

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI
BOLOGNA

SCUOLA DI SCIENZE
Corso di Laurea Magistrale in Matematica

**VALUTAZIONE FORMATIVA
IN MATEMATICA**

*Strumenti di rilevazione delle abilità in matematica
nei video del progetto FAMT&L*

Tesi di Laurea in Didattica della Matematica

Relatore
Chiar.mo Prof.
GIORGIO BOLONDI
Co-relatrice
Prof.ssa IRA VANNINI

Presentata da
CAMILLA SPAGNOLO

Sessione I
Anno Accademico 2015-2016

*Al mondo esistono solo due cose meravigliose:
fare matematica e insegnarla.*
Siméon - Denis Poisson

Indice

Indice	III
Introduzione	3
1 Quadro teorico della ricerca condotta	5
1.1 La valutazione degli apprendimenti scolastici	5
1.2 Processi di insegnamento e apprendimento in matematica . . .	8
1.3 Gli strumenti di verifica degli apprendimenti	9
1.3.1 Come scegliere uno strumento di valutazione	10
1.4 Quadro di riferimento OCSE-PISA per le competenze in ma- tematica	12
2 Promuovere le competenze valutative degli insegnanti di ma- tematica	15
2.1 Il progetto FAMT&L	15
2.1.1 La nascita e gli obiettivi del progetto	16
2.1.2 Le fasi del progetto	17
2.2 Scelte metodologiche all'interno del progetto FAMT&L	18
2.3 Le domande di ricerca	28
2.4 Scelte metodologiche nel disegno della ricerca condotta	28
2.5 Strumenti e procedure di raccolta per l'analisi dei dati	31
2.6 Raccolta dei Dati	32
3 Analisi e presentazione dei dati	33
3.1 Alcuni dati di sintesi su strumenti e competenze	33
3.2 Alcuni esempi	44
3.2.1 Esempio 1	44
3.2.2 Esempio 2	45
3.2.3 Esempio 3	47
3.2.4 Esempio 4	48

4 Conclusioni	51
4.1 Risposte alle domande di ricerca	51
4.2 Sviluppi Futuri	53
A	55
B	59
C	63
D	65
E	67
F	71
G	75
H	79
Bibliografia	83

Ringraziamenti

Vorrei ringraziare tutte le persone che hanno contribuito allo sviluppo di questa Tesi di laurea: chi con una collaborazione costante, chi con un supporto morale, chi con consigli e suggerimenti che mi hanno ispirato e motivato in questi ultimi due anni.

In particolare desidero ringraziare il Professor Giorgio Bolondi e la Professoressa Ira Vannini per i loro preziosi insegnamenti, per avermi incoraggiata e supportata nella stesura della mia Tesi.

Un enorme grazie a Federica Ferretti, Martha Isabel Fandiño Pinilla, Bruno D'amore e a tutti i collaboratori del FAMT&L per i numerosi consigli e il loro appoggio.

Un ringraziamento va anche a tutti gli amici che mi sono stati vicini con affetto.

Infine un grazie davvero speciale va ai miei genitori, a mio fratello Edoardo e a Marco per essere stati un costante sostegno durante questo meraviglioso percorso. Grazie per avermi sempre appoggiata e per essere stati un punto di riferimento con i vostri sorrisi e la vostra comprensione.

Introduzione

La *valutazione in matematica* ha un forte impatto su studenti e insegnanti. La ricerca mostra che i curricula si adeguano alle forme di valutazione, talvolta con effetto positivo, talvolta con l'effetto negativo del *teaching to the test*.

Molte ricerche, inoltre, hanno messo in evidenza il fatto che la valutazione è l'elemento più importante nel determinare l'atteggiamento positivo o negativo degli studenti nei confronti della matematica.

Per questo motivo un problema di fondamentale importanza è: come valuta l'insegnante l'apprendimento dei suoi ragazzi?

In particolare c'è il problema di capire se i diversi contenuti e le diverse competenze in matematica vengono valutate nella stessa misura e con gli stessi strumenti di valutazione nella pratica didattica italiana.

Questa tesi espone il mio lavoro all'interno del progetto di ricerca del FAMT&L, progetto sviluppato dal dipartimento di Matematica e dal dipartimento di Scienze dell'Educazione sulla valutazione formativa in matematica, finanziato dall'Unione Europea e svolto in collaborazione con Francia, Svizzera, Olanda e Cipro.

Questo progetto di ricerca è centrato sulla *formazione degli insegnanti alla valutazione formativa*. L'obiettivo è quello di formare gli insegnanti a fare valutazione formativa in matematica. Lo strumento scelto è quello di lavorare su video di situazioni in classe.

La ricerca in particolare si è focalizzata sui video in di lingua italiana.

Il progetto in Italia ha coinvolto 58 insegnanti e 460 studenti della scuola secondaria di primo grado, nello specifico 247 allievi di prima, 139 di seconda e 74 di terza. In Canton Ticino invece ha coinvolto 69 docenti e 340 allievi così distribuiti: 72 di prima media, 67 di seconda, 78 di terza (corso base), 49 di terza (corso attitudinale), 17 di quarta (corso base), 57 di quarta (corso attitudinale).

Il mio lavoro di tesi è consistito nell'analizzare le situazioni dei video per trovare delle categorie relative ai contenuti, alle competenze matematiche e alle caratteristiche dell'apprendimento della matematica. Questi materiali saranno utilizzati come materiale nella formazione insegnanti.

Capitolo 1

Quadro teorico della ricerca condotta

In questo capitolo viene presentato il **quadro teorico** di riferimento per l'analisi che verrà proposta in seguito, ovvero verrà contestualizzato il problema di ricerca, dando alcune nozioni preliminari.

Per prima cosa si introdurranno le definizioni di valutazione degli apprendimenti (in particolare valutazione formativa e sommativa), di apprendimento in matematica e degli strumenti di verifica degli apprendimenti per meglio comprendere il problema di ricerca.

In seguito verrà descritto nel dettaglio il quadro di riferimento OCSE-PISA.

1.1 La valutazione degli apprendimenti scolastici

Iniziamo col dare un quadro teorico sulla valutazione degli apprendimenti scolastici.

La valutazione è strettamente legata al contenuto e ai processi di insegnamento e apprendimento.

Vediamo la distinzione e una prima definizione di valutazione formativa, sommativa e valutativa (tratta da *DES, 1987*):

- la *valutazione formativa* prende in esame la realizzazione di un allievo rispetto ai suoi obiettivi cognitivi, in modo da favorirla sulla base dei risultati; vi si include, solitamente, anche una *valutazione diagnostica* nella quale sono identificate le difficoltà dell'individuo, sia per quanto

6 CAPITOLO 1. QUADRO TEORICO DELLA RICERCA CONDOTTA

concerne l'apprendimento, sia per quanto concerne le manchevolezze di comprensione;

- la *valutazione sommativa* misura e riassume le realizzazioni di ogni allievo in modo sistematico; essa si riduce spesso ad un aggettivo, un numero, una lettera, ed è destinata non solo allo studente e all'insegnante, ma pure all'esterno, alla famiglia, all'istituzione scolastica;
- la *valutazione valutativa* (in inglese *evaluative assessment*) comprende una valutazione ed un rapporto sul lavoro dell'insegnante, sulla scuola, su un manuale, sul curriculum o su un suo segmento,

In accordo con *Castoldi, 2016*, le funzioni della valutazione scolastica si collocano all'interno del processo formativo: la *valutazione diagnostica* si colloca nella fase iniziale del processo formativo e assolve lo scopo di analizzare le caratteristiche di ingresso di un allievo in relazione al percorso che deve compiere; la *valutazione formativa* accompagna le diverse fasi del processo formativo e assolve lo scopo di fornire un feedback all'allievo e all'insegnante sull'evoluzione del processo formativo; la *valutazione sommativa* tende a collocarsi nella fase conclusiva di un determinato percorso formativo (unità di lavoro, modulo didattico, anno scolastico) e assolve lo scopo di chiarire ed esplicitare i risultati conseguiti dall'allievo.

Nel percorso di apprendimento possiamo distinguere diversi momenti di valutazione. In questo scritto ci si focalizzerà sulla **valutazione formativa**, descrivendone le sue caratteristiche, individuando alcune modalità di utilizzo, e riconoscendone il valore nel processo di insegnamento/apprendimento.

Nell'ambito di questa tesi verrà utilizzata la definizione di valutazione formativa condivisa dal progetto europeo FAMT&L.

La valutazione formativa è connessa con un concetto di apprendimento secondo cui tutti gli studenti sono in grado di acquisire, a un livello adeguato, le competenze di base di una disciplina. L'apprendimento passa attraverso l'utilizzo di metodologie di insegnamento che possono rispondere efficacemente ai tempi di apprendimento diversi per ogni studente, ai loro diversi stili di apprendimento, alle loro zone di sviluppo prossimale.

Inoltre la valutazione formativa:

- è parte del processo di insegnamento-apprendimento e lo regola;
- identifica, in modo analitico, i punti forti e quelli deboli dell'apprendimento dell'allievo, al fine di consentire agli insegnanti di riflettere e modificare le proprie pratiche didattiche;

- permette un feedback formativo al fine di stabilire un dialogo tra docente e studente e per programmare interventi didattici finalizzati al recupero;
- promuove e favorisce l'apprendimento di tutti gli studenti attraverso l'insegnamento differenziato che garantisce ad ogni studente ritmi diversi e diverse strategie di insegnamento e apprendimento;
- coinvolge lo studente nell'analisi dei propri errori/debolezze e delle proprie capacità per promuovere sia l'autovalutazione sia la valutazione tra pari e la partecipazione attiva nel processo di insegnamento-apprendimento.

1.2 Processi di insegnamento e apprendimento in matematica

Per questo paragrafo facciamo riferimento al testo di *Fandiño Pinilla, 2008*.

