

**ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA**

---

**SCUOLA DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA**

**DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA ELETTRICA E DELL'INFORMAZIONE  
"GUGLIELMO MARCONI"**

***CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA GESTIONALE***

**TESI DI LAUREA**

in

Laboratorio di Strumenti di Ottimizzazione

**MODELLI MATEMATICI PER L'OTTIMIZZAZIONE DEL  
TRASPORTO MULTIMODALE**

**CANDIDATO**  
Sofia Cefaliello

**RELATORE:**  
Prof.ssa Valentina Cacchiani

Anno Accademico 2015-2016

Sessione I



Indice:

<b>Introduzione</b> .....	4
<b>1. Definizione del problema e obiettivi</b> .....	5
1.1 Trasporto multimodale.....	5
1.2 Applicazione al trasporto organi in Italia.....	6
<b>2. Modellazione del problema</b> .....	7
2.1 Costruzione del modello .....	7
2.2 Grafo .....	10
<b>3. AMPL</b> .....	17
3.1 File del modello .....	18
3.2 File dei dati .....	19
3.3 File dei comandi.....	20
<b>4. Risultati</b> .....	21
4.1 Test su un intervallo massimo di 4 ore .....	21
4.2 Test su un intervallo massimo di 6 ore .....	23
4.3 Test su un intervallo massimo di 8 ore .....	24
4.4 Analisi della scelta del mezzo al variare di $p$ .....	26
<b>5. Conclusioni</b> .....	29
<b>Fonti bibliografiche e sitografia</b> .....	30



## Introduzione

Il fine della seguente tesi è quello di fornire un modello che aiuti a scegliere il miglior modo per percorrere un tragitto, ottimizzando il costo totale del trasporto ma rispettando i vincoli temporali. La scelta del trasporto riveste un ruolo fondamentale in molte aziende, e un processo di ottimizzazione in questo ambito può permettere di diminuire nettamente i costi e di ottenere un più alto livello di servizio al cliente.

Il focus che è stato scelto non è però sulla logistica e sul trasporto di merci, bensì in casi in cui l'urgenza, quindi i vincoli temporali, sono preponderanti rispetto al contenimento dei costi. Una possibile applicazione a cui questo studio fa riferimento è quello del trasporto di organi: un contesto in cui è fondamentale la minimizzazione del tempo di percorrenza, e per questo motivo spesso non ci si focalizza sul ridurre i costi. Il modello proposto, con le dovute modifiche, potrebbe essere usato anche per il trasporto della merce; è comunque importante ricordare la particolare delicatezza dell'oggetto trasportato, per cui è fondamentale che i risultati numerici siano analizzati con attenzione.

Introdurre un modello in questo ambito per standardizzare la scelta del trasporto in base alla posizione geografica, l'orario di riferimento e l'intervallo di tempo massimo consentirebbe di ridurre i costi e nello stesso tempo anche di migliorare il servizio, riducendo il margine di errore.

Si tratta di uno studio preliminare, che non tiene conto del carattere aleatorio del trasporto e che opera con un reticolo di quattro città italiane; i risultati non sono perciò esaustivi e potrebbero cambiare significativamente qualora si tengano in considerazione più variabili. In ogni caso viene già fornita un'indicazione di scelta in base ai diversi orari presi in considerazione e a diversi intervalli di tempo massimi per il trasporto; ampliando il reticolo delle città italiane considerate e introducendo tempi di percorrenza aleatori si potrebbe standardizzare un processo che al momento non ha regole fisse.

In primo luogo, si descriverà il problema e verranno definiti gli obiettivi; in seguito verrà illustrata la costruzione della rete delle possibili tratte e la formulazione matematica tramite modelli di Programmazione Lineare Intera tradotti in linguaggio AMPL; infine verranno presentati i risultati dei test condotti e verranno tratte delle conclusioni.

# 1. Definizione del problema e obiettivi

## 1.1 Trasporto multimodale

Si parla di trasporto multimodale, o intermodale, quando si utilizzano più modalità di trasporto combinate tra loro. I due termini sono all'incirca sinonimi, si utilizza il termine "intermodale" quando non si ha rottura del carico durante il trasporto.

Il trasporto multimodale, se ben implementato, permette di sfruttare i vantaggi delle diverse modalità di trasporto, combinando, ad esempio, la flessibilità del trasporto su gomma con la velocità di quello aereo.

Il trasporto multimodale viene scelto quando si hanno vincoli stretti di tempo, quando si vogliono ridurre i costi e per ridurre l'impatto ambientale.

Il più semplice esempio di trasporto multimodale è schematizzato in figura 1. Sia 1 il punto di partenza e 4 la destinazione da raggiungere; i punti 2 e 3 rappresentano il punto di cambio di modalità di trasporto, e  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$  le distanze tra i punti. Ad esempio, se il tragitto fosse dal centro di Bologna al centro di Milano e si scegliesse di andare in treno, la tratta 1-2 sarebbe dal centro alla stazione di Bologna, 2-3 in treno fino alla stazione di Milano, 3-4 dalla stazione al centro di Milano.

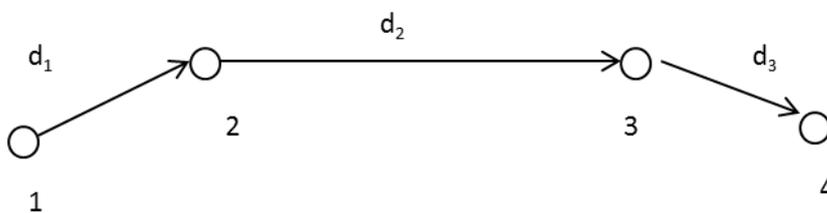


Figura 1

Lo studio del trasporto intermodale può essere applicato in molti contesti, sia in logistica che per il trasporto viaggiatori. Per il caso di studio preso in considerazione le distanze sono brevi, dell'ordine del centinaio di chilometri, e gli intervalli di tempo considerati sono di poche ore. Mezzi di trasporto utilizzati nella logistica molto lenti e per lunghe distanze, come il trasporto via mare, non sono stati presi in considerazione in questo caso di studio.

## **1.2 Applicazione al trasporto organi in Italia**

Sono state prese in considerazione quattro tra le maggiori città italiane: Roma, Milano, Bologna e Napoli, e sono stati inseriti tutti i possibili modi per andare da ogni città alle altre. Oltre al trasporto via auto, gli ospedali possono noleggiare un aereo privato; inoltre si potrebbero sfruttare aerei di linea e treni ad alta velocità. La disponibilità dei mezzi pubblici dipende dall'orario in cui si effettua il trasporto; per questo motivo sono stati inseriti i veri orari di partenza dei treni per il trasporto viaggiatori e degli aerei per ognuna delle possibili tratte, e i rispettivi costi per ognuno dei mezzi disponibili.

In base all'ubicazione dell'ospedale di partenza e di quello di arrivo, il trasporto potrebbe effettuarsi in auto, oppure attraverso una combinazione di mezzi di trasporto, utilizzando quindi l'intermodalità: ad esempio, se il trasporto è da effettuarsi via aria, si utilizza l'auto dal primo ospedale fino all'aeroporto di partenza, poi l'aereo e infine auto dall'aeroporto di arrivo all'ospedale di destinazione.

Il modello costruito permette, una volta definiti il punto di partenza e la destinazione, l'orario di partenza e dati i vincoli temporali da rispettare (si tratta di intervalli di poche ore nel caso di trasporto degli organi) di sapere il modo più economico per il trasporto, il costo totale del trasporto, e l'istante di arrivo a destinazione. Organi diversi hanno tempistiche diverse per la corretta conservazione, e la scelta del trasporto cambia a seconda del tipo di organo trasportato; per questo motivo su ogni tratta sono stati effettuati test con diversi orizzonti temporali: 4, 6 e 8 ore. Inoltre le soluzioni variano notevolmente a seconda dell'orario di partenza: durante il giorno sono disponibili più mezzi pubblici, che potrebbero essere sfruttati quando si hanno intervalli di tempo non troppo stringenti. Per questo motivo i test effettuati ipotizzano la partenza a mezzanotte, alle ore 6.00, alle 12.00 e alle 18.00.

## 2. Modellazione del problema

### 2.1 Costruzione del modello

Il problema è stato modellizzato attraverso la costruzione di un grafo orientato  $G=(V,A)$  i cui vertici rappresentano gli ospedali di partenza/arrivo oppure i punti di cambio modalità di trasporto, cioè stazioni ferroviarie e aeroporti. La struttura di base del grafo orientato è quella della Figura 2. L'obiettivo, scelto un punto di partenza e uno di arrivo, è trovare il minimo percorso in termini di costo, rispettando i vincoli temporali; si tratta quindi del problema del Cammino minimo (Shortest Path Problem).

