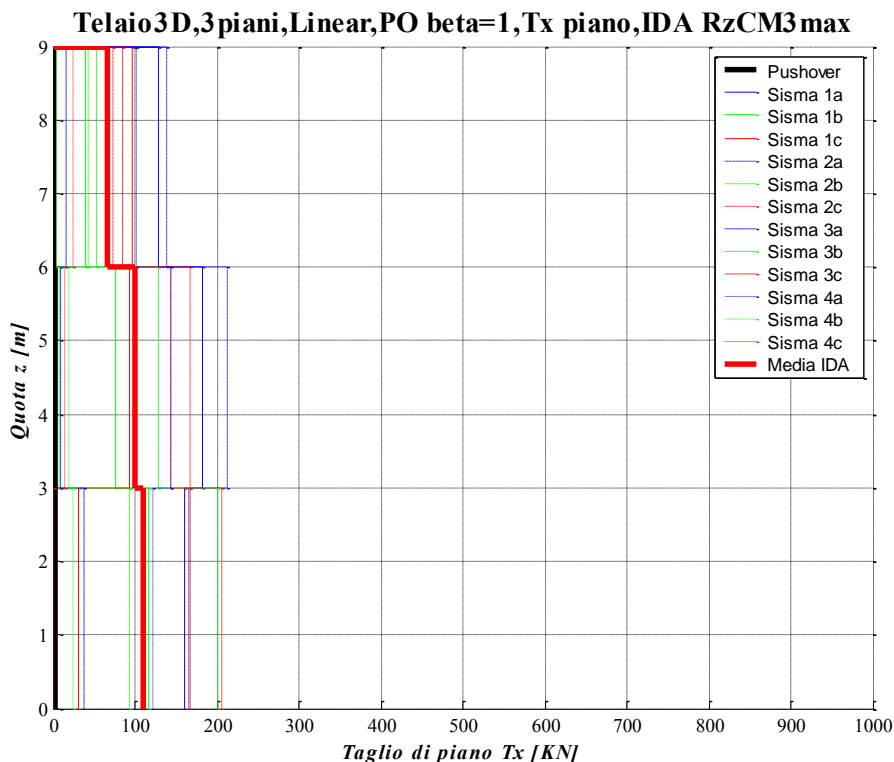


Figura 5.41 - Tagli di piano lungo x , confronto fra *pushover* (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $R_{zCM3 max}$, il confronto non è omogeneo.

In *Figura 5.41* si riporta il profilo sull'altezza dei tagli di piano lungo x .

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 1$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($R_{zCM3 max}$).

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) sottostima i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata).

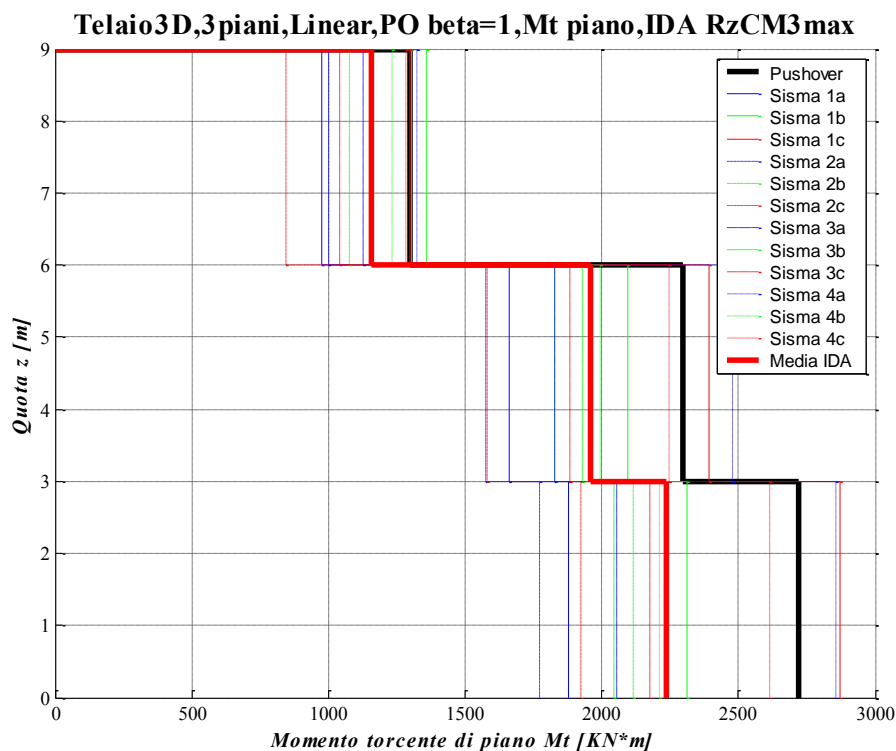


Figura 5.42 - Momenti torcenti di piano rispetto al centro di massa, confronto fra pushover (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $RzCM3 max$, il confronto non è omogeneo.

In *Figura 5.42* si riporta il profilo sull'altezza del momento torcente di piano calcolato rispetto al centro di massa di ogni piano, tale grafico risulta una novità introdotta nella presente tesi per descrivere le sollecitazioni associate al comportamento torsionale della struttura.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 1$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($RzCM3 max$).

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) sovrastima i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata).

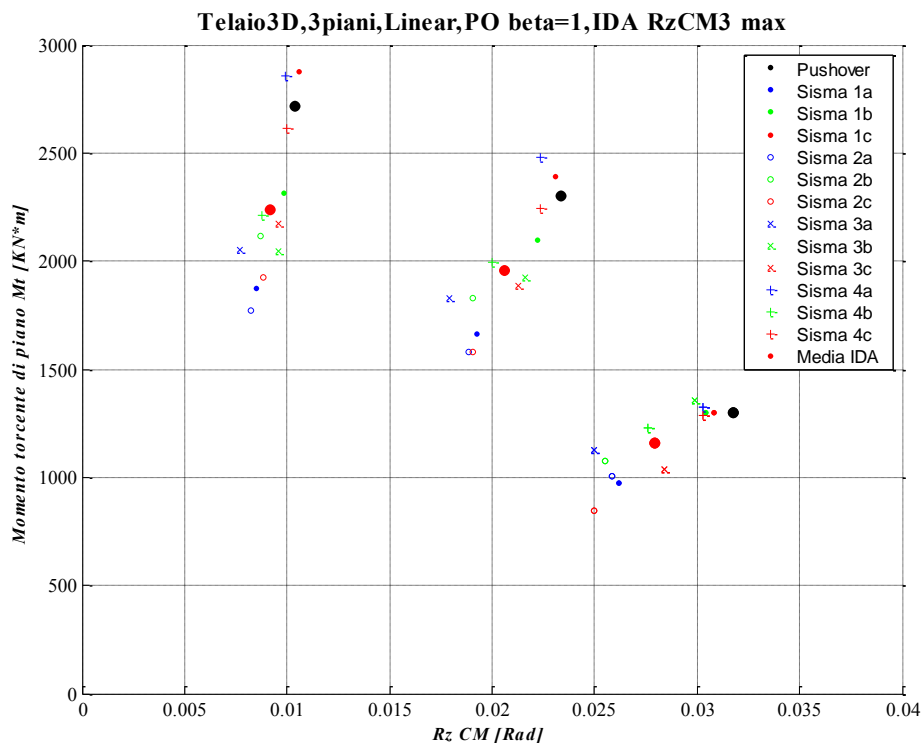


Figura 5.43 - Momento torcente di piano rispetto al centro di massa Vs Rotazione dei centri di massa dei vari piani, confronto fra pushover (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $RzCM3$ max, il confronto non è omogeneo.

In *Figura 5.43* si riporta una coppia di parametri di risposta per il centro di massa di ogni piano: momento torcente di piano e relativa rotazione. Tale rappresentazione conduce al disegno di un punto sul grafico suddetto per ogni piano della struttura.

Per distinguere i vari piani si considera che salendo per essi la rotazione associata aumenta, mentre il momento torcente diminuisce.

Il grafico riportato risulta una novità introdotta nella presente tesi per descrivere le sollecitazioni e rotazioni associate al comportamento torsionale della struttura.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 1$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($RzCM3$ max).

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (punti neri marcati) sovrastima i risultati previsti dall'analisi dinamica (punti rossi marcati), però la forma dei due risultati è molto simile.

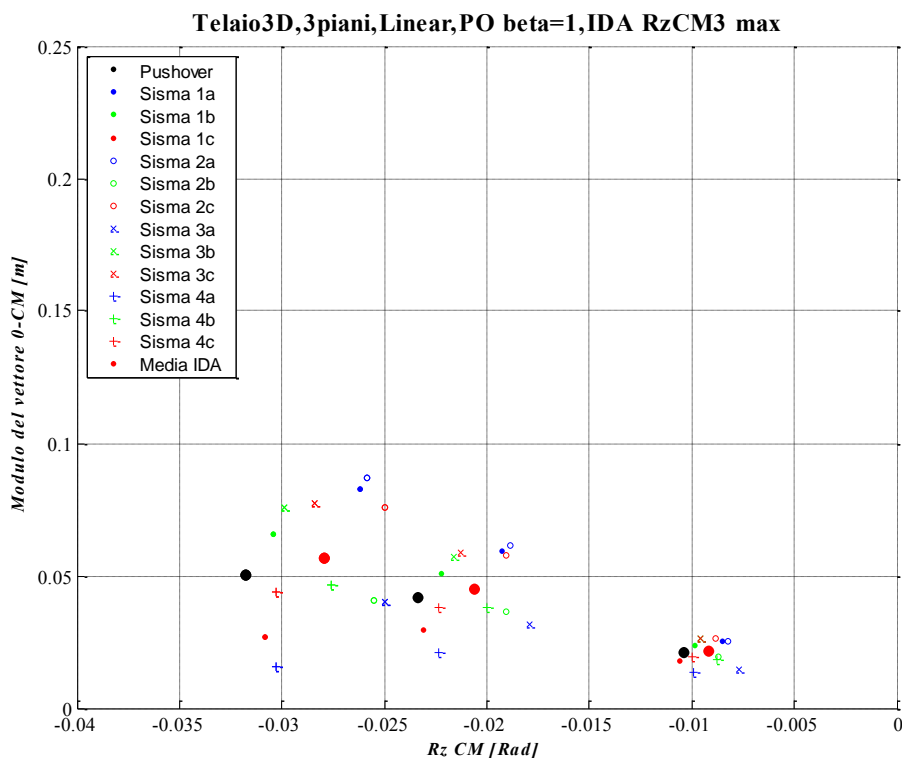


Figura 5.44 - Modulo dello spostamento dei centri di massa Vs Rotazione dei centri di massa dei vari piani, confronto fra pushover (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $RzCM3$ max, il confronto non è omogeneo.

In *Figura 5.44* si riporta la seguente coppia di parametri di risposta per il centro di massa di ogni piano: modulo dello spostamento orizzontale e relativa rotazione.

Tale rappresentazione conduce al disegno di un punto sul grafico suddetto per ogni piano della struttura.

Per distinguere i vari piani si considera che salendo per essi spostamento e rotazione aumentano.

Il grafico riportato risulta una novità introdotta nella presente tesi per cogliere la configurazione deformata della struttura, la quale è utile per descrivere il comportamento roto-traslazionale della struttura.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 1$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($RzCM3$ max).

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (punti neri marcati) sovrastima i risultati previsti dall'analisi dinamica (punti rossi marcati).

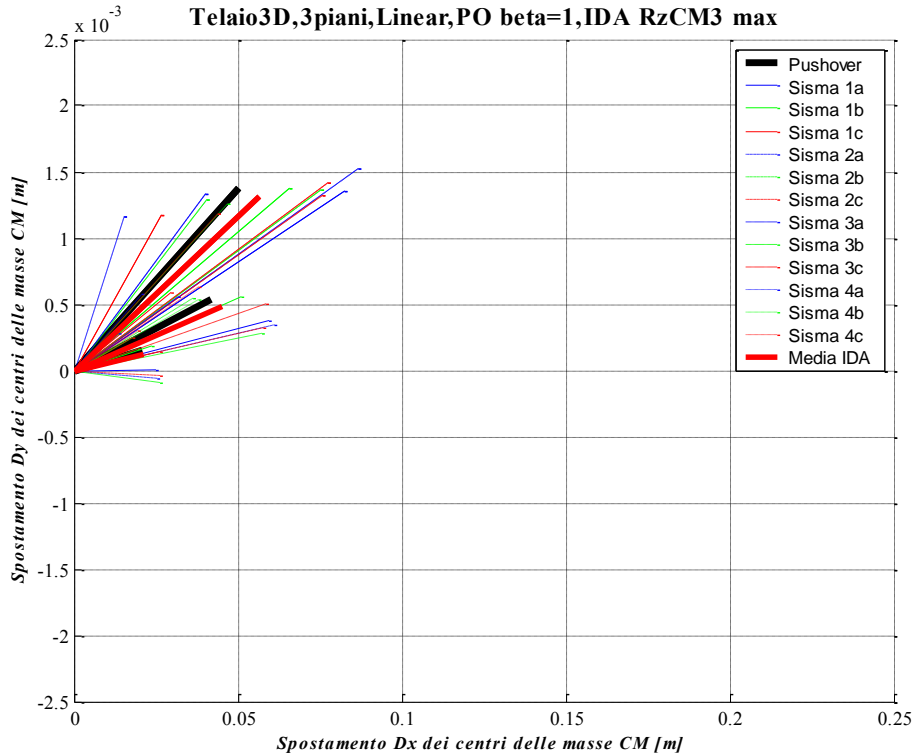


Figura 5.45 - Vettori spostamento dei centri di massa dei vari piani, confronto fra *pushover* (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $RzCM3$ max, il confronto non è omogeneo.

In *Figura 5.45* si riportano i vettori spostamento del centro di massa di ogni piano. Per distinguere i vari piani si considera che quelli superiori posseggono un modulo dello spostamento maggiore rispetto a quelli inferiori. Tale rappresentazione grafica permette di comprendere in quale direzione, e con quale entità, si spostano i centri di massa di ogni piano.

Notare che la scala di rappresentazione nelle due direzioni non è uguale: la scala lungo y è amplificata di 40 volte rispetto a quella lungo x .

Tale approccio è stato imposto per questioni di rappresentazione grafica: lo spostamento lungo y non era visibile senza il suddetto ingrandimento.

Il grafico riportato risulta una novità introdotta nella presente tesi per cogliere lo spostamento dei piani in entrambe le direzioni principali.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 1$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($R_zCM3 \max$).

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) sottostima i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata), però la forma dei due risultati è molto simile.

Istante caratteristico		Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [KN]	Ty [KN]	Mt [Kn*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [KN]	Mt base [KN*m]	Scaling Factor
Media I.D.A. sui valori assoluti	ϵ_{cu}	CM3	0.0857	0.0014	0.02602	114.09	1.48	913.73	0.9941394	246.28	1875.13
		CM2	0.0640	0.0003	0.01967	213.49	2.51	1582.31			
		CM1	0.0287	0.0002	0.00906	254.94	4.63	1875.13			
	Max DxCM3	CM3	0.1318	0.0013	0.01102	309.76	2.59	267.21	1.3857973	539.81	569.00
		CM2	0.0869	0.0004	0.00885	502.29	2.19	477.28			
		CM1	0.0333	0.0002	0.00429	547.64	3.24	569.00			
	Max RzCM3	CM3	0.0565	0.0013	0.02793	66.98	2.22	1155.69	1.0892992	107.97	2235.54
		CM2	0.0450	0.0005	0.02059	99.85	2.75	1957.58			
		CM1	0.0214	0.0002	0.00918	110.22	2.57	2235.54			
	Max Base Shear X	CM3	0.1211	0.0011	0.00492	301.97	3.29	469.81	1.5578886	604.29	782.88
		CM2	0.0793	0.0006	0.00390	517.39	1.85	727.19			
		CM1	0.0302	0.0002	0.00202	604.71	1.77	782.88			

Tabella 5.11 – Parametri di risposta medi (in valore assoluto) delle analisi dinamiche IDA.

		Load Factor	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [KN]	Ty [KN]	Mt [Kn*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [KN]	Mt base [KN*m]	
$\beta = 1$	ϵ_{cu}	CM3		0.050	0.001	-0.03178	-0.74	2.05	1296.20	1.00	0.00	2718.20	
		CM2	338.67	-0.0035	0.042	0.001	-0.02335	-3.35	2.53				2298.20
		CM1			0.021	0.000	-0.01040	-2.19	2.62				2718.20

Tabella 5.12 - Parametri di risposta dell'analisi di *pushover* in esame.

Per la descrizione del contenuto delle *Tabella 5.11* e *Tabella 5.12* si faccia riferimento alla *Tabella 5.5*.

5.3.5.4 Pushover $\beta = 1$ e IDA nell'istante $RzCM3$ max (confronto omogeneo)

Qui di seguito sono riportati dei grafici di confronto in termini locali fra i risultati dell'analisi dinamica IDA nell'istante di tempo in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($RzCM3$ max) e l'analisi di *pushover* con $\beta = 1$.

Le figure riportate di seguito rappresentano un confronto omogeneo fra i risultati dell'analisi dinamica e quelli della statica, difatti i risultati dell'analisi dinamica sono stati scalati con il coefficiente definito dalla relazione (5.9).

Telaio3D,3piani,Linear,PO beta=1,Drift DxCM,IDA RzCM3 max,CoeffRz

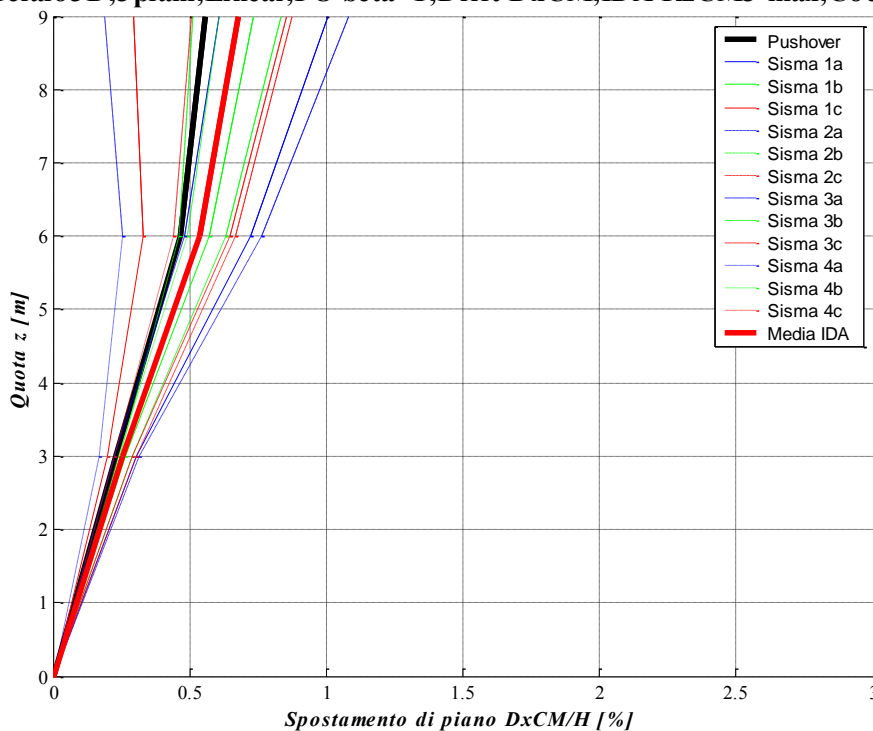


Figura 5.46 - Drift lungo x dei centri di massa, confronto fra pushover (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $RzCM3$ max, le analisi IDA sono scalate con il $CoeffRz$, quindi il confronto è omogeneo.

In *Figura 5.46* si riporta il profilo sull'altezza degli spostamenti lungo x dei centri di massa di ogni piano.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 1$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi

dinamiche nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($R_{zCM3 max}$).

Le analisi dinamiche IDA sono state scalate con il $CoeffR_z$ definito dalla relazione (5.9), quindi il confronto fra i risultati dell'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* è a parità di condizioni limite di deformazione del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$), quindi omogeneo.

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) sottostima i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata).

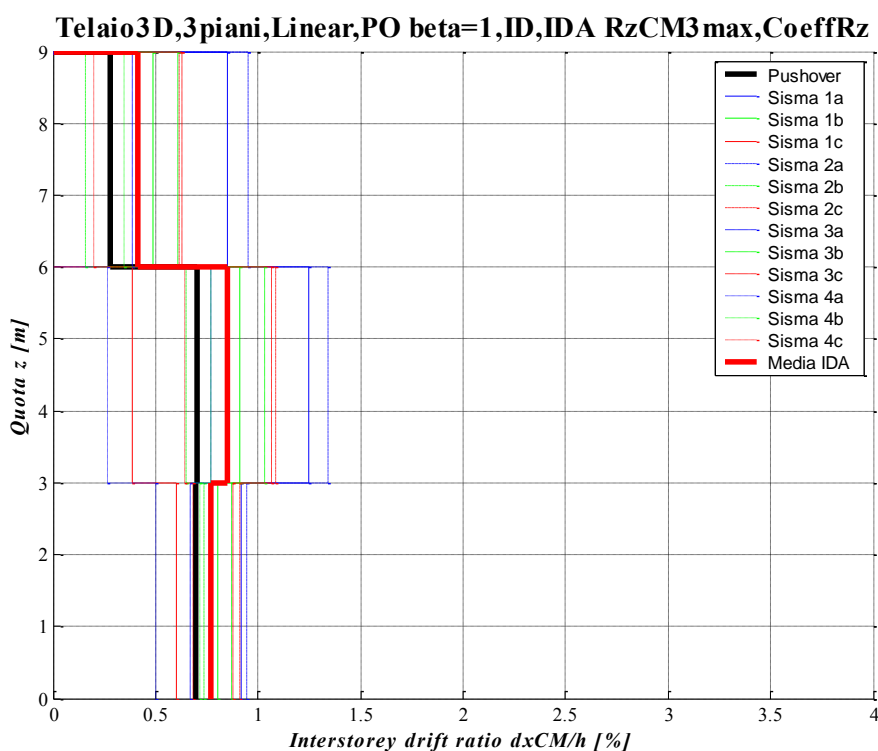


Figura 5.47 - Interstorey Drift lungo x dei centri di massa, confronto fra *pushover* (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $R_{zCM3 max}$, le analisi IDA sono scalate con il $CoeffR_z$, quindi il confronto è omogeneo.

In *Figura 5.47* si riporta il profilo sull'altezza degli spostamenti di interpiano lungo x dei centri di massa di ogni piano.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 1$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($R_{zCM3 max}$).

Le analisi dinamiche *IDA* sono state scalate con il $CoeffR_z$ definito dalla relazione (5.9), quindi il confronto fra i risultati dell'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* è a parità di condizioni limite di deformazione del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$), quindi omogeneo.

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) sottostima i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata).

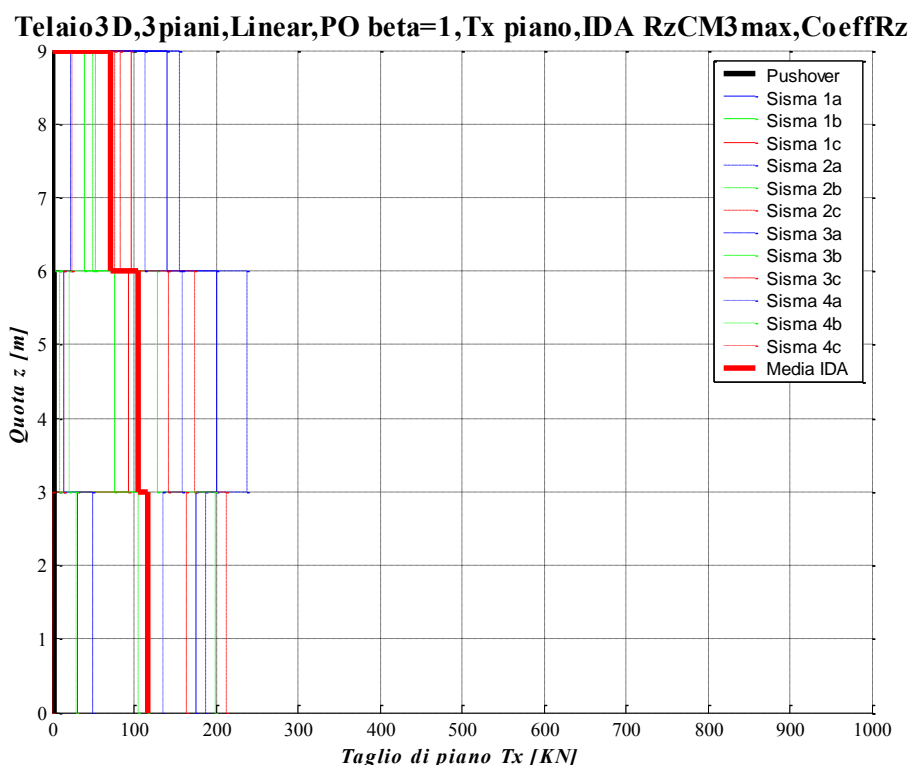


Figura 5.48 - Tagli di piano lungo x , confronto fra *pushover* (a rottura) e *IDA* ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $R_zCM3 \max$, le analisi *IDA* sono scalate con il $CoeffR_z$, quindi il confronto è omogeneo.

In *Figura 5.48* si riporta il profilo sull'altezza dei tagli di piano lungo x .

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 1$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($R_zCM3 \max$).

Le analisi dinamiche *IDA* sono state scalate con il $CoeffR_z$ definito dalla relazione (5.9), quindi il confronto fra i risultati dell'analisi dinamica con quelli dell'analisi

di *pushover* è a parità di condizioni limite di deformazione del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$), quindi omogeneo.

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) sottostima i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata).

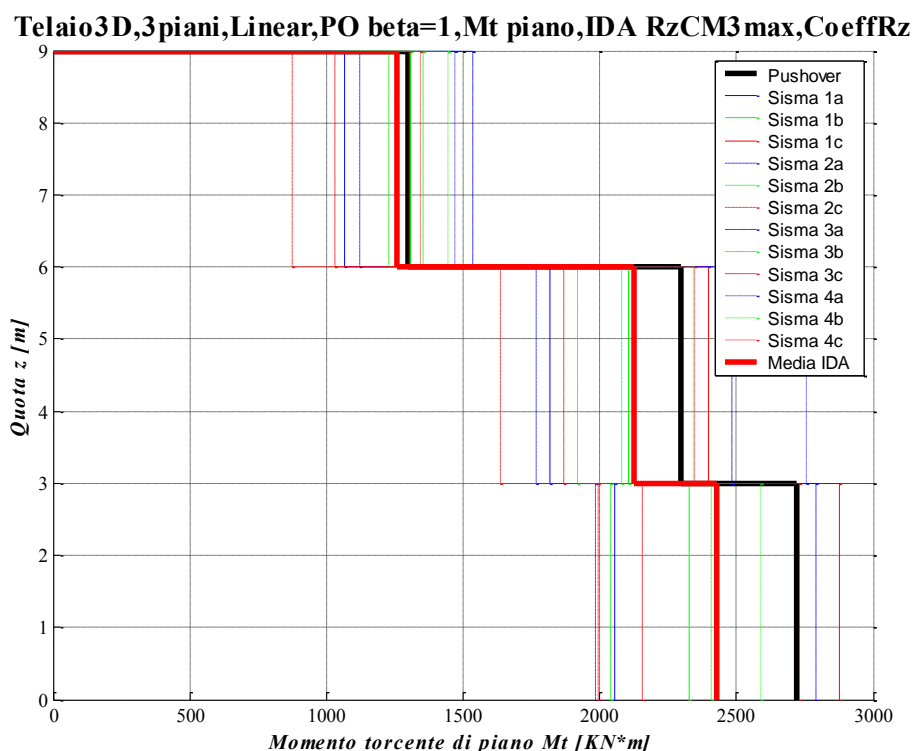


Figura 5.49 - Momenti torcenti di piano rispetto al centro di massa, confronto fra *pushover* (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $RzCM3$ max, le analisi IDA sono scalate con il $CoeffRz$, quindi il confronto è omogeneo.

In *Figura 5.49* si riporta il profilo sull'altezza del momento torcente di piano calcolato rispetto al centro di massa di ogni piano, tale grafico risulta una novità introdotta nella presente tesi per descrivere le sollecitazioni associate al comportamento torsionale della struttura.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 1$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($RzCM3$ max).

Le analisi dinamiche IDA sono state scalate con il $CoeffRz$ definito dalla relazione (5.9), quindi il confronto fra i risultati dell'analisi dinamica con quelli dell'analisi

di *pushover* è a parità di condizioni limite di deformazione del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$), quindi omogeneo.

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) sovrastima i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata).

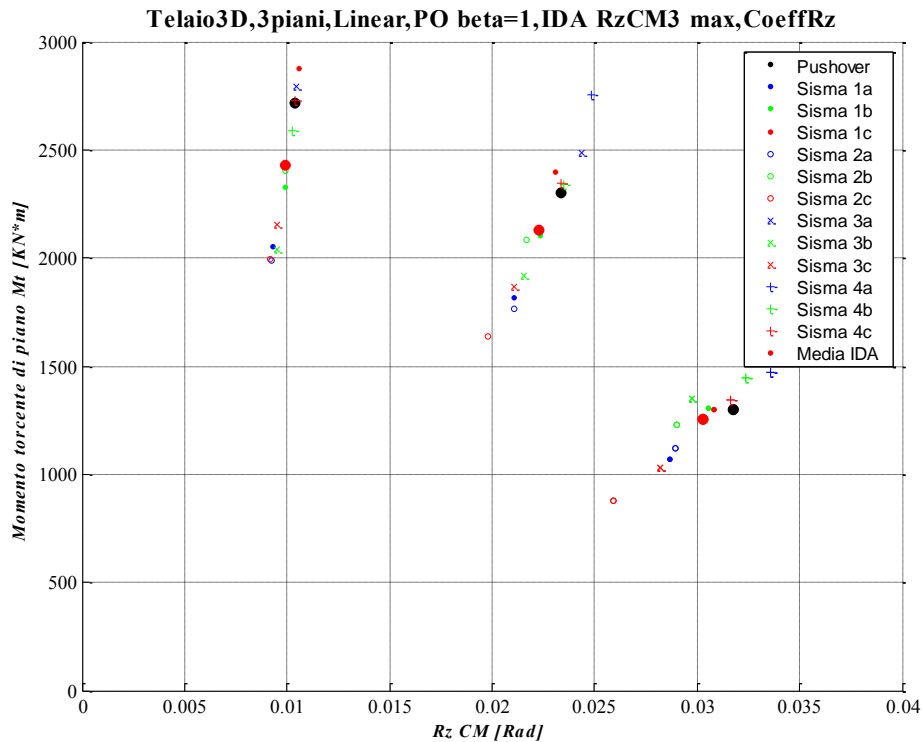


Figura 5.50 - Momento torcente di piano rispetto al centro di massa Vs Rotazione dei centri di massa dei vari piani, confronto fra *pushover* (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge Rz_{CM3} max, le analisi IDA sono scalate con il $CoeffRz$, quindi il confronto è omogeneo.

In *Figura 5.50* si riporta una coppia di parametri di risposta per il centro di massa di ogni piano: momento torcente di piano e relativa rotazione. Tale rappresentazione conduce al disegno di un punto sul grafico suddetto per ogni piano della struttura.

Per distinguere i vari piani si considera che salendo per essi la rotazione associata aumenta, mentre il momento torcente diminuisce.

Il grafico riportato risulta una novità introdotta nella presente tesi per descrivere le sollecitazioni e rotazioni associate al comportamento torsionale della struttura.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 1$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($R_{zCM3 \max}$).

Le analisi dinamiche IDA sono state scalate con il $CoeffR_z$ definito dalla relazione (5.9), quindi il confronto fra i risultati dell'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* è a parità di condizioni limite di deformazione del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$), quindi omogeneo.

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (punti neri marcati) sovrastima i risultati previsti dall'analisi dinamica (punti rossi marcati).

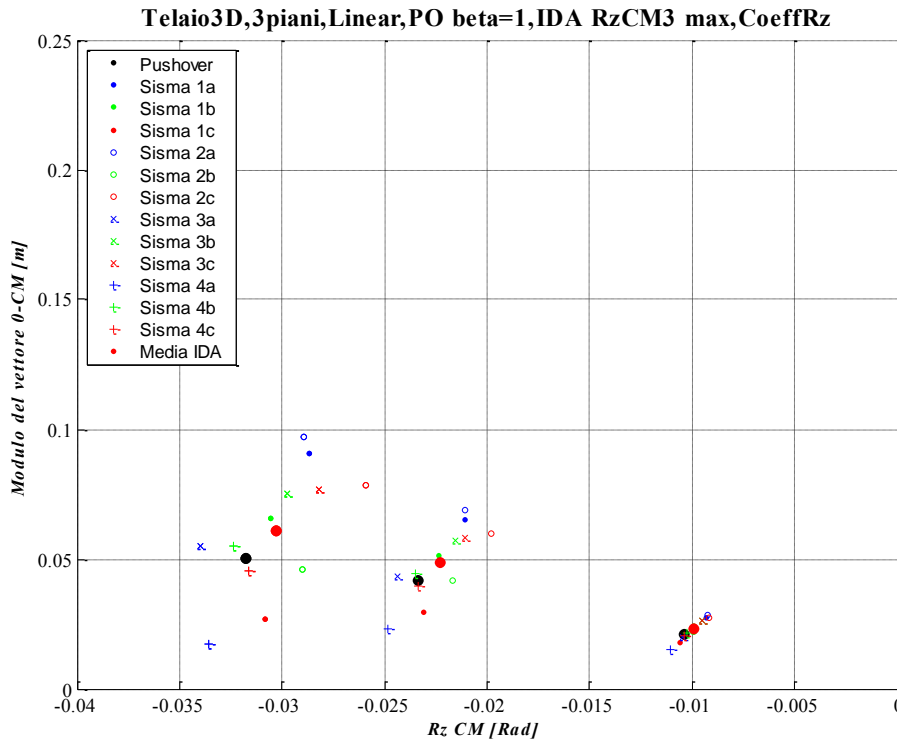


Figura 5.51 - Modulo dello spostamento dei centri di massa Vs Rotazione dei centri di massa dei vari piani, confronto fra *pushover* (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $R_{zCM3 \max}$, le analisi IDA sono scalate con il $CoeffR_z$, quindi il confronto è omogeneo.

In *Figura 5.51* si riporta la seguente coppia di parametri di risposta per il centro di massa di ogni piano: modulo dello spostamento orizzontale e relativa rotazione.

Tale rappresentazione conduce al disegno di un punto sul grafico suddetto per ogni piano della struttura.

Per distinguere i vari piani si considera che salendo per essi spostamento e rotazione aumentano. Il grafico riportato risulta una novità introdotta nella presente tesi per cogliere la configurazione deformata della struttura, la quale è utile per descrivere il comportamento roto-traslazionale della struttura.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 1$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($R_{zCM3 \max}$).

Le analisi dinamiche *IDA* sono state scalate con il $CoeffR_z$ definito dalla relazione (5.9), quindi il confronto fra i risultati dell'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* è a parità di condizioni limite di deformazione del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$), quindi omogeneo.

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (punti neri marcati) sovrastima i risultati previsti dall'analisi dinamica (punti rossi marcati).

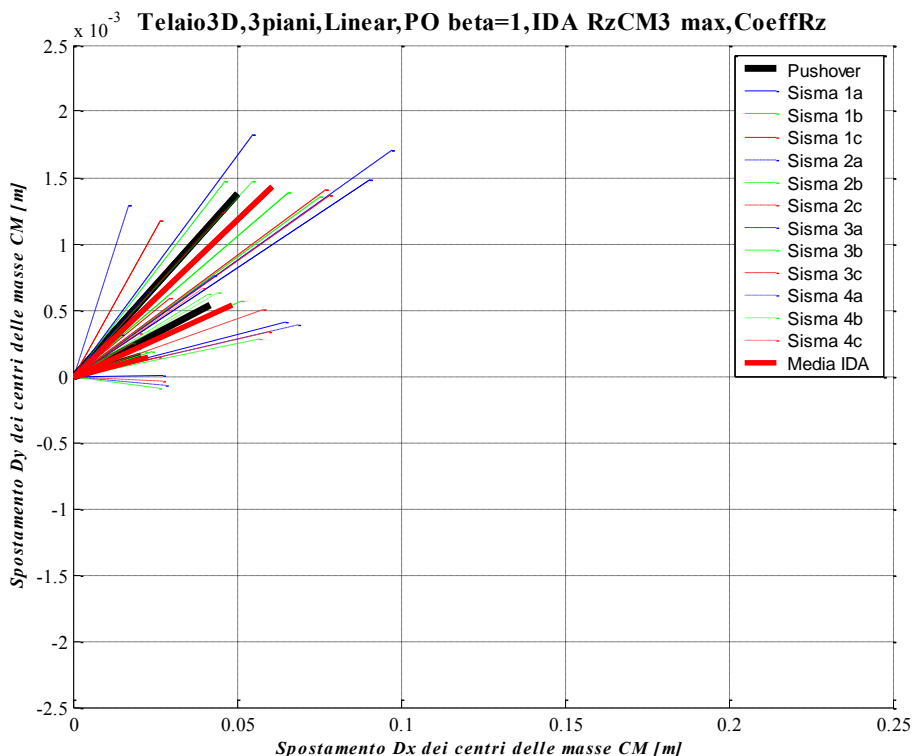


Figura 5.52 - Vettori spostamento dei centri di massa dei vari piani, confronto fra *pushover* (a rottura) e *IDA* ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $R_{zCM3 \max}$, le analisi *IDA* sono scalate con il $CoeffR_z$, quindi il confronto è omogeneo.

In *Figura 5.52* si riportano i vettori spostamento del centro di massa di ogni piano. Per distinguere i vari piani si considera che quelli superiori posseggono un modulo dello spostamento maggiore rispetto a quelli inferiori.

Tale rappresentazione grafica permette di comprendere in quale direzione, e con quale entità, si spostano i centri di massa di ogni piano.

Notare che la scala di rappresentazione nelle due direzioni non è uguale: la scala lungo y è amplificata di 40 volte rispetto a quella lungo x .

Tale approccio è stato imposto per questioni di rappresentazione grafica: lo spostamento lungo y non era visibile senza il suddetto ingrandimento.

Il grafico riportato risulta una novità introdotta nella presente tesi per cogliere lo spostamento dei piani in entrambe le direzioni principali.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 1$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($R_{zCM3\ max}$).

Le analisi dinamiche *IDA* sono state scalate con il $CoeffR_z$ definito dalla relazione (5.9), quindi il confronto fra i risultati dell'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* è a parità di condizioni limite di deformazione del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$), quindi omogeneo.

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) sottostima gli spostamenti lungo x e y previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata).

Istante caratteristico		Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [KN]	Ty [KN]	Mt [Kn*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [KN]	Mt base [KN*m]	Scaling Factor	
Media I.D.A. (Coeff)	ϵ_{cu}	CM3	0.0852	0.0014	0.02587	113.41	1.47	908.68	1	244.79	1864.32	1.849167
		CM2	0.0636	0.0003	0.01955	212.20	2.50	1573.32				
		CM1	0.0285	0.0002	0.00901	253.39	4.60	1864.32				
	Max DxCM3	CM3	0.1820	0.0017	0.01369	437.21	3.61	347.50	1	752.37	777.54	
		CM2	0.1194	0.0006	0.01108	704.13	3.00	641.69				
		CM1	0.0454	0.0003	0.00540	763.65	3.92	777.54				
	Max RzCM3	CM3	0.0608	0.0014	0.03029	71.64	2.41	1256.49	1	114.90	2426.86	
		CM2	0.0485	0.0005	0.02231	105.85	2.99	2126.32				
		CM1	0.0231	0.0002	0.00994	117.31	2.79	2426.86				
	Max Base Shear X	CM3	0.1865	0.0016	0.00713	468.38	5.29	753.79	1	937.43	1249.40	
		CM2	0.1219	0.0009	0.00557	802.47	2.85	1162.47				
		CM1	0.0463	0.0004	0.00289	937.94	2.57	1249.40				

Tabella 5.13 - Parametri di risposta medi (in valore assoluto) delle analisi dinamiche IDA, scalati in modo da raggiungere lo stesso livello di deformazione limite del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$) per ogni istante caratteristico (DxCM3 max, RzCM3 max, Tx max) delle analisi dinamiche.

		Load Factor	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [KN]	Ty [KN]	Mt [Kn*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [KN]	Mt base [KN*m]	
$\beta = 1$	ϵ_{cu}	CM3		0.050	0.001	-0.03178	-0.74	2.05	1296.20	1.00	0.00	2718.20	
		CM2	338.67	-0.0035	0.042	0.001	-0.02335	-3.35	2.53				2298.20
		CM1			0.021	0.000	-0.01040	-2.19	2.62				2718.20

Tabella 5.14 - Parametri di risposta dell'analisi di pushover in esame

Per la descrizione del contenuto delle Tabella 5.13 e Tabella 5.14 si faccia riferimento alla Tabella 5.5.

5.3.5.5 Pushover $\beta = 0.9$ e IDA nell'istante RzCM3 max (confronto non omogeneo)

Qui di seguito sono riportati dei grafici di confronto in termini locali fra i risultati dell'analisi dinamica IDA nell'istante di tempo in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità (RzCM3 max) e l'analisi di pushover con $\beta = 0.9$.

Le figure riportate di seguito non rappresentano un confronto omogeneo fra i risultati dell'analisi dinamica e quelli della statica: nella statica si sono raggiunte le condizioni di deformazione ultima del c.l.s. confinato (rottura), mentre nell'istante RzCM3 max della dinamica il c.l.s. è ad un livello di deformazione inferiore.

Per effettuare un confronto omogeneo è necessario scalare la risposta dinamica secondo quanto riportato nella relazione (5.9).

Tali confronti “scalati” vengono riportati nel paragrafo successivo.

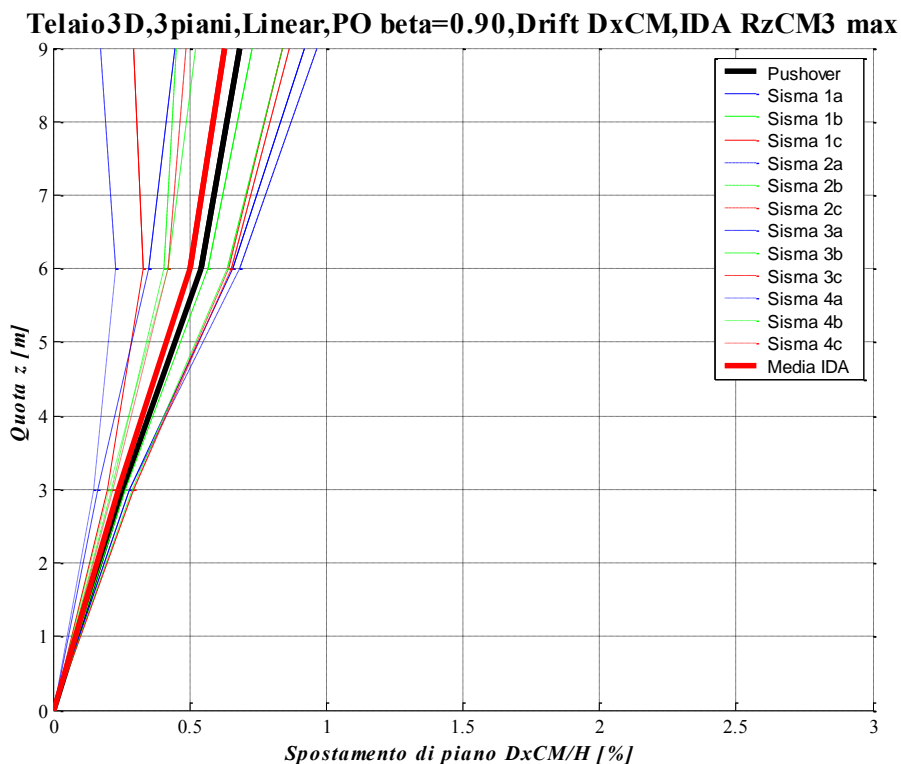


Figura 5.53 - Drift lungo x dei centri di massa, confronto fra pushover (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $RzCM3$ max, il confronto non è omogeneo.

In *Figura 5.33* si riporta il profilo sull'altezza degli spostamenti lungo x dei centri di massa di ogni piano.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.9$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($RzCM3$ max).

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) sovrastima i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata), però la forma dei due risultati è molto simile. Per tale motivo attraverso un coefficiente moltiplicativo dell'analisi dinamica si potrebbe giungere alla coincidenza dei risultati.

In effetti, portando le due tipologie analisi ad un una condizione di confronto omogenea (raggiungimento della rottura nel c.l.s. confinato), attraverso il coefficiente definito dalla relazione (5.9), si giunge ad una quasi coincidenza dei risultati previsti dall'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* (vedi paragrafo successivo).

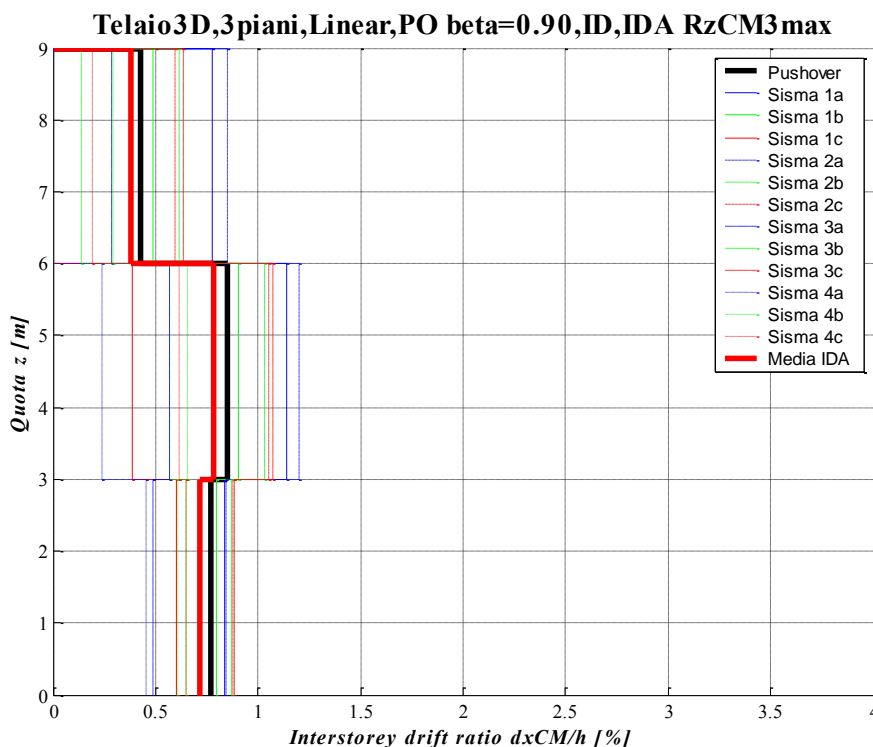


Figura 5.54 - Interstorey Drift lungo x dei centri di massa, confronto fra pushover (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $RzCM3 max$, il confronto non è omogeneo.

In *Figura 5.54* si riporta il profilo sull'altezza degli spostamenti di interpiano lungo x dei centri di massa di ogni piano.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.9$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($RzCM3 max$).

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) sovrastima i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata), però la forma dei due risultati è molto simile. Per tale motivo attraverso un

coefficiente moltiplicativo dell'analisi dinamica si potrebbe giungere alla coincidenza dei risultati.

In effetti, portando le due tipologie analisi ad un una condizione di confronto omogenea (raggiungimento della rottura nel c.l.s. confinato), attraverso il coefficiente definito dalla relazione (5.9), si giunge ad una quasi coincidenza dei risultati previsti dall'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* (vedi paragrafo successivo).

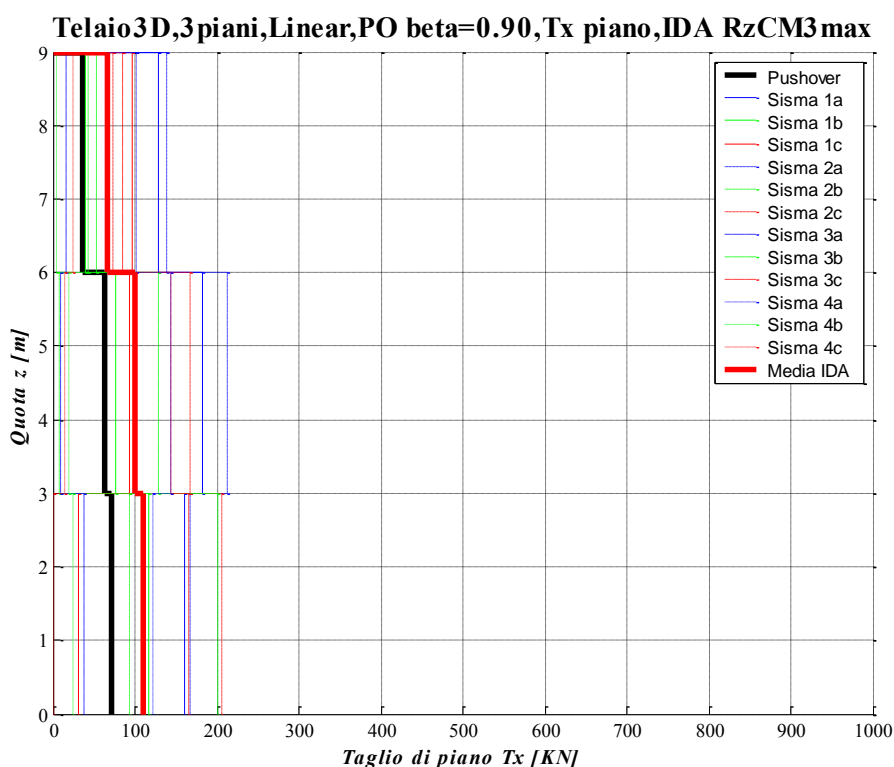


Figura 5.55 - Tagli di piano lungo x, confronto fra *pushover* (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $RzCM3 max$, il confronto non è omogeneo.

In *Figura 5.55* si riporta il profilo sull'altezza dei tagli di piano lungo x.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.9$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($RzCM3 max$).

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) sottostima i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata).

Per tale motivo non può esistere, come in alcuni casi precedenti, un coefficiente moltiplicativo dell'analisi dinamica con cui si possa giungere alla coincidenza dei risultati.

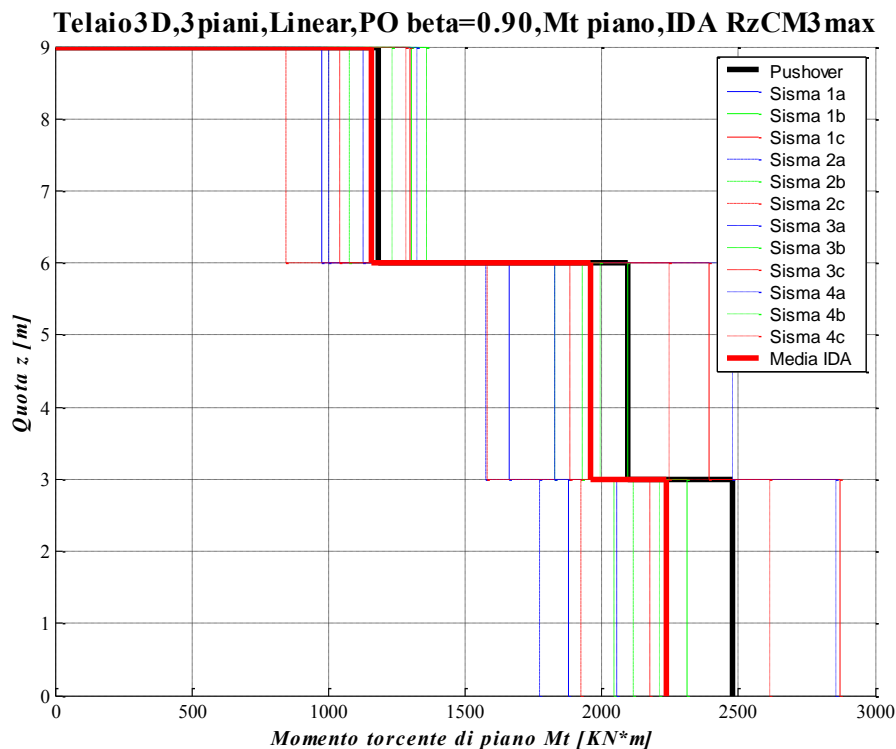


Figura 5.56 - Momenti torcenti di piano rispetto al centro di massa, confronto fra pushover (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $RzCM3 max$, il confronto non è omogeneo.

In *Figura 5.56* si riporta il profilo sull'altezza del momento torcente di piano calcolato rispetto al centro di massa di ogni piano, tale grafico risulta una novità introdotta nella presente tesi per descrivere le sollecitazioni associate al comportamento torsionale della struttura.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.9$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($RzCM3 max$).

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) sovrastima, nei primi due piani, i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata), però la forma dei due risultati non è molto simile. Per tale

motivo attraverso un coefficiente moltiplicativo dell'analisi dinamica si potrebbe giungere alla coincidenza dei risultati solamente nei primi due piani della struttura.

In effetti, portando le due tipologie analisi ad un una condizione di confronto omogenea (raggiungimento della rottura nel c.l.s. confinato), attraverso il coefficiente definito dalla relazione (5.9), si giunge ad una quasi coincidenza dei risultati previsti dall'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* (vedi paragrafo successivo).

Nel terzo piano dell'edificio si avrà sempre una sovrastima del momento torcente da parte dell'analisi di *pushover*.

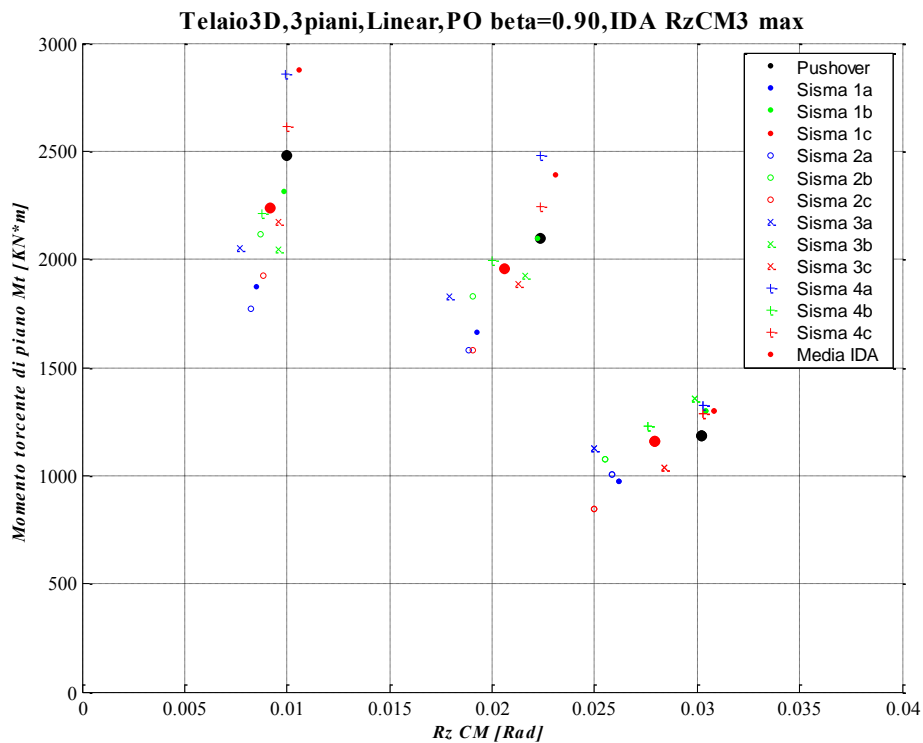


Figura 5.57 - Momento torcente di piano rispetto al centro di massa Vs Rotazione dei centri di massa dei vari piani, confronto fra *pushover* (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge RzCM3 max, il confronto non è omogeneo.

In *Figura 5.57* si riporta una coppia di parametri di risposta per il centro di massa di ogni piano: momento torcente di piano e relativa rotazione. Tale rappresentazione conduce al disegno di un punto sul grafico suddetto per ogni piano della struttura.

Per distinguere i vari piani si considera che salendo per essi la rotazione associata aumenta, mentre il momento torcente diminuisce.

Il grafico riportato risulta una novità introdotta nella presente tesi per descrivere le sollecitazioni e rotazioni associate al comportamento torsionale della struttura.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.9$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($R_{zCM3 \max}$).

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (punti neri marcati) sovrastima i risultati previsti dall'analisi dinamica (punti rossi marcati), però la forma dei due risultati è molto simile. Per tale motivo attraverso un coefficiente moltiplicativo dell'analisi dinamica si potrebbe giungere alla coincidenza dei risultati.

In effetti, portando le due tipologie analisi ad una condizione di confronto omogenea (raggiungimento della rottura nel c.l.s. confinato), attraverso il coefficiente definito dalla relazione (5.9), si giunge ad una quasi coincidenza dei risultati previsti dall'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* (vedi paragrafo successivo).

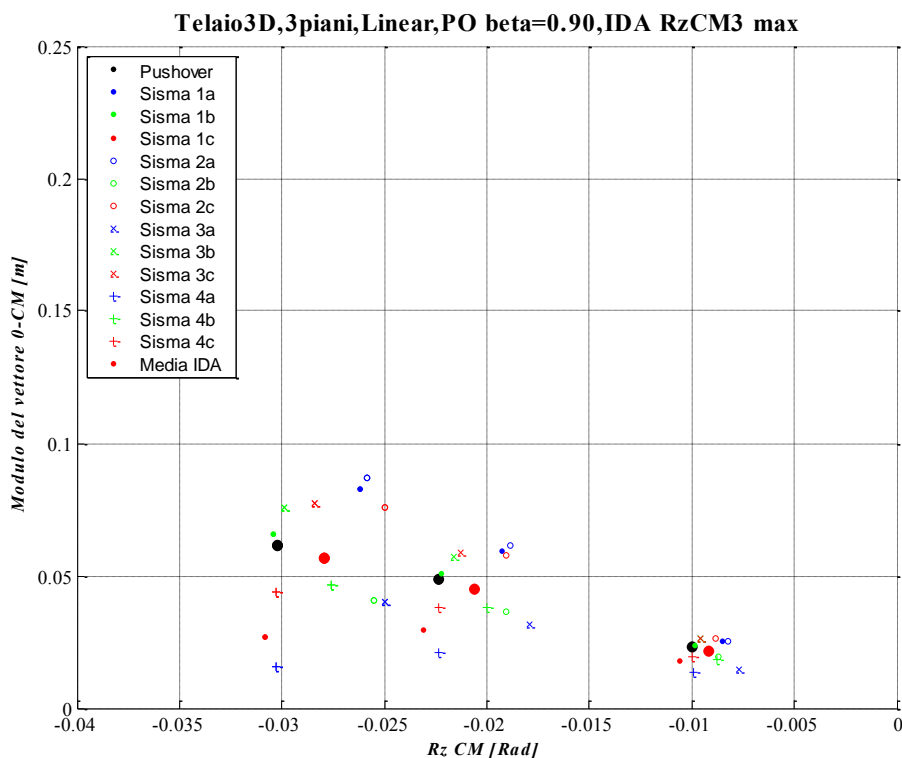


Figura 5.58 - Modulo dello spostamento dei centri di massa Vs Rotazione dei centri di massa dei vari piani, confronto fra pushover (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $RzCM3$ max, il confronto non è omogeneo.

In *Figura 5.58* si riporta la seguente coppia di parametri di risposta per il centro di massa di ogni piano: modulo dello spostamento orizzontale e relativa rotazione.

Tale rappresentazione conduce al disegno di un punto sul grafico suddetto per ogni piano della struttura.

Per distinguere i vari piani si considera che salendo per essi spostamento e rotazione aumentano.

Il grafico riportato risulta una novità introdotta nella presente tesi per cogliere la configurazione deformata della struttura, la quale è utile per descrivere il comportamento roto-traslazionale della struttura.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.9$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($RzCM3$ max).

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (punti neri marcati) sovrastima i risultati previsti dall'analisi dinamica (punti rossi marcati), però la forma dei due risultati è molto simile. Per tale motivo attraverso un coefficiente moltiplicativo dell'analisi dinamica si potrebbe giungere alla coincidenza dei risultati.

In effetti, portando le due tipologie analisi ad un una condizione di confronto omogenea (raggiungimento della rottura nel c.l.s. confinato), attraverso il coefficiente definito dalla relazione (5.9), si giunge ad una quasi coincidenza dei risultati previsti dall'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* (vedi paragrafo successivo).

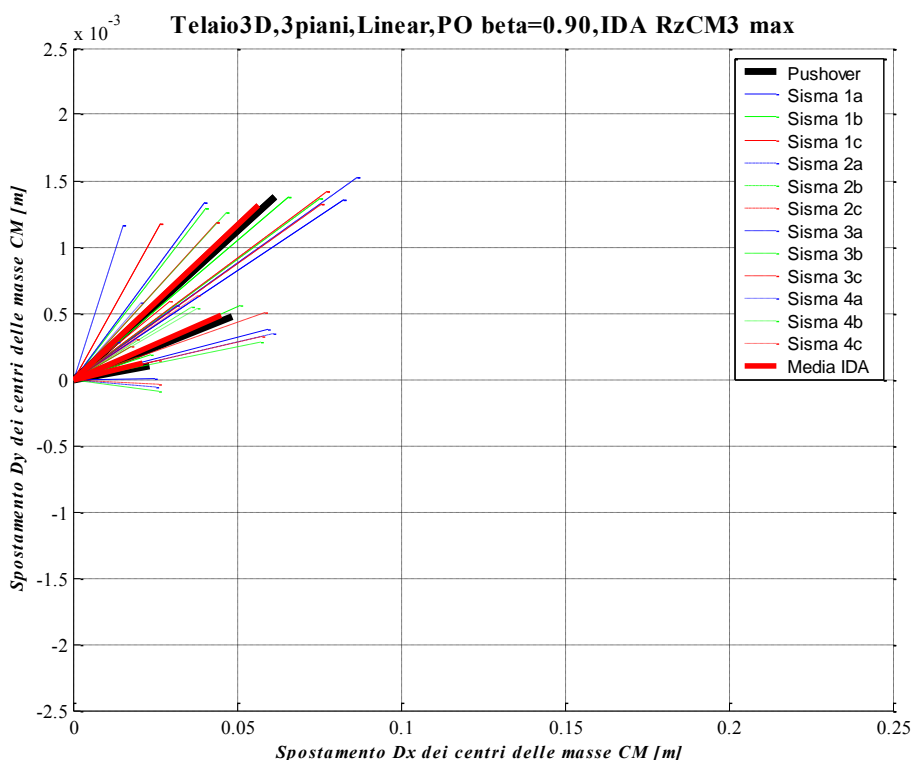


Figura 5.59 - Vettori spostamento dei centri di massa dei vari piani, confronto fra *pushover* (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $RzCM3$ max, il confronto non è omogeneo.

In *Figura 5.59* si riportano i vettori spostamento del centro di massa di ogni piano. Per distinguere i vari piani si considera che quelli superiori posseggono un modulo dello spostamento maggiore rispetto a quelli inferiori. Tale

rappresentazione grafica permette di comprendere in quale direzione, e con quale entità, si spostano i centri di massa di ogni piano.

Notare che la scala di rappresentazione nelle due direzioni non è uguale: la scala lungo y è amplificata di 40 volte rispetto a quella lungo x .

Tale approccio è stato imposto per questioni di rappresentazione grafica: lo spostamento lungo y non era visibile senza il suddetto ingrandimento.

Il grafico riportato risulta una novità introdotta nella presente tesi per cogliere lo spostamento dei piani in entrambe le direzioni principali.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.9$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità (R_zCM3_{max}).

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) sovrastima i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata), però la forma dei due risultati è molto simile. Per tale motivo attraverso un coefficiente moltiplicativo dell'analisi dinamica si potrebbe giungere alla coincidenza dei risultati.

In effetti, portando le due tipologie analisi ad un una condizione di confronto omogenea (raggiungimento della rottura nel c.l.s. confinato), attraverso il coefficiente definito dalla relazione (5.9), si giunge ad una quasi coincidenza dei risultati previsti dall'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* (vedi paragrafo successivo).

Istante caratteristico		Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [KN]	Ty [KN]	Mt [Kn*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [KN]	Mt base [KN*m]	Scaling Factor
Media I.D.A. sui valori assoluti	ϵ_{cu}	CM3	0.0857	0.0014	0.02602	114.09	1.48	913.73	0.9941394	246.28	1875.13
		CM2	0.0640	0.0003	0.01967	213.49	2.51	1582.31			
		CM1	0.0287	0.0002	0.00906	254.94	4.63	1875.13			
	Max DxCM3	CM3	0.1318	0.0013	0.01102	309.76	2.59	267.21	1.3857973	539.81	569.00
		CM2	0.0869	0.0004	0.00885	502.29	2.19	477.28			
		CM1	0.0333	0.0002	0.00429	547.64	3.24	569.00			
	Max RzCM3	CM3	0.0565	0.0013	0.02793	66.98	2.22	1155.69	1.0892992	107.97	2235.54
		CM2	0.0450	0.0005	0.02059	99.85	2.75	1957.58			
		CM1	0.0214	0.0002	0.00918	110.22	2.57	2235.54			
	Max Base Shear X	CM3	0.1211	0.0011	0.00492	301.97	3.29	469.81	1.5578886	604.29	782.88
		CM2	0.0793	0.0006	0.00390	517.39	1.85	727.19			
		CM1	0.0302	0.0002	0.00202	604.71	1.77	782.88			

Tabella 5.15 – Parametri di risposta medi (in valore assoluto) delle analisi dinamiche IDA.

		Load Factor	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [KN]	Ty [KN]	Mt [Kn*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [KN]	Mt base [KN*m]	
$\beta = 0.90$	ϵ_{cu}	CM3		0.061	0.001	-0.03024	-35.49	1.49	1181.30	1.00	-68.56	2477.50	
		CM2	342.82	-0.0035	0.049	0.000	-0.02234	-62.64	2.54				2095.50
		CM1			0.023	0.000	-0.01000	-70.92	2.85				2477.50

Tabella 5.16 - Parametri di risposta dell'analisi di pushover in esame.

Per la descrizione del contenuto delle Tabella 5.15 e Tabella 5.16 si faccia riferimento alla Tabella 5.5.

5.3.5.6 Pushover $\beta = 0.9$ e IDA nell'istante RzCM3 max (confronto omogeneo)

Esaminato il comportamento traslazionale della struttura, ben descritto dal *pushover* con $\beta = 0$, rimane da trovare una distribuzione di forze laterali che descriva al meglio il comportamento torsionale; ovvero che preveda tutti i parametri di risposta medi previsti dalle analisi dinamiche IDA nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità (RzCM3 max).

Osservando le Figura 5.21 - Figura 5.24 e Figura 5.16 si nota che la migliore distribuzione di forze di *pushover*, adatta a cogliere il comportamento torsionale della struttura, risulta quella definita da $\beta = 0.9$; la quale risulta essere molto prossima al secondo caso limite $\beta = 1$.

In questo caso la previsione dei parametri di risposta della struttura è migliore rispetto alla situazione precedente: l'analisi statica con $\beta = 0.9$ prevede abbastanza

bene tutti i parametri di risposta medi (a rottura) previsti dalle analisi dinamiche *IDA* nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($R_{zCM3 \max}$). Un piccolo errore si ha nella valutazione del taglio alla base lungo x : l'analisi di *pushover* sottostima il taglio previsto dalle analisi dinamiche. In realtà la sottostima del taglio non è un problema di grande rilevanza, perché con un'analisi di *pushover* con $\beta = 0.9$ si cerca di cogliere il comportamento torsionale della struttura, quindi si cercano di prevedere al meglio i parametri di risposta in termini di rotazioni e momenti torcenti di piano; ovvero tutte quelle componenti di sollecitazione, deformazione e spostamento associate al comportamento torsionale di una struttura. E' ovvio taglio e spostamenti di piano sono parametri legati al comportamento traslazionale della struttura, quindi non è di fondamentale importanza, in questo tipo di analisi con $\beta = 0.9$, coglierli in modo esatto; l'attenzione è concentrata su altri aspetti del problema: quelli torsionali. Nonostante le considerazioni appena fatte si trova che l'analisi di *pushover* con $\beta = 0.9$ prevede molto bene anche gli spostamenti, e non solo le rotazioni. Quanto appena detto si riferisce ad un confronto in termini globali, il quale porta a dei buoni risultati. Risulta ora da comprendere se lo stesso si può dire a livello locale. Per esprimere un giudizio sulla bontà, a livello locale, della distribuzione di forze di *pushover* con $\beta = 0.9$ si fa riferimento alle *Figura 5.60 - Figura 5.66* riportate in seguito.

Osservando i diversi grafici riportati in tali figure si ritorna alle medesime conclusioni precedentemente descritte: l'analisi di *pushover* con $\beta = 0.9$ riesce a cogliere molto bene tutti i parametri di risposta medi della struttura (nell'istante in cui si verifica la massima rotazione del centro di massa di sommità, $R_{zCM3 \max}$) tranne il taglio lungo x , il quale risulta leggermente sottostimato.

Concluse le dovute premesse vengono ora riportati dei grafici di confronto in termini locali fra i risultati dell'analisi dinamica *IDA* nell'istante di tempo in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($R_{zCM3 \max}$) e l'analisi di *pushover* con $\beta = 0.9$.

Le figure riportate di seguito rappresentano un confronto omogeneo fra i risultati dell'analisi dinamica e quelli della statica, difatti i risultati dell'analisi dinamica sono stati scalati con il coefficiente definito dalla relazione (5.9).

Telaio3D,3piani,Linear,PO beta=0.90,Drift DxCM,IDA RzCM3 max,CoeffRz

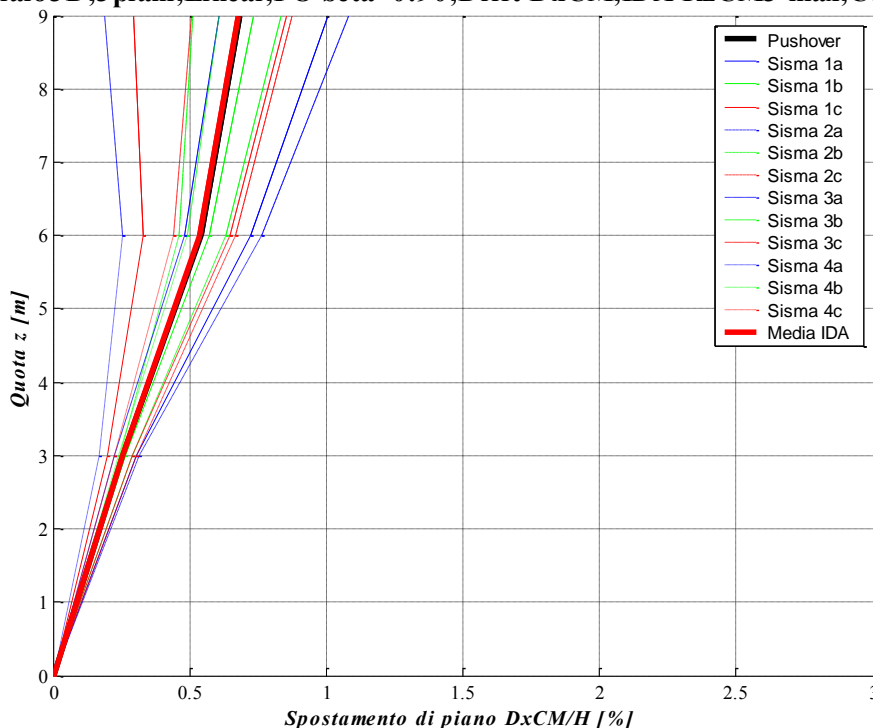


Figura 5.60 - Drift lungo x dei centri di massa, confronto fra pushover (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $RzCM3\ max$, le analisi IDA sono scalate con il $CoeffRz$, quindi il confronto è omogeneo.

In *Figura 5.60* si riporta il profilo sull'altezza degli spostamenti lungo x dei centri di massa di ogni piano.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.9$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($RzCM3\ max$).

Le analisi dinamiche *IDA* sono state scalate con il $CoeffRz$ definito dalla relazione (5.9), quindi il confronto fra i risultati dell'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* è a parità di condizioni limite di deformazione del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$), quindi omogeneo.

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) stima esattamente i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata).

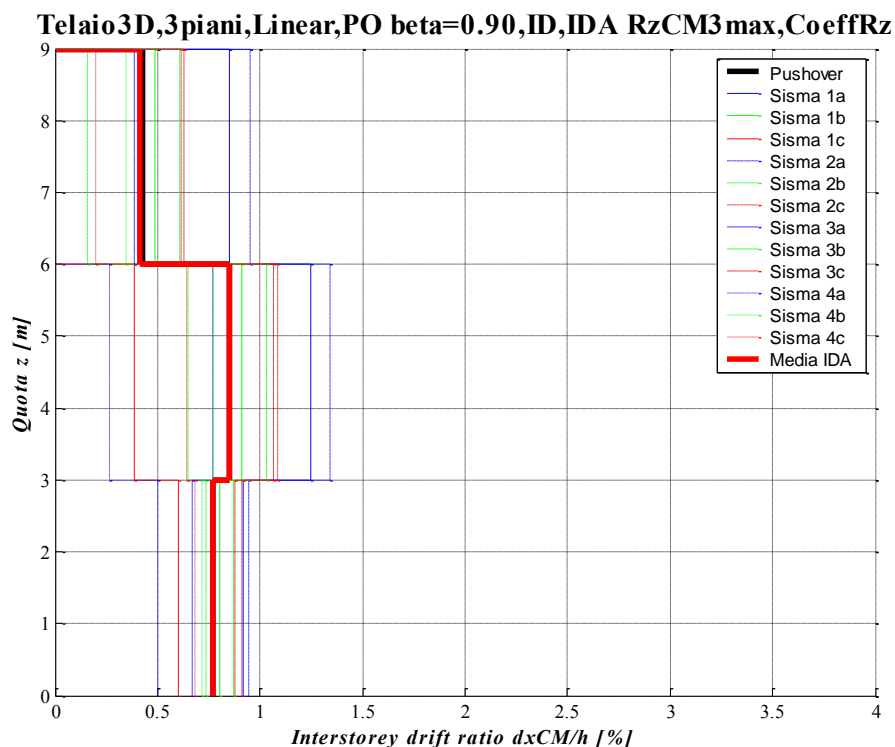


Figura 5.61 - Interstorey Drift lungo x dei centri di massa, confronto fra pushover (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $RzCM3$ max, le analisi IDA sono scalate con il $CoeffRz$, quindi il confronto è omogeneo.

In *Figura 5.61* si riporta il profilo sull'altezza degli spostamenti di interpiano lungo x dei centri di massa di ogni piano.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.9$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($RzCM3$ max).

Le analisi dinamiche IDA sono state scalate con il $CoeffRz$ definito dalla relazione (5.9), quindi il confronto fra i risultati dell'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* è a parità di condizioni limite di deformazione del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$), quindi omogeneo.

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) stima molto bene i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata).

Telaio3D,3 piani,Linear,PO beta=0.90,Tx piano,IDA RzCM3 max,CoeffRz

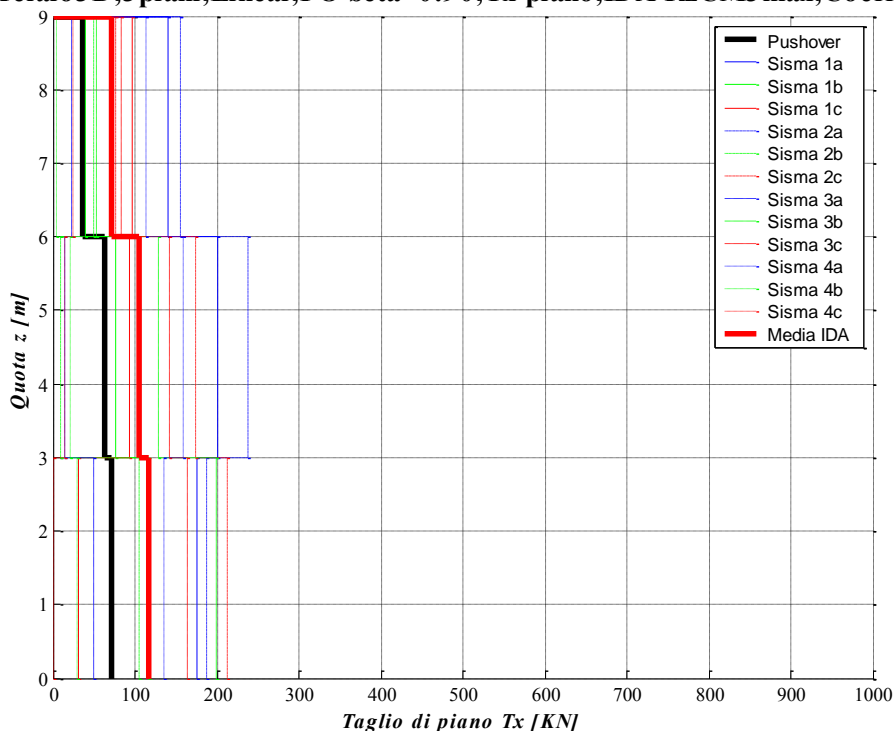


Figura 5.62 - Tagli di piano lungo x , confronto fra pushover (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $RzCM3$ max, le analisi IDA sono scalate con il $CoeffRz$, quindi il confronto è omogeneo.

In *Figura 5.62* si riporta il profilo sull'altezza dei tagli di piano lungo x .

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.9$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($RzCM3$ max).

Le analisi dinamiche *IDA* sono state scalate con il $CoeffRz$ definito dalla relazione (5.9), quindi il confronto fra i risultati dell'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* è a parità di condizioni limite di deformazione del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$), quindi omogeneo.

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) sottostima i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata).

Tuttavia tale errore commesso dall'analisi di *pushover* non è rilevante: tramite l'analisi di *pushover* con $\beta = 0.9$ si cerca di cogliere il comportamento torsionale della struttura, quindi una valutazione non corretta dei parametri di risposta

associati al comportamento traslazionale della struttura (tipo tagli di piano) non è di fondamentale importanza.

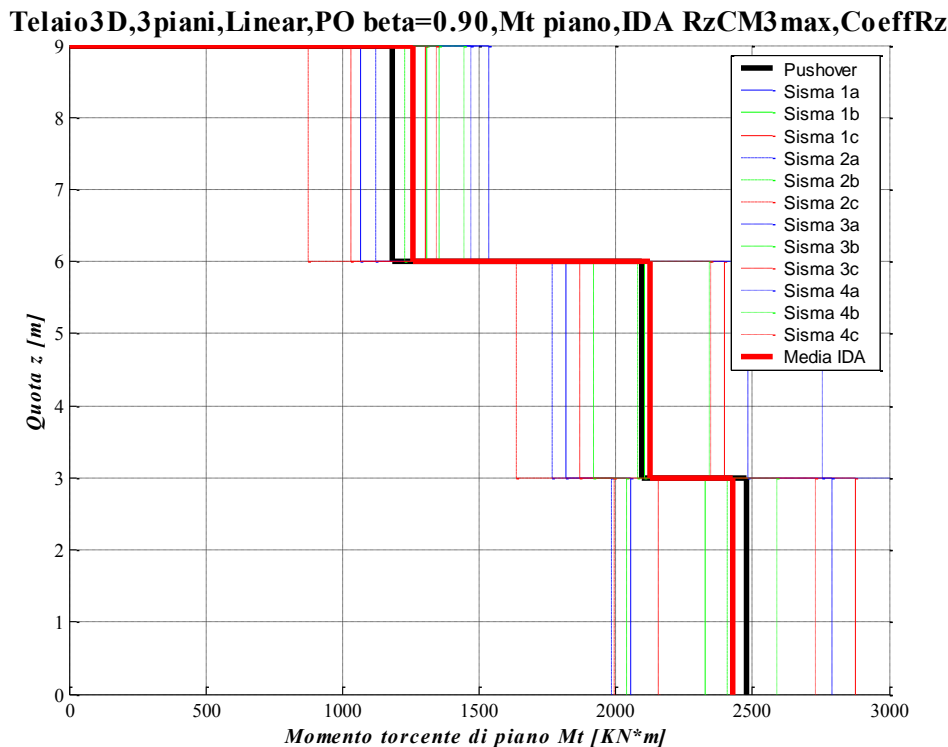


Figura 5.63 - Momenti torcenti di piano rispetto al centro di massa, confronto fra pushover (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $Rz_{CM3 max}$, le analisi IDA sono scalate con il $CoeffRz$, quindi il confronto è omogeneo.

In *Figura 5.63* si riporta il profilo sull'altezza del momento torcente di piano calcolato rispetto al centro di massa di ogni piano, tale grafico risulta una novità introdotta nella presente tesi per descrivere le sollecitazioni associate al comportamento torsionale della struttura.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.9$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($Rz_{CM3 max}$).

Le analisi dinamiche *IDA* sono state scalate con il $CoeffRz$ definito dalla relazione (5.9), quindi il confronto fra i risultati dell'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* è a parità di condizioni limite di deformazione del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$), quindi omogeneo.

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) stima abbastanza bene i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata).

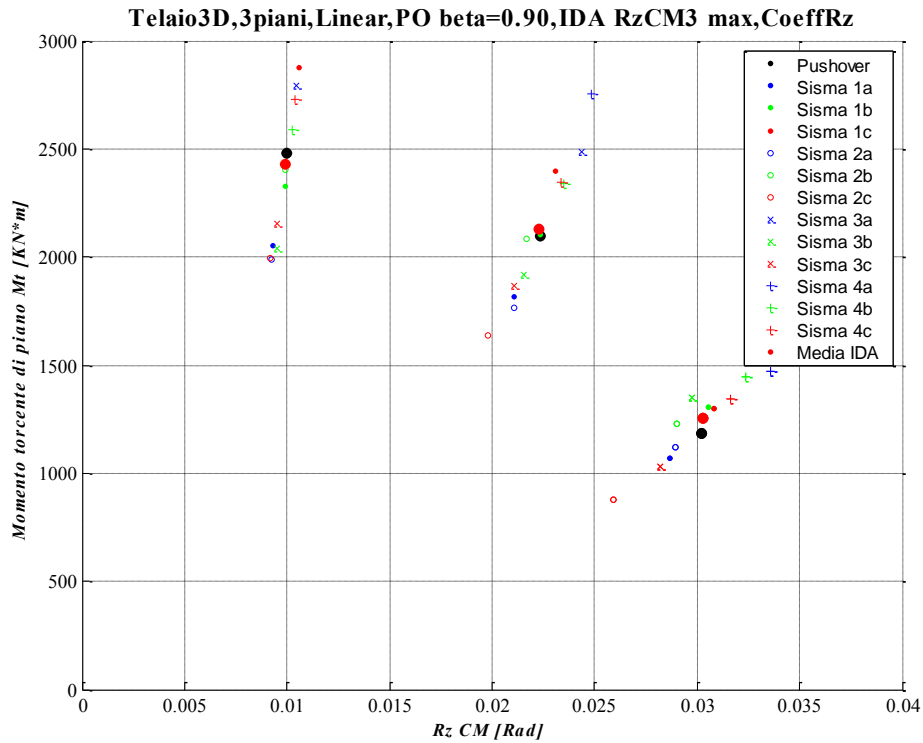


Figura 5.64 - Momento torcente di piano rispetto al centro di massa Vs Rotazione dei centri di massa dei vari piani, confronto fra *pushover* (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge Rz_{CM3} max, le analisi IDA sono scalate con il $CoeffRz$, quindi il confronto è omogeneo.

In *Figura 5.64* si riporta una coppia di parametri di risposta per il centro di massa di ogni piano: momento torcente di piano e relativa rotazione. Tale rappresentazione conduce al disegno di un punto sul grafico suddetto per ogni piano della struttura.

Per distinguere i vari piani si considera che salendo per essi la rotazione associata aumenta, mentre il momento torcente diminuisce.

Il grafico riportato risulta una novità introdotta nella presente tesi per descrivere le sollecitazioni e rotazioni associate al comportamento torsionale della struttura.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.9$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi

dinamiche nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($R_z CM3 max$).

Le analisi dinamiche IDA sono state scalate con il $CoeffR_z$ definito dalla relazione (5.9), quindi il confronto fra i risultati dell'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* è a parità di condizioni limite di deformazione del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$), quindi omogeneo.

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (punti neri marcati) stima abbastanza bene i risultati previsti dall'analisi dinamica (punti rossi marcati).

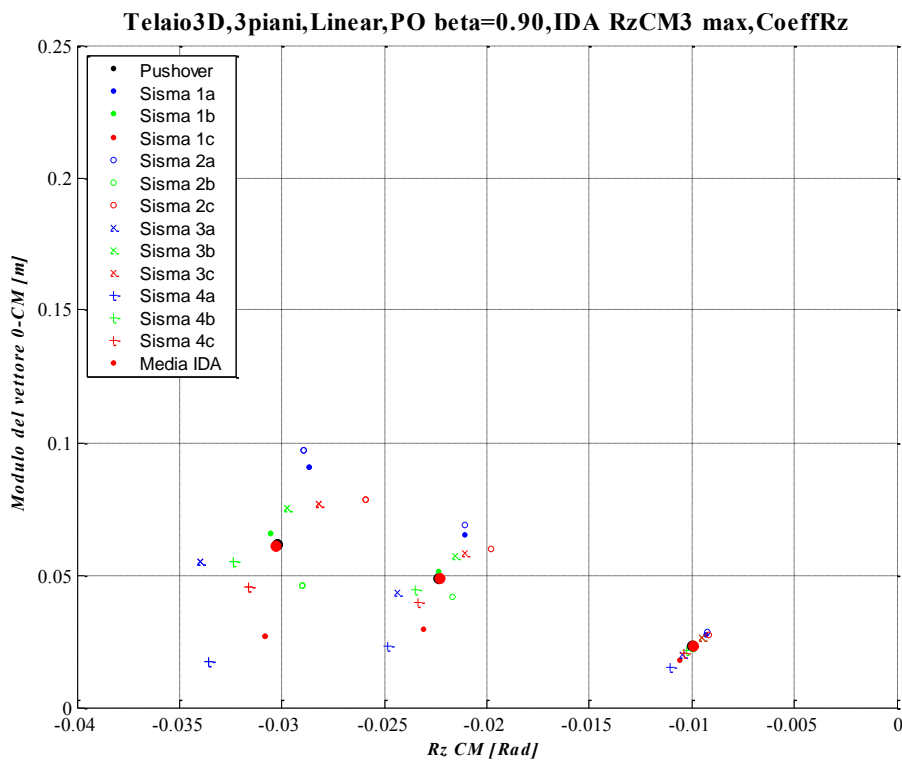


Figura 5.65 - Modulo dello spostamento dei centri di massa Vs Rotazione dei centri di massa dei vari piani, confronto fra *pushover* (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $R_z CM3 max$, le analisi IDA sono scalate con il $CoeffR_z$, quindi il confronto è omogeneo.

In *Figura 5.65* si riporta la seguente coppia di parametri di risposta per il centro di massa di ogni piano: modulo dello spostamento orizzontale e relativa rotazione.

Tale rappresentazione conduce al disegno di un punto sul grafico suddetto per ogni piano della struttura.

Per distinguere i vari piani si considera che salendo per essi spostamento e rotazione aumentano. Il grafico riportato risulta una novità introdotta nella presente tesi per cogliere la configurazione deformata della struttura, la quale è utile per descrivere il comportamento roto-traslazionale della struttura.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.9$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($RzCM3 \max$).

Le analisi dinamiche *IDA* sono state scalate con il $CoeffRz$ definito dalla relazione (5.9), quindi il confronto fra i risultati dell'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* è a parità di condizioni limite di deformazione del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$), quindi omogeneo.

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (punti neri marcati) stima esattamente i risultati previsti dall'analisi dinamica (punti rossi marcati).