L'**apprendimento della matematica** si presenta come un fatto complesso in cui intervengono e interagiscono molti fattori: ci sono diversi aspetti da considerare affinché si possa ritenere che un apprendimento sia avvenuto con successo, deve cioè verificarsi un'ottimale combinazione di apprendimenti specifici e distinti. In matematica non basta aver costruito un concetto, ma occorre saperlo usare per effettuare calcoli o dare risposta a esercizi, combinarlo con altri e con strategie opportune per risolvere problemi, occorre saper spiegare a se stessi e agli altri il concetto costruito e la strategia seguita, occorre saper far uso sapiente delle trasformazioni semiotiche che permettono di passare da una rappresentazione ad un'altra.

In matematica si distinguono quindi almeno 5 tipologie di apprendimenti differenti:

- **apprendimento concettuale:** noetica;
- **apprendimento algoritmico:** calcolare, operare, ...;
- **apprendimento di strategie:** risolvere, congetturare, ...;
- **apprendimento comunicativo:** dire, argomentare, validare, dimostrare, ...;
- **apprendimento e gestione delle trasformazioni semiotiche** (di trattamento e di conversione).

Queste distinzioni non sono sempre così nette e definitive: tra le tipologie di apprendimento sopra esposte possono presentarsi sovrapposizioni.

D'altronde, un'analisi fine alle componenti dell'apprendimento in matematica è utile per trovare in modo più efficace le cause di un errore e porvi rimedio, in modo specifico: un insegnante non deve intervenire sull'errore, bensì sulla causa che lo ha generato.

Capita più volte che un allievo dimostri un mancato apprendimento in matematica: lo stesso errore di due studenti diversi non indica quale sia la causa che ha prodotto l'errore, o quale sia stato il malfunzionamento cognitivo, o cosa non abbia funzionato nel processo di insegnamento-apprendimento (quello che sembra lo stesso errore può avere cause diverse).

Nel seguito, per ciascuna delle componenti dell'apprendimento matematico, verranno presentati i più opportuni strumenti di valutazione.

1.3 Gli strumenti di verifica degli apprendimenti

La complessità delle funzioni che competono alla valutazione nel processo formativo esige che si utilizzi una abbondante varietà di strumenti valutativi. A seconda delle necessità della verifica, ciascun tipo di prova (sia tradizionale, sia formalmente e tecnicamente più complessa) può essere utile. Occorre in ogni caso tener presenti alcune condizioni:

- *definizione degli obiettivi*: deve stabilirsi con esattezza che cosa si vuole sottoporre a verifica. Con *obiettivo* si intenderà una manifestazione dell'attività di apprendimento degli allievi suscettibile di essere apprezzata mediante una prova di verifica;
- *validità della prova*: bisogna predisporre le prove in modo che esse siano in grado di sollecitare prestazioni direttamente connesse agli obiettivi di apprendimento;
- *attendibilità della prova*: occorre far in modo che le informazioni che si ottengono possano essere rilevate in maniera uniforme da diversi osservatori e per diversi allievi, secondo criteri stabili nel tempo e seguendo modalità accuratamente predefinite.

I diversi tipi di prove di valutazione consentono di soddisfare in varia misura l'esigenza di assicurare la validità e l'attendibilità degli apprezzamenti che riguardano le prestazioni degli allievi (*Vertecchi 2003*).

Una prova di valutazione consiste in una situazione artificiale nella quale si sollecita l'allievo a manifestare il suo apprendimento. Classifichiamo le prove attraverso un primo criterio considerando il modo in cui tale sollecitazione avviene (*Domenici, 2007*). Chiameremo *stimolo* la sollecitazione fornita all'allievo, che può essere distinto in stimolo chiuso e stimolo aperto. Un secondo criterio per classificare le prove di valutazione è rappresentato dal modo in cui l'allievo deve fornire la sua *risposta*: risposta aperta o risposta chiusa.

Dalla qualità degli stimoli e delle risposte deriverà in gran parte il grado di validità e di attendibilità dei dati e delle informazioni che si assumeranno utilizzando una certa prova.

Incrociando tipi di stimolo e di risposta si ottengono quattro gruppi di prove:

1. **prove a stimolo e risposta aperti:** lo *stimolo* consiste nel fornire l'indicazione di una certa area di problemi entro cui orientarsi, mentre la *risposta* richiede che si utilizzi la capacità di argomentare, di raccogliere le conoscenze possedute anche in aree limitofe;
2. **prove a stimolo chiuso e risposta aperta:** lo *stimolo* si presenta accuratamente predisposto in funzione del tipo di prestazione che intende sollecitare, mentre la *risposta* può tuttavia essere fornita in modo adeguato solo se l'allievo, facendo ricorso alle sue abilità e conoscenze, riesce ad organizzare una propria linea di comportamento che lo conduca a fornire la prestazione richiesta;
3. **prove a stimolo aperto e risposta chiusa:** lo *stimolo* è generalmente ampio, ma improprio, perchè non è indirizzato all'allievo e anche la *risposta* è impropria, perchè non riguarda la manifestazione di abilità e conoscenze (ES: Spesso nelle interrogazioni il docente sollecita l'allievo ad esprimere consenso a ciò che afferma. È come dire che chi interroga, si risponde e cerca solo una conferma sul piano affettivo da parte dell'allievo, pseudo-prove);
4. **prove a stimolo e risposta chiusi:** lo *stimolo* contiene completamente definito il modello della risposta e la *risposta* corrisponde ad una prestazione già organizzata.

All'interno dei gruppi che si sono illustrati (con l'esclusione del terzo), la scelta delle prove dipende da considerazioni di opportunità didattica: ogni tipo di prova presenta vantaggi e svantaggi. Il criterio di selezione deve essere quello della specificità della prova rispetto alle capacità e alle conoscenze che si vogliono verificare. Debbono quindi prevalere considerazioni di *validità didattica* delle prove. In secondo luogo, ci si deve preoccupare di ottenere informazioni che siano rappresentative di determinati quadri di apprendimento, e che possano essere rilevate in modo preciso e stabile: il problema in questo caso è di *attendibilità didattica*.

1.3.1 Come scegliere uno strumento di valutazione

In questo paragrafo vengono suggeriti alcuni tra gli strumenti di valutazione più efficaci per valutare i diversi tipi di apprendimento in matematica sopra citati:

- *apprendimento concettuale:* TEP, mappe concettuali, osservazione dell'allievo e richiesta di spiegazioni su ciò che sta svolgendo, informes o re-

soconti, discussione in aula, prove tradizionali (interrogazioni, compiti in classe, ...);

- *apprendimento algoritmico*: a parte la padronanza e l'uso appropriato delle operazioni, è bene dare importanza a situazioni più problematiche nelle quali la gestione degli algoritmi non sia vista come meramente esecutiva, ma critica e analitica;
- *apprendimento strategico*: risolvere problemi valorizzando il lavoro matematico degli allievi e privilegiando il processo più del risultato, permettere la discussione tra i compagni;
- *apprendimento comunicativo*: in *Rardford e Demers 2006* si propone una griglia per la valutazione della competenza in comunicazione; essa tiene conto di sei criteri che distinguono varie componenti di questa competenza (sintassi specifica e simboli opportuni, organizzazione della presentazione, pertinenza e qualità della presentazione, uso delle diverse forme di comunicazione, impegno posto nel dialogo, considerazioni degli argomenti e delle ragioni degli altri) ed è suddivisa in quattro livelli. Vuole essere uno strumento sia per l'insegnante, sia per l'allievo;
- *apprendimento e gestione delle rappresentazioni semiotiche*: data una rappresentazione semiotica, verificare la capacità di trovarne altre, nello stesso registro o in registri diversi, ottenute con trattamento o conversione.

Fermo restando che l'apprendimento della matematica è un fatto unico alimentato da ciascuna componente che influenza l'altra, l'idea di razionalizzare in modo più analitico l'apprendimento della matematica porta un notevole concreto aiuto all'insegnante (*Fandiño Pinilla, 2008*).

1.4 Quadro di riferimento OCSE-PISA per le competenze in matematica

L'indagine PISA (*Program for International Student Assessment*) rappresenta un punto di svolta nella storia delle indagini internazionali sull'educazione. Essa è promossa dall'OCSE (*Organizzazione per la Cooperazione e lo Sviluppo Economico*), un'organizzazione intergovernativa con sede a Parigi, dove siedono i rappresentanti dei ministri dell'istruzione dei vari paesi membri. In conseguenza di ciò PISA mira anche a soddisfare l'esigenza di fornire indicazioni utili alle politiche scolastiche, non ha solo la finalità di rispondere a interrogativi di natura prettamente scientifica (*Capperucci, 2011*).

I dati di questa indagine permettono di riflettere su come l'istruzione porti a risultati di apprendimento in termini di competenze e in particolare possono essere utilizzati dall'insegnante per acquisire consapevolezza delle caratteristiche del proprio insegnamento, per intervenire sui processi di apprendimento dei propri allievi, per monitorare il raggiungimento dei propri obiettivi formativi. Il quadro di riferimento presenta una possibile scelta di obiettivi per l'educazione in matematica, e una articolazione dei processi coinvolti nell'attività matematica.

Il quadro di riferimento definisce quale matematica viene valutata e come viene valutata. Esso individua due direzioni lungo le quali sono costruiti i quesiti: la direzione dei *contenuti* e la direzione dei *processi* (*Bolondi e Fandiño Pinilla, 2013*). I contenuti matematici sono organizzati nelle quattro aree seguenti:

- *Numeri*
- *Spazio e figure*
- *Dati e previsioni*
- *Relazioni e funzioni.*

Ogni quesito viene classificato in base all'oggetto di valutazione, ovvero un contenuto compreso in una di queste aree.