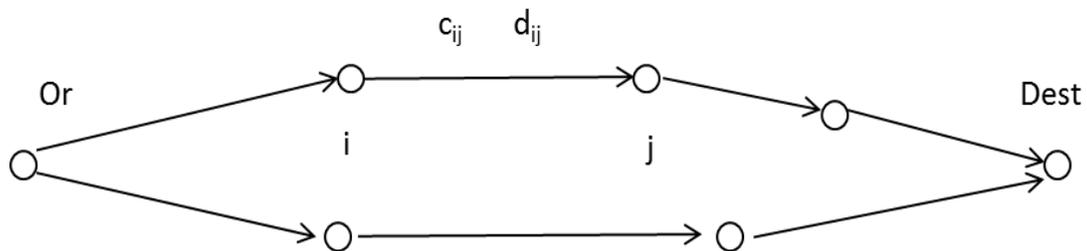


Figura 2

Scelti il vertice e l'orario di partenza  $Or$  e  $Tor$ , e il vertice e l'orario massimo di arrivo  $Dest$  e  $Tdest$ , per ogni tratta si possono scegliere mezzi privati, come l'autoambulanza o l'aereo privato, oppure mezzi pubblici (treni e aerei di linea).

Sono definiti quindi

$i \in V, i = 1, \dots, n$  vertici,  $|V| = n$

$(i,j) \in A$ , con  $i \in V, j \in V$  archi,  $|A| = m$

Il vertice generico "i" rappresenta un punto di cambio modalità di trasporto, e l'arco da i a j una modalità per andare dal punto i al punto j.

Ogni arco (i,j) ha due parametri:

$d_{ij} \geq 0$ , intero: tempo di percorrenza della tratta [min]

$c_{ij} \geq 0$ , intero: costo di percorrenza con quella modalità di trasporto [€]

Per distinguere i mezzi pubblici dai privati si definiscono anche i sottoinsiemi

$V1 \subseteq V$  : insieme di nodi da cui parte un mezzo pubblico

$A1 \subseteq A$  : archi corrispondenti al viaggio di un mezzo pubblico

E il parametro

$\tau_i, i \in V1$  : istante in cui parte il mezzo pubblico da  $i$

Il parametro  $\tau_i$  definisce quindi un preciso mezzo pubblico, e non la tipologia. Questo fa sì che ogni mezzo disponibile definisca un vertice distinto, e due distinti archi, uno entrante e uno uscente. Ad esempio, se si vogliono tracciare i treni nell'arco di una giornata da Milano a Roma, per ogni treno si avrà un diverso  $\tau_i$ , e quindi un diverso vertice del grafo. Se supponiamo di avere 10 treni disponibili, avremo bisogno di 10 vertici per rappresentare la partenza dei treni, 10 archi in entrata e 10 archi in uscita.

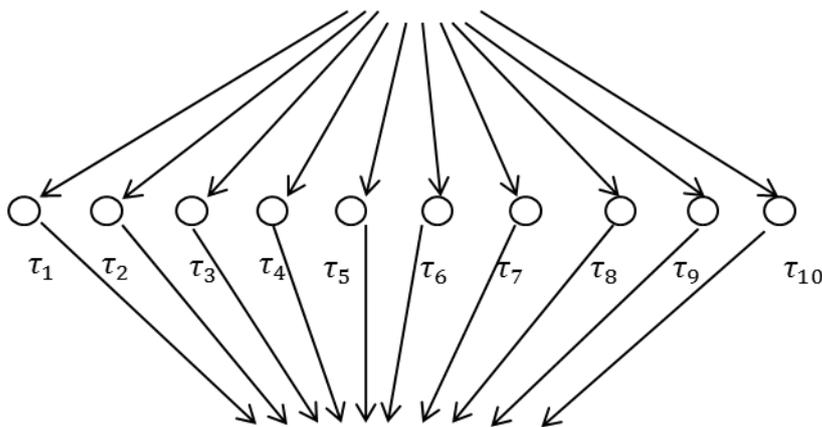


Figura 3

Inoltre, per evitare sottocicli, si avranno due vertici distinti che rappresentano l'ospedale di una città: viene usato un vertice se quella città rappresenta la partenza, l'altro se quella città è l'arrivo.

Scelto un vertice di partenza e uno di arrivo, l'obiettivo è quello di minimizzare il costo del trasporto totale. A questo si aggiunge un altro obiettivo, quello di minimizzare l'istante di arrivo a destinazione, a cui viene dato un peso inferiore attraverso il parametro reale  $p \geq 0$ . La funzione obiettivo sarà quindi multicriterio:

$$z = \min \sum_{i,j=1}^n c_{ij}x_{ij} + p \cdot t_{DEST}$$

Dove  $x_{ij}$  è una variabile binaria tale che

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se arco } (i,j) \text{ viene percorso} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}, (i,j) \in A$$

E i vincoli (1), (2), (3) impongono di scegliere uno e un solo percorso dall'origine alla destinazione (flow conservation constraints).

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = 1 \quad i=Or \quad (1)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = 1 \quad j=Dest \quad (2)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = \sum_{(k,i) \in A} x_{ki} \quad i \in V, i \neq Or, i \neq Dest \quad (3)$$

Per soddisfare i vincoli temporali, si introduce la variabile

$t_i \geq 0$  intero,  $i \in V$ : istante di arrivo al nodo  $i$

E i seguenti vincoli:

$$t_j \geq t_i + d_{ij}x_{ij} \quad (i,j) \in A \setminus A1 \quad (4)$$

$$t_{OR} = T_{OR} \quad (5)$$

$$t_j \geq (\tau_i + d_{ij})x_{ij} \quad (i,j) \in A1 \quad (6)$$

$$t_i \leq \tau_i + M(1 - x_{ij}) \quad (i,j) \in A1 \quad (7)$$

$$t_{DEST} \leq T_{DEST} \quad (8)$$

I vincoli (4) e (6) vincolano l'istante di arrivo in un vertice  $j$  in base all'istante di arrivo nel vertice precedente  $i$  e alla durata della tratta  $i$ - $j$ , sia per i mezzi privati che per quelli pubblici; il vincolo (5) fissa l'istante di partenza.

Il vincolo (7) impone per i mezzi pubblici che l'arrivo in un vertice sia antecedente all'istante di partenza del mezzo pubblico da quel vertice. Ad esempio, se un treno parte dalle stazione di Bologna alle ore 7.45, si avrà  $\tau_i$  corrispondente alle 7.45, e  $t_i$  dovrà essere minore o uguale.  $M$  è un parametro molto maggiore di  $t_i$  che annulla il vincolo nel caso in cui quella tratta non sia scelta, cioè quando  $x_{ij}$  è nulla. Infine il vincolo (8) impone che l'istante di arrivo a destinazione sia minore o uguale all'orario massimo.

Il parametro  $p$  nella funzione obiettivo ovviamente influenza la scelta del mezzo; più aumenta, maggiore sarà l'importanza data alla minimizzazione dell'istante di arrivo a destinazione. In questo caso di studio si ha interesse ad avere  $p$  abbastanza basso, tale

che il mezzo scelto rimanga quello più economico, ma che eventuali attese vengano fatte a destinazione.