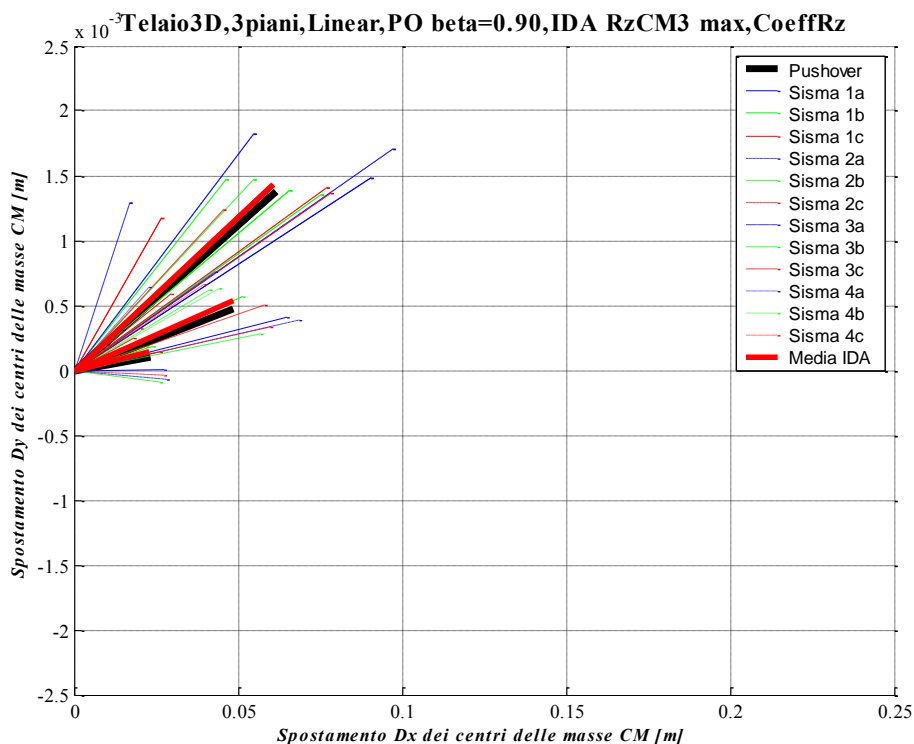


Figura 5.66 - Vettori spostamento dei centri di massa dei vari piani, confronto fra *pushover* (a rottura) e *IDA* ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $RzCM3 \max$, le analisi *IDA* sono scalate con il $CoeffRz$, quindi il confronto è omogeneo.

In *Figura 5.66* si riportano i vettori spostamento del centro di massa di ogni piano. Per distinguere i vari piani si considera che quelli superiori posseggono un modulo dello spostamento maggiore rispetto a quelli inferiori. Tale rappresentazione grafica permette di comprendere in quale direzione, e con quale entità, si spostano i centri di massa di ogni piano.

Notare che la scala di rappresentazione nelle due direzioni non è uguale: la scala lungo y è amplificata di 40 volte rispetto a quella lungo x .

Tale approccio è stato imposto per questioni di rappresentazione grafica: lo spostamento lungo y non era visibile senza il suddetto ingrandimento.

Il grafico riportato risulta una novità introdotta nella presente tesi per cogliere lo spostamento dei piani in entrambe le direzioni principali.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.9$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($R_{zCM3\ max}$).

Le analisi dinamiche *IDA* sono state scalate con il $CoeffR_z$ definito dalla relazione (5.9), quindi il confronto fra i risultati dell'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* è a parità di condizioni limite di deformazione del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$), quindi omogeneo.

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) stima quasi esattamente gli spostamenti lungo x e y previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata).

Istante caratteristico		Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [KN]	Ty [KN]	Mt [KN*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [KN]	Mt base [KN*m]	Scaling Factor	
Media I.D.A. (Coeff)	ϵ_{cu}	CM3	0.0852	0.0014	0.02587	113.41	1.47	908.68	1	244.79	1864.32	1.849167
		CM2	0.0636	0.0003	0.01955	212.20	2.50	1573.32				
		CM1	0.0285	0.0002	0.00901	253.39	4.60	1864.32				
	Max DxCM3	CM3	0.1820	0.0017	0.01369	437.21	3.61	347.50	1	752.37	777.54	
		CM2	0.1194	0.0006	0.01108	704.13	3.00	641.69				
		CM1	0.0454	0.0003	0.00540	763.65	3.92	777.54				
	Max RzCM3	CM3	0.0608	0.0014	0.03029	71.64	2.41	1256.49	1	114.90	2426.86	
		CM2	0.0485	0.0005	0.02231	105.85	2.99	2126.32				
		CM1	0.0231	0.0002	0.00994	117.31	2.79	2426.86				
	Max Base Shear X	CM3	0.1865	0.0016	0.00713	468.38	5.29	753.79	1	937.43	1249.40	
		CM2	0.1219	0.0009	0.00557	802.47	2.85	1162.47				
		CM1	0.0463	0.0004	0.00289	937.94	2.57	1249.40				

Tabella 5.17 - Parametri di risposta medi (in valore assoluto) delle analisi dinamiche IDA, scalati in modo da raggiungere lo stesso livello di deformazione limite del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$) per ogni istante caratteristico (DxCM3 max, RzCM3 max, Tx max) delle analisi dinamiche.

		Load Factor	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [KN]	Ty [KN]	Mt [KN*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [KN]	Mt base [KN*m]	
$\beta = 0.90$	ϵ_{cu}	CM3		0.061	0.001	-0.03024	-35.49	1.49	1181.30	1.00	-68.56	2477.50	
		CM2	342.82	-0.0035	0.049	0.000	-0.02234	-62.64	2.54				2095.50
		CM1			0.023	0.000	-0.01000	-70.92	2.85				2477.50

Tabella 5.18 - Parametri di risposta dell'analisi di pushover in esame.

Per la descrizione del contenuto delle Tabella 5.17 e Tabella 5.18 si faccia riferimento alla Tabella 5.5.

5.3.6 Considerazioni sui risultati ottenuti

Quanto riportato fino ad ora dimostra che l'analisi di *pushover* con una distribuzione delle forze di tipo β riesce a descrivere, al variare di β , i diversi aspetti dinamici di una struttura spaziale con forti eccentricità fra C_R e C_M .

In particolare si descrivono molto bene gli aspetti traslazionali e torsionali dedotti dagli istanti dell'analisi dinamica in cui si raggiunge il massimo spostamento e la massima rotazione di piano.

L'accuratezza, da parte delle analisi di *pushover*, nella previsione dei diversi parametri di risposta (spostamenti e sollecitazioni) della struttura non è sempre uguale: spostamenti e rotazioni a rottura sono previsti molto bene, lo stesso non si può dire per le sollecitazioni, le quali in alcuni casi sono leggermente sottostimate.

L'errore commesso, dall'analisi di *pushover*, nella valutazione delle sollecitazioni è un problema di importanza secondaria, infatti la progettazione antisismica delle strutture si basa sui criteri di duttilità strutturale, quindi sugli spostamenti. Quest'ultimi governano i meccanismi di crisi e di danneggiamento di una struttura sottoposta ad azione sismica.

Da quanto appena detto si comprende il valore secondario delle sollecitazioni nell'ambito della progettazione antisismica delle strutture: quello che bisogna garantire è la richiesta di spostamento.

Osservando i grafici riportati nelle *Figura 5.17 - Figura 5.20* si nota una caratteristica specifica delle strutture spaziali irregolari con forti eccentricità fra C_R e C_M : l'istante delle analisi dinamiche in cui si raggiunge il massimo taglio alla base ($T_x \max$) possiede valori dei parametri di risposta (spostamenti e sollecitazioni) che non possono essere previsti con l'analisi di *pushover* proposta nell'ambito della presente tesi.

In realtà sollecitazioni e spostamenti che si hanno in questo istante dell'analisi dinamica possono essere rappresentati da un'analisi di *pushover* di tipo β , però se si colgono gli spostamenti non si riescono poi a cogliere le sollecitazioni associate; e viceversa.

Questa conclusione deriva dall'osservazione dei grafici riportati nelle *Figura 5.17 - Figura 5.20*. Qui si nota che i parametri di risposta medi della struttura, nell'istante in cui si raggiunge il massimo taglio alla base lungo x (quadrato nero marcato nelle figure), "cadono" in una zona non coperta dalle analisi di *pushover* (cono descritto dalle linee rossa, blu e marrone).

Ciò significa che non è possibile, con la distribuzione di forze laterali di tipo β , cogliere la configurazione deformata (e le relative sollecitazioni) della struttura nell'istante della dinamica in cui si raggiunge il massimo taglio alla base lungo x .

Nonostante questo problema risulta comunque possibile cogliere, con un'analisi di *pushover*, gli spostamenti (rotazioni) associati all'istante della dinamica suddetto, però i corrispondenti tagli e momenti torcenti associati saranno sottostimati, mentre le rotazioni (spostamenti) associate saranno sovrastimate (sottostimati).

Viceversa è possibile cogliere i tagli (momenti torcenti) associati all'istante della dinamica suddetto, però i corrispondenti spostamenti (rotazioni) associate saranno sovrastimati, mentre i momenti torcenti (tagli) associati saranno sottostimati.

Tuttavia questa particolarità non è così sfavorevole come si potrebbe pensare, infatti, come detto in precedenza, la progettazione antisismica delle strutture si basa sugli spostamenti, in particolare sulla richiesta di quest'ultimi. Inoltre le massime sollecitazioni che si esplicano nell'istante suddetto ($T_x \max$) sono inferiori a quelle che possono essere previste dai due casi limite di analisi di *pushover* con $\beta = 0$ e $\beta = 1$.

Da ciò si comprende che l'istante caratteristico dell'analisi dinamica in cui si raggiunge il massimo taglio alla base non è una situazione da prendere in considerazione per il progetto di una struttura, anche perché nelle condizioni in cui si verifica il massimo spostamento lungo x del piano di sommità si raggiungono tagli alla base paragonabili a quelli massimi previsti dall'analisi dinamica.

Inoltre, per via del fatto che la progettazione antisismica delle strutture è basata sui criteri di duttilità e spostamenti raggiunti, gli istanti dell'analisi dinamica considerati i più critici per la struttura sono quelli in cui si raggiunge la massima rotazione di piano ($R_zCM3 \max$, comportamento torsionale) oppure il massimo spostamento di piano ($D_xCM3 \max$, comportamento traslazionale).

Su tali due condizioni si dovrà quindi verificare il grado di accuratezza delle analisi di *pushover*.

Nell'ambito del seguente caso studio si è verificato che per tali due condizioni il grado di accuratezza delle analisi di *pushover* con distribuzione delle forze di tipo β è elevato.

L'aspetto più importante del metodo di analisi di *pushover* proposto consiste nella possibilità di descrivere, al variare del peso β , le diverse deformate strutturali che si verificano nei diversi istanti di tempo caratteristici delle analisi dinamiche (raggiungimento della deformazione limite nel c.l.s., ϵ_{cu} ; massimo spostamento di piano, $D_xCM3 \max$; massima rotazione di piano, $R_zCM3 \max$; massimo taglio alla base, $T_x \max$; ecc...).

La descrizione dei diversi comportamenti dinamici delle strutture spaziali irregolari si è visto essere garantita dalla possibilità di svolgere analisi di *pushover* con l'applicazione di coppie torsionali e forze traslazionali in ambedue le direzioni principali della struttura, permettendo una migliore descrizione del comportamento roto-traslazionale della stessa.

Constatata la possibilità di prevedere, con un'analisi statica di *pushover*, gli effetti roto-traslazionali evidenziati dall'analisi dinamica rimane ora da comprendere quale sia il valore del peso β da impiegare per descrivere le diverse deformate associate ai diversi istanti caratteristici delle analisi dinamiche.

In particolare vi sarà un valore di β adatto a descrivere il comportamento torsionale, ovvero le massime rotazioni di piano che si raggiungono per effetto del sisma, un altro valore di β idoneo a descrivere il comportamento traslazionale (massimi spostamenti di piano) e, infine, un β adeguato per la descrizione della deformata associata all'istante dell'analisi dinamica in cui si raggiunge la deformazione limite del c.l.s.

E' però evidente come questi valori del parametro β , adatti a cogliere i diversi aspetti del problema, cambino al variare della struttura presa in considerazione. In particolare al variare dell'eccentricità fra C_M e C_R , ma probabilmente anche in funzione del rapporto fra rigidezza torsionale e rigidezza traslazionale della struttura.

Da quanto appena esposto si comprende l'importanza di svolgere un'estesa campagna di analisi su diverse tipologie di strutture che presentino differenti eccentricità e rapporti fra la rigidezza torsionale e traslazionale.

Tale indagine potrebbe evidenziare un *trend* del peso β adatto a descrivere un certo tipo di comportamento della struttura in funzione dell'eccentricità e del rapporto di rigidezze suddetto.

5.4 Analisi non-lineari: confronti fra i risultati delle analisi dinamiche e pushover

Di seguito verranno riportati i risultati delle analisi lineari di *pushover* e delle dinamiche *IDA* riferiti al caso studio riportato nel presente capitolo, ovvero per la struttura riportata in *Figura 5.1* e *Figura 5.2*.

Per le analisi dinamiche della struttura si è utilizzato il *set* di accelerogrammi artificiali descritto nel terzo capitolo, a cui si rimanda per ulteriori dettagli.

Tali forzanti sismiche sono state applicate alla base della struttura lungo la sola direzione *x*, vedi *Figura 5.2*, come per le analisi lineari.

Per analisi statiche di spinta (*pushover*) si è presa in considerazione la distribuzione proposta di tipo β descritta nel secondo capitolo, a cui si rimanda per ulteriori dettagli.

Tale distribuzione di forze statiche di tipo β è il nocciolo centrale del metodo di *pushover* proposto nell'ambito della presente tesi: nei paragrafi che seguono verrà mostrato e descritto come tale distribuzione di forze riesca a rappresentare sia la risposta traslazionale che quella torsionale della struttura prevista dalle analisi dinamiche.

Nei paragrafi seguenti verranno riportati dei confronti (globali e locali), a parità di condizioni limite (nel presente studio a parità di deformazione ultima del c.l.s. confinato $\varepsilon_{cu} = -0.0035$), fra i risultati delle analisi dinamiche *IDA* e quelli di *pushover* con una distribuzione di forze di tipo β .

A differenza di quanto accadeva in ambito elastico-lineare, nel campo non-lineare non vi è più un legame proporzionale fra le sollecitazioni in *input* e i parametri di risposta in *output*.

Tale evidenza porta all'impossibilità di adottare i criteri di *scaling* (delle analisi dinamiche) viste nell'ambito lineare: qui non è possibile impiegare i coefficienti

$$CoeffDx = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{c, \max}(t_{DxCM3 \max})} \quad \text{e} \quad CoeffRz = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{c, \max}(t_{RzCM3 \max})}$$

per scalare la risposta dinamica in modo da raggiungere, nei due istanti caratteristici *DxCM3 max* e *RzCM3 max*, la deformazione ultima del c.l.s.

In campo non-lineare il confronto fra i risultati delle analisi dinamiche *IDA* e quelli dell'analisi di *pushover* non si può basare sugli istanti della dinamica

$DxCM3\ max$ o $RzCM3\ max$; perché tali istanti non coincidono con l'istante in cui si raggiunge la rottura del c.l.s. confinato, ne consegue che un confronto di questo tipo non sarebbe a parità di condizioni, non sarebbe quindi omogeneo.

Esposta tale problematica di confronto si è deciso di riportare comunque, nei grafici di confronto in termini globali, il valore dei parametri di risposta associati agli istanti caratteristici suddetti.

Comunque quando si opera un confronto locale fra i risultati delle analisi dinamiche *IDA* con quelli di *pushover* si prendono in considerazione i soli istanti a rottura, perché questi ultimi sono i soli significativi nell'ambito di un confronto in campo non-lineare. L'obiettivo dell'analisi di *pushover* con distribuzione delle forze di tipo β è trovare due distribuzioni adatte a cogliere, in un caso il comportamento traslazionale della struttura, nell'altro il comportamento torsionale. Per trovare i due comportamenti strutturali descritti è necessario svolgere una vasta campagna di analisi con diversi *input* sismici, in tal modo si troveranno tutte le possibili configurazioni a rottura della struttura.

Fra le tante configurazioni deformate (nell'istante in cui si raggiunge la rottura del c.l.s. confinato) previste dall'analisi dinamica ce ne saranno alcune che presenteranno forti rotazioni di piano con associati piccoli spostamenti, mentre altre presenteranno rilevanti spostamenti di piano con associate piccole rotazioni.

In tutte le altre situazioni intermedie la struttura si romperà in una condizione intermedia caratterizzata da spostamenti e rotazioni medie.

Da quanto detto consegue che un confronto di tipo locale in campo non-lineare, fra i risultati delle analisi dinamiche e quelli delle analisi di *pushover*, si deve basare solamente sul risultato di un'analisi dinamica che ha presentato una configurazione a rottura di tipo limite: rottura con massime rotazioni o con massimi spostamenti.

Nei paragrafi che seguono sono riportate le stesse tipologie di grafici e risultati esposti nel *paragrafo 5.3*, la differenza dei risultati ottenuti deriva dalla diversa modellazione meccanica dei materiali adottati nelle analisi, che in questo caso sono considerati a comportamento non-lineare.

Per ulteriori descrizioni sui parametri graficati nelle figure riportate di seguito si rimanda alla lettura del *paragrafo 5.3*, dove sono descritte in dettaglio le legende

di ogni grafico riportato. Nei paragrafi riportati di seguito non ci si dilungherà nella spiegazione di ogni grafico riportato, tale operazione è già stata svolta precedentemente per le analisi lineari, qui invece ci si soffermerà sulle considerazioni, osservazioni e differenze del caso non-lineare.

5.4.1 Risultati delle analisi dinamiche

Nel presente paragrafo vengono riportate le risposte dinamiche, della struttura oggetto di studio, ottenute per il più piccolo valore di *Scale Factor* (SF) che porta per primo al raggiungimento della condizione limite di deformazione (rottura) in una qualunque fibra di c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$).

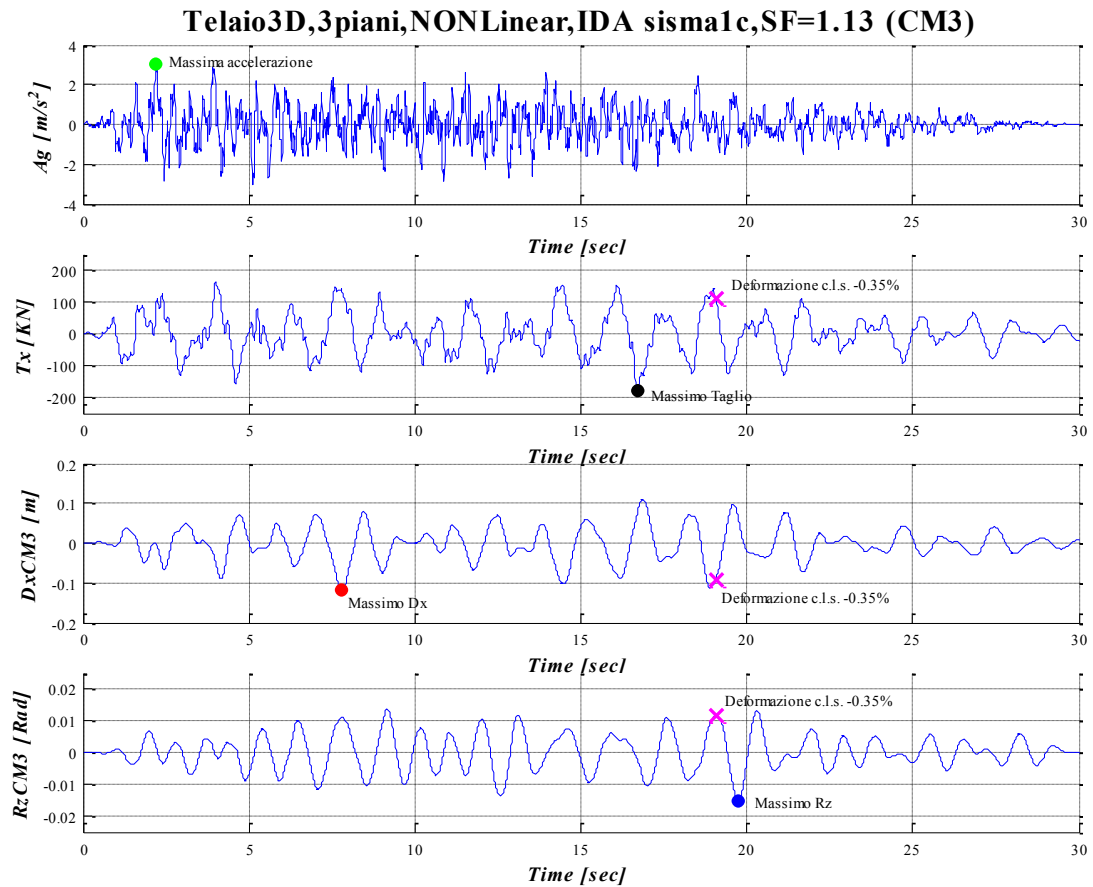
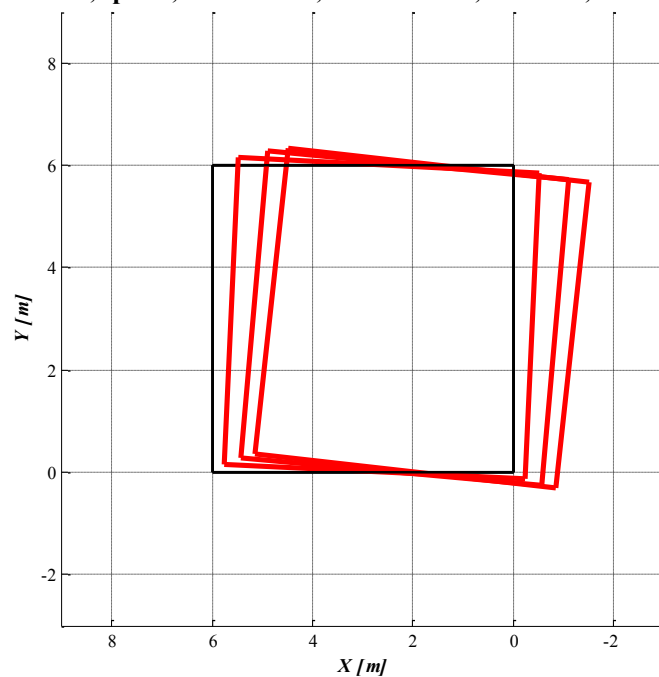


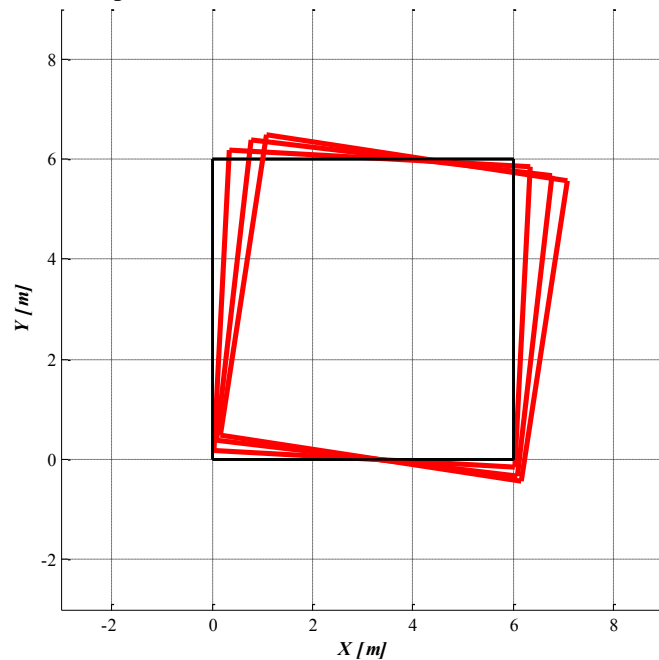
Figura 5.67 – Accelerogramma, Taglio alla Base lungo x , Spostamento e Rotazione del centro di massa del piano di sommità in funzione del tempo. Risposte della struttura per il più piccolo valore di *Scale Factor* (SF) che porta per primo al raggiungimento della condizione limite di deformazione (rottura) in una qualunque fibra di c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$).

Telaio3D,3piani,NONLinear,IDA sisma1 c,SF=1.13,DxCM3 max



a)

Telaio3D,3piani,NONLinear,IDA sisma1 c,SF=1.13,RzCM3 max



b)

Figura 5.68 – Deformata della struttura nel piano xy: **a)** nell'istante in cui si raggiunge il massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità (Dx_{CM3} max), pallino rosso nella figura precedente; **b)** nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità (Rz_{CM3} max), pallino blu nella figura precedente.

Si osserva che i valori massimi dei parametri di spostamento avvengono in istanti diversi ed in particolare tali massimi non corrispondono al raggiungimento dello stato limite considerato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$, indicato con una croce magenta).

Gli altri istanti di tempo più significativi, selezionati nella presente tesi, per le dodici analisi dinamiche incrementalì (*IDA*), sono quelli corrispondenti al raggiungimento dello 1) spostamento massimo del centro di massa del piano di sommità (pallino rosso in figura), 2) rotazione massima del centro di massa del piano di sommità (pallino blu in figura). Per tali istanti di tempo è interessante osservare la configurazione deformata in pianta della struttura (vedi *Figura 5.68*). Infatti, nel primo caso si osserva un elevato spostamento con associata una piccola rotazione, nel secondo caso un'elevata rotazione di piano con uno spostamento orizzontale ridotto.

L'obiettivo della presente tesi è quello di cogliere, con le analisi statiche proposte, entrambe le configurazioni deformate appena descritte, considerate le più gravose. Quanto appena detto si verifica in maniera del tutto simile anche nel campo delle analisi lineari.

Qui di seguito è riportata una tabella che riassume la risposta dinamica della struttura (a seguito del sisma 1c) in quattro istanti di tempo caratteristici delle analisi dinamiche: 1) rottura del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$), 2) massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità, 3) massima rotazione del centro di massa del piano di sommità, 4) massimo taglio alla base lungo x .

Istante caratteristico		Time [sec]	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [KN]	Ty [KN]	Mt [KN*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [KN]	Mt base [KN*m]	Scaling Factor	
Sisma 1c	ϵ_{cu}	CM3	-0.0035343	-0.0914	0.0013	0.01137	37.08	2.93	-76.08	0.99031	112.60	-303.12	1.13	
		CM2		-0.0686	0.0012	0.00994	90.15	4.58	-177.37					
		CM1		-0.0347	0.0011	0.00590	123.23	3.35	-303.12					
	Max DxCM3	CM3	7.8	-0.0031231	-0.1198	0.0012	0.01100	82.06	1.55	-93.43	1.1207	136.84		-188.95
		CM2			-0.0842	0.0006	0.00901	132.28	4.90	-147.29				
		CM1			-0.0386	0.0005	0.00481	142.57	5.28	-188.95				
	Max RzCM3	CM3	19.74	-0.0024409	0.0624	0.0020	-0.01509	-39.55	4.86	234.39	1.4339	-25.03		505.14
		CM2			0.0441	0.0025	-0.01151	-47.38	4.07	424.69				
		CM1			0.0189	0.0016	-0.00541	-23.89	2.27	505.14				
	Max Base Shear X	CM3	16.7	-0.0017047	0.0750	0.0019	-0.00217	-40.24	-0.59	-44.23	2.0531	-177.88		-116.20
		CM2			0.0543	0.0006	-0.00238	-102.82	4.76	-83.19				
		CM1			0.0259	0.0001	-0.00165	-170.58	5.00	-116.20				

Tabella 5.19 – Parametri di risposta della struttura nei quattro istanti caratteristici: rottura $\epsilon_{cu} = -0.0035$, massimo spostamento, massima rotazione del centro di massa del piano di sommità e massimo taglio alla base lungo x .

I parametri D_x , D_y e R_z riportati nelle tabelle rappresentano lo spostamento lungo x , lo spostamento lungo y e rotazione attorno a z . Mentre T_x , T_y e M_t risultano rispettivamente il taglio di piano lungo x , taglio di piano lungo y e il momento torcente di piano riferito al centro di massa del piano stesso. Tali sollecitazioni di piano sono state calcolate a partire dalle sollecitazioni interne dei pilastri e rispetto ad un sistema di riferimento locale lagrangiano collegato rigidamente ad ogni piano della struttura. Il parametro ε_c rappresenta la massima deformazione raggiunta in una qualunque fibra di c.l.s. della struttura, mentre per *Base Shear X* si intende il taglio alla base della struttura lungo la direzione x , calcolato sulla base delle azioni esterne e rispetto ad un sistema di riferimento globale fisso.

Notare che il taglio di piano T_x calcolato al piano terra è differente dal *Base Shear X*, ciò è dovuto alla differenza di come sono stati calcolati i due tagli: il primo con le sollecitazioni interne, il secondo sulla base delle azioni esterne. Teoricamente i due valori dovrebbero essere uguali, altrimenti non sarebbe soddisfatta la condizione di equilibrio. La piccola differenza può essere attribuita ad approssimazioni numeriche conseguenti alla discretizzazione F.E.M. della struttura ed agli inevitabili errori di troncamento apportati dagli algoritmi di risoluzione implementati nel *software SeismoStruct*.

I grafici e la tabella, qui riportati a titolo d'esempio per il sisma 1c, sono stati ottenuti per i dodici sismi considerati e riportati nell'appendice B.

5.4.2 Risultati delle analisi statiche

Nel presente paragrafo vengono riportate le risposte statiche, della struttura oggetto di studio, ottenute per il più piccolo valore di *Load Factor* (LF) che porta per primo al raggiungimento della condizione limite di deformazione (rottura) in una qualunque fibra di c.l.s. confinato ($\varepsilon_{cu} = -0.0035$).

Ricordiamo che nell'ambito delle analisi statiche di *pushover* i parametri di sollecitazione e spostamento (Tagli, Momento torcenti, Spostamenti e Rotazioni) crescono in maniera monotona al crescere del *Load Factor* (LF); per tale motivo nell'istante (*Step*) in cui si raggiunge la rottura si raggiungono contemporaneamente i massimi valori di tutti i parametri di risposta.

Per ulteriori dettagli sui risultati ottenuti dalle analisi di *pushover* si veda l'appendice B.

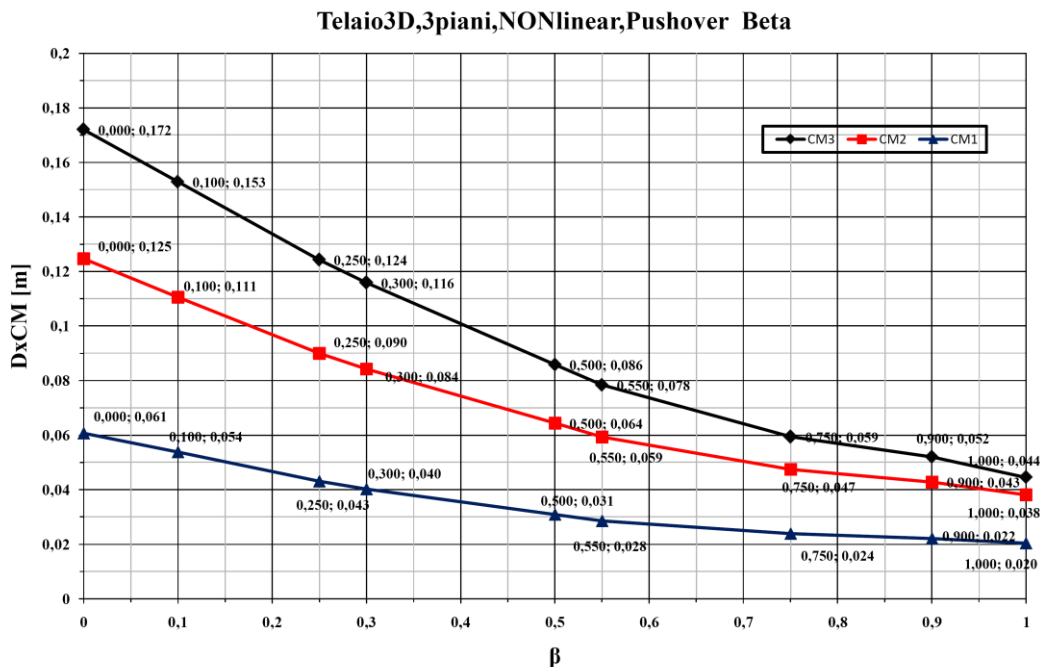


Figura 5.69 – Spostamento lungo x (a rottura) dei centri di massa dei tre piani al variare del parametro β ; in nero è riportato il terzo piano, in rosso il secondo e in blu il primo.

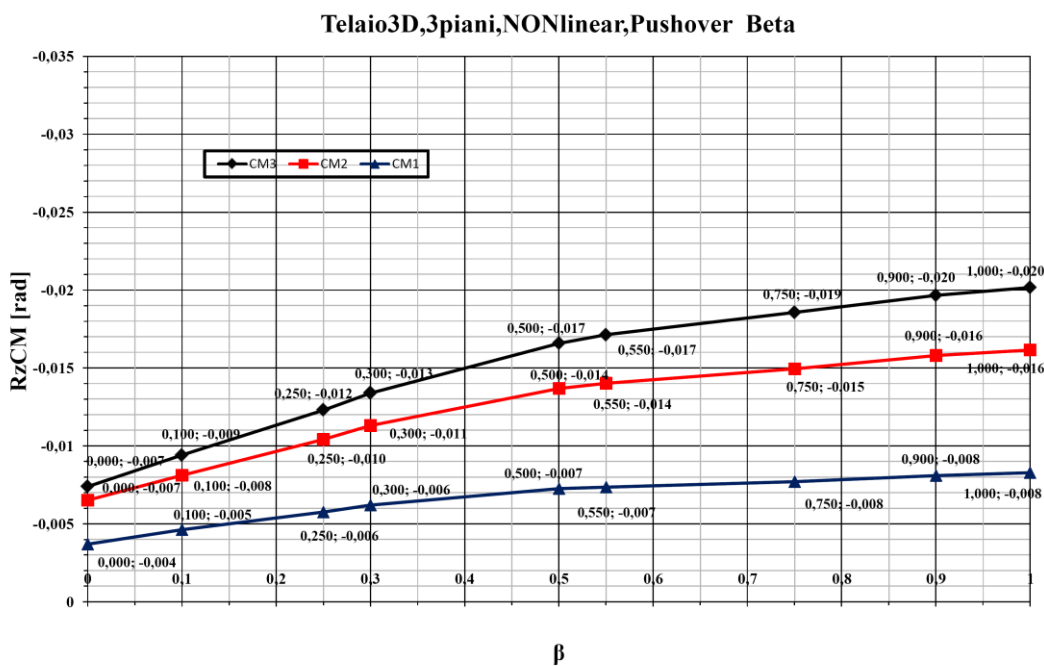


Figura 5.70 – Rotazione attorno a z (a rottura) dei centri di massa dei tre piani al variare del parametro β ; in nero è riportato il terzo piano, in rosso il secondo e in blu il primo.

In *Figura 5.69* e *Figura 5.70* si riportano lo spostamento e la rotazione (a rottura) del centro di massa dei tre piani al variare del peso β adottato nelle analisi statiche lineari. Nelle figure si nota un rapporto non proporzionale fra spostamento lungo x (rotazione attorno a z) del centro di massa ed il parametro β dell'analisi di *pushover* proposta e descritta nel secondo capitolo.

Nelle stesse figure si osserva che all'aumentare del coefficiente β , il quale rappresenta il peso delle forze torsionali su quelle traslazionali, gli spostamenti a rottura si riducono, e le rotazioni aumentano.

Osservando la *Figura 5.69* e *Figura 5.70* si nota che all'aumentare del peso β le variazioni degli spostamenti e rotazioni di piano a rottura tendono a diminuire.

5.4.3 Confronti in termini globali: le curve di isteresi

Nell'ambito del presente paragrafo la risposta dinamica non-lineare della struttura viene rappresentata in termini di curve di isteresi del tipo Spostamento lungo x Vs Rotazione attorno a z del centro di massa del piano di sommità (vedi *Figura 5.71*). Tali curve di isteresi della struttura vengono riportate per le condizioni limite già descritte, in sovrapposizione sono raffigurati i punti di rottura ($\epsilon_{cu} = - 0.0035$) per le analisi di *pushover* con distribuzione di tipo β ; i diversi punti di *pushover* sono associati ai diversi valori assunti dal parametro β (vedi *Figura 5.71*).

Si sottolinea che il valore di *Scale Factor* (SF) che porta alle condizioni di rottura già citate risulta diverso per ogni sisma in *input*, nel titolo di ogni grafico è riportato il valore di tale SF che porta per primo la struttura nella condizione di rottura descritta.

Nel titolo dei vari grafici è indicato anche a quale *input* accelerometrico si fa riferimento e se i risultati sono espressi per analisi in campo lineare oppure non-lineare

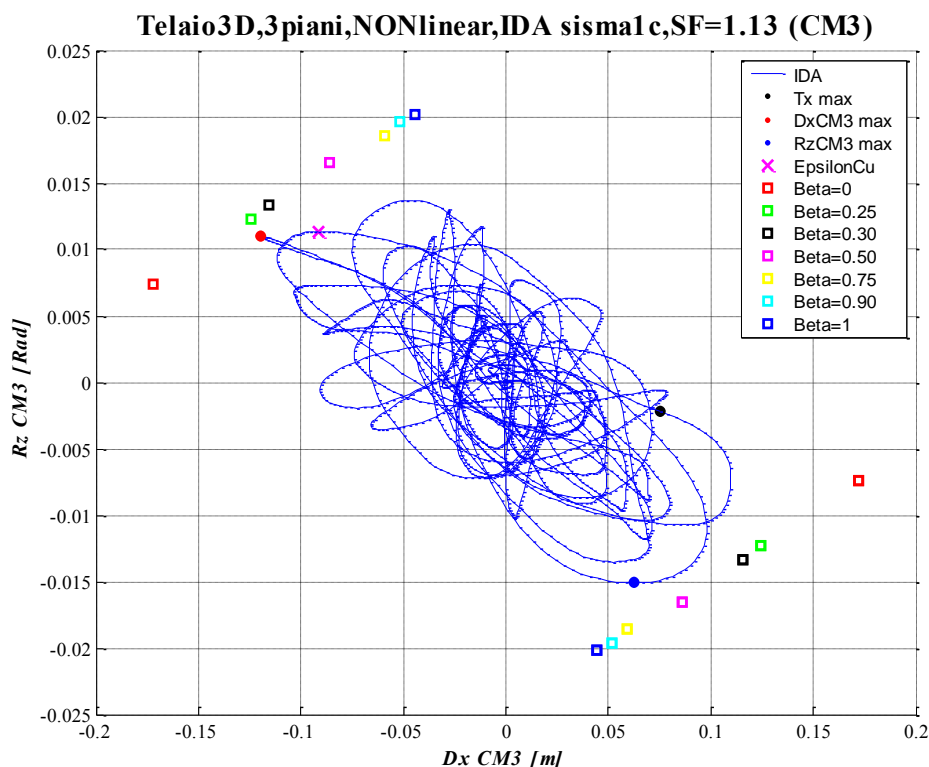


Figura 5.71 – Curva di Isteresi: Rotazione attorno a z Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; in sovrapposizione sono riportati i punti a rottura (quadrretti colorati) di diverse analisi di pushover al variare del parametro β .

Osservando la curva di isteresi riportata in *Figura 5.71* e *Figura 5.72* si può notare una caratteristica interessante: tutti i punti di rottura associati alle analisi di *pushover* con distribuzione delle forze di tipo β (quadratini colorati) giacciono quasi su di una retta (linea nera in *Figura 5.72*). Ricordiamo che nel campo delle analisi lineari tali punti giacciono esattamente su una retta ed erano equispaziati fra loro.

Ciò non accade nelle analisi non-lineari: il punto a rottura associato all'analisi di *pushover* con $\beta = 0.5$ (quadrato magenta) è più vicino al punto associato a $\beta = 1$ (quadrato blu) piuttosto che a quello con $\beta = 0$ (quadrato rosso). Tale evidenza porta ad una relazione non-lineare fra spostamenti (rotazioni) a rottura ed il parametro β dell'analisi di *pushover* (vedi *Figura 5.69* e *Figura 5.70*).

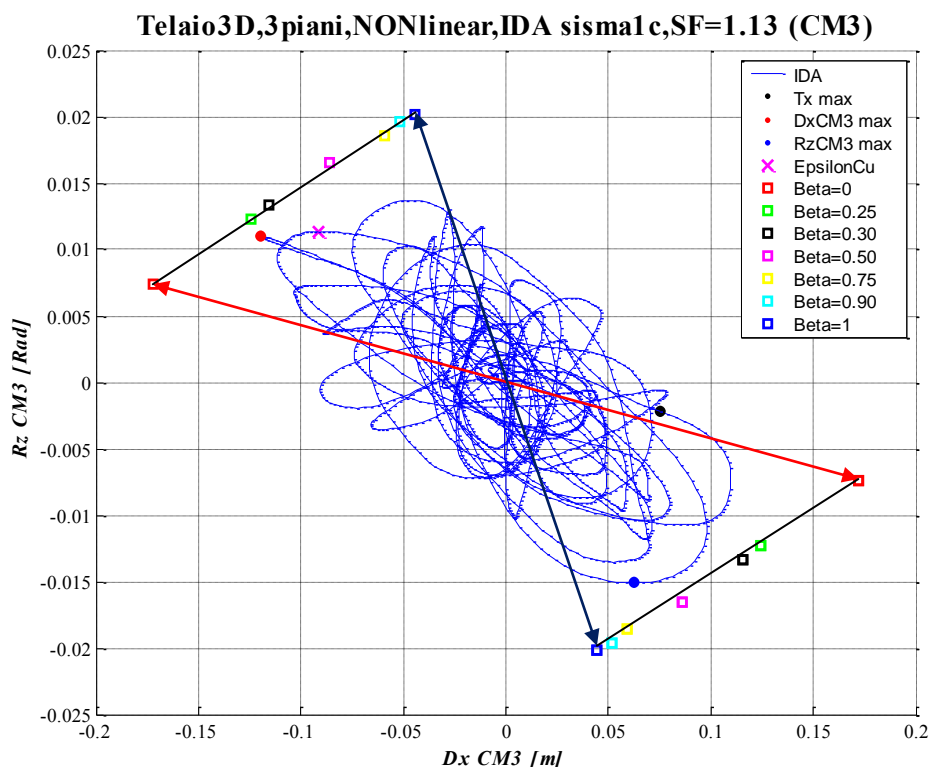


Figura 5.72 - Curva di Isteresi: Rotazione attorno a z Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; in sovrapposizione sono riportati i punti a rottura (quadretti colorati) di diverse analisi di pushover al variare del parametro β .

La retta riportata in nero nella *Figura 5.72*, insieme alle linee rosse e blu riportate nella medesima figura delineano il contorno di due zone a forma di cono entro le quali ogni punto di rottura o istante caratteristico delle analisi dinamiche ($Dx_{CM3} \max$ o $Rz_{CM3} \max$) che vi si trovi all'interno può essere ben rappresentato da un'analisi di *pushover* con un adeguato valore di β .

E' possibile affermare quanto appena detto perché anche in campo non-lineare le curve ottenute dalle analisi di *pushover* sono quasi delle rette che partono dall'origine del grafico di *Figura 5.72* ed arrivano fino ad uno un generico punto che giace sulla linea nera di *Figura 5.72*.

La pendenza, e quindi il punto di arrivo, delle rette di isteresi delle analisi di *pushover* varia in funzione del valore di β . In ogni caso non si possono superare le due condizioni limite rappresentate da $\beta = 0$ (linea e quadrettino rosso in *Figura 5.72*) e $\beta = 1$ (linea e quadrettino blu in *Figura 5.72*).

Se un punto di rottura (croce magenta in *Figura 5.72*) o gli istanti di massimo spostamento ($Dx_{CM3} \max$, punto rosso in *Figura 5.72*) e rotazione ($Rz_{CM3} \max$, punto blu in *Figura 5.72*) del centro di massa del piano di sommità riferiti ad un'analisi dinamica sono contenuti all'interno del cono rappresentato in *Figura 5.72*, allora è possibile dire che vi sarà sempre un particolare valore di β per cui la curva (retta) di *pushover* passi per uno dei suddetti istanti caratteristici delle analisi dinamiche.

Questa condizione è molto importante, infatti significa che è possibile trovare una distribuzione di forze statiche per cui si possa giungere allo stesso spostamento e rotazione del centro di massa del piano di sommità previsto da un'analisi dinamica.

Ciò comporta che è possibile trovare una distribuzione di forze statiche che permetta di giungere alla stessa deformata (del piano di sommità) prevista dall'analisi dinamica.

Tale possibilità, di trovare con delle forze statiche le stesse deformate (del piano di sommità) previste dalle analisi dinamiche in diversi istanti caratteristici, è di per se molto interessante; purtroppo non è detto che i piani inferiori presentino una coincidenza di deformata fra le analisi statiche e quelle dinamiche.

Inoltre è possibile che i punti caratteristici delle analisi dinamiche (rottura, croce magenta in *Figura 5.72*, massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità, punto rosso in *Figura 5.72* e la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità, punto blu in *Figura 5.72*) siano sì all'interno del cono delimitato dalle analisi di *pushover*, ma distanti dalla situazione di rottura rappresentata dalle analisi statiche di *pushover* (linea nera in *Figura 5.72*).

Infatti, come evidenziato attraverso il grafico di *Figura 5.8*, la massima rotazione e il massimo spostamento avvengono in istanti differenti rispetto all'istante in cui si raggiunge la deformazione ultima.

La distanza fra i punti caratteristici delle analisi dinamiche (punto rosso, blu e croce magenta) e i punti di rottura delle analisi di *pushover* con distribuzione di tipo β (quadretti colorati) porterebbe a forti errori nel confronto fra dinamica e statica in termini di caratteristiche locali, ovvero nel confronto fra spostamenti e sollecitazioni di piano a parità di condizioni limite.

Bisogna ricordare che il confronto fra i risultati ottenuti da un'analisi dinamica e quelli di una statica vanno effettuati sempre a parità di condizioni (limite o non), altrimenti il paragone fra i due metodi non è omogeneo.

Per un'analisi di *pushover* l'istante (*step* di carico) in cui si raggiunge la rottura coincide con il raggiungimento del massimo di tutti i parametri di risposta (spostamenti, rotazioni, tagli, momenti torcenti, deformazioni, tensioni, sollecitazioni, ecc...), lo stesso non si può dire per un'analisi dinamica (vedi *Figura 5.72*, *Figura 5.67* e la *Tabella 5.19*).

Quanto appena esposto porta a delle problematiche nello svolgere dei confronti (a parità di condizioni, di spostamento o deformazione) di tipo locale, ovvero a confronti sugli spostamenti e sollecitazioni di piano, fra le analisi dinamiche *IDA* e quelle di *pushover*.

Messe in luce le problematiche e commentate alcune caratteristiche della risposta dinamica sulla base di un solo *input* sismico (Sisma 1c), ora si riportano i risultati (in termini di curve di isteresi) ottenuti dall'applicazione dei dodici *input* accelerometrici scelti per le analisi. Per ulteriori dettagli sui risultati ottenuti si veda l'appendice B.

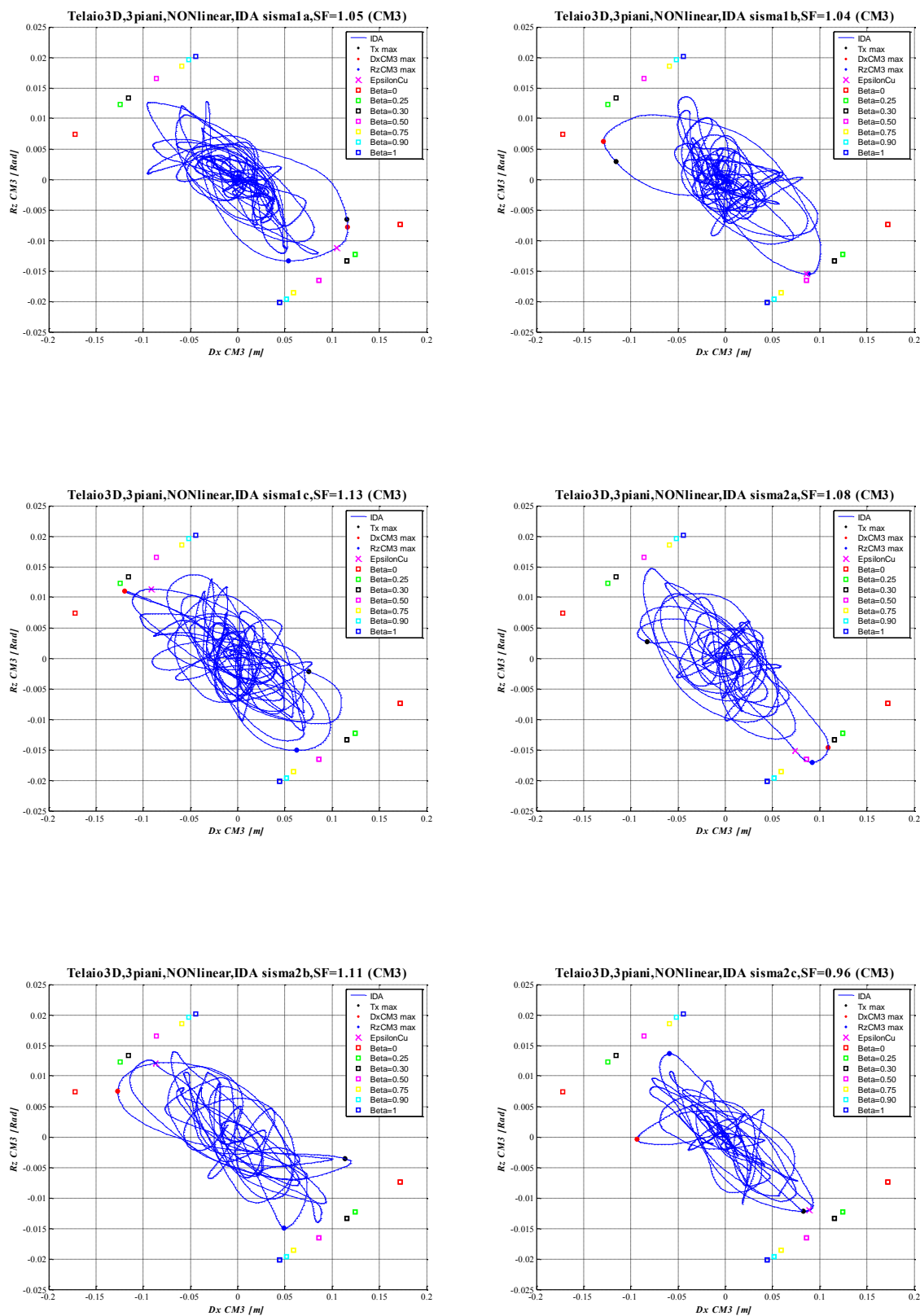


Figura 5.73 - Curve di Isteresi per il set di accelerogrammi utilizzati: Rotazione attorno a z Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; in sovrapposizione sono riportati i punti a rottura (quadranti colorati) di diverse analisi di pushover al variare del parametro β .

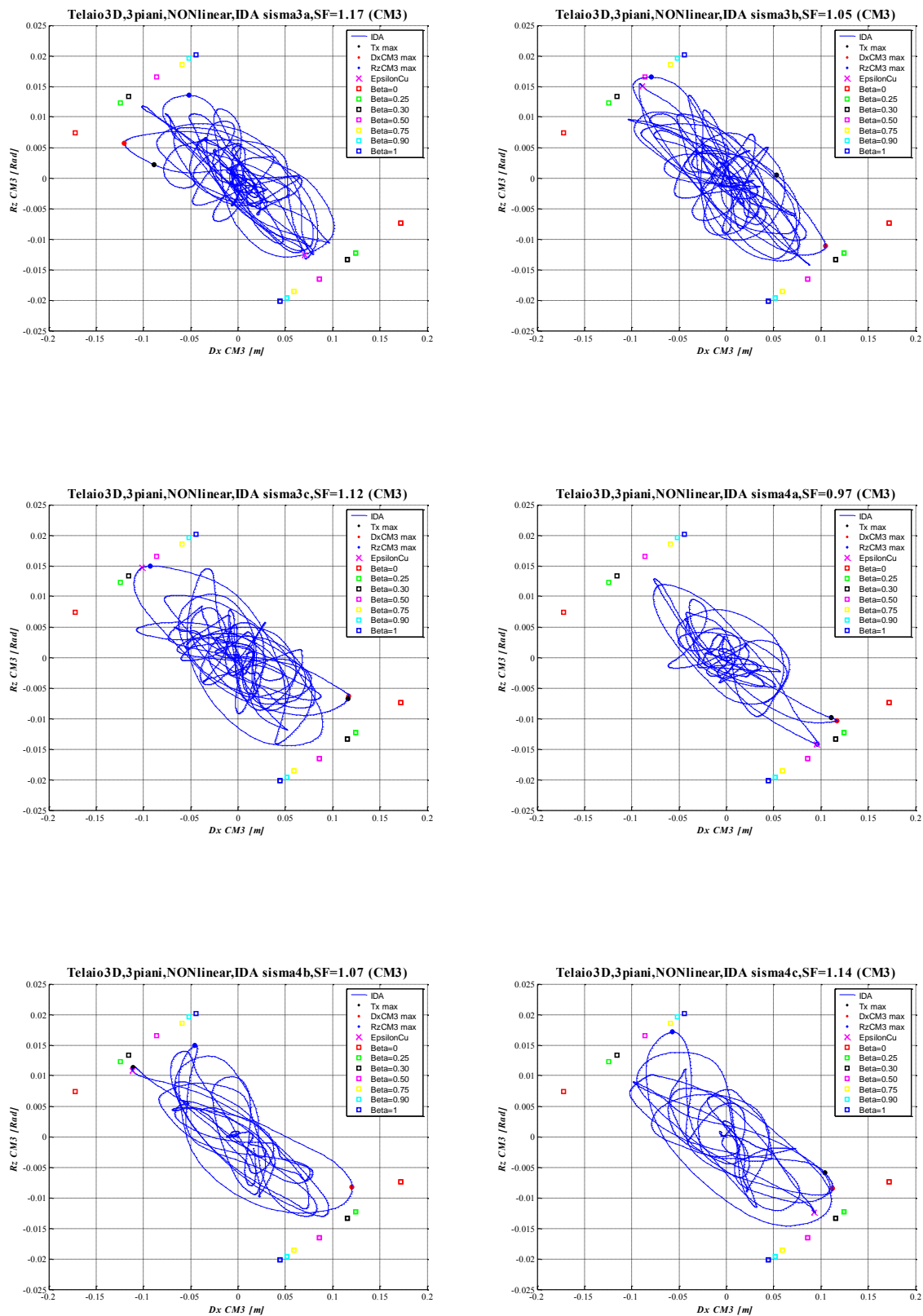


Figura 5.73 - Curve di Isteresi per il set di accelerogrammi utilizzati: Rotazione attorno a z Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; in sovrapposizione sono riportati i punti a rottura (quadretti colorati) di diverse analisi di pushover al variare del parametro β .

Osservando le curve di isteresi riportate in *Figura 5.73* è possibile notare che le analisi di *pushover* (quadrettini colorati) rappresentano una linea di confine per le analisi dinamiche *IDA*: le curve di isteresi delle diverse analisi dinamiche non superano quasi mai i valori (a rottura) definiti dalle curve di *pushover* con distribuzione delle forze di tipo β . Inoltre i due casi limite di *pushover* con $\beta = 0$ e $\beta = 1$ definiscono una coppia di valori Rotazione-Spostamento che non vengono mai superati dalle analisi dinamiche *IDA*.

I massimi spostamenti delle analisi dinamiche ($Dx_{CM3} \max$, pallino rosso in *Figura 5.73*) non superano mai lo spostamento limite definito dal *pushover* con $\beta = 0$ (quadrato rosso in *Figura 5.73*), analogamente, le massime rotazioni previste dalle analisi dinamiche ($Rz_{CM3} \max$, pallino blu in *Figura 5.73* non oltrepassano la rotazione limite definita dal *pushover* con $\beta = 1$ (quadrato blu in *Figura 5.73*).

L'evidenza appena mostrata (che si ritrova anche nel campo delle analisi lineari) è una caratteristica importante del metodo di *pushover* proposto nell'ambito della presente tesi: con quanto detto si dimostra che l'analisi di *pushover* con la distribuzione delle forze di tipo β riesce a descrivere (al variare di β) i diversi comportamenti dinamici di una struttura spaziale irregolare.

Per valori elevati di β ci si avvicina al caso limite di struttura sollecitata da sole forze rotazionali, in tal modo si può descrivere il comportamento torsionale della struttura (osservato dalle analisi dinamiche *IDA* negli istanti in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità), per bassi valori di β si giunge al caso limite di struttura sollecitata da sole forze traslazionali, in tal modo si può descrivere il comportamento traslazionale (osservato dalle analisi dinamiche *IDA* negli istanti in cui si raggiunge il massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità).

Osservando le curve di isteresi delle analisi dinamiche non-lineari (vedi *Figura 5.73*) si nota che la loro forma è altamente irregolare e diversificata a seconda dell'*input* sismico considerato.

In campo elastico-lineare vi è invece una maggiore regolarità della risposta dinamica.

Sempre osservando le curve di isteresi riportate in precedenza si nota che gli istanti in cui si raggiunge il valore massimo di un parametro di risposta (pallini rosso, blu e nero) sono spesso molto differenti fra loro; inoltre “cadono” in zone al di fuori del nucleo centrale caratterizzato da un’elevata densità di linee.

Fino ad ora è stato mostrato un confronto fra le singole risposte dinamiche della struttura di studio per ogni *input* sismico e le varie risposte statiche ottenute da un’analisi di *pushover* con β differenti. Ora si cerca di confrontare contemporaneamente tutte le risposte dinamiche ottenute dalle dodici analisi dinamiche con le previsioni delle analisi statiche: in sostanza una sovrapposizione dei punti massimi delle dodici curve di isteresi riportate in *Figura 5.73*).

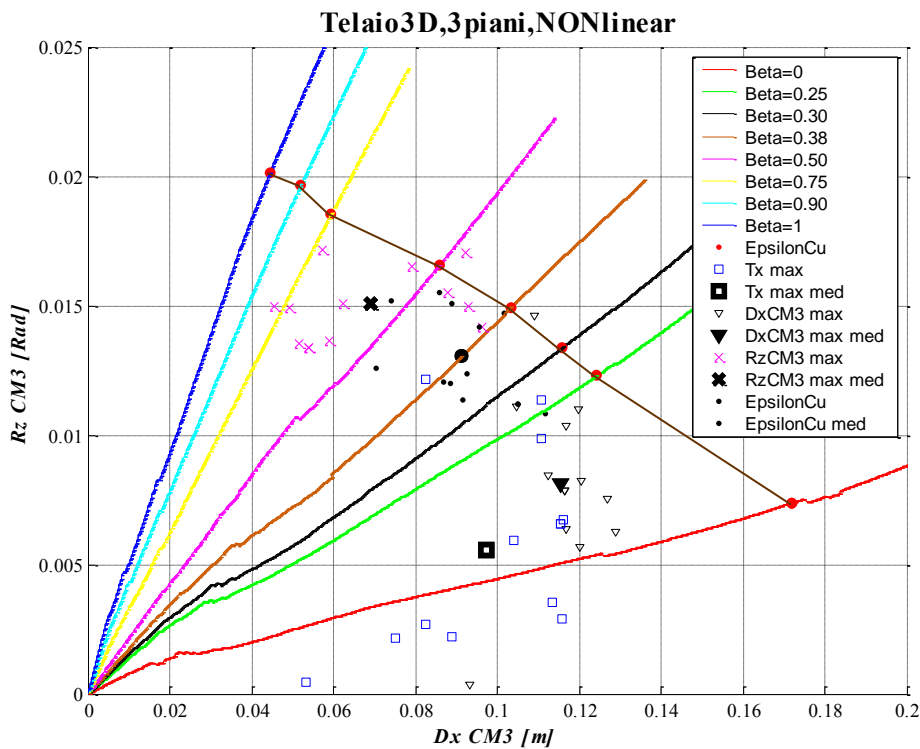


Figura 5.74 - Relazione spostamento massimo e rotazione massima del centro di massa del piano di sommità ottenuta dalle analisi di *pushover* e dalle analisi dinamiche IDA riferiti allo SF che porta per primo alla rottura delle fibre di c.l.s. confinato.

In *Figura 5.74* sono riportate le curve associate all’analisi di *pushover* al variare del parametro β , in sovrapposizione sono graficati gli istanti caratteristici delle analisi dinamiche IDA riferiti allo SF che porta per primo alla rottura di una qualunque fibra di c.l.s. confinato della struttura. In tale grafico i risultati delle

analisi dinamiche sono suddivisi in quattro gruppi: a) istante di massimo spostamento del centro di massa di sommità (triangoli neri), b) istante di massima rotazione del centro di massa di sommità (croci magenta), c) istante di massimo taglio alla base lungo x (quadrato blu), d) istante a rottura (puntini neri). In nero marcato sono riportati i valori medi (baricentro) di ogni gruppo, i punti in rosso rappresentano la rottura per il *pushover*.

Si nota che quasi tutti gli istanti di rottura delle analisi dinamiche (punti neri) si trovano all'interno del cono delimitato dalle rette di colore marrone (linea di rottura per il *pushover*), rosso ($\beta = 0$, solo componente traslazionale) e blu ($\beta = 1$, solo componente rotazionale).

Ovviamente ci sono delle eccezioni, specie per quanto riguarda gli istanti associati al raggiungimento del massimo taglio alla base (quadrati blu in figura).

Tale comportamento era maggiormente evidente in campo lineare, dove molte più analisi dinamiche indicavano dei valori di taglio massimo al di sotto della linea rossa.

Inoltre i punti rappresentativi del raggiungimento della rottura nelle analisi dinamiche (punti neri in *Figura 5.74*) sono tutti vicini e quasi allineati con la linea marrone, la quale rappresenta il raggiungimento della rottura per le analisi statiche.

Tale circostanza porta a concludere che la rottura prevista dalle analisi di *pushover* (in termini di spostamento e rotazione) prevede abbastanza bene la rottura raggiunta secondo le analisi dinamiche.

Osservando l'istante a rottura medio delle dodici analisi dinamiche (tondino nero in grassetto in *Figura 5.74*) si può dichiarare che l'analisi di *pushover*, con una distribuzione delle forze di tipo β , riesce a cogliere sufficientemente bene le rotazioni e spostamenti che si verificano nell'istante di rottura previsto dalle analisi dinamiche.

Nel grafico di *Figura 5.74* sono stati riportati altri due istanti caratteristici delle analisi dinamiche, oltre all'istante di rottura appena descritto.

Tali istanti caratteristici di rilievo sono: l'istante in cui si raggiunge il massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità ($Dx_{CM3} \max$, triangolo

nero) e l'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($RzCM3 \max$, croce magenta).

Una caratteristica interessante che si può notare nella *Figura 5.74* è la quasi costanza del rapporto rotazioni/spostamenti associato alle analisi di *pushover* con una distribuzione delle forze di tipo β , tale comportamento è da ritenersi perlomeno non scontato, in quanto ci si trova in un'analisi di tipo non-lineare.

Osservando sempre il grafico riportato in *Figura 5.74* si nota che tutti gli istanti di rottura delle analisi dinamiche (puntini neri) si trovano all'interno del cono delimitato dalle rette di colore marrone (linea di rottura per il *pushover*), rosso ($\beta = 0$) e blu ($\beta = 1$).

Tale circostanza è favorevole perché significa che per ognuno dei diversi *input* simili esiste una particolare distribuzione di forze di *pushover* adatta a cogliere l'accoppiata spostamento-rotazione (del centro di massa del piano di sommità) che si verifica nell'istante in cui si raggiunge la rottura del c.l.s. confinato.

Come detto in precedenza, nell'ambito delle analisi non-lineari non è molto significativo rappresentare gli istanti delle analisi dinamiche in cui si raggiunge il massimo valore di uno dei parametri di risposta ($DxCM3 \max$, $RzCM3 \max$ o $Tx \max$). Tutto ciò perché non è possibile scalare, proporzionalmente ai coefficienti

$$CoeffDx = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{c, \max}(t_{DxCM3 \max})} \quad \text{e} \quad CoeffRz = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{c, \max}(t_{RzCM3 \max})},$$

la risposta delle analisi dinamiche (così come si faceva in ambito elastico-lineare) per ottenere dei confronti omogenei fra i risultati delle analisi dinamiche e quelli di *pushover*.

Da quanto appena detto risulta chiaro che l'unico tipo di confronto a parità di condizioni (quindi omogeneo) fra l'analisi dinamica e quella di *pushover* è basata sui soli istanti dell'analisi dinamica in cui si raggiunge la rottura.

Di seguito viene riportato lo stesso grafico visualizzato in *Figura 5.74*, ma riportando solo i punti delle analisi dinamiche corrispondenti agli istanti di tempo in cui si raggiunge la deformazione ultima del c.l.s. confinato (vedi *Figura 5.75*).

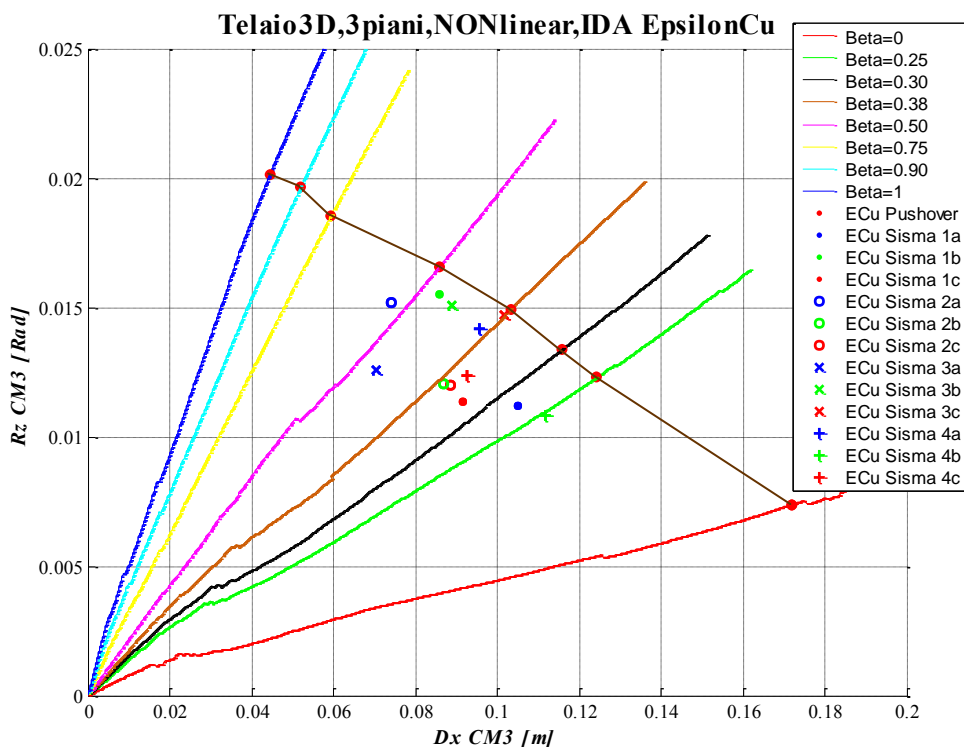


Figura 5.75 – Relazione spostamento massimo e rotazione massima del centro di massa del piano di sommità ottenuta dalle analisi di pushover e dalle analisi dinamiche IDA riferiti allo SF che porta per primo alla rottura delle fibre di c.l.s. confinato..

Nel grafico riportato in *Figura 5.75* si nota che i parametri di spostamento associati all'istante delle analisi dinamiche in cui si raggiunge la rottura sono contenuti all'interno dell'area spazzata dalle curve di *pushover* al variare di β . Tali punti inoltre non superano la linea di rottura definita dalle analisi di pushover (linea marrone in *Figura 5.75*). Tale evidenza è favorevole per quanto già discusso in precedenza.

Di seguito si riporta una tabella che riassume i valori medi dei parametri di risposta delle analisi dinamiche condotte per la struttura di studio analizzata in campo non-lineare, tali valori derivano da una media sui valori assoluti delle risposte dinamiche ottenute a seguito dell'applicazione dei dodici *input* accelerometrici utilizzati nell'ambito della presente tesi.

Istante caratteristico		Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [KN]	Ty [KN]	Mt [Kn*m]	Coeff. = $\frac{\epsilon_c}{\epsilon_c}$	Base Shear X [KN]	Mt base [KN*m]	Scaling Factor
Media I.D.A. sui valori assoluti	ϵ_c	CM3	0.0911	0.0014	0.01308	42.98	3.61	106.29	0.9925425	108.53	348.04
		CM2	0.0684	0.0014	0.01123	91.52	4.28	228.45			
		CM1	0.0344	0.0013	0.00650	117.72	3.80	348.04			
	Max DxCM3	CM3	0.1155	0.0022	0.00813	81.73	2.28	59.93	1.4525833	132.63	134.71
		CM2	0.0803	0.0013	0.00674	135.15	3.12	98.77			
		CM1	0.0357	0.0006	0.00351	138.46	4.71	134.71			
	Max RzCM3	CM3	0.0690	0.0016	0.01508	32.40	4.48	243.24	1.2329892	68.08	408.59
		CM2	0.0510	0.0018	0.01182	55.68	4.40	390.78			
		CM1	0.0241	0.0015	0.00595	71.11	2.76	408.59			
	Max Base Shear X	CM3	0.0974	0.0019	0.00555	59.09	2.06	77.80	1.70975	163.52	104.50
		CM2	0.0693	0.0010	0.00490	119.08	3.63	93.84			
		CM1	0.0323	0.0004	0.00282	162.25	4.35	104.50			

Tabella 5.20 – Parametri di risposta medi (in valore assoluto) della struttura nel campo non-lineare.

I parametri Dx , Dy e Rz riportati nella tabella rappresentano lo spostamento lungo x , lo spostamento lungo y e rotazione attorno a z . Mentre Tx , Ty e Mt risultano rispettivamente il taglio di piano lungo x , taglio di piano lungo y e il momento torcente di piano riferito al centro di massa del piano stesso. Tali sollecitazioni di piano sono state calcolate a partire dalle sollecitazioni interne dei pilastri e rispetto ad un sistema di riferimento locale lagrangiano collegato rigidamente ad ogni piano della struttura. Il parametro ϵ_c rappresenta la massima deformazione raggiunta in una qualunque fibra di c.l.s. della struttura, mentre per *Base Shear X* si intende il taglio alla base della struttura lungo la direzione x , calcolato sulla base delle azioni esterne e rispetto ad un sistema di riferimento globale fisso.

Notare che il taglio di piano Tx calcolato al piano terra è differente dal *Base Shear X*, ciò è dovuto alla differenza di come sono stati calcolati i due tagli: il primo con le sollecitazioni interne, il secondo sulla base delle azioni esterne. Teoricamente i due valori dovrebbero essere uguali, altrimenti non sarebbe soddisfatta la condizione di equilibrio. La piccola differenza può essere attribuita ad approssimazioni numeriche conseguenti alla discretizzazione F.E.M. della struttura ed agli inevitabili errori di troncamento apportati dagli algoritmi di risoluzione implementati nel *software SeismoStruct*.

I grafici e la tabella, qui riportati a titolo d'esempio per il sisma 1a, sono stati ottenuti per i dodici sismi considerati e riportati nell'appendice B.

5.4.4 Confronti in termini globali: le curve di capacità

Nel presente paragrafo si riportano le curve di capacità delle analisi di *pushover* con distribuzione delle forze di tipo β , in sovrapposizione sono riportati (in forma puntuale) gli istanti caratteristici ($Dx_{CM3} \max$, $Rz_{CM3} \max$, ecc...) delle dodici analisi dinamiche.

Come nei grafici precedenti, i punti associati alle analisi *IDA* si riferiscono alle analisi dinamiche con il valore di SF che porta per primo alla rottura del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = - 0.0035$).

Le caratteristiche riportate nei grafici esposti di seguito sono le stesse di *Figura 5.74*, la differenza consiste nei diversi parametri di risposta rappresentati: 1) Taglio alla Base in direzione x Vs Spostamento in dir. x del centro di massa del piano di sommità, 2) Taglio alla Base in direzione x Vs Rotazione del centro di massa del piano di sommità, 3) Momento torcente alla base riferito a C_M Vs Spostamento in dir. x del centro di massa del piano di sommità, 4) Momento torcente alla base riferito a C_M Vs Rotazione del centro di massa del piano di sommità.

La legenda, le curve, e i punti caratteristici riportati sono sempre associati alle medesime condizioni descritte in precedenza.

Si ricorda che gli istanti, delle analisi dinamiche, in cui si verificano i massimi di uno dei parametri di risposta strutturale sono istanti in cui la massima deformazione raggiunta nel c.l.s. confinato è inferiore a quella ultima (vedi *Tabella 5.20*).

Come descritto nel precedente paragrafo i confronti devono essere svolti a parità di condizioni, in particolare nella presente tesi a parità di deformazione ultima del c.l.s., risulta quindi necessario scalare la risposta dinamica per portare gli istanti $Dx_{CM3} \max$, $Rz_{CM3} \max$ e $Tx \max$ nella condizione di deformazione limite del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = - 0.0035$).

A seguito di quanto appena detto, e dei motivi già più volte elencati, risulta che l'unico tipo di confronto, fra i risultati delle analisi *IDA* e quelli di *pushover*, in campo non-lineare può essere basato sui soli istanti in cui si raggiunge la rottura. Solo un confronto sugli istanti di rottura può essere considerato omogeneo.

Per tale motivo nel seguito del presente paragrafo vengono evidenziati i grafici dove sono esposte le curve di capacità con sovrapposti i soli punti associati agli istanti delle analisi dinamiche in cui si raggiunge la rottura. Per completezza vengono riportati anche gli stessi grafici appena descritti con sovrapposti tutti gli altri istanti caratteristici delle analisi dinamiche ($Dx_{CM3\ max}$, $Rz_{CM3\ max}$ e $Tx_{\ max}$), ma la loro valenza in termini di confronto fra *IDA* e *pushover* è nulla.

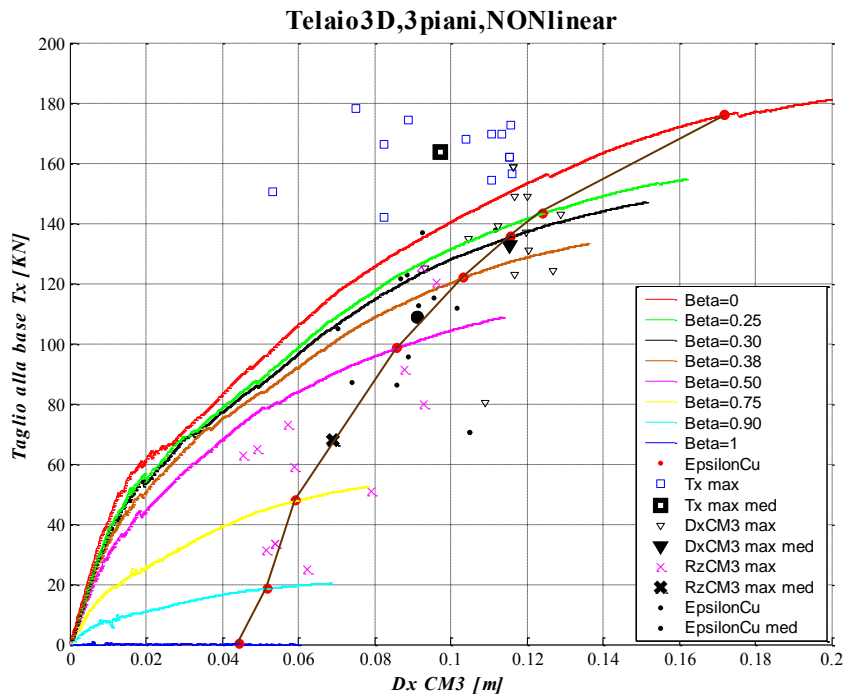


Figura 5.76 - Taglio alla base lungo x Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; i simboli riportano i risultati delle analisi IDA riferite a quello SF che porta per primo la struttura nelle condizioni di rottura.

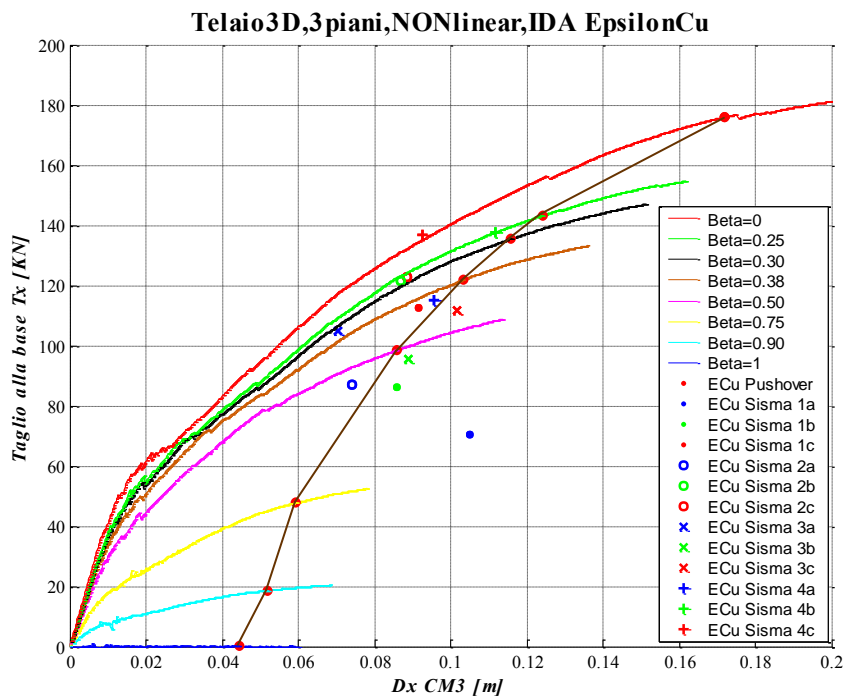


Figura 5.77 - Taglio alla base lungo x Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; i simboli rappresentano, per ogni accelerogramma, gli istanti in cui si raggiunge la rottura del c.l.s. confinato.

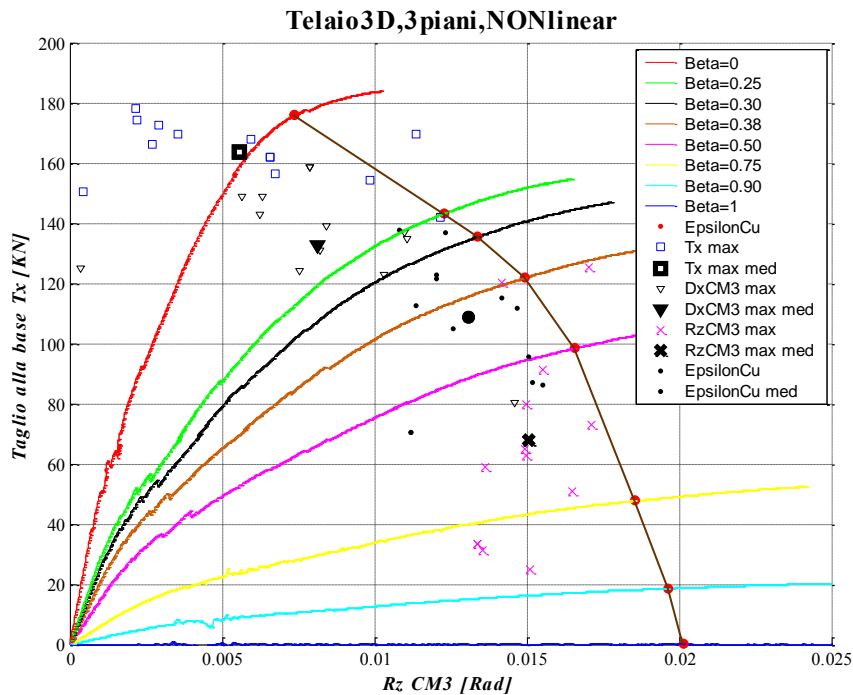


Figura 5.78 - Taglio alla base lungo x Vs Rotazione attorno a z del centro di massa del piano di sommità; i simboli riportano i risultati delle analisi IDA riferite a quello SF che porta per primo la struttura nelle condizioni di rottura.

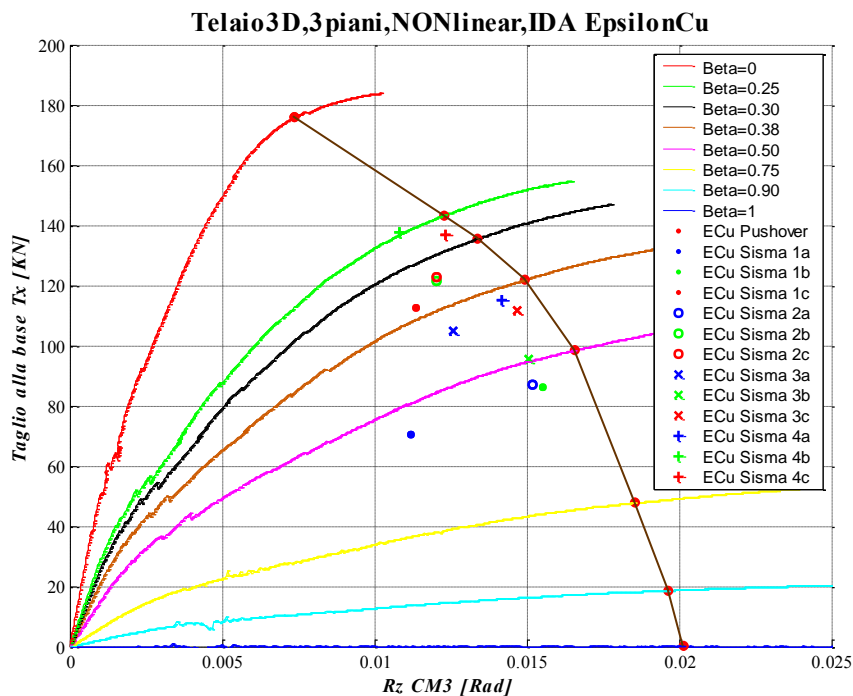


Figura 5.79 - Taglio alla base lungo x Vs Rotazione attorno a z del centro di massa del piano di sommità; i simboli rappresentano, per ogni accelerogramma, gli istanti in cui si raggiunge la rottura del c.l.s. confinato.

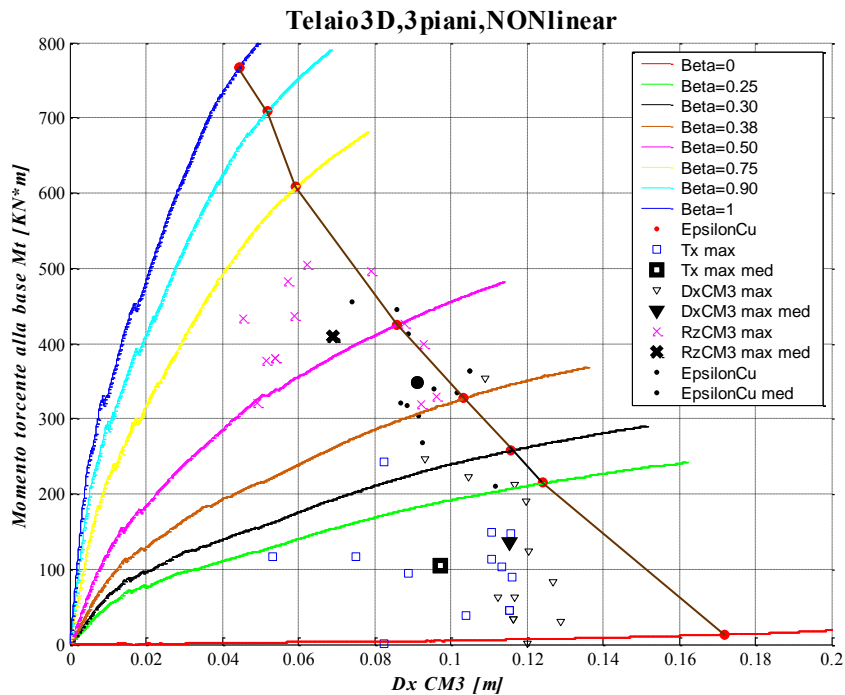


Figura 5.80 - Momento torcente alla base Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; i simboli riportano i risultati delle analisi IDA riferite a quello SF che porta per primo la struttura nelle condizioni di rottura.

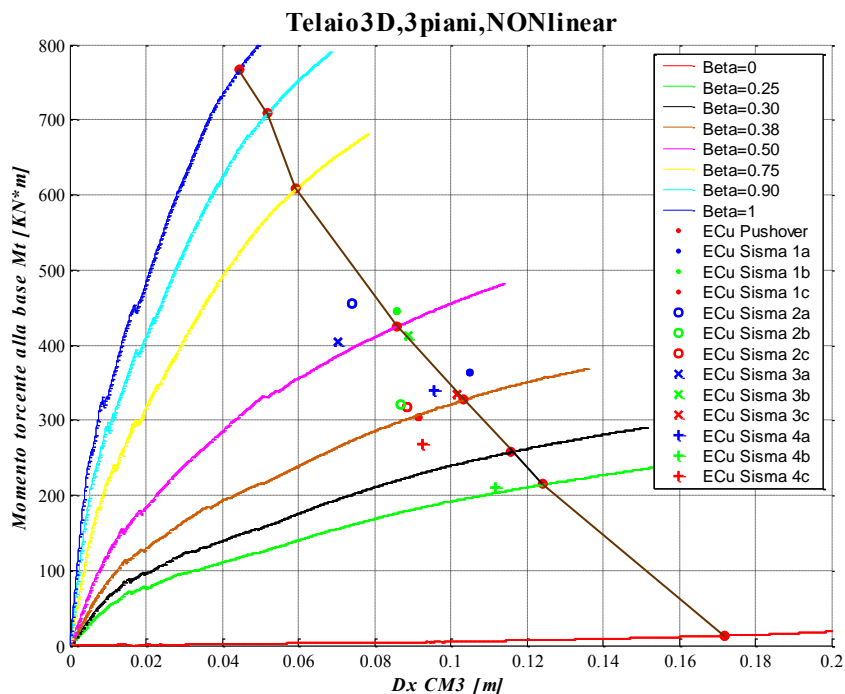


Figura 5.81 - Momento torcente alla base Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; i simboli rappresentano, per ogni accelerogramma, gli istanti in cui si raggiunge la rottura del c.l.s. confinato.

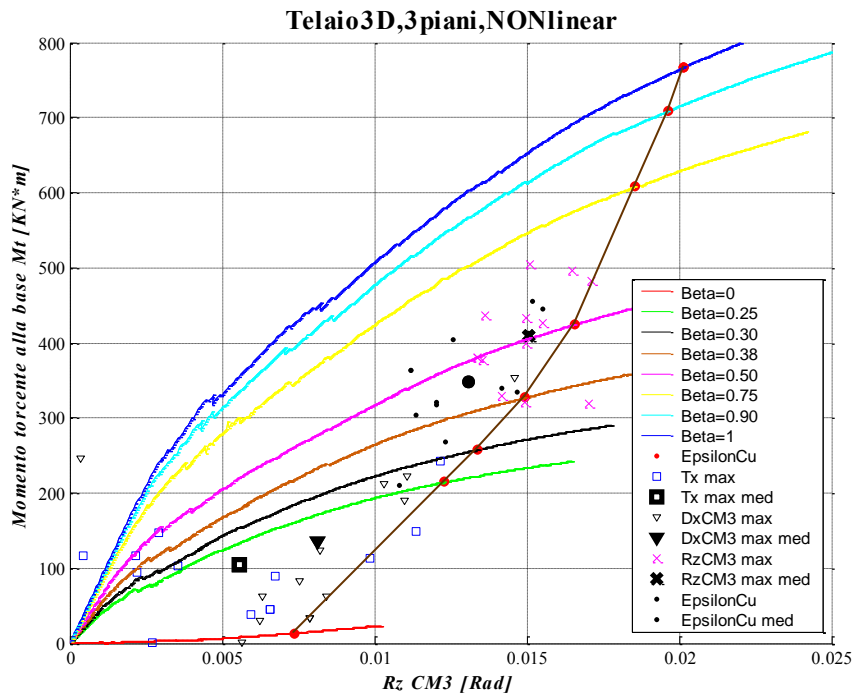


Figura 5.82 - Momento torcente alla base Vs Rotazione attorno a z del centro di massa del piano di sommità; i simboli riportano i risultati delle analisi IDA riferite a quello SF che porta per primo la struttura nelle condizioni di rottura.