Ogni domanda viene in seguito classificata secondo il processo prevalente coinvolto e attivato quando lo studente cerca di costruire la propria risposta. I processi classificati nel quadro di riferimento sono i seguenti:

1. conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (*oggetti matematici, proprietà, strutture, ...*);

2. conoscere e utilizzare algoritmi e procedure (*in ambito aritmetico, geometrico, algebrico, ...*);
3. conoscere diverse forme di rappresentazione e saper passare da una all'altra (*verbale, numerica, simbolica, grafica, ...*);
4. risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (*individuare e collegare le informazioni utili, individuare schemi risolutivi di problemi, confrontare strategie di soluzione, descrivere o rappresentare il procedimento risolutivo, ...*);
5. riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni e saper utilizzare strumenti di misura (*individuare l'unità o lo strumento di misura più adatto in un dato contesto, stimare una misura, ...*);
6. acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (*congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, dimostrare, ...*);
7. utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (*descrivere un fenomeno in termini quantitativi, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, ...*);
8. riconoscere le forme nello spazio (*riconoscere forme in diverse rappresentazioni, individuare relazioni tra forme, immagini o rappresentazioni visive, visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e viceversa, rappresentare sul piano una figura solida, saper cogliere le proprietà degli oggetti e le loro relative posizioni, ...*).

Nel corso della tesi il materiale video che verrà analizzato dalla piattaforma del progetto FAMT&L è stato classificato utilizzando i criteri internazionali del quadro di riferimento OCSE-PISA, *PISA 2015*.

Capitolo 2

Promuovere le competenze valutative degli insegnanti di matematica

In questo capitolo viene presentato il progetto europeo **FAMT&L** (*Formative Assessment in Mathematics for Teaching and Learning*), nel contesto del quale si colloca la ricerca, e le sue scelte metodologiche per la classificazione dei video caricati in repository.

Successivamente verrà esposto il **problema di ricerca** e verranno descritte le scelte metodologiche effettuate nel disegno della ricerca condotta, gli strumenti e le procedure di raccolta per l'analisi dei dati.

2.1 Il progetto FAMT&L

Questa tesi si inserisce nelle attività di ricerca del Progetto LLP (*Lifelong Learning Programme*) - Comenius FAMT&L. In particolare, il lavoro descrive nel dettaglio come si è proceduto per una analisi degli aspetti riguardanti la matematica presenti nei video raccolti sul repository web del progetto.

Il progetto Comenius FAMT&L rientra nei Programmi Europei LLP e ha una durata complessiva di 36 mesi, con inizio in dicembre 2013. I cinque membri Partner sono tutte Istituzioni Universitarie di Paesi europei e hanno complessivamente competenze in pedagogia e didattica e in matematica (tra parentesi indichiamo i rispettivi responsabili della ricerca): per l'Italia, l'Alma Mater Studiorum Università di Bologna (UNIBO), capofila del progetto con i Dipartimenti di Scienze dell'Educazione (Ira Vannini) e di Matematica (Giorgio Bolondi, Alessandro Gimigliano); per la Svizzera, University of Applied Sciences and Arts of Southern Switzerland - Department Forma-

tion and Learning, SUPSI-DFA (Silvia Sbaragli, Miriam Salvisberg,); per la Francia, University of Cergy-Pontoise: University institute of teachers training, UCP (Laurent Jeannin); per Cipro University of Cyprus, UCY (Athanasios Gagatsis, Paraskevi Michael C.) e, infine, per l’Olanda l’Hogeschool Inholland/Inholland University of Applied Sciences, Inholland, (Rob Velder).

Per meglio comprendere gli aspetti specifici trattati in questa tesi è bene andare a descivere nel dettaglio il progetto di ricerca (*Ferretti, Lovece, 2015*).

2.1.1 La nascita e gli obiettivi del progetto

Il Progetto LLP - Comenius “FAMT&L, *Formative Assessment in Mathematics for Teaching and Learning* (Valutazione formativa per l’insegnamento e l’apprendimento della matematica)” ha lo scopo di promuovere l’uso della valutazione formativa come elemento di miglioramento della didattica della matematica, poichè ormai da diversi anni si rilevano scarsi livelli di successo in matematica, soprattutto in Italia (*Pisa, 2012*).

Durante la fase di definizione del progetto di ricerca, i membri partner hanno svolto una attenta riflessione sul tema della formazione degli insegnanti in servizio, basandosi principalmente su alcune delle ricerche più recenti focalizzate sulle metodologie dei percorsi di formazione che utilizzano un approccio di tipo collaborativo a medio-lungo termine (*Palincsar et al., 1998; Vannini, 2012*). In particolare si è adottata l’ottica secondo cui le metodologie riflessive hanno un effetto positivo sulla capacità degli insegnanti di svolgere in modo critico l’analisi di pratiche didattiche che possono essere valutate come efficaci o inefficaci (*Vannini, 2012*) e di prendere coscienza delle loro “credenze” (*Cherubini, 2002*).

Al fine di promuovere quella che viene definita “competenza riflessiva” degli insegnanti, è stato necessario avviare il progetto partendo dalla rilevazione delle credenze e delle pratiche didattiche quotidiane, in base alle quali poter individuare i bisogni formativi cui rispondere attraverso la creazione di modelli e strumenti di formazione in grado di promuovere una riflessione critica e la conseguente adozione di metodologie didattiche più efficaci.

L’obiettivo fondamentale del progetto FAMT&L è quello di delineare un percorso innovativo e di mettere a punto una metodologia di formazione (specificamente orientata agli insegnanti in-service di studenti della fascia di età 11-16 anni, ma utilizzabile anche in situazioni di formazione pre-service) che, a partire dall’analisi dei risultati di un’indagine sulle convinzioni e sulle pratiche degli insegnanti di matematica (in particolare per quanto riguarda la valutazione in aula), si basa sulla progettazione, la realizzazione e l’implementazione di un repository web. Questo ambiente di apprendimento funge da supporto per la formazione degli insegnanti di matematica in quan-

to vi sono raccolte diverse tipologie di materiali didattici (come: esempi di contesti di apprendimento, video di situazioni di insegnamento della matematica, strumenti di valutazione, percorsi di formazione, ecc.), da usare per promuovere un corretto utilizzo della valutazione formativa in situazioni di insegnamento-apprendimento.

Questa metodologia di formazione dovrebbe servire al generale miglioramento delle competenze degli insegnanti sull'uso della valutazione formativa al fine di promuovere un apprendimento efficace per tutti gli studenti e, in particolare, dovrebbe:

- promuovere lo sviluppo di buone/efficaci competenze dei docenti nell'ambito del processo insegnamento-apprendimento della matematica, tenendo conto sia di saperi didattici generali (connessi all'ambito della progettazione e della valutazione), sia di saperi specifici di didattica della matematica;
- rafforzare e potenziare le competenze dei docenti nell'ambito della progettualità didattica e della valutazione (*formative and summative assessment; assessment for learning*).

Si tratta infatti di competenze da considerare in qualche modo trasversali in quanto di fondamentale supporto a quelle più specificamente legate alla didattica disciplinare e che rientrano nell'area di quella che viene definita "professionalità insegnante". Solo questo tipo di competenze permette, infatti, che gli insegnanti siano in grado, tra le altre cose, di scegliere contenuti, tecniche, metodologie, strumenti per promuovere e valutare gli apprendimenti in termini di prodotti e di processi (*Betti, Ciani, Lovece, Tartufoli, 2014*).

2.1.2 Le fasi del progetto

Le fasi del lavoro progettate per raggiungere questi obiettivi sono:

- la realizzazione di un'indagine correlazionale sulle credenze e sulle pratiche degli studenti e degli insegnanti di matematica concernenti la valutazione degli apprendimenti in aula;
- la progettazione e l'implementazione di un repository web per la formazione degli insegnanti come supporto all'adozione di un uso corretto della valutazione formativa in situazioni di insegnamento-apprendimento della matematica;
- l'elaborazione di un modello di formazione (o metodologia) per gli insegnanti di matematica nella scuola secondaria;

- la successiva sperimentazione e validazione dello stesso.

La prima parte del progetto è pertanto dedicata all'analisi delle credenze e dei bisogni formativi degli insegnanti in materia di valutazione formativa (*Vannini, 2012*), attraverso metodi specifici qualitativi e quantitativi della ricerca (osservazioni, interviste, questionari, indagini, ecc).

In seguito, la progettazione e lo sviluppo del modello di formazione saranno realizzati come ricerca-formazione (*Bondioli e Ferrari, 1997*), in cui gli insegnanti saranno coinvolti attivamente al fine di sviluppare specifiche competenze per l'insegnamento e per la valutazione, nonché competenze trasversali quali la pratica riflessiva (*Dewey, 1933; Schön, 1983*), l'auto-valutazione, la pianificazione e i metodi di reporting, l'empowerment professionale (*Bru-scaglioni, 2007*). Il repository fungerà quindi da supporto nei percorsi di formazione degli insegnanti *in-service* e *pre-service* in quanto raccoglie una serie di stimoli, materiali e strumenti.

Al momento il progetto è in fase di conclusione.

I questionari sono stati rivolti agli studenti e agli insegnanti e hanno avuto come scopo quello di indagare sia le credenze e le convinzioni sulle finalità e sugli strumenti utilizzati per la messa in pratica della valutazione formativa, sia le dichiarazioni sulle pratiche messe in atto dai docenti in classe (*Michael-Chrysanthou et al., 2014*).

La costruzione di un repository web ha permesso, oltre a quanto descritto, di approfondire alcuni argomenti di ricerca come quello di cui parleremo.

2.2 Scelte metodologiche all'interno del progetto FAMT&L

Per classificare i video realizzati e caricati sulla piattaforma del progetto FAMT&L si è fatto riferimento al quadro di riferimento OCSE-PISA (*PISA 2015*) per quanto riguarda la prima parte di matematica su contenuti e competenze, mentre la seconda parte più generale che riguarda la valutazione è stata declinata a partire dai costrutti docimologici sulle procedure della valutazione formativa presenti nella letteratura internazionale (*si veda la bibliografia*).