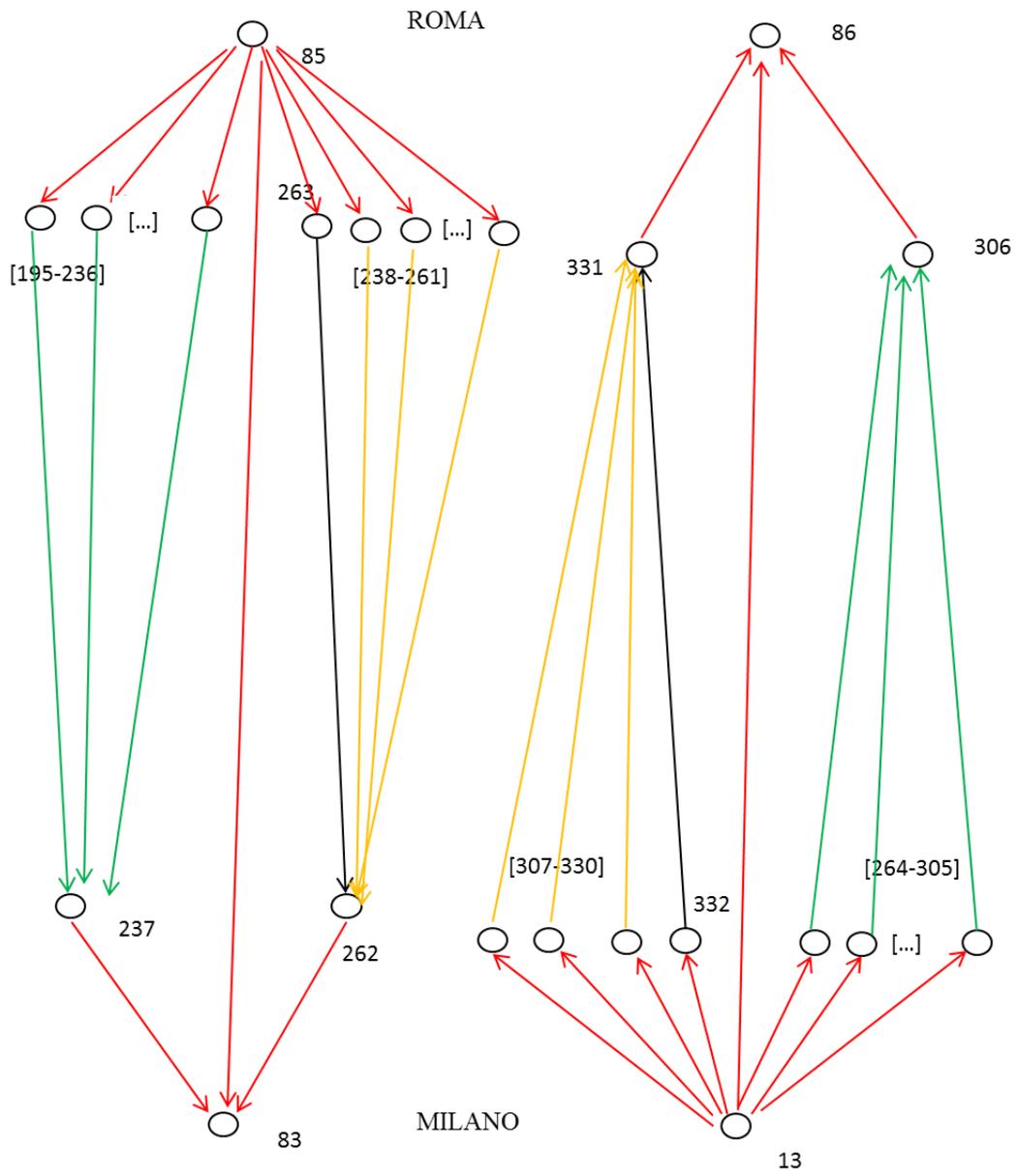
Un esempio può chiarire questa condizione: in un tragitto dal centro di Bologna al centro di Roma si sceglie la combinazione auto-treno-auto. Supponiamo di voler arrivare in centro entro le 16.30, che il treno arrivi a Roma alle 16.00 e che il tempo teorico di percorrenza sia di 15 minuti in auto dalla stazione di Roma al centro. Se non fosse presente nella funzione obiettivo nessun riferimento all'istante a destinazione, l'unico vincolo sarebbe di avere  $t_{DEST} \leq T_{DEST}$ . Per cui teoricamente sarebbe equivalente aspettare 15 minuti in stazione prima di prendere l'auto, o 15 minuti già a destinazione. Il valore di  $p$  utilizzato per i test è 0.1.