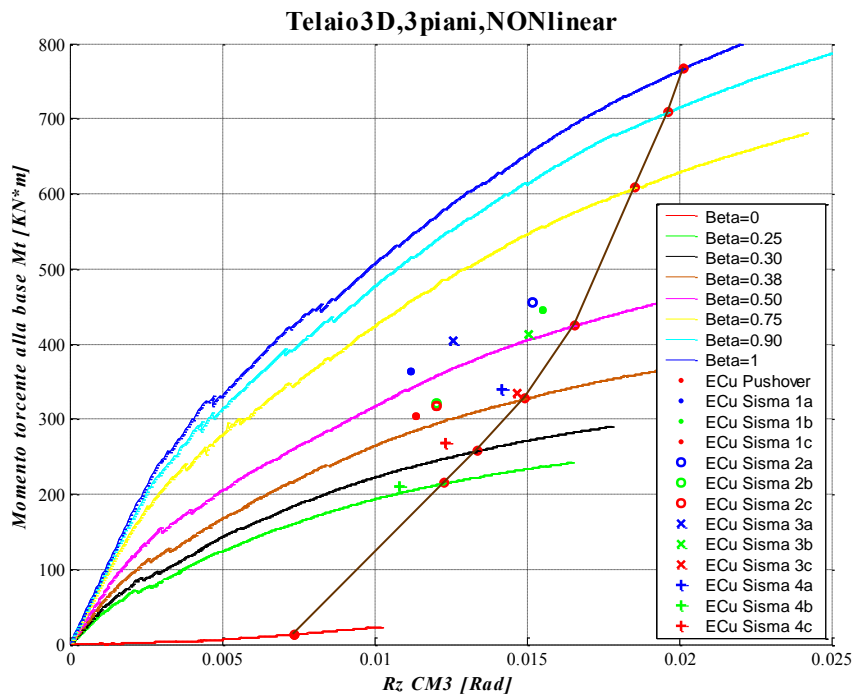


Figura 5.83 - Momento torcente alla base Vs Rotazione attorno a z del centro di massa del piano di sommità; i simboli rappresentano, per ogni accelerogramma, gli istanti in cui si raggiunge la rottura del c.l.s. confinato.

Osservando le *Figura 5.76 - Figura 5.83* si nota che i valori medi (simboli in grassetto) dei vari istanti caratteristici delle analisi dinamiche *IDA* non si trovano in prossimità della zona a rottura definita dalle analisi di *pushover* (linea che congiunge i pallini rossi), ciò è dovuto al fatto che il confronto non è omogeneo, ovvero a parità di deformazione raggiunta nelle fibre di c.l.s. confinato.

Solamente il pallino nero marcato (istante a rottura medio delle analisi dinamiche) si trova nella condizione di poter essere confrontato con le analisi di *pushover*, infatti un confronto fra la rottura media delle dinamiche (pallino nero) e le rotture delle analisi di *pushover* (pallini rossi) è omogeneo, cioè a parità di condizioni di deformazione.

Concentrando l'attenzione sui soli confronti omogenei possibili (confronto fra pallino nero marcato e pallini rossi marcati) si nota che i risultati ottenuti sono molto buoni: la rottura media prevista dalle analisi dinamiche (pallino nero marcato) è molto prossimo alla linea di rottura prevista dalle analisi di *pushover* (linea marrone).

Dalle curve di capacità riportate è possibile notare che gli istanti di rottura delle analisi dinamiche (puntini neri) sono quasi sempre contenuti all'interno dell'area spazzata dai due casi limite di *pushover* ($\beta = 0$ e $\beta = 1$) e molto prossimi alla linea di rottura delle analisi di *pushover* (linea marrone), questo indica che sarà sempre possibile trovare una particolare distribuzione di forze statiche di tipo β che approssimi abbastanza bene i parametri di risposta (D_x , R_z , T_x , M_t) ottenuti dall'analisi dinamica della struttura.

5.4.5 Confronti in termini locali: spostamenti e sollecitazioni di piano

Svolto un confronto in termini globali, fra i risultati dell'analisi dinamica *IDA* e l'analisi di *pushover*, si vedono ora dei confronti in termini locali.

Il confronto di tipo locale si basa sui parametri di risposta (spostamenti e sollecitazioni) a livello di piano, come di consueto il confronto deve essere omogeneo, cioè a parità di condizioni.

Nell'ambito della presente tesi si sono svolti confronti a parità di condizioni limite di deformazione del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = - 0.0035$).

Tutti i confronti locali riportati nel seguito del presente paragrafo sono basati su parametri di risposta (spostamenti e sollecitazioni) riferiti al centro di massa del piano considerato.

Preso un istante di un'analisi dinamica in cui si raggiunge la rottura ($\epsilon_{cu} = -0.0035$) lo si confronta con l'istante a rottura di un'analisi di *pushover* adatta a cogliere il comportamento a rottura previsto dall'analisi dinamica.

In campo elastico-lineare il confronto, fra i risultati dell'analisi dinamica *IDA* e quelli di *pushover*, si basava sulla media della risposta dinamica, in campo non-lineare invece il confronto avviene fra una singola analisi dinamica (associata ad un certo *input* sismico) ed una analisi statica di spinta adatta a cogliere il comportamento a rottura previsto dall'analisi dinamica.

Le analisi di *pushover* selezionate sono: 1) $\beta = 0.25$, per cogliere il comportamento a rottura definito dall'analisi dinamica con il sisma 4b, 2) $\beta = 0.38$, per cogliere il comportamento a rottura definito dall'analisi dinamica con il sisma 3c (vedi *Figura 5.75*).

Fra tutti i possibili confronti, fra i risultati delle analisi dinamiche e quelli di *pushover*, si sono considerate le suddette due condizioni per il seguente motivo: entrambe le condizioni a rottura definite dall'analisi dinamica giacciono ognuna su una curva di *pushover* ben definita, qualunque sia il piano scelto per la rappresentazione di tali curve (vedi *Figura 5.76 - Figura 5.83*).

Ciò significa che, nello spazio quadridimensionale definito dai parametri di risposta della struttura MomentoTorcente-TaglioallaBase-Spostamento-Rotazione ($Mt-Tx-DxCM3-RzCM3$), la curva di *pushover* definita dall'analisi con $\beta = 0.25$ interseca esattamente il punto associato all'istante di tempo in cui si raggiunge la rottura per il sisma 4b.

L'intersezione nello spazio 4D fra la curva di *pushover* e l'istante a rottura previsto dall'analisi dinamica risulta molto precisa per il caso 1), nel quale però la situazione di rottura prevista dall'analisi dinamica è abbastanza lontana da quella prevista dall'analisi statica (vedi *Figura 5.76 - Figura 5.83*).

Per tale motivo si è deciso di effettuare un confronto anche fra i risultati dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.38$ e quelli della dinamica *IDA* con il sisma 3c, in quest'ultimo caso l'istante di rottura dell'analisi dinamica è molto prossimo alla

condizione di rottura definita dall'analisi di *pushover* con $\beta = 0.38$ (vedi croce rossa nelle *Figura 5.76 - Figura 5.83*).

Questa condizione di intersezione (nella spazio quadridimensionale) è molto importante, infatti significa che è possibile trovare una distribuzione di forze statiche che permetta di giungere alla stessa deformata (del piano di sommità) prevista dall'analisi dinamica nell'istante di tempo in cui si raggiunge la rottura.

Alcuni dei grafici riportati di seguito non appartengono a quelli ordinariamente utilizzati nelle analisi di *pushover* 2D, tali grafici innovativi sono stati proposti nell'ambito delle presente tesi per descrivere al meglio alcuni aspetti legati alla risposta torsionale delle strutture spaziali irregolari.

Per ogni caso di confronto in termini locali, fra i risultati dell'analisi dinamica *IDA* e l'analisi di *pushover*, sono riportati sette grafici: i primi tre sono considerati "ordinari", e vengono ampiamente utilizzati nella letteratura internazionale per descrivere le risposte delle strutture piane, mentre gli ultimi quattro sono stati proposti nell'ambito della presente tesi per indagare le risposte torsionali delle strutture spaziali irregolari.

Concluse le dovute premesse si riportano i suddetti grafici significativi della risposta a livello locale dei singoli piani, i parametri di risposta si riferiscono sempre a C_M .

5.4.5.1 Pushover $\beta = 0.25$ e IDA sisma 4b nell'istante in cui si raggiunge la rottura

Qui di seguito sono riportati dei grafici di confronto in termini locali fra i risultati dell'analisi dinamica svolta con il sisma 4b nell'istante di tempo in cui si raggiunge la deformazione limite nel c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = - 0.0035$) e l'analisi di *pushover* con $\beta = 0.25$.

Le figure riportate di seguito rappresentano un confronto omogeneo fra i risultati dell'analisi dinamica e quelli della statica, difatti i risultati di entrambe le analisi sono riferiti a parità di condizioni limite di deformazione del c.l.s.

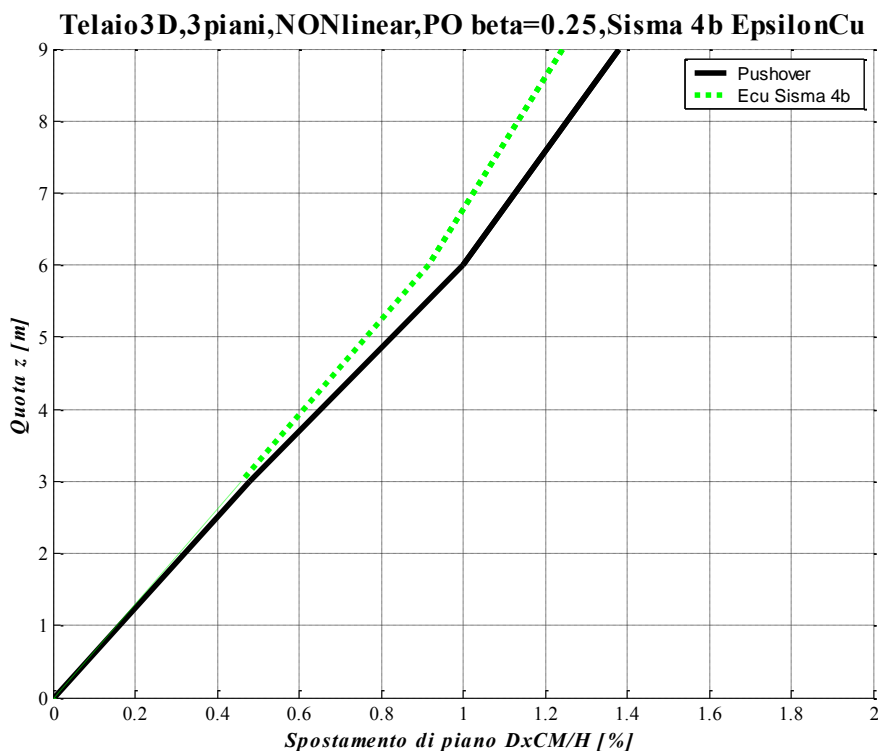


Figura 5.84 – Drift lungo x dei centri di massa, confronto fra pushover (a rottura) e IDA nell'istante in cui si raggiunge la deformazione ultima nelle fibre di c.l.s. confinato (rottura).

In *Figura 5.84* si riporta il profilo sull'altezza degli spostamenti lungo x dei centri di massa di ogni piano.

In nero è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.25$, in verde è riportata invece la risposta prevista dall'analisi dinamica con il sisma 4b nell'istante in cui si raggiunge la deformazione limite del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$).

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera) sovrastima i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea verde).

Tale condizione deriva dal fatto che l'istante dell'analisi dinamica in cui si raggiunge la rottura del c.l.s. si trova lontano rispetto alla condizione di rottura prevista dell'analisi statica (vedi *Figura 5.75*).

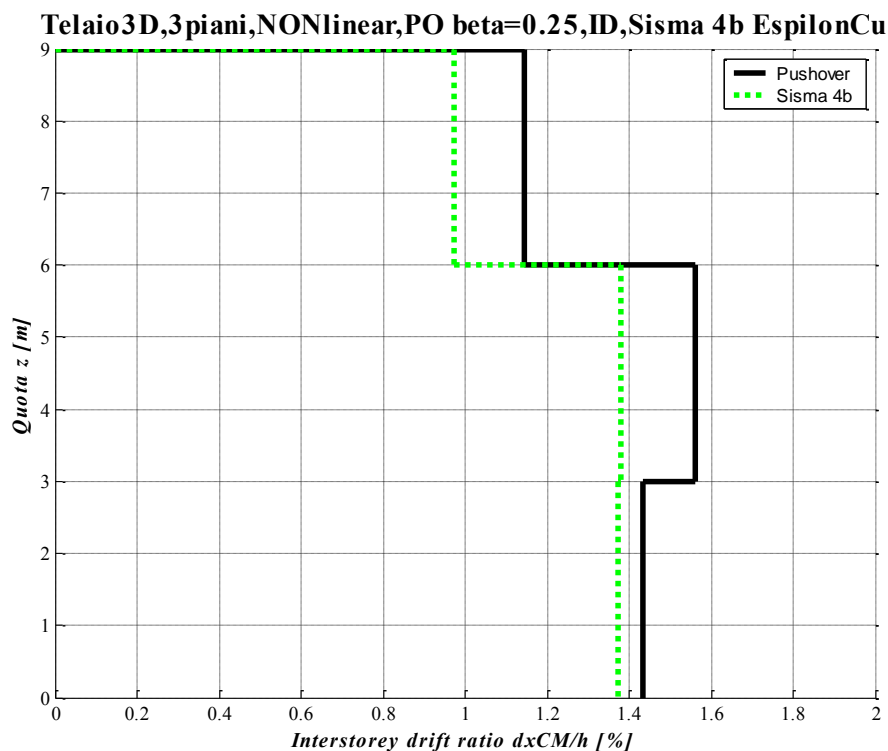


Figura 5.85 – Interstorey Drift lungo x dei centri di massa, confronto fra pushover (a rottura) e IDA nell'istante in cui si raggiunge la deformazione ultima nelle fibre di c.l.s. confinato (rottura).

In *Figura 5.85* si riporta il profilo sull'altezza degli spostamenti di interpiano lungo x dei centri di massa di ogni piano.

In nero è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.25$, in verde è riportata invece la risposta prevista dall'analisi dinamica con il sisma 4b nell'istante in cui si raggiunge la deformazione limite del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$).

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera) sovrastima i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea verde).

Tale condizione deriva dal fatto che l'istante dell'analisi dinamica in cui si raggiunge la rottura del c.l.s. si trova lontano rispetto alla condizione di rottura prevista dell'analisi statica (vedi *Figura 5.75*).

Telaio3D,3 piani,NONlinear,PO beta=0.25,Tx piano,Sisma 4b EpsilonCu

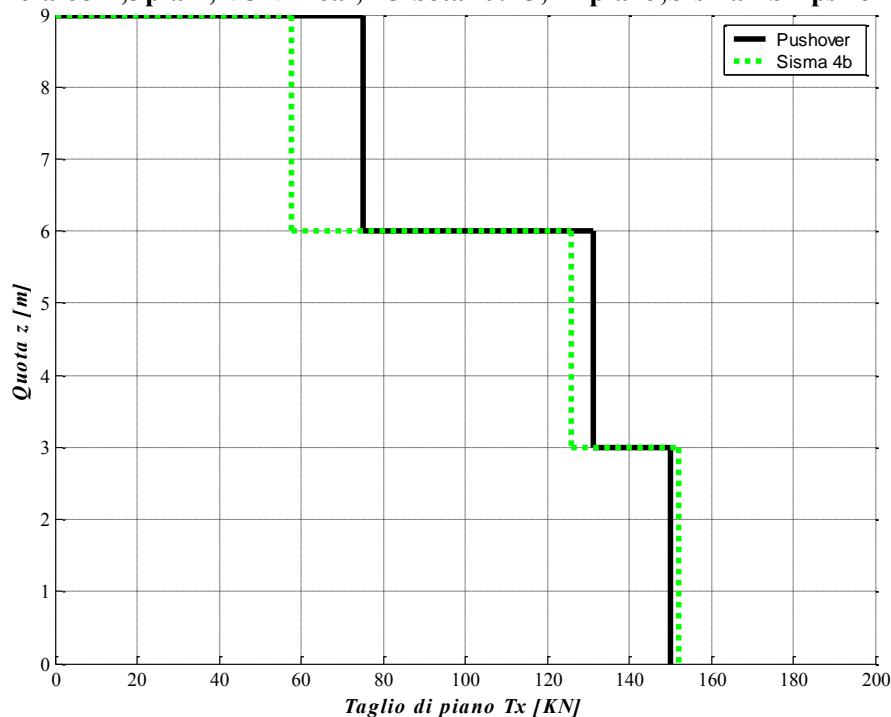


Figura 5.86 – Tagli di piano lungo x , confronto fra pushover (a rottura) e IDA nell'istante in cui si raggiunge la deformazione ultima nelle fibre di c.l.s. confinato (rottura).

In *Figura 5.86* si riporta il profilo sull'altezza dei tagli di piano lungo x .

In nero è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.25$, in verde è riportata invece la risposta prevista dall'analisi dinamica con il sisma 4b nell'istante in cui si raggiunge la deformazione limite del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$).

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera) sovrastima i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea verde).

Tale condizione deriva dal fatto che l'istante dell'analisi dinamica in cui si raggiunge la rottura del c.l.s. si trova lontano rispetto alla condizione di rottura prevista dell'analisi statica (vedi *Figura 5.75*).

Telaio3D,3 piani,NONlinear,PO beta=0.25,Mt piano,Sisma 4b EpsilonCu

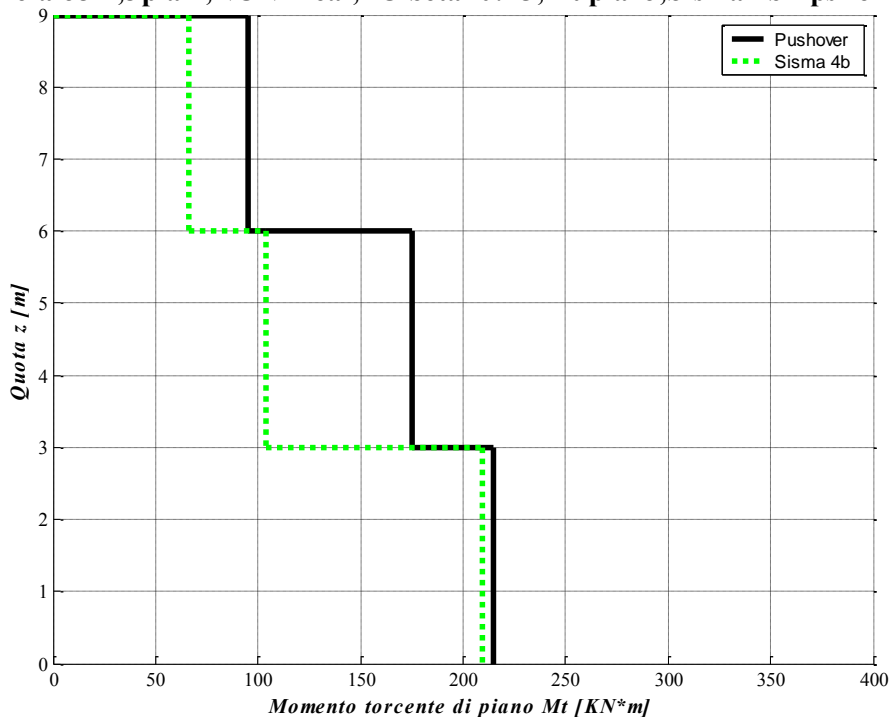


Figura 5.87 – Momenti torcenti di piano rispetto al centro di massa, confronto fra pushover (a rottura) e IDA nell'istante in cui si raggiunge la deformazione ultima nelle fibre di c.l.s. confinato (rottura).

In *Figura 5.87* si riporta il profilo sull'altezza del momento torcente di piano calcolato rispetto al centro di massa di ogni piano, tale grafico risulta una novità introdotta nella presente tesi per descrivere le sollecitazioni associate al comportamento torsionale della struttura.

In nero è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.25$, in verde è riportata invece la risposta prevista dall'analisi dinamica con il sisma 4b nell'istante in cui si raggiunge la deformazione limite del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$).

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera) sovrastima i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea verde).

Tale condizione deriva dal fatto che l'istante dell'analisi dinamica in cui si raggiunge la rottura del c.l.s. si trova lontano rispetto alla condizione di rottura prevista dell'analisi statica (vedi *Figura 5.75*).

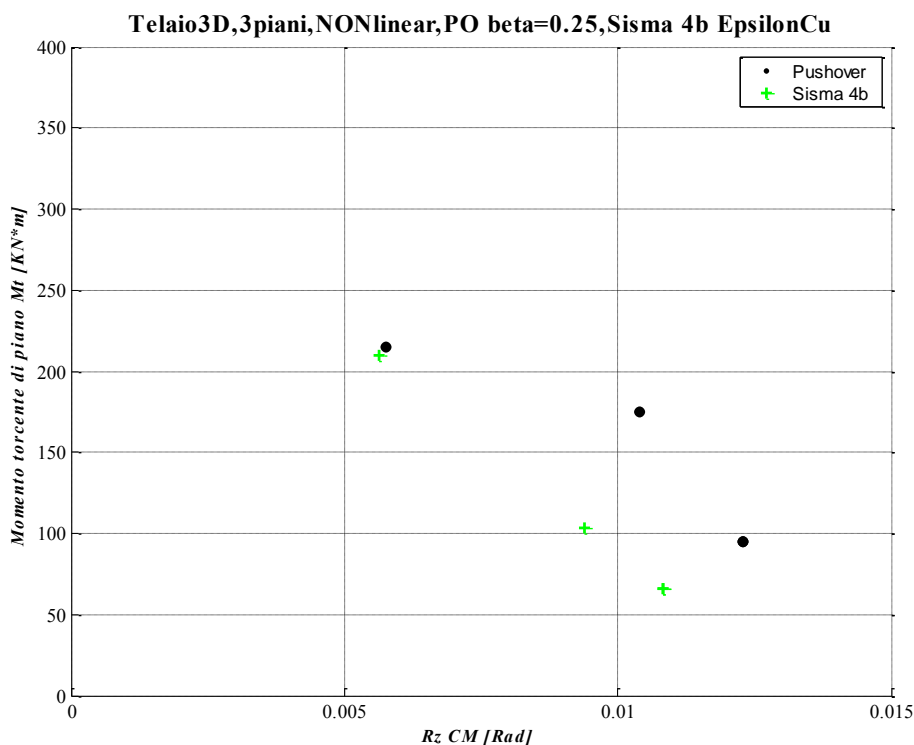


Figura 5.88 - Momento torcente di piano rispetto al centro di massa Vs Rotazione dei centri di massa dei vari piani, confronto fra pushover (a rottura) e IDA nell'istante in cui si raggiunge la deformazione ultima nelle fibre di c.l.s. confinato (rottura).

In *Figura 5.88* si riporta una coppia di parametri di risposta per il centro di massa di ogni piano: momento torcente di piano e relativa rotazione. Tale rappresentazione conduce al disegno di un punto sul grafico suddetto per ogni piano della struttura.

Per distinguere i vari piani si considera che salendo per essi la rotazione associata aumenta, mentre il momento torcente diminuisce.

Il grafico riportato risulta una novità introdotta nella presente tesi per descrivere le sollecitazioni e rotazioni associate al comportamento torsionale della struttura.

In nero è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.25$, in verde è riportata invece la risposta prevista dall'analisi dinamica con il sisma 4b nell'istante in cui si raggiunge la deformazione limite del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$).

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (punti neri) sovrastima i risultati previsti dall'analisi dinamica (punti verdi).

Tale condizione deriva dal fatto che l'istante dell'analisi dinamica in cui si raggiunge la rottura del c.l.s. si trova lontano rispetto alla condizione di rottura prevista dell'analisi statica (vedi *Figura 5.75*).

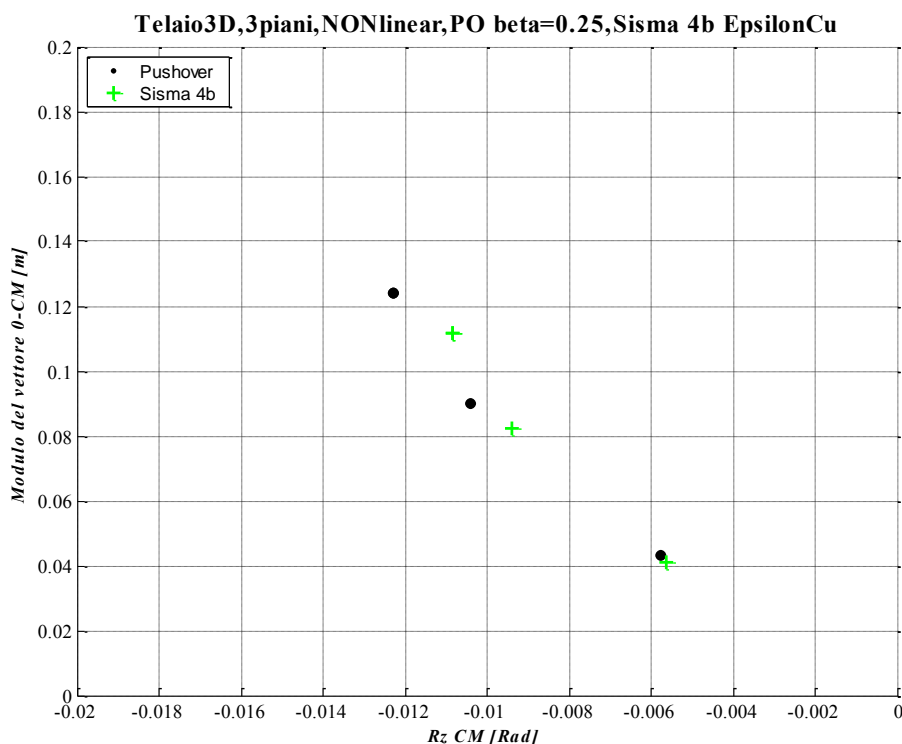


Figura 5.89 – Modulo dello spostamento dei centri di massa Vs Rotazione dei centri di massa dei vari piani, confronto fra pushover (a rottura) e IDA nell'istante in cui si raggiunge la deformazione ultima nelle fibre di c.l.s. confinato (rottura).

In *Figura 5.89* si riporta la seguente coppia di parametri di risposta per il centro di massa di ogni piano: modulo dello spostamento orizzontale e relativa rotazione.

Tale rappresentazione conduce al disegno di un punto sul grafico suddetto per ogni piano della struttura.

Per distinguere i vari piani si considera che salendo per essi spostamento e rotazione aumentano.

Il grafico riportato risulta una novità introdotta nella presente tesi per cogliere la configurazione deformata della struttura, la quale è utile per descrivere il comportamento roto-traslazionale della struttura.

In nero è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.25$, in verde è riportata invece la risposta prevista dall'analisi dinamica con il sisma

4b nell'istante in cui si raggiunge la deformazione limite del c.l.s. confinato ($\varepsilon_{cu} = -0.0035$).

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (punti neri) sovrastima i risultati previsti dall'analisi dinamica (punti verdi).

Tale condizione deriva dal fatto che l'istante dell'analisi dinamica in cui si raggiunge la rottura del c.l.s. si trova lontano rispetto alla condizione di rottura prevista dell'analisi statica (vedi *Figura 5.75*).

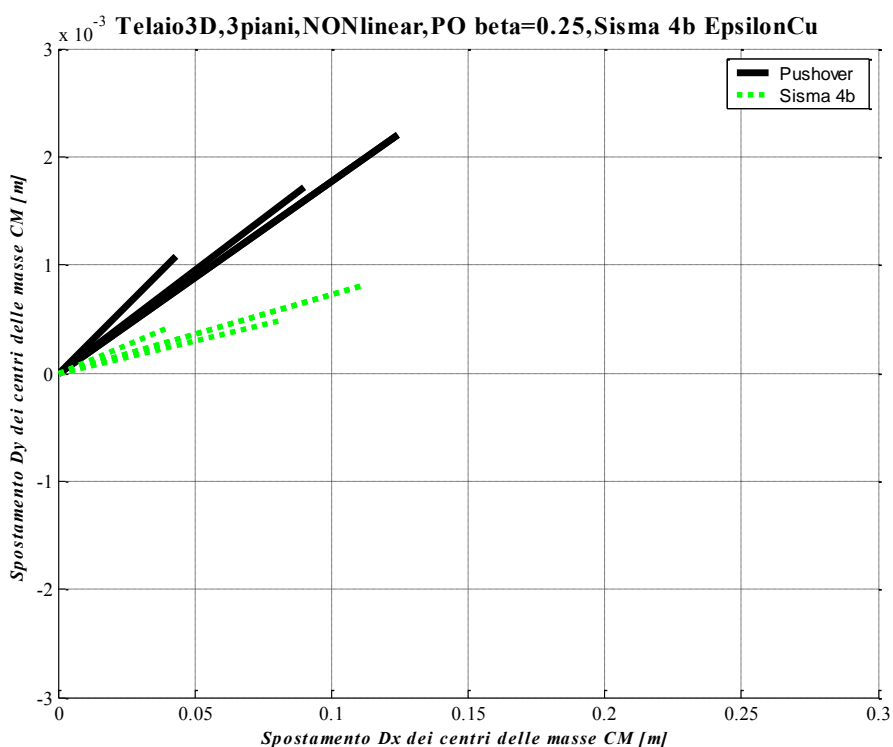


Figura 5.90 – Vettori spostamento dei centri di massa dei vari piani, confronto fra pushover (a rottura) e IDA nell'istante in cui si raggiunge la deformazione ultima nelle fibre di c.l.s. confinato (rottura).

In *Figura 5.90* si riportano i vettori spostamento del centro di massa di ogni piano. Per distinguere i vari piani si considera che quelli superiori posseggono un modulo dello spostamento maggiore rispetto a quelli inferiori. Tale rappresentazione grafica permette di comprendere in quale direzione, e con quale entità, si spostano i centri di massa di ogni piano.

Notare che la scala di rappresentazione nelle due direzioni non è uguale: la scala lungo y è amplificata di 40 volte rispetto a quella lungo x.

Tale approccio è stato imposto per questioni di rappresentazione grafica: lo spostamento lungo y non era visibile senza il suddetto ingrandimento.

Il grafico riportato risulta una novità introdotta nella presente tesi per cogliere lo spostamento dei piani in entrambe le direzioni principali.

In nero è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.25$, in verde è riportata invece la risposta prevista dall'analisi dinamica con il sisma 4b nell'istante in cui si raggiunge la deformazione limite del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$).

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera) sovrastima i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea verde).

Tale condizione deriva dal fatto che l'istante dell'analisi dinamica in cui si raggiunge la rottura del c.l.s. si trova lontano rispetto alla condizione di rottura prevista dell'analisi statica (vedi *Figura 5.75*).

Istante caratteristico		Time [sec]	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [kN]	Ty [kN]	Mt [kN*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [kN]	Mt base [kN*m]	Scaling Factor	
Sisma 4b	ϵ_{cu}	CM3	5.66	-0.0035255	-0.1117	0.0008	0.01084	57.66	3.51	-66.31	0.99277	137.78	-209.68	1.07
		CM2			-0.0825	0.0005	0.00940	125.96	3.55	-103.67				
		CM1			-0.0411	0.0004	0.00563	152.15	5.45	-209.68				
	Max Dx	CM3	9.04	-0.0028982	0.1207	0.0017	-0.00820	-80.34	3.45	26.35	1.2077	-130.76	122.57	
		CM2			0.0853	-0.0009	-0.00709	-144.90	2.80	59.96				
		CM1			0.0389	0.0004	-0.00390	-140.97	5.52	122.57				
	Max Rz	CM3	9.81	-0.0030864	-0.0455	0.0015	0.01499	-2.55	5.35	-321.58	1.134	62.75	-432.85	
		CM2			-0.0367	0.0020	0.01163	19.91	5.09	-435.71				
		CM1			-0.0199	0.0015	0.00612	63.86	1.55	-432.85				
	Max Base Shear X	CM3	5.61	-0.0033588	-0.1108	0.0008	0.01135	58.56	2.24	-114.73	1.042	169.50	-148.86	
		CM2			-0.0809	0.0005	0.00946	115.67	4.12	-161.81				
		CM1			-0.0396	0.0003	0.00535	170.25	5.00	-148.86				

Tabella 5.21 - Parametri di risposta della struttura nei quattro istanti caratteristici: rottura $\epsilon_{cu} = -0.0035$, massimo spostamento, massima rotazione del centro di massa del piano di sommità e massimo taglio alla base lungo x.

		Load Factor	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [kN]	Ty [kN]	Mt [kN*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [kN]	Mt base [kN*m]	
$\beta = 0.25$	ϵ_{cu}	CM3	95.54	-0.0035	0.124	0.002	-0.01229	-75.09	1.59	94.81	1.00	-143.30	214.61
		CM2			0.090	0.002	-0.01041	-131.10	2.08	175.28			
		CM1			0.043	0.001	-0.00575	-150.15	2.91	214.61			

Tabella 5.22 – Parametri di risposta dell'analisi di *pushover* in esame.

Per la descrizione del contenuto delle *Tabella 5.21* e *Tabella 5.22* si faccia riferimento alla *Tabella 5.5*.

5.4.5.2 Pushover $\beta = 0.38$ e IDA sisma 3c nell'istante in cui si raggiunge la rottura

Qui di seguito sono riportati dei grafici di confronto in termini locali fra i risultati dell'analisi dinamica svolta con il sisma 3c nell'istante di tempo in cui si raggiunge la deformazione limite nel c.l.s. confinato ($\varepsilon_{cu} = -0.0035$) e l'analisi di *pushover* con $\beta = 0.38$.

Le figure riportate di seguito rappresentano un confronto omogeneo fra i risultati dell'analisi dinamica e quelli della statica, difatti i risultati di entrambe le analisi sono riferiti a parità di condizioni limite di deformazione del c.l.s.

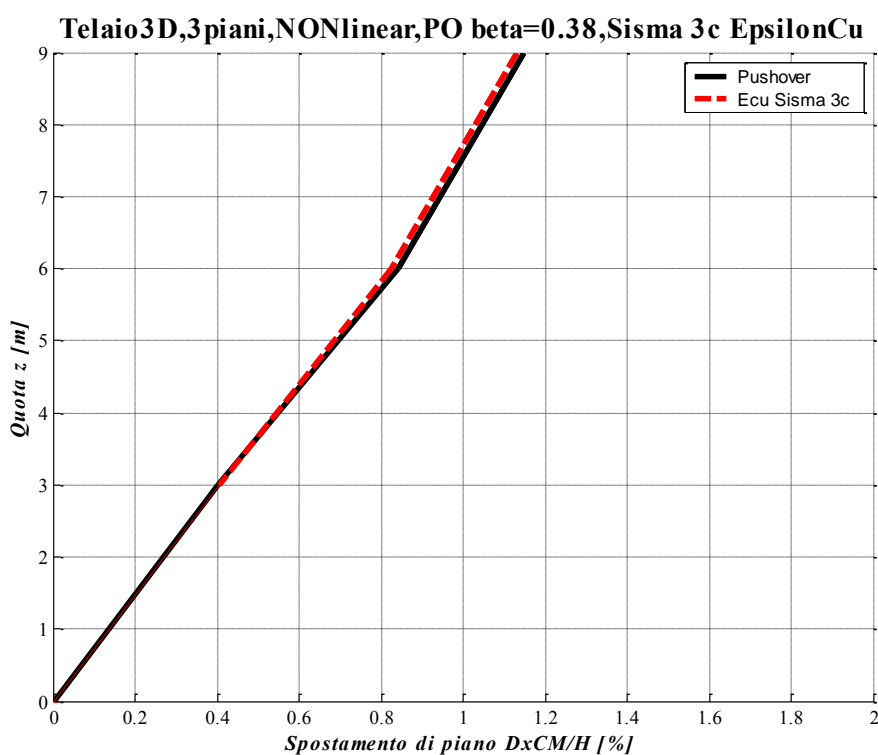


Figura 5.91 – Drift lungo x dei centri di massa, confronto fra *pushover* (a rottura) e IDA nell'istante in cui si raggiunge la deformazione ultima nelle fibre di c.l.s. confinato (rottura).

In *Figura 5.91* si riporta il profilo sull'altezza degli spostamenti lungo x dei centri di massa di ogni piano.

In nero è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.38$, in rosso è riportata invece la risposta prevista dall'analisi dinamica con il sisma 3c nell'istante in cui si raggiunge la deformazione limite del c.l.s. confinato ($\varepsilon_{cu} = -0.0035$).

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera) stima molto bene i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa).

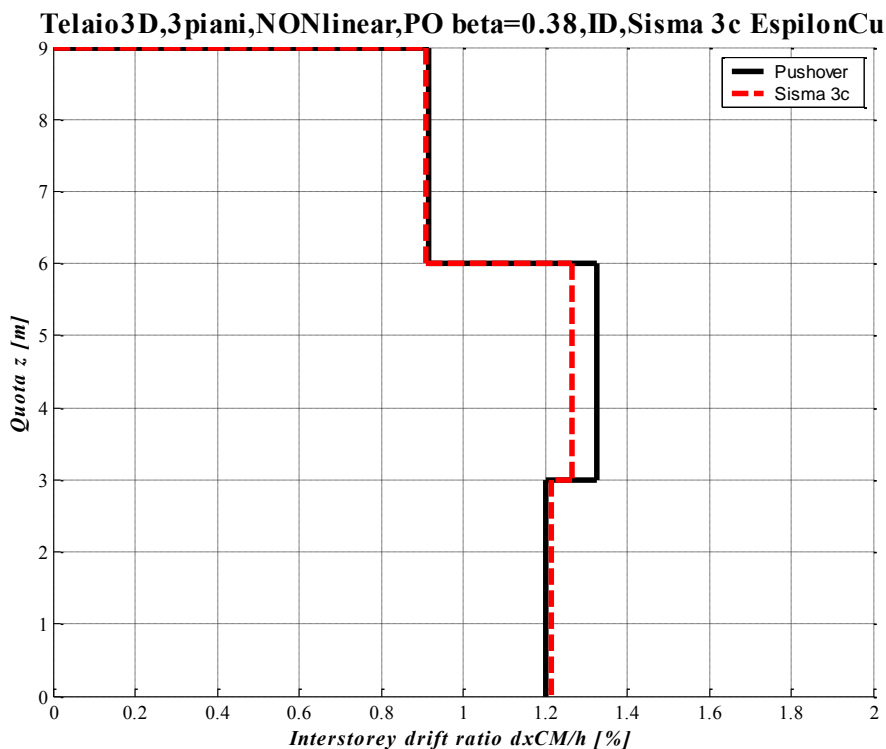


Figura 5.92 – Interstorey Drift lungo x dei centri di massa, confronto fra *pushover* (a rottura) e IDA nell'istante in cui si raggiunge la deformazione ultima nelle fibre di c.l.s. confinato (rottura).

In *Figura 5.92* si riporta il profilo sull'altezza degli spostamenti di interpiano lungo x dei centri di massa di ogni piano.

In nero è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.38$, in rosso è riportata invece la risposta prevista dall'analisi dinamica con il sisma 3c nell'istante in cui si raggiunge la deformazione limite del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$).

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera) stima abbastanza bene i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa).

Telaio3D,3piani,NONlinear,PO beta=0.38,Tx piano,Sisma 3c EpsilonCu

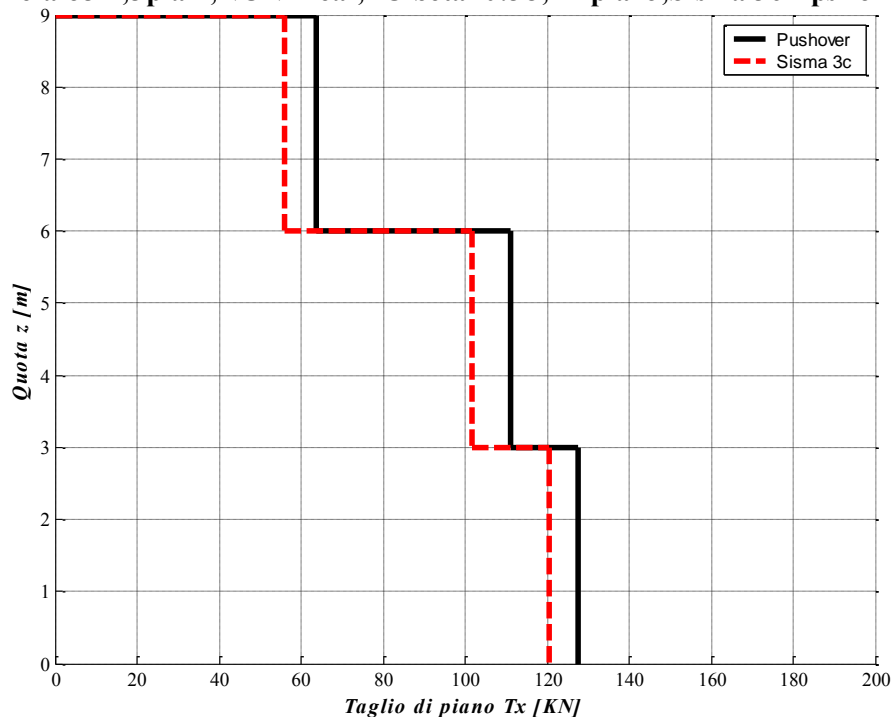


Figura 5.93 – Tagli di piano lungo x , confronto fra pushover (a rottura) e IDA nell'istante in cui si raggiunge la deformazione ultima nelle fibre di c.l.s. confinato (rottura).

In *Figura 5.93* si riporta il profilo sull'altezza dei tagli di piano lungo x .

In nero è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.38$, in rosso è riportata invece la risposta prevista dall'analisi dinamica con il sisma 3c nell'istante in cui si raggiunge la deformazione limite del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$).

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera) sovrastima i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa), però la forma dei due risultati è molto simile.

Telaio3D,3piani,NONlinear,PO beta=0.38,Mt piano,Sisma 3c EpsilonCu

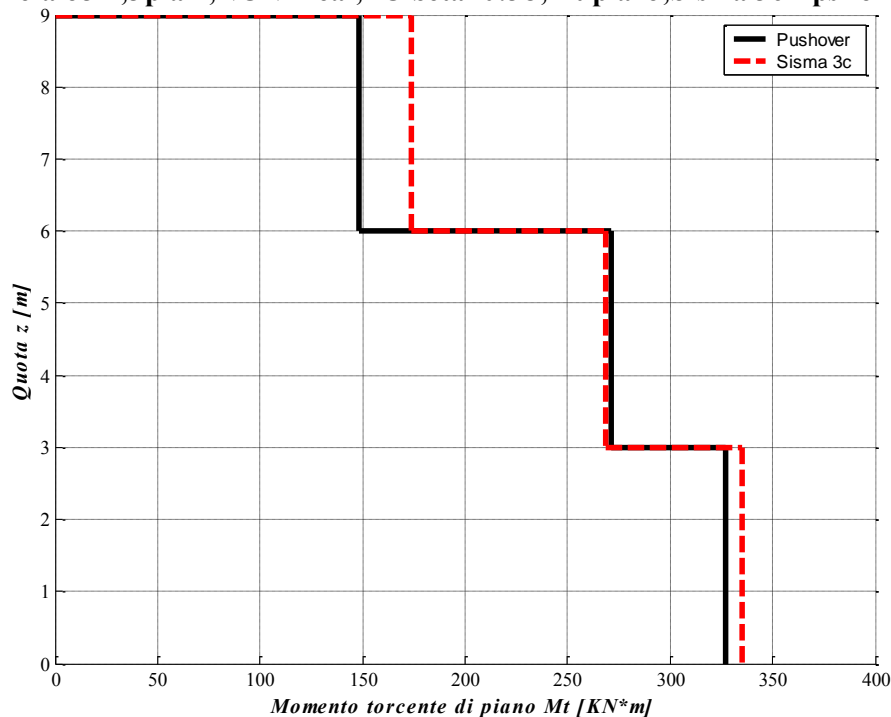


Figura 5.94 – Momenti torcenti di piano rispetto al centro di massa, confronto fra pushover (a rottura) e IDA nell'istante in cui si raggiunge la deformazione ultima nelle fibre di c.l.s. confinato (rottura).

In *Figura 5.94* si riporta il profilo sull'altezza del momento torcente di piano calcolato rispetto al centro di massa di ogni piano, tale grafico risulta una novità introdotta nella presente tesi per descrivere le sollecitazioni associate al comportamento torsionale della struttura.

In nero è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.38$, in rosso è riportata invece la risposta prevista dall'analisi dinamica con il sisma 3c nell'istante in cui si raggiunge la deformazione limite del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$).

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera) sottostima i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa).

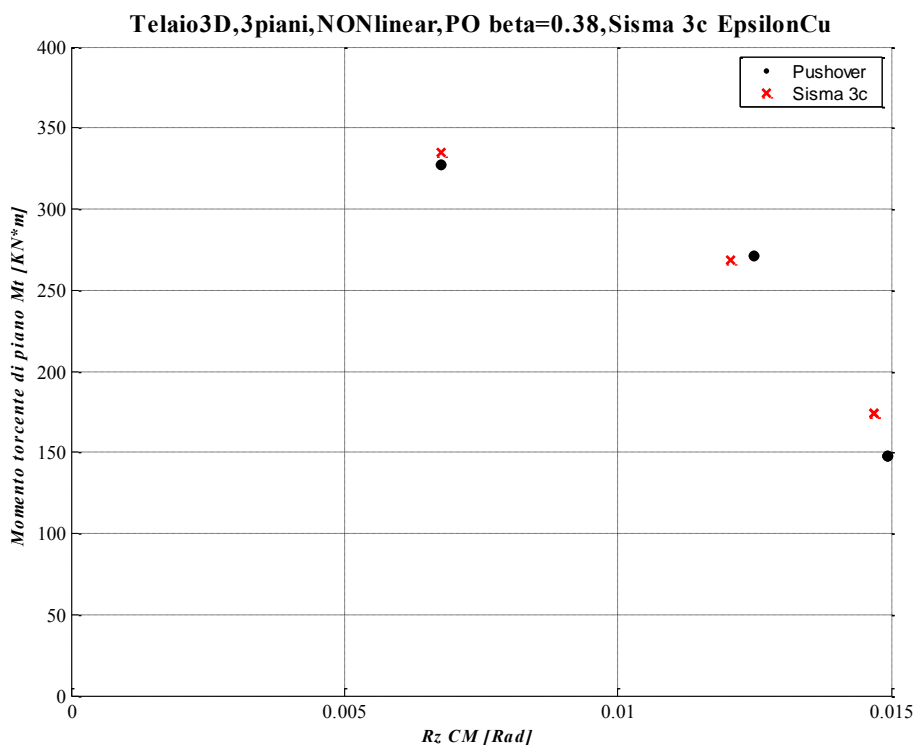


Figura 5.95 - Momento torcente di piano rispetto al centro di massa Vs Rotazione dei centri di massa dei vari piani, confronto fra pushover (a rottura) e IDA nell'istante in cui si raggiunge la deformazione ultima nelle fibre di c.l.s. confinato (rottura).

In *Figura 5.95* si riporta una coppia di parametri di risposta per il centro di massa di ogni piano: momento torcente di piano e relativa rotazione. Tale rappresentazione conduce al disegno di un punto sul grafico suddetto per ogni piano della struttura.

Per distinguere i vari piani si considera che salendo per essi la rotazione associata aumenta, mentre il momento torcente diminuisce.

Il grafico riportato risulta una novità introdotta nella presente tesi per descrivere le sollecitazioni e rotazioni associate al comportamento torsionale della struttura.

In nero è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.38$, in rosso è riportata invece la risposta prevista dall'analisi dinamica con il sisma 3c nell'istante in cui si raggiunge la deformazione limite del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$).

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (punti neri) sottostima i momenti torcenti e sovrastima le rotazioni previste dall'analisi dinamica (punti rossi).

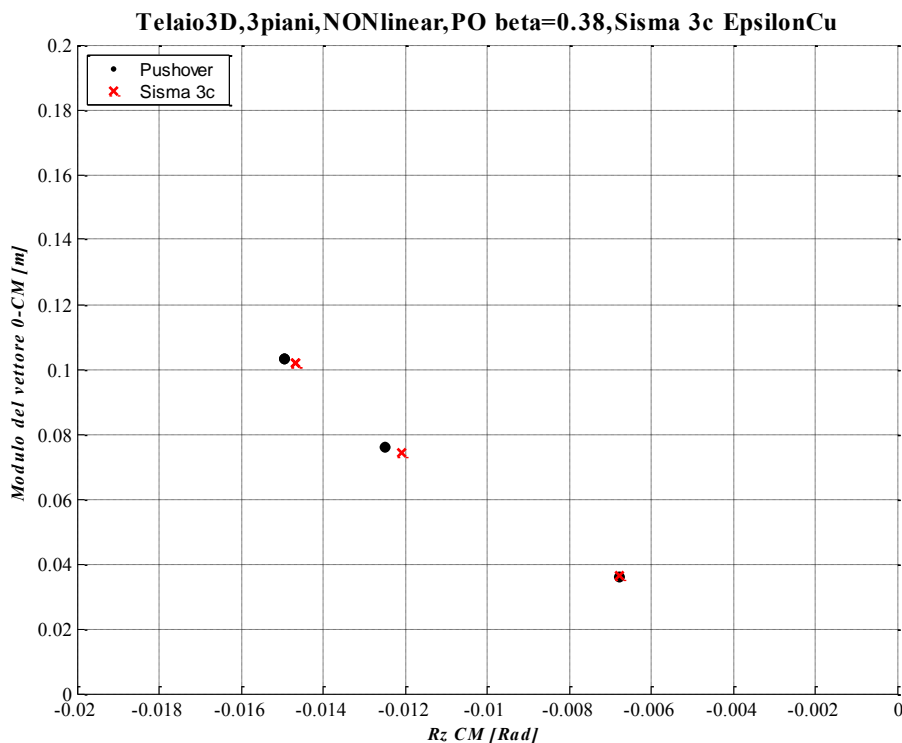


Figura 5.96 – Modulo dello spostamento dei centri di massa Vs Rotazione dei centri di massa dei vari piani, confronto fra pushover (a rottura) e IDA nell'istante in cui si raggiunge la deformazione ultima nelle fibre di c.l.s. confinato (rottura).

In *Figura 5.96* si riporta la seguente coppia di parametri di risposta per il centro di massa di ogni piano: modulo dello spostamento orizzontale e relativa rotazione.

Tale rappresentazione conduce al disegno di un punto sul grafico suddetto per ogni piano della struttura.

Per distinguere i vari piani si considera che salendo per essi spostamento e rotazione aumentano.

Il grafico riportato risulta una novità introdotta nella presente tesi per cogliere la configurazione deformata della struttura, la quale è utile per descrivere il comportamento roto-traslazionale della struttura.

In nero è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.38$, in rosso è riportata invece la risposta prevista dall'analisi dinamica con il sisma 3c nell'istante in cui si raggiunge la deformazione limite del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$).

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (punti neri) sovrastima i risultati previsti dall'analisi dinamica (punti rossi).

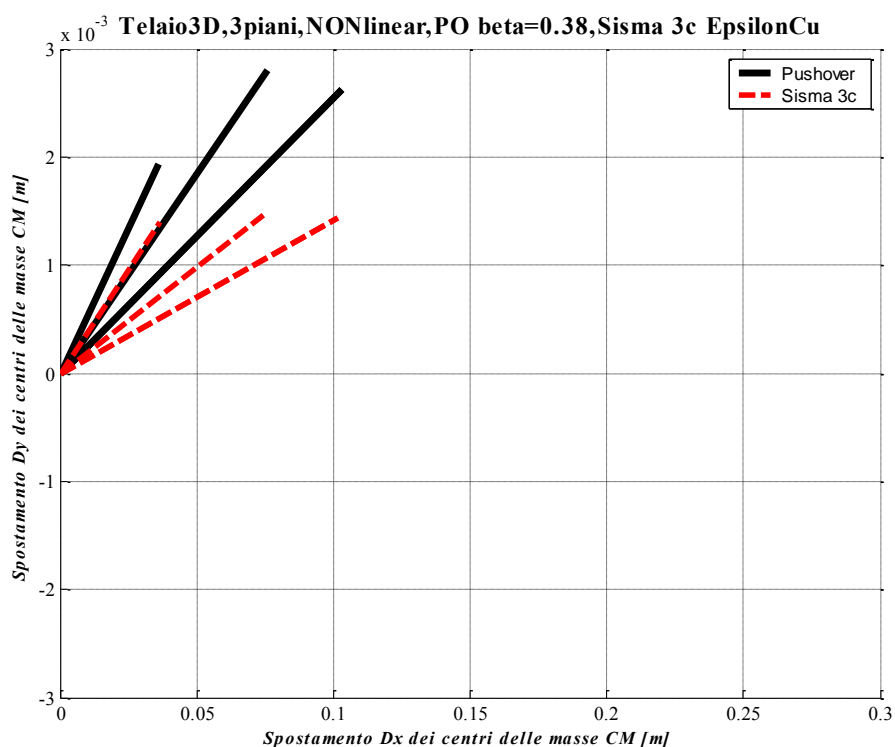


Figura 5.97 – Vettori spostamento dei centri di massa dei vari piani, confronto fra pushover (a rottura) e IDA nell'istante in cui si raggiunge la deformazione ultima nelle fibre di c.l.s. confinato (rottura).

In *Figura 5.97* si riportano i vettori spostamento del centro di massa di ogni piano. Per distinguere i vari piani si considera che quelli superiori posseggono un modulo dello spostamento maggiore rispetto a quelli inferiori. Tale rappresentazione grafica permette di comprendere in quale direzione, e con quale entità, si spostano i centri di massa di ogni piano.

Notare che la scala di rappresentazione nelle due direzioni non è uguale: la scala lungo y è amplificata di 40 volte rispetto a quella lungo x .

Tale approccio è stato imposto per questioni di rappresentazione grafica: lo spostamento lungo y non era visibile senza il suddetto ingrandimento.

Il grafico riportato risulta una novità introdotta nella presente tesi per cogliere lo spostamento dei piani in entrambe le direzioni principali.

In nero è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.38$, in rosso è riportata invece la risposta prevista dall'analisi dinamica con il sisma 3c nell'istante in cui si raggiunge la deformazione limite del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$).

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera) sovrastima i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa).

Istante caratteristico		Time [sec]	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [KN]	Ty [KN]	Mt [Kn*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [KN]	Mt base [KN*m]	Scaling Factor	
Sisma 3c	ϵ_{cu}	CM3	14.81	-0.0035085	-0.1017	0.0014	0.01468	56.07	3.55	-174.10	0.99757	111.64	-335.08	1.12
		CM2			-0.0744	0.0015	0.01207	101.60	4.48	-268.52				
		CM1			-0.0365	0.0014	0.00677	120.54	3.79	-335.08				
	Max Dx	CM3	13.97	-0.0024563	0.1170	0.0032	-0.00634	-83.36	1.47	-45.95	1.4249	-148.63	62.50	
		CM2			0.0813	0.0018	-0.00554	-137.45	1.44	27.05				
		CM1			0.0357	0.0006	-0.00282	-150.53	4.06	62.50				
	Max Rz	CM3	14.85	-0.0034569	-0.0930	0.0015	0.01498	51.05	3.98	-173.56	1.0125	79.92	-398.62	
		CM2			-0.0683	-0.0016	0.01233	90.77	4.05	-292.61				
		CM1			-0.0336	0.0015	0.00691	91.70	3.60	-398.62				
	Max Base Shear X	CM3	14	-0.002687	0.1160	0.0032	-0.00674	-70.88	-1.13	-58.20	1.3026	-156.31	89.66	
		CM2			0.0825	0.0017	-0.00623	-131.99	2.72	46.61				
		CM1			0.0375	0.0007	-0.00340	-156.83	3.14	89.66				

Tabella 5.23 - Parametri di risposta della struttura nei quattro istanti caratteristici: rottura $\epsilon_{cu} = -0.0035$, massimo spostamento, massima rotazione del centro di massa del piano di sommità e massimo taglio alla base lungo x.

		Load Factor	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [KN]	Ty [KN]	Mt [Kn*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [KN]	Mt base [KN*m]	
$\beta = 0.38$	ϵ_{cu}	CM3	98.31	-0.0035	0.103	0.003	-0.01494	-63.67	1.64	148.07	1.00	-121.91	327.16
		CM2			0.076	0.003	-0.01249	-111.22	1.94	271.17			
		CM1			0.036	0.002	-0.00676	-127.56	2.67	327.16			

Tabella 5.24 – Parametri di risposta dell'analisi di *pushover* in esame.

Per la descrizione del contenuto delle *Tabella 5.23* e *Tabella 5.24* si faccia riferimento alla *Tabella 5.5*.

5.4.6 Considerazioni sui risultati ottenuti

Quanto riportato fino ad ora dimostra che l'analisi di *pushover* con una distribuzione delle forze di tipo β riesce a descrivere, al variare di β , i diversi aspetti dinamici di una struttura spaziale con forti eccentricità fra C_R e C_M .

In particolare si descrivono molto bene gli aspetti traslazionali e torsionali dedotti dagli istanti dell'analisi dinamica in cui si raggiunge la deformazione limite del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$).

Osservando i grafici riportati nelle *Figura 5.76* - *Figura 5.83* e *Figura 5.74* si nota che gli istanti caratteristici delle analisi dinamiche (rottura, punti neri; massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità, triangoli neri; massima

rotazione del centro di massa del piano di sommità, croce magenta; e massimo taglio alla base lungo x , quadrato blu) sono quasi tutti contenuti all'interno dell'area spazzata dai due casi limite di analisi di *pushover* ($\beta = 0$ e $\beta = 1$), inoltre non superano la linea di rottura definita dalle analisi di *pushover* (linea marrone nelle figure).

Oltre a ciò, osservando le *Figura 5.76 - Figura 5.83* e *Figura 5.74* si nota che la media degli spostamenti $DxCM3\ max$ (triangolo nero in grassetto), la media delle rotazioni $RzCM3\ max$ (croce nera in grassetto), la rottura media (pallino nero in grassetto) e la media dei tagli alla base Tx (quadrato nero in grassetto) previste dalle analisi dinamiche si trovano abbastanza vicini alla linea marrone, la quale rappresenta la zona di rottura delle analisi di *pushover* al variare di β .

Quanto appena detto porta a concludere che anche nel campo non-lineare si ritrovano gli stessi comportamenti osservati nell'ambito lineare, addirittura risulta una migliore descrizione, da parte dell'analisi di *pushover*, delle configurazioni deformate associate all'istante della dinamica in cui si raggiunge il massimo taglio (quadrati blu in figura). Tali istanti delle analisi dinamiche risultano infatti essere contenuti all'interno dell'area spazzata dai due casi limite di analisi di *pushover* ($\beta = 0$ e $\beta = 1$) in misura maggiore rispetto a quanto avviene in campo lineare.

Quanto appena detto vale anche per tutti gli altri istanti di tempo dell'analisi dinamica in cui si raggiunge il valore massimo di un parametro di risposta ($DxCM3\ max$, $RzCM3\ max$, ϵ_{cu}).

Oltre a ciò si osserva che nel campo non-lineare le curve di *pushover* riportate nelle *Figura 5.76 - Figura 5.83* e *Figura 5.74* non sono più delle rette, ma appunto delle curve, le quali però mantengono lo stesso andamento riscontrato per le analisi lineari.

L'accuratezza, da parte delle analisi di *pushover*, nella previsione dei diversi parametri di risposta (spostamenti e sollecitazioni) della struttura non è sempre uguale: spostamenti e rotazioni a rottura sono previsti molto bene, lo stesso non si può dire per le sollecitazioni, le quali in alcuni casi sono leggermente sottostimate o sovrastimate.

L'errore commesso, dall'analisi di *pushover*, sulla valutazione delle sollecitazioni è un problema di importanza secondaria, infatti la progettazione antisismica delle

strutture si basa sui criteri di duttilità strutturale, quindi sugli spostamenti. Quest'ultimi governano i meccanismi di crisi e di danneggiamento di una struttura sottoposta ad azione sismica. Da quanto appena detto si comprende il valore secondario delle sollecitazioni nell'ambito della progettazione antisismica delle strutture: quello che bisogna garantire è la richiesta di spostamento.

Inoltre, per via del fatto che la progettazione antisismica delle strutture è basata sui criteri di duttilità e spostamenti raggiunti, gli istanti dell'analisi dinamica considerati i più critici per la struttura sono quelli in cui si raggiunge la massima rotazione di piano ($RzCM3\ max$, comportamento torsionale) oppure il massimo spostamento di piano ($DxCM3\ max$, comportamento traslazionale). Su tali due condizioni si dovrà quindi verificare il grado di accuratezza delle analisi di *pushover*.

In particolare si devono ricercare quelle condizioni dell'analisi dinamica in cui si raggiunge la deformazione limite del c.l.s., ma che allo stesso tempo presentino anche una deformata con forti rotazioni, in un caso, e forti spostamenti nell'altro.

Nell'ambito del seguente caso studio si è verificato che per tali due condizioni il grado di accuratezza delle analisi di *pushover* con distribuzione delle forze di tipo β è elevato.

L'aspetto più importante del metodo di analisi di *pushover* proposto consiste nella possibilità di descrivere, al variare del peso β , le diverse deformate strutturali che si verificano nei diversi istanti di tempo caratteristici delle analisi dinamiche (raggiungimento della deformazione limite nel c.l.s., ϵ_{cu} ; massimo spostamento di piano, $DxCM3\ max$; massima rotazione di piano, $RzCM3\ max$; massimo taglio alla base, $Tx\ max$; ecc...).

La descrizione dei diversi comportamenti dinamici delle strutture spaziali irregolari si è visto essere garantita dalla possibilità di svolgere analisi di *pushover* con l'applicazione di coppie torsionali e forze traslazionali in ambedue le direzioni principali della struttura, permettendo una migliore descrizione del comportamento roto-traslazionale della stessa.

Constatata la possibilità di prevedere, con un'analisi statica di *pushover*, gli effetti roto-traslazionali evidenziati dall'analisi dinamica rimane ora da comprendere

quale sia il valore del peso β da impiegare per descrivere le diverse deformate associate ai diversi istanti caratteristici delle analisi dinamiche.

In particolare vi sarà un valore di β adatto a descrivere il comportamento torsionale, ovvero le massime rotazioni di piano che si raggiungono per effetto del sisma, un altro valore di β idoneo a descrivere il comportamento traslazionale (massimi spostamenti di piano) e, infine, un β adeguato per la descrizione della deformata associata all'istante dell'analisi dinamica in cui si raggiunge la deformazione limite del c.l.s.

E' però evidente come questi valori del parametro β , adatti a cogliere i diversi aspetti del problema, cambino al variare della struttura presa in considerazione. In particolare al variare dell'eccentricità fra C_M e C_R , ma probabilmente anche in funzione del rapporto fra rigidezza torsionale e rigidezza traslazionale della struttura.

Da quanto appena esposto si comprende l'importanza di svolgere un'estesa campagna di analisi su diverse tipologie di strutture che presentino differenti eccentricità e rapporti fra la rigidezza torsionale e traslazionale.

Tale indagine potrebbe evidenziare un *trend* del peso β adatto a descrivere un certo tipo di comportamento della struttura in funzione dell'eccentricità e del rapporto di rigidezze suddetto.

Capitolo VI

Un vero viaggio di scoperta non è cercare nuove terre,
ma avere nuovi occhi.

Marcel Proust

IL CASO STUDIO B: TELAIO 3D IN C.A. LIEVEMENTE IRREGOLARE IN PIANTA

6.1 Introduzione

Di seguito sono illustrate le caratteristiche del secondo caso studio considerato nella presente tesi. A differenza del primo caso studio, la struttura di seguito analizzata presenta un'eccentricità ridotta fra il centro di massa C_M ed il centro di rigidità C_R .

La differenza fra le due strutture analizzate consiste nella diversa dimensione delle pilastrate sul lato rigido della struttura: in questo caso i pilastri sono più snelli, con sezione paragonabile a quella dei pilastri situati sul lato flessibile.

Tale conformazione delle pilastrate fa sì che la struttura presenti una lieve eccentricità fra il centro di massa C_M e quello di rigidità C_R .

Tutte le altre caratteristiche meccaniche, reologiche e geometriche della struttura sono identiche a quelle del caso studio precedentemente esposto.

Alla descrizione dettagliata del secondo caso studio segue l'esposizione dei risultati ottenuti da un'analisi (statica e dinamica) della struttura con le medesime azioni utilizzate per il caso precedente.

6.2 Il modello matematico della struttura

6.2.1 Il modello geometrico

In questo paragrafo vengono descritte tutte le caratteristiche geometriche della struttura: caratteristiche dimensionali, schematizzazione agli elementi finiti e suddivisione in fibre, modalità di collegamento degli elementi, vincolamento della struttura, distribuzione delle masse.

6.2.1.1 Caratteristiche dimensionali e schematizzazione in elementi finiti

La struttura esaminata è simmetrica in pianta rispetto alla sola direzione y , nell'altra direzione vi è un'asimmetria dovuta alla diversità sezionale dei pilastri. Il telaio in c.a. è costituito da tre piani, ogni piano possiede un solaio quadrato di 6 m di lato, l'altezza di ogni piano è di 3 m per una altezza complessiva da terra di 9 m.

I solai, come descritto nel *paragrafo 4.5*, sono stati modellati con delle bielle equivalenti.

Per una visione d'insieme della struttura si veda la *Figura 6.1*, qui si possono notare anche la suddivisione in elementi finiti (descritta nel *paragrafo 4.6.2*) e la disposizione delle masse concentrate (cubetti verdi) che derivano dall'azione di pesi propri aggiuntivi, permanenti più un 30% degli accidentali che gravano sui solai.

Per la descrizione al riguardo della distribuzione delle masse sulla struttura vedere il paragrafo successivo.

In *Figura 6.1* è possibile notare la diversa dimensione delle pilastrate 1 e 2 rispetto alle pilastrate 3 e 4, vedi anche *Figura 6.2*.

Tale diversità di sezione dei pilastri conduce a un'eccentricità fra il centro di massa C_M e quello di rigidità C_R , che per la struttura in esame si assesta intorno a 0,8 m.

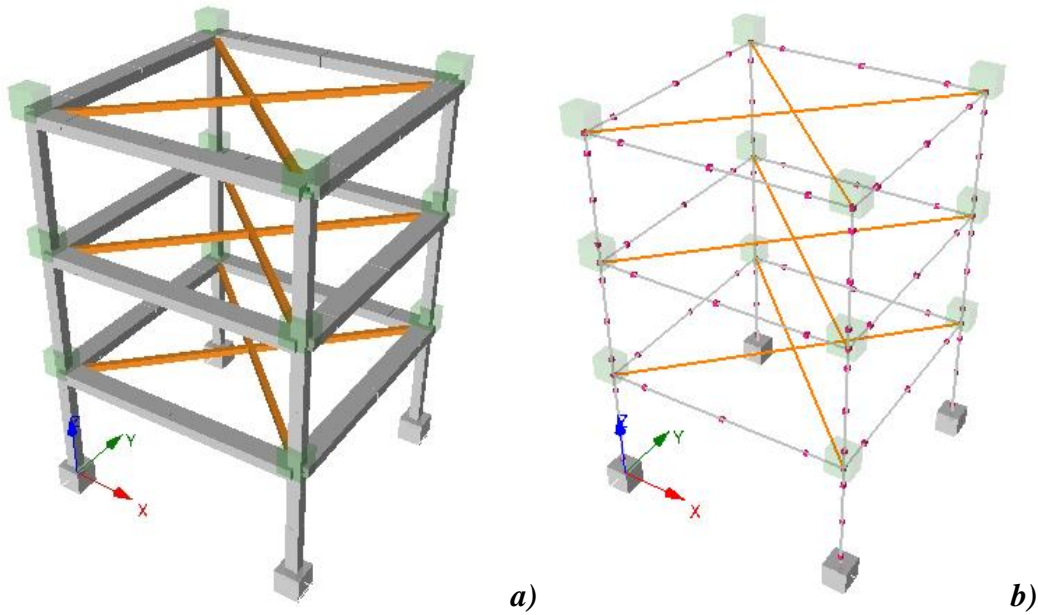


Figura 6.1 – a) Assonometria dello scheletro della struttura in c.a. asimmetrica in pianta. b) Modellazione con il software SeismoStruct: suddivisione in elementi finiti adottata (raffittimento in prossimità dei nodi trave-pilastro), schematizzazione dei solai con bielle equivalenti e disposizione delle masse concentrate (cubetti verdi) derivanti dalle masse dei solai.

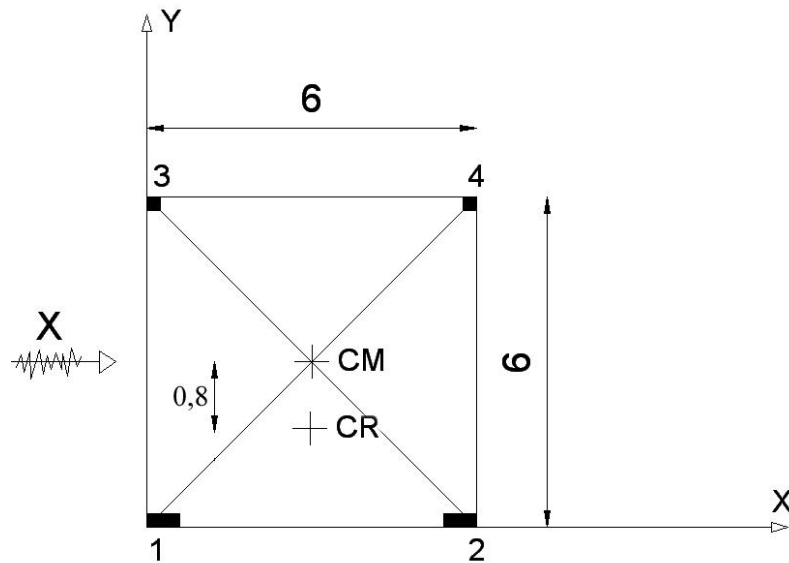


Figura 6.2 – Vista in pianta. Il sisma viene applicato nella direzione X in modo da innescare gli effetti torsionali.

La diversità delle sezioni delle pilastrate 1 e 2 rispetto alle 3 e 4 fa sì che la struttura presenti un'irregolarità di rigidezza, in particolare una lieve eccentricità fra C_M e C_R in un'unica direzione.

Per una sintesi delle caratteristiche geometriche della struttura si veda anche la *Figura 6.3*.

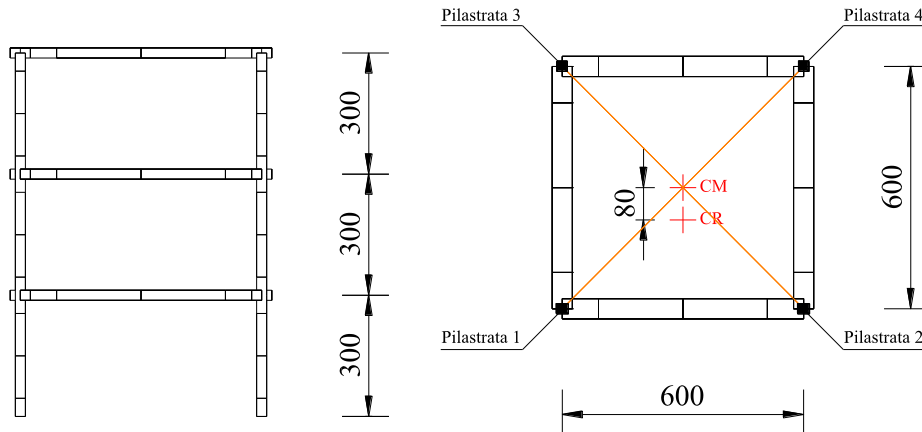


Figura 6.3 – Prospetto e pianta della struttura con suddivisione in elementi finiti.

Le pilastrate 1 e 2 presentano una sezione 30x25 cm orientata con l'asse forte lungo la direzione di provenienza del sisma (direzione x).

Le pilastrate 3 e 4 rappresentano il lato flessibile della struttura, infatti la sezione di questi pilastri è appena 25x25 cm.

Tutte le pilastrate presentano una continuità di sezione ed armatura andando dalla base alla cima della struttura. Le armature dei pilastri sono rappresentate in *Figura 6.4*, quelle delle travi in *Figura 6.5*.

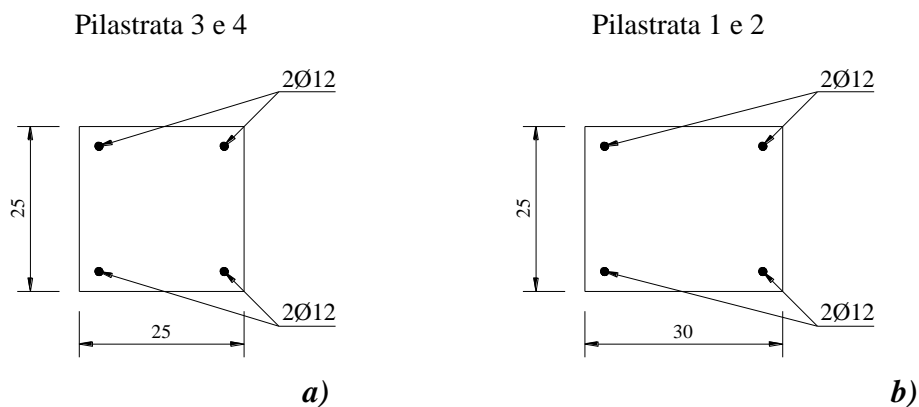


Figura 6.4 – Sezioni dei pilastri: *a)* pilastrata 3 e 4, *b)* pilastrata 1 e 2.

Le travi della struttura sono tutte in spessore con dimensioni 50x25 cm, la disposizione dei ferri varia a seconda che si tratti di una sezione di estremità o di mezzeria (vedi *Figura 6.5*).

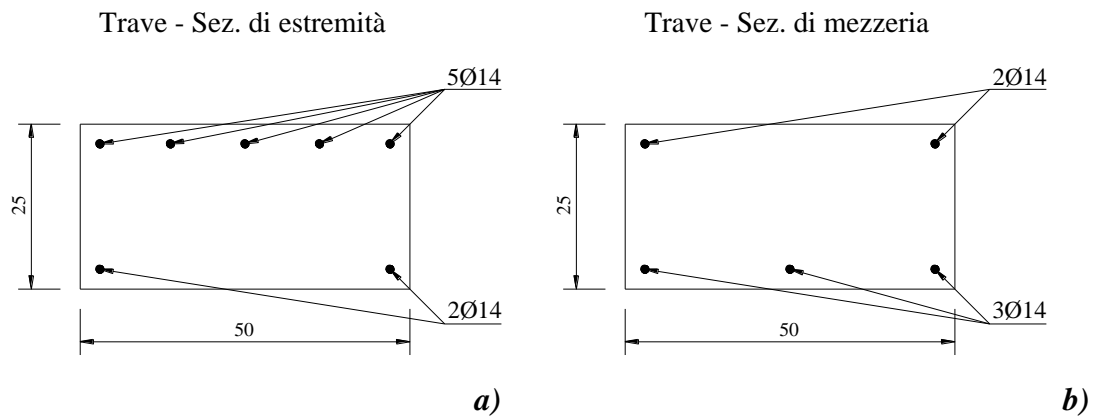


Figura 6.5 – Sezioni delle travi: a) sezione all'estremità, b) sezione di mezzeria.

Ogni sezione degli elementi appena descritti è stata suddivisa in 400 fibre secondo i criteri riportati nel capitolo precedente.

Travi e pilastri impiegati nella modellazione numerica del problema appartengono tutti alla tipologia *beam*, in particolare alla classe “*infrm*” (*inelastic frame*) che si trova nella libreria interna del *software SeismoStruct*.

Nella suddivisione della struttura in elementi finiti è stato seguito un criterio di numerazione dei nodi e degli elementi, in modo da facilitare l'individuazione delle varie entità nella fase di *post-processing* dei risultati.

Osservando la *Figura 6.6* è possibile comprendere il criterio adottato nella numerazione.

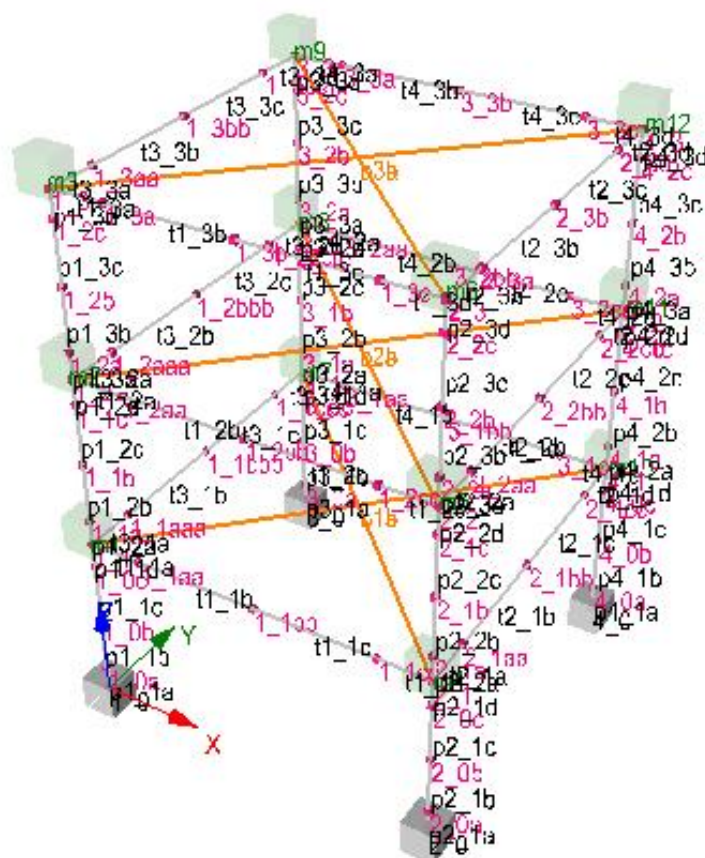


Figura 6.6 – Numerazione dei nodi (viola) ed elementi finiti (nero) della struttura.

6.2.1.2 Vincolamento e distribuzione delle masse sulla struttura

Essendo l'edificio una struttura in calcestruzzo armato si ha necessariamente la continuità materiale fra tutti gli elementi del telaio, per tale motivo l'ammorsamento trave-pilastro è stato modellato come nodo rigido, ovvero con trasmissione di momento.

Per quanto riguarda il vincolamento alla base è stata scelta la classica modellazione ad incastro.

I solai sono stati modellati con bielle equivalenti (vedi *paragrafo 4.5*), di conseguenza gli orizzontamenti così schematizzati non possono trasmettere sollecitazioni flettenti alle travi di bordo.

La distribuzione delle masse sulla struttura è in parte automatizzata dal *software SeismoStruct* ed in parte assegnata manualmente.

In modo automatico (sulla base delle funzioni di forma degli elementi) avviene la ripartizione su nodi della massa dei vari elementi finiti, per fare ciò il *software SeismoStruct* adottato per le analisi si basa sulle caratteristiche di densità fornite in *input* nelle tabelle dei materiali, delle sezioni e delle fibre.

Sostanzialmente le masse proprie della struttura (ed i relativi pesi) vengono computate automaticamente; masse derivanti da pesi permanenti aggiuntivi ed accidentali devono essere inserite manualmente.

Per consentire al *software SeismoStruct* di calcolare in automatico i pesi insistenti sulla struttura basandosi sulla distribuzione delle masse è necessario fornire il valore e la direzione dell'accelerazione di gravità: il valore è stato settato su 9.81 m/s^2 , la direzione $-z$.

Da quanto appena detto si comprende che le masse dei pilastri e delle travi sono computate in automatico, mentre tutte le masse che derivano dai pesi propri, permanenti ed accidentali che insistono sui solai devono essere inserite manualmente.

Le bielle che schematizzano la rigidità membranale dei solai sono state considerate prive di massa.

Le masse distribuite (pesi propri, permanenti e accidentali) insistenti sui solai sono state concentrate nei quattro spigoli dell'orizzontamento.

La somma delle masse proprie e permanenti dei solai è stata considerata di 600 Kg/m^2 .

La massa accidentale, ed il relativo peso, insistente sui solai sono stati considerati pari al 30% dei 200 Kg/m^2 normalmente utilizzati per gli edifici di civile abitazione.

Complessivamente sui solai vi è quindi una massa di 660 Kg/m^2 , tale entità è stata poi concentrata in parti uguali (vista la simmetria della distribuzione del carico) sui quattro nodi di bordo del solaio.

Sommando tutti i contributi si trova che le masse concentrate da inserire manualmente sui nodi d'angolo del solaio sono di 5940 Kg , le restanti masse che derivano da travi e pilastri sono computate in automatico dal *software SeismoStruct*.

6.2.2 Il modello reologico: legame costitutivo del materiale e smorzamento

La descrizione dettagliata dei legami costitutivi impiegati nelle analisi numeriche è fornita nel quarto capitolo (vedi *paragrafo 4.4*).

Qui si ricorda che nell'ambito delle analisi sono state impiegate due modellazioni reologiche differenti: una lineare considerando il materiale a comportamento elastico-lineare, un'altra non-lineare considerando le non linearità di c.l.s. e acciaio ed adottando un approccio a fibre.

Nelle analisi non-lineari è stata considerata anche la non linearità geometrica.

Per le analisi dinamiche della struttura è necessario possedere un modello che descriva lo smorzamento strutturale, nell'ambito della presente tesi si è utilizzato un modello di smorzamento proporzionale alla Rayleigh, dove la matrice di smorzamento $\tilde{\mathbf{C}}$ è ottenuta dalla combinazione lineare (attraverso i coefficienti α e β) delle matrici di rigidezza $\tilde{\mathbf{K}}$ e di massa $\tilde{\mathbf{M}}$:

$$\tilde{\mathbf{C}} = \alpha\tilde{\mathbf{M}} + \beta\tilde{\mathbf{K}} \quad (6.1)$$

L'indice di smorzamento modale ξ_r , associato al generico r-esimo modo di vibrare, assume l'aspetto seguente:

$$\xi_r = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\omega_r} + \beta\omega_r \right) = \frac{C_r}{2\omega_r M_r} \quad (6.2)$$

dove:

$$\alpha = \frac{2\omega_1\omega_2(\xi_2\omega_1 - \xi_1\omega_2)}{(\omega_1^2 - \omega_2^2)} \quad (6.3)$$

$$\beta = \frac{2(\xi_1\omega_1 - \xi_2\omega_2)}{(\omega_1^2 - \omega_2^2)} \quad (6.4)$$

ξ_1 e ω_1 sono rispettivamente l'indice di smorzamento e la pulsazione naturale associati al modo 1, mentre ξ_2 e ω_2 sono rispettivamente l'indice di smorzamento e la pulsazione naturale associati al modo 2. Per modo 1 e modo 2 si intendono due modi caratteristici scelti a piacimento, non necessariamente coincidenti con i primi due modi di vibrare della struttura.

I modi 1 e 2 sono quei modi di cui è noto il valore dell'indice di smorzamento modale; sulla base della conoscenza degli indici di smorzamento modale di due modi e delle relative pulsazioni naturali associate è possibile, tramite le relazioni (6.2), (6.3) e (6.4), risalire all'indice di smorzamento modale di tutti gli altri modi di vibrare della struttura.

Nell'ambito della seguente tesi i modi 1 e 2 considerati per ricavare i parametri α e β appena descritti sono rispettivamente il secondo ed il terzo modo, su cui è stato considerato uno smorzamento modale $\xi_1 = \xi_2 = 0.05$.

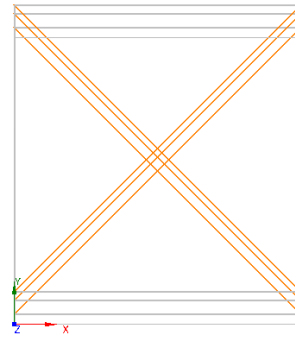
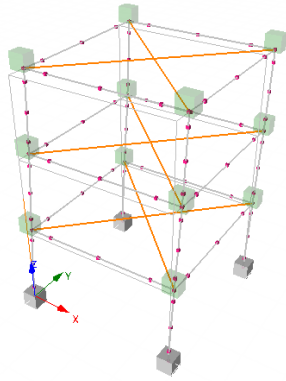
La ragione di tale scelta deriva dal fatto che il primo modo di vibrare della struttura di studio possiede massa partecipante nulla lungo la direzione x di provenienza del sisma, per tale motivo la prima forma modale non è stata considerata. Al contrario, il secondo ed il terzo modo della struttura insieme posseggono la maggior massa partecipante lungo x rispetto a tutti gli altri modi (vedi *Tabella 6.1*).

Da quanto appena detto si comprende che la risposta dinamica della struttura, eccitata da un sisma proveniente lungo la direzione x , dovrebbe essere governata principalmente dal secondo e dal terzo modo di vibrare. Per tale motivo l'indice di smorzamento strutturale è stato calibrato al 5% sui suddetti secondo e terzo modo.

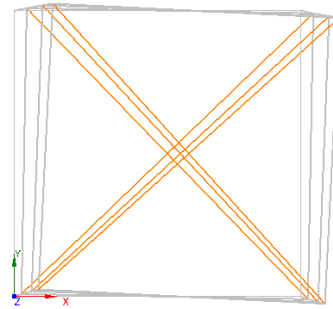
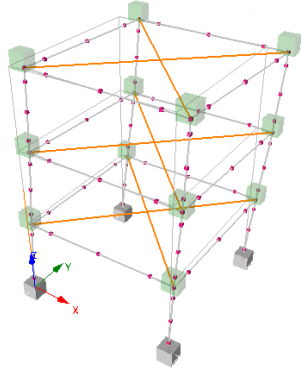
6.2.3 Parametri modali della struttura

Nel presente paragrafo vengono riportate le caratteristiche modali della struttura oggetto di studio. Questi parametri sono di fondamentale importanza perché gran parte delle analisi di *pushover* basano la loro distribuzione di forze su una o più forme modali della struttura.

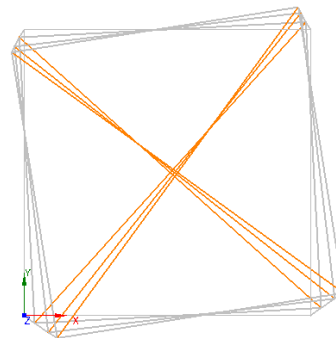
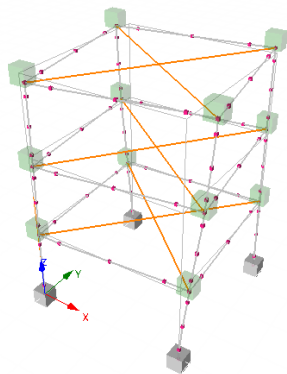
In *Figura 6.7* sono riportate le prime sei forme modali della struttura.