In particolare è stata fatta un'analisi per processo valutativo degli insegnanti facendo riferimento alla classica formalizzazione delle *operazioni di controllo scolastico* in cui risulta evidente come qualsiasi prassi valutativa debba sempre essere condotta attraverso tre momenti (*Gattullo e Giovannini, 1989*):

1. Determinazione dell'oggetto di controllo

Operazione necessaria per stabilire quel che si deve misurare.

2. Misurazione

Serve per fornire dati di fatto, informazioni, notizie, sotto forma quantitativa, alla valutazione.

I momenti della misurazione sono i seguenti:

1	Definire gli stimoli	oppure	Definire lo strumento di osservazione
2	Somministrare gli stimoli secondo modalità e procedure determinate	oppure	Condurre l'osservazione secondo modalità e procedure determinate
3	Registrazione degli stimoli per ricordare le risposte agli stimoli	oppure	Registrazione quanto è stato osservato per ricordare i comportamenti osservati
4	Leggere i dati registrati per interpretare (che cosa è giusto, che cosa è sbagliato) ciò che è stato registrato, in modo analitico e/o complessivo		

3. Valutazione

Si ritiene utile focalizzare l'attenzione sulle principali fasi che contraddistinguono una corretta procedura di controllo (secondo Gatullo è una procedura che serve per vedere se fino a quel punto gli obiettivi sono stati raggiunti) degli apprendimenti, al fine di comprendere meglio il significato e l'utilità delle successive classificazioni.

Nel corso della tesi l'attenzione verrà posta sui momenti della misurazione.

All'interno del progetto FAMT&L è stato costruito un web repository e per classificare i video è stata costruita una griglia di analisi che si rifà ai criteri descritti per analizzare le videosequenze filmate.

La griglia che è stata utilizzata è la seguente:

Contenuti e competenze

Contenuto della Matematica

1. *Contenuto Principale*

- Relazioni e funzioni
- Spazi e forme
- Incertezza e dati
- Numeri

2. *Competenze principali*

- Comunicazione
- Matematizzazione
- Rappresentazione
- Ragionamento e argomentazione
- Elaborazione di strategie per risolvere i problemi
- Usare un linguaggio simbolico, formale, tecnico e operazioni
- Usare strumenti matematici

3. *Contenuti secondari*

- Relazioni e funzioni
- Spazi e forme
- Incertezza e dati
- Numeri

4. *Competenze secondarie*

- Comunicazione
- Matematizzazione
- Rappresentazione
- Ragionamento e argomentazione
- Elaborazione di strategie per risolvere i problemi
- Usare un linguaggio simbolico, formale, tecnico e operazioni
- Usare strumenti matematici

Tempo e impostazione della valutazione

Tempo della valutazione

- Ex ante
- In Itinere
- Ex post

Impostazione della Valutazione

- Classe di grandi dimensioni
- Gruppo di lavoro
- Valutazione individuale

Strumenti e strategie per raccogliere dati sulle competenze

Strumenti/Strategie per raccogliere dati sulle competenze1. *Formali*

(a) SCRITTO Uso di strumenti e strategie di valutazione strutturate

- Test oggettivi: Scelta multipla
- Test oggettivi: Vero/Falso
- Test oggettivi: Corrispondenza
- Test oggettivi: Completamento

(b) SCRITTI Uso di strategie e strumenti di valutazione aperti e semi-strutturati (compiti)

- a) un'attività semi - strutturate (scritte soluzione di problemi , testi a risposta breve, ...)
- b) Compito aperto (testi argomentativi , testi con la richiesta di mostrare i calcoli, ...)

(c) COMPITI/TEST ORALI con l'uso di strumenti per l'osservazione sistematica del comportamento degli studenti

- Compiti/test orali
- Discutere e fare domande in classe

(d) OSSERVAZIONE DI COMPORTAMENTO DELLO STUDENTE durante le attività con l'utilizzo di strumenti di osservazione sistematica del comportamento dello studente

2. *Informale*

- COMPITI ORALI
- OSSERVAZIONE DEL COMPORTAMENTO DELLO STUDENTE DURANTE LE ATTIVITA'

In particolare la ricerca si focalizza proprio sugli strumenti e le strategie appena descritte per raccogliere dati sulle competenze.

Nel seguito verranno da me utilizzate per analizzare le video sequenze (la griglia si ispira a *Weeden, Winter Broadfoot, 2002*).

Infine le **Fasi della Valutazione** vengono classificate nel modo seguente:

1. *Presentazione della Valutazione*

(a) Condivisione di criteri di correzione e/o valutazione con la classe

- L'insegnante concorda con gli allievi la data della prova
- L'insegnante ricorda alla classe che oggi è il giorno della prova
- L'insegnante condivide con gli allievi obiettivi della prova
- L'insegnante si accerta che gli studenti abbiano compreso quali sono gli obiettivi della prova
- L'insegnante condivide con gli allievi i contenuti della prova
- L'insegnante condivide con gli studenti i criteri di correzione e valutazione della prova
- L'insegnante illustra le modalità di compilazione della prova
- L'insegnante ricorda agli allievi il criterio che ha utilizzato per la correzione della prova
- L'insegnante discute con gli allievi sui criteri di valutazione
- L'insegnante tiene conto delle osservazioni degli studenti sui criteri di valutazione
- L'insegnante esplicita quanto vale ogni quesito

2. *Somministrazione di Prove/Strumenti di valutazione*

(a) Somministrazione di prove scritte

- L'insegnante distribuisce la prova
- L'insegnante passa tra i banchi e sorride agli allievi
- L'insegnante vigila sul corretto svolgimento della prova
- L'insegnante dispone di attività aggiuntive per chi termina prima del tempo la prova
- L'insegnante risponde a richieste di chiarimento durante lo svolgimento della prova
- L'insegnante non risponde a richieste esplicite di chiarimento durante lo svolgimento della prova
- L'insegnante consente che gli allievi copino gli uni dagli altri

- L'insegnante fornisce consigli o suggerimenti durante la prova
- L'insegnante consente che gli allievi parlino fra loro
- L'insegnante si assicura che gli allievi non collaborino fra di loro
- L'insegnante fornisce un tempo adeguato affinché tutti gli allievi possano svolgere con calma la prova
- L'insegnante fornisce un tempo adeguato per lo svolgimento della prova

(b) Conduzione di prove Orali

- L'insegnante dà una consegna di lavoro individuale
- L'insegnante dà una consegna di lavoro a coppie
- L'insegnante dà una consegna di lavoro in gruppo
- L'insegnante fa domande orali rivolte a tutta la classe
- L'insegnante fa domande orali ad un singolo allievo
- L'insegnante fa domande "retoriche" a tutta la classe
- L'insegnante fa domande "retoriche" ad un singolo allievo
- L'insegnante fa una nuova domanda a partire dalla risposta corretta data alla precedente
- L'insegnante fa una nuova domanda a partire dalla risposta sbagliata data alla precedente
- L'insegnante fa una nuova domanda a partire dalla risposta non data alla precedente
- L'insegnante "sposta" la domanda da un allievo a un altro
- Uno o più allievi intervengono sulla risposta data da un compagno
- Uno o più allievo chiedono di intervenire sulla risposta data da un compagno

3. *Registrazione dei dati*

(a) Registrazione dei dati delle performance dello studente

- L'insegnante usa uno strumento di osservazione narrativo
- L'insegnante usa uno strumento di osservazione strutturato
- L'insegnante registra il comportamento del/degli allievo/i
- L'insegnante registra l'acquisizione dei contenuti
- L'insegnante registra dalla cattedra
- L'insegnante registra passando fra i banchi

- L'insegnante richiama all'impegno e all'attenzione

4. *Feedback formativo*

(a) Restituzione della correzione

- L'insegnante presenta i risultati della prova a tutta la classe
- L'insegnante presenta i risultati della prova a gruppi
- L'insegnante presenta i risultati della prova al singolo allievo
- L'insegnante restituisce le prove in tempi brevi
- L'insegnante presenta gli errori come occasioni per imparare
- L'insegnante evidenzia gli errori dei singoli in modo stigmatizzante
- L'insegnante usa un tono pacato e paziente
- L'insegnante discute gli errori sollecitando la partecipazione di tutti
- L'insegnante crea un clima di cooperazione tra gli allievi
- L'insegnante sottolinea che gli argomenti difficili verranno ripresi
- L'insegnante evita di attribuire un voto o altro tipo di giudizio
- L'insegnante sollecita esplicitamente agli allievi che hanno ottenuto risultati migliori a aiutare gli allievi che hanno riscontrato difficoltà
- L'insegnante presenta le prove corrette (i risultati di un'osservazione)
- L'insegnante fa attenzione a non sottolineare la presenza di voti alti e voti bassi
- L'insegnante distribuisce le prove fra i banchi
- L'insegnante chiama alla cattedra per consegnare la prova
- L'insegnante chiama alla cattedra e dedica qualche minuto per commentare la prova a bassa voce con il singolo allievo
- L'insegnante distribuisce le prove mentre la classe è impegnata in altre attività
- L'insegnante sottolinea il suo disappunto per i voti bassi che ha dovuto attribuire
- L'insegnante fa commenti negativi sugli allievi che hanno sbagliato la prova
- L'insegnante fa commenti positivi sugli allievi che hanno svolto correttamente la prova