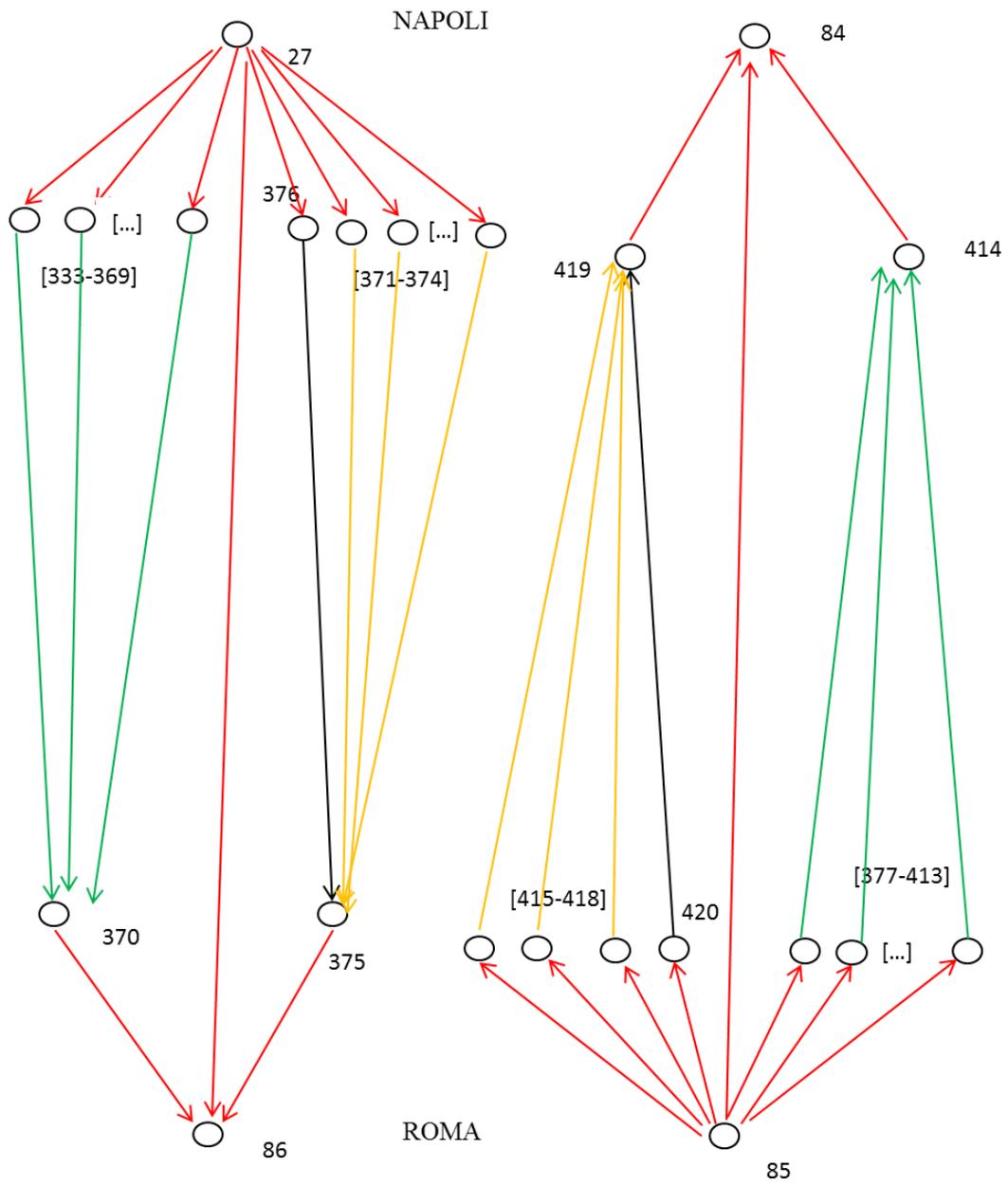
## 2.2 Grafo

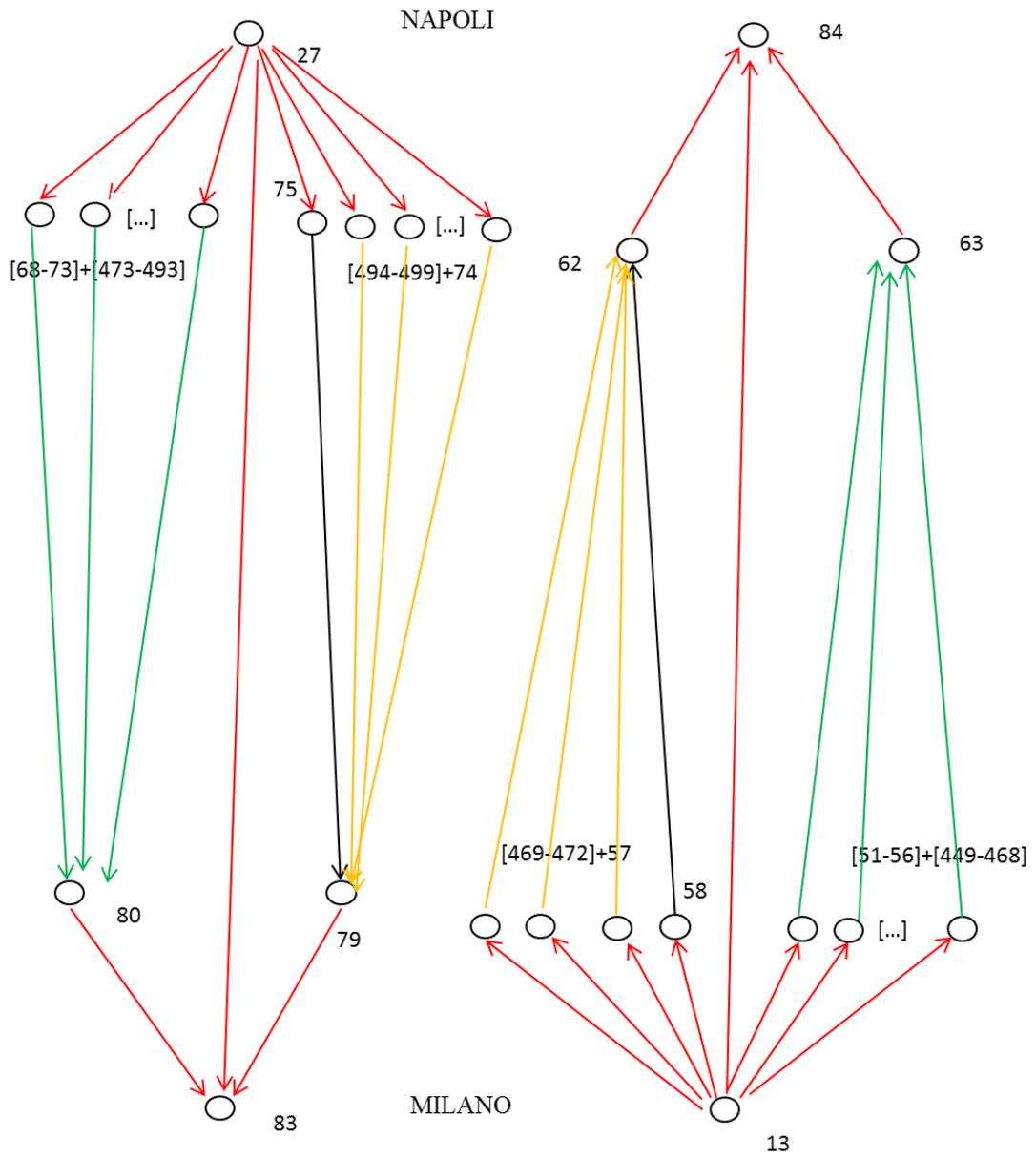
Di seguito viene descritto il grafo rappresentativo delle possibili tratte. Per motivi di spazio è stato diviso in base alle varie coppie Origine-Destinazione; inoltre per quanto riguarda i mezzi pubblici, avendone numerosi a disposizione nell'arco di 24 ore ma dovendoli rappresentare tutti con  $\tau_i$  (gli orari di partenza) diversi, si è scelto di rappresentarne 3 indicizzandoli con degli intervalli. Ad esempio, 3 archi con indice [5,25] rappresentano tutti gli archi dal numero 5 al venticinquesimo. Gli archi sono di colore diverso in base al tipo di mezzo:

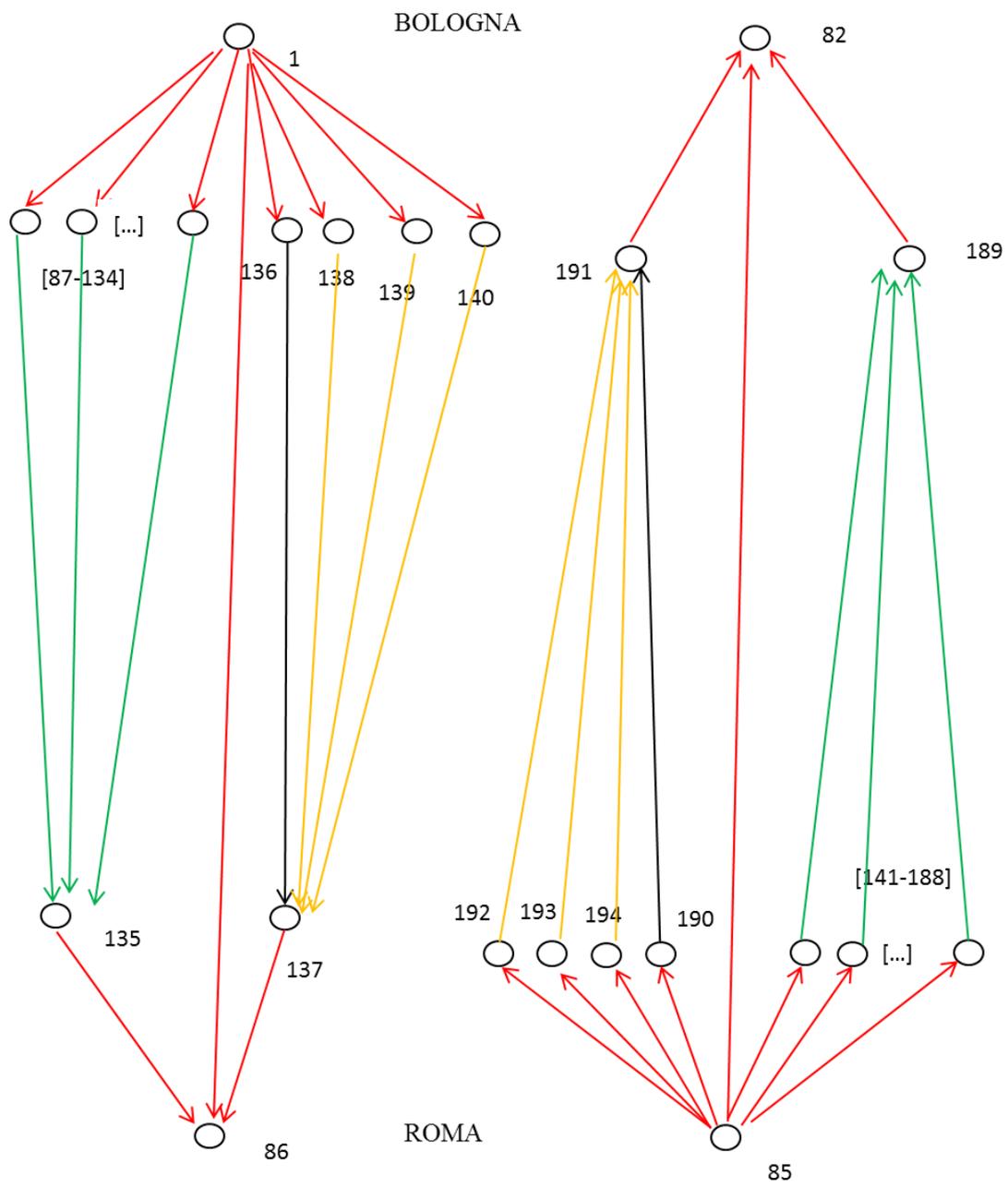
-  : AUTO
-  : TRENO
-  : AEREO PRIVATO
-  : AEREO DI LINEA

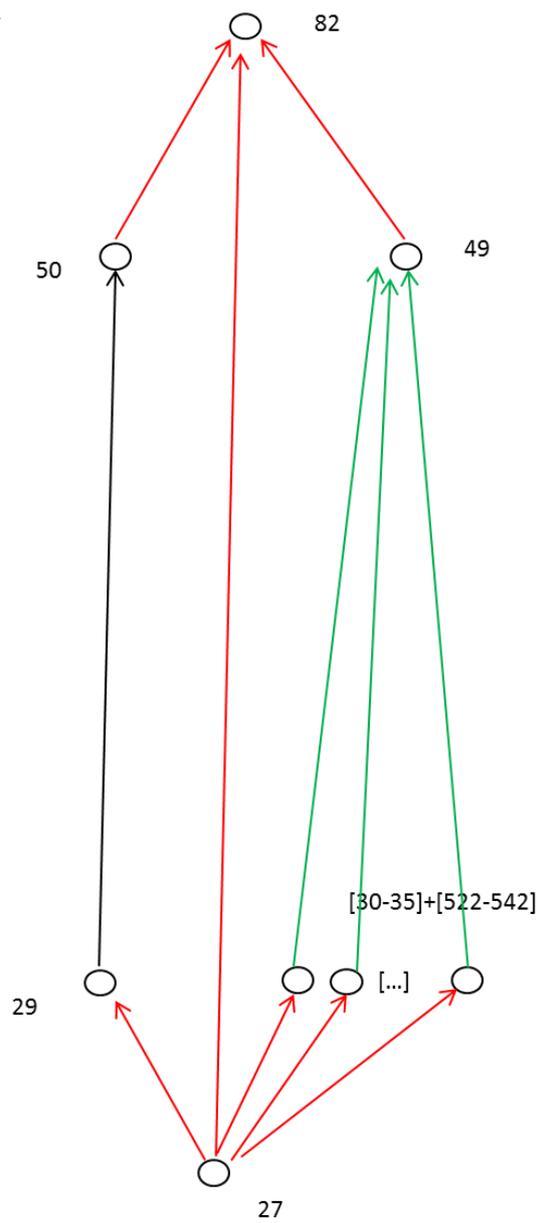
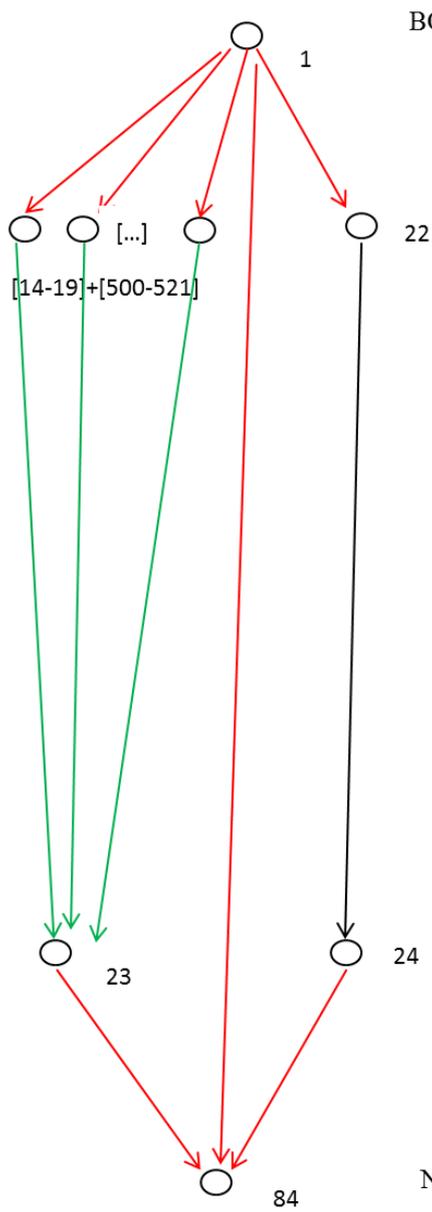
Come si è già detto, per evitare sottocicli ogni città è rappresentata da due vertici distinti, uno che rappresenta l'arrivo e l'altro la partenza.