Primo modo

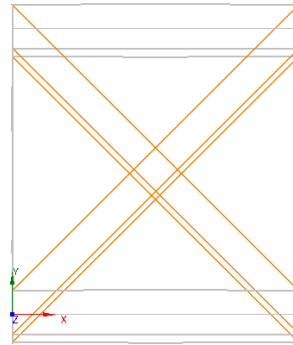
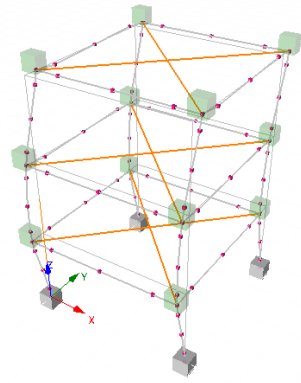


Secondo modo

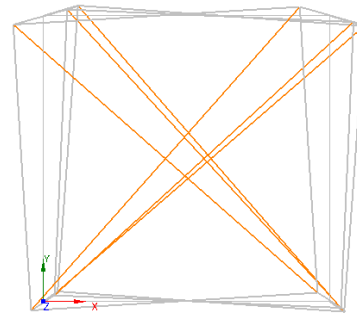
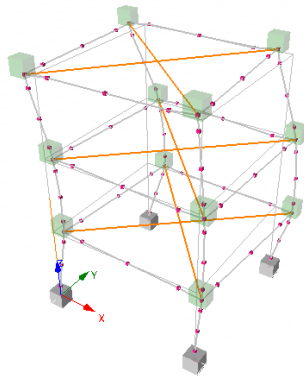


Terzo modo

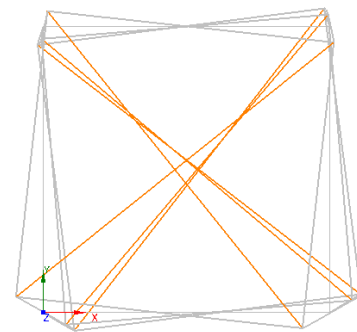
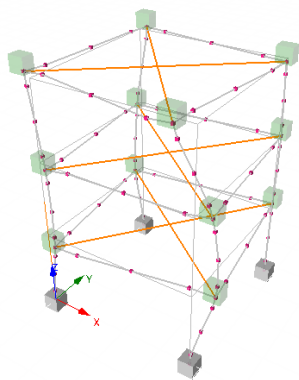
Figura 6.7 – Forme modali della struttura: primo, secondo e terzo modo di vibrare.



Quarto modo



Quinto modo



Sesto modo

Figura 6.7 - Forme modali della struttura: quarto, quinto e sesto modo di vibrare.

Osservando le forme modali è possibile notare che il primo modo è puramente traslazionale in direzione y , di conseguenza la massa partecipante in direzione x per tale modo è nulla.

L'assenza di eccentricità in tale direzione fa sì che nella direzione y esistano modi puramente traslazionali.

L'eccentricità fra C_M e C_R nella sola direzione x fa sì che le forme modali in tale direzione siano il risultato della combinazione di modi traslazionali con modi torsionali: nella direzione x è inevitabile l'accoppiamento fra i due tipi di modi.

Le forme modali riportate in *Figura 6.7* valgono sia per le modellazioni lineari che per quelle non-lineari, questo è dovuto alle scelte descritte nel *paragrafo 4.4*.

In realtà esiste una piccola differenza fra le deformate modali del caso lineare e quelle del caso non-lineare, ciò è dovuto all'assenza di modellazione delle armature nel modello lineare; tale differenza è comunque molto esigua, quindi trascurabile.

Nella tabella *Tabella 6.1* è riportato il periodo e la frequenza di pulsazione dei primi dieci modi di vibrare della struttura. Per ogni modo è riportata anche la massa modale effettiva nelle tre direzioni x , y e z rapportata con quella totale (U_x , U_y , U_z).

$$U_{ix} = \frac{(\underline{\Phi}_i^T \cdot \tilde{\mathbf{M}} \cdot \underline{\mathbf{1}}_x)^2}{M^* \cdot (\underline{\Phi}_i^T \cdot \tilde{\mathbf{M}} \cdot \underline{\Phi}_i)} \quad (6.5)$$

$$U_{iy} = \frac{(\underline{\Phi}_i^T \cdot \tilde{\mathbf{M}} \cdot \underline{\mathbf{1}}_y)^2}{M^* \cdot (\underline{\Phi}_i^T \cdot \tilde{\mathbf{M}} \cdot \underline{\Phi}_i)} \quad (6.6)$$

$$U_{iz} = \frac{(\underline{\Phi}_i^T \cdot \tilde{\mathbf{M}} \cdot \underline{\mathbf{1}}_z)^2}{M^* \cdot (\underline{\Phi}_i^T \cdot \tilde{\mathbf{M}} \cdot \underline{\Phi}_i)} \quad (6.7)$$

dove:

$\underline{\Phi}_i$: rappresenta il vettore degli spostamenti associato alla forma modale i -esima;

$\tilde{\mathbf{M}}$: rappresenta la matrice delle masse della struttura;

M^* : rappresenta la massa totale della struttura;

$\underline{\mathbf{1}}$: rappresenta il vettore di trascinamento associato alla traslazione lungo la direzione prescelta.

MODAL PERIODS AND FREQUENCIES			EFFECTIVE MODAL MASS PERCENTAGES					
Mode	Period (sec)	Frequency (rad/sec)	[Individual Mode]			[Cumulative Mass]		
			[Ux]	[Uy]	[Uz]	[Ux]	[Uy]	[Uz]
1	0.973766	6.452458	0.00%	84.89%	0.00%	0.00%	84.89%	0.00%
2	0.945267	6.646993	76.68%	0.00%	0.00%	76.68%	84.89%	0.00%
3	0.808151	7.774768	7.54%	0.00%	0.00%	84.22%	84.89%	0.00%
4	0.298589	21.04295	0.00%	11.29%	0.00%	84.22%	96.19%	0.00%
5	0.290132	21.65629	8.92%	0.00%	0.00%	93.14%	96.19%	0.00%
6	0.249759	25.157	2.78%	0.00%	0.00%	95.92%	96.19%	0.00%
7	0.16785	37.43344	1.76%	0.00%	0.00%	97.68%	96.19%	0.00%
8	0.169751	37.01408	0.00%	3.01%	0.00%	97.68%	99.20%	0.00%
9	0.140559	44.70134	1.52%	0.00%	0.00%	99.19%	99.20%	0.00%
10	0.063287	99.28044	0.00%	0.00%	42.58%	99.19%	99.20%	42.58%

Tabella 6.1 – Caratteristiche modali della struttura di studio in campo elastico-lineare.

Nodo	Spostamento modale X [m]	Spostamento modale Y [m]
1_1	0.000030263	0.00001091
1_2	0.000072734	0.00002292
1_3	0.00010129	0.000029752
2_1	0.000030263	-0.00001091
2_2	0.000072734	-0.00002292
2_3	0.00010129	-0.000029752
3_1	0.000052086	0.000010911
3_2	0.00011857	0.000022919
3_3	0.00016079	0.000029751
4_1	0.000052086	-0.000010911
4_2	0.00011857	-0.000022919
4_3	0.00016079	-0.000029751

Tabella 6.2 – Spostamenti modali della struttura riferiti al secondo modo in campo lineare.

Nella *Tabella 6.1* si nota che il modo fondamentale nella direzione x (quella da cui proviene il sisma) è il secondo, tale modo ha infatti la maggior massa partecipante lungo x .

Il metodo di analisi di *pushover* proposto nella presente tesi si basa su una distribuzione di forze proporzionali al modo fondamentale.

Per tale struttura con eccentricità fra C_R e C_M in una sola direzione i modi fondamentali sono due. Il primo in direzione y puramente traslazionale, il secondo in direzione x risulta essere un modo accoppiato roto-traslazionale.

Nella presente tesi si è voluto predire gli effetti torsionali delle strutture irregolari, per tale motivo il modo fondamentale, che è stato utilizzato per generare le distribuzioni di forze per le analisi di *pushover*, è il secondo modo (modo roto-traslazionale).

6.2.4 Il modello delle azioni esterne

La descrizione dettagliata dei modelli delle azioni esterne è riportata nei capitoli precedenti: per le azioni di tipo statico (*pushover*) si veda il secondo capitolo, mentre per le azioni dinamiche (*IDA*) si veda il terzo capitolo.

I pesi propri, permanenti ed accidentali della struttura sono stati calcolati in automatico dal *software SeismoStruct* sulla base della distribuzione delle masse descritta nel *paragrafo 5.2.1.2*.

6.3 Analisi lineari: confronti fra i risultati delle analisi dinamiche e pushover

Di seguito verranno riportati i risultati delle analisi lineari di *pushover* e delle dinamiche *IDA* riferiti al caso studio riportato nel presente capitolo, ovvero per la struttura riportata in *Figura 6.1* e *Figura 6.2*.

Per le analisi dinamiche della struttura si è utilizzato il *set* di accelerogrammi artificiali descritto nel terzo capitolo, a cui si rimanda per ulteriori dettagli.

Tali forzanti sismiche sono state applicate alla base della struttura lungo la sola direzione *x*, vedi *Figura 6.2*.

Per analisi statiche di spinta (*pushover*) si è presa in considerazione la distribuzione proposta di tipo β descritta nel secondo capitolo, a cui si rimanda per ulteriori dettagli. Tale distribuzione di forze statiche di tipo β è il nocciolo centrale del metodo di *pushover* proposto nell'ambito della presente tesi: nei paragrafi che seguono verrà mostrato e descritto come tale distribuzione di forze riesca a rappresentare sia la risposta traslazionale che quella torsionale della struttura prevista dalle analisi dinamiche.

Nei paragrafi seguenti verranno riportati dei confronti (globali e locali), a parità di condizioni limite (nel presente studio a parità di deformazione ultima del c.l.s.

confinato $\varepsilon_{cu} = - 0.0035$), fra i risultati delle analisi dinamiche *IDA* e quelli di *pushover* con una distribuzione di forze di tipo β . Per i criteri di confronto adottati si rimanda alla lettura del terzo capitolo, dove sono riportate in modo esteso le problematiche di confronto, fra analisi statica e dinamica, che affliggono le strutture spaziali con irregolarità di geometria, di rigidezza e di massa.

6.3.1 Risultati delle analisi dinamiche

Nel presente paragrafo vengono riportate le risposte dinamiche, della struttura oggetto di studio, ottenute per il più piccolo valore di *Scale Factor* (SF) che porta per primo al raggiungimento della condizione limite di deformazione (rottura) in una qualunque fibra di c.l.s. confinato ($\varepsilon_{cu} = - 0.0035$).

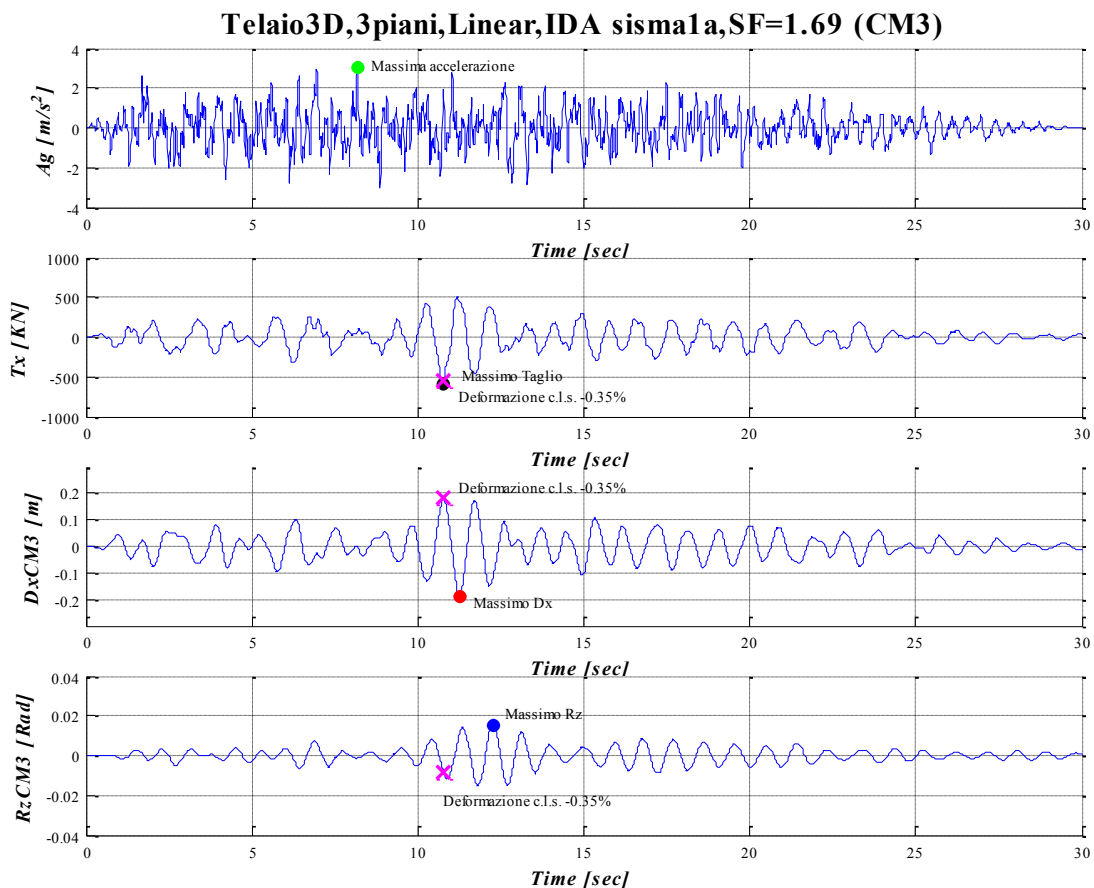
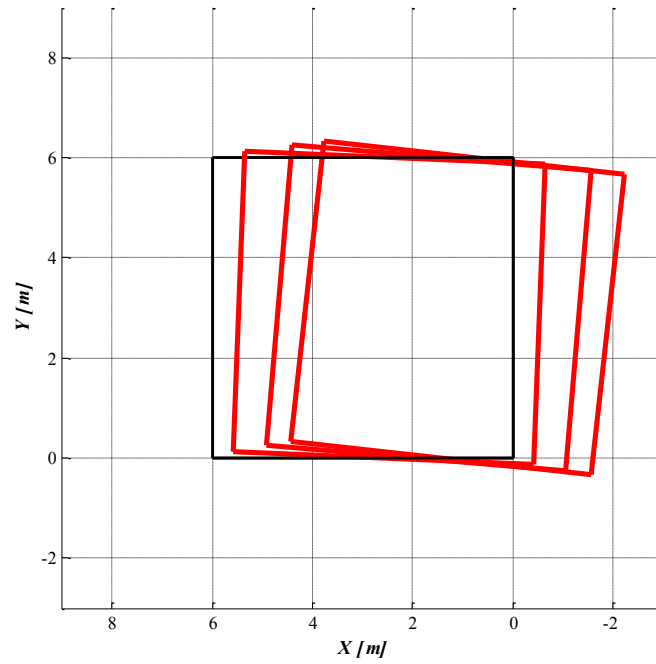


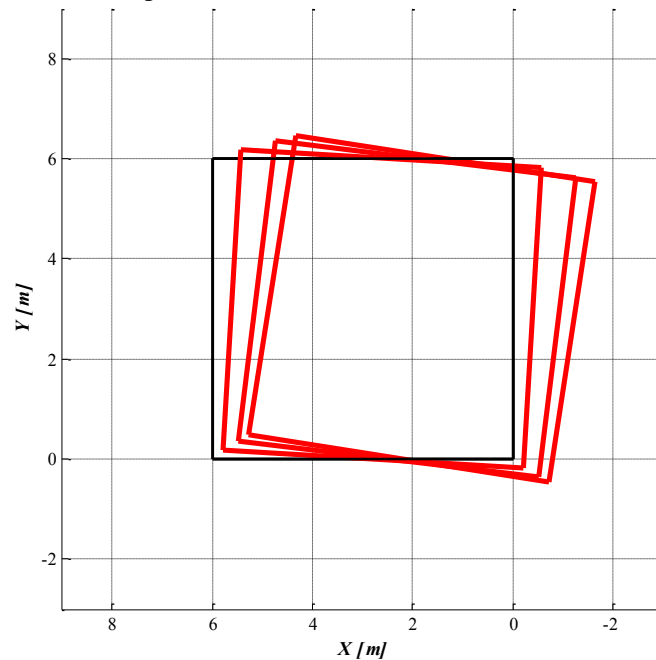
Figura 6.8 – Accelerogramma, Taglio alla Base lungo x, Spostamento e Rotazione del centro di massa del piano di sommità in funzione del tempo. Risposte della struttura per il più piccolo valore di *Scale Factor* (SF) che porta per primo al raggiungimento della condizione limite di deformazione (rottura) in una qualunque fibra di c.l.s. confinato ($\varepsilon_{cu} = - 0.0035$).

Telaio3D,3piani,Linear,IDA sismal a,SF=1.69,DxCM3 max



a)

Telaio3D,3piani,Linear,IDA sismal a,SF=1.69,RzCM3 max



b)

Figura 6.9 – Deformata della struttura nel piano xy: **a)** nell'istante in cui si raggiunge il massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità (Dx_{CM3} max), pallino rosso nella figura precedente; **b)** nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità (Rz_{CM3} max), pallino blu nelle figura precedente.

In *Figura 6.8*, si riporta a titolo di esempio l'andamento nel tempo dei parametri di risposta (Taglio alla Base lungo x , Spostamento e Rotazione del centro di massa del piano di sommità) ottenuti da un'analisi dinamica condotta utilizzando il sisma 1a amplificato con uno *Saling Factor* (SF) pari a 1.69.

Si osserva che i valori massimi dei parametri di spostamento avvengono in istanti diversi ed in particolare tali massimi non corrispondono al raggiungimento dello stato limite considerato ($\epsilon_{cu} = - 0.0035$, indicato con una croce magenta).

Gli altri istanti di tempo più significativi, selezionati nella presente tesi, per le dodici analisi dinamiche incrementalì (*IDA*), sono quelli corrispondenti al raggiungimento dello 1) spostamento massimo del centro di massa del piano di sommità (pallino rosso in figura), 2) rotazione massima del centro di massa del piano di sommità (pallino blu in figura).

Per tali istanti di tempo è interessante osservare la configurazione deformata in pianta della struttura (vedi *Figura 6.9*).

Infatti, nel primo caso si osserva un elevato spostamento con associata una piccola rotazione, nel secondo caso un'elevata rotazione di piano con uno spostamento orizzontale ridotto.

L'obiettivo della presente tesi è quello di cogliere, con le analisi statiche proposte, entrambe le configurazioni deformate appena descritte, considerate le più gravose. Qui di seguito è riportata una tabella che riassume la risposta dinamica della struttura (a seguito del sisma 1a) in quattro istanti di tempo caratteristici delle analisi dinamiche: 1) rottura del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = - 0.0035$), 2) massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità, 3) massima rotazione del centro di massa del piano di sommità, 4) massimo taglio alla base lungo x .

Istante caratteristico		Time [sec]	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [KN]	Ty [KN]	Mt [KN*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [KN]	Mt base [KN*m]	Scaling Factor	
Sisma Ia	Ecu	CM3	0.0035081	0.1826	0.0005	-0.00803	-218.01	0.10	95.93	0.9977	-557.58	385.89	1.69	
		CM2		0.1384	-0.0001	-0.00671	-474.56	1.21	238.22					
		CM1		0.0613	-0.0002	-0.00356	-577.33	3.00	385.89					
	Max DxCM3	CM3	11.26	0.003236	-0.1901	0.0007	0.01114	327.44	-2.06	-250.34	1.0816	449.50		-512.08
		CM2			-0.1327	-0.0001	0.00846	481.58	1.14	-420.86				
		CM1			-0.0534	-0.0003	0.00400	460.80	3.37	-512.08				
	Max RzCM3	CM3	12.26	0.0032111	-0.1191	0.0007	0.01555	151.98	-1.45	-374.67	1.09	351.99		-929.67
		CM2			-0.0893	-0.0002	0.01217	286.08	1.29	-758.30				
		CM1			-0.0399	-0.0003	0.00585	360.58	4.19	-929.67				
	Max Base Shear X	CM3	10.74	0.0033752	0.1764	0.0004	-0.00644	-202.62	0.81	75.73	1.037	-597.83		243.22
		CM2			0.1350	0.0000	-0.00538	-444.47	1.42	155.55				
		CM1			0.0616	-0.0001	-0.00292	-600.96	2.36	243.22				

Tabella 6.3 – Parametri di risposta della struttura nei quattro istanti caratteristici: rottura $\epsilon_{cu} = -0.0035$, massimo spostamento, massima rotazione del centro di massa del piano di sommità e massimo taglio alla base lungo x .

I parametri Dx , Dy e Rz riportati nella tabella rappresentano lo spostamento lungo x , lo spostamento lungo y e rotazione attorno a z . Mentre Tx , Ty e Mt risultano rispettivamente il taglio di piano lungo x , taglio di piano lungo y e il momento torcente di piano riferito al centro di massa del piano stesso. Tali sollecitazioni di piano sono state calcolate a partire dalle sollecitazioni interne dei pilastri e rispetto ad un sistema di riferimento locale lagrangiano collegato rigidamente ad ogni piano della struttura. Il parametro ϵ_c rappresenta la massima deformazione raggiunta in una qualunque fibra di c.l.s. della struttura, mentre per *Base Shear X* si intende il taglio alla base della struttura lungo la direzione x , calcolato sulla base delle azioni esterne e rispetto ad un sistema di riferimento globale fisso.

Notare che il taglio di piano Tx calcolato al piano terra è differente dal *Base Shear X*, ciò è dovuto alla differenza di come sono stati calcolati i due tagli: il primo con le sollecitazioni interne, il secondo sulla base delle azioni esterne. Teoricamente i due valori dovrebbero essere uguali, altrimenti non sarebbe soddisfatta la condizione di equilibrio. La piccola differenza può essere attribuita ad approssimazioni numeriche conseguenti alla discretizzazione F.E.M. della struttura ed agli inevitabili errori di troncamento apportati dagli algoritmi di risoluzione implementati nel *software SeismoStruct*.

6.3.2 Risultati delle analisi statiche

Nel presente paragrafo vengono riportate le risposte statiche, della struttura oggetto di studio, ottenute per il più piccolo valore di *Load Factor* (LF) che porta per primo al raggiungimento della condizione limite di deformazione (rottura) in una qualunque fibra di c.l.s. confinato ($\varepsilon_{cu} = - 0.0035$).

Ricordiamo che nell'ambito delle analisi statiche di *pushover* i parametri di sollecitazione e spostamento (Tagli, Momento torcenti, Spostamenti e Rotazioni) crescono in maniera monotona al crescere del *Load Factor* (LF); per tale motivo nell'istante (*Step*) in cui si raggiunge la rottura si raggiungono contemporaneamente i massimi valori di tutti i parametri di risposta.

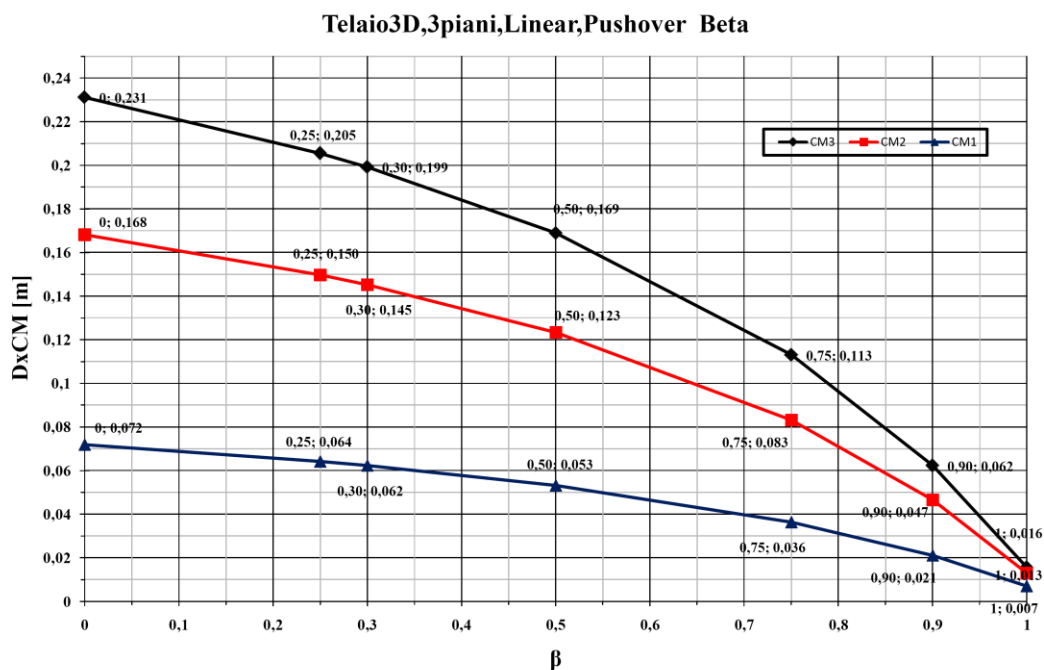


Figura 6.10 – Spostamento lungo x (a rottura) dei centri di massa dei tre piani al variare del parametro β ; in nero è riportato il terzo piano, in rosso il secondo e in blu il primo.

In *Figura 6.10* e *Figura 6.11* si riportano lo spostamento e la rotazione (a rottura) del centro di massa dei tre piani al variare del peso β adottato nelle analisi statiche lineari.

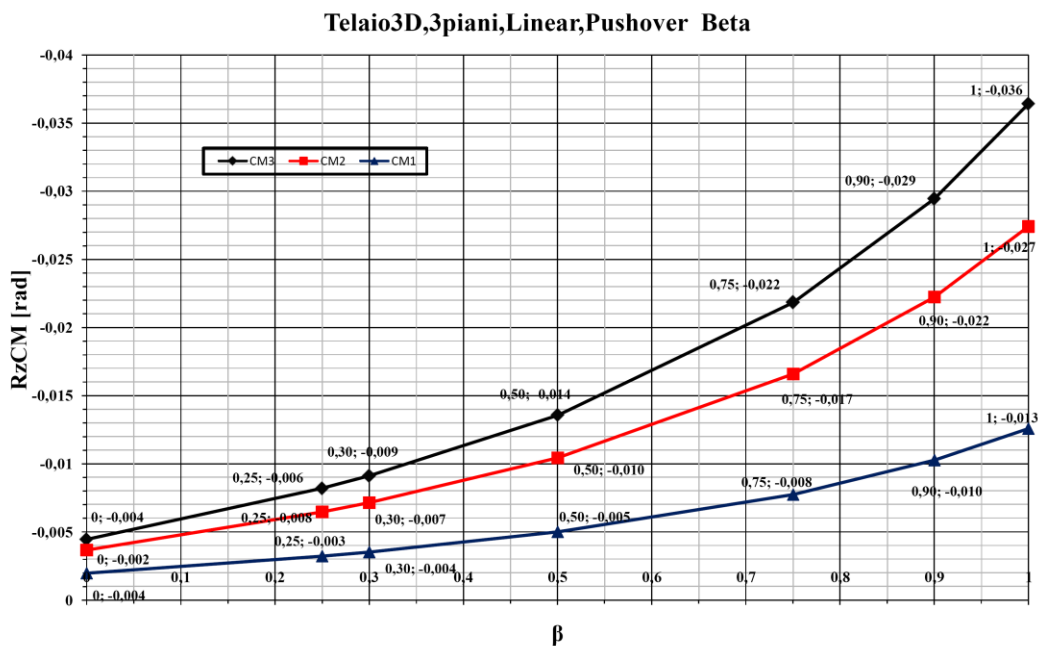


Figura 6.11 – Rotazione attorno a z (a rottura) dei centri di massa dei tre piani al variare del parametro β ; in nero è riportato il terzo piano, in rosso il secondo e in blu il primo.

Nelle figure si nota un andamento non-lineare dello spostamento lungo x (rotazione attorno a z) del centro di massa al variare del parametro β dell'analisi di *pushover* proposta e descritta nel secondo capitolo.

La dipendenza fortemente non-lineare dei i parametri di spostamento dal coefficiente β è una caratteristica che non si riscontra nel caso studio precedentemente esposto, dove invece vi è una dipendenza quasi lineare.

In particolare si osserva che la non-linearità si accentua per valori di β superiori a 0.5 (distribuzione proporzionale al modo fondamentale).

Si ricorda che il parametro β rappresenta il peso delle forze torsionali rispetto alle forze traslazionali.

Essendo la struttura in esame lievemente irregolare, la componente rotazionale sarà più piccola rispetto alla componente traslazionale. Si potrà osservare, dal confronto con i risultati delle analisi dinamiche, che il valore di β da assumersi per cogliere il comportamento dinamico a rottura della struttura è inferiore a 0.5.

Nelle stesse figure si osserva che all'aumentare del coefficiente β , il quale rappresenta il peso delle forze torsionali su quelle traslazionali, gli spostamenti a rottura si riducono, e le rotazioni aumentano.

6.3.3 Confronti in termini globali: le curve di isteresi

Nell'ambito del presente paragrafo la risposta dinamica lineare della struttura viene rappresentata in termini di curve di isteresi del tipo Spostamento lungo x Vs Rotazione attorno a z del centro di massa del piano di sommità (vedi Figura 6.12). Tali curve di isteresi della struttura vengono riportate per le condizioni limite già descritte, in sovrapposizione sono raffigurati i punti di rottura ($\epsilon_{cu} = -0.0035$) per le analisi di *pushover* con distribuzione di tipo β ; i diversi punti di *pushover* sono associati ai diversi valori assunti dal parametro β (vedi Figura 6.12).

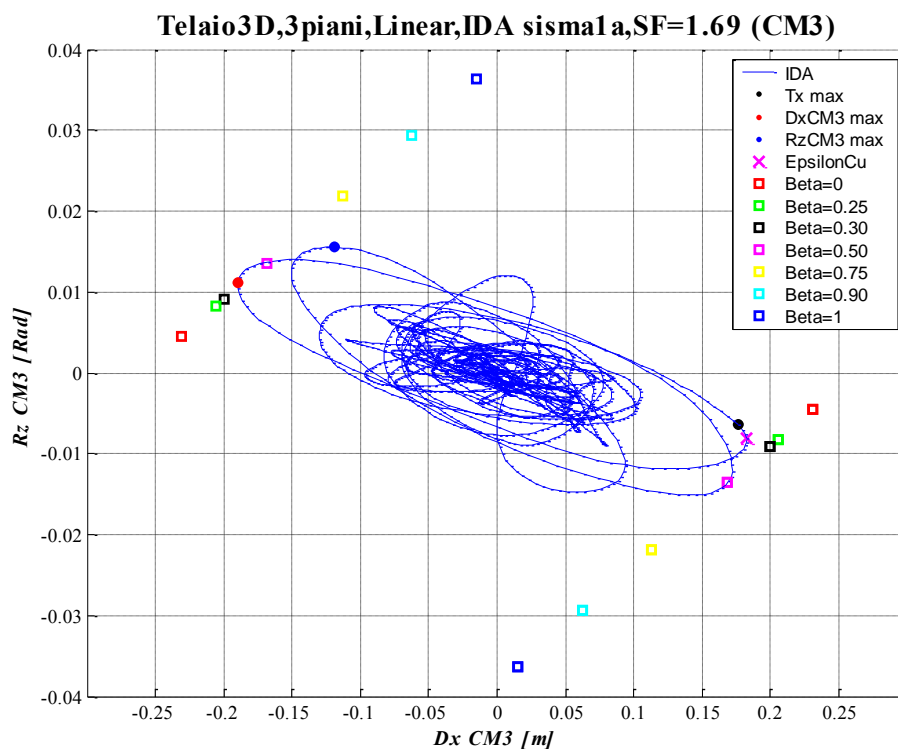


Figura 6.12 – Curva di Isteresi: Rotazione attorno a z Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; in sovrapposizione sono riportati i punti a rottura (quadretti colorati) di diverse analisi di *pushover* al variare del parametro β .

Si osserva che l'asse della curva d'isteresi risulta maggiormente inclinato rispetto al primo caso studio, indicando un maggiore spostamento ed una minore rotazione.

Si sottolinea che il valore di *Scale Factor* (SF) che porta alle condizioni di rottura già citate risulta diverso per ogni sisma in *input*, nel titolo di ogni grafico è

riportato il valore di tale SF che porta per primo la struttura nella condizione di rottura descritta.

Nel titolo dei vari grafici è indicato anche a quale *input* accelerometrico si fa riferimento e se i risultati sono espressi per analisi in campo lineare oppure non-lineare.

Osservando la curva di isteresi riportata in *Figura 6.12* e *Figura 6.13* si può notare una caratteristica interessante: tutti i punti di rottura associati alle analisi di *pushover* con distribuzione delle forze di tipo β (quadratini colorati) giacciono su di una retta (linea nera in *Figura 6.13*), inoltre tali punti sono quasi equispaziati fra loro.

Ricordiamo che anche nel primo caso studio precedentemente esposto (caso studio A) tali punti giacciono esattamente su di una retta (come in questo caso), però risultavano equispaziati fra loro.

Tale equispaziatura è spiegabile solamente considerando una struttura con un modo di vibrare fondamentale di tipo roto-traslazionale, dove la componente traslazionale ha un peso paragonabile a quella torsionale.

Il caso studio A possiede proprio questa particolarità.

Ciò non accade nel presente caso studio: il punto a rottura associato all'analisi di *pushover* con $\beta = 0.5$ (quadrato magenta) è più vicino al punto associato a $\beta = 0$ (quadrato rosso) piuttosto che a quello con $\beta = 1$ (quadrato blu).

Tale evidenza porta ad una relazione non-lineare fra spostamenti (rotazioni) a rottura ed il parametro β dell'analisi di *pushover* (vedi *Figura 6.10* e *Figura 6.11*). Quanto appena detto è imposto dalle caratteristiche geometriche e di rigidità della struttura indagata, in particolare dalla lieve eccentricità. Quest'ultima fa sì che il comportamento dinamico della struttura sia di tipo roto-traslazionale, ma con predominanza della componente traslazione.

In altre parole significa che il modo di vibrare fondamentale della struttura presenta una componente traslazionale con maggior peso rispetto a quella torsionale.

Tale evidenza fa sì che l'analisi di *pushover* con una distribuzione di forze proporzionali al modo fondamentale ($\beta = 0.5$) conduca a risultati (spostamenti e

rotazioni) più prossimi alla condizione di struttura sollecitata da sole forze traslazionali ($\beta = 0$).

Man mano che l'eccentricità strutturale diminuisce i risultati dell'analisi di *pushover* con distribuzione proporzionale al modo fondamentale tendono ad avvicinarsi a quelli forniti dall'analisi di *pushover* con $\beta = 0$.

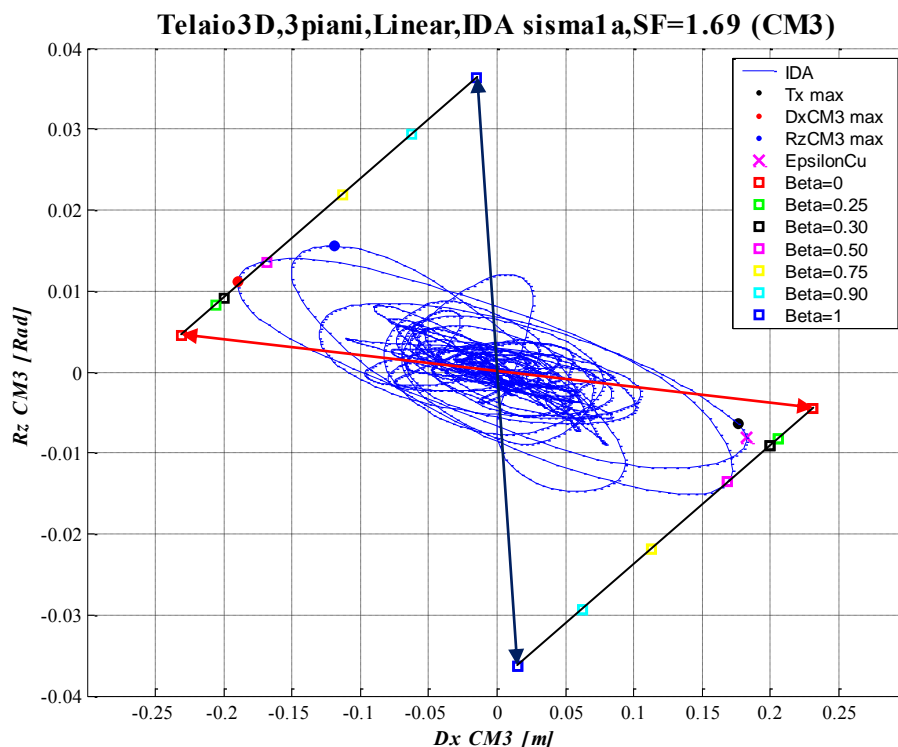


Figura 6.13 - Curva di Isteresi: Rotazione attorno a z Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; in sovrapposizione sono riportati i punti a rottura (quadretti colorati) di diverse analisi di *pushover* al variare del parametro β .

La retta riportata in nero nella *Figura 6.13*, insieme alle linee rosse e blu riportate nella medesima figura delineano il contorno di due zone a forma di cono entro le quali ogni punto di rottura o istante caratteristico delle analisi dinamiche ($DxCM3\ max$ o $RzCM3\ max$) che vi si trovi all'interno può essere ben rappresentato da un'analisi di *pushover* con un adeguato valore di β .

E' possibile affermare quanto appena detto perché in campo elastico-lineare le curve ottenute delle analisi di *pushover* sono delle rette che partono dall'origine del grafico di *Figura 6.13* ed arrivano fino ad uno un generico punto che giace sulla linea nera di *Figura 6.13*.

La pendenza, e quindi il punto di arrivo, delle rette di isteresi delle analisi di *pushover* varia in funzione del valore di β . In ogni caso non si possono superare le due condizioni limite rappresentate da $\beta = 0$ (linea e quadrettino rosso in *Figura 6.13*) e $\beta = 1$ (linea e quadrettino blu in *Figura 6.13*).

Se un punto di rottura (croce magenta in *Figura 6.13*) o gli istanti di massimo spostamento ($Dx_{CM3} \max$, punto rosso in *Figura 6.13*) e rotazione ($Rz_{CM3} \max$, punto blu in *Figura 6.13*) del centro di massa del piano di sommità riferiti ad un'analisi dinamica sono contenuti all'interno del cono rappresentato in *Figura 6.13*, allora è possibile dire che vi sarà sempre un adeguato valore di β per cui la curva (retta) di *pushover* passi per uno dei suddetti istanti caratteristici delle analisi dinamiche.

Questa condizione è molto importante, infatti significa che è possibile trovare una distribuzione di forze statiche per cui si possa giungere allo stesso spostamento e rotazione del centro di massa del piano di sommità previsto da un'analisi dinamica.

Ciò comporta che è possibile trovare una distribuzione di forze statiche che permetta di giungere alla stessa deformata (del piano di sommità) prevista dall'analisi dinamica.

Tale possibilità, di trovare con delle forze statiche le stesse deformate (del piano di sommità) previste dalle analisi dinamiche in diversi istanti caratteristici, è di per se molto interessante; purtroppo non è detto che i piani inferiori presentino una coincidenza di deformata fra le analisi statiche e quelle dinamiche.

Inoltre è possibile che i punti caratteristici delle analisi dinamiche (rottura, croce magenta in *Figura 6.13*, massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità, punto rosso in *Figura 6.13* e la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità, punto blu in *Figura 6.13*) siano sì all'interno del cono delimitato dalle analisi di *pushover*, ma distanti dalla situazione di rottura rappresentata dalle analisi statiche di *pushover* (linea nera in *Figura 6.13*).

Infatti, come evidenziato attraverso il grafico di *Figura 6.8*, la massima rotazione e il massimo spostamento avvengono in istanti differenti rispetto all'istante in cui si raggiunge la deformazione ultima.

La distanza fra i punti caratteristici delle analisi dinamiche (punto rosso, blu e croce magenta) e i punti di rottura delle analisi di *pushover* con distribuzione di tipo β (quadrettini colorati) porterebbe a forti errori nel confronto fra dinamica e statica in termini di caratteristiche locali, ovvero nel confronto fra spostamenti e sollecitazioni di piano a parità di condizioni limite.

Bisogna ricordare che il confronto fra i risultati ottenuti da un'analisi dinamica e quelli di una statica vanno effettuati sempre a parità di condizioni (limite o non), altrimenti il paragone fra i due metodi non è omogeneo.

Per un'analisi di *pushover* l'istante (*step* di carico) in cui si raggiunge la rottura coincide con il raggiungimento del massimo di tutti i parametri di risposta (spostamenti, rotazioni, tagli, momenti torcenti, deformazioni, tensioni, sollecitazioni, ecc...), lo stesso non si può dire per un'analisi dinamica (vedi *Figura 6.13*, *Figura 6.8* e la *Tabella 6.3*).

Quanto appena esposto porta a delle problematiche nello svolgere dei confronti (a parità di condizioni, di spostamento o deformazione) di tipo locale, ovvero a confronti sugli spostamenti e sollecitazioni di piano, fra le analisi dinamiche *IDA* e quelle di *pushover*.

Osservando la *Figura 6.13* si nota che il “cono” descritto in precedenza ha un angolo di apertura molto grande, più grande rispetto a quanto si riscontra nelle analisi svolte sul caso studio A precedentemente illustrato.

Tale circostanza è una caratteristica favorevole per i motivi esposti fino ad ora: la maggiore apertura del “cono” permette di contenere più punti caratteristici delle analisi dinamiche ($Dx_{CM3} \max$, $Rz_{CM3} \max$, $Tx \max$, ecc...) che si trovino nelle condizioni estreme di forti rotazioni con associati piccoli spostamenti o viceversa. Messe in luce le problematiche e commentate alcune caratteristiche della risposta dinamica sulla base di un solo *input* sismico (Sisma 1a), ora si riportano i risultati (in termini di curve di isteresi) ottenuti dall'applicazione dei dodici *input* accelerometrici scelti per le analisi.

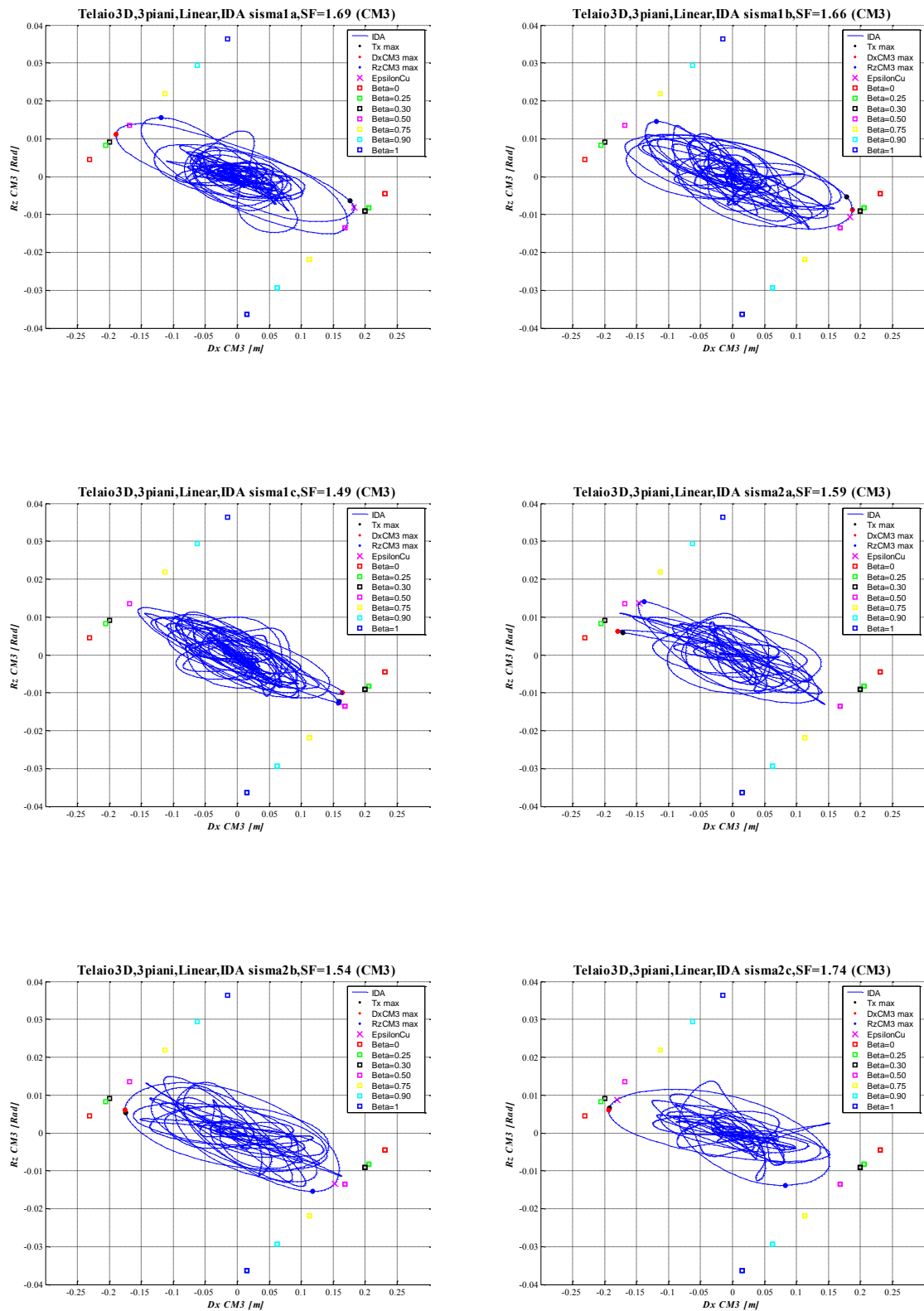


Figura 6.14 - Curve di Isteresi per il set di accelerogrammi utilizzati: Rotazione attorno a z Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; in sovrapposizione sono riportati i punti a rottura (quadrretti colorati) di diverse analisi di pushover al variare del parametro β .

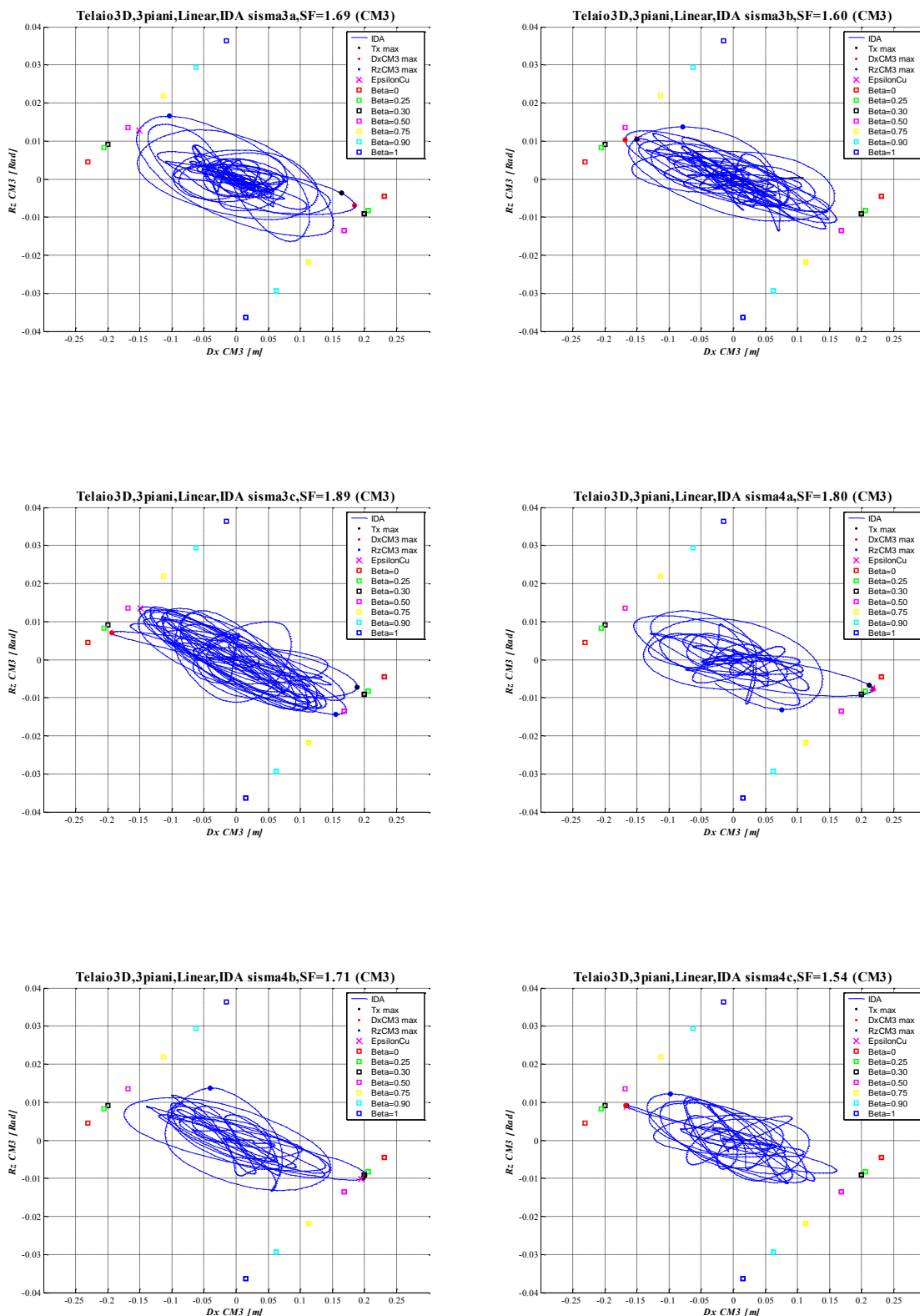


Figura 6.14 - Curve di Isteresi per il set di accelerogrammi utilizzati: Rotazione attorno a z Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; in sovrapposizione sono riportati i punti a rottura (quadrretti colorati) di diverse analisi di pushover al variare del parametro β .

Osservando le curve di isteresi riportate in *Figura 6.14* è possibile notare che le analisi di *pushover* (quadrettini colorati) rappresentano una linea di confine per le analisi dinamiche *IDA*: le curve di isteresi delle diverse analisi dinamiche non superano quasi mai i valori (a rottura) definiti dalle curve di *pushover* con distribuzione delle forze di tipo β . Inoltre i due casi limite di *pushover* con $\beta = 0$ e $\beta = 1$ definiscono una coppia di valori Rotazione-Spostamento che non vengono mai superati dalle analisi dinamiche *IDA*. I massimi spostamenti delle analisi dinamiche ($Dx_{CM3} \max$, pallino rosso in *Figura 6.14*) non superano mai lo spostamento limite definito dal *pushover* con $\beta = 0$ (quadrato rosso in *Figura 6.14*), analogamente, le massime rotazioni previste dalle analisi dinamiche ($Rz_{CM3} \max$, pallino blu in *Figura 6.14*) non oltrepassano la rotazione limite definita dal *pushover* con $\beta = 1$ (quadrato blu in *Figura 6.14*).

L'evidenza appena mostrata è una caratteristica importante del metodo di *pushover* proposto nell'ambito della presente tesi: con quanto detto si dimostra che l'analisi di *pushover* con la distribuzione delle forze di tipo β riesce a descrivere (al variare di β) i diversi comportamenti dinamici di una struttura spaziale irregolare. Per valori elevati di β ci si avvicina al caso limite di struttura sollecitata da sole forze rotazionali, in tal modo si può descrivere il comportamento torsionale della struttura (osservato dalle analisi dinamiche *IDA* negli istanti in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità), per bassi valori di β si giunge al caso limite di struttura sollecitata da sole forze traslazionali, in tal modo si può descrivere il comportamento traslazionale (osservato dalle analisi dinamiche *IDA* negli istanti in cui si raggiunge il massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità).

Fino ad ora è stato mostrato un confronto fra le singole risposte dinamiche della struttura di studio per ogni *input* sismico e le varie risposte statiche ottenute da un'analisi di *pushover* con β differenti. Ora si cerca di confrontare contemporaneamente tutte le risposte dinamiche ottenute dalle dodici analisi dinamiche con le previsioni delle analisi statiche: in sostanza una sovrapposizione dei punti massimi delle dodici curve di isteresi riportate in *Figura 6.14*.

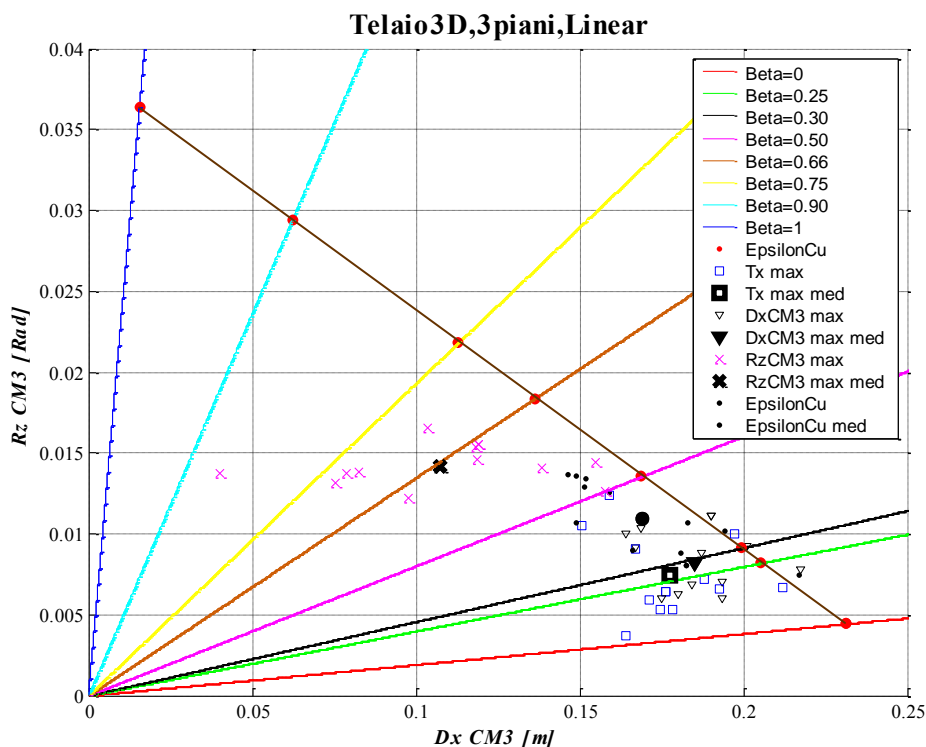


Figura 6.15 – Relazione spostamento massimo e rotazione massima del centro di massa del piano di sommità ottenuta dalle analisi di pushover e dalle analisi dinamiche IDA riferiti allo SF che porta per primo alla rottura delle fibre di c.l.s. confinato.

In *Figura 6.15* sono riportate le curve di *pushover* al variare del parametro β , in sovrapposizione sono graficati gli istanti caratteristici delle analisi dinamiche IDA riferiti allo SF che porta per primo alla rottura di una qualunque fibra di c.l.s. confinato della struttura. In tale grafico i risultati delle analisi dinamiche sono suddivisi in quattro gruppi: a) istante di massimo spostamento del centro di massa di sommità (triangoli neri), b) istante di massima rotazione del centro di massa di sommità (croci magenta), c) istante di massimo taglio alla base lungo x (quadrato blu), d) istante a rottura (puntini neri). In nero marcato sono riportati i valori medi (baricentro) di ogni gruppo, i punti in rosso rappresentano la rottura per il *pushover*.

Si nota che quasi tutti gli istanti di rottura delle analisi dinamiche (punti neri) si trovano all'interno del cono delimitato dalle rette di colore marrone (linea di rottura per il *pushover*), rosso ($\beta = 0$, solo componente traslazionale) e blu ($\beta = 1$, solo componente rotazionale). Inoltre i punti rappresentativi del raggiungimento della rottura nelle analisi dinamiche (punti neri in *Figura 6.15*) sono tutti vicini e

quasi allineati con la linea marrone, la quale rappresenta il raggiungimento della rottura per le analisi statiche. Tale circostanza porta a concludere che la rottura prevista dalle analisi di *pushover* (in termini di spostamento e rotazione) prevede abbastanza bene la rottura raggiunta secondo le analisi dinamiche. Osservando l'istante a rottura medio delle dodici analisi dinamiche (tondino nero in grassetto in *Figura 6.15*) si può dichiarare che l'analisi di *pushover*, con una distribuzione delle forze di tipo β , riesce a cogliere sufficientemente bene le rotazioni e spostamenti che si verificano nell'istante di rottura previsto dalle analisi dinamiche. Nel grafico di *Figura 6.15* sono stati riportati altri due istanti caratteristici delle analisi dinamiche, oltre all'istante di rottura appena descritto. Tali istanti caratteristici di rilievo sono: l'istante in cui si raggiunge il massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità ($Dx_{CM3} \max$, triangolo nero) e l'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($Rz_{CM3} \max$, croce magenta).

Per operare un confronto attendibile, fra dinamica e statica, è necessario basarsi sulla media della risposta dinamica, ovvero: si va a confrontare la risposta media delle analisi dinamiche la risposta ottenuta da un'analisi statica.

In *Figura 6.15* si nota che la media degli istanti $Rz_{CM3} \max$ delle dinamiche (croce nera in grassetto) giace proprio sulla curva di *pushover* con $\beta = 0.66$. Tale evidenza fa sì che la suddetta curva di *pushover* sia quella più adatta per rappresentare la risposta torsionale media della struttura. Con un'osservazione e ragionamento analogo si può dire che l'analisi di *pushover* con $\beta = 0.3$ sia quella più adatta per rappresentare la risposta traslazionale media della struttura, infatti la media degli istanti $Dx_{CM3} \max$ delle dinamiche (triangolo nero in grassetto) giace proprio sulla curva di *pushover* con $\beta = 0.3$.

Quanto appena evidenziato dimostra che nelle strutture spaziali con discrete eccentricità fra C_R e C_M i comportamenti traslazionali e torsionali della struttura sono abbastanza dissimili fra loro, per tale motivo una singola distribuzione di forze statiche laterali non sarebbe in grado di cogliere la dualità comportamentale della struttura. E' quindi necessaria una distribuzione di forze di *pushover* per descrivere il comportamento traslazionale della struttura ed una distribuzione di forze per descrivere il comportamento torsionale.

In *Figura 6.15* si nota che la media degli spostamenti $DxCM3 \max$ (triangolo nero in grassetto) e la media delle rotazioni $RzCM3 \max$ (croce nera in grassetto) previste dalle analisi dinamiche si trovano abbastanza lontani dalla linea marrone, la quale rappresenta la zona di rottura delle analisi di *pushover* al variare di β .

E' necessario sottolineare però che gli istanti (delle analisi dinamiche) in cui si verificano i massimi di un qualche parametro di risposta strutturale sono istanti in cui la massima deformazione raggiunta c.l.s. confinato è inferiore a quella ultima (vedi *Tabella 6.3*). Siccome i confronti devono essere svolti a parità di condizioni, in particolare nella presente tesi a parità di deformazione ultima del c.l.s., risulta quindi necessario scalare la risposta dinamica per portare gli istanti $DxCM3 \max$ e $RzCM3 \max$ nella condizione di deformazione limite del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$). Per i motivi suddetti si sono introdotti i seguenti coefficienti:

$$CoeffDx = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{c, \max}(t_{DxCM3 \max})} \quad (6.8)$$

$$CoeffRz = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{c, \max}(t_{RzCM3 \max})} \quad (6.9)$$

$$CoeffTx = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{c, \max}(t_{TxCM1 \max})} \quad (6.10)$$

Tali coefficienti esprimono il rapporto fra la deformazione ultima del c.l.s. ($\epsilon_{cu} = -0.0035$) e la deformazione massima raggiunta in una qualunque fibra di c.l.s. confinato della struttura, negli istanti temporali in cui si verifica un massimo di uno dei parametri di risposta selezionati ($DxCM3 \max$, $RzCM3 \max$ o $TxCM1 \max$). I coefficienti appena riportati esprimono, per i tre istanti caratteristici, quanto la deformazione massima del c.l.s. sia lontana da quella ultima.

Un valore unitario dei coefficienti esprime il raggiungimento della deformazione ultima del c.l.s. nell'istante di tempo considerato.

Si evidenzia il fatto che l'applicazione delle relazioni (6.8), (6.9) e (6.10) sono diversi a seconda dell'analisi dinamica che si considera: cambiando l'*input* sismico cambia il valore dei coefficienti (vedi *Tabella 6.3*).

Dalla conoscenza dei tre coefficienti riportati nelle equazioni (6.8), (6.9) e (6.10) per ogni accelerogramma è possibile scalare la risposta dinamica lineare di tali

entità per portare ogni istante caratteristico delle analisi dinamiche (spostamento massimo, rotazione massima e taglio alla base massimo) alla condizione di rottura.

Effettuato il suddetto *scaling* delle analisi dinamiche sulla base dei coefficienti riportati nelle equazioni (6.8), (6.9) e (6.10), si ottiene il grafico di *Figura 6.16*, analogo a quello di *Figura 6.15*, con la differenza che ora tutti i punti caratteristici delle analisi dinamiche si trovano al livello di deformazione limite $\varepsilon_{cu} = -0.0035$.

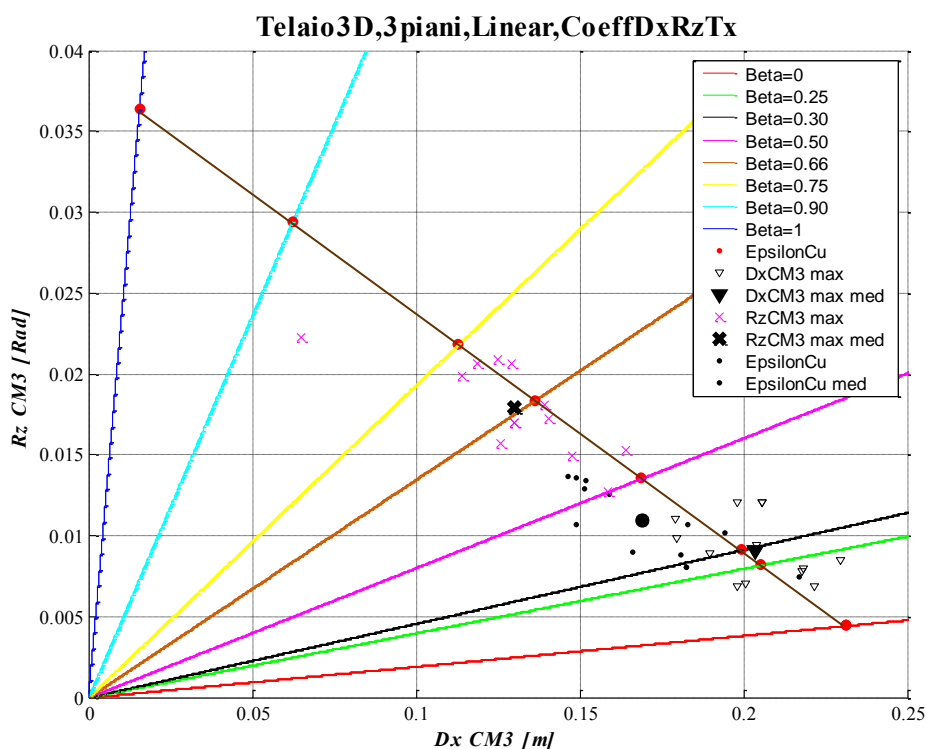


Figura 6.16 - Relazione spostamento massimo e rotazione massima del centro di massa del piano di sommità ottenuta dalle analisi di pushover e dalle analisi dinamiche IDA scalati allo stesso livello di deformazione a rottura delle analisi statiche.

Nel nuovo grafico riportato in *Figura 6.16* si può notare come tutti i punti caratteristici delle analisi dinamiche siano distribuiti lungo la linea marrone, la quale rappresenta la condizione di rottura per le analisi di *pushover* al variare di β . In particolare i valori medi di spostamento e rotazione massima ($Dx_{CM3} \max \text{ med}$ e $Rz_{CM3} \max \text{ med}$) previsti dalle analisi dinamiche si trovano ora quasi esattamente sulla linea marrone.

Tale evidenza dimostra che l'analisi di *pushover* con distribuzione delle forze di tipo β riesce a stimare molto bene sia il comportamento traslazionale che quello torsionale della struttura: spostamenti e rotazioni a rottura previsti dall'analisi di *pushover* sono molto prossimi a quelli previsti dalle analisi dinamiche *IDA* (vedi simboli neri e rossi in grassetto nella *Figura 6.16*). Naturalmente lo stratagemma di scalare le risposte per ottenere dei confronti omogenei è valido solo in ambito elastico-lineare, dove si ha una proporzionalità fra la sollecitazione in *input* e i parametri di risposta in *output*.

Di seguito si riporta una tabella che riassume le caratteristiche di risposta medie della struttura di studio analizzata in campo elastico-lineare, tali valori derivano da una media sui valori assoluti delle risposte dinamiche ottenute a seguito dell'applicazione dei dodici *input* accelerometrici utilizzati nell'ambito della presente tesi.

Notare in tale tabella i valori medi dei coefficienti riportati nelle equazioni (6.8), (6.9) e (6.10).

Istante caratteristico		Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [KN]	Ty [KN]	Mt [Kn*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [KN]	Mt base [KN*m]	Scaling Factor
Media I.D.A. sui valori assoluti	ϵ_{cu}	CM3	0.1692	0.0006	0.01090	226.15	1.12	217.13	1.0178292	504.48	547.19
		CM2	0.1258	0.0001	0.00865	422.48	1.30	430.24			
		CM1	0.0553	0.0003	0.00429	515.10	3.82	547.19			
	Max DxCM3	CM3	0.1852	0.0005	0.00823	274.53	0.86	149.72	1.1019167	513.42	317.65
		CM2	0.1344	0.0001	0.00644	473.62	1.37	265.32			
		CM1	0.0568	0.0002	0.00315	519.59	3.06	317.65			
	Max RzCM3	CM3	0.1072	0.0006	0.01415	139.01	1.08	398.56	1.2722	304.85	780.61
		CM2	0.0802	0.0001	0.01077	260.07	1.47	685.52			
		CM1	0.0356	0.0002	0.00504	320.30	3.42	780.61			
	Max Base Shear X	CM3	0.1776	0.0005	0.00743	236.86	0.68	131.28	1.0932808	547.14	268.29
		CM2	0.1320	0.0001	0.00590	447.88	1.45	224.12			
		CM1	0.0580	0.0002	0.00298	550.59	2.86	268.29			

Tabella 6.4 – Parametri di risposta medi (in valore assoluto) della struttura nel campo elastico-lineare.

Per la descrizione del contenuto della *Tabella 6.4* si faccia riferimento alla *Tabella 6.3* riportata all'inizio del presente paragrafo.

6.3.4 Confronti in termini globali: le curve di capacità

Nel presente paragrafo si riportano le curve di capacità delle analisi di *pushover* con distribuzione delle forze di tipo β , in sovrapposizione sono riportati (in forma puntuale) gli istanti caratteristici ($Dx_{CM3} \max$, $Rz_{CM3} \max$, ecc...) delle dodici analisi dinamiche.

Come nei grafici precedenti, i punti associati alle analisi *IDA* si riferiscono alle analisi dinamiche con il valore di SF che porta per primo alla rottura del c.l.s. confinato ($\varepsilon_{cu} = -0.0035$).

Le caratteristiche riportate nei grafici esposti di seguito sono le stesse di *Figura 6.15*, la differenza consiste nei diversi parametri di risposta rappresentati: 1) Taglio alla Base in direzione x Vs Spostamento in dir. x del centro di massa del piano di sommità, 2) Taglio alla Base in direzione x Vs Rotazione del centro di massa del piano di sommità, 3) Momento torcente alla base riferito a C_M Vs Spostamento in dir. x del centro di massa del piano di sommità, 4) Momento torcente alla base riferito a C_M Vs Rotazione del centro di massa del piano di sommità.

La legenda, le curve, e i punti caratteristici riportati sono sempre associati alle medesime condizioni descritte in precedenza.

Si ricorda che gli istanti, delle analisi dinamiche, in cui si verificano i massimi di uno dei parametri di risposta strutturale sono istanti in cui la massima deformazione raggiunta nel c.l.s. confinato è inferiore a quella ultima (vedi *Tabella 6.3*).

Come descritto nel precedente paragrafo i confronti devono essere svolti a parità di condizioni, in particolare nella presente tesi a parità di deformazione ultima del c.l.s., risulta quindi necessario scalare la risposta dinamica per portare gli istanti $Dx_{CM3} \max$, $Rz_{CM3} \max$ e $Tx \max$ nella condizione di deformazione limite del c.l.s. confinato ($\varepsilon_{cu} = -0.0035$).

Su come effettuare l'operazione di *scaling* delle analisi dinamiche *IDA* si è già discusso nel paragrafo precedente; per svolgere tale operazione di *scaling* si utilizzano i coefficienti riportati nelle equazioni (6.8), (6.9) e (6.10).

Di seguito vengono riportate le curve di capacità delle analisi di *pushover* con sovrapposti i risultati delle analisi dinamiche *IDA* non scalati.

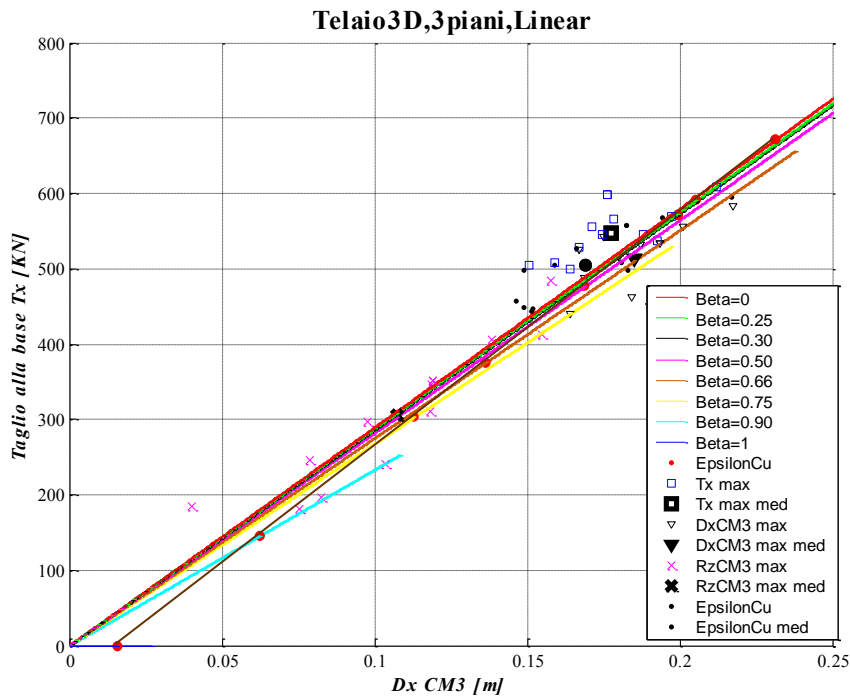


Figura 6.17 – Taglio alla base lungo x Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; i simboli riportano i risultati delle analisi IDA riferite a quello SF che porta per primo la struttura nelle condizioni di rottura, le analisi IDA non sono scalate.

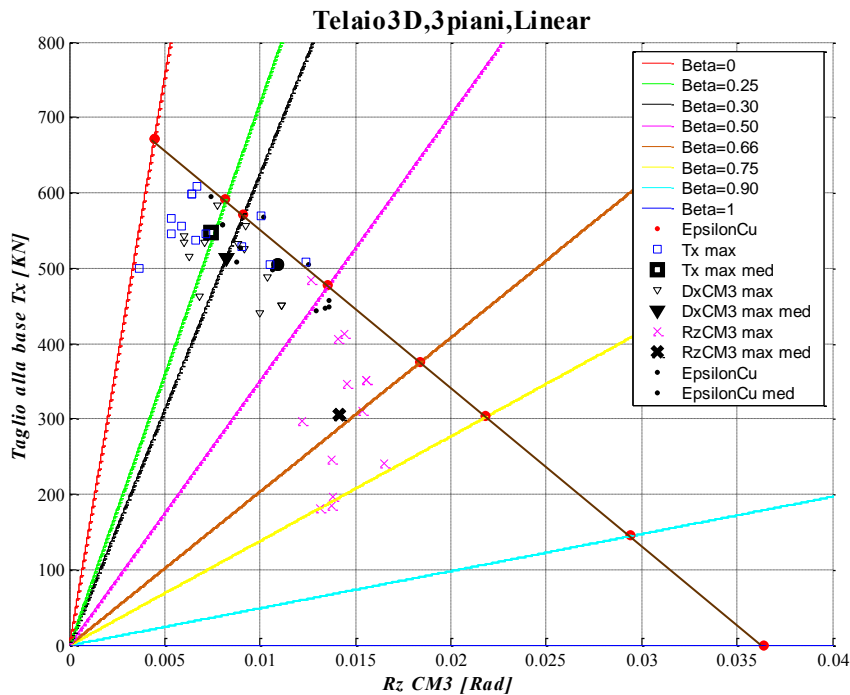


Figura 6.18 - Taglio alla base lungo x Vs Rotazione attorno a z del centro di massa del piano di sommità; i simboli riportano i risultati delle analisi IDA riferite a quello SF che porta per primo la struttura nelle condizioni di rottura, le analisi IDA non sono scalate.

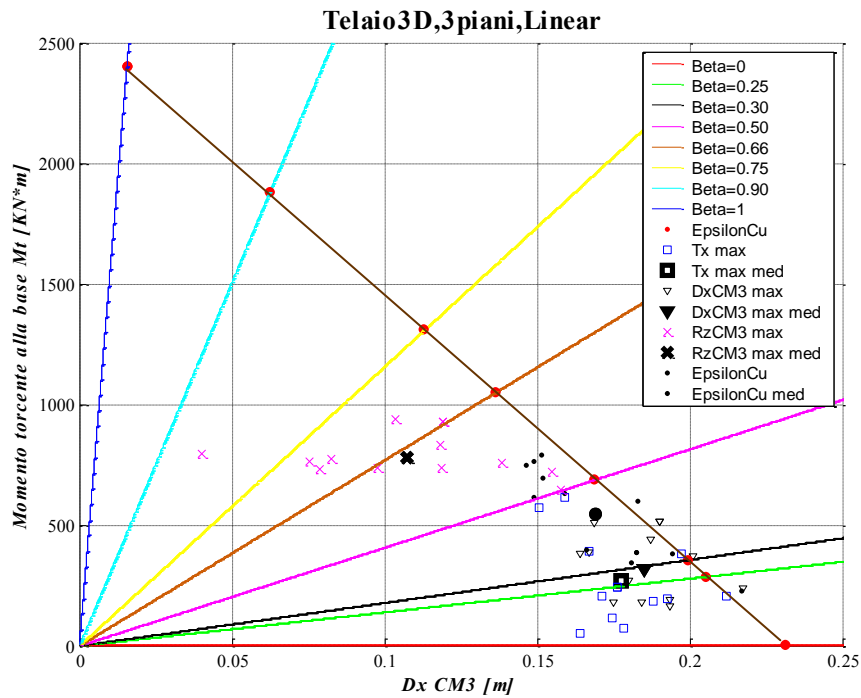


Figura 6.19 – Momento torcente alla base Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; i simboli riportano i risultati delle analisi IDA riferite a quello SF che porta per primo la struttura nelle condizioni di rottura, le analisi IDA non sono scalate.

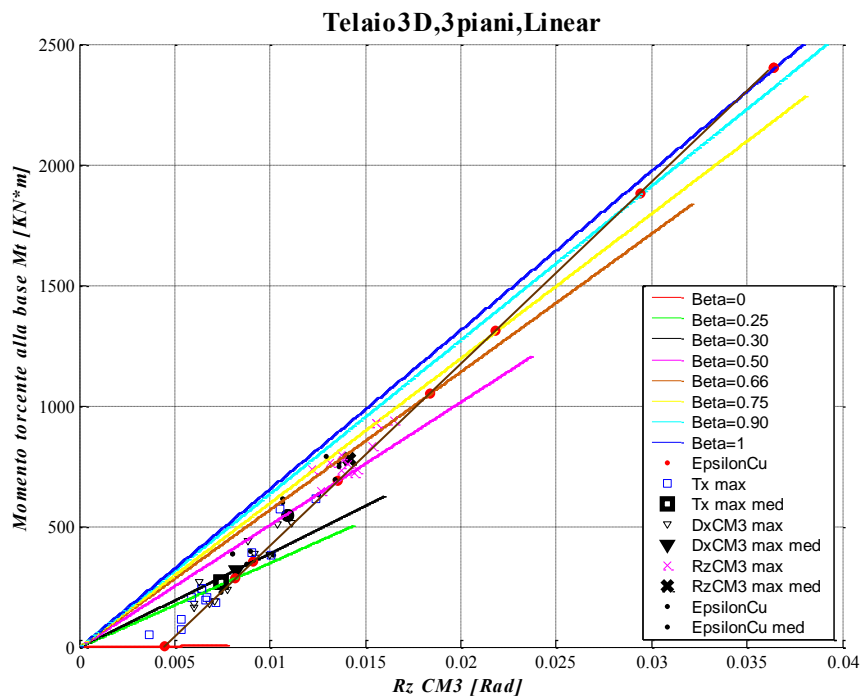


Figura 6.20 - Momento torcente alla base Vs Rotazione attorno a z del centro di massa del piano di sommità; i simboli riportano i risultati delle analisi IDA riferite a quello SF che porta per primo la struttura nelle condizioni di rottura, le analisi IDA non sono scalate.

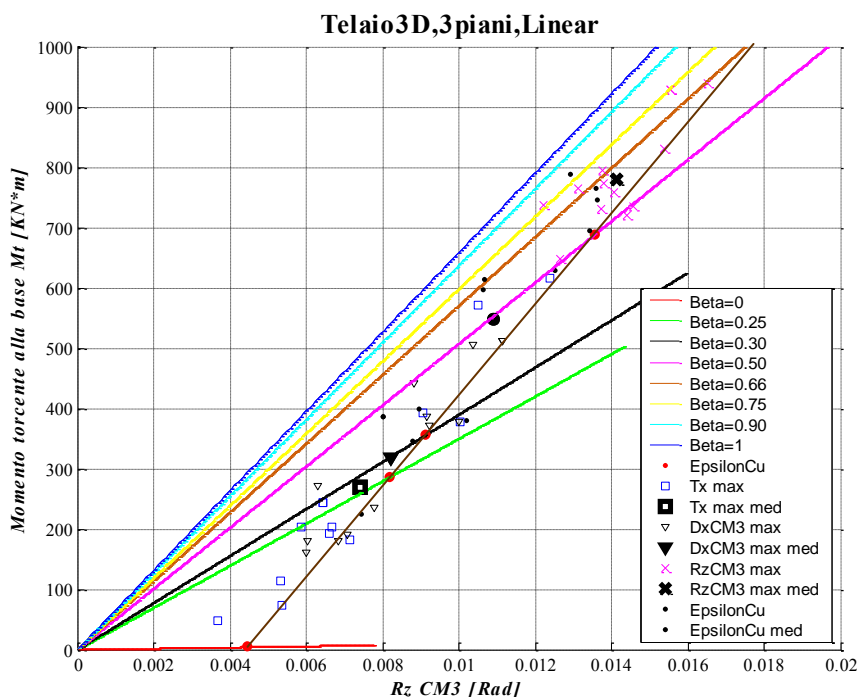


Figura 6.20 - Momento torcente alla base Vs Rotazione attorno a z del centro di massa del piano di sommità; i simboli riportano i risultati delle analisi IDA riferite a quello SF che porta per primo la struttura nelle condizioni di rottura, le analisi IDA non sono scalate.

Osservando le *Figura 6.17* - *Figura 6.20* si nota che i valori medi (simboli in grassetto) dei vari istanti caratteristici delle analisi dinamiche *IDA* non si trovano in prossimità della zona a rottura definita dalle analisi di *pushover* (linea che congiunge i pallini rossi), ciò è dovuto al fatto che il confronto non è omogeneo, ovvero a parità di deformazione raggiunta nelle fibre di c.l.s. confinato.

Solamente il pallino nero marcato (istante a rottura medio delle analisi dinamiche) si trova nella condizione di poter essere confrontato con le analisi di *pushover*, infatti un confronto fra la rottura media delle dinamiche (pallino nero) e le rotture delle analisi di *pushover* (pallini rossi) è omogeneo, cioè a parità di condizioni di deformazione.

Concentrando l'attenzione sui soli confronti omogenei possibili (confronto fra pallino nero marcato e pallini rossi marcati) si nota che i risultati ottenuti sono molto buoni: la rottura media prevista dalle analisi dinamiche (pallino nero marcato) è molto prossimo alla linea di rottura prevista dalle analisi di *pushover* (linea marrone).

Dalle curve di capacità riportate è possibile notare che gli istanti di rottura delle analisi dinamiche (puntini neri) sono quasi sempre contenuti all'interno dell'area spazzata dai due casi limite di *pushover* ($\beta = 0$ e $\beta = 1$) e molto prossimi alla linea di rottura delle analisi di *pushover* (linea marrone), questo indica che sarà sempre possibile trovare una particolare distribuzione di forze statiche di tipo β che approssimi abbastanza bene i parametri di risposta (Dx , Rz , Tx , Mt) ottenuti dall'analisi dinamica della struttura.

Inoltre si nota che la risposta torsionale media della struttura (croce nera in grassetto) può essere descritta da un'analisi di *pushover* con $\beta = 0.66$, infatti la curva arancio interseca quasi la croce nera in grassetto ($RzCM3 \max \text{ medio}$).

Per descrivere il comportamento traslazionale medio della struttura ($DxCM3 \max \text{ medio}$) è necessario adoperare una distribuzione di *pushover* con $\beta = 0.3$ (vedi *Figura 6.17 - Figura 6.20*).

Tramite lo stratagemma già descritto nel paragrafo precedente si vanno ora a scalare gli istanti caratteristici ($DxCM3 \max$, $RzCM3 \max$) delle analisi dinamiche *IDA* per ottenere, in tali istanti, una deformazione massima nelle fibre di c.l.s. confinato pari a quella ultima $\epsilon_{cu} = -0.0035$; così operando si possono operare dei confronti omogenei fra le analisi dinamiche e quelle statiche di *pushover*.

Per svolgere tale operazione di *scaling* si utilizzano i coefficienti definiti nelle relazioni (6.8) e (6.9), calcolati per ogni *input* accelerometrico.

Al riguardo dei valori medi assunti da tali coefficienti si veda la *Tabella 6.4*.

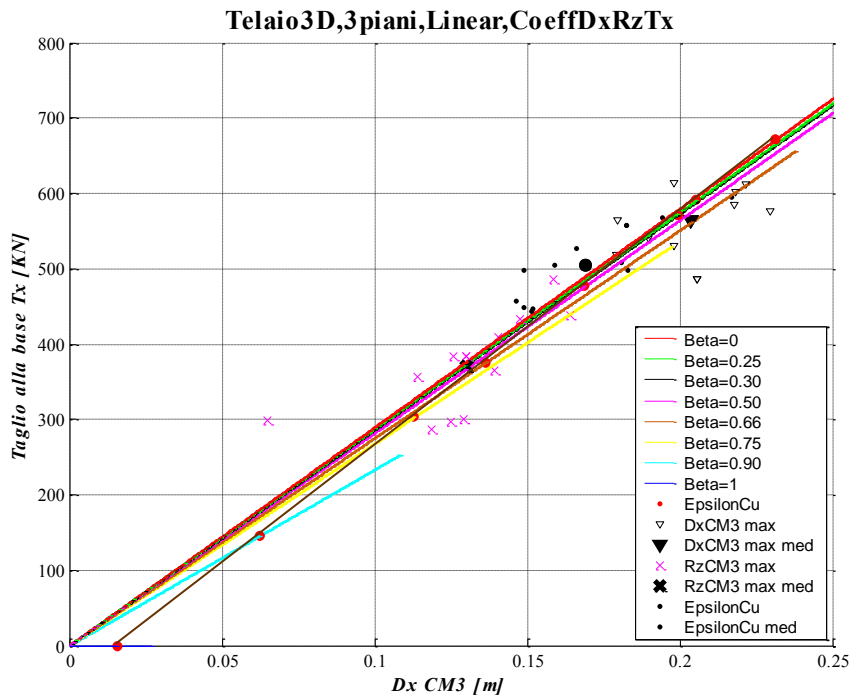


Figura 6.21 - Curve di capacità al variare del parametro β , sovrapposti gli istanti caratteristici delle IDA scalati allo stesso livello di deformazione a rottura delle analisi statiche, in tal modo si ottiene un confronto omogeneo fra dinamica e statica.

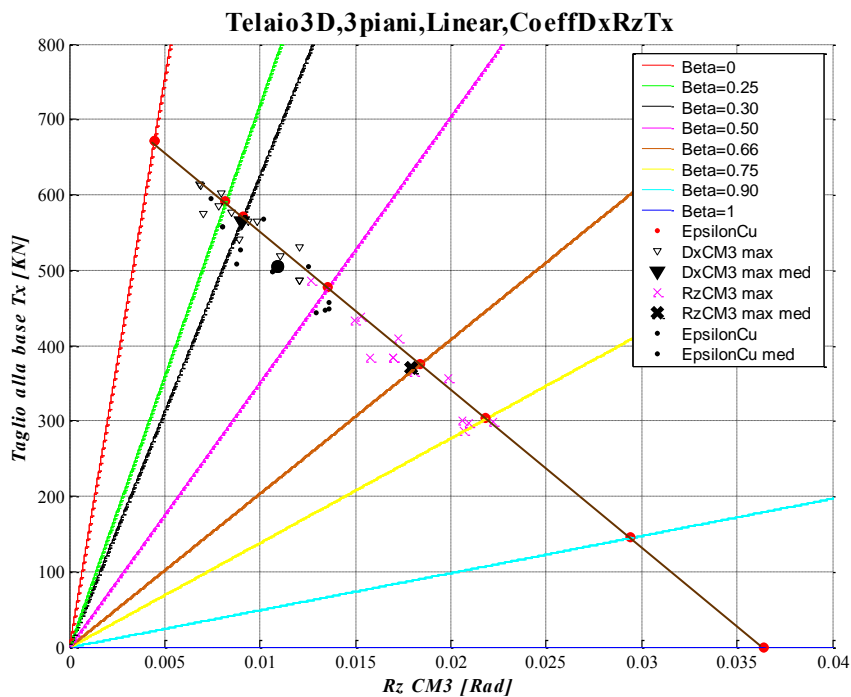


Figura 6.22 - Curve di capacità al variare del parametro β , sovrapposti gli istanti caratteristici delle IDA scalati allo stesso livello di deformazione a rottura delle analisi statiche, in tal modo si ottiene un confronto omogeneo fra dinamica e statica.

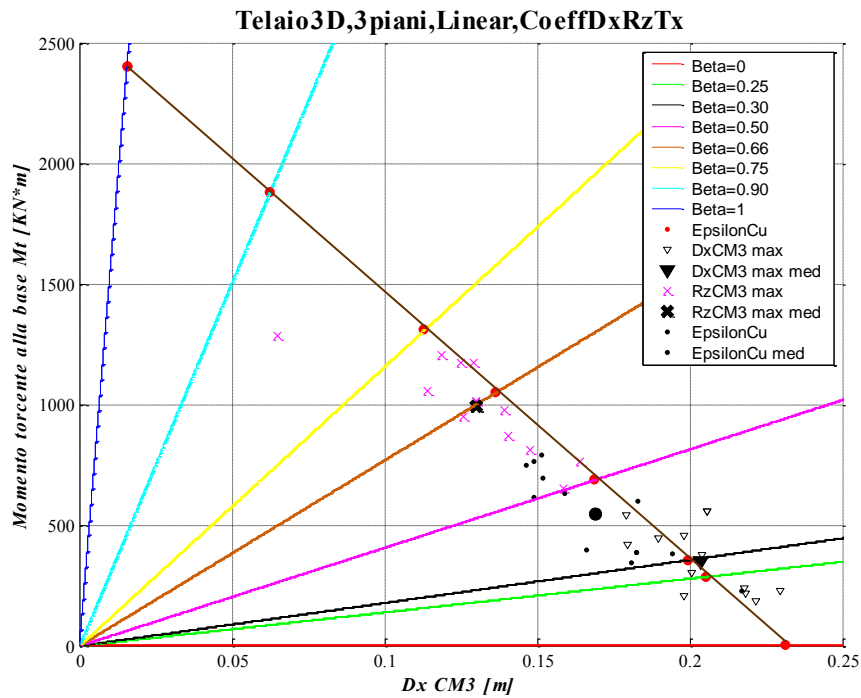


Figura 6.23 - Curve di capacità al variare del parametro β , sovrapposti gli istanti caratteristici delle IDA scalati allo stesso livello di deformazione a rottura delle analisi statiche, in tal modo si ottiene un confronto omogeneo fra dinamica e statica.