- L'insegnante usa i risultati della prova sommativa per un momento di valutazione formativa (ritornare a descrittori precedenti)
- (b) Restituzione risultati prove scritte
- L'insegnante corregge la prova in classe
 - L'insegnante corregge le prove in modo analitico, evidenziando aspetti corretti e aspetti non corretti
 - L'insegnante fa correggere la prova tra alunni (correzione incrociata)
 - L'insegnante fa correggere (alla lavagna o dal posto) la prova agli studenti che l'hanno svolta correttamente
 - L'insegnante si premura di scrivere sempre sulle prove un commento analitico della prestazione del bambino
 - L'insegnante corregge utilizzando punteggi (non voti)
 - L'insegnante fa correggere la prova tra alunni (correzione incrociata)
 - L'insegnante fa correggere la propria prova a ogni singolo studente
- (c) Restituzione risultati prove orali
- L'insegnante analizza i dati raccolti in classe
 - L'insegnante stila un profilo per ogni singolo studente
 - L'insegnante stila un profilo per conoscenze
 - L'insegnante stila un profilo per competenze
 - L'insegnante analizza i dati utilizzando punteggi (non voti)
- (d) Autovalutazione e valutazione tra pari
- La valutazione tra pari stimola l'autovalutazione
 - L'autovalutazione stimola la valutazione tra pari
 - L'insegnante spiega come effettuare la valutazione tra pari
 - L'insegnante spiega come effettuare l'autovalutazione
 - L'insegnante interagisce con gli studenti durante l'autovalutazione (sottolineando i contenuti)
 - L'insegnante interagisce con gli studenti durante la valutazione tra pari (sottolineando i contenuti)
 - L'insegnante sottolinea i contenuti della valutazione tra pari
 - L'insegnante sottolinea i contenuti dell'autovalutazione

5. *Interazione informale*

- Il docente indica agli allievi quali sono gli obiettivi (per i quali il docente ha costruito la task proposta) sui quali devono porre la loro attenzione
- Il docente chiede di riformulare con parole proprie la task
- Il docente chiede di anticipare / prevedere come intendono procedere per risolvere la task
- Il docente chiede di descrivere/suddividere a priori le diverse tappe del processo risolutivo
- Il docente chiede di descrivere le diverse tappe del processo risolutivo durante lo svolgimento
- Il docente chiede di descrivere e argomentare le diverse tappe alla fine del processo risolutivo
- Il docente chiede all'allievo di stimare la difficoltà della task prima del processo risolutivo
- Il docente chiede all'allievo di stimare la difficoltà della task durante il processo risolutivo
- Il docente chiede all'allievo di stimare la difficoltà della task alla fine del processo risolutivo
- Il docente chiede all'allievo di stimare dove pensa di fare bene il task prima del processo risolutivo
- Il docente chiede all'allievo di stimare che cosa pensa di aver fatto bene durante il processo risolutivo
- Il docente chiede all'allievo di stimare che cosa pensa di aver fatto bene dopo il processo risolutivo
- Il docente chiede all'allievo di elaborare le sue risposte (Cosa intendi quando...?)
- Il docente chiede all'allievo di formulare le spiegazioni (Come spieghi questo...?)
- Il docente chiede all'allievo di riconoscere i concetti matematici in gioco nella situazione proposta ed eventualmente di definirli (A cosa ti riferisci in questo punto? Cosa pensi che significhi?)
- Il docente chiede all'allievo di individuare l'obiettivo / lo scopo della situazione

- Il docente chiede all'allievo di individuare a che punto è di quello che si era prefissato
- Il docente chiede all'allievo di proporre una via alternativa a quella percorsa
- Il docente chiede all'allievo di individuare un'altra situazione che si risolva con lo stesso procedimento, principio o legge
- Il docente chiede all'allievo di confrontare/contrastare le idee dei compagni
- Il docente chiede a due allievi che hanno svolto diversamente la task di confrontare il loro lavoro
- Il docente chiede all'allievo se è sicuro del lavoro in corso e i relativi motivi
- Il docente chiede all'allievo di spiegare le motivazioni della risposta
- Il docente chiede all'allievo di spiegare le motivazioni della propria soddisfazione
- Il docente chiede all'allievo di spiegare le motivazioni della propria insoddisfazione
- Il docente suggerisce allo studente un metodo alternativo
- Il docente interpreta il procedimento/risposta dell'allievo in relazione all'obiettivo della task dopo aver proposto una via alternativa a quella in corso
- Il docente incorpora i commenti degli studenti nella conversazione di classe (riassume quello che dice lo studente, ringrazia i contributi dello studente)
- Il docente ripropone alla classe una formulazione di un allievo ripetendo le sue parole
- Il docente chiarisce/elabora sulla base delle risposte dell'allievo (lui ha detto questo, ma ci sono casi in cui...?)
- Il docente contrasta le idee dell'allievo (tu dici che in questo punto è così, ma in quest'altro caso come spieghi che...; perché qui hai fatto così mentre là hai fatto in modo che...)
- Il docente chiede a un allievo/agli allievi di fare un bilancio della task risolta (Come è andata? Che cosa avete appreso?)
- Il docente guarda il lavoro dell'allievo e lo compara con gli obiettivi previsti

2.3 **Le domande di ricerca**

La valutazione è ciò che forse più profondamente influenza il ‘che cosa’ si apprende, il ‘quando’ avviene l’apprendimento e il ‘chi’ apprende (*P. Weeden et al., 2002*).

Il tema generale della ricerca è quello di mostrare le potenzialità della valutazione formativa attraverso l’uso di opportuni strumenti di valutazione.

Si tratta non solo di una ricerca scientifica, ma di una azione pratica riflessiva sui processi di insegnamento ed apprendimento in matematica (*Fandiño Pinilla, 2002*).

Le domande generali di partenza della ricerca sono state le seguenti:

1. I diversi contenuti e le diverse competenze in matematica (definite come nel *Framework OCSE-PISA 2015*) vengono valutate nella stessa misura nella pratica didattica italiana? Vengono valutate con gli stessi strumenti di valutazione? Con quali strumenti vengono valutati, si usano strumenti di valutazione diversi?
2. Quali possono essere strumenti efficaci per una valutazione formativa in matematica?
3. Come si possono formare gli insegnanti per realizzare un’efficace valutazione formativa?

A tale problema di ricerca non vi è ancora risposta adeguata dalla letteratura o da altre esperienze pratiche. Si vuole pertanto individuare la miglior soluzione possibile, utile non solo a ricercatori dell’argomento, ma soprattutto di ausilio per insegnanti.

2.4 **Scelte metodologiche nel disegno della ricerca condotta**

Esistono molti modi per raccogliere e analizzare i dati valutativi e le procedure variano a seconda della materia e dell’età degli allievi. Nella tabella 2.1 (tratta da *P. Weeden et al., 2002*) sono riportate un certo numero di procedure:

Tabella 2.1: Una classificazione dei metodi di raccolta dei dati valutativi

	Guardare	Ascoltare	Domandare
Di routine	Osservazione occasionale Correzione del lavoro degli studenti	Ascolto attivo	Porre domande Assegnare dei compiti di carattere disciplinare
		Colloquio Colloqui orali Discussione in gruppo	
	Valutare le competenze pratiche		
Secondo particolari scadenze	Osservazione sistematica	Registrazione audio	Interviste Questionari Esami Prove Cognitive
	Ripresa video		

La tabella è una classificazione di strumenti fatta in ambito britannico. Si tratta di una schematizzazione delle *possibili* procedure di raccolta dei dati valutativi ripresa da un testo straniero che evidenzia una molteplicità di procedure attualmente non presente nella scuola italiana, ma che sarebbe interessante introdurre.

Di fatto la tabella concorda con lo schema di analisi utilizzato dal progetto FAMT&L sopra descritto.

In questa tesi si è fatto riferimento al **modello di indagine di John Dewey**. Il modello di indagine proposto da Dewey costituisce un modello utile per riflettere su come prenda avvio e si sviluppi quella particolare forma di attività logica che l'indagine rappresenta (*Dewey, 1974*): vediamolo nel dettaglio.

La definizione di indagine da cui Dewey parte per la sua analisi è la seguente:

Indagine è la trasformazione controllata o diretta di una situazione indeterminata in altra che sia determinata, nelle distinzioni e relazioni che la costituiscono, in modo da convertire gli elementi della situazione originale in una totalità unificata.

Dunque il punto di partenza risulta essere la situazione indeterminata, incerta, che costituisce lo stimolo per l'inizio dell'indagine. Il primo passo dell'indagine è quello di trasformare una situazione indeterminata in un problema e un problema ben formulato costituisce l'inizio nella direzione della soluzione.

Per arrivare a una corretta enunciazione del problema si rende necessario un primo momento d'indagine, volto a individuare nella situazione indeterminata gli elementi che possono concorrere alla sua formulazione: i 'fatti del caso'. Questi elementi sono tutti osservabili e il loro insieme costituisce i termini del problema, l'insieme delle condizioni di cui è necessario tenere conto per elaborare un'adeguata ipotesi di soluzione.

La soluzione non è di per sé osservabile, si presenta come 'un'idea', che però si basa sull'osservazione:

Un'idea è anzitutto un'anticipazione di qualcosa che può capitare; essa segna una possibilità. Quando si dice che la scienza è predizione, andrebbe aggiunto che l'anticipazione che costituisce ogni idea come tale è fondata su di un gruppo di osservazioni controllate e di modi concettuali regolari per interpretarle.

Dalla formulazione del problema-soluzione (così lo definisce Dewey) si sviluppa l'attività di ragionamento che porta all'individuazione della soluzione che risulta più chiaramente applicabile al problema. È attraverso questo processo che si arriva a dare un'organizzazione coerente all'insieme dei fatti selezionati (*Vertecchi et al, 2010*).

Usando questo modello di indagine in riferimento alla costruzione di un percorso di ricerca, è importante sottolineare che la posizione del problema non è il suo punto di partenza.

In questo caso ciò che guida l'indagine è, oltre ai risultati delle ricerche del progetto FAMT&L, l'individuazione di elementi di non sufficiente chiarezza nelle teorie che studiano gli strumenti di valutazione.

Obiettivo della ricerca è quello di rispondere alle domande di ricerca presentate nel paragrafo 2.3.

È inoltre importante specificare che il disegno di ricerca complessivo è di tipo **qualitativo**: si vanno ad analizzare i dati per interpretarli in termini di ipotesi di ricerca.

L'analisi dei dati che verrà utilizzata è invece un'analisi di tipo quantitativo: si avvanzeranno delle conclusioni che non sono una verifica dei dati ma solo ipotesi interpretative.