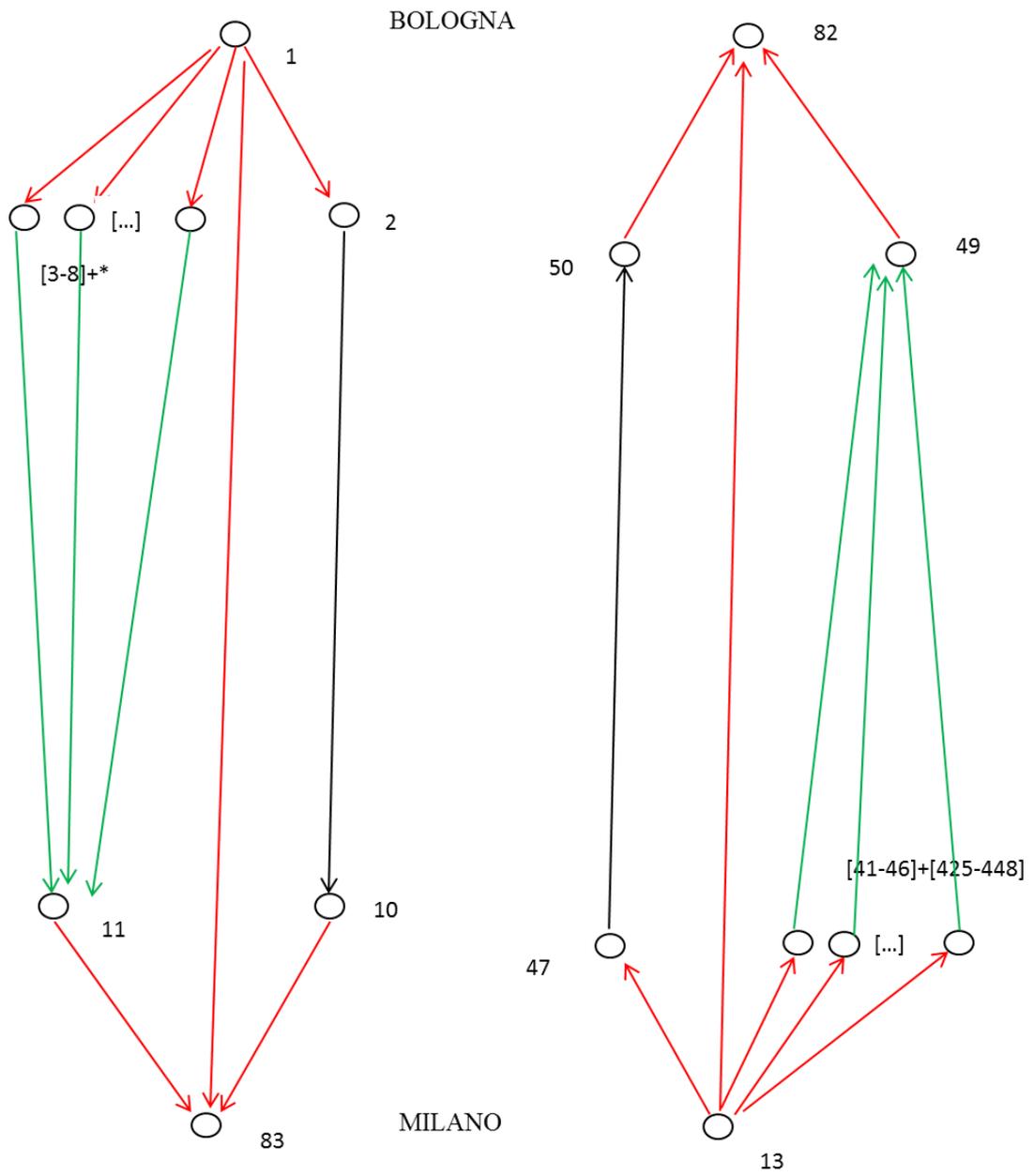












\*: 9,12,20,21,25,26,28,36,37,38,48,59,60,61,64,65,66,67,76,77,78,81,421,422,423,424

### 3. AMPL

AMPL (A Mathematical Programming Language) è un linguaggio di alto livello utilizzato per tradurre modelli matematici di ottimizzazione in un formato interpretabile dal risolutore, e dunque ottenere la soluzione ottima delle istanze dei problemi corrispondenti. La sintassi è simile alla notazione matematica, per cui è molto semplice scrivere anche modelli complessi; il modello non viene risolto direttamente ma è inviato ad un solver, come Cplex, Gurobi, Minos ecc. che permette di ottenere le soluzioni. In questo modo, di volta in volta si sfruttano i risolutori disponibili, che sono i più potenti sul mercato, e si scelgono i più adatti al tipo di problema da risolvere.

In figura 4 è possibile vedere l'ambiente grafico di AMPL sotto Windows:

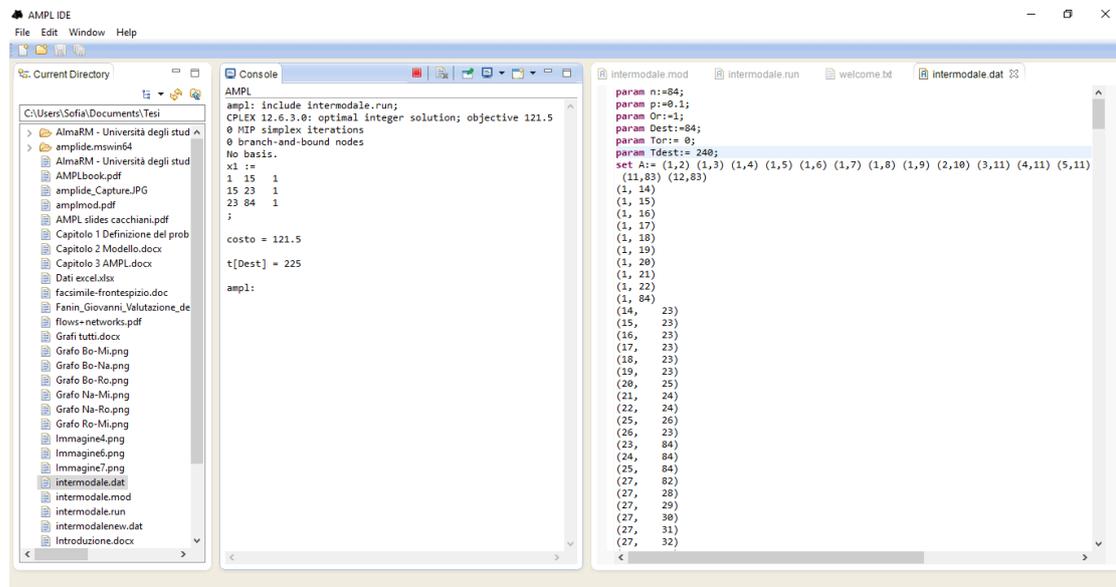


Figura 4

Una caratteristica dell'IDE è quella di poter tenere distinti la struttura logica del modello dal valore dei dati numerici: essendo indipendenti, si possono associare ad uno stesso modello, di estensione “.mod”, diversi file di dati, con l'estensione “.dat”. Il file “.run” contiene un file di modello, uno di dati e le istruzioni di run, come ad esempio la scelta del risolutore esterno.