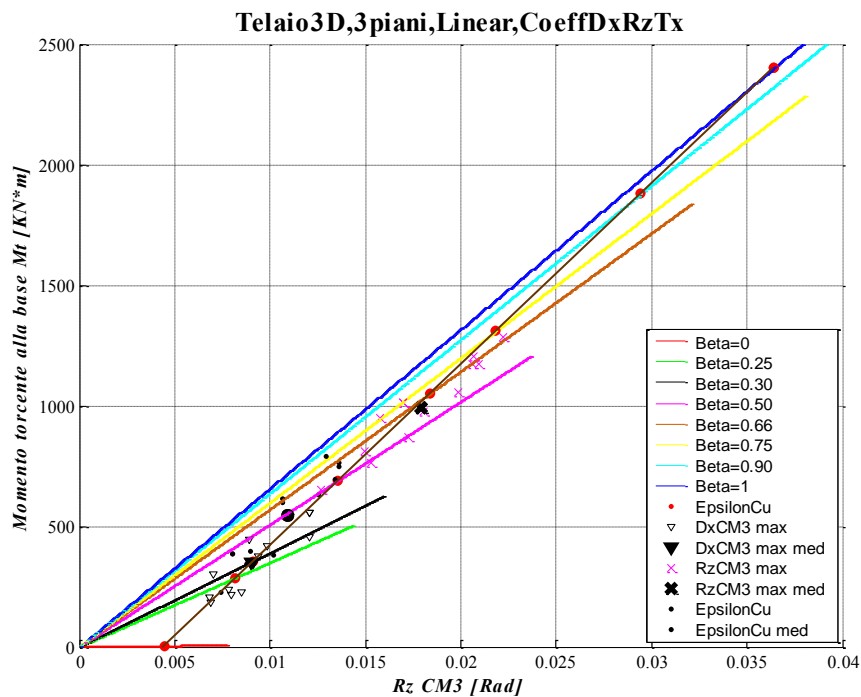


Figura 6.24 - Curve di capacità al variare del parametro β , sovrapposti gli istanti caratteristici delle IDA scalati allo stesso livello di deformazione a rottura delle analisi statiche, in tal modo si ottiene un confronto omogeneo fra dinamica e statica.

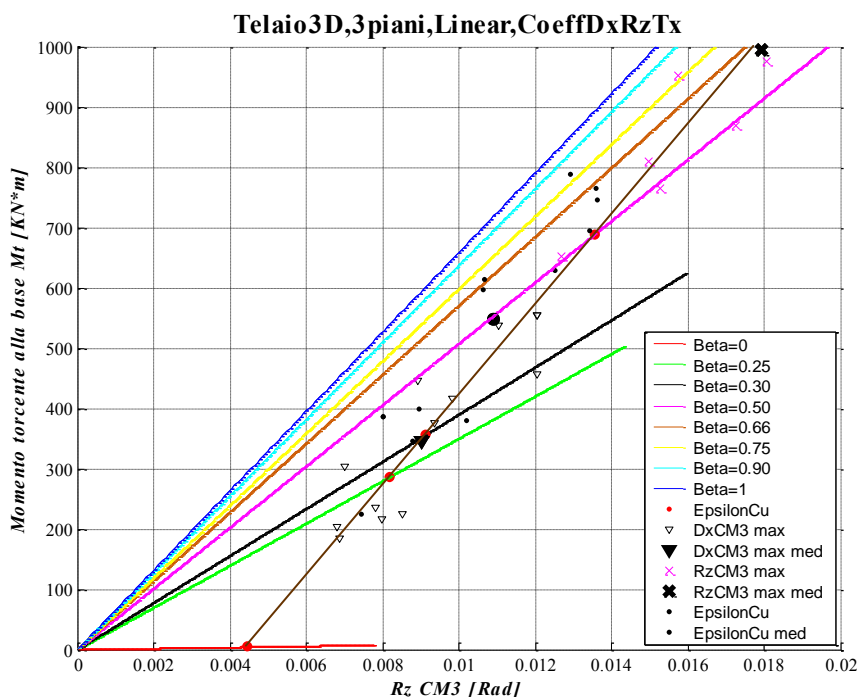


Figura 6.24 - Curve di capacità al variare del parametro β , sovrapposti gli istanti caratteristici delle IDA scalati allo stesso livello di deformazione a rottura delle analisi statiche, in tal modo si ottiene un confronto omogeneo fra dinamica e statica.

Osservando le figure “scalate” appena mostrate (vedi Figura 6.21 - Figura 6.24) si può notare come ora tutti i punti associati agli istanti caratteristici ($Dx_{CM3} \max$, $Rz_{CM3} \max$) delle analisi dinamiche siano più allineati, in particolare i valori medi di ogni categoria di istante caratteristico (simboli neri in grassetto) si trovano quasi allineati e prossimi alla linea di rottura definita dalle analisi di *pushover* (linea marrone). Ciò dimostra che le analisi di *pushover* riescono a prevedere, al variare di β , i diversi parametri di risposta globale della struttura nelle diverse condizioni di rottura descritte dalle analisi dinamiche.

Quanto appena detto si verifica anche per la struttura studiata nel capitolo precedente. Per tale struttura, descritta nel caso studio A, si è riscontrata l'impossibilità di prevedere, con un'analisi di *pushover* con distribuzione delle forze di tipo β , tutti i parametri di risposta (spostamenti e sollecitazioni) associati all'istante dell'analisi dinamica in cui si raggiunge il massimo taglio alla base.

In termini grafici significa che l'istante di tempo associato al raggiungimento del massimo taglio alla base previsto dall'analisi dinamica (quadrati blu nelle Figura

6.17 - Figura 6.20) “cadeva” al di fuori dell’area spazzata dalle curve di *pushover* al variare del parametro β .

Quanto appena detto non si verifica invece per la struttura indagata nel presente caso studio, con gli evidenti vantaggi che ne derivano.

Confrontando le curve di capacità ottenute per il presente caso studio con quelle riportate nel capitolo precedente (caso studio A) si nota un’importante differenza: i parametri di risposta della struttura associati ai diversi istanti caratteristici delle analisi dinamiche ($Dx_{CM3} \max$, $Rz_{CM3} \max$, rottura e $Tx \max$) sono maggiormente ravvicinati e raggruppati fra loro rispetto a quanto riscontrato nel precedente caso studio.

Ciò indica che al diminuire dell’irregolarità strutturale gli istanti di tempo (ed i relativi parametri di risposta associati) in cui si raggiunge il massimo di un parametro di risposta ($Dx_{CM3} \max$, $Rz_{CM3} \max$, $Tx \max$) tendono a raggrupparsi ed avvicinarsi fra loro; viceversa se l’eccentricità fra C_R e C_M tende ad essere elevata.

Osservando la Figura 6.21 si nota un’altra caratteristica peculiare del presente caso studio, che non trova analogia nel precedente: le curve di *pushover* Taglio alla Base Vs Spostamento del centro di massa di sommità, associate ai diversi valori di β , tendono ad essere molto simili fra loro. L’unica eccezione si ha per grandi valori del parametro β , dove si nota una evidente divergenza.

Tale comportamento è imposto dalla lieve eccentricità della struttura, in particolare dal fatto che il modo di vibrare fondamentale per tali strutture poco eccentriche sia di tipo roto-traslazionale con un forte peso del modo traslazionale su quello torsionale.

6.3.5 Confronti in termini locali: spostamenti e sollecitazioni di piano

Svolto un confronto in termini globali, fra i risultati dell’analisi dinamica IDA e l’analisi di *pushover*, si vedono ora dei confronti in termini locali.

Preso un istante caratteristico delle analisi dinamiche ($Dx_{CM3} \max \text{ medio}$, $Rz_{CM3} \max \text{ medio}$) lo si confronta con l’istante a rottura di un’analisi di *pushover* adatta a cogliere un certo tipo di comportamento.

Le analisi di *pushover* selezionate sono: $\beta = 0.3$, per cogliere il comportamento traslazionale ($Dx_{CM3} \max \text{ medio}$) $\beta = 0.66$, per cogliere il comportamento torsionale ($Rz_{CM3} \max \text{ medio}$).

Il confronto di tipo locale si basa sui parametri di risposta (spostamenti e sollecitazioni) a livello di piano, come di consueto il confronto deve essere omogeneo, cioè a parità di condizioni.

Tutti i confronti locali riportati nel seguito del presente paragrafo sono basati su parametri di risposta (spostamenti e sollecitazioni) riferiti al centro di massa del piano considerato.

Nel seguito del paragrafo vengono riportati dei confronti locali omogenei, cioè a parità di condizioni limite, in particolare a parità di deformazione ultima raggiunta nel c.l.s. confinato ($\varepsilon_{cu} = - 0.0035$).

Nel titolo di ogni grafico si riporta un *tag* identificativo: la presenza della dicitura *CoeffDx* (o *CoeffRz*) indica un confronto omogeneo, a parità di deformazione ultima nel c.l.s. confinato. Tali *CoeffDx* o *CoeffRz* sono quelle quantità definite dalle relazioni (6.8) e (6.9) che permettono di scalare la risposta dinamica in modo da ottenere un confronto omogeneo per gli istanti in cui si verificano il massimo spostamento (o rotazione) del centro di massa dell'ultimo piano.

Alcuni dei grafici riportati di seguito non appartengono a quelli ordinariamente utilizzati nelle analisi di *pushover* 2D, tali grafici innovativi sono stati proposti nell'ambito delle presente tesi per descrivere al meglio alcuni aspetti legati alla risposta torsionale delle strutture spaziali irregolari.

Per ogni caso di confronto in termini locali, fra i risultati dell'analisi dinamica *IDA* e l'analisi di *pushover*, sono riportati sette grafici: i primi tre sono considerati "ordinari", e vengono ampiamente utilizzati nella letteratura internazionale per descrivere le risposte delle strutture piane, mentre gli ultimi quattro sono stati proposti nell'ambito della presente tesi per indagare le risposte torsionali delle strutture spaziali irregolari.

Concluse le dovute premesse si riportano i suddetti grafici significativi della risposta a livello locale dei singoli piani, i parametri di risposta si riferiscono sempre a C_M .

6.3.5.1 Pushover $\beta = 0.3$ e IDA nell'istante $DxCM3 \max$ (confronto omogeneo)

Osservando il coefficiente $CoeffDx = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{c, \max}(t_{DxCM3 \max})}$, riportato in *Tabella 6.4*,

si nota che il valore medio di tale coefficiente, per il *set* di accelerogrammi utilizzato nelle analisi, si assesta intorno 1.10 circa. Ciò significa che nell'istante in cui si raggiunge il massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità ($DxCM3 \max$) la deformazione massima nelle fibre di c.l.s. è mediamente circa il 91% di quella ultima ($\varepsilon_{cu} = -0.0035$). La situazione appena

descritta risulta invece diversa per il $CoeffRz = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{c, \max}(t_{RzCM3 \max})}$, in questo caso il

valore medio del coefficiente è di 1.27 circa. In altre parole nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($RzCM3 \max$) la deformazione massima nelle fibre di c.l.s. è mediamente circa il 79% di quella ultima ($\varepsilon_{cu} = -0.0035$).

Da quanto appena detto si comprende che, per una struttura spaziale con piccola eccentricità fra C_R e C_M in una sola direzione, negli istanti in cui si raggiunge il massimo spostamento di piano la deformazione massima nelle fibre di c.l.s. è molto prossima a quella ultima. Ciò porta a pensare che (mediamente) l'istante di rottura della struttura avvenga in una situazione deformata prossima a quella di massimo spostamento di piano, ovvero con rilevanti spostamenti di piano. A dimostrazione di quanto detto si può osservare la *Figura 6.16*: l'istante di rottura medio delle analisi dinamiche (pallino nero marcato) è più prossimo alla condizione di massimo spostamento (triangolino nero marcato) piuttosto che alla situazione di massima rotazione di piano (croce nera marcata).

Più volte è stato detto che nelle strutture spaziali irregolari sono necessarie almeno due distribuzioni di forze statiche laterali, differenti fra loro, per cogliere i due diversi aspetti comportamentali della struttura.

Una distribuzione di forze di *pushover* deve essere adatta per cogliere la risposta traslazionale della struttura, mentre l'altra distribuzione di forze deve riuscire a descrivere il comportamento torsionale della medesima struttura.

Per trovare le suddette due distribuzioni di forze, nell'ambito della presente tesi, si è sperimentato l'utilizzo di un metodo di *pushover* con una distribuzione delle

forze laterali di tipo β (vedi secondo capitolo). Al cambiare del parametro β la distribuzione di forze varia entro due casi limite ($\beta = 0$, forze puramente traslazionali e $\beta = 1$, forze puramente rotazionali). Tramite tale approccio si è cercato di trovare le due distribuzioni di forze necessarie per prevedere sia gli aspetti traslazionali che quelli torsionali della struttura.

Osservando le *Figura 6.21 - Figura 6.24* e *Figura 6.16* si nota che la migliore distribuzione di forze di *pushover*, adatta a cogliere il comportamento traslazionale della struttura, risulta quella definita da $\beta = 0.3$. L'istante a rottura, definito dall'analisi di *pushover* con $\beta = 0.3$ (pallino rosso nelle figure), riesce a rappresentare molto bene quasi tutti i parametri di risposta medi (a rottura) della struttura ricavati dalle analisi dinamiche *IDA* nell'istante di massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità ($Dx_{CM3\ max}$, triangolino nero marcato nelle figure).

Il confronto fra i risultati dell'analisi dinamica *IDA* e quelli dell'analisi di *pushover* è sempre considerato a parità di condizioni ultime di deformazione del c.l.s. confinato, quindi ne risulta un confronto omogeneo.

Quanto appena detto si riferisce ad un confronto in termini globali, il quale porta a dei buoni risultati. Risulta ora da comprendere se lo stesso si può dire a livello locale. Per esprimere un giudizio sulla bontà, a livello locale, della distribuzione di forze di *pushover* con $\beta = 0.3$ si fa riferimento alle *Figura 6.25 - Figura 6.31* riportate in seguito.

Osservando i diversi grafici riportati in tali figure si ritorna alle medesime conclusioni precedentemente descritte: l'analisi di *pushover* con $\beta = 0.3$ riesce a cogliere tutti i parametri di risposta medi della struttura nell'istante in cui si verifica il massimo spostamento del centro di massa di sommità ($Dx_{CM3\ max}$).

Concluse le dovute premesse vengono ora riportati dei grafici di confronto in termini locali fra i risultati dell'analisi dinamica *IDA* nell'istante di tempo in cui si raggiunge il massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità ($Dx_{CM3\ max}$) e l'analisi di *pushover* con $\beta = 0.3$.

Le figure riportate di seguito rappresentano un confronto omogeneo fra i risultati dell'analisi dinamica e quelli della statica, difatti i risultati dell'analisi dinamica sono stati scalati con il coefficiente definito dalla relazione (6.8).

Telaio3D,3 piani,Linear,PO beta=0.30,Drift DxCM,IDA DxCM3 max,CoeffDx

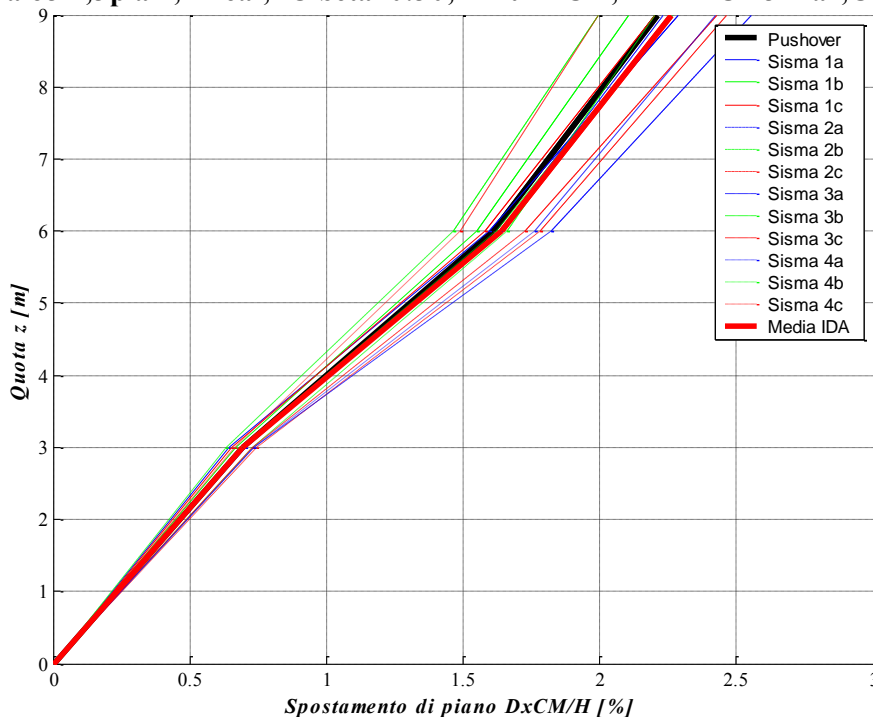


Figura 6.25 - Drift lungo x dei centri di massa, confronto fra pushover (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $DxCM3$ max, le analisi IDA sono scalate con il $CoeffDx$, quindi il confronto è omogeneo.

In *Figura 6.25* si riporta il profilo sull'altezza degli spostamenti lungo x dei centri di massa di ogni piano.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.3$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge il massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità ($DxCM3$ max).

Le analisi dinamiche *IDA* sono state scalate con il $CoeffDx$ definito dalla relazione (6.8), quindi il confronto fra i risultati dell'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* è a parità di condizioni limite di deformazione del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$), quindi omogeneo.

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) stima abbastanza bene i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata).

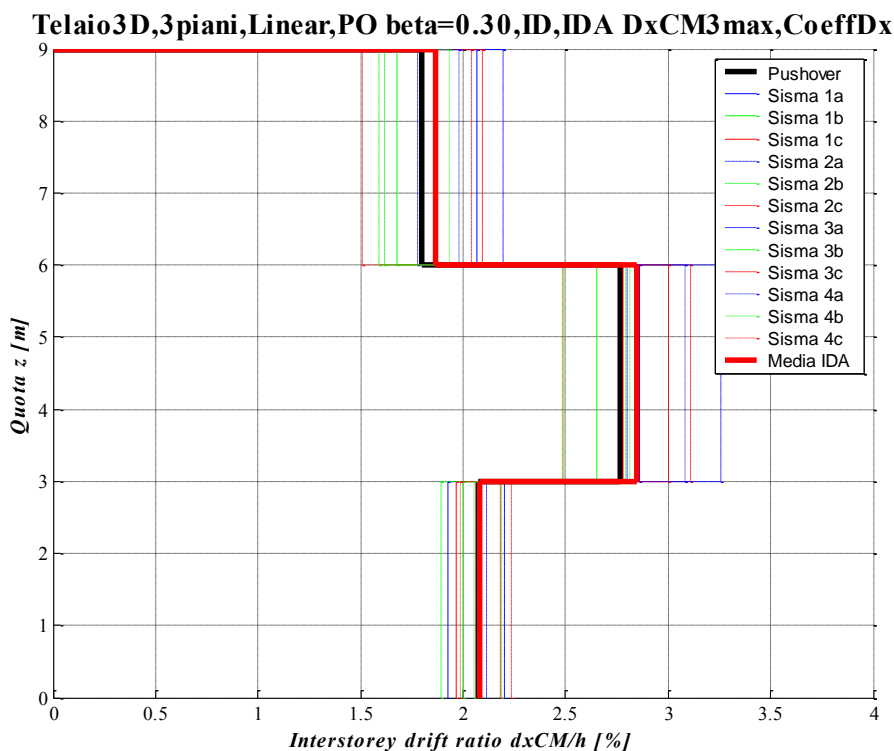


Figura 6.26 - Interstorey Drift lungo x dei centri di massa, confronto fra pushover (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $DxCM3$ max, le analisi IDA sono scalate con il $CoeffDx$, quindi il confronto è omogeneo.

In *Figura 6.26* si riporta il profilo sull'altezza degli spostamenti di interpiano lungo x dei centri di massa di ogni piano.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.3$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge il massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità ($DxCM3$ max).

Le analisi dinamiche IDA sono state scalate con il $CoeffDx$ definito dalla relazione (6.8), quindi il confronto fra i risultati dell'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* è a parità di condizioni limite di deformazione del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$), quindi omogeneo.

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) stima molto bene i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata).

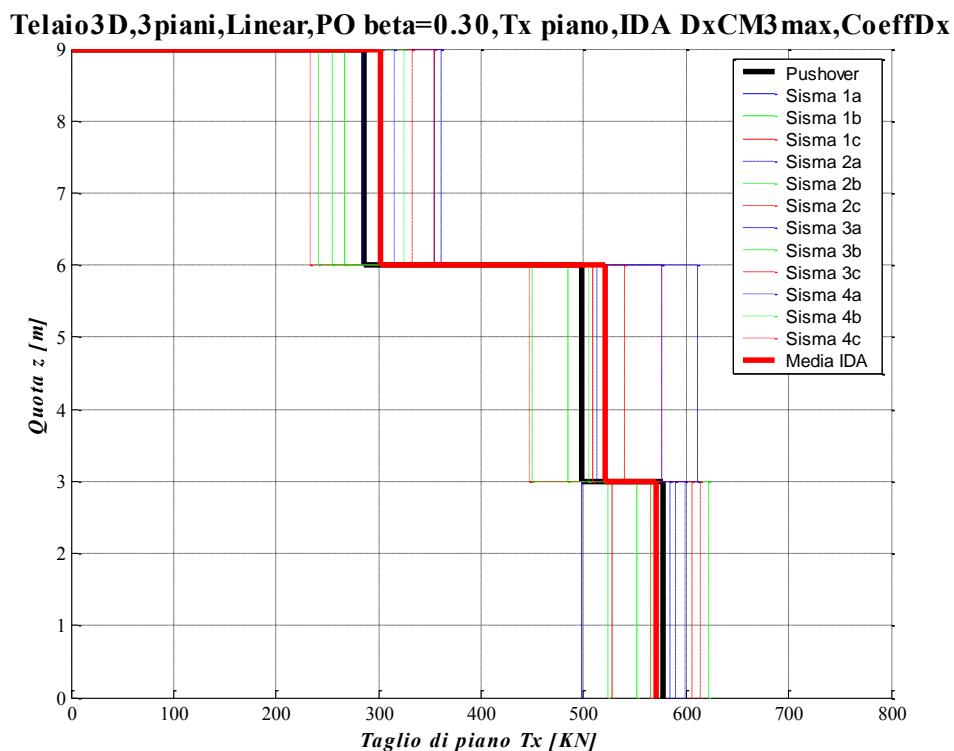


Figura 6.27 - Tagli di piano lungo x , confronto fra pushover (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $Dx_{CM3 max}$, le analisi IDA sono scalate con il $CoeffDx$, quindi il confronto è omogeneo.

In *Figura 6.27* si riporta il profilo sull'altezza dei tagli di piano lungo x .

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.3$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge il massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità ($Dx_{CM3 max}$).

Le analisi dinamiche *IDA* sono state scalate con il $CoeffDx$ definito dalla relazione (6.8), quindi il confronto fra i risultati dell'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* è a parità di condizioni limite di deformazione del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$), quindi omogeneo.

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) stima abbastanza bene i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata).

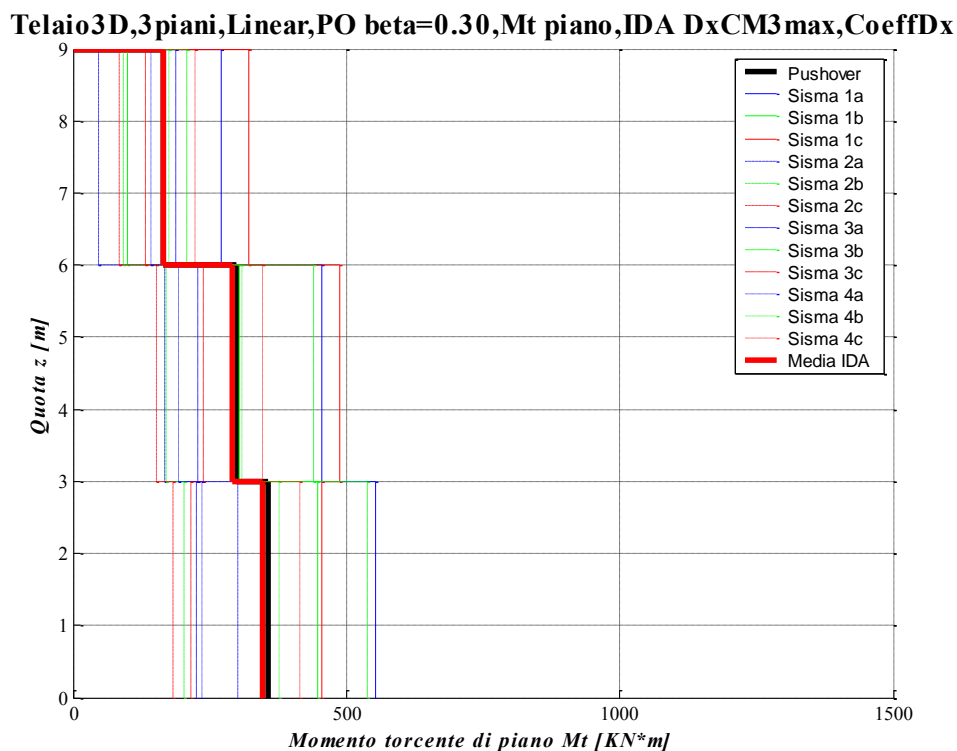


Figura 6.28 - Momenti torcenti di piano rispetto al centro di massa, confronto fra pushover (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $Dx_{CM3 max}$, le analisi IDA sono scalate con il $CoeffDx$, quindi il confronto è omogeneo.

In *Figura 6.28* si riporta il profilo sull'altezza del momento torcente di piano calcolato rispetto al centro di massa di ogni piano, tale grafico risulta una novità introdotta nella presente tesi per descrivere le sollecitazioni associate al comportamento torsionale della struttura.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.3$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge il massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità ($Dx_{CM3 max}$).

Le analisi dinamiche *IDA* sono state scalate con il $CoeffDx$ definito dalla relazione (6.8), quindi il confronto fra i risultati dell'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* è a parità di condizioni limite di deformazione del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$), quindi omogeneo.

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) stima molto bene i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata).

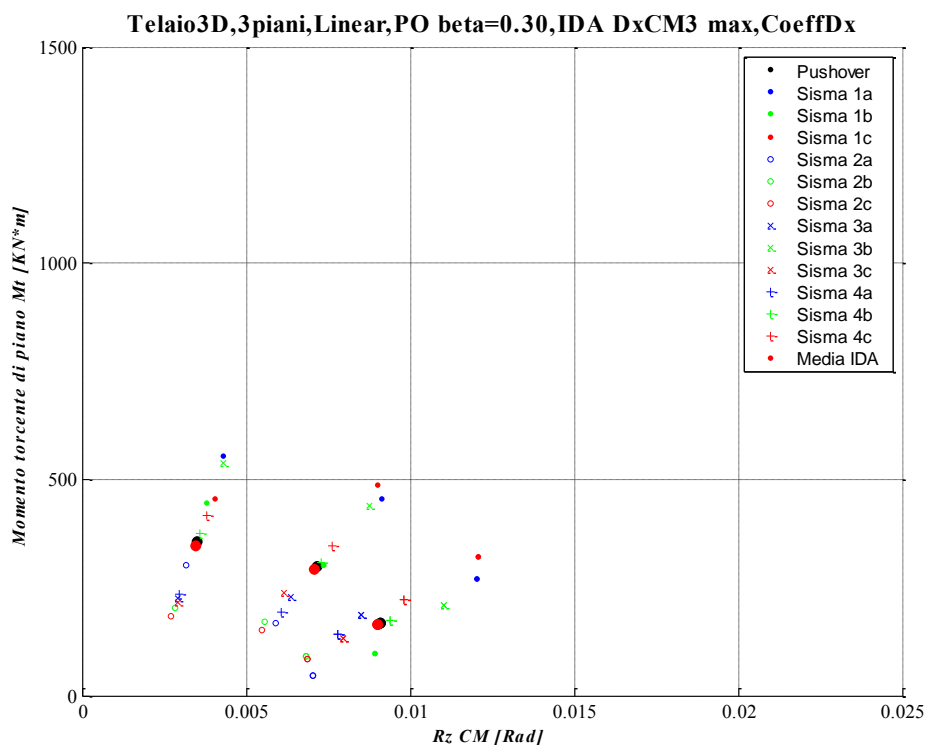


Figura 6.29 - Momento torcente di piano rispetto al centro di massa Vs Rotazione dei centri di massa dei vari piani, confronto fra pushover (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $DxCM3$ max, le analisi IDA sono scalate con il $CoeffDx$, quindi il confronto è omogeneo.

In *Figura 6.29* si riporta una coppia di parametri di risposta per il centro di massa di ogni piano: momento torcente di piano e relativa rotazione. Tale rappresentazione conduce al disegno di un punto sul grafico suddetto per ogni piano della struttura.

Per distinguere i vari piani si considera che salendo per essi la rotazione associata aumenta, mentre il momento torcente diminuisce.

Il grafico riportato risulta una novità introdotta nella presente tesi per descrivere le sollecitazioni e rotazioni associate al comportamento torsionale della struttura.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.3$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge il massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità ($DxCM3$ max).

Le analisi dinamiche *IDA* sono state scalate con il $CoeffDx$ definito dalla relazione (6.8), quindi il confronto fra i risultati dell'analisi dinamica con quelli dell'analisi

di *pushover* è a parità di condizioni limite di deformazione del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$), quindi omogeneo.

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (punti neri marcati) stima molto bene i risultati previsti dall'analisi dinamica (punti rossi marcati).

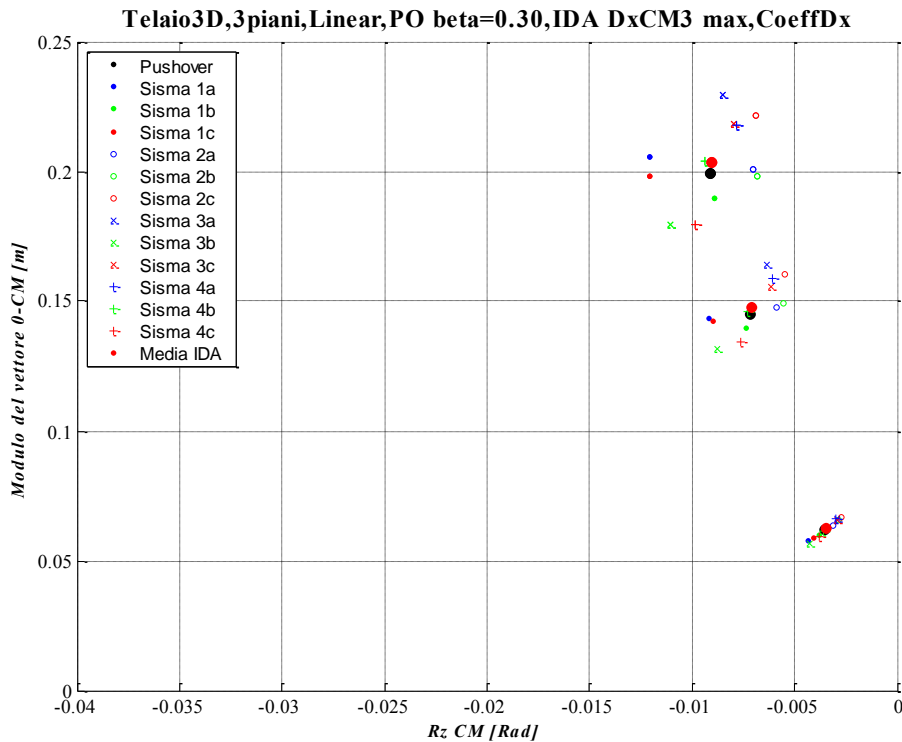


Figura 6.30 - Modulo dello spostamento dei centri di massa Vs Rotazione dei centri di massa dei vari piani, confronto fra *pushover* (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge Dx_{CM3} max, le analisi IDA sono scalate con il $CoeffDx$, quindi il confronto è omogeneo.

In *Figura 6.30* si riporta la seguente coppia di parametri di risposta per il centro di massa di ogni piano: modulo dello spostamento orizzontale e relativa rotazione.

Tale rappresentazione conduce al disegno di un punto sul grafico suddetto per ogni piano della struttura.

Per distinguere i vari piani si considera che salendo per essi spostamento e rotazione aumentano.

Il grafico riportato risulta una novità introdotta nella presente tesi per cogliere la configurazione deformata della struttura, la quale è utile per descrivere il comportamento roto-traslazionale della struttura.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.3$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge il massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità ($Dx_{CM3\ max}$).

Le analisi dinamiche *IDA* sono state scalate con il $CoeffDx$ definito dalla relazione (6.8), quindi il confronto fra i risultati dell'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* è a parità di condizioni limite di deformazione del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$), quindi omogeneo.

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (punti neri marcati) stima abbastanza bene i risultati previsti dall'analisi dinamica (punti rossi marcati).

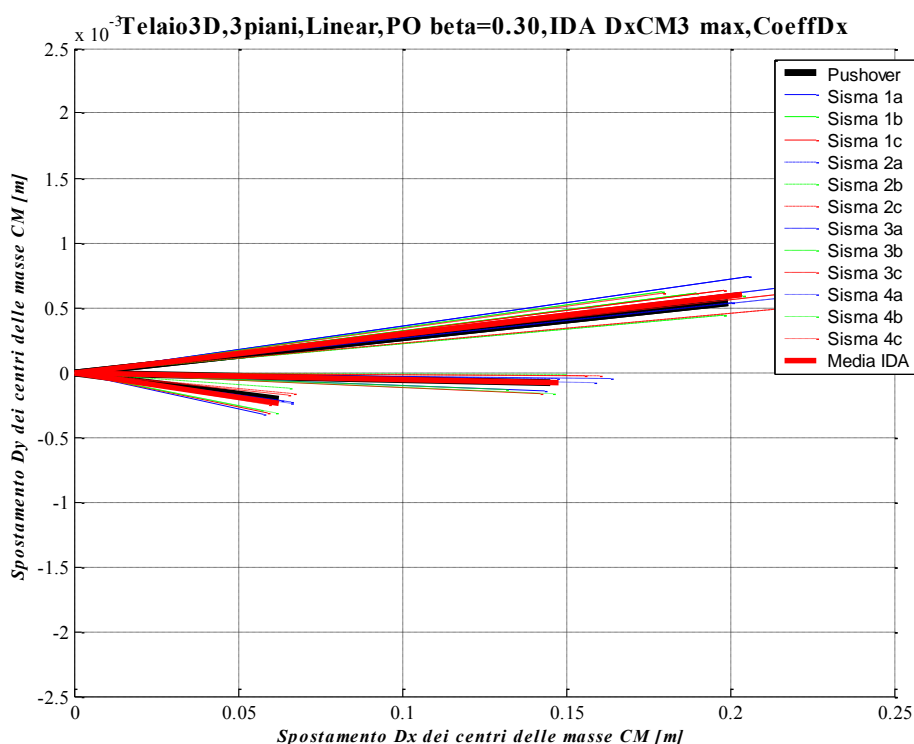


Figura 6.31 - Vettori spostamento dei centri di massa dei vari piani, confronto fra *pushover* (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $Dx_{CM3\ max}$, le analisi IDA sono scalate con il $CoeffDx$, quindi il confronto è omogeneo.

In *Figura 6.31* si riportano i vettori spostamento del centro di massa di ogni piano. Per distinguere i vari piani si considera che quelli superiori posseggono un modulo dello spostamento maggiore rispetto a quelli inferiori. Tale

rappresentazione grafica permette di comprendere in quale direzione, e con quale entità, si spostano i centri di massa di ogni piano.

Notare che la scala di rappresentazione nelle due direzioni non è uguale: la scala lungo y è amplificata di 40 volte rispetto a quella lungo x .

Tale approccio è stato imposto per questioni di rappresentazione grafica: lo spostamento lungo y non era visibile senza il suddetto ingrandimento.

Il grafico riportato risulta una novità introdotta nella presente tesi per cogliere lo spostamento dei piani in entrambe le direzioni principali.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.3$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge il massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità ($Dx_{CM3\ max}$).

Le analisi dinamiche *IDA* sono state scalate con il *Coeff* Dx definito dalla relazione (6.8), quindi il confronto fra i risultati dell'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* è a parità di condizioni limite di deformazione del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$), quindi omogeneo.

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) stima quasi esattamente gli spostamenti lungo x ed y previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata).

Istante caratteristico		Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [KN]	Ty [KN]	Mt [Kn*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [KN]	Mt base [KN*m]	Scaling Factor	
Media I.D.A. (Coeff)	ϵ_{cu}	CM3	0.1721	0.0006	0.01109	230.08	1.14	220.90	1	513.25	555.96	1.661667
		CM2	0.1279	0.0001	0.00879	429.68	1.33	437.71				
		CM1	0.0563	0.0003	0.00436	524.03	3.88	555.96				
	Max Dx_{CM3}	CM3	0.2036	0.0006	0.00903	302.03	0.94	165.20	1	563.80	345.96	
		CM2	0.1477	0.0001	0.00706	520.92	1.51	290.79				
		CM1	0.0624	0.0002	0.00345	570.44	3.36	345.96				
	Max Rz_{CM3}	CM3	0.1298	0.0007	0.01794	168.18	1.34	510.36	1	369.63	993.91	
		CM2	0.0973	0.0001	0.01365	313.79	1.88	876.59				
		CM1	0.0433	0.0003	0.00637	389.34	4.27	993.91				
	Max Base Shear X	CM3	0.1938	0.0005	0.00796	258.93	0.74	138.68	1	597.13	282.22	
		CM2	0.1441	0.0001	0.00633	489.04	1.59	236.83				
		CM1	0.0633	0.0002	0.00320	600.89	3.07	282.22				

Tabella 6.5 - Parametri di risposta medi (in valore assoluto) delle analisi dinamiche *IDA*, scalati in modo da raggiungere lo stesso livello di deformazione limite del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$) per ogni istante caratteristico ($Dx_{CM3\ max}$, $Rz_{CM3\ max}$, $Tx\ max$) delle analisi dinamiche.

$\beta = 0.30$	ϵ_{cu}	Load Factor	ϵ_e	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [kN]	Ty [kN]	Mt [kN*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_e	Base Shear X [kN]	Mt base [kN*m]
				CM3	CM2	CM1						
				0.1992	0.0005	-0.00911	-285.33	-0.24	166.27			
		407.99	-0.0035	0.1451	-0.0001	-0.00714	-498.38	1.44	298.99	1.00	-571.18	355.62
				0.0622	-0.0002	-0.00352	-576.83	2.58	355.62			

Tabella 6.6 - Parametri di risposta dell'analisi di pushover in esame.

Per la descrizione del contenuto delle *Tabella 6.5* e *Tabella 6.6* si faccia riferimento alla *Tabella 6.3*.

6.3.5.2 Pushover $\beta = 0.66$ e IDA nell'istante Rz_{CM3} max (confronto omogeneo)

Esaminato il comportamento traslazionale della struttura, ben descritto dal *pushover* con $\beta = 0.3$, rimane da trovare una distribuzione di forze laterali che descriva al meglio il comportamento torsionale; ovvero che preveda tutti i parametri di risposta medi previsti dalle analisi dinamiche *IDA* nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità (Rz_{CM3} max).

Osservando le *Figura 6.21 - Figura 6.24* e *Figura 6.16* si nota che la migliore distribuzione di forze di *pushover*, adatta a cogliere il comportamento torsionale della struttura, risulta quella definita da $\beta = 0.66$.

Quanto appena detto si riferisce ad un confronto in termini globali, il quale porta a dei buoni risultati. Risulta ora da comprendere se lo stesso si può dire a livello locale. Per esprimere un giudizio sulla bontà, a livello locale, della distribuzione di forze di *pushover* con $\beta = 0.66$ si fa riferimento alle *Figura 6.32 - Figura 6.38* riportate in seguito.

Osservando i diversi grafici riportati in tali figure si ritorna alle medesime conclusioni precedentemente descritte: l'analisi di *pushover* con $\beta = 0.66$ riesce a cogliere molto bene tutti i parametri di risposta medi della struttura nell'istante in cui si verifica la massima rotazione del centro di massa di sommità (Rz_{CM3} max).

Concluse le dovute premesse vengono ora riportati dei grafici di confronto in termini locali fra i risultati dell'analisi dinamica *IDA* nell'istante di tempo in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità (Rz_{CM3} max) e l'analisi di *pushover* con $\beta = 0.66$.

Le figure riportate di seguito rappresentano un confronto omogeneo fra i risultati dell'analisi dinamica e quelli della statica, difatti i risultati dell'analisi dinamica sono stati scalati con il coefficiente definito dalla relazione (6.8).

Telaio3D,3piani,Linear,PO beta=0.66,Drift DxCM,IDA RzCM3 max,CoeffRz

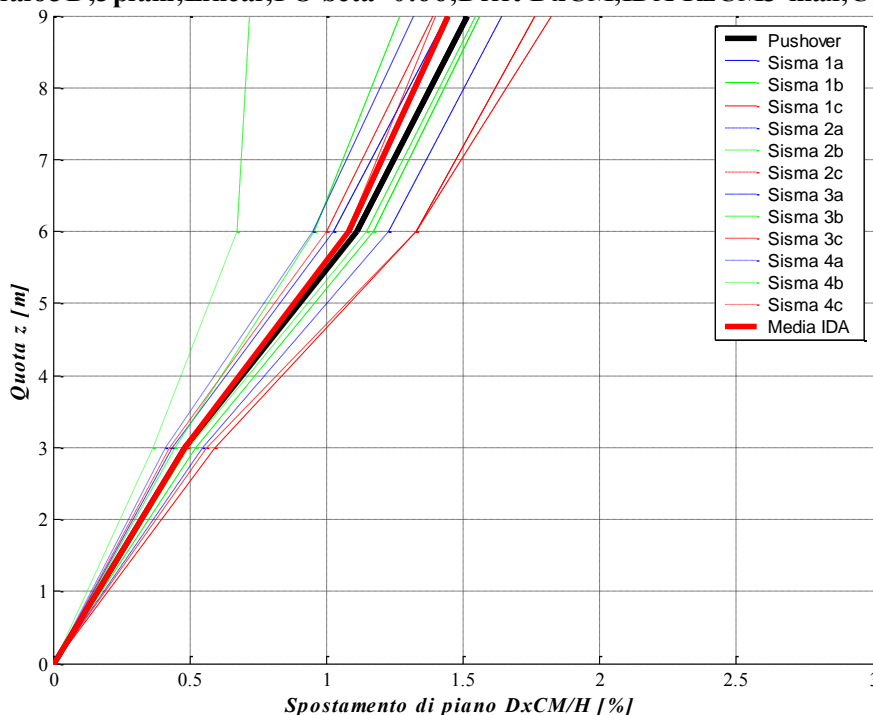


Figura 6.32 - Drift lungo x dei centri di massa, confronto fra pushover (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $RzCM3 max$, le analisi IDA sono scalate con il $CoeffRz$, quindi il confronto è omogeneo.

In *Figura 6.32* si riporta il profilo sull'altezza degli spostamenti lungo x dei centri di massa di ogni piano.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.66$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($RzCM3 max$).

Le analisi dinamiche *IDA* sono state scalate con il $CoeffRz$ definito dalla relazione (6.9), quindi il confronto fra i risultati dell'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* è a parità di condizioni limite di deformazione del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$), quindi omogeneo.

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) stima abbastanza bene i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata).

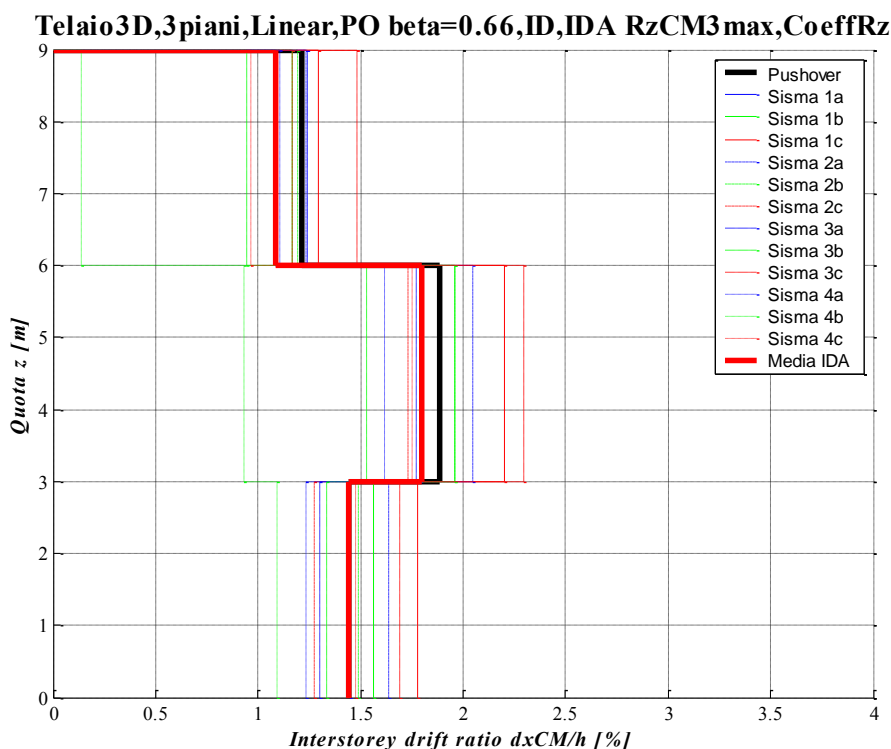


Figura 6.33 - Interstorey Drift lungo x dei centri di massa, confronto fra *pushover* (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $RzCM3 \max$, le analisi IDA sono scalate con il $CoeffRz$, quindi il confronto è omogeneo.

In *Figura 6.33* si riporta il profilo sull'altezza degli spostamenti di interpiano lungo x dei centri di massa di ogni piano.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.66$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($RzCM3 \max$).

Le analisi dinamiche IDA sono state scalate con il $CoeffRz$ definito dalla relazione (6.9), quindi il confronto fra i risultati dell'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* è a parità di condizioni limite di deformazione del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$), quindi omogeneo.

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) stima molto bene i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata) solamente alla base della struttura, per i piani in sommità l'analisi di *pushover* porta ad una sovrastima dell'*interstorey drift*.

Telaio3D,3piani,Linear,PO beta=0.66,Tx piano,IDA RzCM3max,CoeffRz

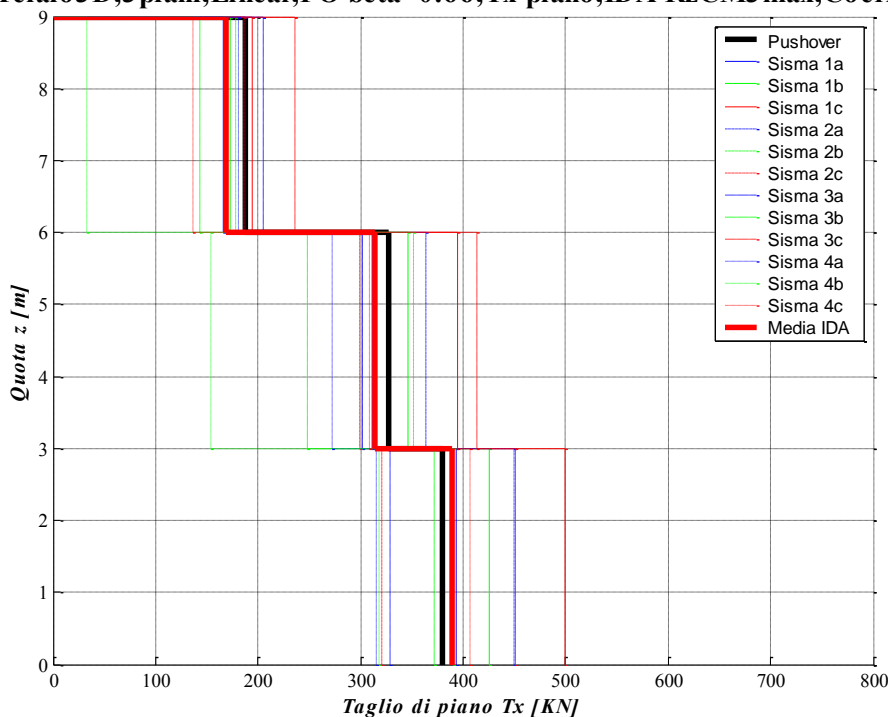


Figura 6.34 - Tagli di piano lungo x , confronto fra *pushover* (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $RzCM3\ max$, le analisi IDA sono scalate con il $CoeffRz$, quindi il confronto è omogeneo.

In *Figura 6.34* si riporta il profilo sull'altezza dei tagli di piano lungo x .

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.66$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($RzCM3\ max$).

Le analisi dinamiche IDA sono state scalate con il $CoeffRz$ definito dalla relazione (6.9), quindi il confronto fra i risultati dell'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* è a parità di condizioni limite di deformazione del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$), quindi omogeneo.

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) sottostima alla base, e sovrastima sui piani superiori i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata).

Tuttavia tale errore commesso dall'analisi di *pushover* non è rilevante: tramite l'analisi di *pushover* con $\beta = 0.66$ si cerca di cogliere il comportamento torsionale della struttura, quindi una stima non corretta dei parametri di risposta associati al comportamento traslazionale della struttura (tipo tagli di piano) non è di fondamentale importanza.

Telaio3D,3piani,Linear,PO beta=0.66,Mt piano,IDA RzCM3max,CoeffRz

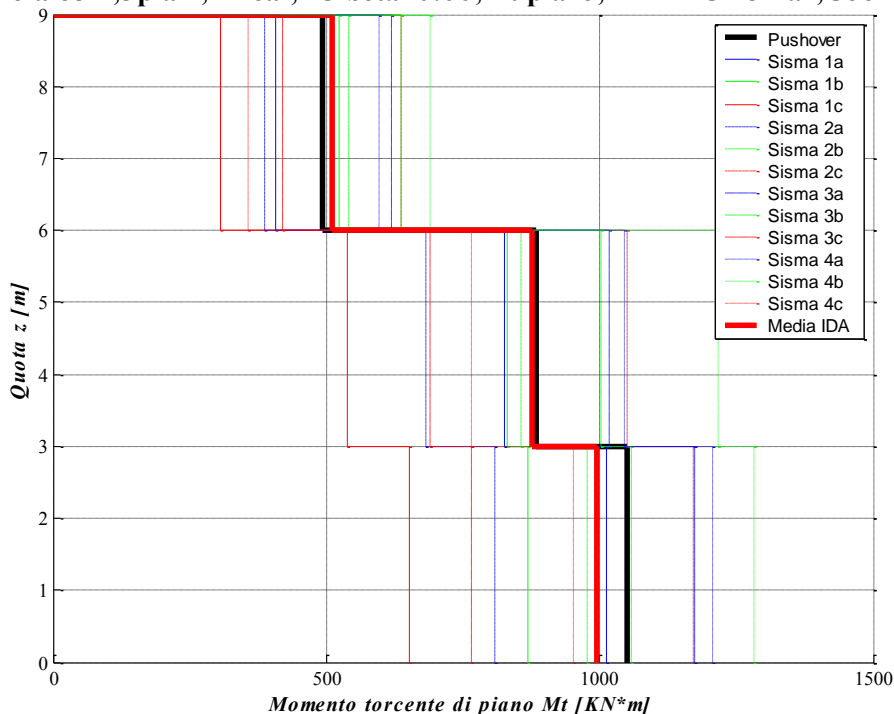


Figura 6.35 - Momenti torcenti di piano rispetto al centro di massa, confronto fra *pushover* (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge RzCM3 max, le analisi IDA sono scalate con il CoeffRz, quindi il confronto è omogeneo.

In *Figura 6.35* si riporta il profilo sull'altezza del momento torcente di piano calcolato rispetto al centro di massa di ogni piano, tale grafico risulta una novità introdotta nella presente tesi per descrivere le sollecitazioni associate al comportamento torsionale della struttura.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.66$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi

dinamiche nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($RzCM3 max$).

Le analisi dinamiche IDA sono state scalate con il $CoeffRz$ definito dalla relazione (6.9), quindi il confronto fra i risultati dell'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* è a parità di condizioni limite di deformazione del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$), quindi omogeneo.

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) stima abbastanza bene i risultati previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata): si nota una sovrastima alla base ed una piccola sottostima in sommità.

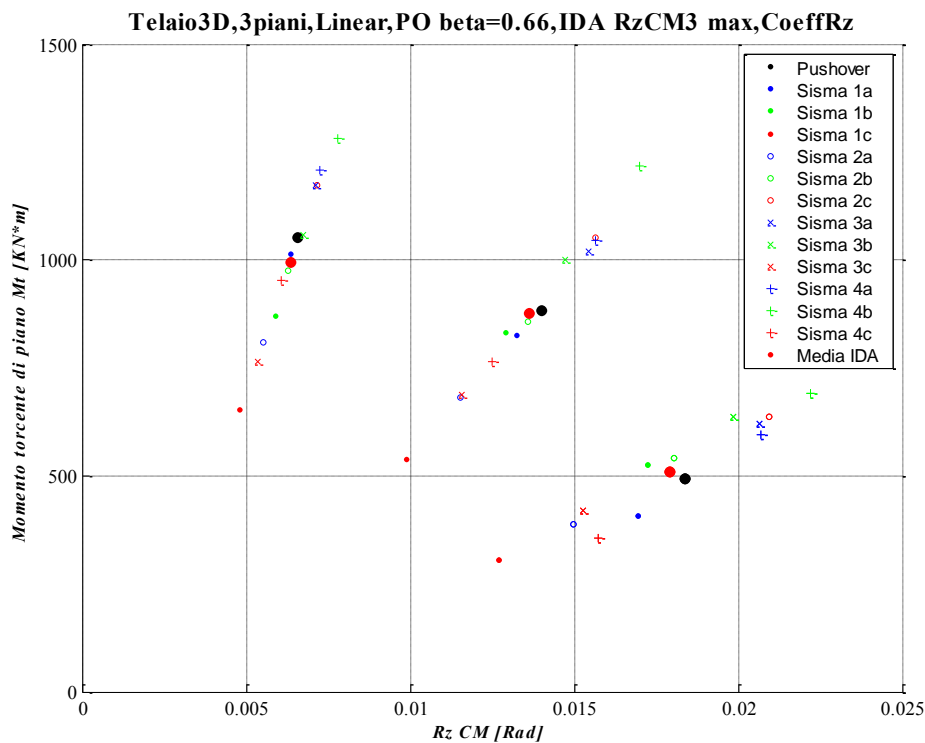


Figura 6.36 - Momento torcente di piano rispetto al centro di massa Vs Rotazione dei centri di massa dei vari piani, confronto fra *pushover* (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $RzCM3 max$, le analisi IDA sono scalate con il $CoeffRz$, quindi il confronto è omogeneo.

In *Figura 6.36* si riporta una coppia di parametri di risposta per il centro di massa di ogni piano: momento torcente di piano e relativa rotazione. Tale rappresentazione conduce al disegno di un punto sul grafico suddetto per ogni piano della struttura.

Per distinguere i vari piani si considera che salendo per essi la rotazione associata aumenta, mentre il momento torcente diminuisce.

Il grafico riportato risulta una novità introdotta nella presente tesi per descrivere le sollecitazioni e rotazioni associate al comportamento torsionale della struttura.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.66$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($R_{zCM3 \max}$).

Le analisi dinamiche *IDA* sono state scalate con il $CoeffR_z$ definito dalla relazione (6.9), quindi il confronto fra i risultati dell'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* è a parità di condizioni limite di deformazione del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$), quindi omogeneo.

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (punti neri marcati) stima abbastanza bene i risultati previsti dall'analisi dinamica (punti rossi marcati).

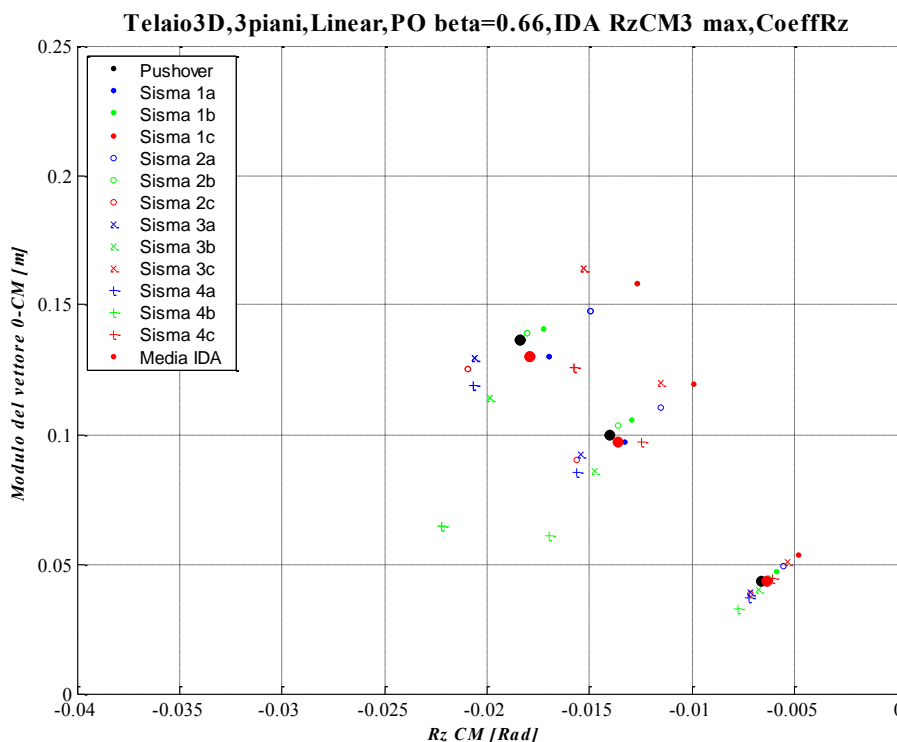


Figura 6.37 - Modulo dello spostamento dei centri di massa Vs Rotazione dei centri di massa dei vari piani, confronto fra *pushover* (a rottura) e *IDA* ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $R_{zCM3 \max}$, le analisi *IDA* sono scalate con il $CoeffR_z$, quindi il confronto è omogeneo.

In *Figura 6.37* si riporta la seguente coppia di parametri di risposta per il centro di massa di ogni piano: modulo dello spostamento orizzontale e relativa rotazione.

Tale rappresentazione conduce al disegno di un punto sul grafico suddetto per ogni piano della struttura.

Per distinguere i vari piani si considera che salendo per essi spostamento e rotazione aumentano.

Il grafico riportato risulta una novità introdotta nella presente tesi per cogliere la configurazione deformata della struttura, la quale è utile per descrivere il comportamento roto-traslazionale della struttura.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.66$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($R_{zCM3 max}$).

Le analisi dinamiche *IDA* sono state scalate con il $CoeffR_z$ definito dalla relazione (6.9), quindi il confronto fra i risultati dell'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* è a parità di condizioni limite di deformazione del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$), quindi omogeneo.

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (punti neri marcati) sovrastima i risultati previsti dall'analisi dinamica (punti rossi marcati), specialmente in sommità.

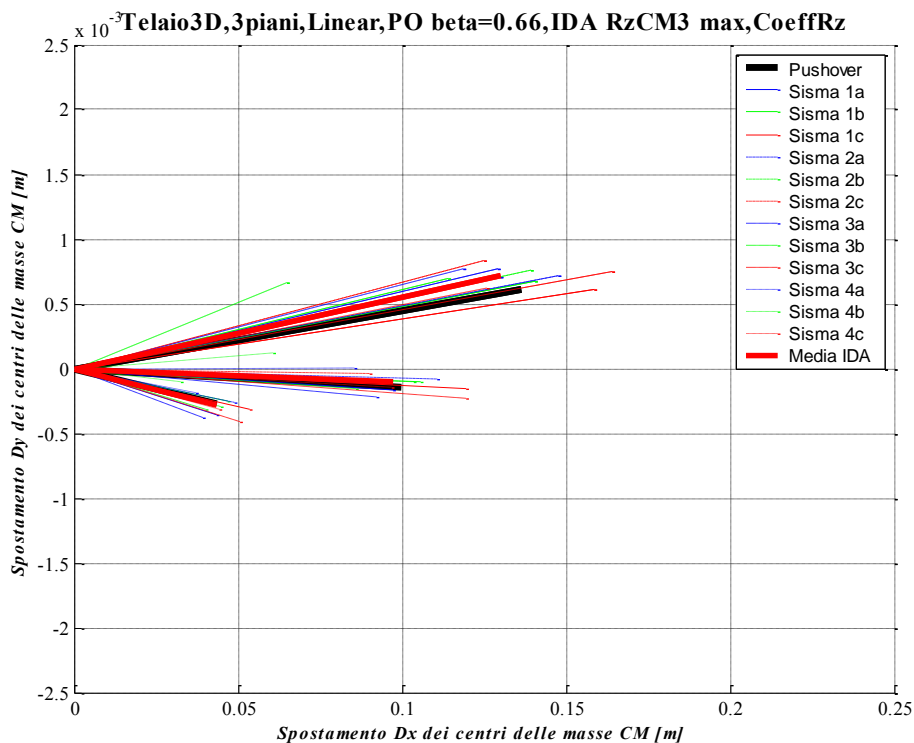


Figura 6.38 - Vettori spostamento dei centri di massa dei vari piani, confronto fra pushover (a rottura) e IDA ($SF_{rottura}$) nell'istante in cui si raggiunge $RzCM3$ max, le analisi IDA sono scalate con il $CoeffRz$, quindi il confronto è omogeneo.

In *Figura 6.38* si riportano i vettori spostamento del centro di massa di ogni piano. Per distinguere i vari piani si considera che quelli superiori posseggono un modulo dello spostamento maggiore rispetto a quelli inferiori. Tale rappresentazione grafica permette di comprendere in quale direzione, e con quale entità, si spostano i centri di massa di ogni piano.

Notare che la scala di rappresentazione nelle due direzioni non è uguale: la scala lungo y è amplificata di 40 volte rispetto a quella lungo x .

Tale approccio è stato imposto per questioni di rappresentazione grafica: lo spostamento lungo y non era visibile senza il suddetto ingrandimento.

Il grafico riportato risulta una novità introdotta nella presente tesi per cogliere lo spostamento dei piani in entrambe le direzioni principali.

In nero marcato è rappresentata la risposta a rottura dell'analisi di *pushover* con $\beta = 0.66$, in rosso marcato è riportata invece la risposta media prevista dalle analisi dinamiche nell'istante in cui si raggiunge la massima rotazione del centro di massa del piano di sommità ($RzCM3$ max).

Le analisi dinamiche *IDA* sono state scalate con il $CoeffR_z$ definito dalla relazione (6.9), quindi il confronto fra i risultati dell'analisi dinamica con quelli dell'analisi di *pushover* è a parità di condizioni limite di deformazione del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$), quindi omogeneo.

Osservando la suddetta figura si nota che l'analisi di *pushover* (linea nera marcata) stima molto bene gli spostamenti lungo x e y previsti dall'analisi dinamica (linea rossa marcata).

Istante caratteristico		Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [KN]	Ty [KN]	Mt [Kn*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [KN]	Mt base [KN*m]	Scaling Factor	
Media I.D.A. (Coeff)	ϵ_{cu}	CM3	0.1721	0.0006	0.01109	230.08	1.14	220.90	1	513.25	555.96	1.661667
		CM2	0.1279	0.0001	0.00879	429.68	1.33	437.71				
		CM1	0.0563	0.0003	0.00436	524.03	3.88	555.96				
	Max DxCM3	CM3	0.2036	0.0006	0.00903	302.03	0.94	165.20	1	563.80	345.96	
		CM2	0.1477	0.0001	0.00706	520.92	1.51	290.79				
		CM1	0.0624	0.0002	0.00345	570.44	3.36	345.96				
	Max RzCM3	CM3	0.1298	0.0007	0.01794	168.18	1.34	510.36	1	369.63	993.91	
		CM2	0.0973	0.0001	0.01365	313.79	1.88	876.59				
		CM1	0.0433	0.0003	0.00637	389.34	4.27	993.91				
	Max Base Shear X	CM3	0.1938	0.0005	0.00796	258.93	0.74	138.68	1	597.13	282.22	
		CM2	0.1441	0.0001	0.00633	489.04	1.59	236.83				
		CM1	0.0633	0.0002	0.00320	600.89	3.07	282.22				

Tabella 6.7 - Parametri di risposta medi (in valore assoluto) delle analisi dinamiche *IDA*, scalati in modo da raggiungere lo stesso livello di deformazione limite del c.l.s. confinato ($\epsilon_{cu} = -0.0035$) per ogni istante caratteristico (DxCM3 max, RzCM3 max, Tx max) delle analisi dinamiche.

		Load Factor	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [KN]	Ty [KN]	Mt [Kn*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [KN]	Mt base [KN*m]	
$\beta = 0.66$	ϵ_{cu}	CM3		0.1364	0.0006	-0.01838	-187.70	-0.71	493.83	1.00	-375.64	1050.50	
		CM2	552.41	-0.0035	0.0999	-0.0001	-0.01403	-328.05	1.55				883.14
		CM1		0.0433	-0.0003	-0.00659	-379.65	2.83	1050.50				

Tabella 6.8 - Parametri di risposta dell'analisi di *pushover* in esame.

Per la descrizione del contenuto delle *Tabella 6.7* e *Tabella 6.8* e si faccia riferimento alla *Tabella 6.3*.

6.3.6 Considerazioni sui risultati ottenuti

Quanto riportato fino ad ora dimostra che l'analisi di *pushover* con una distribuzione delle forze di tipo β riesce a descrivere, al variare di β , i diversi aspetti dinamici di una struttura spaziale con lievi eccentricità fra C_R e C_M .

In particolare si descrivono molto bene gli aspetti traslazionali e torsionali dedotti dagli istanti dell'analisi dinamica in cui si raggiunge il massimo spostamento e la massima rotazione di piano.

Quanto appena detto si è visto valere anche per le strutture con forti eccentricità fra C_R e C_M (vedi caso studio A).

L'accuratezza, da parte delle analisi di *pushover*, nella previsione dei diversi parametri di risposta (spostamenti e sollecitazioni) della struttura non è sempre uguale: spostamenti e rotazioni a rottura sono previsti molto bene, lo stesso non si può dire per le sollecitazioni, le quali in alcuni casi sono leggermente sottostimate o sovrastimate.

L'errore commesso, dall'analisi di *pushover*, nella valutazione delle sollecitazioni è un problema di importanza secondaria, infatti la progettazione antisismica delle strutture si basa sui criteri di duttilità strutturale, quindi sugli spostamenti. Quest'ultimi governano i meccanismi di crisi e di danneggiamento di una struttura sottoposta ad azione sismica. Da quanto appena detto si comprende il valore secondario delle sollecitazioni nell'ambito della progettazione antisismica delle strutture: quello che bisogna garantire è la richiesta di spostamento.

Inoltre, per via del fatto che la progettazione antisismica delle strutture è basata sui criteri di duttilità e spostamenti raggiunti, gli istanti dell'analisi dinamica considerati i più critici per la struttura sono quelli in cui si raggiunge la massima rotazione di piano ($R_{zCM3} \max$, comportamento torsionale) oppure il massimo spostamento di piano ($D_{xCM3} \max$, comportamento traslazionale). Su tali due condizioni si dovrà quindi verificare il grado di accuratezza delle analisi di *pushover*.

Nell'ambito del seguente caso studio si è verificato che per tali due condizioni il grado di accuratezza delle analisi di *pushover* con distribuzione delle forze di tipo β è elevato.

Con quanto appena detto si giunge alle medesime conclusioni dedotte dallo studio della struttura fortemente eccentrica descritta nel quinto capitolo.

I buoni risultati ottenuti dalle analisi statiche e dinamiche svolte sul presente caso studio B portano a pensare che il metodo di analisi di *pushover* proposto sia in grado di descrivere i comportamenti roto-traslazionali di strutture sia con forti che

lievi eccentricità fra C_R e C_M . Naturalmente la scarsità di dati ed evidenze sperimentali a disposizione non permette di trarre conclusioni generalizzate.

Passando dal caso studio A al caso studio B cambia anche il valore del coefficiente β adatto per cogliere il comportamento traslazionale o torsionale della struttura, ma in ogni caso l'accuratezza nella previsione dei parametri di risposta della struttura rimane quasi invariata.

L'aspetto più importante del metodo di analisi di *pushover* proposto consiste nella possibilità di descrivere, al variare del peso β , le diverse deformate strutturali che si verificano nei diversi istanti di tempo caratteristici delle analisi dinamiche (raggiungimento della deformazione limite nel c.l.s., ϵ_{cu} ; massimo spostamento di piano, $Dx_{CM3} \max$; massima rotazione di piano, $Rz_{CM3} \max$; massimo taglio alla base, $Tx \max$; ecc...).

Ciò è garantito dalla possibilità, nel metodo di analisi di *pushover* proposto, di applicare coppie torsionali e di forze traslazionali in ambedue le direzioni principali della struttura; permettendo una migliore descrizione del comportamento roto-traslazionale della stessa.

Constatata la possibilità di prevedere, con un'analisi statica di *pushover*, gli effetti roto-traslazionali evidenziati dall'analisi dinamica rimane ora da comprendere quale sia il valore del peso β da impiegare per descrivere le diverse deformate associate ai diversi istanti caratteristici delle analisi dinamiche.

In particolare vi sarà un valore di β adatto per descrivere il comportamento torsionale, ovvero le massime rotazioni di piano che si raggiungono per effetto del sisma; un altro valore di β idoneo a descrivere il comportamento traslazionale (massimi spostamenti di piano) ed infine, un β adeguato per descrivere la deformata nell'istante della dinamica in cui si raggiunge la deformazione limite del c.l.s.

E' però evidente che tali valori del parametro β , adatti per cogliere i diversi aspetti del problema, cambiano al variare della struttura presa in considerazione. In particolare al variare dell'eccentricità fra C_M e C_R , ma probabilmente anche in funzione del rapporto della rigidità torsionale su quella traslazionale della struttura.

Da quanto appena esposto si comprende l'importanza di svolgere un'estesa campagna di analisi su diverse tipologie di strutture che presentino una differenza di eccentricità e del rapporto fra la rigidezza torsionale e quella traslazionale.

Sulla base di tali indagini si potrebbe trovare un *trend* del peso β (adatto a descrivere un certo tipo di comportamento della struttura) in funzione dell'eccentricità e del rapporto di rigidezze suddetto.

CONCLUSIONI

Non hai veramente capito qualcosa finché
non sei in grado di spiegarlo a tua nonna.

Albert Einstein

Nell'ambito della presente tesi sono state condotte analisi statiche e dinamiche (lineari e non) su due telai spaziali di tre piani, sottoposti ad azione di tipo sismico; questi differiscono per il valore di eccentricità, insistente lungo una sola direzione, fra il centro di massa C_M e il centro di rigidità C_R .

Per la prima struttura (caso di studio A) tale eccentricità è forte, mentre è lieve per la seconda (caso di studio B).

L'azione sismica è stata assunta agente in un'unica direzione, ovvero ortogonale a quella dove si presenta l'eccentricità suddetta.

Tale assunzione fa sì che la forzante sismica inneschi sulla struttura degli effetti torsionali, con il conseguente sviluppo di forze e coppie d'inerzia a livello dei singoli piani; tali azioni determinano una roto-traslazione dei piani stessi.

La rotazione di piano è risultata accentuata anche dalla elevata flessibilità torsionale caratteristica delle due strutture indagate.

La risposta dinamica roto-traslazionale, caratteristica delle strutture spaziali irregolari, si è visto essere molto difficile da prevedere con analisi statiche di spinta laterale (*pushover*) del tipo "classiche", in quanto queste non considerano l'applicazione di coppie torsionali a livello dei singoli piani.

Analisi di *pushover* di questo tipologia, ordinariamente utilizzate per l'analisi di strutture piane, sottostimano infatti le effettive rotazioni massime che si raggiungono per effetto delle azioni torsionali indotte dal sisma. Per tale motivo, nell'ambito della presente tesi, è stato proposto un metodo di analisi di *pushover* in grado di applicare, oltre alle forze traslazionali, anche delle forze rotazionali di piano. Questa scelta ha reso possibile la descrizione, tramite un metodo di analisi statico, delle forze d'inerzia torsionali che si innescano a seguito degli effetti dinamici indotti dall'azione sismica.

Sulla base delle analisi dinamiche svolte sui casi studio A e B si è visto che gli effetti torsionali portano ad avere una non coincidenza degli istanti di tempo in cui si raggiunge il massimo valore di un parametro di risposta della struttura: ad esempio l'istante di tempo dell'analisi dinamica in cui si raggiunge la massima rotazione di piano non coincide con l'istante in cui si raggiunge il massimo spostamento. Ciò comporta una differente deformata strutturale, e di conseguenza diverse sollecitazioni, nei due istanti di tempo caratteristici appena descritti.

Tale difformità si è vista essere maggiormente pronunciata nella prima struttura studiata (caso studio A), la quale presenta una forte eccentricità fra C_M e C_R .

La non coincidenza dei diversi istanti di tempo caratteristici, e di conseguenza delle deformate strutturali associate, è peculiare delle sole analisi dinamiche.

Nel campo delle analisi di *pushover* tutti i parametri di risposta della struttura (spostamenti e sollecitazioni) crescono in maniera monotona con l'incremento del moltiplicatore dei carichi, per tale motivo tutti i valori massimi dei parametri di risposta della struttura si trovano nello stesso istante, e quindi nella medesima configurazione deformata.

Da quanto appena detto deriva l'impossibilità di cogliere, con una singola analisi di *pushover*, le due configurazioni deformate limite di massimo spostamento e massima rotazione di piano, le quali risultano essere le più critiche per l'integrità della struttura.

Da ciò è nata l'idea di adottare una distribuzione di forze orizzontali che fosse in grado di cogliere, al variare di un parametro, i diversi aspetti dinamici di una struttura spaziale irregolare.

Queste considerazioni hanno portato alla definizione del metodo di analisi di *pushover* proposto nell'ambito della presente tesi: l'analisi di *pushover* con distribuzione delle forze di tipo β .

Tale metodo di analisi parte da una distribuzione di forze proporzionali al modo di vibrare fondamentale della struttura, per poi scomporre il sistema di forze in una componente puramente traslazionale ed una puramente torsionale.

Il parametro β permette di variare il peso della componente torsionale su quella traslazionale.

Per $\beta = 1$ si trova la condizione limite di struttura sollecitata da sole coppie torcenti, per $\beta = 0$ si ha invece l'altro caso limite, ovvero quello di struttura sollecitata da sole forze traslazionali; tutti gli altri valori intermedi del peso β identificano situazioni in cui intervengono sia forze traslazionali che coppie torcenti.

Il metodo di analisi statica appena proposto è stato applicato con successo ai due casi studio A e B; i risultati ottenuti (ovvero la risposta strutturale derivata dalle analisi statiche) sono molto simili o coincidenti con quelli dedotti dalle analisi dinamiche assunte come termini di paragone per valutare l'accuratezza delle analisi di *pushover*.

Con l'analisi di *pushover* proposta si è riusciti a descrivere, al variare di β , i diversi aspetti dinamici delle due strutture oggetto di studio.

In particolare vengono ben descritti gli aspetti traslazionali e torsionali ricavati dagli istanti dell'analisi dinamica in cui si raggiunge il massimo spostamento e la massima rotazione di piano.

L'aspetto più importante del metodo di analisi di *pushover* proposto consiste nella possibilità di descrivere, al variare del peso β , le diverse deformate strutturali (e relative sollecitazioni) che si verificano nei diversi istanti di tempo caratteristici delle analisi dinamiche (raggiungimento della deformazione limite nel c.l.s., ε_{cu} ; massimo spostamento di piano, $Dx_{CM3} \max$; massima rotazione di piano, $Rz_{CM3} \max$; massimo taglio alla base, $Tx \max$; ecc...).

La descrizione dei diversi comportamenti dinamici delle strutture spaziali irregolari si è visto essere garantita dalla possibilità di svolgere analisi di *pushover* con l'applicazione di coppie torsionali e forze traslazionali in ambedue le direzioni principali della struttura, permettendo una migliore descrizione del comportamento roto-traslazionale della stessa.

Constatata la possibilità di prevedere, con un'analisi statica di *pushover*, gli effetti roto-traslazionali evidenziati dall'analisi dinamica rimane ora da comprendere quale sia il valore del peso β da impiegare per descrivere le diverse deformate associate ai diversi istanti caratteristici delle analisi dinamiche.

In particolare vi sarà un valore di β adatto a descrivere il comportamento torsionale, ovvero le massime rotazioni di piano che si raggiungono per effetto del

sisma, un altro valore di β idoneo a descrivere il comportamento traslazionale (massimi spostamenti di piano) e, infine, un β adeguato per la descrizione della deformata associata all'istante dell'analisi dinamica in cui si raggiunge la deformazione limite del c.l.s.

E' però evidente come questi valori del parametro β , adatti a cogliere i diversi aspetti del problema, cambino al variare della struttura presa in considerazione. In particolare al variare dell'eccentricità fra C_M e C_R , ma probabilmente anche in funzione del rapporto fra rigidità torsionale e rigidità traslazionale della struttura.

Da quanto appena esposto si comprende l'importanza di svolgere un'estesa campagna di analisi su diverse tipologie di strutture che presentino differenti eccentricità e rapporti fra la rigidità torsionale e traslazionale.

Tale indagine potrebbe evidenziare un *trend* del peso β adatto a descrivere un certo tipo di comportamento della struttura in funzione dell'eccentricità e del rapporto di rigidità suddetto.

Riassumendo è possibile affermare che il metodo di analisi di *pushover* proposto nell'ambito della presente tesi riesce a descrivere tutti i comportamenti previsti dalle analisi dinamiche; in assenza della suddetta campagna investigativa, però, non è possibile definire a priori valori del parametro β atti a descrivere i diversi comportamenti dinamici di una generica struttura spaziale con una data geometria, eccentricità e rigidità torsionale.

Se il metodo proposto dovesse essere efficace e generalizzabile a tutte le strutture, sarebbe interessante trovare una versione "adattiva" dello stesso, che si presti maggiormente alle analisi in campo non-lineare, per le quali è necessario considerare il danneggiamento strutturale.

Un possibile perfezionamento del metodo proposto deriverebbe dal considerare anche la combinazione di più forme modali della struttura, e non solo quella fondamentale come è stato fatto nell'ambito della presente tesi.

BIBLIOGRAFIA

Le idee migliori sono proprietà di tutti.

Lucio Anneo Seneca

Albanesi T., Nuti C., Vanzi I. [2001]: *“Procedure statiche non-lineari basate sull’analisi di spinta: rassegna critica”*, atti del X Congresso Nazionale “L’ingegneria Sismica in Italia”, Potenza-Matera (ITA).

Antoniou S., Pinho R. [2004a]: *“Advantages and limitations of force-based adaptive and non-adaptive pushover procedures”*, Journal of Earthquake Engineering, Vol. 8(4), pp. 497-522.

Antoniou S., Pinho R. [2004b]: *“Development and verification of a displacement-based adaptive pushover procedure”*, Journal of Earthquake Engineering, Vol. 8(5), pp. 643-661.

Bommer J. J. and Acevedo B. [2004]: *“The use of real earthquake accelerograms as input to dynamic analysis”*, Journal of Earthquake Engineering, Vol. 8, Special Issue 1, pp. 43-91.

Chopra A.K., Goel R.K. [2002]: *“A modal pushover analysis procedure for estimate seismic demands for buildings”*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 31, pp. 561-582.

Chopra A. K., Goel R. K., [2004]: *“A modal pushover analysis procedure to estimate seismic demands for unsymmetric-plan buildings”*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 33, pp. 903-927.

Elnashai A.S. [2001]: *“Advanced inelastic static (pushover) analysis for earthquake applications”*, Structural Engineering and mechanics, vol. 12(1), pp. 51-69.

Eurocode 8 [2003]: “*Design for structures for earthquakes resistance – Part 1 – General rules, seismic actions and rules for buildings*”, Final Draft – prEN 1998-1.

Faella G., Kilar V., [1998]: “*Asymmetric multistorey R/C frame structures: push-over versus nonlinear dynamic analysis*”, in Proceedings, European Conference on Earthquake Engineering, 11th, Balkema, Rotterdam.

Faella G., Mezzi M., [2002], “*Inelastic torsional response of multi-storey R/C L-shaped buildings*”, European Conference on Earthquake Engineering, 12th, London, paper 597.

Fajfar P. [1996]: “*The N2 method for seismic damage analysis of RC buildings*”, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 25(1), pp. 31-46.

Fajfar P., Marusic D., Perus I., [2005]: “*Torsional effects in the pushover-based seismic analysis of buildings*”, Journal of Earthquake Engineering, Vol. 9(6), pp. 831-854.

Fajfar P., Perus I., [2005]: “*On the inelastic torsional response of single-storey structures under bi-axial excitation*”, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 34, pp. 931-941.

Ferracuti B., Savoia M., Pinho R., Francia R. [2006]: “*Assessment of adaptive pushover procedures by dynamic analysis*”, First European Conference on Earthquake Engineering and Seismology, ESEES (a joint event of the 13th ECEE & 30th General Assembly of the ESC) Geneva, Switzerland, 3-8 September 2006 Paper Number: 862.

Fujii K., Nakano Y., Sanada Y., [2004]: “*Simplified nonlinear analysis procedure for asymmetric buildings*”, World Conference on Earthquake Engineering, 13th, Vancouver, paper 149.

Iervolino I., Maddaloni G. e Cosenza E. [2006]: “*Accelerogrammi naturali compatibili con le specifiche dell’OPCM 3274 per l’analisi non lineare delle*

strutture”, 16° congresso CTE – Collegio dei Tecnici della Industrializzazione Edilizia.

Iervolino I., Maddaloni G. and Cosenza E. [2006]: “*Unscaled real record sets compliant with eurocode 8*”, First European Conference on Earthquake Engineering and Seismology, paper 113.

Kilar V., Fayfar P., [1996]: “*Simplified push-over analysis of building structures*”, in Proceedings, World Conference on Earthquake Engineering, 11th, Acapulco, paper 1001.

Kilar V., Fayfar P., [2002]: “*Simplified nonlinear seismic analysis of Asymmetric multi-story buildings*”, in Proceedings, European Conference on Earthquake Engineering, 12th, London, paper 033.

Mander J.B., Priestley M.J.N., Park R. [1988]: “*Theoretical stress-strain model for confined concrete*”, Journal of Structural Engineering, ASCE, vol. 114(8), pp. 1804-1826.

Marusic D., Fajfar P., [2005]: “*On the inelastic response of asymmetric buildings under bi-axial excitation*”, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 34, pp. 943-963.

Moghadam A.S., Tso W.K., [1996]: “*Damage assessment of eccentric multi-story building using 3D pushover analysis*”, in Proceedings, World Conference on Earthquake Engineering, 11th, Acapulco, paper 997.

Moghadam A.S., Tso W.K., [2000]: “*Pushover analysis for asymmetric and set-back multistorey buildings*”, in Proceedings, World Conference on Earthquake Engineering, 12th, Upper Hutt, paper 1093.

NISEE/Computer Applications [1976]: “*SIMQKE – a program for artificial motion generation*”, Massachusetts Institute of technology, Boston (USA).

Ordinanza del Presidente del Consiglio dei Ministri n. 3274, “*Norme tecniche per il progetto, la valutazione e l’adeguamento sismico degli edifici*”, 2003.

Papaiouannou I., Fragiadakis M., Papadrakakis M. [2005]: "*Inelastic analysis of framed structures using the fiber approach*", Proceedings of the 5th GRACM International Congress on Computational Mechanics, Limassol (CYP).

Penelis G. G., Kappos A. J., [2002]: "*3D Pushover analysis: The issue of torsion*", in Proceedings, European Conference on Earthquake Engineering, 12th, London, paper 015.

SeismoSoft [2005]: "*SeismoStruct - A computer program for static and dynamic nonlinear analysis of framed structures*" [online], scaricabile dall' URL: <http://www.seismosoft.com>.

Stathopoulos K. G., Anagnostopoulos S. A., [2005]: "*Inelastic torsion of multi-storey buildings under earthquake excitations*", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 34, pp. 1449-1465.

Vamvatsikos D. and Cornell C. A. [2004]: "*Applied Incremental Dynamic Analysis*", Earthquake Spectra, Vol. 20, No 2, pp. 523-553.

Vamvatsikos D. and Cornell C. A. [2002]: "*Incremental Dynamic Analysis*", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 31, pp. 491-514.

Yu Q., Pugliesi R., Allen M., Bischoff C., [2004]: "*Assessment of modal pushover analysis procedure and its application to seismic evaluation of existing building*", World Conference on Earthquake Engineering, 13th, Vancouver, paper 1104.

Zarate G., Ayala A. G., [2004]: "*Validation of single storey models for the evaluation of the seismic performance of multi-storey asymmetric buildings*", World Conference on Earthquake Engineering, 13th, Vancouver, paper 2213.

Appendice A

La scala della scienza è come quella di Giacobbe: finisce ai piedi di Dio.

Albert Einstein

ANALISI STATICA NON-LINEARE 2D (PUSHOVER 2D)

A.1 Pushover convenzionale

Il metodo si sviluppa nei seguenti passi:

- determinazione di un legame forza-spostamento generalizzato tra la risultante delle forze applicate (taglio alla base F_b) e lo spostamento d_c di un punto di controllo, usualmente scelto come baricentro dell'ultimo piano;
- determinazione delle caratteristiche di un sistema ad un grado di libertà (SDOF) a comportamento bi-lineare equivalente;
- determinazione della risposta massima in spostamento di tale sistema con utilizzo dello spettro di risposta elastico;
- conversione dello spostamento del sistema equivalente determinato come sopra nella configurazione deformata effettiva dell'edificio e verifica della compatibilità degli spostamenti (elementi/meccanismi duttili) e delle resistenze (elementi/meccanismi fragili).

All'edificio devono essere applicate due distinte distribuzioni di forze orizzontali, applicate nei baricentri delle masse a ciascun piano:

- una distribuzione di forze proporzionale alle masse, $F_i = \lambda m_i$;
- una distribuzione di forze proporzionale al prodotto delle masse per la deformata corrispondente al primo modo di vibrazione, $F_i = \lambda m_i \phi_{i1}$.

È indicato con ϕ_{i1} il vettore rappresentativo del primo modo di vibrazione della struttura di interesse per la direzione considerata dell'azione sismica, normalizzato al valore unitario della componente relativa al punto di controllo. Il coefficiente di partecipazione Γ è definito dalla relazione:

$$\Gamma = \frac{\sum m_i \phi_{i1}}{\sum m_i \phi_{i1}^2} \quad (\text{A.1})$$

La forza F^* e lo spostamento d^* del sistema equivalente a un grado di libertà sono legati, in campo elastico, alle corrispondenti grandezze dell'edificio dalle relazioni:

$$\begin{aligned} F^* &= F_b / \Gamma \\ d^* &= d_c / \Gamma \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

La curva caratteristica forza F^* - spostamento d^* del sistema equivalente è approssimata da una bi-lineare definita in base al criterio di uguaglianza delle aree.