2.5 Strumenti e procedure di raccolta per l'analisi dei dati

La ricerca si inserisce all'interno dell'impianto sperimentale del progetto europeo FAMT&L, pertanto in questo paragrafo ne descriveremo gli aspetti fondamentali.

Dal punto di vista metodologico, il progetto è stato realizzato come ricerca descrittiva secondo due fasi distinte:

1. un'indagine correlazionale sulle concezioni degli studenti e degli insegnanti di matematica concernenti la valutazione degli apprendimenti in aula;
2. un piano di osservazione sistematica delle prassi valutative degli insegnanti in classe attraverso la registrazione di videosequenze.

I risultati di queste due fasi stanno attualmente consentendo l'implementazione di un repository web destinato alla raccolta di tutto il materiale

Nel seguito faremo riferimento alle caratteristiche del progetto che riguardano la parte in lingua italiana del repository web.

In Italia sono stati coinvolti 460 studenti della scuola secondaria di primo grado, nello specifico nelle provincie di Bologna e Modena (IC 15 di Bologna, IC "Gasparini" di Novi di Modena, IC "Bassi" Castel Bolognese, scuola "Ungaretti" di Solarolo). Il questionario è stato completato da 247 allievi di prima, da 139 di seconda e da 74 del terzo anno. In Canton Ticino il questionario è stato somministrato a 340 allievi così distribuiti: 72 di prima media, 67 di seconda, 78 di terza (corso base), 49 di terza (corso attitudinale), 17 di quarta (corso base), 57 di quarta (corso attitudinale). I ragazzi appartengono alle sedi di Ambri, Cadenazzo, Gravesano, Locarno e Minusio.

Finora sono stati realizzati 126 video in totale di cui 91 italiani.

Per ogni classe sono state effettuate una o due sessioni di registrazione da cui sono ricavati i video che sono stati tagliati in filmati della durata massima di 5 minuti in modo tale che potesse essere visualizzata un'intera con scena di valutazione. Per ogni filmato caricato in repository è presente un breve commento che descrive la situazione, oltre alla classificazione secondo la griglia presentata nel paragrafo 2.2.

Al momento il repository web non è ancora pubblico perchè verrà utilizzato come strumento all'interno del corso di formazione che avrà inizio a settembre. Il corso avrà una durata di 30 ore di presenza e ne verranno considerate altrettante di studio individuale. All'interno del corso di formazione i

docenti saranno: Bolondi G., Vannini I., Di Martino P. (professore associato con l'università di Pisa), Ferretti F., Lovece S. Al termine del corso di formazione il repository web sarà reso pubblico con lo scopo di avere costruito degli utili strumenti usufruibili da tutti gli insegnanti italiani.

Le ore di registrazione realizzate sono state spezzate in filmati della durata massima di 5 minuti, in modo tale che fosse possibile contestualizzare la scena di valutazione che si voleva considerare e catalogarla secondo la griglia illustrata nel paragrafo 2.2 e analizzarne più facilmente le peculiarità.

2.6 Raccolta dei Dati

Per l'analisi della ricerca facciamo riferimento ad una tabella che classifica ogni video in base al *contenuto matematico*, alle *competenze matematiche* e agli *strumenti di valutazione* utilizzati per raccogliere dati sulle competenze.

Dunque, i dati verranno raccolti nella seguente tabella:

Nome Video	Contenuti		Competenze		Strumenti
	Principali	Secondari	Principali	Secondarie	
...

Capitolo 3

Analisi e presentazione dei dati

In questo capitolo verranno illustrate l'analisi fatta per i video e la presentazione dei dati.

3.1 Alcuni dati di sintesi su strumenti e competenze

Come precedentemente anticipato ciascun video italiano realizzato è stato inserito nella tabella descritta nel paragrafo 2.6. La tabella che ne risulta, che cataloga 91 video, è la seguente:

Tabella 3.1: Analisi dati

Nome Video	Contenuti		Competenze		Strumenti
	Principali	Secondari	Principali	Secondarie	
IT_08_IC5_2015_01k_01	Incertezza e dati		Ragionamento e argomentazione	Comunicazione	Prova scritta e osservazione
IT_08_IC5_2015_01b_01	Spazi e forme, incertezza e dati, numeri		Matematizzazione, ragionamento e argomentazione		Individuale; prova scritta e osservazione
IT_08_IC5_2015_01e_01	Incertezza e dati		Ragionamento e argomentazione	Matematizzazione	Gruppo di lavoro; prova scritta e osservazione

Nome Video	Contenuti		Competenze		Strumenti
	Principali	Secondari	Principali	Secondarie	
IT_08_IC5_2015_01f.01	Incertezza e dati	Spazi e forme	Ragionamento e argomentazione	Matematizzazione	Gruppo di lavoro; prova scritta e osservazione
IT_08_IC5_2015_01g.01	Incertezza e dati		Ragionamento e argomentazione	Matematizzazione	Gruppo di lavoro; prova scritta e osservazione
IT_08_IC5_2015_01h.01	Incertezza e dati		Ragionamento e argomentazione	Matematizzazione	Gruppo di lavoro; prova scritta e osservazione
IT_08_IC5_2015_01i.01	Non ci sono contenuti particolari		Ragionamento e argomentazione	Comunicazione	Osservazione
IT_08_IC5_2015_01i.02	Incertezza e dati		Ragionamento e argomentazione	Comunicazione	Prova scritta e osservazione
IT_08_IC5_2015_01a	Non ci sono contenuti particolari		Ragionamento e argomentazione		Individuale; prova scritta
IT_6_IC15_2015_01a	Relazioni e funzioni	Incertezza e dati	Rappresentazione	Usare strumenti matematici	Prova scritta e osservazione
IT_6_IC15_2015_01b	Relazioni e funzioni	Incertezza e dati	Rappresentazione	Matematizzazione	Prova scritta
IT_6_IC15_2015_01e	Relazioni e funzioni	Incertezza e dati	Rappresentazione	Matematizzazione	Prova scritta
IT_6_IC15_2015_01f.01	Relazioni e funzioni	Incertezza e dati	Rappresentazione		Prova scritta
IT_08_Novi_2015_01e.01	Numeri	Relazioni e funzioni	Usare un linguaggio simbolico, formale, tecnico e operazioni	Usare strumenti matematici	Prova scritta
IT_08_Novi_2015_01e.01	Relazioni e funzioni	Numeri	Usare un linguaggio simbolico, formale, tecnico e operazioni	Comunicazione	Individuale, Test oggettivi
IT_08_Novi_2015_01c.01	Numeri	Relazioni e funzioni	Usare un linguaggio simbolico, formale, tecnico e operazioni	Usare strumenti matematici	Prova scritta
IT_08_Novi_2015_01b.01	Non ci sono contenuti o competenze particolari				Test oggettivi e prova scritta

3.1. ALCUNI DATI DI SINTESI SU STRUMENTI E COMPETENZE 35

Nome Video	Contenuti		Competenze		Strumenti
	Principali	Secondari	Principali	Secondarie	
IT_07_Novi_2015.01c.01	Relazioni e funzioni	Numeri, spazi e forme	Matematizzazione, elaborazione di strategie per risolvere i problemi	Usare un linguaggio simbolico, formale, tecnico e operazioni	Gruppo di lavoro; prova scritta e osservazione
IT_07_Novi_2015.01d.01	Relazioni e funzioni	Spazi e forme	Rappresentazione	Matematizzazione	Gruppo di lavoro; prova scritta
IT_07_Novi_2015.01e.01	Relazioni e funzioni	Spazi e forme, numeri	Rappresentazione	Matematizzazione	Individuale; prova scritta
IT_07_Novi_2015.01e.02	Relazioni e funzioni	Spazi e forme	Rappresentazione	Matematizzazione	Individuale; prova scritta
IT_07_Novi_2015.01f.01	Spazi e forme	Relazioni e funzioni	Elaborazione di strategie per risolvere i problemi	Matematizzazione	Prova scritta e orale
IT_07_Novi_2015.01g.01	Spazi e forme	Relazioni e funzioni	Elaborazione di strategie per risolvere i problemi	Comunicazione, matematizzazione	Gruppo di lavoro; prova scritta e osservazione
IT_07_Novi_2015.01h.01	Spazi e forme	Relazioni e funzioni	Ragionamento e argomentazione	Comunicazione	Prova scritta
IT_07_Novi_2015.01m.01	Spazi e forme	Relazioni e funzioni	Elaborazione di strategie per risolvere i problemi	Ragionamento e argomentazione	Gruppo di lavoro; prova scritta
IT_07_Novi_2015.01m.02	Spazi e forme	Relazioni e funzioni	Elaborazione di strategie per risolvere i problemi	Matematizzazione	Gruppo di lavoro; prova scritta
IT_07_Novi_2015.01n.01	Spazi e forme	Numeri	Usare un linguaggio simbolico formale tecnico e operazioni	Ragionamento e argomentazione, usare strumenti matematici	Gruppo di lavoro; prova scritta
IT_07_Novi_2015.01o.01	Numeri	Spazi e forme	Ragionamento e argomentazione	Usare strumenti matematici	Gruppo di lavoro; prova scritta
IT_07_Novi_2015.01p.01	Spazi e forme	Relazioni e funzioni	Matematizzazione	Ragionamento e argomentazione	Gruppo di lavoro; prova scritta
IT_06_Novi_2014.01_b.01	Numeri		Usare un linguaggio simbolico formale tecnico e operazioni	Comunicazione	Individuale; prova scritta