L'utente in questo modo può concentrarsi sulla stesura del modello, poiché è molto semplice scriverlo su un linguaggio di alto livello, e può sostituire il risolutore o modificare i dati senza dover riscrivere il modello.

Perciò, dato un problema decisionale, si costruiscono: File del modello, File dei dati, File dei comandi.

### 3.1 File del modello

Esso contiene la dichiarazione degli insiemi (**set**), variabili, funzione obiettivo e dati. Gli insiemi servono a raccogliere in un vettore o in una matrice tutti i dati o le variabili riferiti a termini omogenei; sono cioè gli indici usati per dati e variabili. Si possono dichiarare sottoinsiemi, insiemi ordinati, ed eseguire operazioni tra insiemi. Nel modello sviluppato gli insiemi si riferiranno ai vertici e agli archi, con un sottoinsieme di archi riferito ai viaggi effettuati dai mezzi pubblici. Per dichiarare i dati si impiega la parola chiave **param**, e si possono imporre condizioni che il valore del dato, specificato nel file “.dat”, deve rispettare: ad esempio l'espressione

```
param n > 0 integer;
```

impone che il dato n sia intero maggiore di 0.

Le variabili vengono dichiarate attraverso la parola chiave **var**, seguita dal nome della variabile e da eventuali condizioni sul suo valore. La funzione obiettivo è introdotta dalla parola **minimize** o **maximize**, seguita dal nome, dal simbolo “:” e dall'espressione che la definisce in funzione di dati e variabili; i vincoli infine sono dichiarati attraverso la parola chiave **subject to**, seguita dal nome del vincolo, da “:” e dalla sua espressione.

Il modello prende quindi la seguente formulazione:

Dichiarazione degli insiemi:

```
set V:= 1..n;                #insieme di vertici
set A within {i in V, j in V: i!=j}; #archi formati da coppie di vertici
set V1 within V;            #vertici da cui parte un mezzo pubblico
set A1 within A;           #archi corrispondenti a trasporti pubblici
```

Dichiarazione dei dati:

```
param n;                    #numero di vertici
param c {(i,j) in A};      #costo di ogni tratta  $c_{ij}$ 
param p;                    #peso da dare alla minimizzazione di  $t_{DEST}$ 
```

```

param d {(i,j) in A};           #tempo di percorrenza  $t_{ij}$ 
param tau {i in V1};           #istante di partenza di un mezzo pubblico
param Or in V;                 #vertice di partenza
param Dest in V;               #vertice di arrivo
param Tor;                     #istante di partenza
param Tdest;                   #istante di arrivo
param bigM;                     #costante M per il vincolo sui mezzi pubblici

```

Variabili:

```

var x1 {(i,j) in A} binary;
var t {i in V} >=0, integer;

```

Funzione obiettivo:

```

minimize costo: sum{(i,j) in A} c[i,j]*x1[i,j] + p*t[Dest];

```

Vincoli:

```

subject to FlussoOr {i in V: i==Or}: sum{(i,j) in A} x1[i,j]=1;
#vincolo (1)
subject to FlussoDest {j in V: j==Dest}: sum{(i,j) in A} x1[i,j]=1;
#(2)
subject to Altriarchi {i in V: i!=Or and i!=Dest}: sum{(i,j) in A}
x1[i,j]=sum{(k,i) in A} x1[k,i];                                     #(3)
subject to Tempoadest: t[Dest]<= Tdest;                             #(8)
subject to Tempopartenza: t[Or]==Tor;                               #(5)
subject to Tempomezzipubblici {(i,j) in A1}: t[j] >= (tau[i]+d[i,j])*x1[i,j];
#(6)
subject to Orariomezzipubblici {(i,j) in A1}: t[i] <=tau[i]+bigM*(1-x1[i,j]);
#(7)
subject to Tempomezziprivati {(i,j) in A diff A1}:t[j]>=t[i]+d[i,j]*x1[i,j];
#(4)

```

### 3.2 File dei dati

I dati, dichiarati nel file “.mod”, vengono definiti nel File dei dati con la parola chiave **param**, seguito da “:=” e dal valore. I vettori e le matrici si definiscono elencando le coppie indice-valore, separate da spazi o andando a capo.

Ad esempio, per dichiarare i valori dei costi  $c_{ij}$  associati agli archi (1,2), (1,3), (1,4) si scrive:

```

param c:=

```

```
1 2 10
1 3 8
1 4 8;
```

Mentre le coppie ordinate che compongono gli archi sono definite in questo modo:

```
set A:=
(1,2)
(1,3)
(1,4);
```

### 3.3 File dei comandi

Il file “.run” contiene le istruzioni per eseguire la risoluzione dell’istanza del problema. Si includono il file dei dati e quello del modello, la parola chiave **solve** per la risoluzione e **display** per visualizzare i valori delle variabili e della funzione obiettivo; si possono inserire la scelta del solver ed altre opzioni attraverso la parola chiave **option**, ad esempio rilassare un vincolo, cambiare un valore di un dato oppure eseguire espressioni logiche come **if then else**.

Un esempio di istruzioni di run è quello della figura 2:

```
model intermodale.mod;
data intermodalnew.dat;
option solver cplex;
option omit_zero_rows 1;
solve;
display x1;
display costo;
display t[Dest];
```

Figura 5

Il file “.run” si esegue dal prompt dei comandi di AMPL con l’istruzione:

```
include nomefile.run;
```

## 4. Risultati

Come già chiarito in precedenza, l'orario di partenza incide fortemente sulla possibilità di scelta del mezzo: durante il giorno sono disponibili numerosi mezzi pubblici, che potrebbero essere utilizzati nel caso in cui l'intervallo di tempo entro cui raggiungere la destinazione non sia estremamente breve.

Sono stati effettuati test su ognuna delle 12 tratte possibili con l'ipotesi di 4 orari di partenza distinti, rispettivamente a mezzanotte, alle 6.00, alle 12.00 e alle 18.00, e con diversi intervalli di tempo possibili, di 4, 6 e 8 ore.

Nelle tabelle di seguito sono riportate, per ogni tratta, il mezzo scelto, il costo del trasporto e l'orario teorico di arrivo, al variare dell'orario di partenza. Il costo in euro è dato dal valore della funzione obiettivo ponendo  $p$  uguale a 0. L'orario di arrivo è invece ottenuto visualizzando il valore della variabile  $t_{DEST}$  con  $p = 0.1$ , per la ragione illustrata nel paragrafo 2.1.

Si sottolinea che gli orari di arrivo sono stati ottenuti con l'ipotesi che i mezzi pubblici siano sempre in orario. Le diciture "aereo privato", "treno", "aereo di linea" ovviamente si riferiscono a combinazioni auto-aereo-auto e auto-treno-auto.

### 4.1 Test su un intervallo massimo di 4 ore

Partenza h 00.00	Intervallo massimo di tempo 4h		
	Mezzo scelto	Costo(€)	Orario arrivo
<b>Bologna-Milano</b>	Auto	60	03.30
<b>Milano-Bologna</b>	Auto	60	03.30
<b>Bologna-Napoli</b>	Aereo pvt	3025	01.55
<b>Napoli-Bologna</b>	Aereo pvt	3025	01.55
<b>Bologna-Roma</b>	Aereo pvt	3020	01.35
<b>Roma-Bologna</b>	Aereo pvt	3020	01.35
<b>Milano-Napoli</b>	Aereo pvt	3027	02.10
<b>Napoli-Milano</b>	Aereo pvt	3027	02.10
<b>Roma-Napoli</b>	Auto	40	02.15
<b>Napoli-Roma</b>	Auto	40	02.15
<b>Roma-Milano</b>	Aereo pvt	3022	01.45
<b>Milano-Roma</b>	Aereo pvt	3024	01.45

<b>Partenza h 06.00</b>		<b>Intervallo massimo di tempo 4h</b>	
	<b>Mezzo scelto</b>	<b>Costo(€)</b>	<b>Orario arrivo</b>
<b>Bologna-Milano</b>	Treno	57	08.36
<b>Milano-Bologna</b>	Treno	57	07.35
<b>Bologna-Napoli</b>	Aereo pvt	3025	07.55
<b>Napoli-Bologna</b>	Aereo pvt	3025	07.55
<b>Bologna-Roma</b>	Treno	72	09.48
<b>Roma-Bologna</b>	Treno	72	09.38
<b>Milano-Napoli</b>	Aereo linea	77	08.35
<b>Napoli-Milano</b>	Aereo linea	97	08.05
<b>Roma-Napoli</b>	Auto	40	08.15
<b>Napoli-Roma</b>	Auto	40	08.15
<b>Roma-Milano</b>	Aereo pvt	3022	07.45
<b>Milano-Roma</b>	Treno	98	10.00