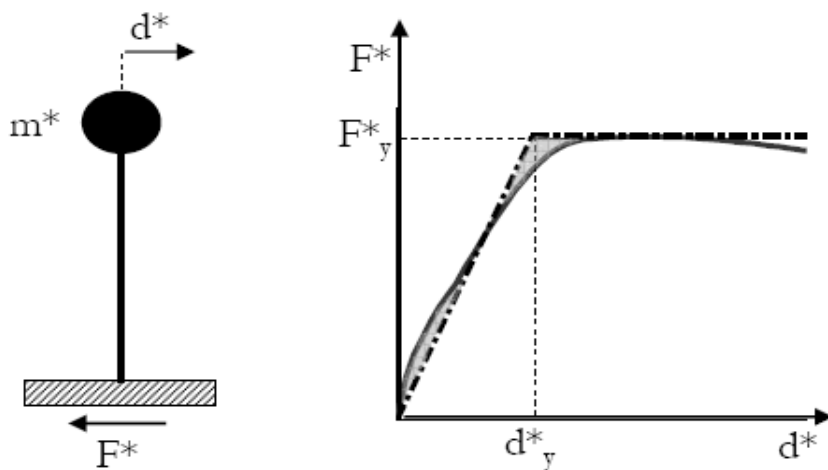


Figura A.1 – Principio di uguaglianza delle energie di deformazione.

I valori di F_y^* e d_y^* sono rappresentati dalle seguenti espressioni:

$$F_y^* = F_u / \Gamma \quad (\text{A.3})$$

$$d_y^* = 2 \left(d_m^* - \frac{E_m^*}{F_y^*} \right) \quad (A.4)$$

Dove:

- F_u è il massimo taglio alla base che l'edificio può assorbire,
- d_m^* è lo spostamento in corrispondenza del meccanismo di plasticizzazione,
- E_m^* è l'energia di deformazione relativa alla curva reale, graficamente rappresentata dall'area sottesa alla curva reale.

Dalle espressioni A.3 e A.4 si può ottenere la rigidezza equivalente all'oscillatore:

$$K^* = \frac{F_y^*}{d_y^*} \quad (A.5)$$

Il periodo elastico del sistema bi-lineare è dato dall'espressione:

$$T^* = 2\pi \sqrt{\frac{m^*}{k^*}} \quad (A.6)$$

dove $m^* = \sum m_i \phi_i$

Nella valutazione della risposta massima in spostamento del sistema equivalente, ci si può trovare in due diverse condizioni:

- a. Nel caso che $T^* \geq T_C$ la risposta in spostamento del sistema anelastico è assunta uguale a quella di un sistema elastico di pari periodo:

$$d_{MAX}^* = d_{e,MAX}^* = S_{De}(T^*) \quad (A.7)$$

dove:

$$S_{De}(T^*) = S_e(T^*) \left(\frac{T^*}{2\pi} \right)^2 \quad (A.8)$$

è lo spettro di risposta elastico dello spostamento.

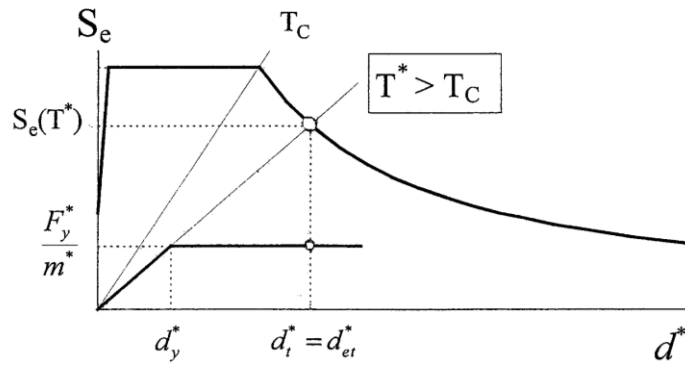


Figura A.2 – Spettro di risposta elastico-spostamento $T^* > T_C$.

- b. Nel caso che $T^* < T_C$ la risposta in spostamento del sistema anelastico è maggiore di quella di un sistema elastico di pari periodo e si ottiene da quest'ultima mediante l'espressione:

$$d_{MAX}^* = \frac{d_{e,MAX}^*}{q^*} \left[1 + (q^* - 1) \frac{T_C}{T^*} \right] \geq d_{e,MAX}^* \tag{A.9}$$

dove:

$$q^* = \frac{S_e(T^*)m^*}{F_y^*} \tag{A.10}$$

rappresenta il rapporto tra la forza di risposta elastica e la forza di snervamento del sistema equivalente.

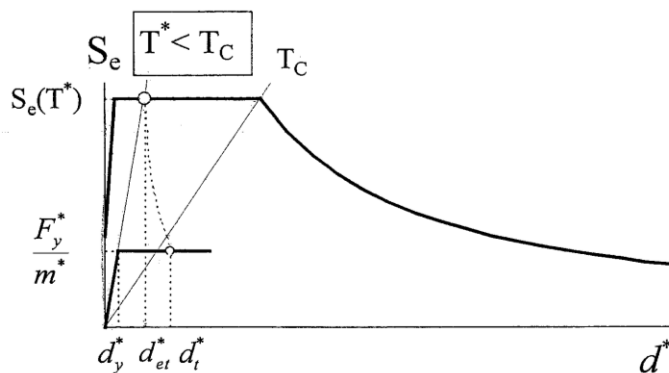


Figura A.3 – Spettro di risposta elastico-spostamento $T^* < T_C$.

Se risulta $q^* \leq 1$ allora si ha $d_{MAX}^* = d_{e,MAX}^*$.

Lo spostamento effettivo di risposta del punto di controllo dell'edificio risulta pari a:

$$d_{MAX} = \Gamma \times d_{MAX}^* \quad (A.11)$$

Una volta trovato lo spostamento effettivo di risposta per lo Stato Limite in studio, si procede alla verifica della compatibilità degli spostamenti per elementi/meccanismi duttili e delle resistenze elementi/meccanismi fragili.

A.2 Analisi statica non lineare che considera i modi superiori

Uno dei primi tentativi di considerare gli effetti dei modi di vibrare superiori è la cosiddetta procedura *MMP – Multi-Modal Pushover* proposta da Paret *et al.* [1996]. Si tratta in realtà di una serie di analisi statiche non-lineari della struttura sottoposta a diversi vettori di forze rappresentativi dei modi di vibrare attivati dal sisma, i cui risultati, tradotti in termini di curve di capacità nel formato spettrale *ADRS*, vengono comparate con la richiesta sismica, rappresentata da un opportuno spettro di risposta, utilizzando il metodo dello spettro di capacità. Questa procedura è intuitiva ed è in grado di fornire una serie di informazioni qualitative relative ai modi di vibrare superiori altrimenti non ottenibili mediante una procedura convenzionale, anche se tali effetti risultano non facilmente quantificabili.

Il metodo di *combinazione dei risultati (PRC - Pushover Results Combination)*, proposto da Moghadam e Tso [2002], è un raffinamento del *MMP*, nel quale la risposta sismica massima è valutata attraverso la combinazione dei risultati di diverse analisi di *pushover* rappresentative dei modi di vibrare significativi, pesati utilizzando i rispettivi coefficienti di partecipazione modale.

Una procedura simile, proposta da Chopra e Goel [2002] e suggerita, seppure come opzionale nell'*ATC-40*, è la cosiddetta analisi di *pushover modale (MPA – Modal Pushover Analysis)*, che suggerisce di condurre studi indipendenti per ogni modo di vibrare significativo, utilizzando profili delle forze laterali diversi, che rappresentino la risposta della struttura relativa a quel modo. Secondo gli autori,

solitamente è sufficiente considerare i primi due o tre modi per ottenere una sufficiente accuratezza. Le diverse curve di capacità così ottenute vengono trasformate in quelle dei sistemi *SDOF* equivalenti e successivamente idealizzate rendendole bilineari, utilizzando la procedura descritta in *A.1*. Vengono quindi valutate separatamente le richieste in termini di deformazioni spettanti ad ognuno dei sistemi *SDOF* ed infine combinate con il metodo *SRSS*.

Secondo il rapporto *FEMA-440* con il metodo *MPA* si possono ottenere risultati che, sia in termini di forze, che in termini di spostamenti di piano assoluti e relativi appaiono migliori rispetto a quelli conseguiti con un'analisi di *pushover* di tipo tradizionale. Tuttavia, nel documento viene anche messo in luce il fatto che l'accuratezza di tali risultati dipenda significativamente dal parametro indagato, dalle caratteristiche della struttura e dai dettagli della specifica procedura. Inoltre viene evidenziata la tendenza a sovrastimare gli effetti del sisma, in particolare forze e momenti, a causa delle caratteristiche del sistema di combinazione dei risultati *SRSS*. Infine viene rilevato come, a causa dell'invariabilità dei profili adottati nelle singole analisi il metodo *MPA* sia fundamentalmente limitato, al pari dei criteri convenzionali.

A.3 Procedure di Pushover “Adattivo”

Sebbene i metodi descritti nel paragrafo precedente costituiscano un miglioramento significativo rispetto alle tecniche tradizionali, permangono alcune importanti insufficienze legate al fatto che gli effetti dell'accumulazione dei danni indotti dal crescente livello di deformazione non vengono considerati. Dunque non vengono conteggiati i possibili cambiamenti del comportamento strutturale indotti dalle riduzioni delle rigidità degli elementi e dalle conseguenti elongazioni dei periodi relativi ai diversi modi di vibrare. Appare chiaro come tali insufficienze siano dovute alla invariabilità del vettore dei carichi laterali applicato durante l'analisi, sia esso rappresentativo del solo modo di vibrare fondamentale o di più modi, a causa dell'inadeguatezza nel riflettere il progressivo degrado strutturale attraverso un vettore dalla forma fissata. Per questo, nell'ultimo decennio si è assistito all'introduzione ed all'evoluzione dei

cosiddetti metodi di *pushover* “adattivo”, nei quali, il vettore dei carichi viene aggiornato durante l’analisi, in modo da riflettere i cambiamenti nella rigidezza complessiva dell’edificio, causati dal fatto che la struttura viene spinta, in modo crescente, nella sua fase di comportamento non lineare.

Il primo sviluppo di una procedura adattiva può essere attribuito a Bracci *et al.* [1997], che proposero la modellazione dei successivi incrementi dei carichi orizzontali in funzione del taglio alla base ed ai diversi piani dell’edificio, calcolati al passo precedente. L’analisi comincia assumendo una distribuzione iniziale delle forze $\{F_i\}$ triangolare, mentre gli incrementi $\{\Delta F_i\}$, corrispondenti ai passi successivi vengono calcolati attraverso la relazione:

$$\Delta F_i^{k+1} = V_i \left(\frac{F_i^k}{V_b^k} - \frac{F_i^{k-1}}{V_b^{k-1}} \right) + \Delta V_b^{k+1} \left(\frac{F_i^k}{V_b^k} \right) \quad (\text{A.12})$$

in cui i rappresenta il numero del piano, k il passo di analisi, V_b e ΔV_b rispettivamente il taglio alla base ed il relativo incremento.

Un metodo alternativo è stato proposto da Gupta e Kunnath [2000], nel quale si propone di effettuare, al termine di ogni passo, una analisi agli autovalori che valuti la rigidezza strutturale allo stato corrente. La forza relativa all’ i -esimo piano ed al j -esimo modo di vibrare al passo k viene quindi calcolata in base alle caratteristiche della struttura relative al passo precedente, mediante la relazione:

$$F_{ij}^k = \Gamma_j^{k-1} \cdot \phi_{ij}^{k-1} \cdot M_i \cdot S_a(T_j^{k-1}) \quad (\text{A.13})$$

dove Γ_j^{k-1} rappresenta il fattore di partecipazione modale, ϕ_{ij}^{k-1} il valore normalizzato della deformata relativa al piano i ed al modo j , M_i la massa del piano ed $S_a(T_j^{k-1})$ l’amplificazione spettrale. Vengono condotte analisi separate per ogni modo e gli effetti così calcolati vengono combinati col metodo *SRSS* ed infine sommati a quelli complessivi al passo precedente.

Un ulteriore modo di procedere è stato proposto da Requena e Ayala [2000], di cui sono state presentate due diverse formulazioni. Si tratta di procedure inserite nell’ambito di un modello a plasticità concentrata, in cui cioè le deformazioni inelastiche sono localizzate in corrispondenza delle cosiddette “cerniere plastiche”. Nella prima, il vettore dei carichi applicato alla struttura viene

ricalcolato in base alla combinazione con il metodo SRSS delle forze modali, ottenute attraverso una analisi agli autovalori, in seguito ad ogni cambiamento della rigidezza strutturale avvenuto a causa della formazione di una nuova cerniera plastica. La forza relativa all' i -esimo piano è data da:

$$F_i^k = \sqrt{\sum_{j=1}^N (\Gamma_j^{k-1} \cdot \phi_{ij}^{k-1} \cdot M_i \cdot S_a(T_j^{k-1}))^2} \quad (\text{A.14})$$

in cui di nuovo Γ_j^{k-1} rappresenta il fattore di partecipazione modale, ϕ_{ij}^{k-1} il valore normalizzato della deformata relativa al piano i -esimo ed al modo j -esimo, M_i la massa di piano del piano ed $S_a(T_j^{k-1})$ la pseudo-accelerazione spettrale relativa al j -esimo modo di vibrare. Secondo la formulazione alternativa invece occorre determinare un modo di vibrare fondamentale equivalente in base alla combinazione col sistema SRSS dei modi di vibrare della struttura, tenendo conto dei relativi fattori di partecipazione Γ_j , mediante la formula:

$$\overline{\phi_i^{k-1}} = \sqrt{\sum_{j=1}^N (\phi_{ij}^{k-1} \cdot \Gamma_j^{k-1})^2} \quad (\text{A.15})$$

ed in base a questo vengono calcolate le forze laterali come:

$$F_i^k = \frac{M_i \overline{\phi_i^{k-1}}}{\sum_{r=1}^N M_r \overline{\phi_r^{k-1}}} \quad (\text{A.16})$$

Formalmente identici al precedente sono gli schemi adattivi proposti da Elnashai [2001] e da Antoniou e Pinho [2004a], con la grande differenza che questi ultimi sono implementati in un modello “a fibre” che, per la sua natura, richiede un aggiornamento continuo, invece che discreto, della distribuzione delle forze laterali. Le deformazioni plastiche sono infatti, in un modello di questo genere, distribuite sull'intera lunghezza degli elementi strutturali e non concentrate in corrispondenza delle cerniere e, pertanto, la rigidezza strutturale cambia ad ogni passo del processo di analisi. Sempre Antoniou e Pinho [2004b], implementando un modello a fibre, procedono applicando alla struttura degli spostamenti anziché delle forze.

A.3.1 Sollecitazioni laterali in forma di spostamenti

Sebbene la natura di un sisma e delle sollecitazioni da esso derivanti agenti su una struttura siano riconducibili in modo più razionale ad una serie di spostamenti laterali piuttosto che ad una serie di forze, tutti i principali codici di progettazione prevedono un approccio nel quale l'*input* sismico viene modellato attraverso queste ultime. Tale circostanza è spiegabile probabilmente soltanto per ragioni di carattere storico, dipendenti dal fatto che lo sviluppo dei moderni metodi di analisi utilizzati in ingegneria è avvenuto in paesi caratterizzati da un livello di rischio sismico relativamente basso, come Germania ed Inghilterra, nei quali le azioni maggiormente significative sono rappresentate dai carichi gravitazionali. Con ogni probabilità, se l'ingegneria moderna avesse mosso i suoi primi passi in regioni in cui gli eventi sismici ricoprono un'importanza maggiore, come la Nuova Zelanda, la California o l'Europa Meridionale, oggi i codici di progettazione sarebbero basati sulle deformazioni.

Si potrebbe dunque pensare che l'imposizione di una serie di spostamenti orizzontali di piano in una procedura di *pushover* convenzionale, invece delle consuete forze, rappresenti una valida alternativa per un'analisi statica non lineare di una struttura soggetta ad un'azione sismica. Tuttavia, a causa dell'invariabilità caratterizzante il vettore di tali sollecitazioni, un'analisi di *pushover* condotta in questo modo non è in grado di rivelare alcune importanti caratteristiche strutturali, come irregolarità di resistenza o eventuali meccanismi di piano debole e quindi in generale non è in grado di prevedere correttamente il comportamento reale della struttura. È infatti certamente irrealistico ipotizzare che il rapporto tra gli spostamenti relativi a due piani successivi rimanga costante durante l'intera analisi. In particolare, mentre è lecito supporre che le deformazioni strutturali siano pressoché distribuite nella fase elastica, non altrettanto si può fare nella fase non lineare, quando tali deformazioni tendono a concentrarsi in corrispondenza delle zone in cui si è avuta la formazione delle cerniere plastiche.

Di conseguenza anche le curve di capacità ottenute attraverso un'analisi di *pushover* convenzionale di questa natura si discostano in modo evidente da quelle ottenute imponendo un vettore di forze mettendo in risalto l'inadeguatezza di tale metodo e la necessità, per renderlo efficace, di prevedere una redistribuzione degli

spostamenti durante l'analisi, in modo da rispecchiare puntualmente le caratteristiche di rigidità della struttura ad ogni passo di analisi. L'applicazione di un vettore di spostamenti dalla forma fissata restituisce una curva che inizialmente fornisce una stima minore del valore di taglio alla base rispetto alle previsioni ottenute con una serie di forze laterali caratterizzate dallo stesso profilo. Per spostamenti in sommità elevati invece, la stessa quantità viene fortemente sovrastimata.

A.3.2 L'algoritmo DAP – Displacement-based Adaptive Pushover

Antoniou e Pinho [2004b] hanno proposto la descrizione delle sollecitazioni laterali sottoforma di spostamenti con un algoritmo chiamato *DAP*. Si tratta di un'algoritmo che si articola nei seguenti passi fondamentali: (i) definizione del vettore dei carichi nominale e della matrice delle masse inerziali, (ii) determinazione del fattore moltiplicativo dei carichi laterali, (iii) calcolo del vettore di forma normalizzato, (iv) aggiornamento della distribuzione complessiva degli spostamenti.

A.3.2.1 Definizione del vettore nominale dei carichi

Poiché la forma della distribuzione degli spostamenti laterali viene automaticamente definita ed aggiornata dall'algoritmo ad ogni successivo passo d'analisi, il vettore nominale degli spostamenti, \mathbf{U}_0 , deve sempre figurare come uniforme in altezza, in modo da non alterare tale processo di determinazione. Inoltre, questa procedura richiede la definizione della matrice delle masse inerziali del sistema, M , necessaria per l'esecuzione delle analisi agli autovalori che, ripetute ad ogni passo, vengono utilizzate per la determinazione della nuova forma del vettore dei carichi.

A.3.2.2 Determinazione del fattore moltiplicativo degli spostamenti

In questa formulazione dell'algoritmo, la dimensione del vettore degli spostamenti \mathbf{U}^k , relativo al passo k -esimo, si ottiene come il prodotto della parte nominale \mathbf{U}_0 per il fattore moltiplicativo λ^k corrispondente al passo attuale:

$$U^k = \lambda^k \cdot U_0 \quad (\text{A.17})$$

Il fattore λ^k viene aggiornato ad ogni passo dell'analisi, in accordo con la strategia incrementale adottata, che può essere di controllo della risposta. Controllando la risposta l'algoritmo agisce incrementando e controllando uno spostamento o una rotazione nodale e calcolando di conseguenza λ^k . L'incremento di tale fattore moltiplicativo non può dunque essere fissato, ma viene automaticamente computato in corrispondenza del raggiungimento di un predefinito valore dello spostamento di controllo, per la struttura sottostante all'attuale vettore dei carichi. Questa modalità di procedere è in grado di fornire una descrizione della risposta strutturale completa e dettagliata, cogliendone importanti caratteristiche, come la formazione di meccanismi di piano debole o il comportamento nella fase di *post-peak*.

A.3.2.3 Calcolo del vettore di forma normalizzato

Per il calcolo del vettore di forma $\overline{\mathbf{D}}^k$ relativo al k -esimo passo d'analisi, vengono proposti due metodi differenti:

- *Displacement-based scaling*

Utilizzando questo metodo gli spostamenti di piano D_i vengono modellati direttamente in base ai risultati dell'analisi agli autovalori. In particolare lo spostamento relativo all' i -esimo piano ed al j -esimo modo di vibrare sarà ottenuto come:

$$D_{ij}^k = \Gamma_j^{k-1} \phi_{ij}^{k-1} S_d(T_j^{k-1}) \quad (\text{A.18})$$

dove $S_d(T_j^{k-1})$ rappresenta l'amplificazione spettrale, che in questo caso rappresenta l'ordinata dello spettro di risposta in termini di spostamenti corrispondente al periodo di vibrare relativo al j -esimo modo. In base a questi, mediante una delle procedure di combinazione degli effetti *SRSS* o *CQC*, si ricavano gli spostamenti D_i .

- *Interstorey drift-based scaling*

In questo caso invece, attraverso le deformate modali ottenute con l'analisi agli autovalori si calcolano gli spostamenti relativi tra due piani successivi:

$$\Delta_{ij}^k = \Gamma_j^{k-1} \cdot (\phi_{i,j}^{k-1} - \phi_{i-1,j}^{k-1}) \cdot S_d(T_j^{k-1}) \quad (\text{A.19})$$

Le distribuzioni degli spostamenti relativi ai diversi modi di vibrare vengono poi combinati in modo da considerare gli effetti derivanti da ognuno di essi, attraverso uno dei metodi quadratici che si utilizzano nelle analisi modali e riportati di seguito:

- *Metodo di combinazione SRSS – Square Root of the Sum of Squares*

Consiste nella radice quadrata della somma dei quadrati e, di norma, ha validità soltanto nel caso in cui i modi di vibrare si possano ritenere completamente disaccoppiati, ovvero quando i periodi relativi a due modi successivi differiscano almeno del 10%, fatto che consente di considerare le risposte relative ad essi indipendenti l'una dall'altra. Indicando con N il numero dei modi si ha dunque:

$$D_i^k = \sqrt{\sum_{j=1}^N (D_{ij}^k)^2} \quad (\text{A.20})$$

- *Metodo di combinazione CQC – Complete Quadratic Combination*

Si tratta di una combinazione quadratica completa utilizzabile anche nel caso di modi non completamente disaccoppiati:

$$D_i^k = \sqrt{\sum_{j=1}^N \sum_{r=1}^N (D_{ij}^k \cdot \rho_{jr}^k \cdot D_{ir}^k)} \quad (\text{A.21})$$

dove:

$$\rho_{jr}^k = \frac{8 \cdot \xi^2 \cdot (1 + \beta_{jr}^k) \cdot (\beta_{jr}^k)^{1.5}}{(1 - (\beta_{jr}^k)^2)^2 + 4 \cdot \xi^2 \cdot \beta_{jr}^k \cdot (1 + \beta_{jr}^k)^2} \quad (\text{A.22})$$

è il coefficiente di correlazione tra il modo j ed il modo r , che ha valore sempre compreso tra 0 e 1 ed è una funzione simmetrica; β_{jr}^k è il rapporto tra

le frequenze ω_j^k ed ω_r^k dei due modi considerati, mentre ξ è il coefficiente di smorzamento, che generalmente si può assumere uguale per i vari modi.

L'utilizzo di tali regole di combinazione delle forze modali non garantisce comunque che il vettore di forma conseguente rappresenti esattamente le caratteristiche della risposta dinamica della struttura al livello di deformazione attuale. In entrambi i metodi infatti, quando il vettore di forze relativo ad un modo viene sommato a quello connesso al modo fondamentale, a causa dell'annullamento dei segni negativi, si produce sempre un aumento di quest'ultimo. Naturalmente questo fatto può non essere del tutto realistico, provocando uno scostamento del vettore così ottenuto da quello reale, ma, d'altro canto una riproduzione più fedele degli effetti dinamici richiederebbe una somma pesata dei contributi relativi ai diversi modi, complicando notevolmente la procedura.

È importante sottolineare che, quando la risposta della struttura ha raggiunto il suo picco ed entra nella fase discendente, l'analisi agli autovalori della struttura non può più fornire soluzioni reali, a causa della presenza di valori negativi sulla diagonale della matrice di rigidezza, producendo periodi di vibrazione immaginari e deformate modali ovviamente inaccettabili. In questi casi il vettore di forma non viene più ricalcolato e di fatto l'analisi perde le sue caratteristiche adattive, trasformandosi in una procedura di tipo convenzionale. Un tale modo di procedere è comunque giustificato dal fatto che, nella gran parte dei casi, l'ingresso della risposta strutturale nella sua fase di *post-peak*, corrisponde alla formazione di un meccanismo che rimane tale fino al raggiungimento del collasso.

Combinando i risultati così ottenuti relativi ai diversi modi di vibrare si ottengono gli spostamenti di interpiano complessivi Δ_i e da essi si ricavano gli spostamenti D_i utilizzati per modellare il vettore di forma attraverso la relazione:

$$D_i^k = \sum_{r=1}^i \Delta_r^k \quad (\text{A.23})$$

Nel documento in cui viene proposto l'algoritmo *DAP*, gli autori mettono in evidenza come il secondo modo di procedere appaia concettualmente migliore in quanto gli spostamenti relativi tra due piani successivi rappresentano un

collegamento più diretto e rappresentativo con lo stato deformativo reale della struttura al passo considerato. Tale guadagno in termini di precisione sembra trasparire anche dai risultati sperimentali, non tanto in termini di curve di capacità globali, quanto nella previsione degli spostamenti di piano.

Al termine di questo passo gli spostamenti D_i vengono normalizzati in base allo spostamento massimo in modo tale che quest'ultimo sia proporzionale al moltiplicatore dei carichi:

$$\overline{D}_i^k = \frac{D_i^k}{\max D_i^k} \tag{A.24}$$

Il conseguente vettore di forma è dunque dato da:

$$\overline{\mathbf{D}}^k = \{ \overline{D}_1^k \dots \overline{D}_N^k \} \tag{A.25}$$

A.3.2.4 Aggiornamento del vettore dei carichi complessivi

Una volta determinato il vettore di forma normalizzato \overline{D}^k , la distribuzione degli spostamenti applicati alla struttura al generico passo k , può essere definita con uno dei metodi seguenti:

- *Aggiornamento Totale*

La distribuzione degli spostamenti agenti \mathbf{U}^k viene ottenuta attraverso il prodotto tra il vettore di forma \overline{D}^k , il vettore nominale \mathbf{U}_0 ed il moltiplicatore attuale λ^k :

$$\mathbf{U}^k = \lambda^k \cdot \mathbf{U}_0 \cdot \overline{D}^k \tag{A.26}$$

come schematicamente rappresentato in figura A.4:

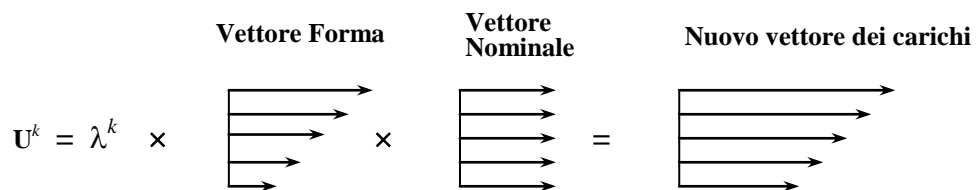


Figura A.4 – Aggiornamento totale del vettore degli spostamenti.

Utilizzando questo metodo il nuovo vettore \mathbf{U}^k , che riflette le caratteristiche istantanee della struttura, sostituisce completamente il profilo delle forze bilanciate agente al passo precedente.

- *Aggiornamento Incrementale*

In questo caso invece il vettore degli spostamenti agenti si ottiene sommando quello relativo al passo precedente \mathbf{U}^{k-1} , al prodotto tra il vettore di forma $\overline{\mathbf{D}}^k$, il vettore nominale \mathbf{U}_0 e l'attuale incremento del moltiplicatore $\Delta\lambda^k$:

$$\mathbf{U}^k = \mathbf{U}^{k-1} + \Delta\lambda^k \cdot \overline{\mathbf{D}}^k \cdot \mathbf{U}_0 \tag{A.27}$$

come schematicamente rappresentato in *figura A.5*:

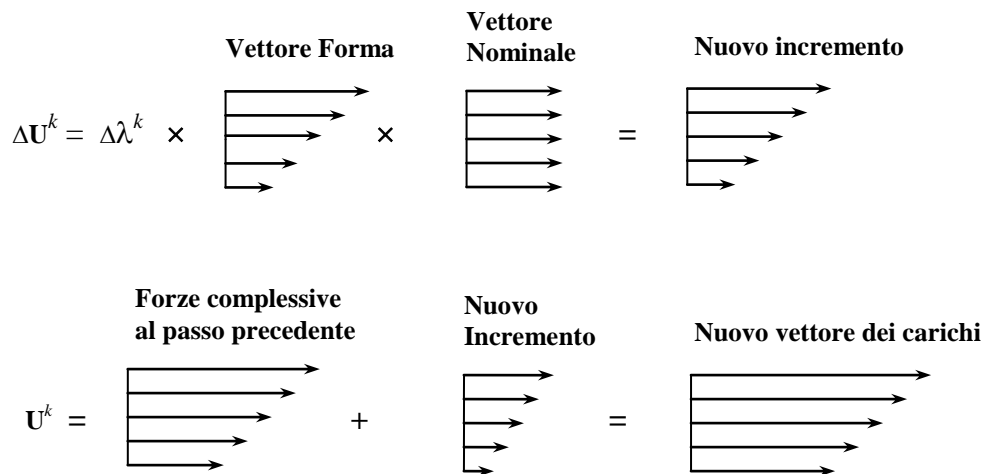


Figura A.5 – Aggiornamento incrementale del vettore degli spostamenti.

Nel loro documento, Antoniou e Pinho [2004b] evidenziano il fatto che, con il primo modo di procedere si ottenga una rappresentazione delle caratteristiche dinamiche dalla risposta più adeguata, durante l'analisi. Il vettore degli spostamenti è infatti calcolato *ex-novo* ad ogni passo, in modo tale da riflettere soltanto lo stato di rigidità attuale della struttura. Con l'aggiornamento totale dunque, a differenza di quello incrementale, è possibile di fatto, partendo da una distribuzione iniziale triangolare, che l'analisi si sviluppi e si concluda con un profilo di spostamenti che rifletta un altro modo di vibrare, per esempio il secondo o il terzo. Viene però anche sottolineato il fatto che, insieme a questa auspicabile

riproduzione degli effetti dinamici di un sisma, il metodo di aggiornamento totale è caratterizzato da una consistente perdita di stabilità in termini computazionali e un evidente peggioramento della precisione dei risultati, dovuto presumibilmente alla concentrazione degli spostamenti in corrispondenza delle zone maggiormente danneggiate. A causa di ciò la procedura di aggiornamento totale dei carichi viene dagli autori fortemente sconsigliata.

A.3.3 L'algoritmo *FAP* – *Force-based Adaptive Pushover*

Simile all'algoritmo adattivo *DAP*, gli stessi Antoniou e Pinho [2004a] hanno proposto una variante che prevede la descrizione degli spostamenti laterali sottoforma di forze chiamata appunto *FAP*. Si tratta di un'algoritmo che ricalca quello descritto in precedenza, articolandosi negli stessi passi fondamentali: (i) definizione del vettore dei carichi nominale e della matrice delle masse inerziali, (ii) determinazione del fattore moltiplicativo dei carichi laterali, (iii) calcolo del vettore di forma normalizzato, (iv) aggiornamento della distribuzione complessiva delle forze.

I primi due passi sono sostanzialmente analoghi a quelli dell'algoritmo *DAP*, con la sola differenza che gli elementi del vettore degli spostamenti sono, in questo caso, forze, anziché spostamenti:

$$P^k = \lambda^k \cdot P_0 \quad (\text{A.28})$$

A.3.3.1 Calcolo del vettore di forma normalizzato

Il vettore di forma normalizzato $\overline{\mathbf{F}}^k$ relativo al passo k -esimo, utilizzato per la modellazione della distribuzione dei carichi, o dei relativi incrementi, viene calcolato all'inizio di ogni passo d'analisi in modo tale da riflettere le attuali caratteristiche della struttura. Perché questo sia possibile, viene realizzata una analisi agli autovalori in modo da calcolare le forze modali F_{ij}^k relative all' i -esimo piano ed al j -esimo modo di vibrare al passo k -esimo, con la relazione:

$$F_{ij}^k = \Gamma_j^{k-1} \cdot \phi_{ij}^{k-1} \cdot M_i \quad (\text{A.29})$$

dove, al solito, Γ_j^{k-1} rappresenta il fattore di partecipazione del modo j , M_i la massa del piano i e ϕ_{ij}^{k-1} la deformata modale normalizzata ad essi relativa, al passo precedente $k-1$. Nel calcolo sopra descritto è possibile considerare un parametro addizionale $S_a(T_j^{k-1})$, la cosiddetta amplificazione spettrale, che rappresenta l'ordinata dello spettro di risposta in termini di accelerazioni corrispondente al periodo di vibrare relativo al j -esimo modo:

$$F_{ij}^k = \Gamma_j^{k-1} \cdot \phi_{ij}^{k-1} \cdot M_i \cdot S_a(T_j^{k-1}) \quad (\text{A.30})$$

La presenza di tale amplificazione spettrale, che può essere definita dal codice di progettazione o derivata da un sisma di riferimento, riflettendo almeno in parte gli effetti dinamici prodotti dal sisma sulla struttura, può produrre un miglioramento dei risultati dell'analisi.

Le distribuzioni delle forze relative ai diversi modi di vibrare vengono poi combinate in modo da considerare gli effetti derivanti da ognuno di essi, attraverso uno dei metodi quadratici presentati nel *paragrafo A.3.2.3*.

Infine combinando i risultati, poiché il vettore $\overline{\mathbf{F}}^k$ definisce soltanto la forma della distribuzione dei carichi o degli incrementi ad essi relativi, ma non la sua ampiezza, le forze così ottenute ad ogni passo vengono normalizzate rispetto alla loro somma:

$$\overline{F}_i^k = \frac{F_i^k}{\sum_i F_i^k} \quad (\text{A.31})$$

Il vettore di forma è dunque dato da:

$$\overline{\mathbf{F}}^k = \left\{ \overline{F}_1^k \dots \overline{F}_N^k \right\} \quad (\text{A.32})$$

A.3.3.2 Aggiornamento del vettore dei carichi complessivi

Come nell' algoritmo DAP l'aggiornamento del vettore dei carichi può avvenire per via totale o incrementale. Viene sottolineato il fatto che il metodo di aggiornamento totale è caratterizzato da una consistente perdita di stabilità in

termini computazionali, a causa di cambiamenti repentini nel vettore dei carichi laterali, che ne sfavorisce l'utilizzo.

Secondo gli autori comunque, l'impiego del metodo DAP rispetto al FAP, produce risultati più attendibili come risposta strutturale.

Appendice B

La scienza è fatta di dati come una casa di pietre.
Ma un ammasso di dati non è scienza più di
quanto un mucchio di pietre sia una casa.

Jules Henri Poincaré

RISULTATI DELLE ANALISI NUMERICHE SVOLTE SUL CASO STUDIO A

B.1 Risultati delle analisi elastiche-lineari

B.1.1 Analisi dinamiche: grafici di time-history, curve di isteresi e deformate

Qui di seguito vengono riportati i risultati delle analisi dinamiche lineari svolte sul caso studio A, in particolare sono riportati i seguenti risultati per ognuno dei dodici *input* accelerometrici descritti nel terzo capitolo:

- Evoluzione temporale dei principali parametri di risposta della struttura.
- Curve di isteresi: Rotazione attorno a z Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità, con la sovrapposizione dei punti a rottura delle analisi di *pushover* con distribuzione delle forze di tipo β .
- Deformata della struttura nel piano xy , nei due istanti $DxCM3\ max$ (massimo spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità) e $RzCM3\ max$ (massima rotazione attorno a z del centro di massa del piano di sommità).
- Tabelle con indicati i valori numerici dei parametri di risposta delle struttura nei seguenti istanti di tempo caratteristici: raggiungimento della rottura ($\varepsilon_{cu} = - 0.0035$), $DxCM3\ max$ (massimo spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità), $RzCM3\ max$ (massima rotazione attorno a z del centro di massa del piano di sommità) e $Tx\ max$ (massimo taglio alla base lungo x).

Tutti i risultati delle analisi dinamiche, riportati qui di seguito, sono riferiti al particolare valore di *Scale Factor* (SF) che porta per primo una qualunque fibra di c.l.s. confinato della struttura nelle sue condizioni ultime ($\varepsilon_{cu} = - 0.0035$).

I parametri Dx , Dy e Rz riportati nella tabella rappresentano lo spostamento lungo x , lo spostamento lungo y e rotazione attorno a z . Mentre Tx , Ty e Mt risultano rispettivamente il taglio di piano lungo x , taglio di piano lungo y e il momento torcente di piano riferito al centro di massa del piano stesso.

Il parametro ε_c rappresenta la massima deformazione raggiunta in una qualunque fibra di c.l.s. della struttura, mentre per *Base Shear X* si intende il taglio alla base della struttura lungo la direzione x calcolato sulla base delle azioni esterne, tutti gli altri parametri di sollecitazione riportati sono stati calcolati a partire dalle sollecitazioni interne.

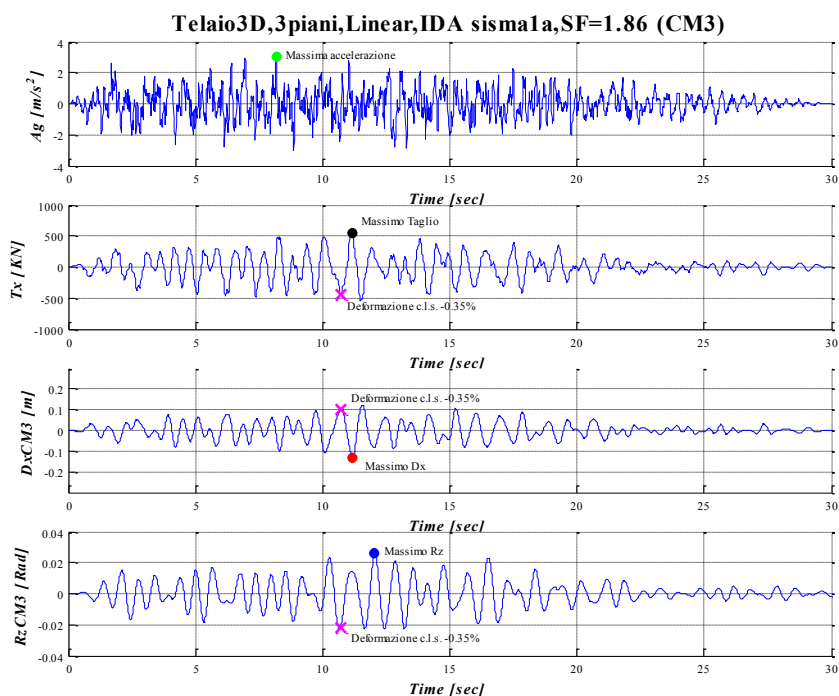


Figura B.1 - Accelerogramma, Taglio alla Base lungo x, Spostamento e Rotazione del centro di massa del piano di sommità in funzione del tempo.

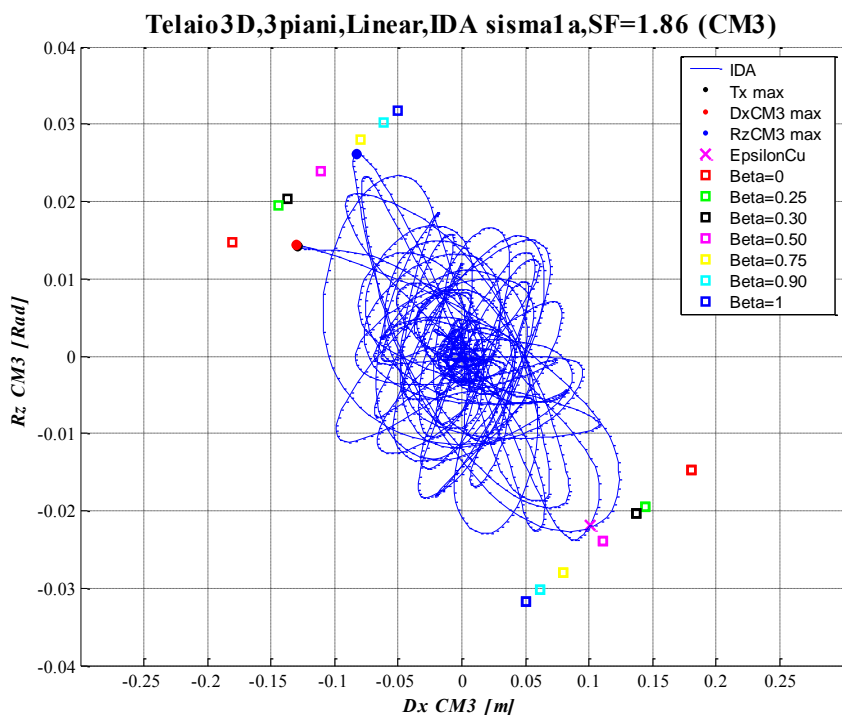
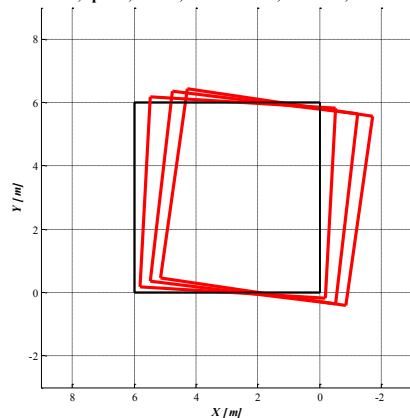


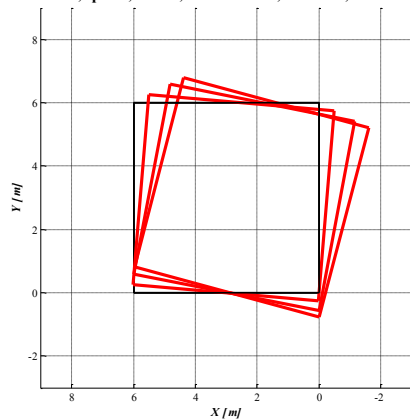
Figura B.2 - Curva di Isteresi: Rotazione attorno a z Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; in sovrapposizione sono riportati i punti a rottura (quadretti colorati) di diverse analisi di pushover al variare del parametro β .

Telaio3D,3piani,Linear,IDA sisma1a,SF=1.86,DxCM3 max



a)

Telaio3D,3piani,Linear,IDA sisma1a,SF=1.86,RzCM3 max



b)

Figura B.3 – Deformata della struttura nel piano xy: a) nell'istante di massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità (DxCM3 max), b) nell'istante di massima rotazione del centro di massa del piano di sommità (RzCM3 max).

Istante caratteristico		Time [sec]	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [kN]	Ty [kN]	Mt [kN*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [kN]	Mt base [kN*m]	Scaling Factor	
Sisma 1a	ϵ_{cu}	CM3	-0.0035238	0.1004	0.0014	-0.02194	-128.06	-0.15	651.42	0.9932516	-442.69	1297.10	1.86	
		CM2		10.7	0.0741	0.0003	-0.01708	-284.99	2.14					1122.70
		CM1		0.0331	-0.0001	-0.00822	-439.67	4.83	1297.10					
	Max DxCM3	CM3	11.18	-0.0029325	-0.1296	0.0013	0.01431	272.32	-1.27	-165.89	1.193529	534.45		-393.67
		CM2			-0.0881	0.0003	0.01153	473.84	2.56	-312.26				
		CM1			-0.0351	-0.0001	0.00563	541.18	4.09	-393.67				
	Max RzCM3	CM3	12.05	-0.0031973	-0.0828	0.0014	0.02618	127.92	0.15	-974.87	1.0946599	146.51		-1876.50
		CM2			-0.0594	0.0004	0.01928	183.11	2.42	-1660.90				
		CM1			-0.0252	0.0000	0.00851	160.22	3.09	-1876.50				
	Max Base Shear X	CM3	11.17	-0.0030356	-0.1296	0.0013	0.01424	273.95	-1.18	-70.05	1.1529694	541.02		-483.13
		CM2			-0.0887	0.0003	0.01181	468.40	2.42	-338.90				
		CM1			-0.0358	-0.0001	0.00589	543.15	4.13	-483.13				

Tabella B.1 - Parametri di risposta della struttura nei quattro istanti caratteristici: rottura $\epsilon_{cu} = -0.0035$, massimo spostamento, massima rotazione del centro di massa del piano di sommità e massimo taglio alla base lungo x.

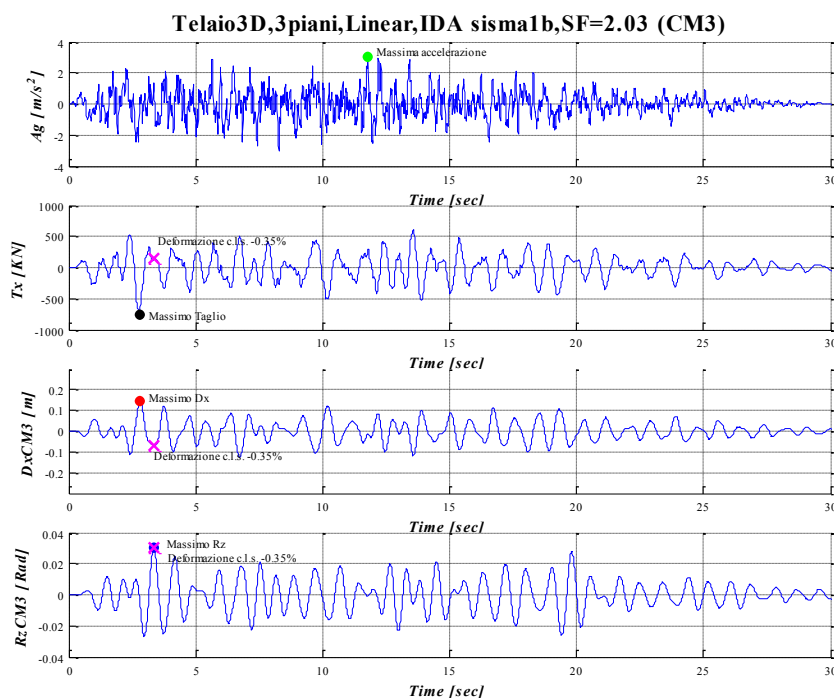


Figura B.4 - Accelerogramma, Taglio alla Base lungo x, Spostamento e Rotazione del centro di massa del piano di sommità in funzione del tempo.

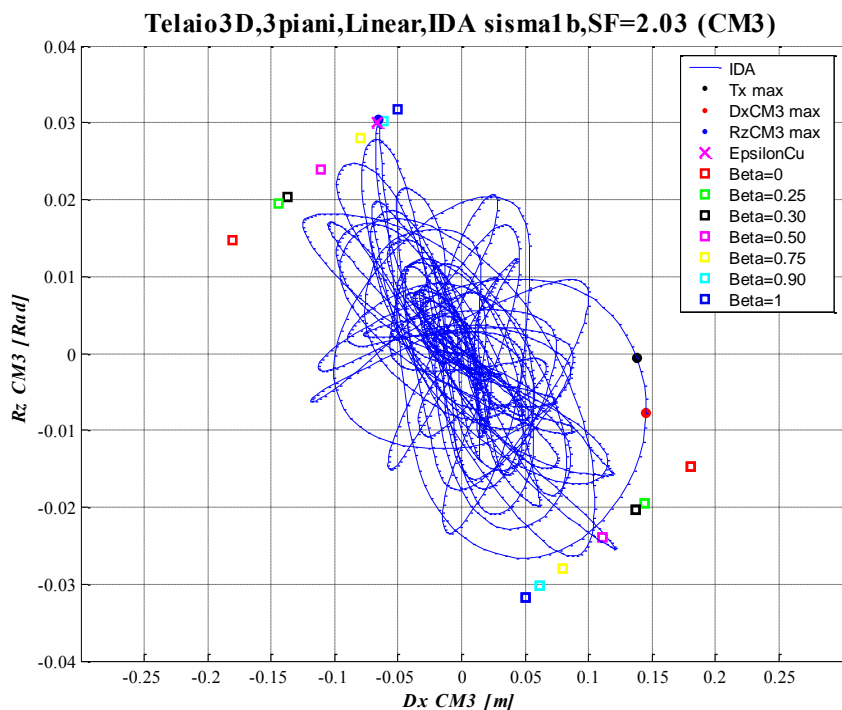
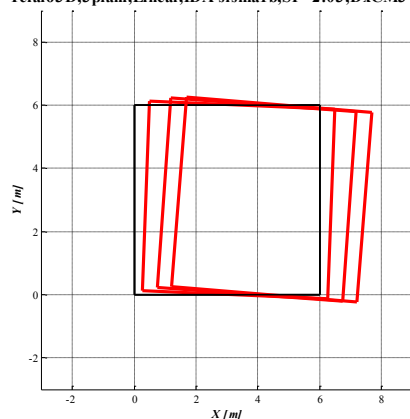


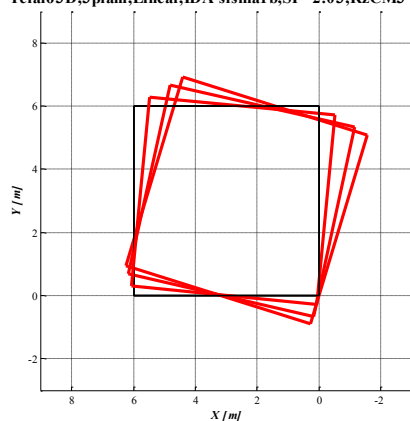
Figura B.5 - Curva di Isteresi: Rotazione attorno a z Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; in sovrapposizione sono riportati i punti a rottura (quadretti colorati) di diverse analisi di pushover al variare del parametro β .

Telaio3D,3piani,Linear,IDA sisma1b,SF=2.03,DxCM3 max



a)

Telaio3D,3piani,Linear,IDA sisma1b,SF=2.03,RzCM3 max



b)

Figura B.6 - Deformata della struttura nel piano xy: a) nell'istante di massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità (DxCM3 max), b) nell'istante di massima rotazione del centro di massa del piano di sommità (RzCM3 max).

Istante caratteristico		Time [sec]	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [KN]	Ty [KN]	Mt [KN*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [KN]	Mt base [KN*m]	Scaling Factor
Sisma 1b	ϵ_{cu}	CM3	3.36	-0.0035113	-0.0664	0.0014	0.03001	39.20	2.78	-1265.10	0.9967847	147.00	-2265.30
		CM2			-0.0518	0.0006	0.02201	77.43	2.55	-2059.70			
		CM1			-0.0245	0.0002	0.00983	141.19	1.07	-2265.30			
	Max DxCM3	CM3	2.82	-0.0025825	0.1455	0.0012	-0.00780	-342.74	1.08	-238.52	1.3552916	-639.28	-307.97
		CM2			0.0964	0.0005	-0.00706	-587.25	1.68	-351.10			
		CM1			0.0373	0.0000	-0.00383	-666.67	2.24	-307.97			
	Max RzCM3	CM3	3.34	-0.003482	-0.0656	0.0014	0.03040	38.91	2.28	-1301.40	1.0051723	118.94	-2313.10
		CM2			-0.0510	0.0006	0.02221	76.24	2.63	-2094.50			
		CM1			-0.0239	0.0002	0.00984	116.09	1.40	-2313.10			
	Max Base Shear X	CM3	2.78	-0.0026353	0.1383	0.0010	-0.00068	-318.25	4.38	-635.80	1.3281321	-765.06	-898.47
		CM2			0.0926	0.0006	-0.00245	-604.27	1.24	-916.59			
		CM1			0.0365	0.0002	-0.00217	-766.55	0.11	-898.47			

Tabella B.2 - Parametri di risposta della struttura nei quattro istanti caratteristici: rottura $\epsilon_{cu} = -0.0035$, massimo spostamento, massima rotazione del centro di massa del piano di sommità e massimo taglio alla base lungo x.

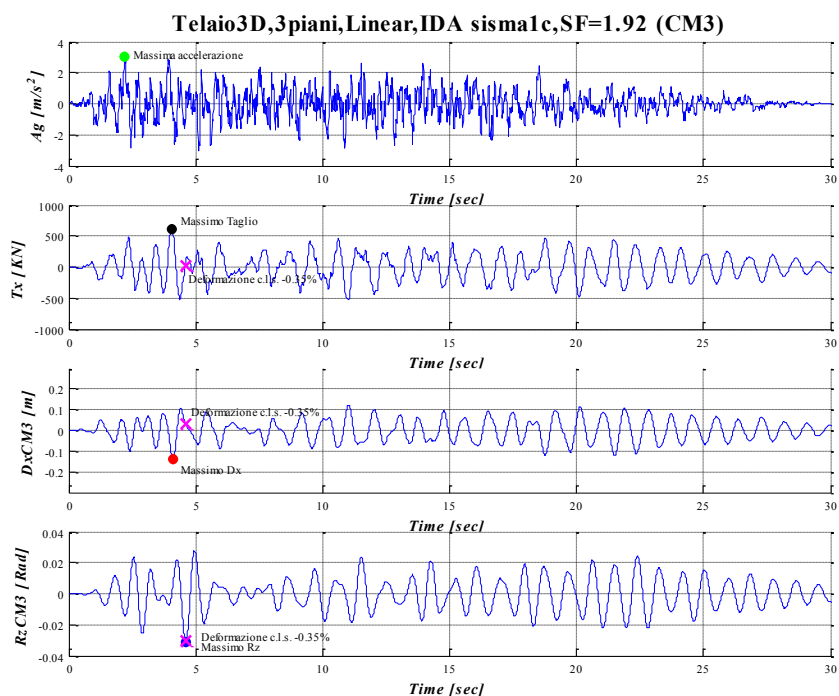


Figura B.7 - Accelerogramma, Taglio alla Base lungo x, Spostamento e Rotazione del centro di massa del piano di sommità in funzione del tempo.

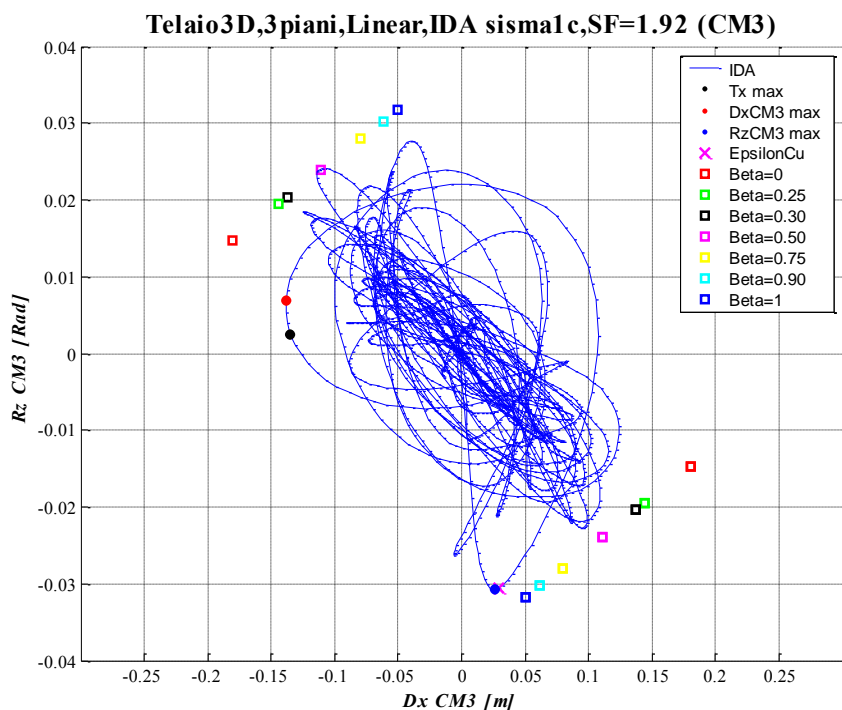
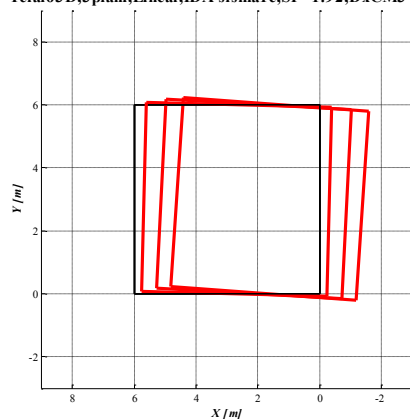


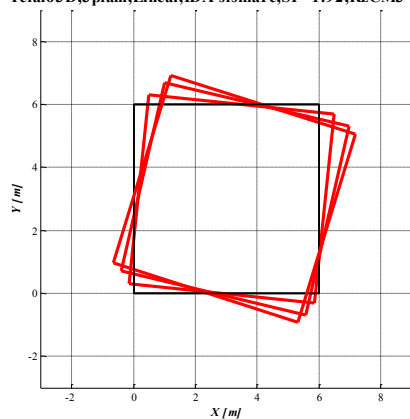
Figura B.8 - Curva di Isteresi: Rotazione attorno a z Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; in sovrapposizione sono riportati i punti a rottura (quadretti colorati) di diverse analisi di pushover al variare del parametro β .

Telaio3D,3piani,Linear,IDA sisma1c,SF=1.92,DxCM3 max



a)

Telaio3D,3piani,Linear,IDA sisma1c,SF=1.92,RzCM3 max



b)

Figura B.9 - Deformata della struttura nel piano xy: a) nell'istante di massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità (DxCM3 max), b) nell'istante di massima rotazione del centro di massa del piano di sommità (RzCM3 max).

Istante caratteristico		Time [sec]	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [kN]	Ty [kN]	Mt [kN*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [kN]	Mt base [kN*m]	Scaling Factor	
Sisma 1c	ϵ_{cu}	CM3	-0.0035098	0.0294	0.0013	-0.03063	93.19	3.47	1302.00	0.9972078	18.19	2798.50	1.92	
		CM2		4.59	0.0314	0.0005	-0.02293	82.56	2.68					2350.60
		CM1		0.0188	0.0001	-0.01051	0.93	4.43	2798.50					
	Max DxCM3	CM3	4.11	-0.0021705	-0.1385	0.0012	0.00686	362.09	2.34	73.21	1.6125094	563.27		551.62
		CM2			-0.0880	0.0006	0.00537	562.56	2.10	382.65				
		CM1			-0.0319	0.0002	0.00253	578.13	0.09	551.62				
	Max RzCM3	CM3	4.6	-0.0034948	0.0267	0.0012	-0.03080	96.85	4.99	1299.90	1.0014879	51.70		2873.60
		CM2			0.0296	-0.0006	-0.02308	93.92	2.74	2391.70				
		CM1			0.0180	-0.0002	-0.01056	31.28	2.54	2873.60				
Max Base Shear X	CM3	4.08	-0.0022205	-0.1347	0.0011	0.00254	371.17	4.33	413.48	1.5762571	609.67	845.61		
	CM2			-0.0855	0.0007	0.00273	562.82	1.60	649.17					
	CM1			-0.0309	0.0003	0.00155	610.22	-1.03	845.61					

Tabella B.3 - Parametri di risposta della struttura nei quattro istanti caratteristici: rottura $\epsilon_{cu} = -0.0035$, massimo spostamento, massima rotazione del centro di massa del piano di sommità e massimo taglio alla base lungo x.

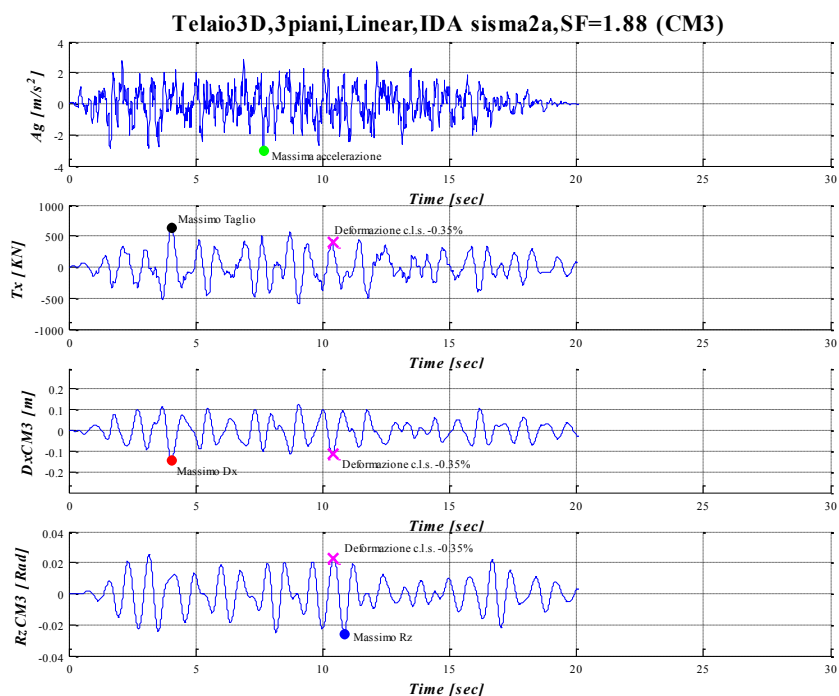


Figura B.10 - Accelerogramma, Taglio alla Base lungo x, Spostamento e Rotazione del centro di massa del piano di sommità in funzione del tempo.

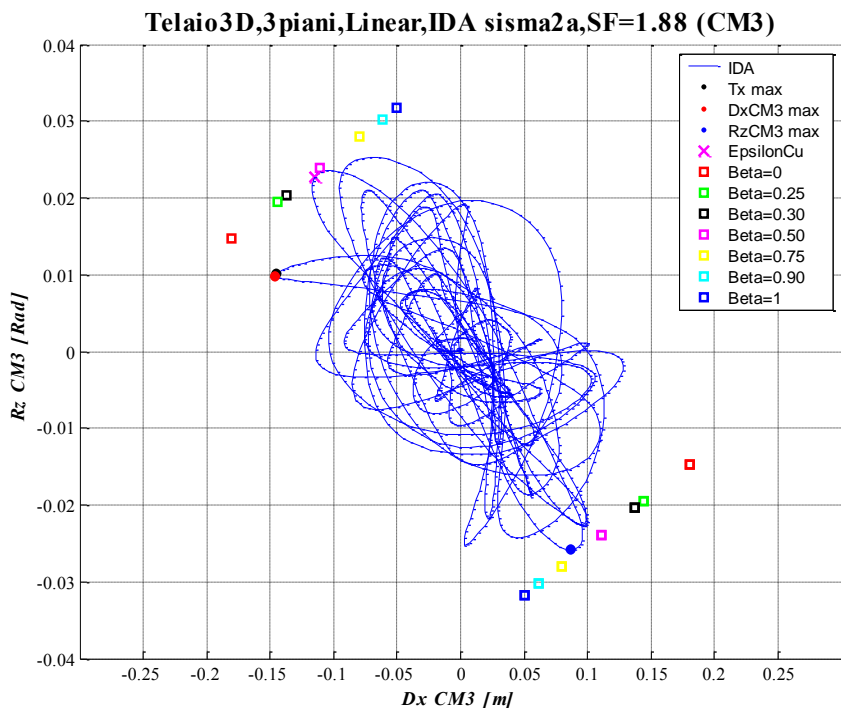
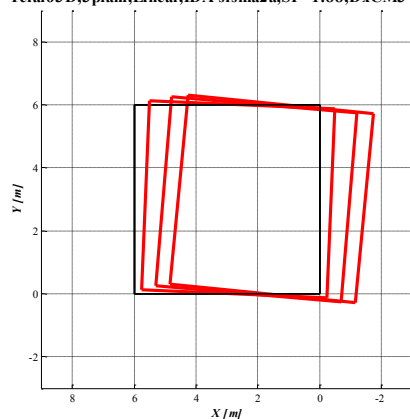


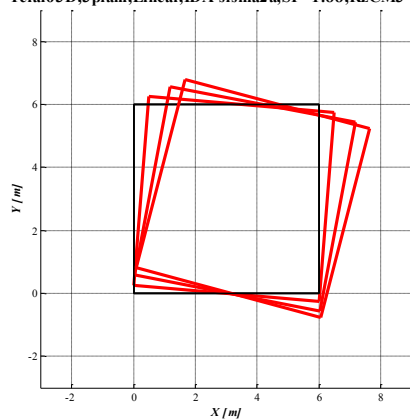
Figura B.11 - Curva di Isteresi: Rotazione attorno a z Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; in sovrapposizione sono riportati i punti a rottura (quadretti colorati) di diverse analisi di pushover al variare del parametro β .

Telaio3D,3piani,Linear,IDA sisma2a,SF=1.88,DxCM3 max



a)

Telaio3D,3piani,Linear,IDA sisma2a,SF=1.88,RzCM3 max



b)

Figura B.12 - Deformata della struttura nel piano xy: a) nell'istante di massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità (DxCM3 max), b) nell'istante di massima rotazione del centro di massa del piano di sommità (RzCM3 max).

Istante caratteristico		Time [sec]	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [kN]	Ty [kN]	Mt [kN*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [kN]	Mt base [kN*m]	Scaling Factor	
Sisma 2a	ϵ_{cu}	CM3	10.4	-0.0035198	-0.1150	0.0014	0.02278	186.34	-3.60	-697.27	0.9943775	389.77	-1320.90	1.88
		CM2			-0.0814	0.0000	0.01740	361.33	2.90	-1066.10				
		CM1			-0.0342	-0.0004	0.00814	408.54	7.79	-1320.90				
	Max DxCM3	CM3	4.04	-0.0026685	-0.1460	0.0012	0.00985	351.89	-1.54	135.89	1.3115786	624.35	134.53	
		CM2			-0.0963	0.0002	0.00838	570.22	2.43	151.56				
		CM1			-0.0369	-0.0002	0.00427	627.95	5.11	134.53				
	Max RzCM3	CM3	10.85	-0.0031266	0.0868	0.0015	-0.02583	-139.33	-1.86	1002.20	1.119434	-150.49	1773.90	
		CM2			0.0613	-0.0003	-0.01885	-211.93	2.62	1576.90				
		CM1			0.0254	-0.0001	-0.00823	-167.06	4.03	1773.90				
	Max Base Shear X	CM3	4.06	-0.0027573	-0.1450	0.0011	0.01018	344.36	-0.31	163.62	1.2693807	628.87	57.00	
		CM2			-0.0964	0.0002	0.00881	561.30	2.43	101.02				
		CM1			-0.0373	-0.0001	0.00454	630.59	3.96	57.00				

Tabella B.4 - Parametri di risposta della struttura nei quattro istanti caratteristici: rottura $\epsilon_{cu} = -0.0035$, massimo spostamento, massima rotazione del centro di massa del piano di sommità e massimo taglio alla base lungo x.

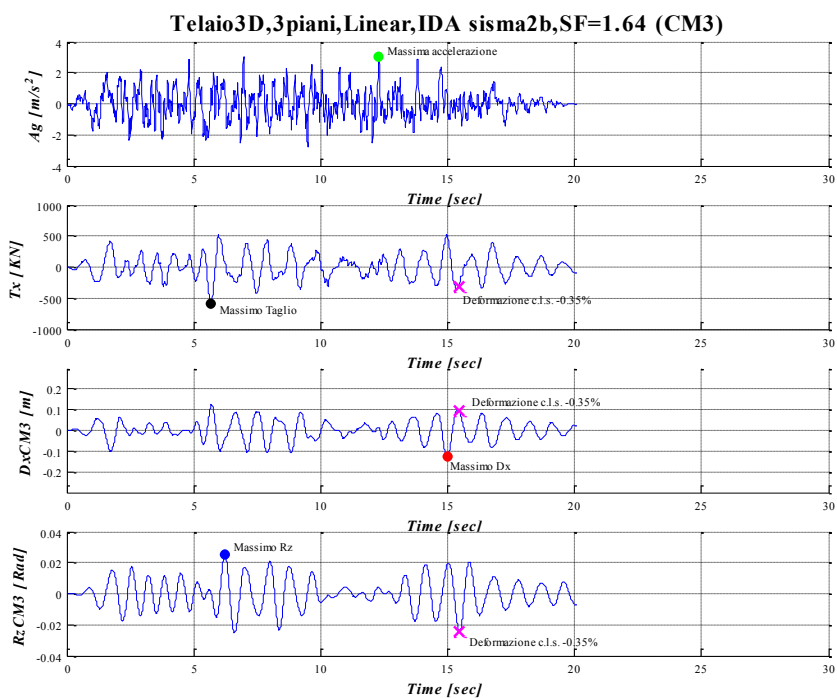


Figura B.13 - Accelerogramma, Taglio alla Base lungo x, Spostamento e Rotazione del centro di massa del piano di sommità in funzione del tempo.

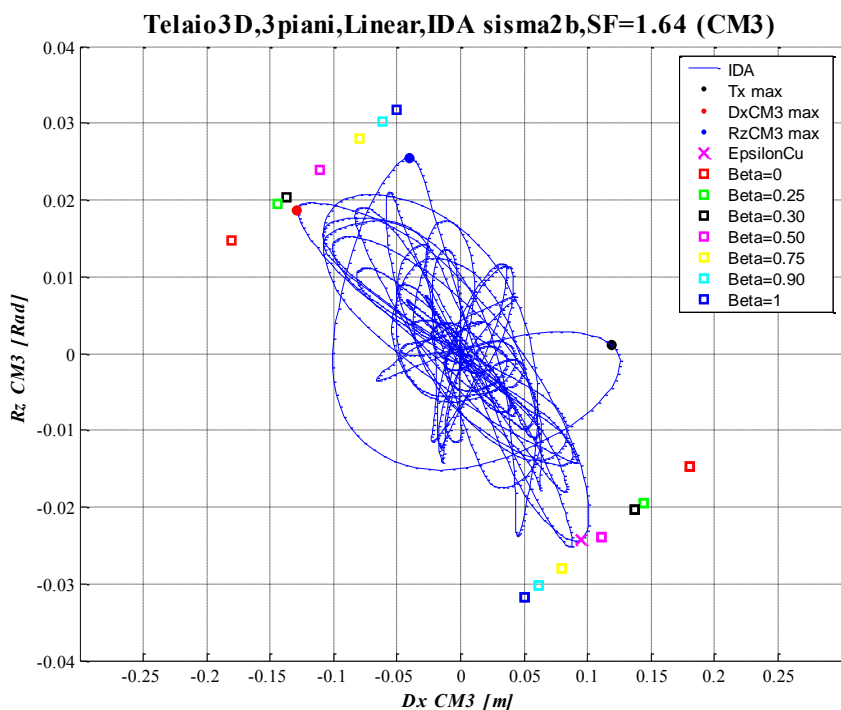
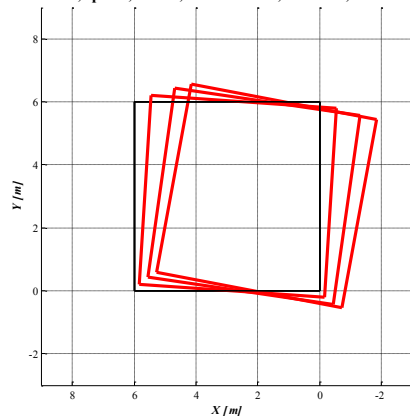


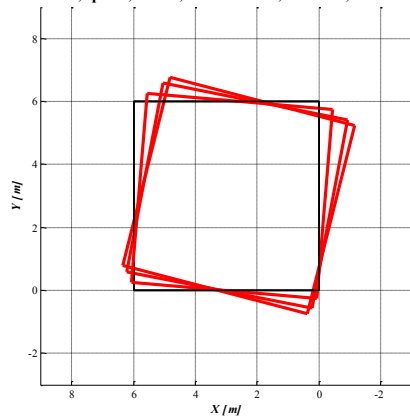
Figura B.14 - Curva di Isteresi: Rotazione attorno a z Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; in sovrapposizione sono riportati i punti a rottura (quadretti colorati) di diverse analisi di pushover al variare del parametro β .

Telaio3D,3piani,Linear,IDA sisma2b,SF=1.64,DxCM3 max



a)

Telaio3D,3piani,Linear,IDA sisma2b,SF=1.64,RzCM3 max



b)

Figura B.15 - Deformata della struttura nel piano xy: a) nell'istante di massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità (DxCM3 max), b) nell'istante di massima rotazione del centro di massa del piano di sommità (RzCM3 max).

Istante caratteristico		Time [sec]	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [kN]	Ty [kN]	Mt [kN*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [kN]	Mt base [kN*m]	Scaling Factor	
Sisma 2b	ϵ_{cu}	CM3	15.45	-0.0035367	0.0947	0.0015	-0.02425	-124.31	-1.02	758.45	0.9896287	-308.61	1670.00	1.64
		CM2			0.0698	0.0003	-0.01863	-251.87	2.48	1373.90				
		CM1			0.0309	-0.0001	-0.00873	-320.38	5.04	1670.00				
	Max DxCM3	CM3	14.98	-0.0032267	-0.1286	0.0014	0.01864	251.36	-2.02	-472.65	1.0847163	521.25	-692.91	
		CM2			-0.0881	0.0002	0.01431	433.56	2.48	-661.74				
		CM1			-0.0358	-0.0002	0.00674	525.39	5.45	-692.91				
	Max RzCM3	CM3	6.23	-0.0030744	-0.0406	0.0013	0.02548	-43.31	2.74	-1078.00	1.1384335	85.61	-2113.10	
		CM2			-0.0365	0.0005	0.01906	7.81	2.77	-1828.60				
		CM1			-0.0194	0.0002	0.00872	92.48	2.70	-2113.10				
Max Base Shear X	CM3	5.67	-0.0020895	0.1188	0.0011	0.00114	-325.66	1.96	-545.42	1.6750178	-581.38	-1020.60		
	CM2			0.0755	0.0005	-0.00018	-527.16	2.03	-893.81					
	CM1			0.0274	0.0001	-0.00056	-582.43	2.76	-1020.60					

Tabella B.5 - Parametri di risposta della struttura nei quattro istanti caratteristici: rottura $\epsilon_{cu} = -0.0035$, massimo spostamento, massima rotazione del centro di massa del piano di sommità e massimo taglio alla base lungo x.

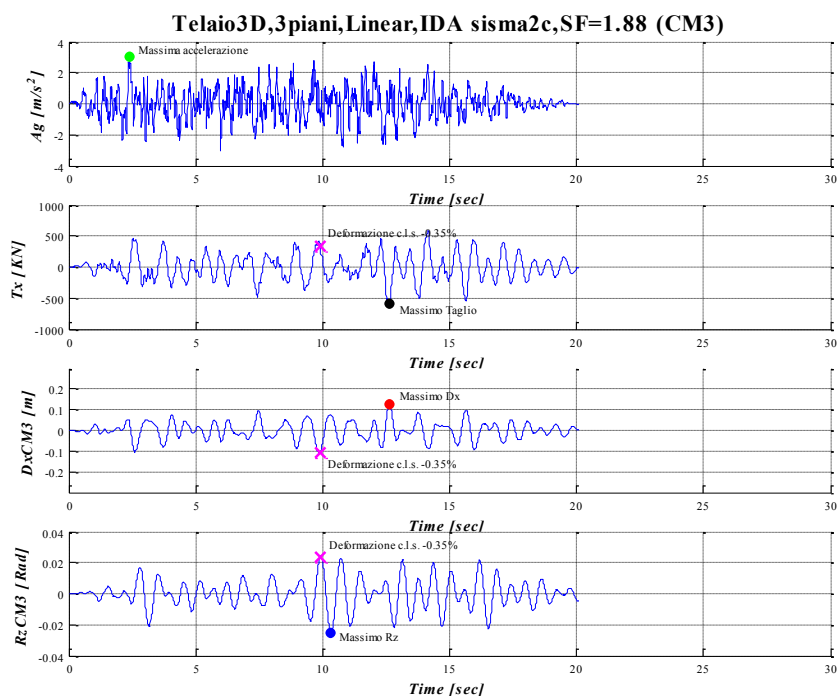


Figura B.16 - Accelerogramma, Taglio alla Base lungo x, Spostamento e Rotazione del centro di massa del piano di sommità in funzione del tempo.

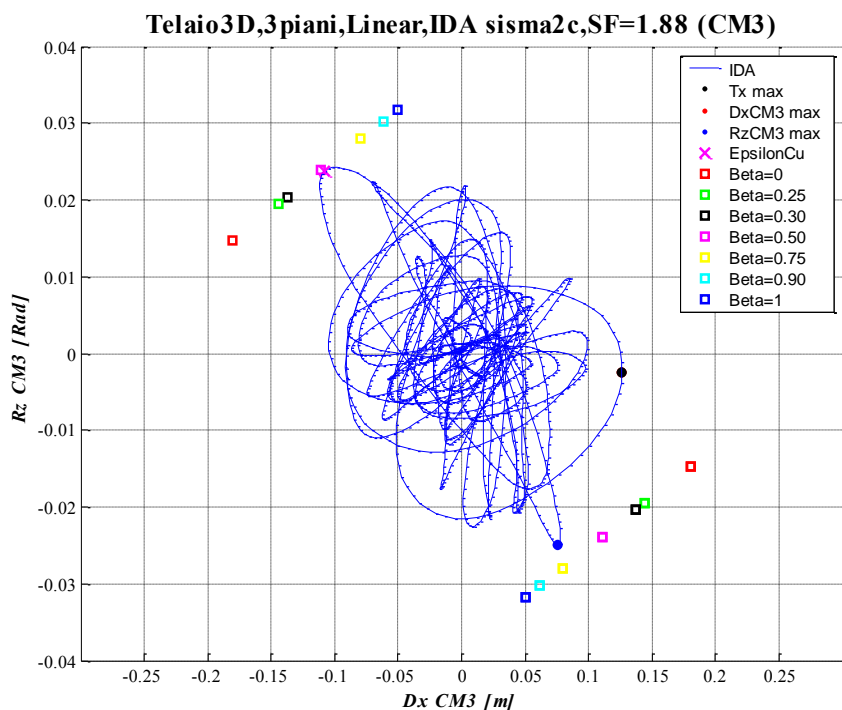
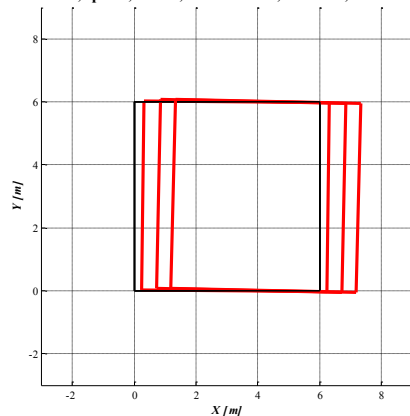


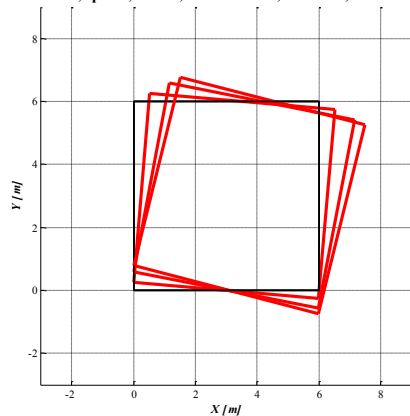
Figura B.17 - Curva di Isteresi: Rotazione attorno a z Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; in sovrapposizione sono riportati i punti a rottura (quadretti colorati) di diverse analisi di pushover al variare del parametro β .

Telaio3D,3piani,Linear,IDA sisma2c,SF=1.88,DxCM3 max



a)

Telaio3D,3piani,Linear,IDA sisma2c,SF=1.88,RzCM3 max



b)

Figura B.18 - Deformata della struttura nel piano xy: a) nell'istante di massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità (DxCM3 max), b) nell'istante di massima rotazione del centro di massa del piano di sommità (RzCM3 max).

Istante caratteristico		Time [sec]	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [kN]	Ty [kN]	Mt [kN*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [kN]	Mt base [kN*m]	Scaling Factor	
Sisma 2c	ϵ_{cu}	CM3	9.9	-0.0035111	-0.1079	0.0014	0.02381	173.87	-1.70	-745.03	0.9968272	338.37	-1484.70	1.88
		CM2			-0.0768	0.0002	0.01811	314.02	2.16	-1235.70				
		CM1			-0.0326	-0.0002	0.00840	360.16	5.83	-1484.70				
	Max DxCM3	CM3	12.63	-0.0020807	0.1265	0.0009	-0.00241	-345.12	3.78	-201.22	1.6821181	-591.55	-1007.10	
		CM2			0.0790	0.0006	-0.00193	-533.85	2.47	-665.61				
		CM1			0.0279	0.0002	-0.00092	-584.88	0.40	-1007.10				
	Max RzCM3	CM3	10.33	-0.0033742	0.0757	0.0013	-0.02499	-73.68	0.46	844.79	1.0372983	-199.52	1924.60	
		CM2			0.0579	-0.0003	-0.01907	-167.19	2.77	1579.10				
		CM1			0.0264	-0.0000	-0.00883	-205.74	4.12	1924.60				
	Max Base Shear X	CM3	12.63	-0.0020807	0.1265	0.0009	-0.00241	-345.12	3.78	-201.22	1.6821181	-591.55	-1007.10	
		CM2			0.0790	0.0006	-0.00193	-533.85	2.47	-665.61				
		CM1			0.0279	0.0002	-0.00092	-584.88	0.40	-1007.10				

Tabella B.6 - Parametri di risposta della struttura nei quattro istanti caratteristici: rottura $\epsilon_{cu} = -0.0035$, massimo spostamento, massima rotazione del centro di massa del piano di sommità e massimo taglio alla base lungo x.

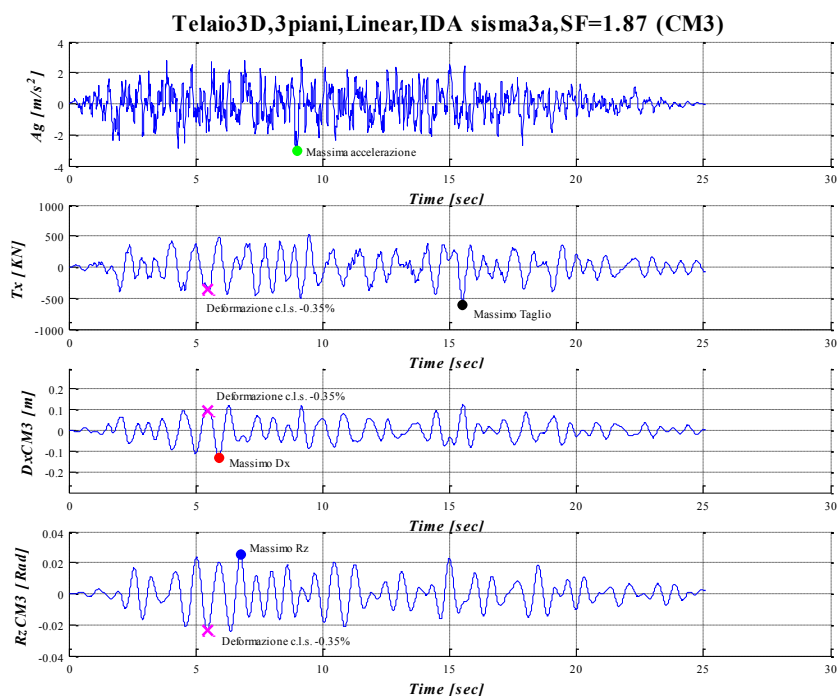


Figura B.19 - Accelerogramma, Taglio alla Base lungo x, Spostamento e Rotazione del centro di massa del piano di sommità in funzione del tempo.

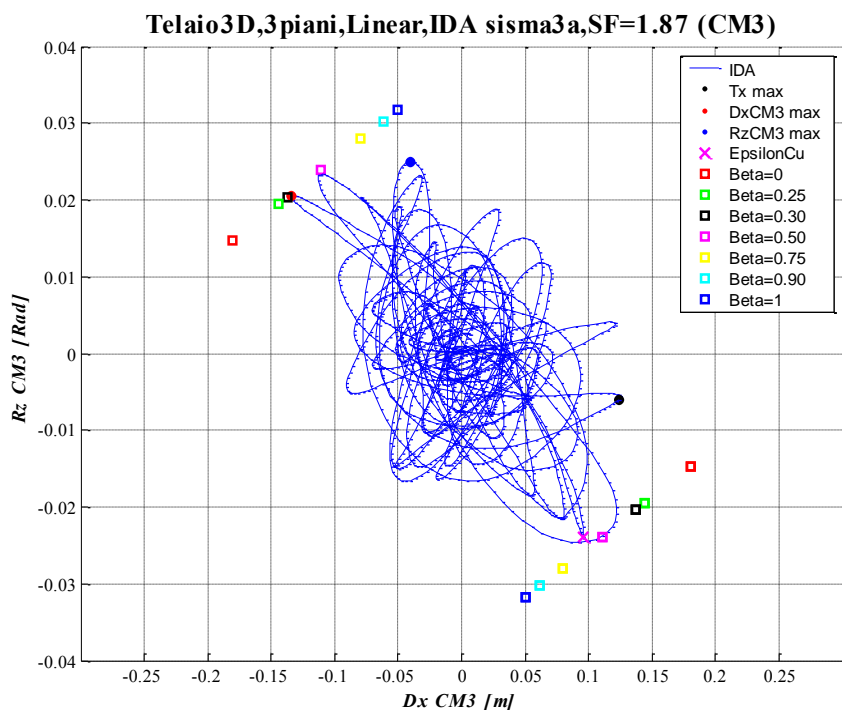
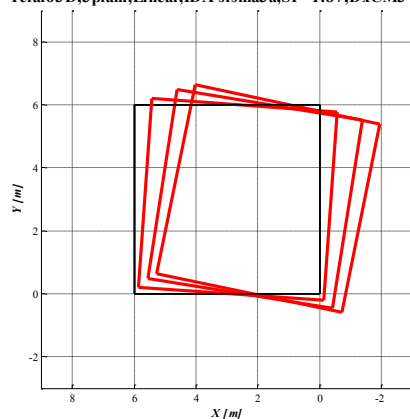


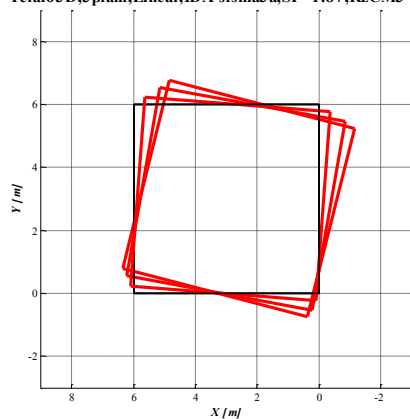
Figura B.20 - Curva di Isteresi: Rotazione attorno a z Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; in sovrapposizione sono riportati i punti a rottura (quadretti colorati) di diverse analisi di pushover al variare del parametro β .

Telaio3D,3piani,Linear,IDA sisma3a,SF=1.87,DxCM3 max



a)

Telaio3D,3piani,Linear,IDA sisma3a,SF=1.87,RzCM3 max



b)

Figura B.21 - Deformata della struttura nel piano xy: a) nell'istante di massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità (DxCM3 max), b) nell'istante di massima rotazione del centro di massa del piano di sommità (RzCM3 max).

Istante caratteristico		Time [sec]	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [kN]	Ty [kN]	Mt [kN*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [kN]	Mt base [kN*m]	Scaling Factor	
Sisma 3a	ϵ_{cu}	CM3	-0.003518	0.0953	0.0013	-0.02396	-110.74	0.51	847.93	0.994875	-353.93	1516.20	1.87	
		CM2		5.47	0.0704	0.0003	-0.01819	-259.52	2.50					1285.70
		CM1		0.0314	-0.0001	-0.00854	-366.83	4.88	1516.20					
	Max DxCM3	CM3	5.9	-0.0033324	-0.1343	0.0016	0.02048	284.06	-3.73	-485.19	1.0503067	468.72		-925.94
		CM2			-0.0910	0.0002	0.01567	448.27	2.19	-822.68				
		CM1			-0.0361	-0.0002	0.00721	468.99	5.57	-925.94				
	Max RzCM3	CM3	6.76	-0.0025746	-0.0403	0.0013	0.02498	16.55	1.34	-1129.10	1.3594345	-44.87		-2052.70
		CM2			-0.0317	-0.0006	0.01794	10.05	2.22	-1827.60				
		CM1			-0.0147	-0.0002	0.00771	-37.06	2.59	-2052.70				
	Max Base Shear X	CM3	15.52	-0.0022725	0.1240	0.0013	-0.00596	-277.41	-1.18	-233.33	1.5401337	-615.72		-368.50
		CM2			0.0830	0.0003	-0.00565	-504.93	2.00	-370.26				
		CM1			0.0327	-0.0001	-0.00321	-615.74	5.42	-368.50				

Tabella B.7 - Parametri di risposta della struttura nei quattro istanti caratteristici: rottura $\epsilon_{cu} = -0.0035$, massimo spostamento, massima rotazione del centro di massa del piano di sommità e massimo taglio alla base lungo x.