Nome Video	Contenuti		Competenze		Strumenti
	Principali	Secondari	Principali	Secondarie	
IT_06_Novi_2014_01d_01	Relazioni e funzioni	Spazi e forme	Rappresentazione, usare strumenti matematici	Matematizzazione	Individuale; prova scritta
IT_06_Solarolo_2014_01a_01	Relazioni e funzioni	Numeri	Rappresentazione	Matematizzazione	Gruppo di lavoro; prova scritta
IT_06_Solarolo_2014_01a_02	Relazioni e funzioni	Numeri	Rappresentazione	Elaborazione di strategie per risolvere problemi	Individuale; prova scritta
IT_06_Solarolo_2014_01a_03	Relazioni e funzioni	Numeri	Rappresentazione	Elaborazione di strategie per risolvere problemi	Individuale; prova scritta
IT_06_Solarolo_2014_01a_04	Relazioni e funzioni	Numeri	Rappresentazione	Elaborazione di strategie per risolvere problemi	Individuale; prova scritta
IT_06_Solarolo_2014_01a_05	Relazioni e funzioni	Numeri	Rappresentazione	Elaborazione di strategie per risolvere problemi	Prova scritta
IT_06_Solarolo_2014_01b_01	Relazioni e funzioni	Numeri	Rappresentazione	Elaborazione di strategie per risolvere problemi	Individuale; prova scritta
IT_08_Solarolo_2014_01a_01	Simulazione d'esame con diversi nuclei matematici coinvolti				Individuale; prova scritta
IT_08_Solarolo_2014_01a_03	Numeri, incertezza e dati	Numeri	Usare un linguaggio simbolico formale tecnico e operazioni	Usare un linguaggio simbolico formale tecnico e operazioni, usare strumenti matematici	Prova scritta
IT_08_Solarolo_2014_01b_01	Relazioni e funzioni, spazi e forme	Numeri	Matematizzazione	Usare un linguaggio simbolico formale tecnico e operazioni	Individuale; prova scritta
IT_08_Solarolo_2014_01b_02	Relazioni e funzioni	Numeri	Elaborazione di strategie per risolvere i problemi	Matematizzazione	Individuale; prova scritta
IT_08_Solarolo_2014_01c_01	Non ci sono contenuti particolari		Comunicazione		Individuale

3.1. ALCUNI DATI DI SINTESI SU STRUMENTI E COMPETENZE 37

Nome Video	Contenuti		Competenze		Strumenti
	Principali	Secondari	Principali	Secondarie	
IT_06_Solarolo_2015.01a.01	Relazioni e funzioni	Numeri	Elaborazione di strategie per risolvere i problemi	Matematizzazione	Gruppo di lavoro; prova scritta
IT_06_Solarolo_2015.01b.01	Relazioni e funzioni	Numeri	Matematizzazione	Elaborazione di strategie per risolvere i problemi	Gruppo di lavoro; prova scritta
IT_06_Solarolo_2015.01b.02	Relazioni e funzioni		Matematizzazione, elaborazione di strategie per risolvere i problemi		Gruppo di lavoro; prova scritta
IT_06_Solarolo_2015.01c.01	Relazioni e funzioni	Incertezza e dati	Matematizzazione, elaborazione di strategie per risolvere i problemi	Comunicazione	Gruppo di lavoro; prova scritta e osservazione
IT_06_Solarolo_2015.01d.01	Relazioni e funzioni	Incertezza e dati	Matematizzazione, elaborazione di strategie per risolvere i problemi	Rappresentazione	Gruppo di lavoro; prova scritta
IT_06_Solarolo_2015.01e.01	Relazioni e funzioni	Incertezza e dati	Ragionamento e argomentazione	Comunicazione	Gruppo di lavoro; prova scritta
IT_06_Solarolo_2015.01f.01	Incertezza e dati	Relazioni e funzioni	Elaborazione di strategie per risolvere i problemi, usare strumenti matematici	Comunicazione, Ragionamento e argomentazione	Gruppo di lavoro; prova scritta e osservazione
IT_06_Solarolo_2015.01g.01	Incertezza e dati	Relazioni e funzioni	Rappresentazione	Ragionamento e argomentazione, usare strumenti matematici	Gruppo di lavoro; prova scritta
IT_06_Solarolo_2015.01h.01	Relazioni e funzioni	Incertezza e dati	Matematizzazione	Comunicazione	Gruppo di lavoro; prova scritta e osservazione
IT_06_Solarolo_2015.01h.02	Non ci sono contenuti particolari		Comunicazione		Individuale
IT_07_Solarolo_2015.01a.01	Spazi e forme		Ragionamento e argomentazione	Comunicazione	Gruppo di lavoro; prova orale

Nome Video	Contenuti		Competenze		Strumenti
	Principali	Secondari	Principali	Secondarie	
IT_07_Solarolo_2015_01a_02	Spazi e forme		Ragionamento e argomentazione	Comunicazione	Osservazione
IT_07_Solarolo_2015_01b_01	Spazi e forme		Ragionamento e argomentazione	Comunicazione	Gruppo di lavoro; prova orale e osservazione
IT_07_Solarolo_2015_01c_01	Spazi e forme		Comunicazione		Individuale; test oggettivi e prova scritta
IT_07_Solarolo_2015_01c_02		Spazi e forme	Comunicazione	Ragionamento e argomentazione	Individuale; test oggettivi e prova scritta
IT_07_Solarolo_2015_01d_01	Spazi e forme		Ragionamento e argomentazione	Comunicazione	Individuale; test oggettivi e prova scritta
IT_07_Solarolo_2015_01e_01	Spazi e forme		Ragionamento e argomentazione	Comunicazione	Gruppo di lavoro; prova orale
IT_07_Novi_2015_01m_03	Spazi e forme		Matematizzazione	Comunicazione, ragionamento e argomentazione	Gruppo di lavoro; prova scritta
IT_9_Formal_2015_01deg	Spazi e forme	Relazioni e funzioni	Matematizzazione	Ragionamento e argomentazione	Gruppo di lavoro; prova scritta e osservazione
IT_9_Formal_2015_01m	Relazioni e funzioni	Numeri	Matematizzazione	Comunicazione	Gruppo di lavoro; prova scritta e osservazione
IT_9_Formal_2015_01b	Relazioni e funzioni	Spazi e forme	Matematizzazione	Ragionamento e argomentazione	Gruppo di lavoro; prova scritta
IT_9_Formal_2015_01c	Spazi e forme	Relazioni e funzioni	Matematizzazione	Ragionamento e argomentazione	Gruppo di lavoro; prova scritta e osservazione
IT_9_Formal_2015_01no	Spazi e forme	Relazioni e funzioni	Rappresentazione	Rappresentazione	Gruppo di lavoro; prova scritta e osservazione
IT_9_Formal_2015_01p	Spazi e forme	Relazioni e funzioni	Matematizzazione	Usare un linguaggio simbolico formale tecnico e operazioni	Gruppo di lavoro; prova scritta e osservazione

3.1. ALCUNI DATI DI SINTESI SU STRUMENTI E COMPETENZE 39

Nome Video	Contenuti		Competenze		Strumenti
	Principali	Secondari	Principali	Secondarie	
IT_9_Formal_2015.01r	Spazi e forme		Comunicazione	Rappresentazione	Gruppo di lavoro; prova scritta e osservazione
IT_9_Formal_2015.01s	Spazi e forme		Rappresentazione	Comunicazione	Gruppo di lavoro; prova scritta e osservazione
IT_9_Formal_2015.01z1	Relazioni e funzioni	Numeri	Matematizzazione	Ragionamento e argomentazione	Gruppo di lavoro; prova scritta
IT_9_Formal_2015.01z2	Relazioni e funzioni	Numeri	Matematizzazione	Ragionamento e argomentazione	Gruppo di lavoro; prova scritta e osservazione
IT_9_Formal_2015.01z3	Relazioni e funzioni	Numeri	Matematizzazione	Ragionamento e argomentazione	Gruppo di lavoro; prova scritta e osservazione
IT_9_Formal_2015.01z5-01	Spazi e forme	Relazioni e funzioni	Matematizzazione	Ragionamento e argomentazione	Gruppo di lavoro; prova scritta e osservazione
IT_9_Formal_2015.01z5-02	Spazi e forme	Relazioni e funzioni	Elaborazione di strategie per risolvere i problemi	Ragionamento e argomentazione	Gruppo di lavoro; prova scritta
IT_9_Formal_2015.01z4	Relazioni e funzioni	Numeri	Matematizzazione	Ragionamento e argomentazione	Gruppo di lavoro; prova scritta
IT_9_Formal_2015.01z6-01	Relazioni e funzioni	Numeri	Matematizzazione	Ragionamento e argomentazione	Gruppo di lavoro; prova scritta e osservazione
IT_9_Formal_2015.01z6-02	Relazioni e funzioni	Numeri	Matematizzazione		
IT_10_Futura_2015.01bc	Spazi e forme		Matematizzazione, Elaborazione di strategie per risolvere i problemi	Rappresentazione	Gruppo di lavoro; prova scritta
IT_10_Futura_2015.01f	Incertezza e dati	Spazi e forme	Elaborazione di strategie per risolvere i problemi	Matematizzazione	Gruppo di lavoro; prova scritta e osservazione
IT_10_Futura_2015.01st	Spazi e forme, incertezza e dati	Spazi e forme	Elaborazione di strategie per risolvere i problemi	Rappresentazione	Gruppo di lavoro; prova scritta e osservazione