<b>Partenza h 12.00</b>		<b>Intervallo massimo di tempo 4h</b>	
	<b>Mezzo scelto</b>	<b>Costo(€)</b>	<b>Orario arrivo</b>
<b>Bologna-Milano</b>	Auto	60	15.30
<b>Milano-Bologna</b>	Treno	57	13.40
<b>Bologna-Napoli</b>	Aereo pvt	3025	13.55
<b>Napoli-Bologna</b>	Aereo pvt	3025	13.55
<b>Bologna-Roma</b>	Treno	72	15.25
<b>Roma-Bologna</b>	Treno	72	15.45
<b>Milano-Napoli</b>	Aereo pvt	3027	14.10
<b>Napoli-Milano</b>	Aereo pvt	3027	14.10
<b>Roma-Napoli</b>	Auto	40	14.55
<b>Napoli-Roma</b>	Auto	40	14.55
<b>Roma-Milano</b>	Treno	98	15.55
<b>Milano-Roma</b>	Treno	98	15.55

<b>Partenza h 18.00</b>		<b>Intervallo massimo di tempo 4h</b>	
	<b>Mezzo scelto</b>	<b>Costo(€)</b>	<b>Orario arrivo</b>
<b>Bologna-Milano</b>	Auto	60	21.30
<b>Milano-Bologna</b>	Treno	57	19.40
<b>Bologna-Napoli</b>	Aereo pvt	3025	19.55
<b>Napoli-Bologna</b>	Aereo pvt	3025	19.55
<b>Bologna-Roma</b>	Treno	72	21.30
<b>Roma-Bologna</b>	Treno	72	21.30
<b>Milano-Napoli</b>	Aereo pvt	3027	20.10
<b>Napoli-Milano</b>	Aereo pvt	3027	20.10
<b>Roma-Napoli</b>	Auto	40	20.15
<b>Napoli-Roma</b>	Auto	40	20.15
<b>Roma-Milano</b>	Treno	98	21.35
<b>Milano-Roma</b>	Treno	98	21.40

#### 4.2 Test su un intervallo massimo di 6 ore

Partenza h 00.00		Intervallo massimo di tempo 6h	
	Mezzo scelto	Costo(€)	Orario arrivo
Bologna-Milano	Auto	60	03.30
Milano-Bologna	Auto	60	03.30
Bologna-Napoli	Auto	50	05.40
Napoli-Bologna	Auto	50	05.40
Bologna-Roma	Auto	50	03.01
Roma-Bologna	Auto	50	03.00
Milano-Napoli	Aereo pvt	3027	02.10
Napoli-Milano	Aereo pvt	3027	02.10
Roma-Napoli	Auto	40	02.15
Napoli-Roma	Auto	40	02.15
Roma-Milano	Auto	60	05.30
Milano-Roma	Auto	60	05.30

Partenza h 06.00		Intervallo massimo di tempo 6h	
	Mezzo scelto	Costo(€)	Orario arrivo
Bologna-Milano	Treno	57	08.36
Milano-Bologna	Treno	57	07.35
Bologna-Napoli	Auto	50	11.40
Napoli-Bologna	Auto	50	11.40
Bologna-Roma	Auto	50	10.00
Roma-Bologna	Auto	50	10.00
Milano-Napoli	Aereo linea	77	08.35
Napoli-Milano	Aereo linea	97	08.05
Roma-Napoli	Auto	40	08.15
Napoli-Roma	Auto	40	08.15
Roma-Milano	Auto	60	11.30
Milano-Roma	Auto	60	11.30

Partenza h 12.00		Intervallo massimo di tempo 6h	
	Mezzo scelto	Costo(€)	Orario arrivo
Bologna-Milano	Auto	40	15.30
Milano-Bologna	Treno	57	13.40
Bologna-Napoli	Auto	50	17.40
Napoli-Bologna	Auto	50	17.40
Bologna-Roma	Auto	50	16.01
Roma-Bologna	Auto	50	16.01
Milano-Napoli	Aereo linea	77	16.35
Napoli-Milano	Treno	140	14.10
Roma-Napoli	Auto	40	14.55
Napoli-Roma	Auto	40	14.55
Roma-Milano	Auto	60	17.30
Milano-Roma	Auto	60	17.30

Partenza h 18.00		Intervallo massimo di tempo 6h	
	Mezzo scelto	Costo(€)	Orario arrivo
Bologna-Milano	Auto	60	21.30
Milano-Bologna	Treno	57	19.40
Bologna-Napoli	Auto	50	23.40
Napoli-Bologna	Auto	50	23.40
Bologna-Roma	Auto	50	22.01
Roma-Bologna	Auto	50	22.01
Milano-Napoli	Aereo linea	77	22.35
Napoli-Milano	Aereo linea	97	23.20
Roma-Napoli	Auto	40	20.15
Napoli-Roma	Auto	40	20.15
Roma-Milano	Auto	60	23.30
Milano-Roma	Auto	60	23.30

#### 4.3 Test su un intervallo massimo di 8 ore

Partenza h 00.00		Intervallo massimo di tempo 8h	
	Mezzo scelto	Costo(€)	Orario arrivo
Bologna-Milano	Auto	60	03.30
Milano-Bologna	Auto	60	03.30
Bologna-Napoli	Auto	50	05.40
Napoli-Bologna	Auto	50	05.40
Bologna-Roma	Auto	50	03.01
Roma-Bologna	Auto	50	03.00
Milano-Napoli	Auto	90	07.25
Napoli-Milano	Auto	90	07.25
Roma-Napoli	Auto	40	02.15
Napoli-Roma	Auto	40	02.15
Roma-Milano	Auto	60	05.30
Milano-Roma	Auto	60	05.30

Partenza h 06.00		Intervallo massimo di tempo 8h	
	Mezzo scelto	Costo(€)	Orario arrivo
Bologna-Milano	Treno	57	08.36
Milano-Bologna	Treno	57	07.35
Bologna-Napoli	Auto	50	11.40
Napoli-Bologna	Auto	50	11.40
Bologna-Roma	Auto	50	10.00
Roma-Bologna	Auto	50	10.00
Milano-Napoli	Aereo linea	77	08.35
Napoli-Milano	Aereo linea	97	08.05
Roma-Napoli	Auto	40	08.15
Napoli-Roma	Auto	40	08.15
Roma-Milano	Auto	60	11.30
Milano-Roma	Auto	60	11.30

<b>Partenza h 12.00</b>		<b>Intervallo massimo di tempo 8h</b>	
	<b>Mezzo scelto</b>	<b>Costo(€)</b>	<b>Orario arrivo</b>
<b>Bologna-Milano</b>	Auto	40	15.30
<b>Milano-Bologna</b>	Treno	57	13.40
<b>Bologna-Napoli</b>	Auto	50	17.40
<b>Napoli-Bologna</b>	Auto	50	17.40
<b>Bologna-Roma</b>	Auto	50	16.01
<b>Roma-Bologna</b>	Auto	50	16.01
<b>Milano-Napoli</b>	Aereo linea	77	16.35
<b>Napoli-Milano</b>	Auto	90	19.25
<b>Roma-Napoli</b>	Auto	40	14.55
<b>Napoli-Roma</b>	Auto	40	14.55
<b>Roma-Milano</b>	Auto	60	17.30
<b>Milano-Roma</b>	Auto	60	17.30

<b>Partenza h 18.00</b>		<b>Intervallo massimo di tempo 8h</b>	
	<b>Mezzo scelto</b>	<b>Costo(€)</b>	<b>Orario arrivo</b>
<b>Bologna-Milano</b>	Auto	60	21.30
<b>Milano-Bologna</b>	Treno	57	19.40
<b>Bologna-Napoli</b>	Auto	50	23.40
<b>Napoli-Bologna</b>	Auto	50	23.40
<b>Bologna-Roma</b>	Auto	50	22.01
<b>Roma-Bologna</b>	Auto	50	22.01
<b>Milano-Napoli</b>	Aereo linea	77	22.35
<b>Napoli-Milano</b>	Auto	90	01.25
<b>Roma-Napoli</b>	Auto	40	20.15
<b>Napoli-Roma</b>	Auto	40	20.15
<b>Roma-Milano</b>	Auto	60	23.30
<b>Milano-Roma</b>	Auto	60	23.30

Dalle tabelle si potrebbe dichiarare che la scelta dei mezzi pubblici convenga, in termini economici, nel caso di intervalli di tempo ristretti (test di 4 ore) ovviamente in orari in cui questi mezzi siano disponibili, cioè durante il giorno. Nel caso di intervalli di tempo leggermente più ampi, l'auto è preferibile in quanto consente di abbattere ulteriormente i costi.