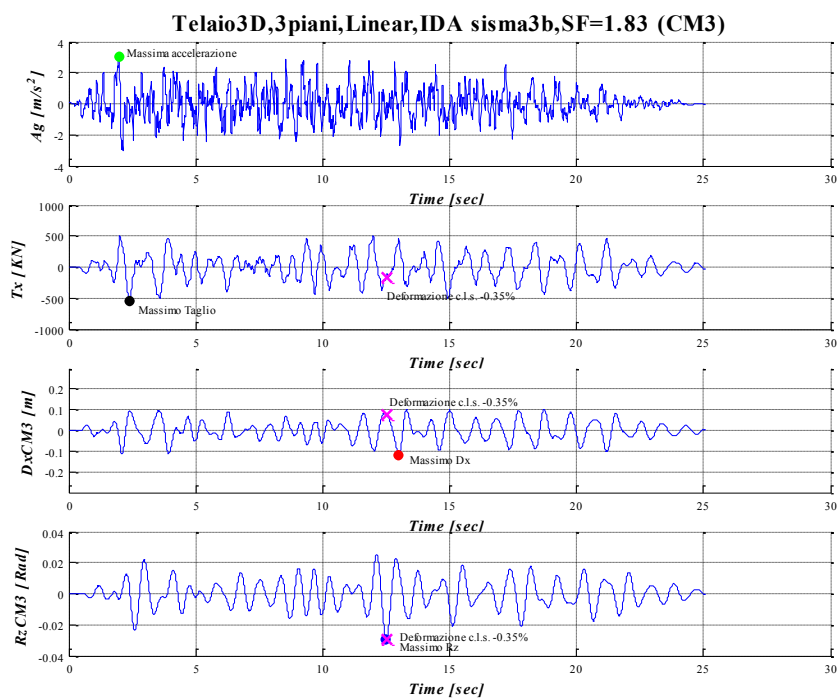


Figura B.22 - Accelerogramma, Taglio alla Base lungo x, Spostamento e Rotazione del centro di massa del piano di sommità in funzione del tempo.

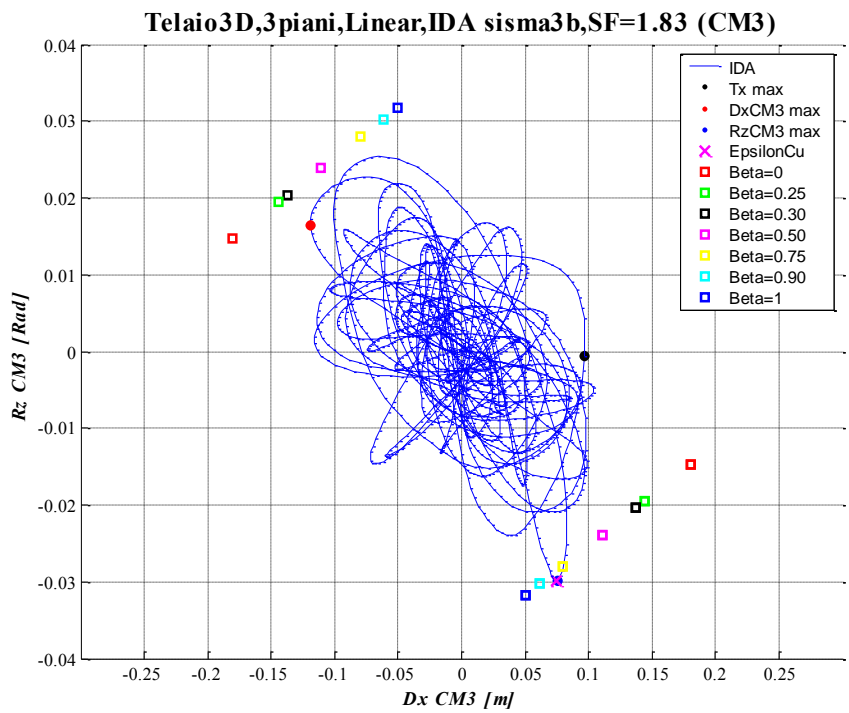
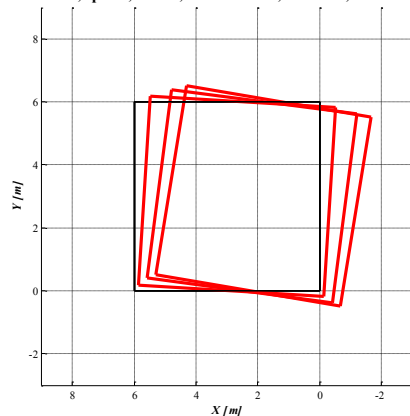


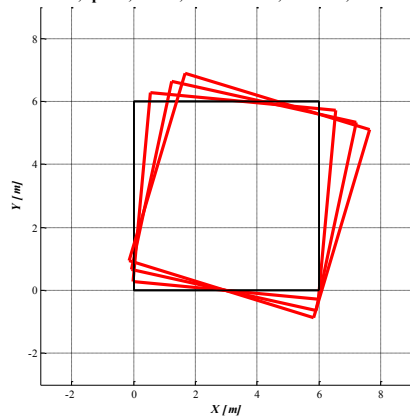
Figura B.23 - Curva di Isteresi: Rotazione attorno a z Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; in sovrapposizione sono riportati i punti a rottura (quadretti colorati) di diverse analisi di pushover al variare del parametro β .

Telaio3D,3piani,Linear,IDA sisma3b,SF=1.83,DxCM3 max



a)

Telaio3D,3piani,Linear,IDA sisma3b,SF=1.83,RzCM3 max



b)

Figura B.24 - Deformata della struttura nel piano xy: a) nell'istante di massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità (DxCM3 max), b) nell'istante di massima rotazione del centro di massa del piano di sommità (RzCM3 max).

Istante caratteristico		Time [sec]	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [kN]	Ty [kN]	Mt [kN*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [kN]	Mt base [kN*m]	Scaling Factor	
Sisma 3b	ϵ_{cu}	CM3	12.51	-0.0035151	0.0743	0.0013	-0.02987	-53.38	0.43	1327.40	0.9956957	-162.31	2117.50	1.83
		CM2			0.0564	0.0003	-0.02168	-123.64	2.50	1940.90				
		CM1			0.0259	-0.0001	-0.00962	-178.85	5.09	2117.50				
	Max DxCM3	CM3	13	-0.0029782	-0.1187	0.0016	0.01638	235.28	-3.91	-310.44	1.1752262	464.35	-688.60	
		CM2			-0.0816	0.0002	0.01292	414.78	2.45	-559.35				
		CM1			-0.0330	-0.0002	0.00617	462.85	6.20	-688.60				
	Max RzCM3	CM3	12.5	-0.0035137	0.0756	0.0014	-0.02988	-52.95	-0.23	1356.60	0.9960896	-187.83	2045.90	
		CM2			0.0573	-0.0003	-0.02160	-128.75	2.68	1926.50				
		CM1			0.0262	-0.0001	-0.00955	-200.28	5.66	2045.90				
	Max Base Shear X	CM3	2.42	-0.0018977	0.0965	0.0010	-0.00066	-216.33	4.06	-459.01	1.8443573	-550.44	-599.15	
		CM2			0.0652	0.0007	-0.00197	-416.64	1.55	-617.44				
		CM1			0.0262	0.0003	-0.00171	-551.01	0.18	-599.15				

Tabella B.8 - Parametri di risposta della struttura nei quattro istanti caratteristici: rottura $\epsilon_{cu} = -0.0035$, massimo spostamento, massima rotazione del centro di massa del piano di sommità e massimo taglio alla base lungo x.

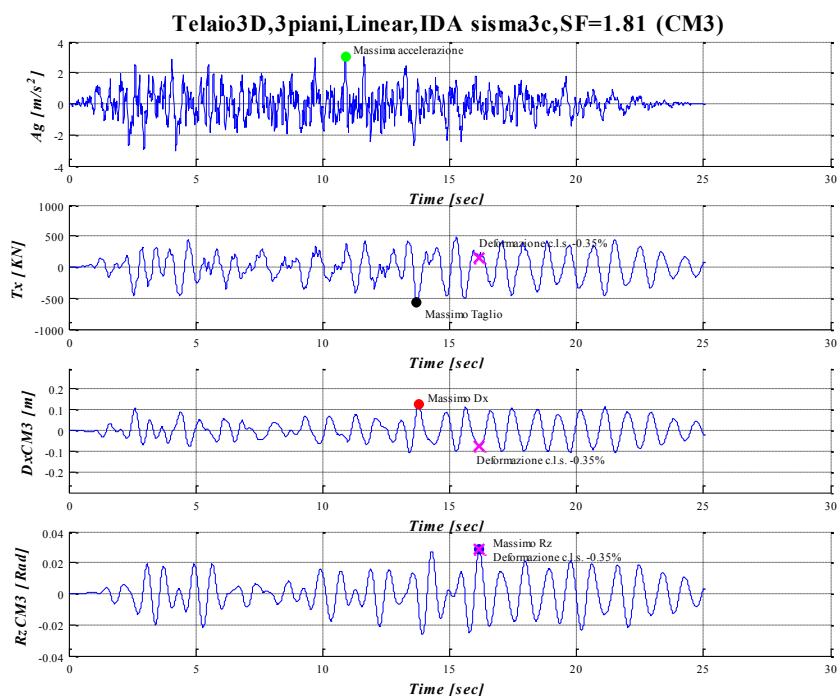


Figura B.25 - Accelerogramma, Taglio alla Base lungo x, Spostamento e Rotazione del centro di massa del piano di sommità in funzione del tempo.

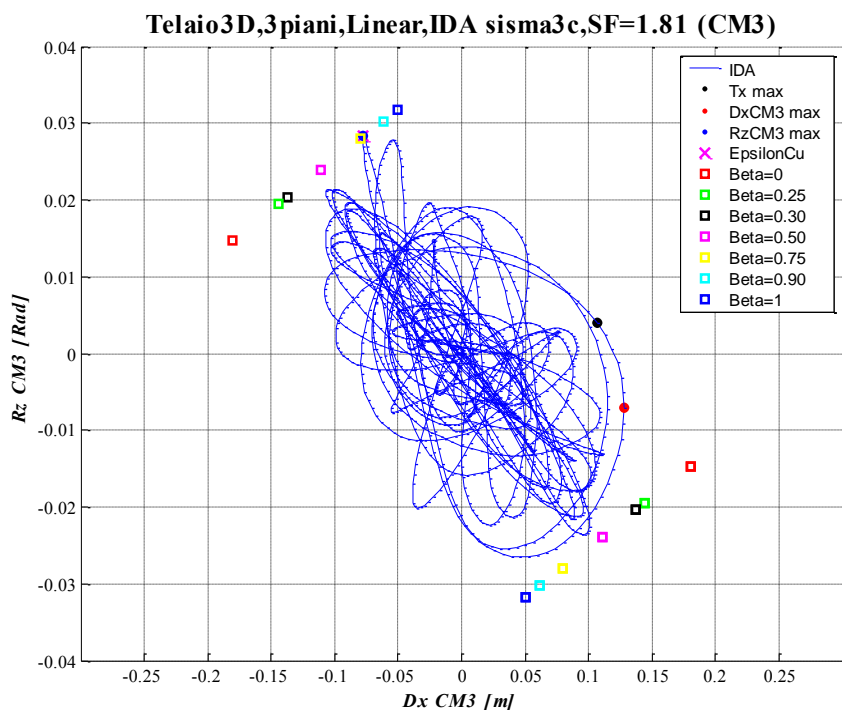
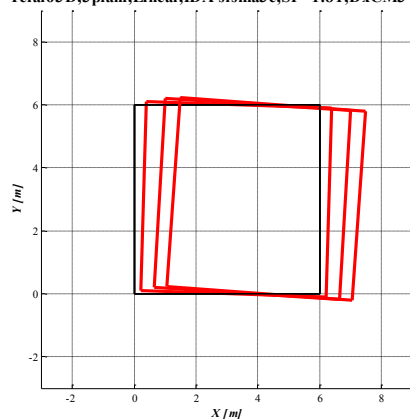


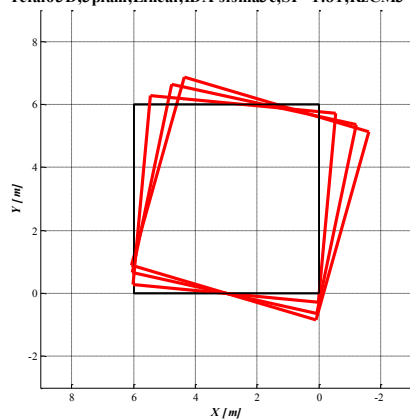
Figura B.26 - Curva di Isteresi: Rotazione attorno a z Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; in sovrapposizione sono riportati i punti a rottura (quadretti colorati) di diverse analisi di pushover al variare del parametro β .

Telaio3D,3piani,Linear,IDA sisma3c,SF=1.81,DxCM3 max



a)

Telaio3D,3piani,Linear,IDA sisma3c,SF=1.81,RzCM3 max



b)

Figura B.27 - Deformata della struttura nel piano xy: a) nell'istante di massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità (DxCM3 max), b) nell'istante di massima rotazione del centro di massa del piano di sommità (RzCM3 max).

	Istante caratteristico	Time [sec]	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [kN]	Ty [kN]	Mt [kN*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [kN]	Mt base [kN*m]	Scaling Factor	
Sisma 3c	ϵ_{cu}	CM3	16.16	-0.0035291	-0.0773	0.0014	0.02832	89.25	1.51	-1000.70	0.9917627	156.73	-2210.80	1.81
		CM2			-0.0583	0.0005	0.02126	140.55	2.61	-1894.80				
		CM1			-0.0263	0.0001	0.00961	153.84	1.22	-2210.80				
	Max DxCM3	CM3	13.77	-0.0021282	0.1280	0.0011	-0.00713	-333.86	2.16	-228.46	1.6445668	-492.24	-180.04	
		CM2			0.0830	0.0005	-0.00624	-513.33	1.79	-234.05				
		CM1			0.0308	0.0001	-0.00316	-507.36	1.17	-180.04				
	Max RzCM3	CM3	16.17	-0.0035288	-0.0776	0.0014	0.02842	84.32	1.45	-1040.20	0.9918414	169.92	-2174.00	
		CM2			-0.0586	0.0005	0.02125	143.64	2.77	-1884.20				
		CM1			-0.0264	0.0001	0.00958	165.22	1.20	-2174.00				
	Max Base Shear X	CM3	13.71	-0.0020381	0.1067	0.0009	0.00401	-281.58	4.96	-844.85	1.7173194	-567.78	-912.40	
		CM2			0.0700	0.0007	0.00102	-499.60	1.59	-1053.00				
		CM1			0.0266	0.0003	-0.00051	-568.81	-0.50	-912.40				

Tabella B.9 - Parametri di risposta della struttura nei quattro istanti caratteristici: rottura $\epsilon_{cu} = -0.0035$, massimo spostamento, massima rotazione del centro di massa del piano di sommità e massimo taglio alla base lungo x.

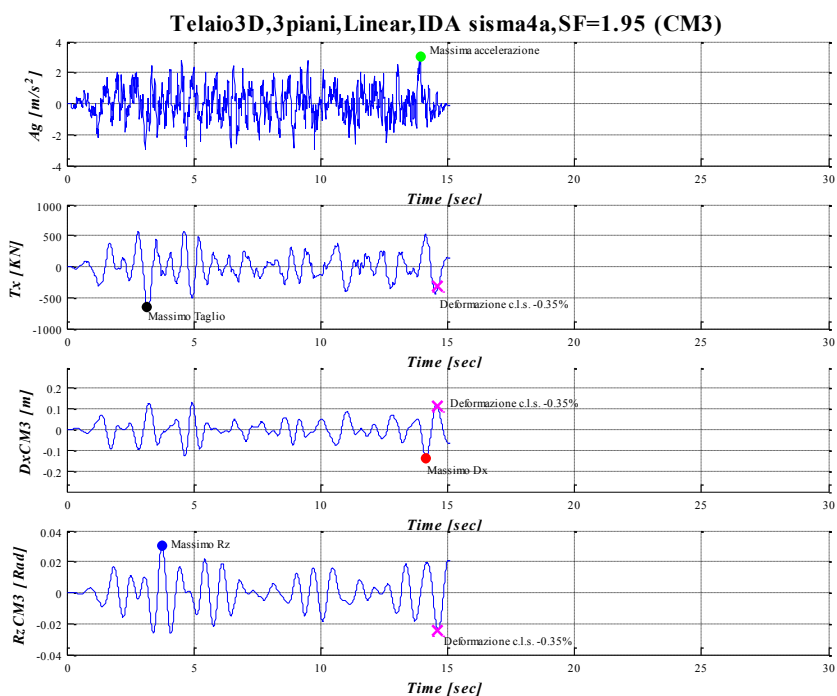


Figura B.28 - Accelerogramma, Taglio alla Base lungo x, Spostamento e Rotazione del centro di massa del piano di sommità in funzione del tempo.

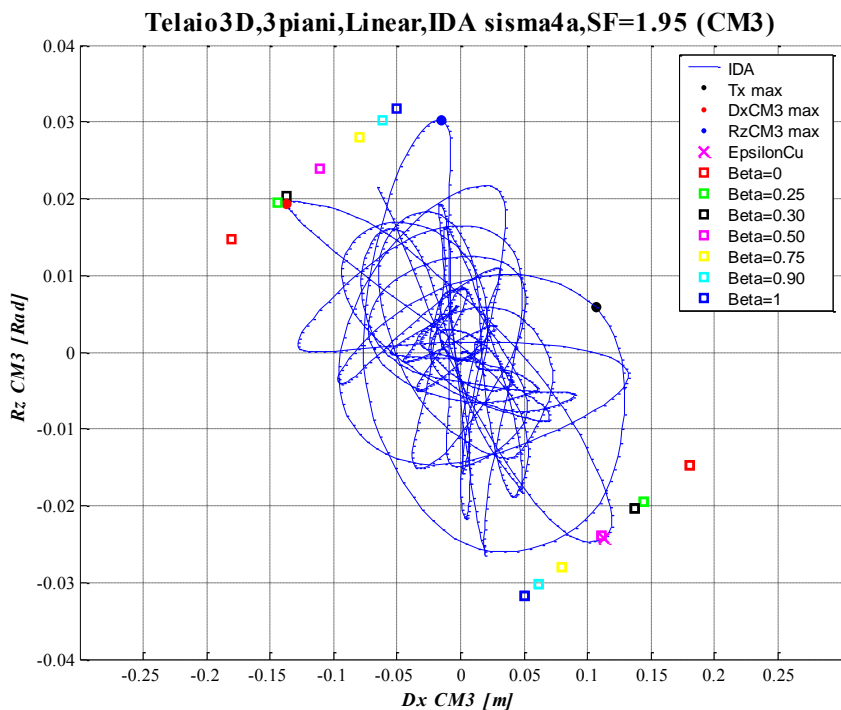
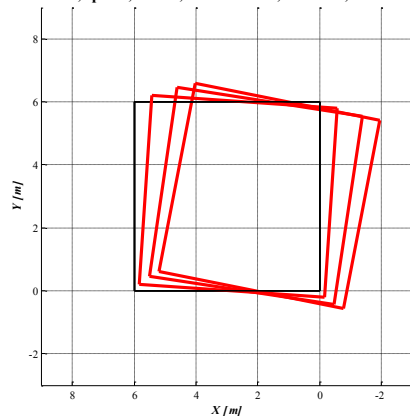


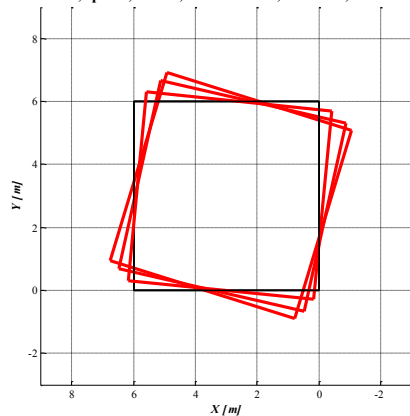
Figura B.29 - Curva di Isteresi: Rotazione attorno a z Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; in sovrapposizione sono riportati i punti a rottura (quadretti colorati) di diverse analisi di pushover al variare del parametro β .

Telaio3D,3piani,Linear,IDA sisma4a,SF=1.95,DxCM3 max



a)

Telaio3D,3piani,Linear,IDA sisma4a,SF=1.95,RzCM3 max



b)

Figura B.30 - Deformata della struttura nel piano xy: a) nell'istante di massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità (DxCM3 max), b) nell'istante di massima rotazione del centro di massa del piano di sommità (RzCM3 max).

Istante caratteristico		Time [sec]	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [kN]	Ty [kN]	Mt [kN*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [kN]	Mt base [kN*m]	Scaling Factor	
Sisma 4a	ϵ_{cu}	CM3	-0.0035194	0.1126	0.0014	-0.02427	-206.09	-1.34	678.64	0.9944764	-324.39	1554.10	1.95	
		CM2		0.0792	0.0003	-0.01853	-328.05	2.36	1306.90					
		CM1		0.0328	-0.0001	-0.00849	-334.45	4.16	1554.10					
	Max DxCM3	CM3	14.15	-0.0033312	-0.1376	0.0015	0.01939	285.84	-3.26	-444.92	1.0506724	507.18		-771.06
		CM2			-0.0934	0.0001	0.01492	471.80	2.34	-676.88				
		CM1			-0.0372	-0.0003	0.00697	518.34	6.10	-771.06				
	Max RzCM3	CM3	3.76	-0.0031518	-0.0155	0.0012	0.03027	-102.07	4.09	-1325.00	1.1104625	-108.42		-2858.20
		CM2			-0.0208	-0.0006	0.02237	-142.87	3.38	-2480.30				
		CM1			-0.0136	-0.0003	0.00995	-121.66	1.93	-2858.20				
Max Base Shear X	CM3	3.16	-0.0021666	0.1064	0.0010	0.00584	-270.42	4.55	-840.98	1.6154641	-642.48	-1246.70		
	CM2			0.0697	0.0007	0.00253	-506.70	1.72	-1243.00					
	CM1			0.0268	0.0003	0.00014	-642.87	-0.24	-1246.70					

Tabella B.10 - Parametri di risposta della struttura nei quattro istanti caratteristici: rottura $\epsilon_{cu} = -0.0035$, massimo spostamento, massima rotazione del centro di massa del piano di sommità e massimo taglio alla base lungo x.

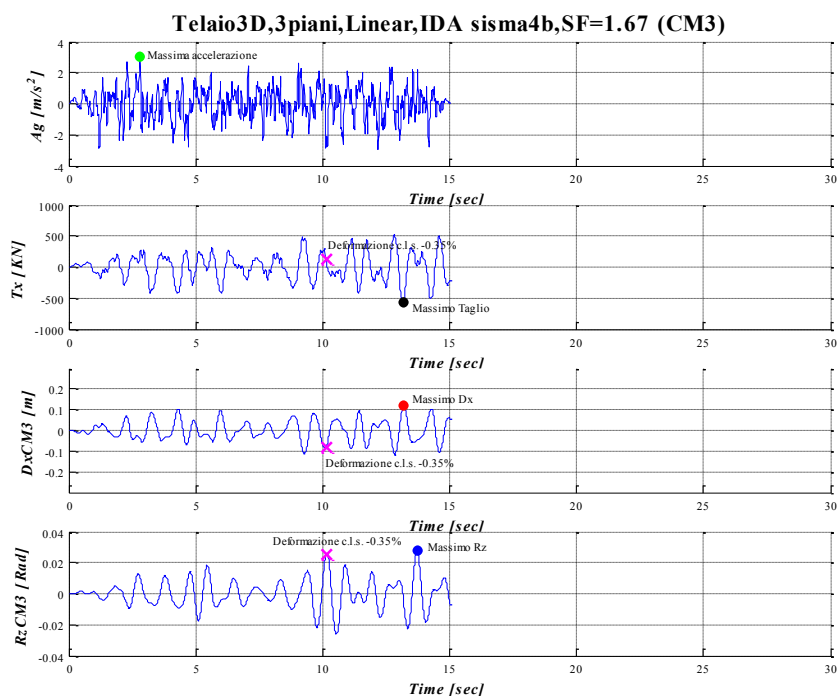


Figura B.31 - Accelerogramma, Taglio alla Base lungo x, Spostamento e Rotazione del centro di massa del piano di sommità in funzione del tempo.

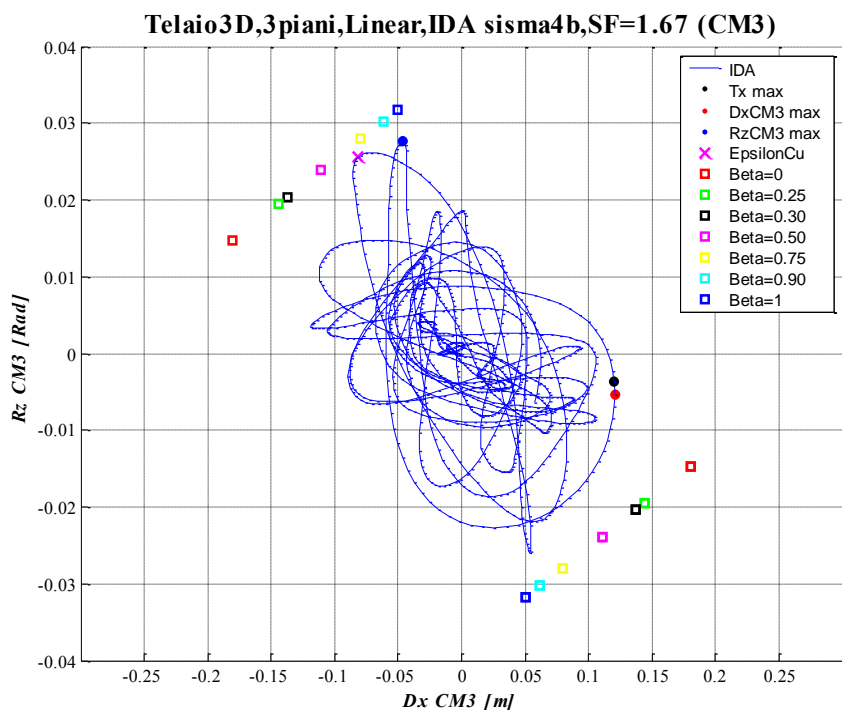
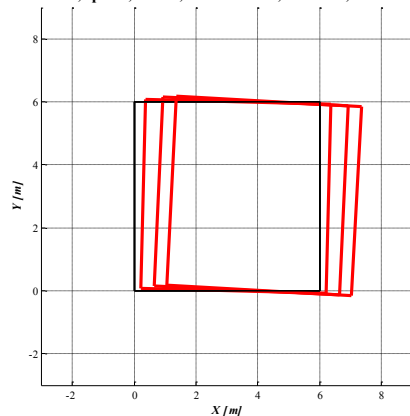


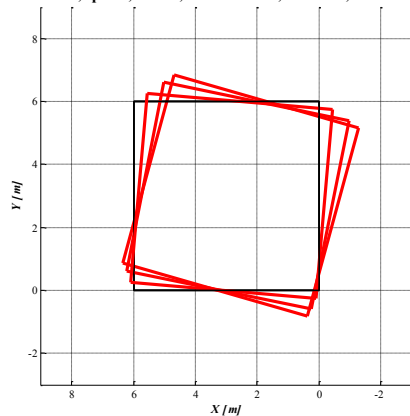
Figura B.32 - Curva di Isteresi: Rotazione attorno a z Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; in sovrapposizione sono riportati i punti a rottura (quadretti colorati) di diverse analisi di pushover al variare del parametro β .

Telaio3D,3piani,Linear,IDA sisma4b,SF=1.67,DxCM3 max



a)

Telaio3D,3piani,Linear,IDA sisma4b,SF=1.67,RzCM3 max



b)

Figura B.33 - Deformata della struttura nel piano xy: a) nell'istante di massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità (DxCM3 max), b) nell'istante di massima rotazione del centro di massa del piano di sommità (RzCM3 max).

Istante caratteristico		Time [sec]	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [kN]	Ty [kN]	Mt [kN*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [kN]	Mt base [kN*m]	Scaling Factor	
Sisma 4b	ϵ_{cu}	CM3	10.14	-0.0035342	-0.0821	0.0013	0.02553	107.90	0.06	-713.30	0.9903259	128.18	-2189.20	1.67
		CM2			-0.0618	0.0003	0.01985	197.50	2.27	-1603.50				
		CM1			-0.0275	-0.0001	0.00928	157.37	4.73	-2189.20				
	Max DxCM3	CM3	13.19	-0.0020545	0.1206	0.0011	-0.00528	-291.39	2.06	-178.31	1.7035526	-562.36	-484.66	
		CM2			0.0788	0.0005	-0.00469	-493.88	1.88	-397.35				
		CM1			0.0299	0.0001	-0.00252	-566.11	1.57	-484.66				
	Max RzCM3	CM3	13.72	-0.0029849	-0.0468	0.0013	0.02760	3.87	2.33	-1230.60	1.1725765	30.46	-2208.80	
		CM2			-0.0379	-0.0005	0.02003	18.59	3.19	-1996.30				
		CM1			-0.0183	-0.0002	0.00876	24.45	1.31	-2208.80				
	Max Base Shear X	CM3	13.18	-0.0020618	0.1203	0.0011	-0.00374	-300.32	2.63	-298.26	1.6975129	-565.08	-577.05	
		CM2			0.0783	0.0006	-0.00372	-502.42	1.75	-505.83				
		CM1			0.0294	0.0002	-0.00213	-566.59	1.25	-577.05				

Tabella B.11 - Parametri di risposta della struttura nei quattro istanti caratteristici: rottura $\epsilon_{cu} = -0.0035$, massimo spostamento, massima rotazione del centro di massa del piano di sommità e massimo taglio alla base lungo x.

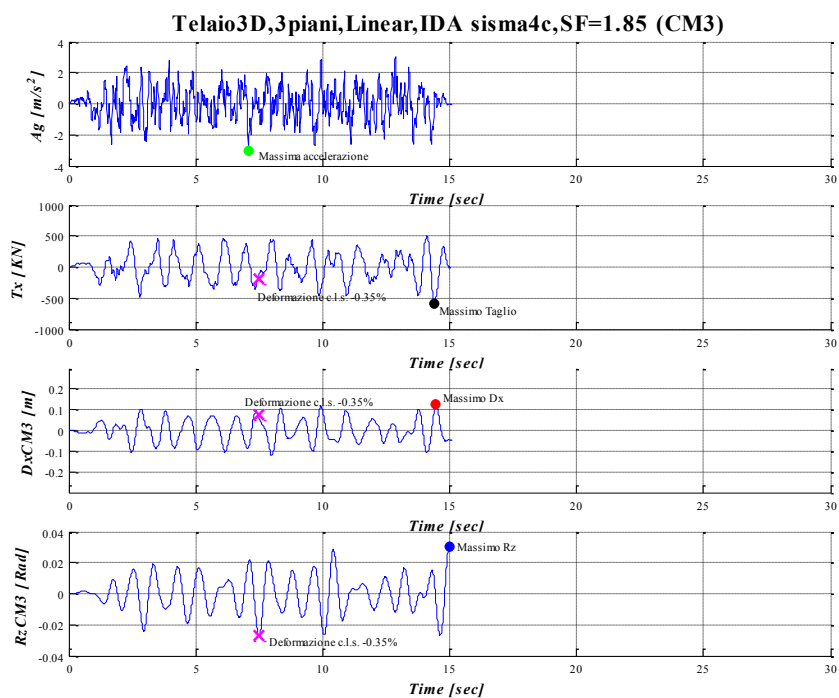


Figura B.34 - Accelerogramma, Taglio alla Base lungo x, Spostamento e Rotazione del centro di massa del piano di sommità in funzione del tempo.

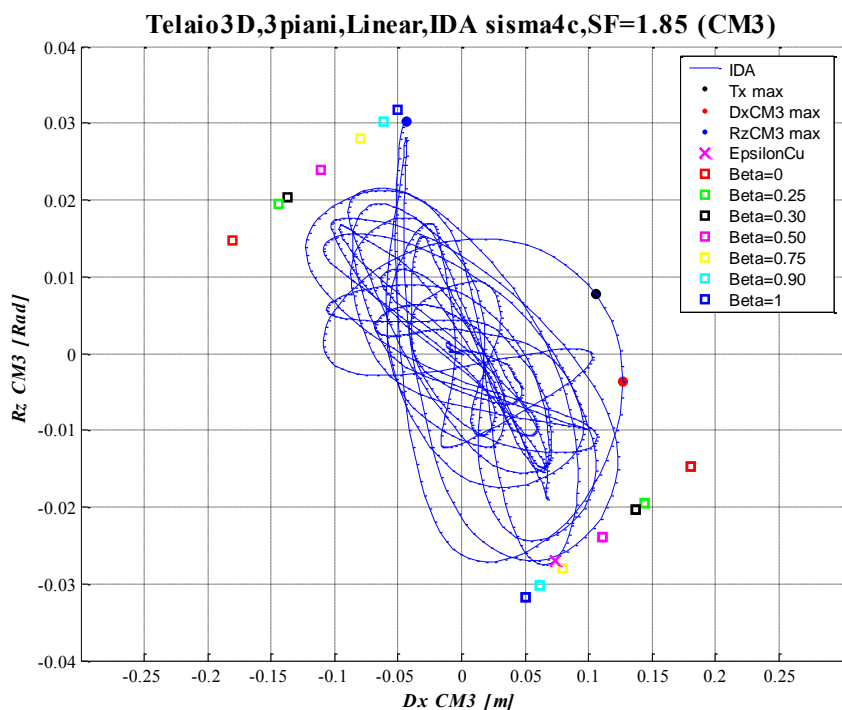
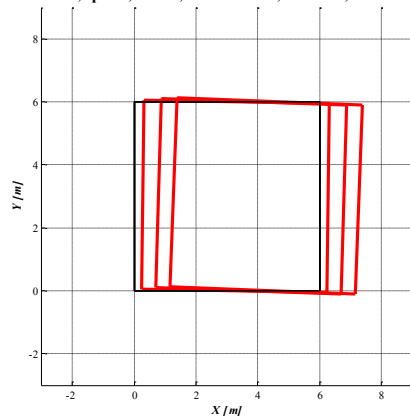


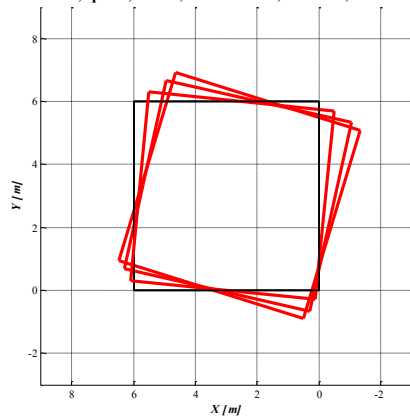
Figura B.35 - Curva di Isteresi: Rotazione attorno a z Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; in sovrapposizione sono riportati i punti a rottura (quadretti colorati) di diverse analisi di pushover al variare del parametro β .

Telaio3D,3piani,Linear,IDA sisma4c,SF=1.85,DxCM3 max



a)

Telaio3D,3piani,Linear,IDA sisma4c,SF=1.85,RzCM3 max



b)

Figura B.36 - Deformata della struttura nel piano xy: a) nell'istante di massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità (DxCM3 max), b) nell'istante di massima rotazione del centro di massa del piano di sommità (RzCM3 max).

Istante caratteristico		Time [sec]	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [kN]	Ty [kN]	Mt [kN*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [kN]	Mt base [kN*m]	Scaling Factor	
Sisma 4c	ϵ_{cu}	CM3	7.47	-0.0035195	0.0735	0.0014	-0.02690	-56.70	-1.20	977.55	0.99446	-185.17	2077.20	1.85
		CM2			0.0570	0.0002	-0.02034	-140.44	2.98	1747.20				
		CM1			0.0266	-0.0002	-0.00937	-197.06	6.49	2077.20				
	Max DxCM3	CM3	14.46	-0.0019824	0.1270	0.0010	-0.00369	-361.21	3.96	-271.83	1.7655	-508.69	-689.91	
		CM2			0.0795	0.0007	-0.00318	-524.12	1.94	-512.09				
		CM1			0.0280	0.0003	-0.00154	-523.85	-0.86	-689.91				
	Max RzCM3	CM3	14.99	-0.0033504	-0.0437	0.0012	0.03028	-23.96	4.75	-1285.60	1.0447	1.35	-2612.10	
		CM2			-0.0380	-0.0006	0.02234	-14.06	2.81	-2244.40				
		CM1			-0.0195	-0.0003	0.00997	1.05	0.23	-2612.10				
	Max Base Shear X	CM3	14.4	-0.002193	0.1059	0.0009	0.00768	-299.10	6.18	-931.76	1.596	-592.40	-1378.80	
		CM2			-0.0674	0.0008	0.00404	-520.61	1.38	-1371.70				
		CM1			0.0246	0.0004	0.00097	-593.64	-1.24	-1378.80				

Tabella B.12 - Parametri di risposta della struttura nei quattro istanti caratteristici: rottura $\epsilon_{cu} = -0.0035$, massimo spostamento, massima rotazione del centro di massa del piano di sommità e massimo taglio alla base lungo x.

Istante caratteristico		Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [KN]	Ty [KN]	Mt [Kn*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [KN]	Mt base [KN*m]	Scaling Factor
Media I.D.A. sui valori assoluti	ϵ_{cu}	CM3	0.0857	0.0014	0.02602	114.09	1.48	913.73	0.9941394	246.28	1875.13
		CM2	0.0640	0.0003	0.01967	213.49	2.51	1582.31			
		CM1	0.0287	0.0002	0.00906	254.94	4.63	1875.13			
	Max DxCM3	CM3	0.1318	0.0013	0.01102	309.76	2.59	267.21	1.3857973	539.81	569.00
		CM2	0.0869	0.0004	0.00885	502.29	2.19	477.28			
		CM1	0.0333	0.0002	0.00429	547.64	3.24	569.00			
	Max RzCM3	CM3	0.0565	0.0013	0.02793	66.98	2.22	1155.69	1.0892992	107.97	2235.54
		CM2	0.0450	0.0005	0.02059	99.85	2.75	1957.58			
		CM1	0.0214	0.0002	0.00918	110.22	2.57	2235.54			
	Max Base Shear X	CM3	0.1211	0.0011	0.00492	301.97	3.29	469.81	1.5578886	604.29	782.88
		CM2	0.0793	0.0006	0.00390	517.39	1.85	727.19			
		CM1	0.0302	0.0002	0.00202	604.71	1.77	782.88			

Tabella B.13 - Parametri di risposta medi della struttura nei quattro istanti caratteristici: rottura $\epsilon_{cu} = -0.0035$, massimo spostamento, massima rotazione del centro di massa del piano di sommità e massimo taglio alla base lungo x.

B.1.2 Analisi statiche: deformate e tabelle

In questo paragrafo sono riportate le deformate della struttura di studio, riferite all'istante di rottura, per le analisi di *pushover* condotte con una distribuzione di forze di tipo β .

Per rottura s'intende il raggiungimento della deformazione limite ($\varepsilon_{cu} = - 0.0035$) in una qualunque fibra di c.l.s. confinato della struttura.

Le deformate strutturali sono riportate al variare del parametro β . Nel titolo di ogni figura riportata di seguito si trova la dicitura che indica a quale *pushover* ci si sta riferendo.

In coda al presente paragrafo viene esposta una tabella che riporta i valori dei parametri di risposta, nell'istante di rottura, per le varie analisi di *pushover* svolte. I parametri D_x , D_y e R_z riportati nella tabella rappresentano lo spostamento lungo x , lo spostamento lungo y e rotazione attorno a z . Mentre T_x , T_y e M_t risultano rispettivamente il taglio di piano lungo x , taglio di piano lungo y e il momento torcente di piano riferito al centro di massa del piano stesso.

Il parametro ε_c rappresenta la massima deformazione raggiunta in una qualunque fibra di c.l.s. della struttura, mentre per *Base Shear X* si intende il taglio alla base della struttura lungo la direzione x calcolato sulla base delle azioni esterne, tutti gli altri parametri di sollecitazione riportati sono stati calcolati a partire dalle sollecitazioni interne.

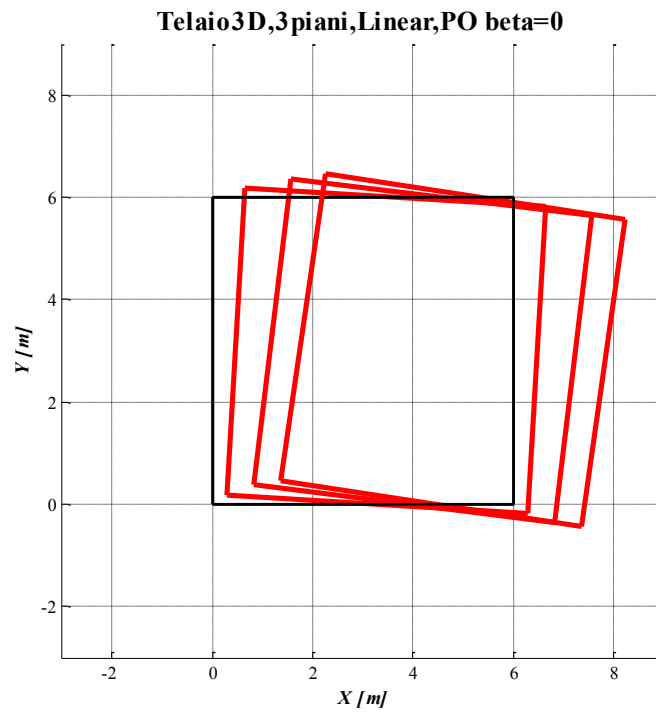


Figura B.37 - Deformata della struttura nel piano xy, istante a rottura del c.l.s. confinato.

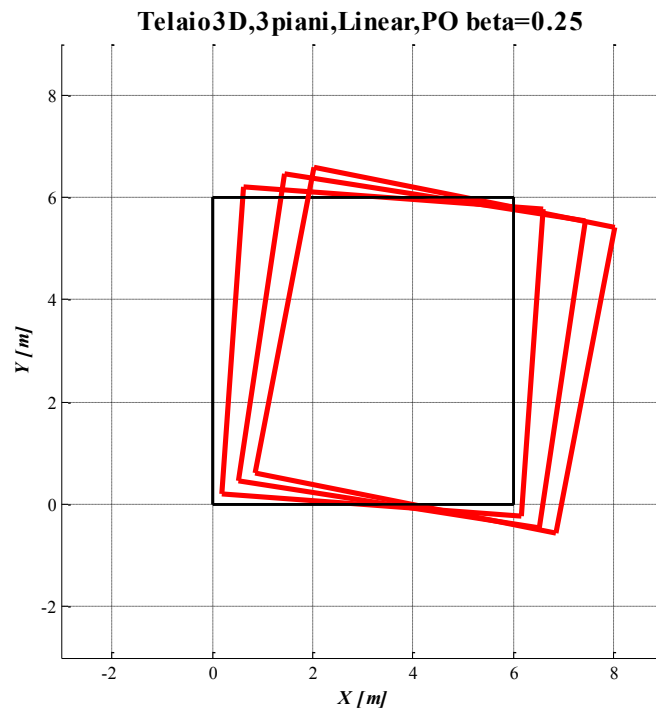


Figura B.38 - Deformata della struttura nel piano xy, istante a rottura del c.l.s. confinato.

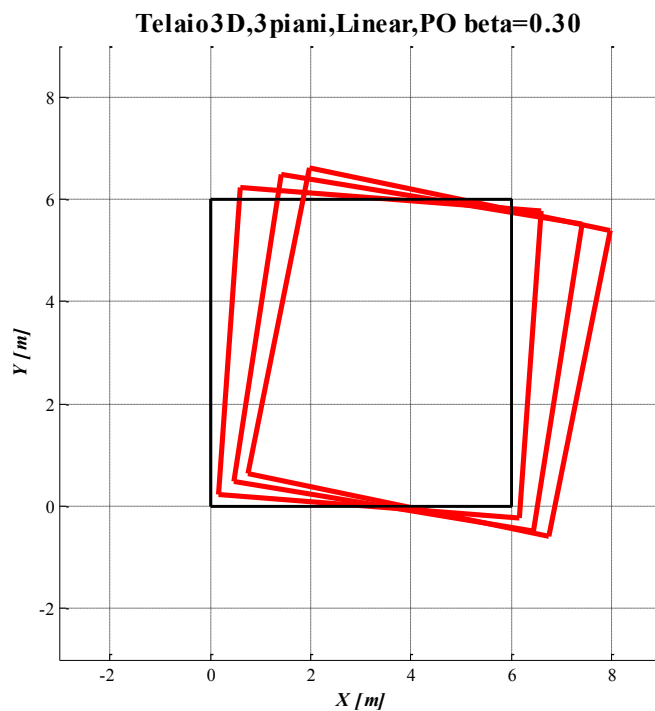


Figura B.39 - Deformata della struttura nel piano xy, istante a rottura del c.l.s. confinato.

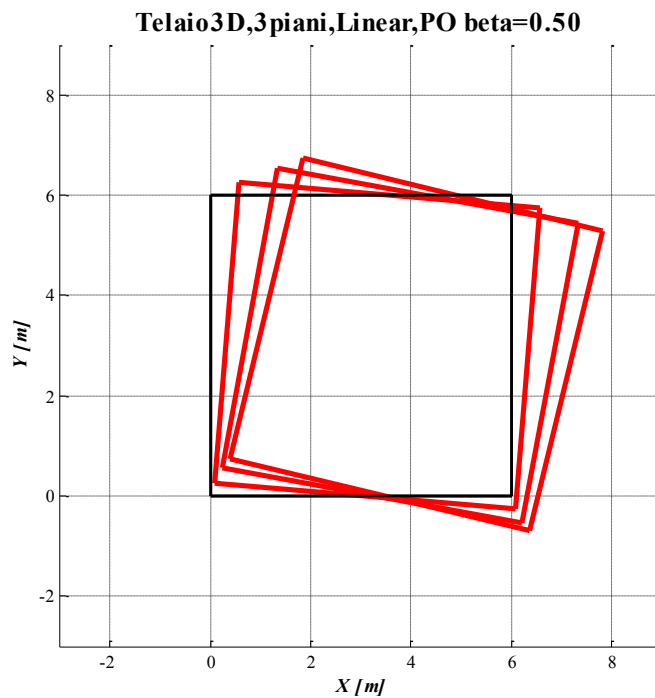


Figura B.40 - Deformata della struttura nel piano xy, istante a rottura del c.l.s. confinato.

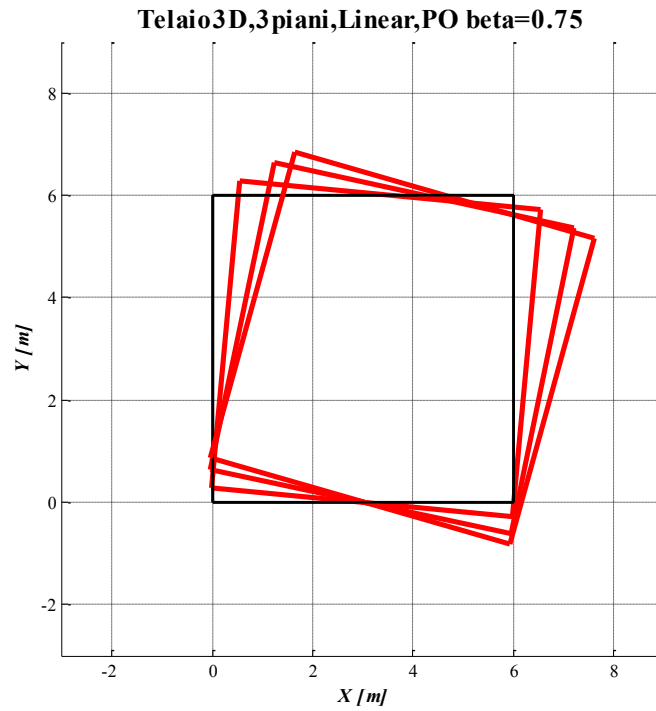


Figura B.41 - Deformata della struttura nel piano xy, istante a rottura del c.l.s. confinato.

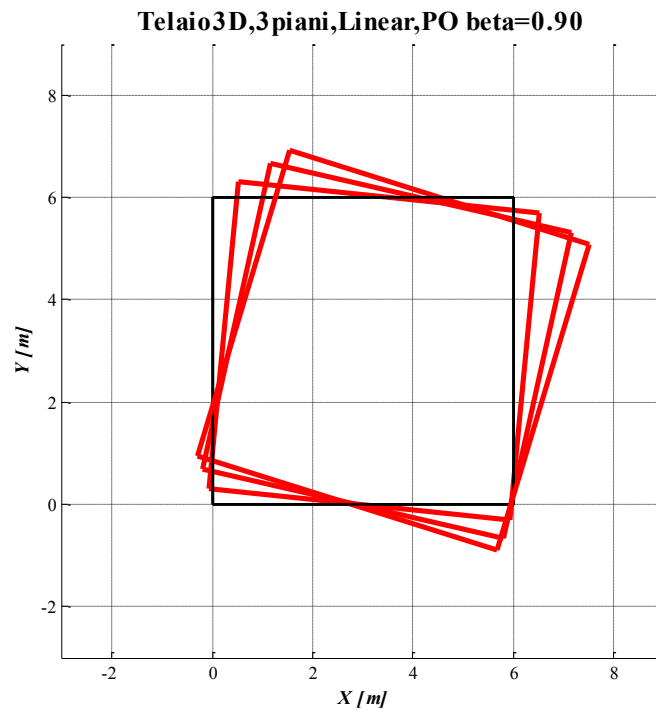


Figura B.42 - Deformata della struttura nel piano xy, istante a rottura del c.l.s. confinato.

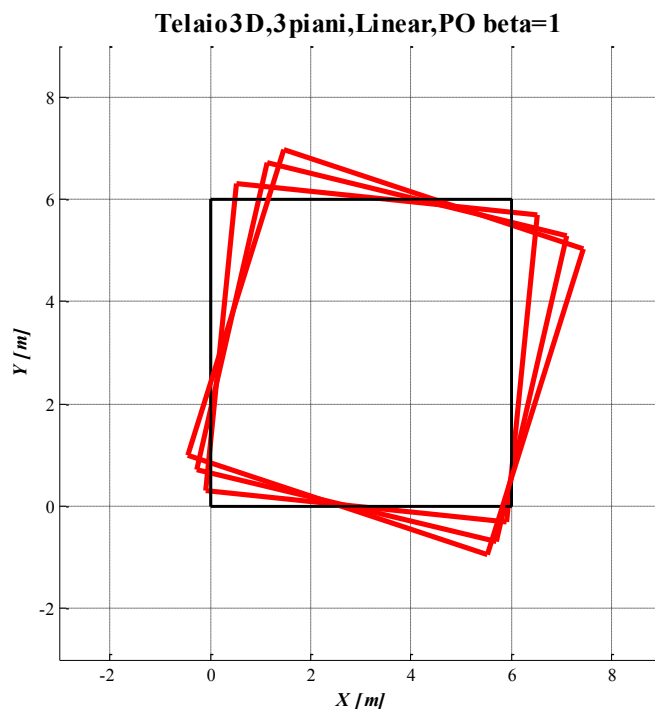


Figura B.43 - Deformata della struttura nel piano xy, istante a rottura del c.l.s. confinato.

			Load Factor	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [KN]	Ty [KN]	Mt [Kn*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [KN]	Mt base [KN*m]
$\beta = 0$	ϵ_{cu}	CM3			0.180	0.001	-0.01469	-397.48	-1.76	3.95	1.00	-782.97	12.34
		CM2	391.48	-0.0035	0.120	0.000	-0.01215	-680.30	2.12	18.39			
		CM1			0.047	0.000	-0.00608	-786.98	4.22	12.34			
$\beta = 0.25$	ϵ_{cu}	CM3			0.144	0.001	-0.01941	-286.61	-1.26	362.81	1.00	-564.14	763.69
		CM2	376.09	-0.0035	0.098	0.000	-0.01524	-491.13	2.35	651.40			
		CM1			0.040	0.000	-0.00727	-567.65	3.99	763.69			
$\beta = 0.30$	ϵ_{cu}	CM3			0.137	0.001	-0.02032	-265.67	-1.11	431.53	1.00	-522.80	907.57
		CM2	373.43	-0.0035	0.094	0.000	-0.01584	-455.40	2.39	772.64			
		CM1			0.038	0.000	-0.00750	-526.22	3.93	907.57			
$\beta = 0.50$	ϵ_{cu}	CM3			0.111	0.001	-0.02391	-185.21	-0.43	698.62	1.00	-363.96	1466.80
		CM2	363.96	-0.0035	0.078	0.000	-0.01820	-318.13	2.49	1243.90			
		CM1			0.033	0.000	-0.00841	-367.08	3.64	1466.80			
$\beta = 0.75$	ϵ_{cu}	CM3			0.079	0.001	-0.02793	-89.46	0.71	1006.20	1.00	-175.08	2110.80
		CM2	350.17	-0.0035	0.059	0.000	-0.02083	-154.75	2.54	1786.50			
		CM1			0.027	0.000	-0.00942	-177.69	3.17	2110.80			
$\beta = 0.90$	ϵ_{cu}	CM3			0.061	0.001	-0.03024	-35.49	1.49	1181.30	1.00	-68.56	2477.50
		CM2	342.82	-0.0035	0.049	0.000	-0.02234	-62.64	2.54	2095.50			
		CM1			0.023	0.000	-0.01000	-70.92	2.85	2477.50			
$\beta = 1$	ϵ_{cu}	CM3			0.050	0.001	-0.03178	-0.74	2.05	1296.20	1.00	0.00	2718.20
		CM2	338.67	-0.0035	0.042	0.001	-0.02335	-3.35	2.53	2298.20			
		CM1			0.021	0.000	-0.01040	-2.19	2.62	2718.20			

Tabella B.14 - Parametri di risposta della struttura, al variare di β , nell'istante a rottura $\epsilon_{cu} = -0.0035$.

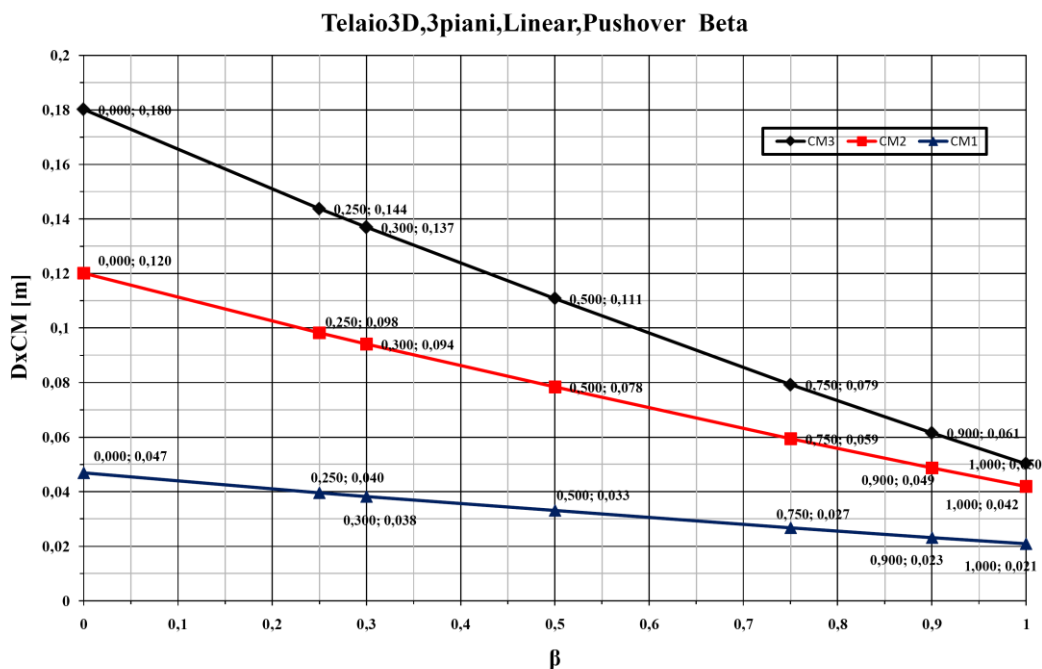


Figura B.44 – Spostamento lungo x (a rottura) dei centri di massa dei vari piani al variare del parametro β ; in nero è riportato il terzo piano, in rosso il secondo e in blu il primo.

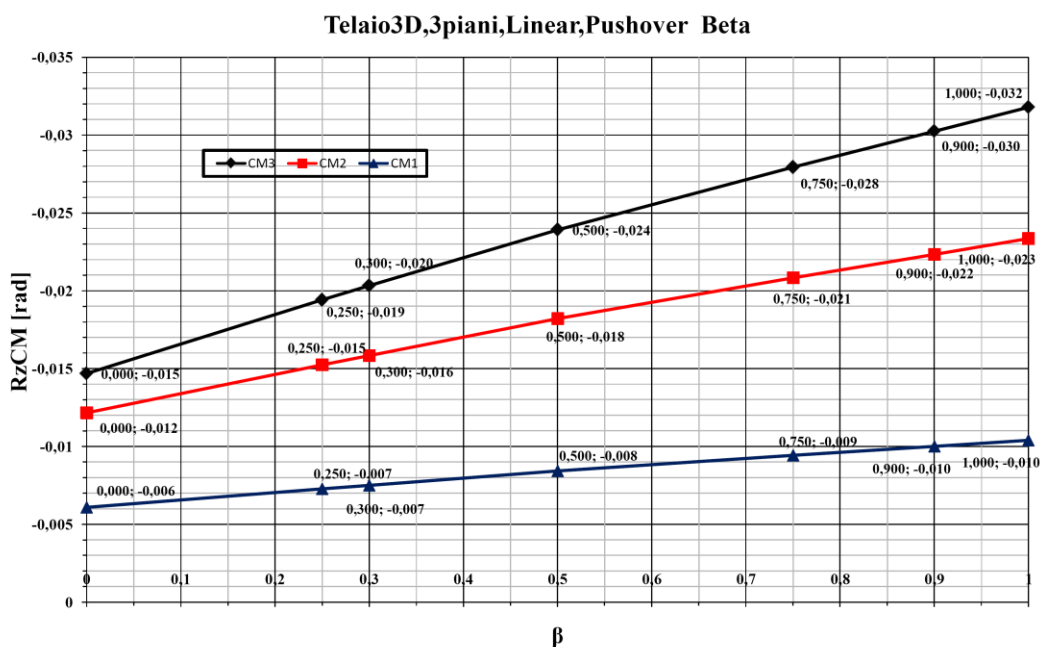


Figura B.45 – Rotazione attorno a z (a rottura) dei centri di massa dei vari piani al variare del parametro β ; in nero è riportato il terzo piano, in rosso il secondo e in blu il primo.

B.2 Risultati delle analisi non-lineari

B.2.1 Analisi dinamiche: grafici di time-history, curve di isteresi e deformate

Qui di seguito vengono riportati i risultati delle analisi dinamiche non-lineari svolte sul caso studio A, in particolare sono riportati i seguenti risultati per ognuno dei dodici *input* accelerometrici descritti nel terzo capitolo:

- Evoluzione temporale dei principali parametri di risposta della struttura.
- Curve di isteresi: Rotazione attorno a z Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità, con la sovrapposizione dei punti a rottura delle analisi di *pushover* con distribuzione delle forze di tipo β .
- Deformata della struttura nel piano xy , nei due istanti $DxCM3\ max$ (massimo spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità) e $RzCM3\ max$ (massima rotazione attorno a z del centro di massa del piano di sommità).
- Tabelle con indicati i valori numerici dei parametri di risposta della struttura nei seguenti istanti di tempo caratteristici: raggiungimento della rottura ($\epsilon_{cu} = - 0.0035$), $DxCM3\ max$ (massimo spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità), $RzCM3\ max$ (massima rotazione attorno a z del centro di massa del piano di sommità) e $Tx\ max$ (massimo taglio alla base lungo x).

Tutti i risultati delle analisi dinamiche, riportati qui di seguito, sono riferiti al particolare valore di *Scale Factor* (SF) che porta per primo una qualunque fibra di c.l.s. confinato della struttura nelle sue condizioni ultime ($\epsilon_{cu} = - 0.0035$).

I parametri Dx , Dy e Rz riportati nella tabella rappresentano lo spostamento lungo x , lo spostamento lungo y e rotazione attorno a z . Mentre Tx , Ty e Mt risultano rispettivamente il taglio di piano lungo x , taglio di piano lungo y e il momento torcente di piano riferito al centro di massa del piano stesso.

Il parametro ϵ_c rappresenta la massima deformazione raggiunta in una qualunque fibra di c.l.s. della struttura, mentre per *Base Shear X* si intende il taglio alla base della struttura lungo la direzione x calcolato sulla base delle azioni esterne, tutti

gli altri parametri di sollecitazione riportati sono stati calcolati a partire dalle sollecitazioni interne.

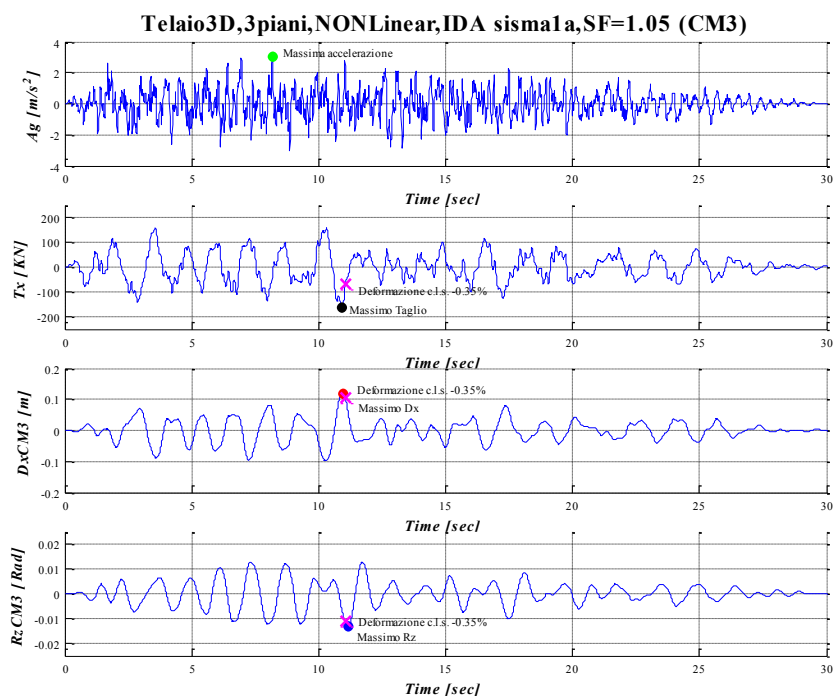


Figura B.46 - Accelerogramma, Taglio alla Base lungo x, Spostamento e Rotazione del centro di massa del piano di sommità in funzione del tempo.

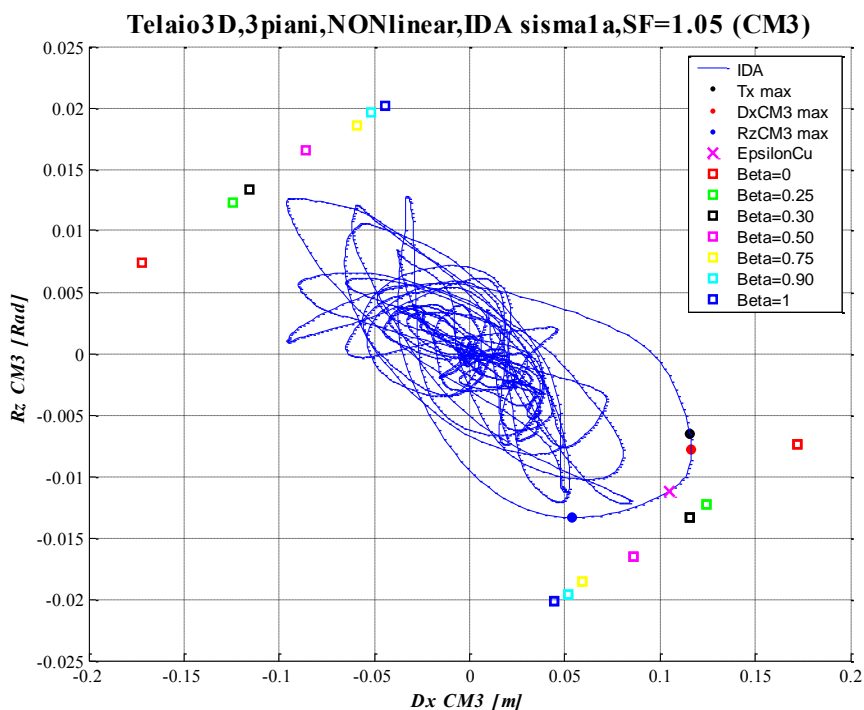
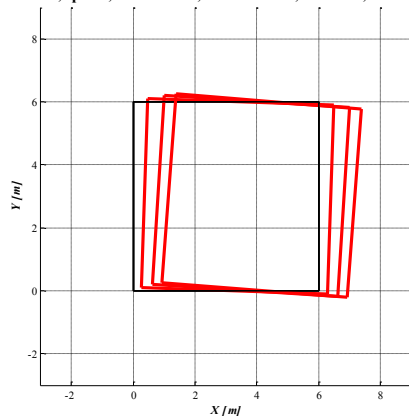


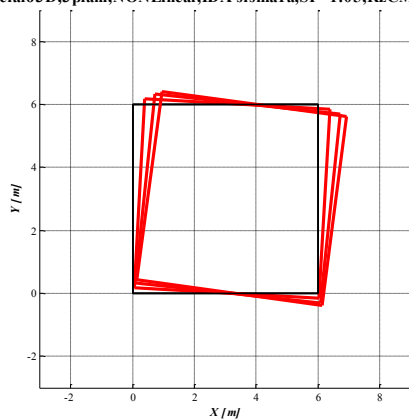
Figura B.47 - Curva di Isteresi: Rotazione attorno a z Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; in sovrapposizione sono riportati i punti a rottura (quadretti colorati) di diverse analisi di pushover al variare del parametro β .

Telaio3D,3piani,NONLinear,IDA sisma1a,SF=1.05,DxCM3 max



a)

Telaio3D,3piani,NONLinear,IDA sisma1a,SF=1.05,RzCM3 max



b)

Figura B.48 – Deformata della struttura nel piano xy: a) nell’istante di massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità (DxCM3 max), b) nell’istante di massima rotazione del centro di massa del piano di sommità (RzCM3 max).

Istante caratteristico		Time [sec]	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [kN]	Ty [kN]	Mt [kN*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [kN]	Mt base [kN*m]	Scaling Factor	
Sisma 1a	ϵ_{cu}	CM3	11.05	-0.0035351	0.1050	0.0017	-0.01119	-66.83	3.57	32.71	0.99007	-70.54	363.50	1.05
		CM2			0.0758	0.0013	-0.00979	-110.46	4.53	194.35				
		CM1			0.0367	0.0011	-0.00569	-89.93	4.06	363.50				
	Max DxCM3	CM3	10.95	-0.0029435	0.1164	0.0023	-0.00787	-68.49	2.27	99.74	1.1891	-158.41	33.23	
		CM2			0.0817	0.0011	-0.00630	-126.90	3.03	84.57				
		CM1			0.0381	0.0004	-0.00340	-161.23	4.69	33.23				
	Max RzCM3	CM3	11.17	-0.0031187	0.0540	0.0018	-0.01336	-11.78	5.01	268.30	1.1223	-33.60	380.86	
		CM2			0.0414	-0.0017	-0.01042	-27.65	3.29	368.24				
		CM1			0.0220	-0.0013	-0.00561	-41.15	3.68	380.86				
	Max Base Shear X	CM3	10.92	-0.0026196	0.1156	0.0026	-0.00656	-71.13	0.42	97.13	1.3361	-162.07	-45.29	
		CM2			0.0800	0.0011	-0.00509	-132.84	2.62	38.67				
		CM1			0.0362	0.0002	-0.00263	-159.50	5.37	-45.29				

Tabella B.15 - Parametri di risposta della struttura nei quattro istanti caratteristici: rottura $\epsilon_{cu} = -0.0035$, massimo spostamento, massima rotazione del centro di massa del piano di sommità e massimo taglio alla base lungo x.

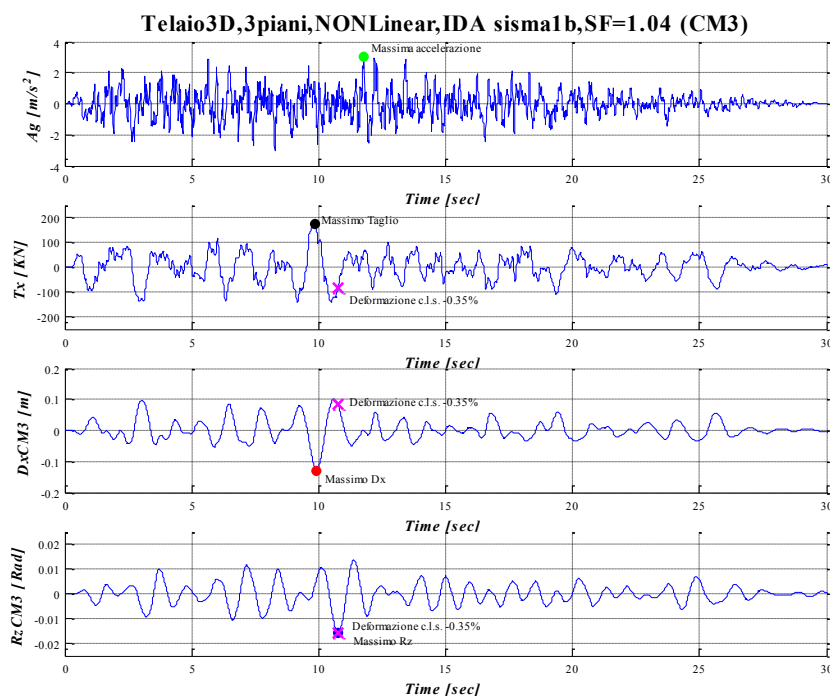


Figura B.49 - Accelerogramma, Taglio alla Base lungo x, Spostamento e Rotazione del centro di massa del piano di sommità in funzione del tempo.

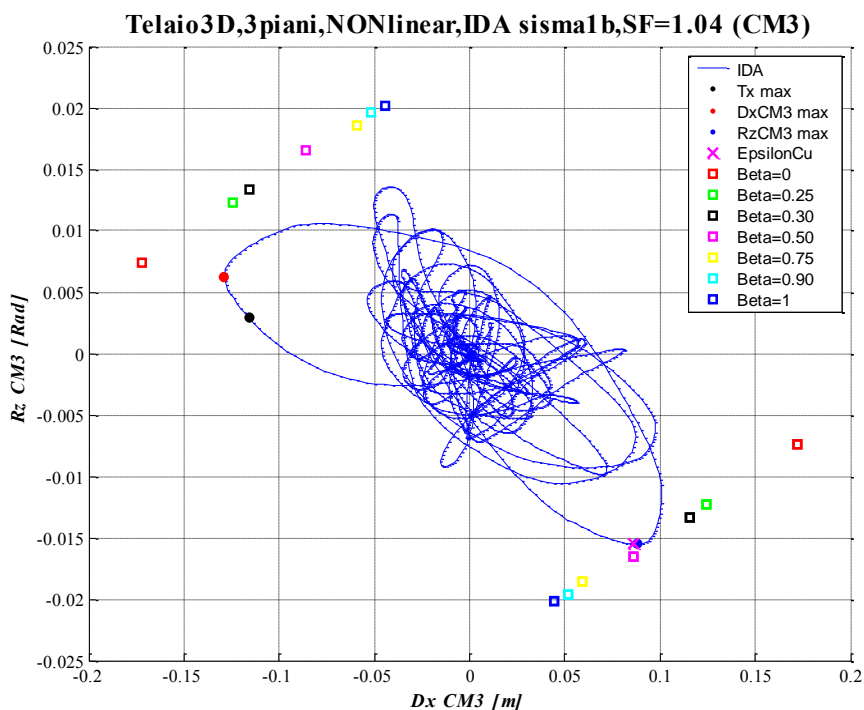
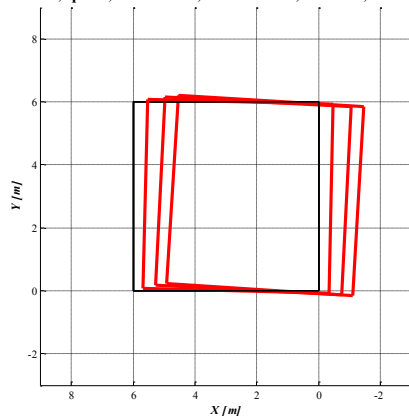


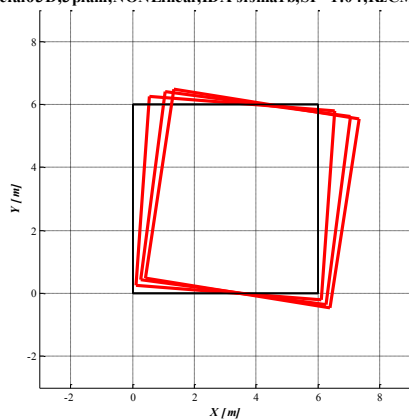
Figura B.50 - Curva di Isteresi: Rotazione attorno a z Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; in sovrapposizione sono riportati i punti a rottura (quadretti colorati) di diverse analisi di pushover al variare del parametro β .

Telaio3D,3piani,NONLinear,IDA sisma1b,SF=1.04,DxCM3 max



a)

Telaio3D,3piani,NONLinear,IDA sisma1b,SF=1.04,RzCM3 max



b)

Figura B.51 – Deformata della struttura nel piano xy: a) nell’istante di massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità (DxCM3 max), b) nell’istante di massima rotazione del centro di massa del piano di sommità (RzCM3 max).

Istante caratteristico		Time [sec]	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [KN]	Ty [KN]	Mt [Kn*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [KN]	Mt base [KN*m]	Scaling Factor	
Sisma 1b	ϵ_{cu}	CM3	-0.003521	0.0860	0.0018	-0.01553	-43.45	4.69	163.88	0.99405	-86.08	444.63	1.04	
		CM2		10.76	0.0648	0.0023	-0.01301	-76.55	4.93					330.88
		CM1		0.0329	0.0024	-0.00736	-93.76	2.38	444.63					
	Max DxCM3	CM3	9.93	-0.0022872	-0.1288	0.0027	0.00624	86.82	2.20	-31.83	1.5303	142.70		-30.62
		CM2			-0.0896	0.0014	0.00507	148.30	3.41	-23.87				
		CM1			-0.0404	0.0005	0.00252	151.31	4.84	-30.62				
	Max RzCM3	CM3	10.75	-0.0035194	0.0878	0.0017	-0.01553	-43.01	4.73	171.72	0.99449	-91.20		426.77
		CM2			0.0661	-0.0023	-0.01298	-79.31	5.10	328.86				
		CM1			0.0334	-0.0024	-0.00731	-99.31	2.33	426.77				
	Max Base Shear X	CM3	9.84	-0.0017033	-0.1158	0.0028	0.00291	83.42	2.52	9.08	2.0548	172.46		146.58
		CM2			-0.0792	0.0013	0.00239	140.59	3.77	62.38				
		CM1			-0.0349	0.0004	0.00112	169.15	5.42	146.58				

Tabella B.16 - Parametri di risposta della struttura nei quattro istanti caratteristici: rottura $\epsilon_{cu} = -0.0035$, massimo spostamento, massima rotazione del centro di massa del piano di sommità e massimo taglio alla base lungo x.

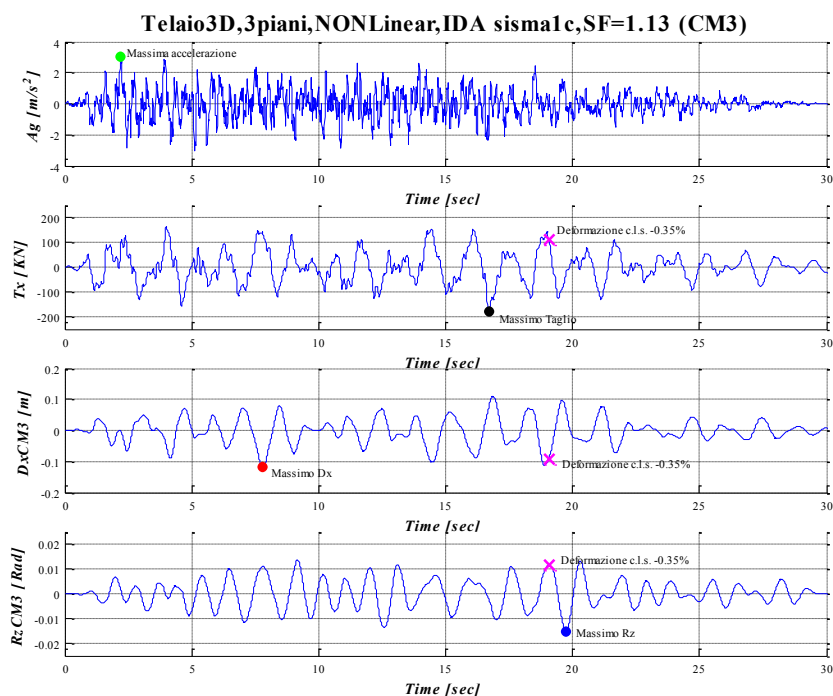


Figura B.52 - Accelerogramma, Taglio alla Base lungo x, Spostamento e Rotazione del centro di massa del piano di sommità in funzione del tempo.

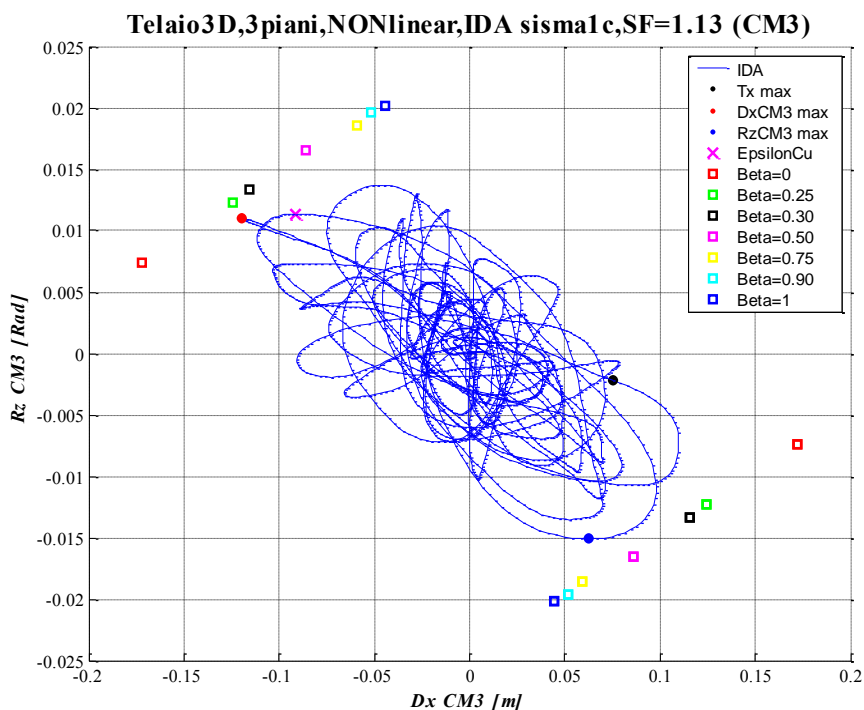
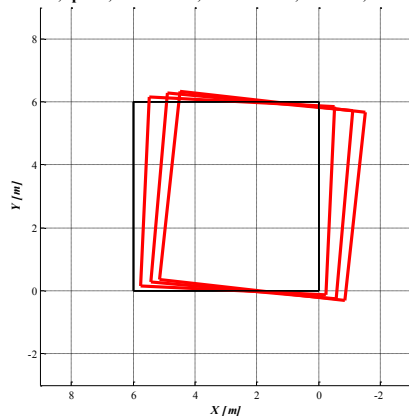


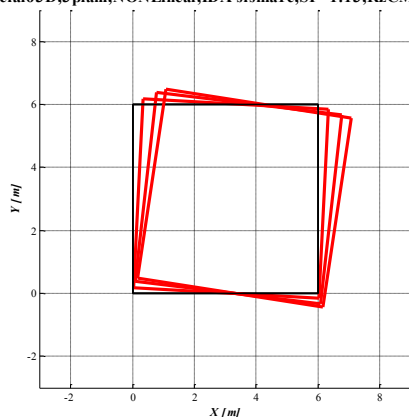
Figura B.53 - Curva di Isteresi: Rotazione attorno a z Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; in sovrapposizione sono riportati i punti a rottura (quadretti colorati) di diverse analisi di pushover al variare del parametro β .

Telaio3D,3piani,NONLinear,IDA sisma1c,SF=1.13,DxCM3 max



a)

Telaio3D,3piani,NONLinear,IDA sisma1c,SF=1.13,RzCM3 max



b)

Figura B.54 – Deformata della struttura nel piano xy: a) nell’istante di massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità (DxCM3 max), b) nell’istante di massima rotazione del centro di massa del piano di sommità (RzCM3 max).

Istante caratteristico		Time [sec]	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [KN]	Ty [KN]	Mt [KN*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [KN]	Mt base [KN*m]	Scaling Factor	
Sisma 1c	ϵ_{cu}	CM3	-0.0035343	-0.0914	0.0013	0.01137	37.08	2.93	-76.08	0.99031	112.60	-303.12	1.13	
		CM2		19.06	-0.0686	0.0012	0.00994	90.15	4.58					-177.37
		CM1		-0.0347	0.0011	0.00590	123.23	3.35	-303.12					
	Max DxCM3	CM3	7.8	-0.0031231	-0.1198	0.0012	0.01100	82.06	1.55	-93.43	1.1207	136.84		-188.95
		CM2			-0.0842	0.0006	0.00901	132.28	4.90	-147.29				
		CM1			-0.0386	0.0005	0.00481	142.57	5.28	-188.95				
	Max RzCM3	CM3	19.74	-0.0024409	0.0624	0.0020	-0.01509	-39.55	4.86	234.39	1.4339	-25.03		505.14
		CM2			0.0441	-0.0025	-0.01151	-47.38	4.07	424.69				
		CM1			0.0189	-0.0016	-0.00541	-23.89	2.27	505.14				
	Max Base Shear X	CM3	16.7	-0.0017047	0.0750	0.0019	-0.00217	-40.24	-0.59	-44.23	2.0531	-177.88		-116.20
		CM2			-0.0543	0.0006	-0.00238	-102.82	4.76	-83.19				
		CM1			0.0259	0.0001	-0.00165	-170.58	5.00	-116.20				

Tabella B.17 - Parametri di risposta della struttura nei quattro istanti caratteristici: rottura $\epsilon_{cu} = -0.0035$, massimo spostamento, massima rotazione del centro di massa del piano di sommità e massimo taglio alla base lungo x.

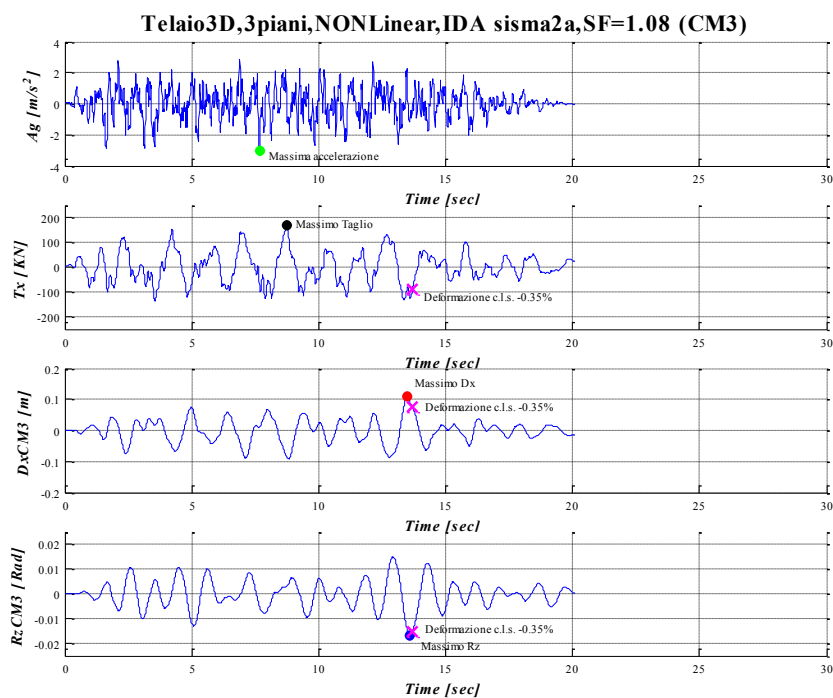


Figura B.55 - Accelerogramma, Taglio alla Base lungo x, Spostamento e Rotazione del centro di massa del piano di sommità in funzione del tempo.

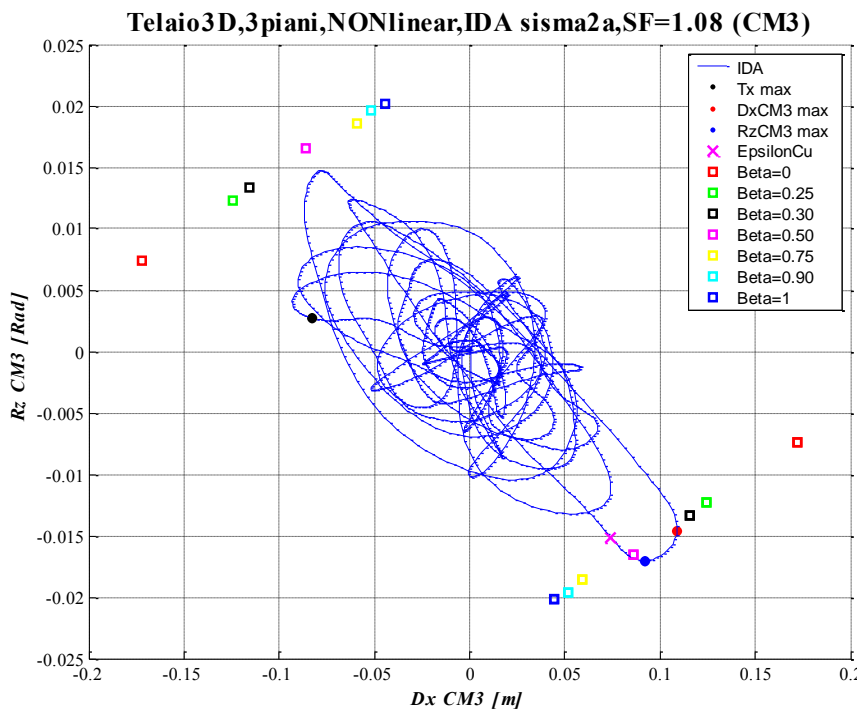
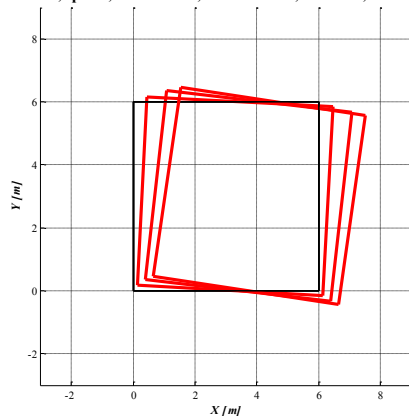


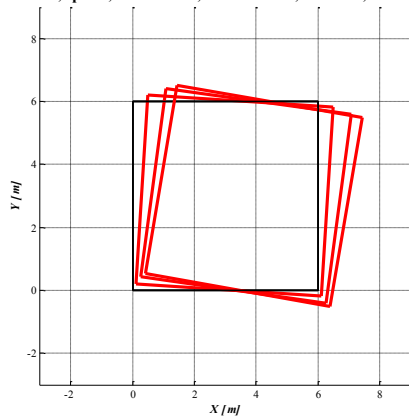
Figura B.56 - Curva di Isteresi: Rotazione attorno a z Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; in sovrapposizione sono riportati i punti a rottura (quadretti colorati) di diverse analisi di pushover al variare del parametro β .