È da notare però il fatto che il costo del trasporto via auto e quello del trasporto multimodale con il treno o l'aereo di linea hanno lo stesso ordine di grandezza. Inoltre, non considerando il possibile ritardo dei mezzi pubblici e il traffico stradale, vengono prese in considerazione soluzioni che consentono l'arrivo a destinazione poco prima dello scadere dell'intervallo di tempo: si veda ad esempio la tratta Milano-Roma con partenza alle 12.00 e intervallo massimo di 4 ore; l'orario teorico di arrivo del treno è

alle 15.55. La scelta tra auto o treno operata dal risolutore va quindi di volta in volta interpretata con accortezza.

#### 4.4 Analisi della scelta del mezzo al variare di p

Analogamente a quanto detto nel capitolo 2, la funzione obiettivo cerca di soddisfare nello stesso tempo due criteri, cioè la minimizzazione del costo di trasporto e quella dell'istante di arrivo a destinazione.

$$z = \min \sum_{i,j=1}^n c_{ij}x_{ij} + p \cdot t_{DEST}$$

Facendo variare il valore di “p”, si sceglie di dare maggiore importanza al primo termine o al secondo della funzione; per valori di p molto elevati si sceglierà sempre l'opzione dell'aereo privato, mentre per p=0 la funzione diventa monocriterio sul costo.

È stata fatta un'analisi di sensitività, per valutare la scelta del mezzo di trasporto al variare di p, su 4 tratte con un intervallo massimo di tempo di 4 ore, nell'ipotesi di partire alle ore 12.00.

<b>BOLOGNA-ROMA</b>			
<b>p</b>	<b>Scelta mezzo</b>	<b>Costo</b>	<b>t<sub>DEST</sub></b>
<0.72	Treno	72	15.25
0.72 ≤ p < 575	Aereo di linea	148	13.40
≥ 575	Aereo privato	3020	13.30

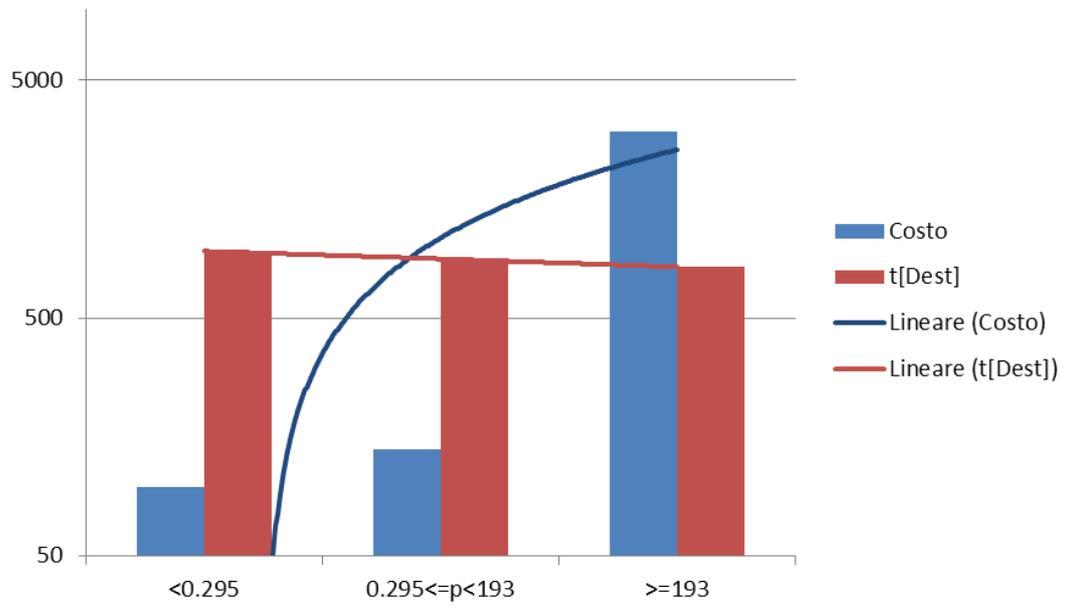
<b>ROMA-BOLOGNA</b>			
<b>p</b>	<b>Scelta mezzo</b>	<b>Costo</b>	<b>t<sub>DEST</sub></b>
<23	Treno	72	15.45
≥23	Aereo di linea	3020	13.30

<b>MILANO-ROMA</b>			
<b>p</b>	<b>Scelta mezzo</b>	<b>Costo</b>	<b>t<sub>DEST</sub></b>
<0.21	Treno	98	15.55
$0.21 \leq p < 145$	Aereo di linea	140	14.35
$\geq 145$	Aereo privato	3030	13.45

<b>ROMA-MILANO</b>			
<b>p</b>	<b>Scelta mezzo</b>	<b>Costo</b>	<b>t<sub>DEST</sub></b>
<0.295	Treno	98	15.55
$0.295 \leq p < 193$	Aereo di linea	140	14.40
$\geq 193$	Aereo privato	3030	13.45

Come si vede, in generale l'andamento del costo totale all'aumentare di  $p$  è crescente, mentre diminuisce  $t_{DEST}$ .

Il grafico sottostante mostra questo andamento nel caso della tratta Roma-Milano; in ascissa sono rappresentati gli intervalli del peso "p", mentre in ordinata i valori corrispondenti di Costo, misurati in euro, e di Orario di arrivo t[Dest] in minuti, in coordinate logaritmiche. I valori puntuali sono riportati nell'istogramma; le due curve, invece, considerano il costo e l'orario di arrivo come funzioni continue dipendenti da  $p$ , per visualizzare la tendenza generale delle due grandezze.



## 5. Conclusioni

L'obiettivo principale di questa tesi era fornire un modello matematico che aiutasse nella decisione della scelta del mezzo di trasporto nel caso di distanze relativamente limitate e di intervalli di tempo ristretti, per ottimizzare i costi. Considerando le maggiori città italiane, si è pensato di poter utilizzare il trasporto multimodale impiegando anche mezzi pubblici. Si ricorda che il caso analizzato, supponendo un'applicazione al trasporto di organi, concerne il trasporto viaggiatori, per cui tutte le considerazioni fatte non possono valere per applicazioni nella logistica, anche se il modello matematico di base resta valido.

I dati sulla presenza dei mezzi pubblici nei vari orari sono stati inseriti a partire da quelli ufficiali di Trenitalia, per quanto riguarda i treni, e delle compagnie aeree presenti sulle tratte analizzate, ossia Alitalia e EasyJet. Poiché a seconda dell'orario di riferimento la disponibilità dei mezzi pubblici cambia notevolmente, i test sono stati effettuati a molteplici orari del giorno e con urgenze diverse.

Il modello costruito si basa sull'ipotesi che tutti i mezzi siano sempre in orario; è ovviamente un'ipotesi non attuabile nel caso reale, ma che permette di semplificare notevolmente il problema per avere qualche informazione preliminare.

Alcuni sviluppi futuri al modello presentato potrebbero essere i seguenti:

- Ampliare la rete inserendo altre città italiane;
- Introdurre la possibilità di ritardo dei mezzi pubblici e quella del traffico stradale, considerando gli istanti di arrivo come variabili aleatorie.

## Fonti bibliografiche e sitografia

- Fourer R., Gay D., Kernighan B., *AMPL A Modeling Language for Mathematical Programming*, Seconda edizione, Duxbury Thomson, 2003
- *Graphs and AMPL*,  
<http://myweb.clemson.edu/~pbelott/bulk/teaching/lehigh/ie426-f08/flows+networks.pdf>
- Cordone, R., Bruglieri, M., & Liberti, L. (2001). *Appunti sul linguaggio di programmazione AMPL*. Milano.
- <http://www.ampl.com/NEW/tables.html>
- *La rete nazionale trapianti e il trasporto di organi in Italia e in Europa*,  
[http://www.difesa.it/SMD\\_/Avvenimenti/ConvegnoScientifico2014/Documento/sp/Lectio\\_Magistralis\\_NanniCosta\\_COI2014.pdf](http://www.difesa.it/SMD_/Avvenimenti/ConvegnoScientifico2014/Documento/sp/Lectio_Magistralis_NanniCosta_COI2014.pdf)
- *Bozza di linee guida inerenti gli standard per il trasporto in sicurezza di organi per trapianto*,  
[http://www.senato.it/Leg16/view\\_groups/download?file\\_path=/documento/filfi/000/026/602/Dott.\\_Nanni\\_Costa.pdf](http://www.senato.it/Leg16/view_groups/download?file_path=/documento/filfi/000/026/602/Dott._Nanni_Costa.pdf)
- [http://campus.unibo.it/233965/1/AMPL\\_Introduzione.pdf](http://campus.unibo.it/233965/1/AMPL_Introduzione.pdf)
- <http://www.trenitalia.com/>
- [www.google.it/flights](http://www.google.it/flights)