Telaio3D,3piani,NONLinear,IDA sisma2a,SF=1.08,DxCM3 max



a)

Telaio3D,3piani,NONLinear,IDA sisma2a,SF=1.08,RzCM3 max



b)

Figura B.57 – Deformata della struttura nel piano xy: a) nell’istante di massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità (DxCM3 max), b) nell’istante di massima rotazione del centro di massa del piano di sommità (RzCM3 max).

Istante caratteristico		Time [sec]	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [kN]	Ty [kN]	Mt [kN*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [kN]	Mt base [kN*m]	Scaling Factor	
Sisma 2a	ϵ_{cu}	CM3	13.7	-0.0035209	0.0742	0.0010	-0.01520	-23.88	4.66	127.13	0.99407	-87.02	456.01	1.08
		CM2			0.0583	0.0010	-0.01310	-64.48	4.24	289.56				
		CM1			0.0294	0.0011	-0.00730	-93.56	5.01	456.01				
	Max DxCM3	CM3	13.49	-0.002783	0.1091	0.0014	-0.01459	-88.12	3.06	151.70	1.2576	-80.37	353.23	
		CM2			0.0744	0.0013	-0.01142	-126.74	4.13	266.54				
		CM1			0.0301	0.0008	-0.00535	-88.88	5.61	353.23				
	Max RzCM3	CM3	13.6	-0.0031875	0.0924	0.0007	-0.01706	-41.62	6.06	241.81	1.098	-125.53	319.94	
		CM2			0.0680	-0.0011	-0.01352	-81.67	6.29	392.48				
		CM1			0.0302	-0.0012	-0.00645	-124.28	4.64	319.94				
	Max Base Shear X	CM3	8.73	-0.0017805	-0.0824	0.0017	0.00270	50.61	2.35	117.11	1.9657	166.18	-0.69	
		CM2			-0.0597	0.0008	0.00322	113.50	4.72	54.65				
		CM1			-0.0283	0.0004	0.00214	164.31	2.04	-0.69				

Tabella B.18 - Parametri di risposta della struttura nei quattro istanti caratteristici: rottura $\epsilon_{cu} = -0.0035$, massimo spostamento, massima rotazione del centro di massa del piano di sommità e massimo taglio alla base lungo x.

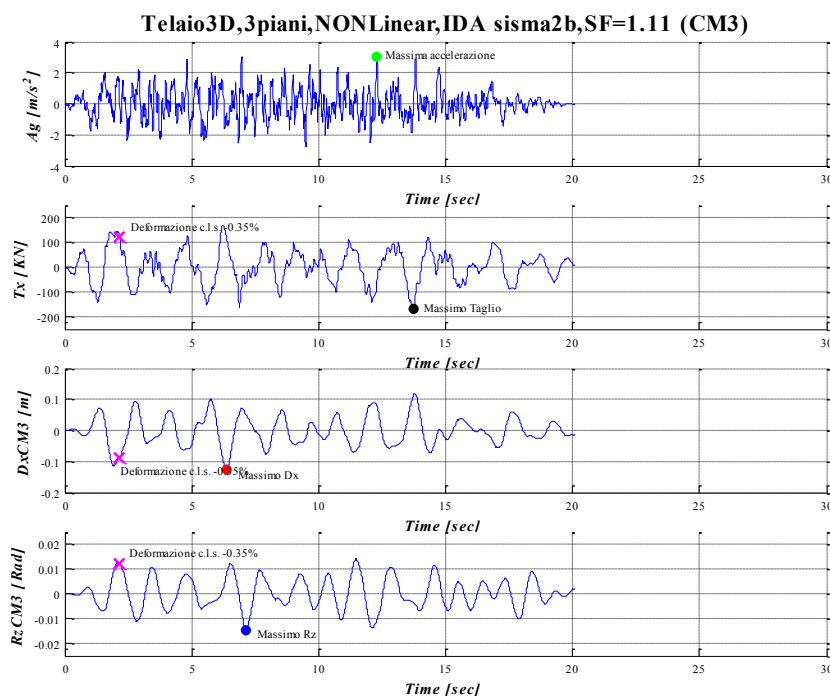


Figura B.58 - Accelerogramma, Taglio alla Base lungo x , Spostamento e Rotazione del centro di massa del piano di sommità in funzione del tempo.

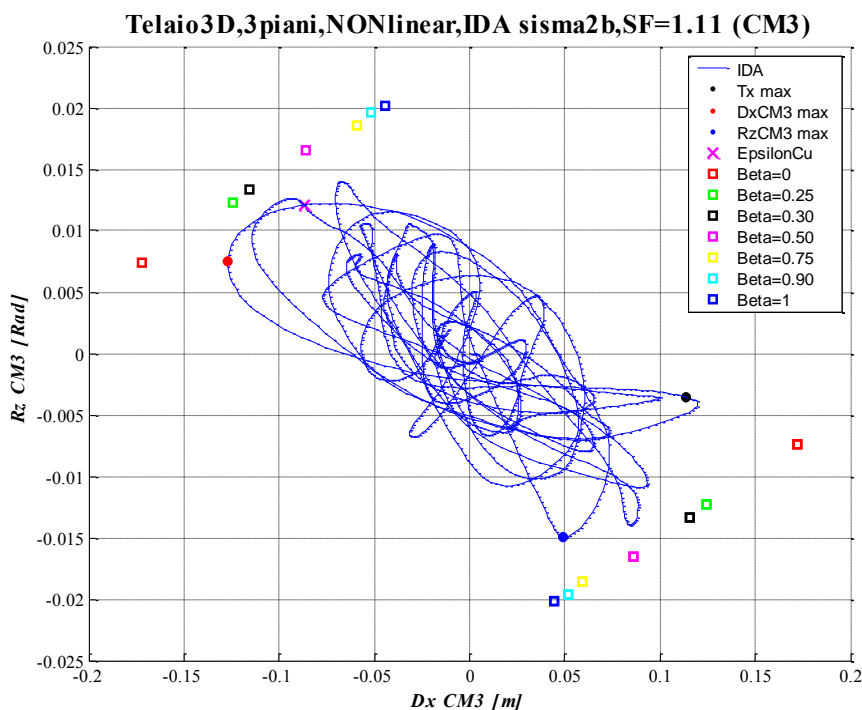
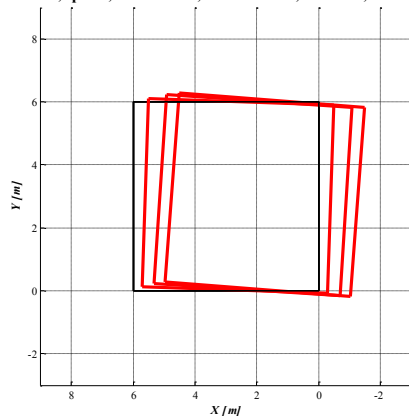


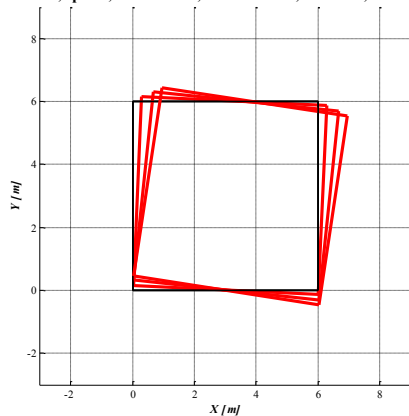
Figura B.59 - Curva di Isteresi: Rotazione attorno a z Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; in sovrapposizione sono riportati i punti a rottura (quadretti colorati) di diverse analisi di pushover al variare del parametro β .

Telaio3D,3piani,NONLinear,IDA sisma2b,SF=1.11,DxCM3 max



a)

Telaio3D,3piani,NONLinear,IDA sisma2b,SF=1.11,RzCM3 max



b)

Figura B.60 – Deformata della struttura nel piano xy: a) nell’istante di massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità (DxCM3 max), b) nell’istante di massima rotazione del centro di massa del piano di sommità (RzCM3 max).

Istante caratteristico		Time [sec]	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [kN]	Ty [kN]	Mt [kN*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [kN]	Mt base [kN*m]	Scaling Factor	
Sisma 2b	ϵ_{cu}	CM3	-0.0035209	-0.0869	0.0021	0.01203	29.20	3.11	-92.62	0.99405	121.67	-321.68	1.11	
		CM2		2.16	-0.0670	0.0018	0.01064	79.38	2.82					-201.66
		CM1		-0.0352	0.0014	0.00643	131.97	2.28	-321.68					
	Max DxCM3	CM3	6.37	-0.0030181	-0.1269	0.0044	0.00753	94.98	1.24	1.70	1.1597	123.96		-82.28
		CM2			-0.0883	0.0029	0.00642	141.47	1.31	-53.74				
		CM1			-0.0398	0.0015	0.00338	134.00	1.47	-82.28				
	Max RzCM3	CM3	7.14	-0.0020739	0.0494	-0.0007	-0.01494	-6.80	6.39	404.30	1.6876	-64.88		320.04
		CM2			0.0354	-0.0006	-0.01035	-32.84	4.19	431.95				
		CM1			0.0158	-0.0007	-0.00454	-67.75	2.89	320.04				
	Max Base Shear X	CM3	13.74	-0.0023789	0.1135	0.0021	-0.00355	-75.28	2.53	-36.57	1.4713	-169.61		-102.96
		CM2			0.0791	0.0009	-0.00325	-139.60	3.89	-92.81				
		CM1			0.0361	0.0002	-0.00194	-168.12	4.97	-102.96				

Tabella B.19 - Parametri di risposta della struttura nei quattro istanti caratteristici: rottura $\epsilon_{cu} = -0.0035$, massimo spostamento, massima rotazione del centro di massa del piano di sommità e massimo taglio alla base lungo x.

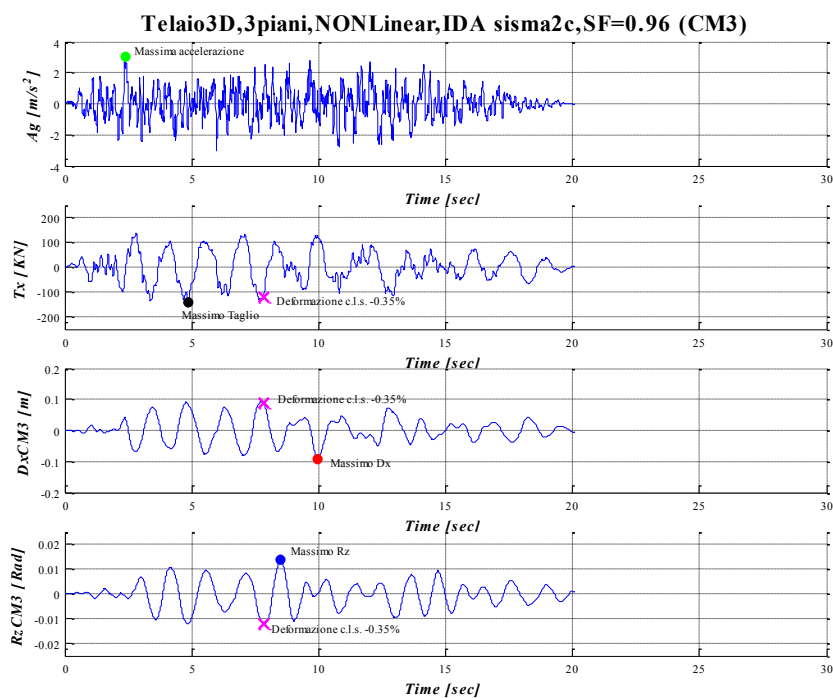


Figura B.61 - Accelerogramma, Taglio alla Base lungo x, Spostamento e Rotazione del centro di massa del piano di sommità in funzione del tempo.

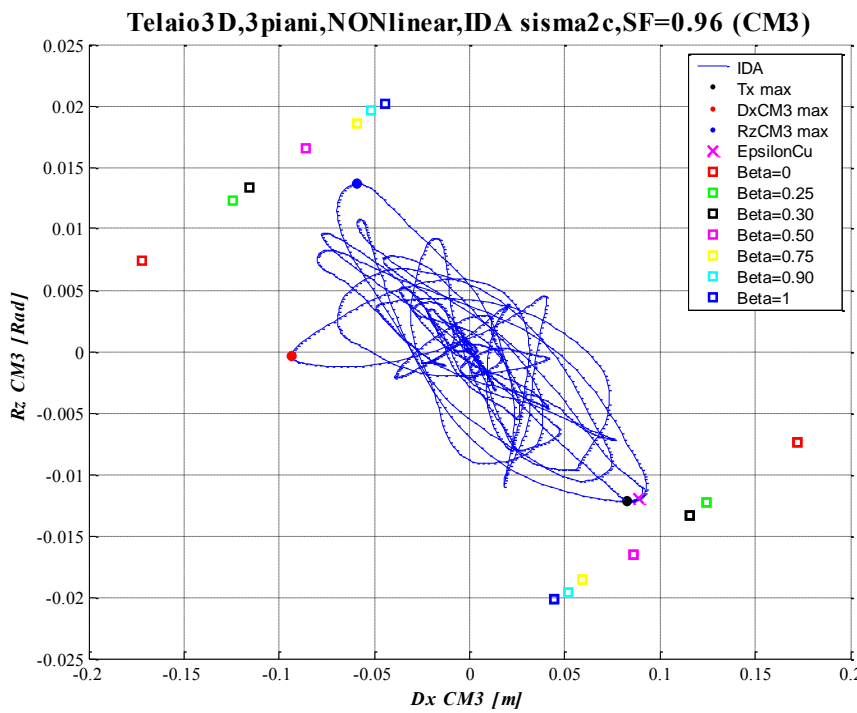
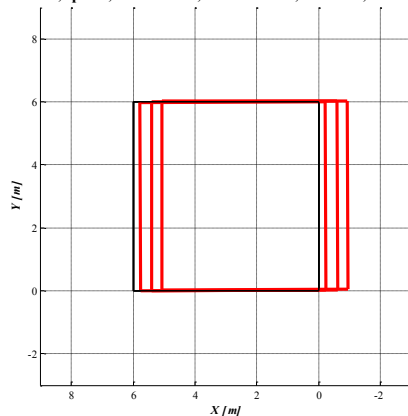


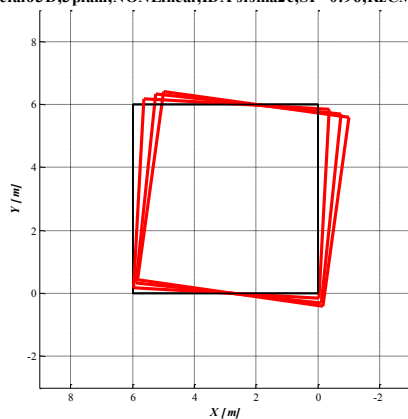
Figura B.62 - Curva di Isteresi: Rotazione attorno a z Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; in sovrapposizione sono riportati i punti a rottura (quadretti colorati) di diverse analisi di pushover al variare del parametro β .

Telaio3D,3piani,NONLinear,IDA sisma2c,SF=0.96,DxCM3 max



a)

Telaio3D,3piani,NONLinear,IDA sisma2c,SF=0.96,RzCM3 max



b)

Figura B.63 – Deformata della struttura nel piano xy: a) nell’istante di massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità (DxCM3 max), b) nell’istante di massima rotazione del centro di massa del piano di sommità (RzCM3 max).

Istante caratteristico		Time [sec]	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [KN]	Ty [KN]	Mt [Kn*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [KN]	Mt base [KN*m]	Scaling Factor	
Sisma 2c	ϵ_{cu}	CM3	-0.0035317	0.0886	0.0008	-0.01202	-41.05	3.81	78.72	0.99103	-122.69	318.13	0.96	
		CM2		0.0671	0.0009	-0.01058	-96.10	4.85	197.76					
		CM1		0.0340	0.0010	-0.00631	-130.23	3.94	318.13					
	Max DxCM3	CM3	9.97	-0.0010828	-0.0933	0.0028	-0.00034	89.70	0.45	90.24	3.2324	124.74		245.34
		CM2			-0.0600	0.0010	-0.00034	126.56	3.08	152.67				
		CM1			-0.0237	0.0000	-0.00044	123.10	6.36	245.34				
	Max RzCM3	CM3	8.51	-0.0024944	-0.0589	0.0009	0.01363	38.84	4.55	-220.55	1.4031	58.83		-435.90
		CM2			-0.0430	0.0015	0.01071	49.73	3.99	-387.42				
		CM1			-0.0201	0.0015	0.00543	59.80	1.89	-435.90				
	Max Base Shear X	CM3	4.88	-0.0030104	0.0825	0.0007	-0.01215	-32.22	3.67	171.82	1.1627	-141.83		242.59
		CM2			0.0620	0.0008	-0.01010	-86.47	4.45	223.61				
		CM1			0.0308	0.0010	-0.00566	-145.25	3.16	242.59				

Tabella B.20 - Parametri di risposta della struttura nei quattro istanti caratteristici: rottura $\epsilon_{cu} = -0.0035$, massimo spostamento, massima rotazione del centro di massa del piano di sommità e massimo taglio alla base lungo x.

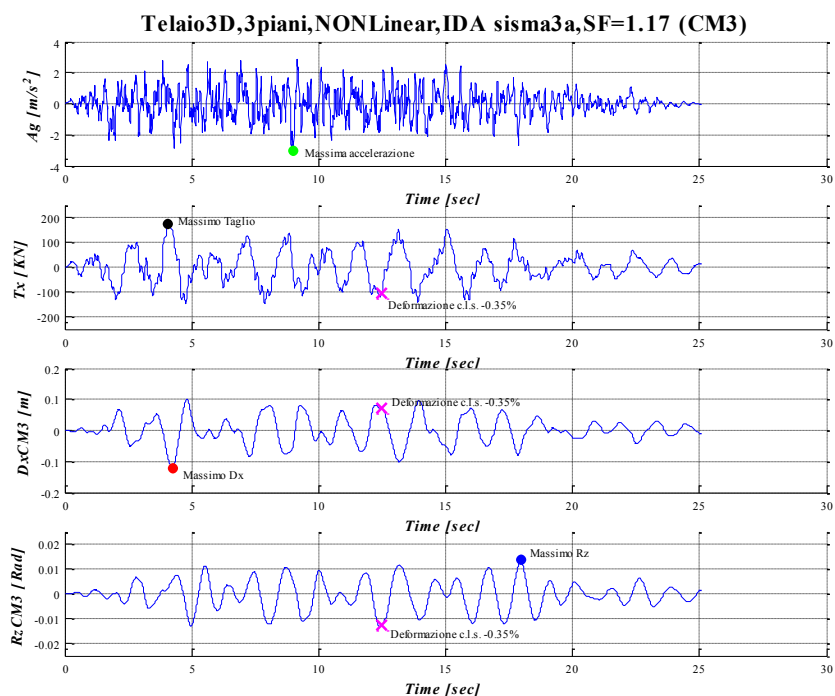


Figura B.64 - Accelerogramma, Taglio alla Base lungo x, Spostamento e Rotazione del centro di massa del piano di sommità in funzione del tempo.

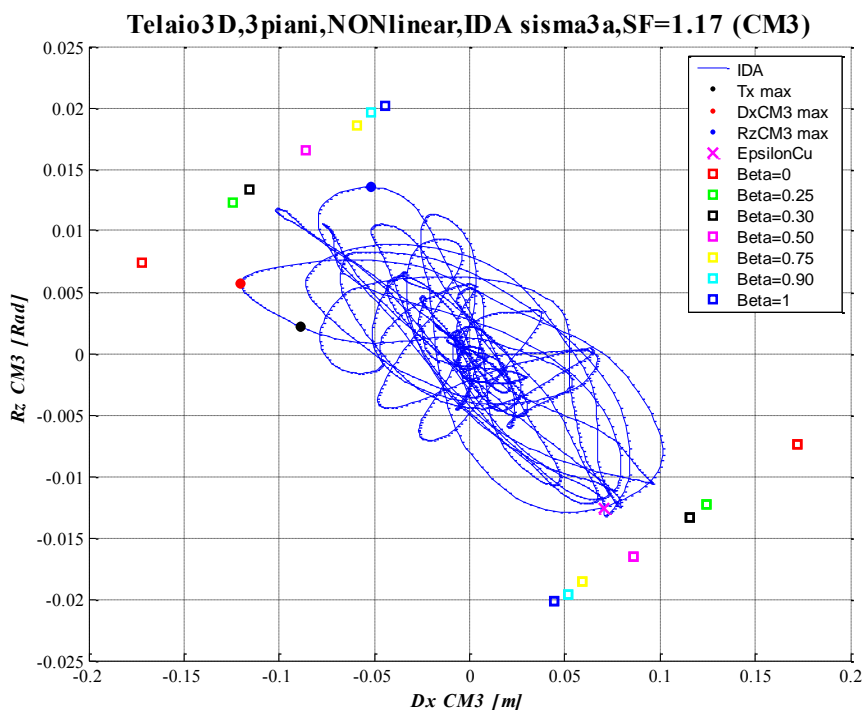
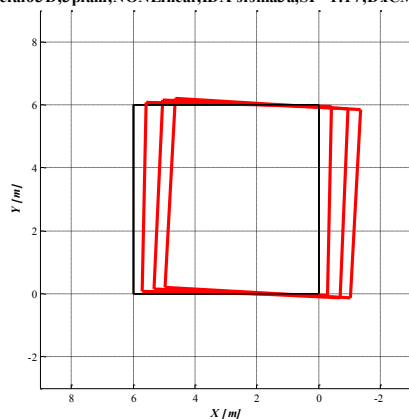


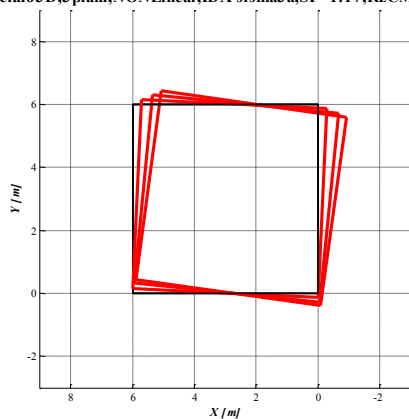
Figura B.65 - Curva di Isteresi: Rotazione attorno a z Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; in sovrapposizione sono riportati i punti a rottura (quadretti colorati) di diverse analisi di pushover al variare del parametro β .

Telaio3D,3piani,NONLinear,IDA sisma3a,SF=1.17,DxCM3 max



a)

Telaio3D,3piani,NONLinear,IDA sisma3a,SF=1.17,RzCM3 max



b)

Figura B.66 – Deformata della struttura nel piano xy: a) nell’istante di massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità (DxCM3 max), b) nell’istante di massima rotazione del centro di massa del piano di sommità (RzCM3 max).

Istante caratteristico		Time [sec]	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [kN]	Ty [kN]	Mt [kN*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [kN]	Mt base [kN*m]	Scaling Factor	
Sisma 3a	ϵ_{cu}	CM3	-0.0035833	0.0704	0.0025	-0.01259	-18.82	2.96	68.95	0.97675	-104.82	404.91	1.17	
		CM2		0.0556	0.0023	-0.01114	-67.47	3.77	227.35					
		CM1		0.0304	0.0017	-0.00691	-110.17	2.60	404.91					
	Max DxCM3	CM3	4.24	-0.0019185	-0.1201	0.0031	0.00566	86.07	0.84	-25.35	1.8243	148.72		-0.43
		CM2			-0.0825	0.0016	0.00453	144.11	1.90	-18.27				
		CM1			-0.0364	0.0004	0.00212	152.57	4.50	-0.43				
	Max RzCM3	CM3	17.97	-0.002452	-0.0516	0.0015	0.01354	33.06	5.63	-266.40	1.4274	31.07		-376.28
		CM2			-0.0362	0.0018	0.00996	30.83	4.22	-417.09				
		CM1			-0.0157	0.0012	0.00457	31.09	2.41	-376.28				
Max Base Shear X	CM3	4.07	-0.0015429	-0.0889	0.0022	0.00222	64.42	5.09	57.31	2.2685	174.10	93.89		
	CM2			-0.0617	0.0013	0.00237	129.04	3.00	103.96					
	CM1			-0.0282	0.0005	0.00150	170.69	2.14	93.89					

Tabella B.21 - Parametri di risposta della struttura nei quattro istanti caratteristici: rottura $\epsilon_{cu} = -0.0035$, massimo spostamento, massima rotazione del centro di massa del piano di sommità e massimo taglio alla base lungo x.

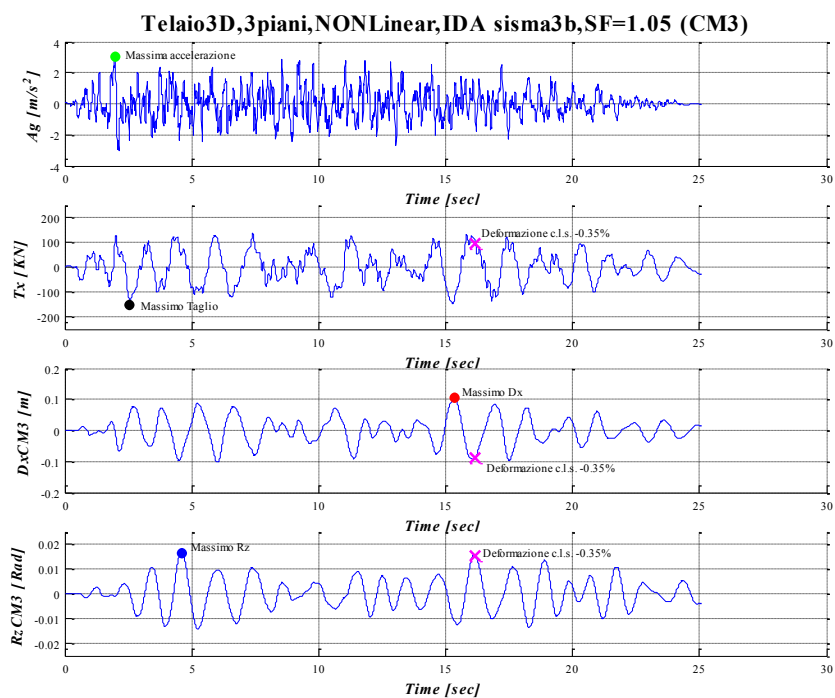


Figura B.67 - Accelerogramma, Taglio alla Base lungo x, Spostamento e Rotazione del centro di massa del piano di sommità in funzione del tempo.

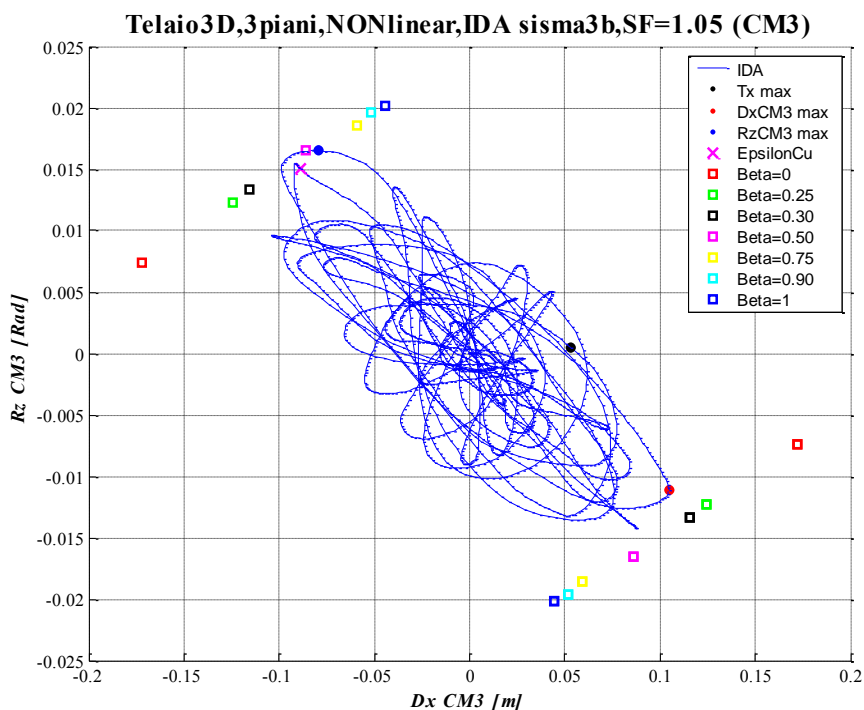
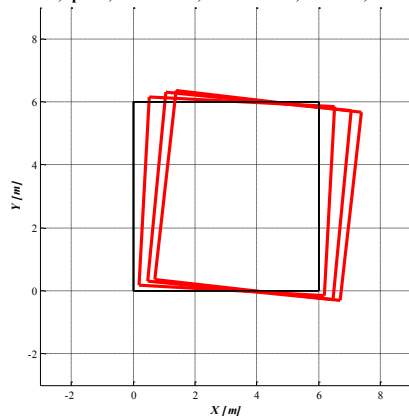


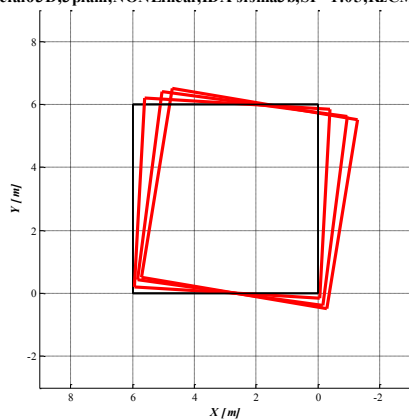
Figura B.68 - Curva di Isteresi: Rotazione attorno a z Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; in sovrapposizione sono riportati i punti a rottura (quadretti colorati) di diverse analisi di pushover al variare del parametro β .

Telaio3D,3piani,NONLinear,IDA sisma3b,SF=1.05,DxCM3 max



a)

Telaio3D,3piani,NONLinear,IDA sisma3b,SF=1.05,RzCM3 max



b)

Figura B.69 – Deformata della struttura nel piano xy: a) nell’istante di massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità (DxCM3 max), b) nell’istante di massima rotazione del centro di massa del piano di sommità (RzCM3 max).

Istante caratteristico		Time [sec]	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [kN]	Ty [kN]	Mt [kN*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [kN]	Mt base [kN*m]	Scaling Factor	
Sisma 3b	ϵ_{cu}	CM3	-0.0035142	-0.0890	0.0017	0.01507	46.11	3.93	-128.34	0.99597	95.49	-413.43	1.05	
		CM2		16.17	-0.0666	0.0017	0.01272	90.68	4.19					-276.31
		CM1		-0.0322	0.0016	0.00703	103.01	4.43	-413.43					
	Max DxCM3	CM3	15.34	-0.0032059	0.1046	0.0016	-0.01107	-59.43	3.72	67.09	1.0917	-134.64		222.72
		CM2			0.0763	0.0013	-0.00953	-121.49	3.88	166.69				
		CM1			0.0359	0.0008	-0.00522	-142.57	4.83	222.72				
	Max RzCM3	CM3	4.61	-0.0026857	-0.0793	0.0016	0.01651	51.60	4.17	-198.51	1.3032	50.82		-495.67
		CM2			-0.0568	-0.0020	0.01310	69.00	4.05	-446.40				
		CM1			-0.0229	-0.0017	0.00592	50.66	3.57	-495.67				
Max Base Shear X	CM3	2.57	-0.0009889	0.0534	0.0022	0.00046	-38.31	0.25	-126.94	3.5393	-150.29	-116.40		
	CM2			0.0380	0.0011	-0.00047	-92.67	1.62	-136.51					
	CM1			0.0177	0.0002	-0.00060	-146.83	5.02	-116.40					

Tabella B.22 - Parametri di risposta della struttura nei quattro istanti caratteristici: rottura $\epsilon_{cu} = -0.0035$, massimo spostamento, massima rotazione del centro di massa del piano di sommità e massimo taglio alla base lungo x.

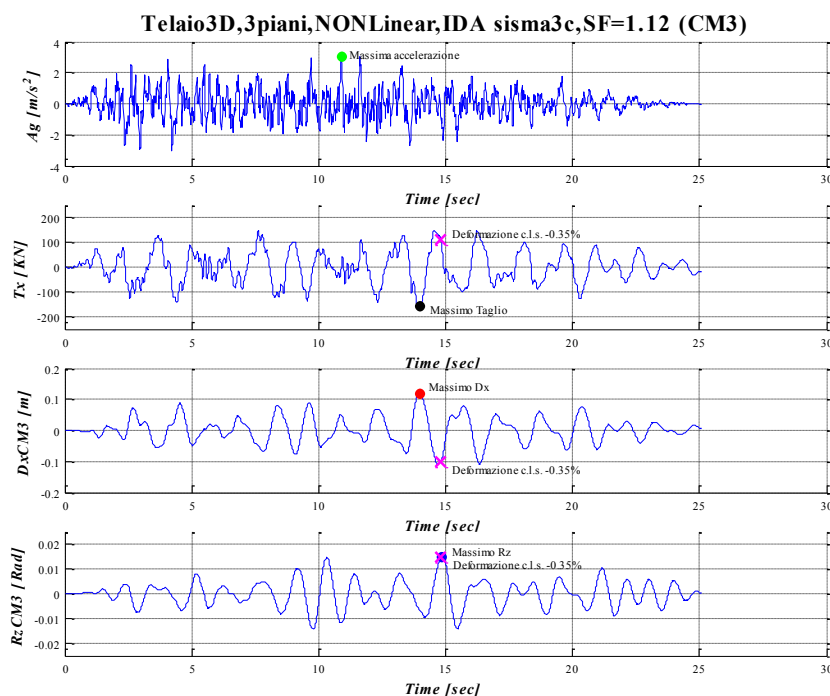


Figura B.70 - Accelerogramma, Taglio alla Base lungo x, Spostamento e Rotazione del centro di massa del piano di sommità in funzione del tempo.

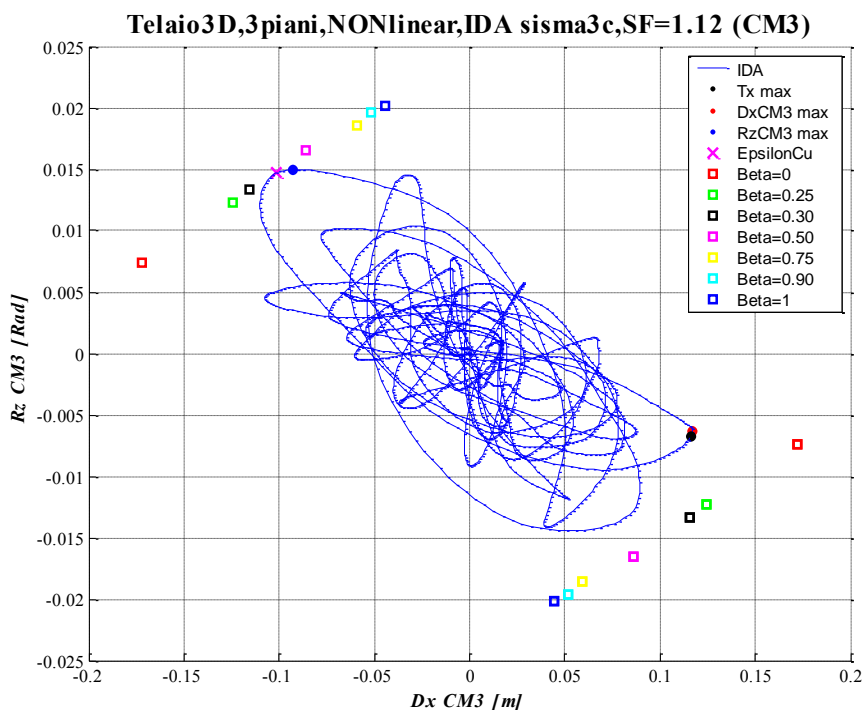
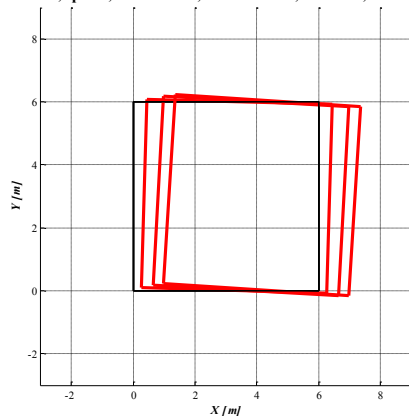


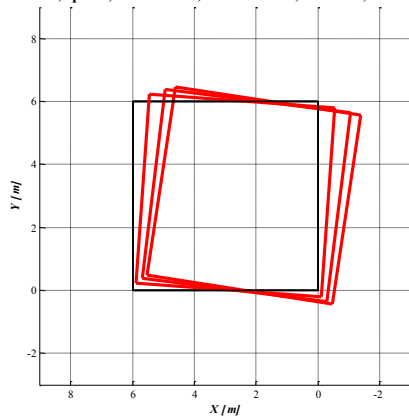
Figura B.71 - Curva di Isteresi: Rotazione attorno a z Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; in sovrapposizione sono riportati i punti a rottura (quadretti colorati) di diverse analisi di pushover al variare del parametro β .

Telaio3D,3piani,NONLinear,IDA sisma3c,SF=1.12,DxCM3 max



a)

Telaio3D,3piani,NONLinear,IDA sisma3c,SF=1.12,RzCM3 max



b)

Figura B.72 – Deformata della struttura nel piano xy: a) nell’istante di massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità (DxCM3 max), b) nell’istante di massima rotazione del centro di massa del piano di sommità (RzCM3 max).

Istante caratteristico		Time [sec]	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [kN]	Ty [kN]	Mt [kN*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [kN]	Mt base [kN*m]	Scaling Factor	
Sisma 3c	ϵ_{cu}	CM3	-0.0035085	-0.1017	0.0014	0.01468	56.07	3.55	-174.10	0.99757	111.64	-335.08	1.12	
		CM2		14.81	-0.0744	0.0015	0.01207	101.60	4.48					-268.52
		CM1		-0.0365	0.0014	0.00677	120.54	3.79	-335.08					
	Max DxCM3	CM3	13.97	-0.0024563	0.1170	0.0032	-0.00634	-83.36	1.47	-45.95	1.4249	-148.63		62.50
		CM2			0.0813	0.0018	-0.00554	-137.45	1.44	27.05				
		CM1			0.0357	0.0006	-0.00282	-150.53	4.06	62.50				
	Max RzCM3	CM3	14.85	-0.0034569	-0.0930	0.0015	0.01498	51.05	3.98	-173.56	1.0125	79.92		-398.62
		CM2			-0.0683	0.0016	0.01233	90.77	4.05	-292.61				
		CM1			-0.0336	0.0015	0.00691	91.70	3.60	-398.62				
Max Base Shear X	CM3	14	-0.002687	0.1160	0.0032	-0.00674	-70.88	-1.13	-58.20	1.3026	-156.31	89.66		
	CM2			0.0825	0.0017	-0.00623	-131.99	2.72	46.61					
	CM1			0.0375	0.0007	-0.00340	-156.83	3.14	89.66					

Tabella B.23 - Parametri di risposta della struttura nei quattro istanti caratteristici: rottura $\epsilon_{cu} = -0.0035$, massimo spostamento, massima rotazione del centro di massa del piano di sommità e massimo taglio alla base lungo x.

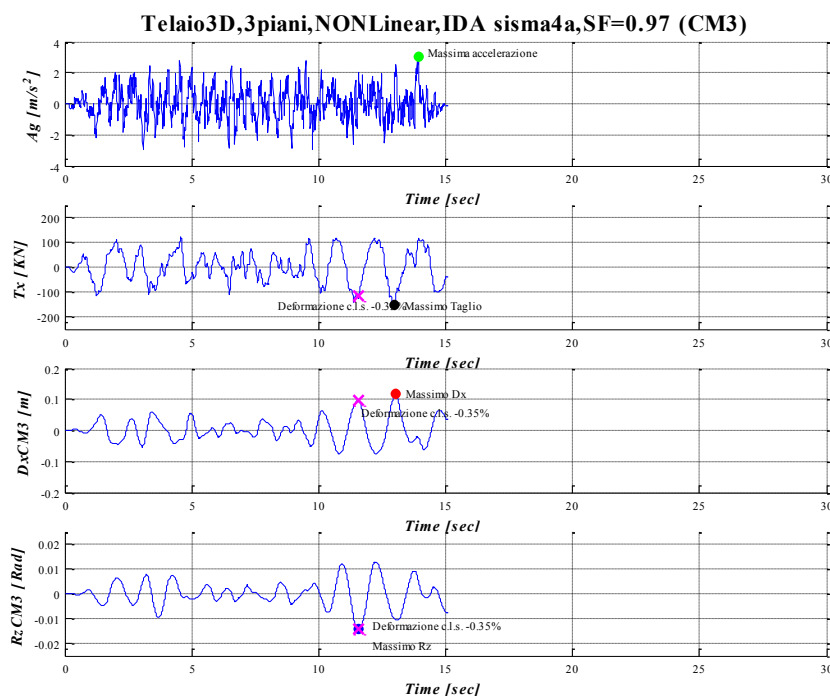


Figura B.73 - Accelerogramma, Taglio alla Base lungo x, Spostamento e Rotazione del centro di massa del piano di sommità in funzione del tempo.

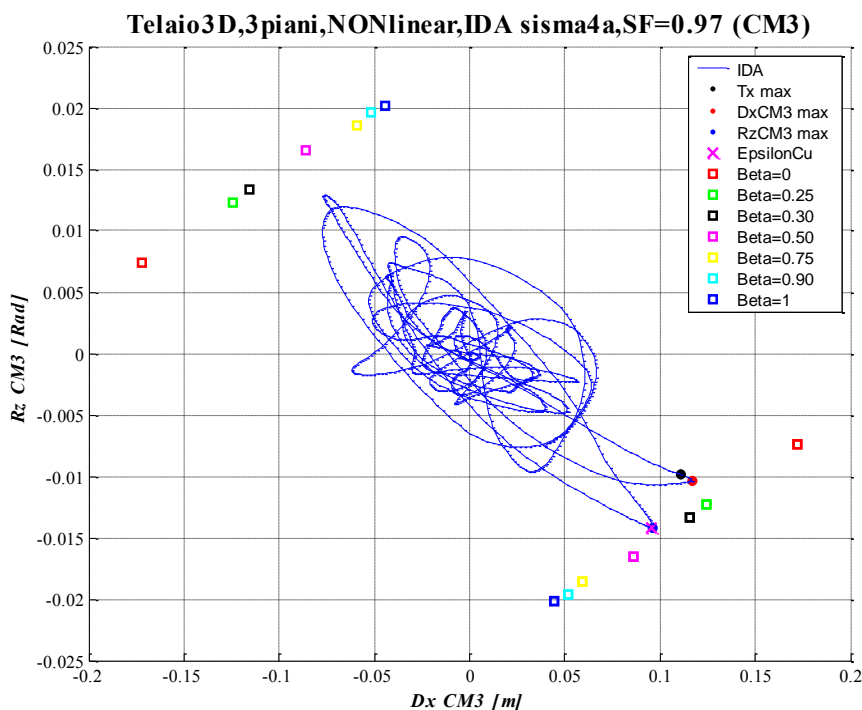
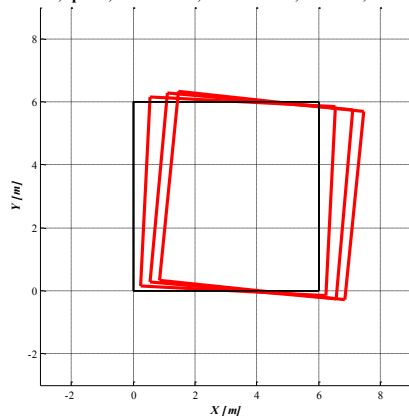


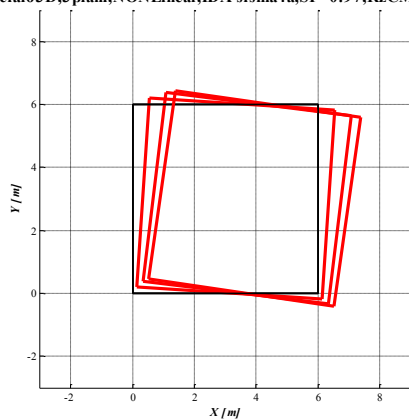
Figura B.74 - Curva di Isteresi: Rotazione attorno a z Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; in sovrapposizione sono riportati i punti a rottura (quadretti colorati) di diverse analisi di pushover al variare del parametro β .

Telaio3D,3piani,NONLinear,IDA sisma4a,SF=0.97,DxCM3 max



a)

Telaio3D,3piani,NONLinear,IDA sisma4a,SF=0.97,RzCM3 max



b)

Figura B.75 – Deformata della struttura nel piano xy: a) nell’istante di massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità (DxCM3 max), b) nell’istante di massima rotazione del centro di massa del piano di sommità (RzCM3 max).

Istante caratteristico		Time [sec]	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [kN]	Ty [kN]	Mt [kN*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [kN]	Mt base [kN*m]	Scaling Factor	
Sisma 4a	ϵ_{cu}	CM3	-0.0035214	0.0956	0.0017	-0.01417	-47.93	2.74	151.41	0.99393	-115.17	338.80	0.97	
		CM2		11.58	0.0713	0.0017	-0.01194	-105.40	4.07					258.82
		CM1		0.0344	0.0015	-0.00654	-123.29	3.42	338.80					
	Max DxCM3	CM3	13.03	-0.003482	0.1168	0.0020	-0.01033	-76.95	1.74	28.24	1.0052	-122.79		212.68
		CM2			0.0838	0.0013	-0.00901	-136.79	3.25	105.05				
		CM1			0.0390	0.0008	-0.00508	-134.65	4.92	212.68				
	Max RzCM3	CM3	11.57	-0.0035198	0.0962	0.0016	-0.01418	-49.03	2.89	149.66	0.99438	-120.34		329.05
		CM2			0.0717	-0.0017	-0.01194	-105.54	4.21	265.04				
		CM1			0.0345	-0.0014	-0.00651	-127.10	3.48	329.05				
	Max Base Shear X	CM3	12.97	-0.0032289	0.1107	0.0018	-0.00987	-71.66	2.85	71.90	1.084	-154.09		113.27
		CM2			-0.0789	0.0012	-0.00830	-128.79	2.92	117.03				
		CM1			0.0363	0.0007	-0.00447	-154.83	3.62	113.27				

Tabella B.24 - Parametri di risposta della struttura nei quattro istanti caratteristici: rottura $\epsilon_{cu} = -0.0035$, massimo spostamento, massima rotazione del centro di massa del piano di sommità e massimo taglio alla base lungo x.

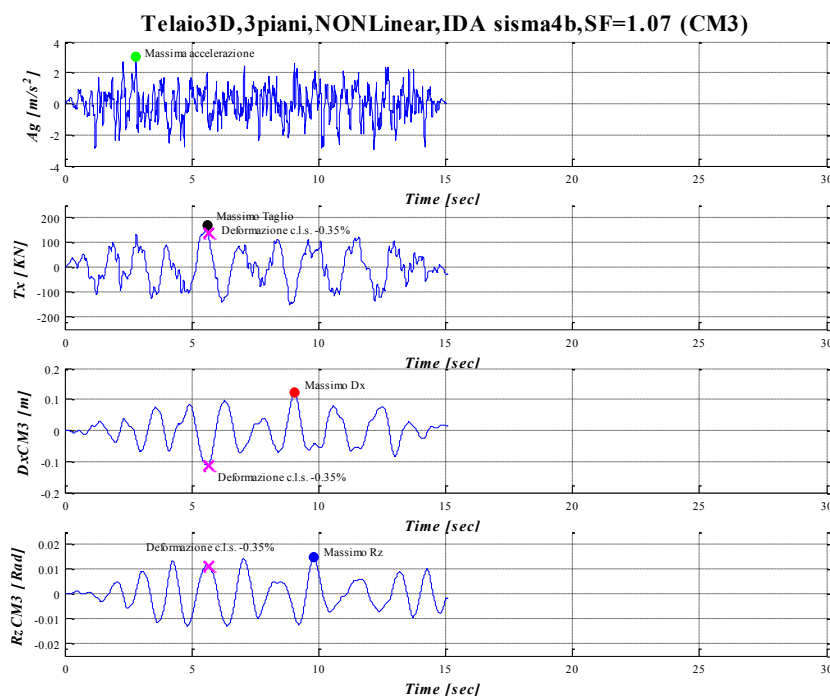


Figura B.76 - Accelerogramma, Taglio alla Base lungo x, Spostamento e Rotazione del centro di massa del piano di sommità in funzione del tempo.

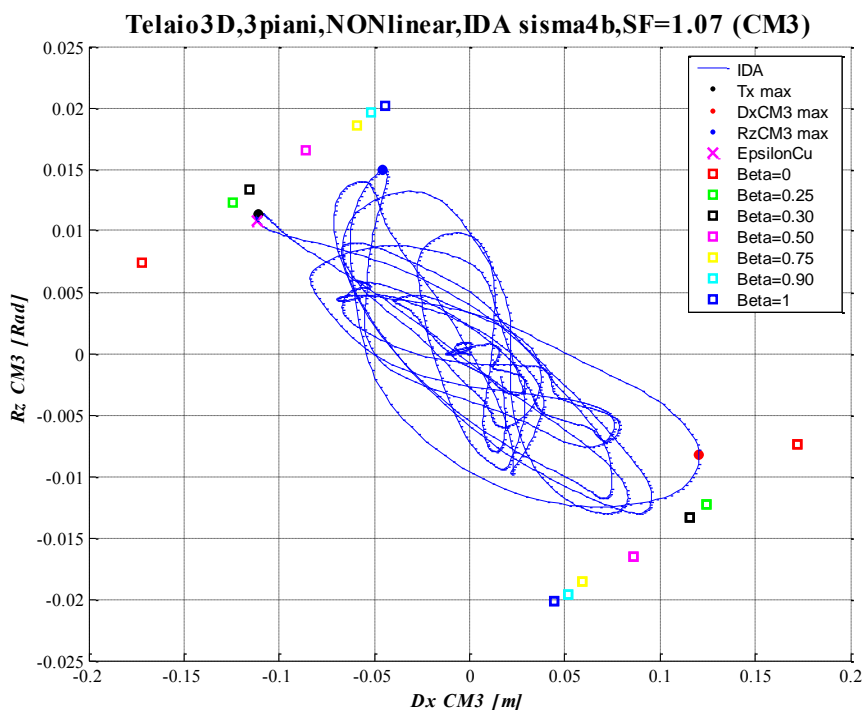
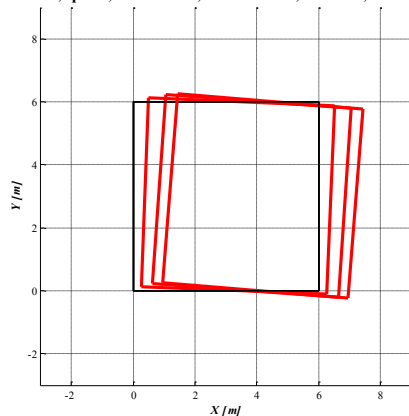


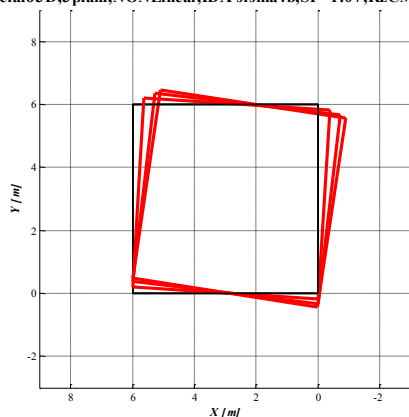
Figura B.77 - Curva di Isteresi: Rotazione attorno a z Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; in sovrapposizione sono riportati i punti a rottura (quadretti colorati) di diverse analisi di pushover al variare del parametro β .

Telaio3D,3piani,NONLinear,IDA sisma4b,SF=1.07,DxCM3 max



a)

Telaio3D,3piani,NONLinear,IDA sisma4b,SF=1.07,RzCM3 max



b)

Figura B.78 – Deformata della struttura nel piano xy: a) nell’istante di massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità (DxCM3 max), b) nell’istante di massima rotazione del centro di massa del piano di sommità (RzCM3 max).

Istante caratteristico		Time [sec]	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [kN]	Ty [kN]	Mt [kN*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [kN]	Mt base [kN*m]	Scaling Factor	
Sisma 4b	ϵ_{cu}	CM3	-0.0035255	-0.1117	0.0008	0.01084	57.66	3.51	-66.31	0.99277	137.78	-209.68	1.07	
		CM2		-0.0825	0.0005	0.00940	125.96	3.55	-103.67					
		CM1		-0.0411	0.0004	0.00563	152.15	5.45	-209.68					
	Max DxCM3	CM3	9.04	-0.0028982	0.1207	0.0017	-0.00820	-80.34	3.45	26.35	1.2077	-130.76		122.57
		CM2			0.0853	0.0009	-0.00709	-144.90	2.80	59.96				
		CM1			0.0389	0.0004	-0.00390	-140.97	5.52	122.57				
	Max RzCM3	CM3	9.81	-0.0030864	-0.0455	0.0015	0.01499	-2.55	5.35	-321.58	1.134	62.75		-432.85
		CM2			-0.0367	0.0020	0.01163	19.91	5.09	-435.71				
		CM1			-0.0199	0.0015	0.00612	63.86	1.55	-432.85				
	Max Base Shear X	CM3	5.61	-0.0033588	-0.1108	0.0008	0.01135	58.56	2.24	-114.73	1.042	169.50		-148.86
		CM2			-0.0809	0.0005	0.00946	115.67	4.12	-161.81				
		CM1			-0.0396	0.0003	0.00535	170.25	5.00	-148.86				

Tabella B.25 - Parametri di risposta della struttura nei quattro istanti caratteristici: rottura $\epsilon_{cu} = -0.0035$, massimo spostamento, massima rotazione del centro di massa del piano di sommità e massimo taglio alla base lungo x.

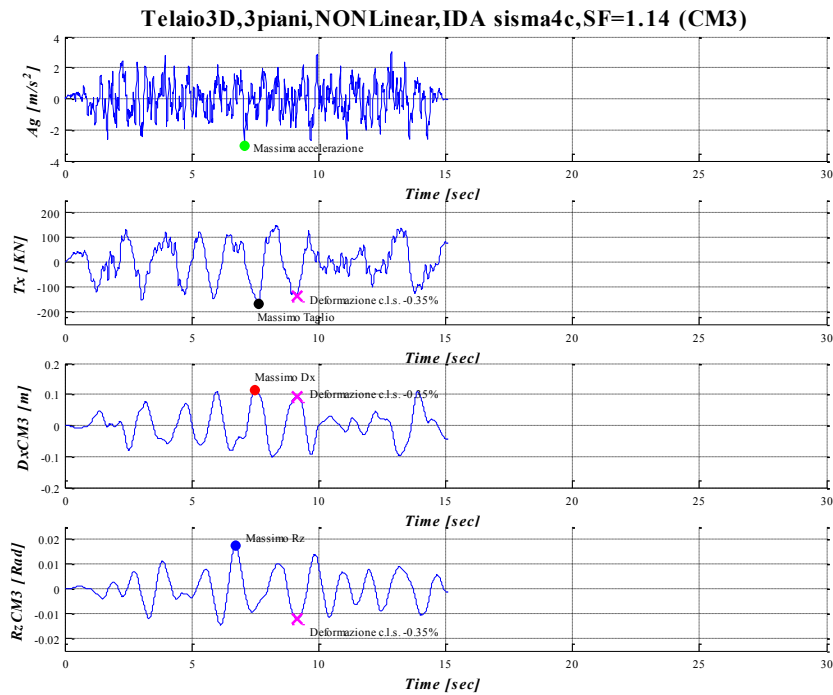


Figura B.79 - Accelerogramma, Taglio alla Base lungo x, Spostamento e Rotazione del centro di massa del piano di sommità in funzione del tempo.

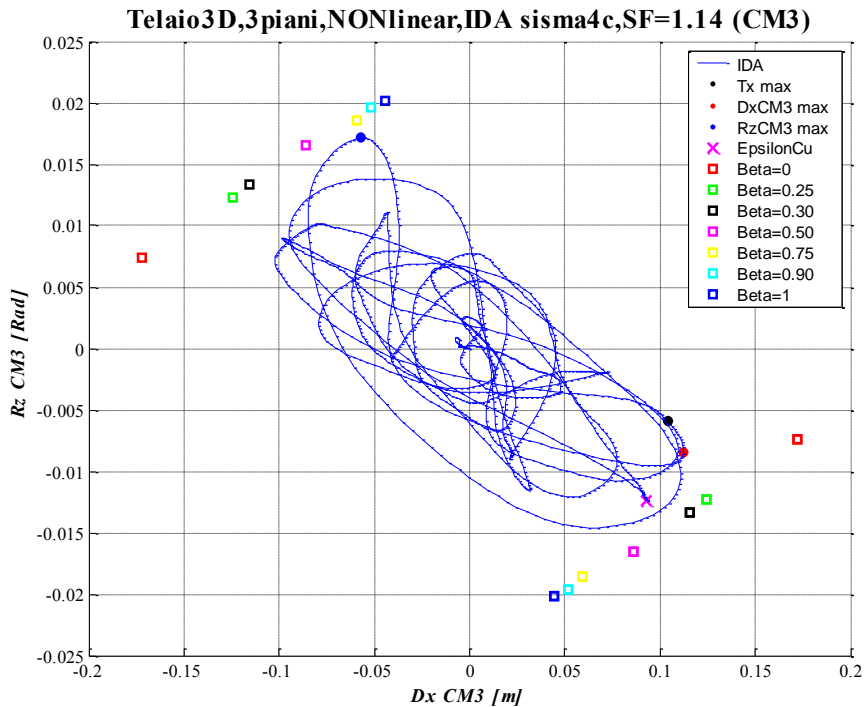
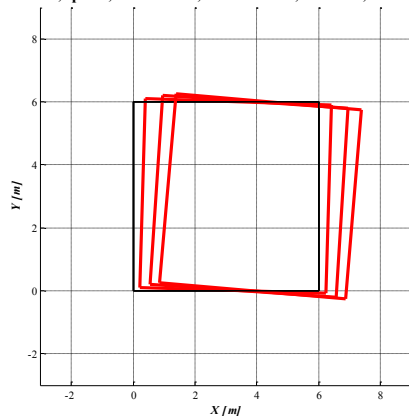


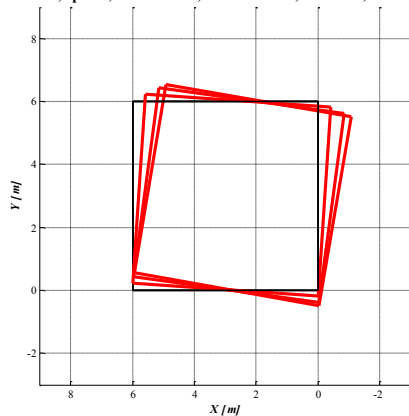
Figura B.80 - Curva di Isteresi: Rotazione attorno a z Vs Spostamento lungo x del centro di massa del piano di sommità; in sovrapposizione sono riportati i punti a rottura (quadretti colorati) di diverse analisi di pushover al variare del parametro β .

Telaio3D,3piani,NONLinear,IDA sisma4c,SF=1.14,DxCM3 max



a)

Telaio3D,3piani,NONLinear,IDA sisma4c,SF=1.14,RzCM3 max



b)

Figura B.81 – Deformata della struttura nel piano xy: a) nell’istante di massimo spostamento del centro di massa del piano di sommità (DxCM3 max), b) nell’istante di massima rotazione del centro di massa del piano di sommità (RzCM3 max).

Istante caratteristico		Time [sec]	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [kN]	Ty [kN]	Mt [kN*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [kN]	Mt base [kN*m]	Scaling Factor	
Sisma 4c	ϵ_{cu}	CM3	9.14	-0.0035002	0.0927	0.0005	-0.01234	-47.63	3.86	115.22	0.99994	-136.81	267.53	1.14
		CM2			0.0690	0.0007	-0.01049	-90.05	5.39	215.19				
		CM1			0.0350	0.0009	-0.00613	-140.77	4.95	267.53				
	Max DxCM3	CM3	7.5	-0.0025228	0.1125	0.0002	-0.00842	-84.42	5.38	57.56	1.3874	-139.05	61.95	
		CM2			0.0764	0.0003	-0.00660	-134.76	4.31	79.57				
		CM1			0.0320	0.0002	-0.00306	-139.10	4.42	61.95				
	Max RzCM3	CM3	6.72	-0.0029536	-0.0573	0.0030	0.01714	19.86	0.10	-268.11	1.185	73.03	-482.00	
		CM2			-0.0449	-0.0031	0.01341	33.56	4.23	-498.83				
		CM1			-0.0220	-0.0022	0.00662	72.70	0.78	-482.00				
	Max Base Shear X	CM3	7.62	-0.0028296	0.1041	0.0009	-0.00596	-52.33	-1.09	-28.58	1.2369	-167.95	37.60	
		CM2			-0.0757	-0.0004	-0.00558	-114.93	5.02	-4.91				
		CM1			0.0362	-0.0004	-0.00336	-170.61	7.37	37.60				

Tabella B.26 - Parametri di risposta della struttura nei quattro istanti caratteristici: rottura $\epsilon_{cu} = -0.0035$, massimo spostamento, massima rotazione del centro di massa del piano di sommità e massimo taglio alla base lungo x.

Istante caratteristico		Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [kN]	Ty [kN]	Mt [kN*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [kN]	Mt base [kN*m]	Scaling Factor
Media I.D.A. sui valori assoluti	ϵ_{cu}	CM3	0.0911	0.0014	0.01308	42.98	3.61	106.29	0.9925425	108.53	348.04
		CM2	0.0684	0.0014	0.01123	91.52	4.28	228.45			
		CM1	0.0344	0.0013	0.00650	117.72	3.80	348.04			
	Max DxCM3	CM3	0.1155	0.0022	0.00813	81.73	2.28	59.93	1.4525833	132.63	134.71
		CM2	0.0803	0.0013	0.00674	135.15	3.12	98.77			
		CM1	0.0357	0.0006	0.00351	138.46	4.71	134.71			
	Max RzCM3	CM3	0.0690	0.0016	0.01508	32.40	4.48	243.24	1.2329892	68.08	408.59
		CM2	0.0510	0.0018	0.01182	55.68	4.40	390.78			
		CM1	0.0241	0.0015	0.00595	71.11	2.76	408.59			
	Max Base Shear X	CM3	0.0974	0.0019	0.00555	59.09	2.06	77.80	1.70975	163.52	104.50
		CM2	0.0693	0.0010	0.00490	119.08	3.63	93.84			
		CM1	0.0323	0.0004	0.00282	162.25	4.35	104.50			

Tabella B.27 - Parametri di risposta medi della struttura nei quattro istanti caratteristici: rottura $\epsilon_{cu} = -0.0035$, massimo spostamento, massima rotazione del centro di massa del piano di sommità e massimo taglio alla base lungo x.

B.2.2 Analisi statiche: deformate e tabelle

In questo paragrafo sono riportate le deformate della struttura di studio, riferite all'istante di rottura, per le analisi di *pushover* condotte con una distribuzione di forze di tipo β . Per rottura s'intende il raggiungimento della deformazione limite ($\epsilon_{cu} = -0.0035$) in una qualunque fibra di c.l.s. confinato della struttura. Le deformate strutturali sono riportate al variare del parametro β . Nel titolo di ogni figura riportata di seguito si trova la dicitura che indica a quale *pushover* ci si sta riferendo.

In coda al presente paragrafo viene esposta una tabella che riporta i valori dei parametri di risposta, nell'istante di rottura, per le varie analisi di *pushover* svolte. I parametri Dx , Dy e Rz riportati nella tabella rappresentano lo spostamento lungo x, lo spostamento lungo y e rotazione attorno a z. Mentre Tx , Ty e Mt risultano rispettivamente il taglio di piano lungo x, taglio di piano lungo y e il momento torcente di piano riferito al centro di massa del piano stesso. Il parametro ϵ_c rappresenta la massima deformazione raggiunta in una qualunque fibra di c.l.s. della struttura, mentre per *Base Shear X* si intende il taglio alla base della struttura lungo la direzione x calcolato sulla base delle azioni esterne, tutti gli altri parametri di sollecitazione riportati sono stati calcolati a partire dalle sollecitazioni interne.

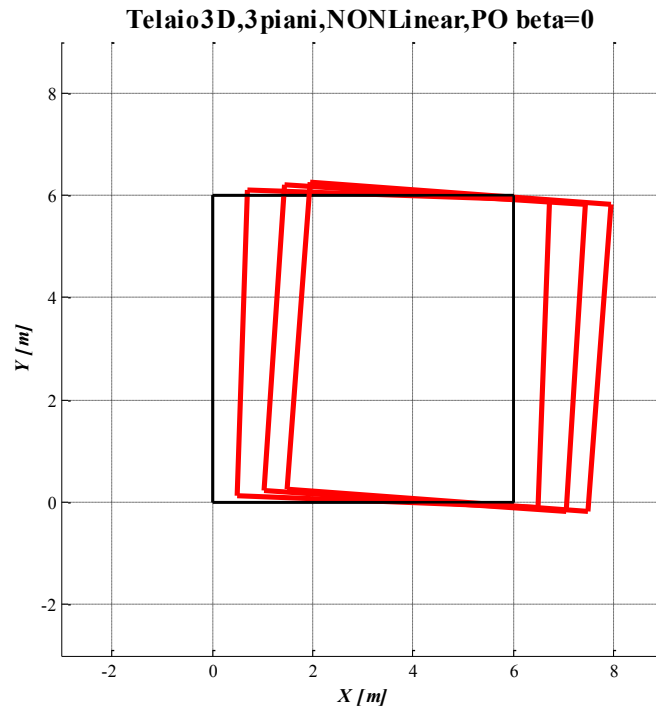


Figura B.82 - Deformata della struttura nel piano xy, istante a rottura del c.l.s. confinato.

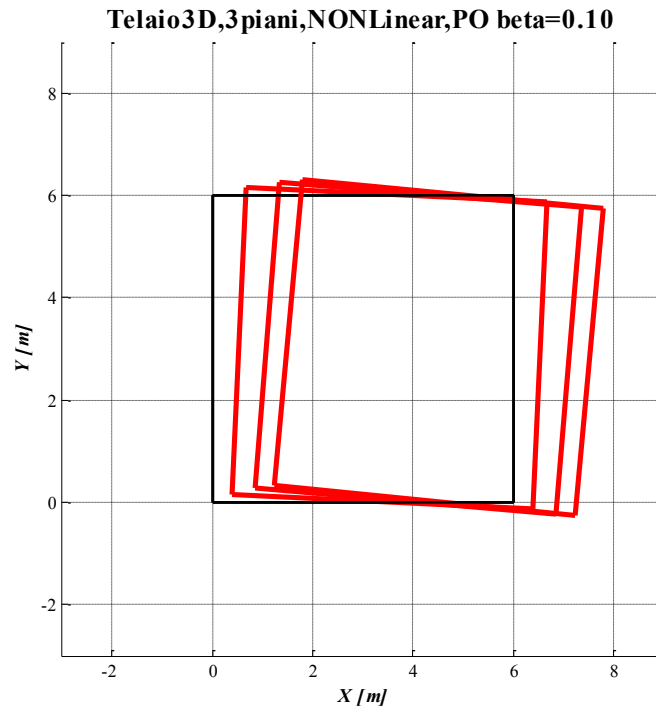


Figura B.83 - Deformata della struttura nel piano xy, istante a rottura del c.l.s. confinato.

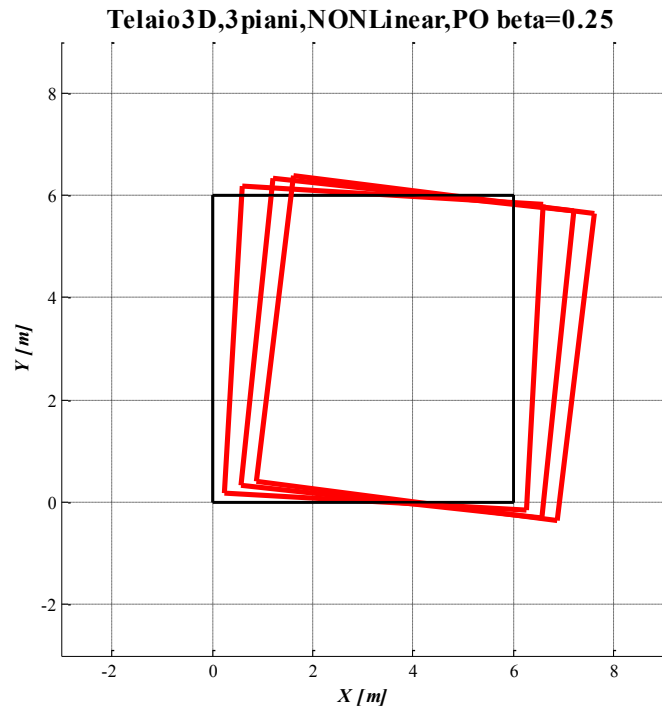


Figura B.84 - Deformata della struttura nel piano xy, istante a rottura del c.l.s. confinato.

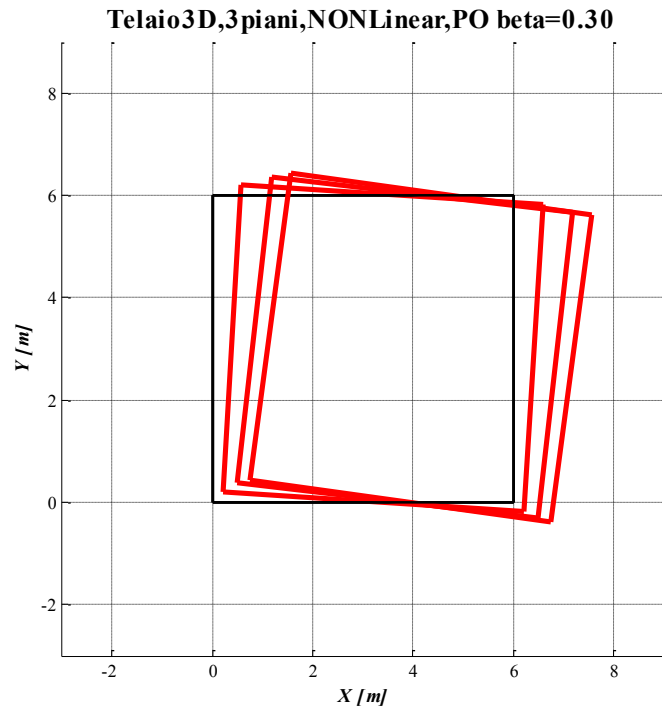


Figura B.85 - Deformata della struttura nel piano xy, istante a rottura del c.l.s. confinato.

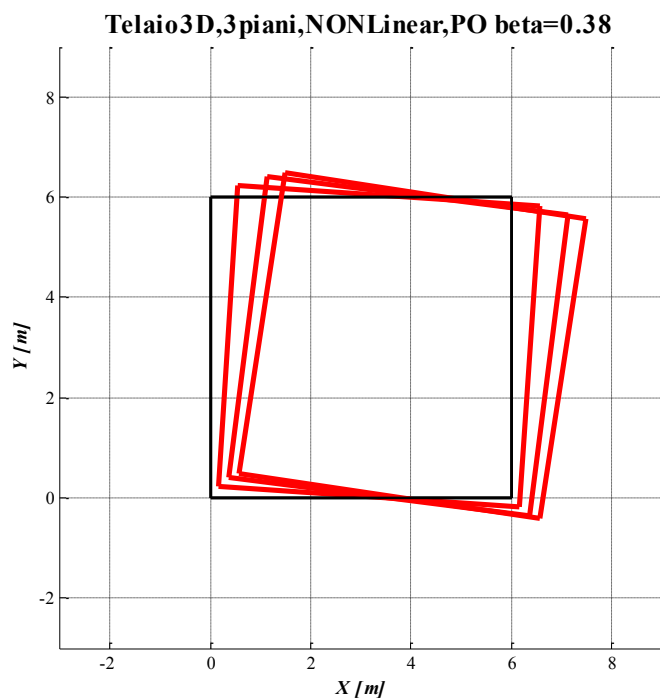


Figura B.86 - Deformata della struttura nel piano xy, istante a rottura del c.l.s. confinato.

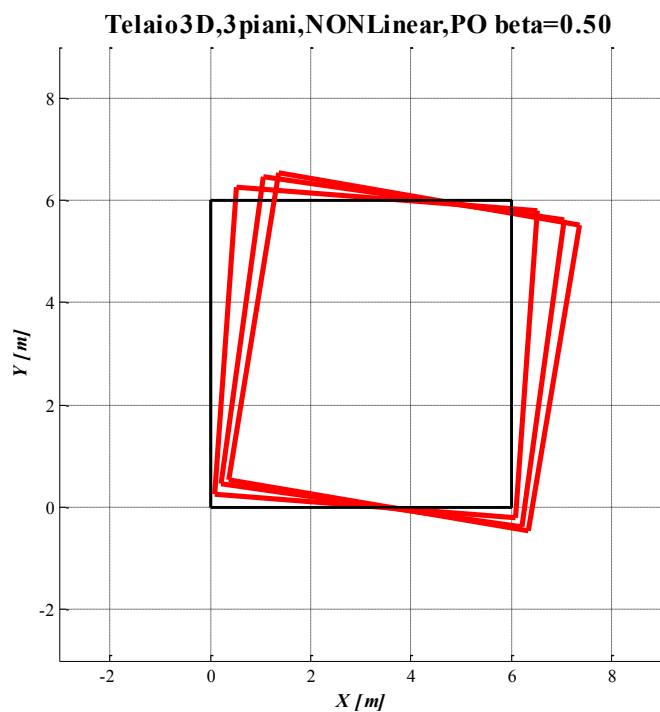


Figura B.87 - Deformata della struttura nel piano xy, istante a rottura del c.l.s. confinato.

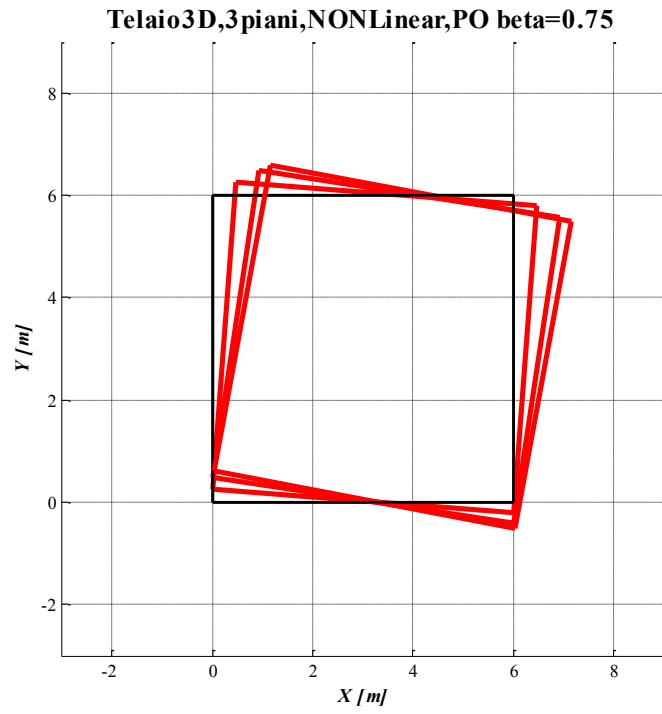


Figura B.88 - Deformata della struttura nel piano xy, istante a rottura del c.l.s. confinato.

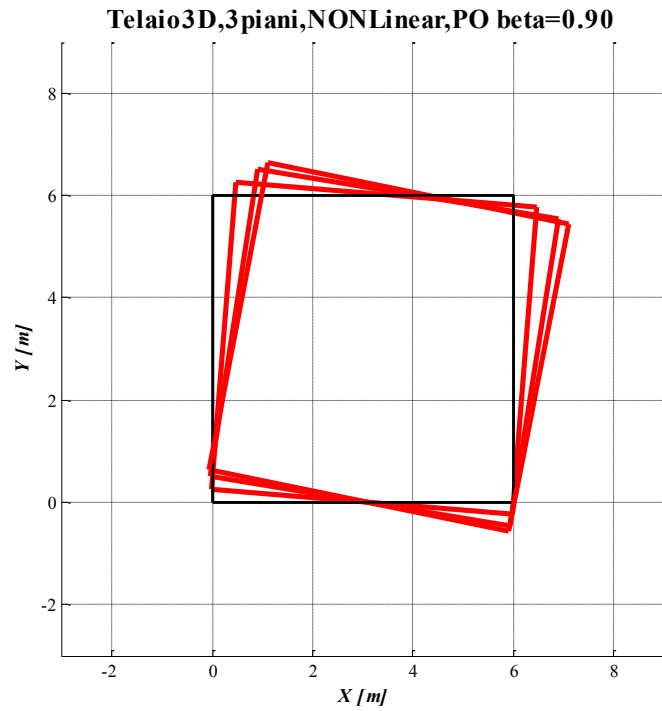


Figura B.89 - Deformata della struttura nel piano xy, istante a rottura del c.l.s. confinato.

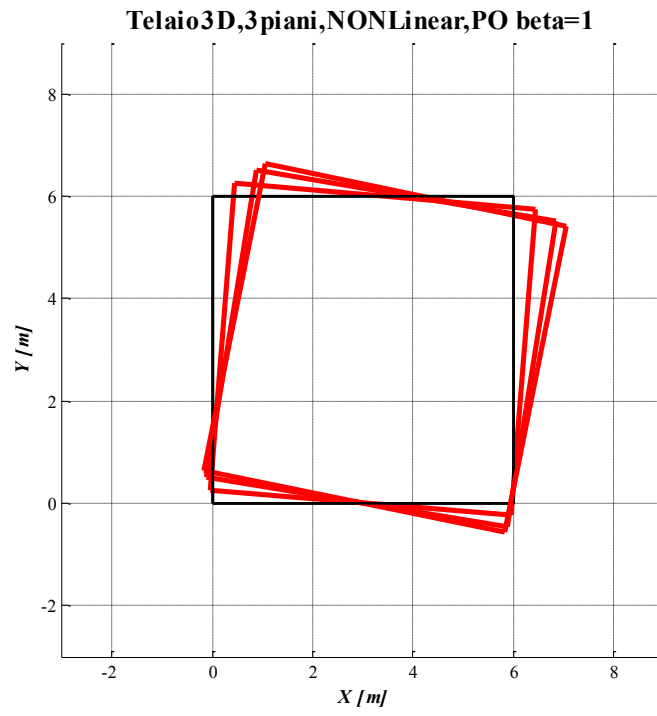


Figura B.90 - Deformata della struttura nel piano xy, istante a rottura del c.l.s. confinato.

			Load Factor	ϵ_c	Dx [m]	Dy [m]	Rz [rad]	Tx [kN]	Ty [kN]	Mt [kN*m]	Coeff. = ϵ_{cu}/ϵ_c	Base Shear X [kN]	Mt base [kN*m]
$\beta = 0$	ϵ_{cu}	CM3			0.172	0.004	-0.00739	-92.87	1.62	0.04	1.00	-175.98	13.57
		CM2	87.98	-0.0035	0.125	0.002	-0.00651	-162.82	1.84	5.18			
		CM1			0.061	0.000	-0.00369	-186.25	3.11	13.57			
$\beta = 0.10$	ϵ_{cu}	CM3			0.153	0.004	-0.00940	-86.60	1.58	36.37	1.00	-164.56	91.11
		CM2	91.40	-0.0035	0.111	0.002	-0.00811	-151.45	1.92	70.25			
		CM1			0.054	0.001	-0.00462	-173.47	3.04	91.11			
$\beta = 0.25$	ϵ_{cu}	CM3			0.124	0.002	-0.01229	-75.09	1.59	94.81	1.00	-143.30	214.61
		CM2	95.54	-0.0035	0.090	0.002	-0.01041	-131.10	2.08	175.28			
		CM1			0.043	0.001	-0.00575	-150.15	2.91	214.61			
$\beta = 0.30$	ϵ_{cu}	CM3			0.116	0.003	-0.01339	-70.92	1.60	115.18	1.00	-135.56	257.98
		CM2	96.83	-0.0035	0.084	0.002	-0.01130	-123.90	1.97	211.89			
		CM1			0.040	0.002	-0.00619	-141.88	2.81	257.98			
$\beta = 0.38$	ϵ_{cu}	CM3			0.103	0.003	-0.01494	-63.67	1.64	148.07	1.00	-121.91	327.16
		CM2	98.31	-0.0035	0.076	0.003	-0.01249	-111.22	1.94	271.17			
		CM1			0.036	0.002	-0.00676	-127.56	2.67	327.16			
$\beta = 0.50$	ϵ_{cu}	CM3			0.086	0.003	-0.01658	-51.36	1.75	195.13	1.00	-98.58	424.77
		CM2	98.56	-0.0035	0.064	0.004	-0.01367	-90.00	1.86	355.10			
		CM1			0.031	0.002	-0.00725	-103.52	2.45	424.77			
$\beta = 0.55$	ϵ_{cu}	CM3			0.078	0.004	-0.01713	-46.01	1.75	153.71	1.00	-88.36	324.83
		CM2	98.17	-0.0035	0.059	0.004	-0.01401	-80.76	1.79	263.77			
		CM1			0.028	0.003	-0.00734	-92.97	2.40	324.83			
$\beta = 0.75$	ϵ_{cu}	CM3			0.059	0.004	-0.01855	-25.07	1.85	283.66	1.00	-47.81	608.39
		CM2	95.64	-0.0035	0.047	0.003	-0.01494	-44.34	1.87	513.13			
		CM1			0.024	0.002	-0.00770	-51.78	2.23	608.39			
$\beta = 0.90$	ϵ_{cu}	CM3			0.052	0.004	-0.01965	-10.23	1.97	331.46	1.00	-18.65	709.30
		CM2	93.31	-0.0035	0.043	0.002	-0.01580	-19.37	2.01	596.43			
		CM1			0.022	0.001	-0.00808	-22.40	2.32	709.30			
$\beta = 1$	ϵ_{cu}	CM3			0.044	0.003	-0.02015	-0.62	2.08	358.94	1.00	-0.01	767.09
		CM2	91.02	-0.0035	0.038	0.002	-0.01614	-2.90	2.09	644.99			
		CM1			0.020	0.001	-0.00827	-3.51	2.30	767.09			

Tabella B.28 - Parametri di risposta della struttura, al variare di β , nell'istante a rottura $\epsilon_{cu} = -0.0035$.

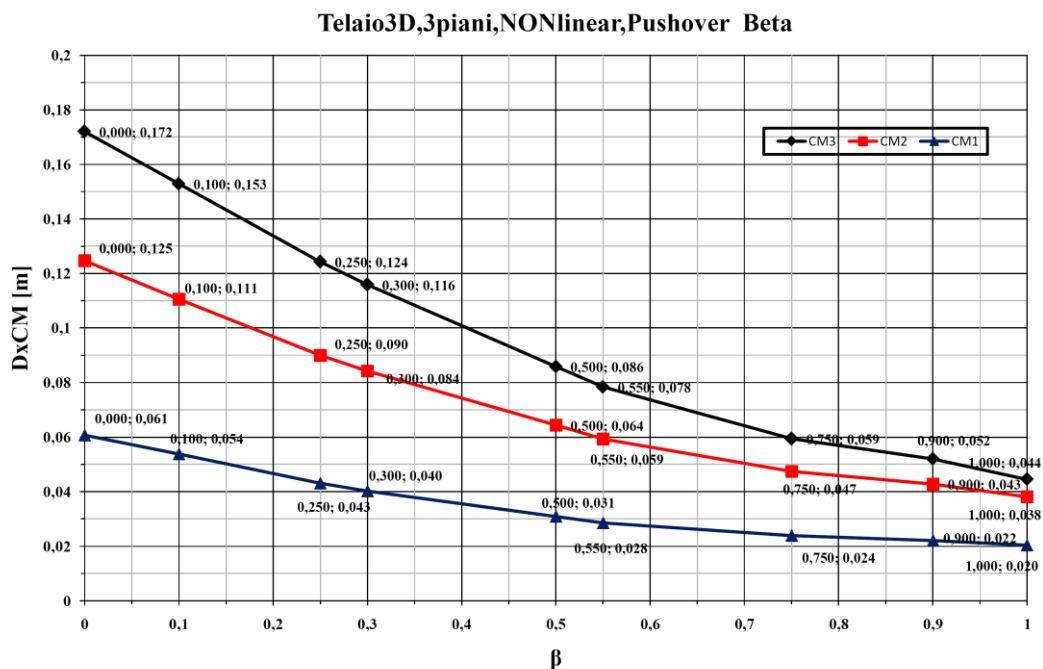


Figura B.91 – Spostamento lungo x (a rottura) dei centri di massa dei vari piani al variare del parametro β ; in nero è riportato il terzo piano, in rosso il secondo e in blu il primo.

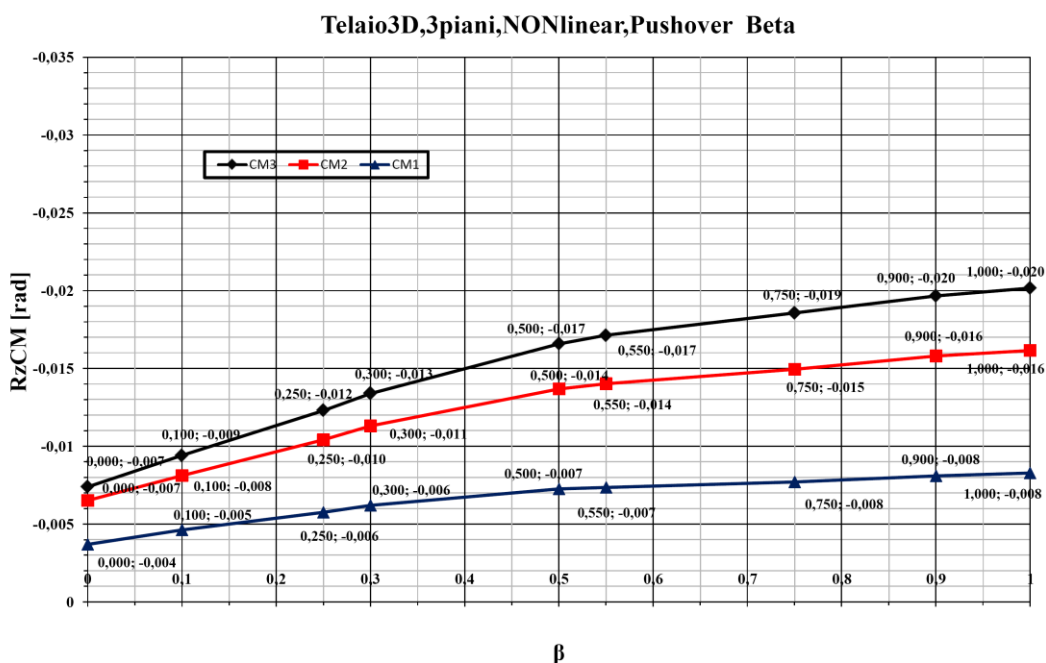


Figura B.92 – Rotazione attorno a z (a rottura) dei centri di massa dei vari piani al variare del parametro β ; in nero è riportato il terzo piano, in rosso il secondo e in blu il primo.