Nome Video	Contenuti		Competenze		Strumenti
	Principali	Secondari	Principali	Secondarie	
IT_10_Futura_2015_01st	Spazi e forme, incertezza e dati	Spazi e forme	Elaborazione di strategie per risolvere i problemi	Rappresentazione	Gruppo di lavoro; prova scritta e osservazione
IT_10_Futura_2015_01u	Spazi e forme, incertezza e dati		Ragionamento e argomentazione, usare un linguaggio simbolico formale tecnico e operazioni		Gruppo di lavoro; prova scritta e osservazione
IT_10_Futura_2015_01z3	Spazi e forme	Incertezza e dati	Rappresentazione, elaborazione di strategie per risolvere i problemi, usare strumenti matematici	Ragionamento e argomentazione	Gruppo di lavoro; prova scritta e osservazione
IT_10_Futura_2015_01z3	Spazi e forme	Incertezza e dati	Rappresentazione, elaborazione di strategie per risolvere i problemi, usare strumenti matematici	Ragionamento e argomentazione	Gruppo di lavoro; prova scritta e osservazione
IT_10_Futura_2015_01z401	Spazi e forme		Rappresentazione		Gruppo di lavoro; prova scritta e osservazione
IT_10_Futura_2015_01z402	Incertezza dati	Spazi e forme	Usare strumenti matematici	Usare strumenti matematici	Gruppo di lavoro; prova scritta e osservazione
IT_10_Futura_2015_01z5	Spazi e forme	Incertezza e dati	Rappresentazione, elaborazione di strategie per risolvere i problemi, usare strumenti matematici	Ragionamento e argomentazione	Gruppo di lavoro; prova scritta e osservazione
IT_10_Futura_2015_01z6	Spazi e forme	Incertezza e dati	Usare un linguaggio simbolico formale tecnico e operazioni	Usare strumenti matematici	Gruppo di lavoro; prova scritta e osservazione

3.1. ALCUNI DATI DI SINTESI SU STRUMENTI E COMPETENZE 41

Nome Video	Contenuti		Competenze		Strumenti
	Principali	Secondari	Principali	Secondarie	
IT_10_Futura_2015.01z7	Incertezza e dati	Spazi e forme	Usare strumenti matematici	Ragionamento e argomentazione	Gruppo di lavoro; prova scritta e osservazione
IT_10_Futura_2015.01z8	Non ci sono contenuti particolari		Comunicazione		Gruppo di lavoro; prova scritta e osservazione
IT_10_Futura_2015.01z9	Non ci sono contenuti particolari		Comunicazione		Gruppo di lavoro; prova scritta e osservazione
IT_10_Futura_2015.01z10z11	Non ci sono contenuti particolari		Comunicazione		Gruppo di lavoro; prova scritta e osservazione

Nei 91 video il tipo di contenuto che compare più frequentemente è *relazioni e in funzioni* (presente in 49 filmati), mentre per quanto riguarda le competenze è *matematizzazione* (presente in 40 filmati).

Più precisamente dalla tabella è possibile osservare le seguenti caratteristiche:

- *contenuti principali*: relazioni e funzioni presente in **33** video, spazi e forme presente in **33** video, incertezza e dati presente in 16 video, numeri presente in 5 video;
- *contenuti secondari*: relazioni e funzioni presente in **16** video, spazi e forme presente in **14** video, incertezza e dati presente in 12 video, numeri presente in 22 video;
- *competenze principali*: comunicazione presente in 8 video, matematizzazione presente in **23** video, rappresentazione presente in 21 video, ragionamento e argomentazione presente in **18** video, elaborazione di strategie per risolvere problemi presente in 19 video, usare un linguaggio simbolico formale tecnico e operazioni presente in 8 video, usare strumenti matematici presente in 7 video;
- *competenze secondarie*: comunicazione presente in 19 video, matematizzazione presente in **17** video, rappresentazione presente in 6 video, ragionamento e argomentazione presente in **21** video, elaborazione di

strategie per risolvere problemi presente in 6 video, usare un linguaggio simbolico formale tecnico e operazioni presente in 4 video, usare strumenti matematici presente in 9 video.

Focalizziamoci sui contenuti e le competenze principali in modo da poter fare una tabella di sintesi che metta in evidenza quali strumenti di valutazione vengono utilizzati più spesso come verifica.

Tabella 3.2: Tabella di Sintesi

Strumenti di Valutazione	Contenuti		Competenze	
	Relazioni e funzioni	Spazi e forme	Matematizzazione	Ragionamento e argomentazione
Gruppo di lavoro	29	27	35	29
Individuale	10	5	5	4
Scritto: prove semi-strutturate	48	41	26	41
Scritto: prove strutturate	1	3	3	2
Test orale	1	4	1	3
Osservazione	15	23	17	22

La tabella mostra con quali strumenti di verifica sono valutati i contenuti di *relazioni e funzioni*, *spazi e forme* e le competenze in *matematizzazione*, *ragionamento e argomentazione*.

Per tutti i contenuti e per tutte le competenze, come impostazione della valutazione è preferita quella del gruppo di lavoro: in 29 su 49 per il contenuto di relazioni e funzioni, in 27 su 47 per il contenuto di spazi e forme, in 35 su 40 per la competenza in matematizzazione e in 29 su 46 per la competenza di ragionamento e argomentazione. Il lavoro di gruppo ha diversi punti di forza dal momento che gli studenti raggiungono risultati migliori (tutti gli studenti lavorano più a lungo sul compito e con risultati migliori, migliorando la motivazione intrinseca e sviluppando maggiori capacità di ragionamento e di pensiero critico), sviluppano rispetto reciproco, spirito di squadra e maggiore autostima.

Il lavoro di gruppo nei 56 video caricati in repository è sfruttato per fare valutazione formativa in modi differenti:

- la classe viene suddivisa dall'insegnante in gruppi omogenei che *insieme* cercano di trovare la soluzione al problema loro proposto,

- ciascuno studente svolge una prova singolarmente e in seguito la classe viene divisa in gruppi che correggono i compiti degli altri compagni (valutazione tra pari) e si confrontano.

Al contrario all'interno dei video l'impostazione individuale della valutazione è poco presente: in 10 su 49 per il contenuto di relazioni e funzioni, in 5 su 47 per il contenuto di spazi e forme, in 5 su 40 per la competenza in matematizzazione e in 4 su 46 per la competenza di ragionamento e argomentazione. Ritengo sia comunque uno strumento di valutazione efficace durante il quale uno studente può essere osservato mentre misura da solo le sue capacità.

Lo strumento di valutazione più utilizzato è quello della prova scritta semi-strutturata: in 48 su 49 video è presente per il contenuto di relazioni e funzioni, in 41 su 47 video è presente per il contenuto di spazi e forme, in 26 su 40 video è presente per la competenza in matematizzazione e in 41 su 39 video è presente per la competenza di ragionamento e argomentazione.

Lo strumento di valutazione della prova scritta strutturata, invece, è presente in 1 su 49 video per il contenuto di relazioni e funzioni, in 3 su 47 per il contenuto di spazi e forme, in 3 su 40 video è presente per la competenza in matematizzazione e in 2 su 46 per la competenza di ragionamento e argomentazione.

Anche la prova orale come strumento di valutazione è poco sfruttato nei video: in 1 su 49 video per il contenuto di relazioni e funzioni, in 4 su 47 per il contenuto di spazi e forme, in 1 su 40 video è presente per la competenza in matematizzazione e in 3 su 46 per la competenza di ragionamento e argomentazione.

Al contrario l'osservazione sistematica è molto presente nei video come strumento di valutazione: in 15 su 49 video per il contenuto di relazioni e funzioni, in 23 su 47 per il contenuto di spazi e forme, in 17 su 40 video è presente per la competenza in matematizzazione e in 22 su 46 per la competenza di ragionamento e argomentazione. Considerando che le attività di lavoro di gruppo sono numerose, l'osservazione del comportamento dello studente durante l'attività con l'utilizzo di strumenti di osservazione sistematica ne consegue naturalmente.

3.2 Alcuni esempi

Può risultare interessante vedere l'analisi integrale di alcuni video.

3.2.1 Esempio 1

Consideriamo come primo esempio il video **IT_08_IC5_2015_01i_02** di cui si può trovare la trascrizione completa in italiano in Appendice A e la traduzione completa in inglese in Appendice B.

Il filmato mostra una fase di un lavoro finalizzato alla valutazione delle competenze argomentative della classe, durante la quale avviene il confronto tra gli studenti. Nel corso di tutta l'attività gli alunni hanno:

- svolto singolarmente la prova scritta consegnata dal docente,
- corretto le prove di altri compagni in base a criteri da loro stabiliti dopo essere stati divisi in gruppi,
- si sono confrontati tra di loro.

Durante il video uno studente deve confrontarsi con le correzioni fatte al suo lavoro da parte di un gruppo di compagni.

Nel corso della discussione emerge un aspetto molto importante: l'uso degli esempi.

Una studentessa ritiene che gli esempi siano sufficienti o quanto meno necessari per rispondere correttamente a un quesito. La motivazione di una risposta attraverso il solo uso di un esempio viene considerata da lei 'giusta' nel caso in cui la spiegazione generale all'esercizio sia 'troppo complicata'. Un'altra studentessa ritiene invece che gli esempi possano servire per capire meglio, per 'arrivare alla spiegazione', ma che non siano necessari se la spiegazione è esaustiva ('giusta', come dice lei).

In alcuni momenti la discussione tra gli studenti è accesa e questo dimostra il loro coinvolgimento nell'attività che stanno svolgendo.

Il confronto tra gli alunni fornisce al docente l'opportunità di individuare le loro convinzioni relative a questo aspetto. Il docente, guidando la discussione attraverso opportune domande agli studenti e a puntualizzazioni, coglie l'opportunità di questo confronto per mettere in risalto il fatto che gli esempi sono utili, ma non 'fondamentali', ovvero sono sufficienti per fondare un'argomentazione generale che in seguito va motivata.

La conclusione a cui il docente accompagna la classe è: gli esempi sono utili per aiutare a capire, ma non necessari o fondamentali se la spiegazione è esaustiva.

Il contenuto principale di matematica presente nel video è *incertezza e dati*, mentre le competenze principali sono *ragionamento e argomentazione* e quelle secondarie di *comunicazione*.

Il tempo della valutazione è *ex post* e la *valutazione* è *individuale*: pur essendo coinvolta l'intera classe, dalla discussione il docente trae informazioni per una valutazione individuale delle competenze argomentative.

Gli strumenti di valutazione utilizzati per raccogliere dati sulle competenze sono: *compito aperto* e *osservazione sistematica del comportamento dello studente* durante l'attività (il docente usa una scheda di osservazione, posizionata sulla sua scrivania, sulla quale annota le proprie osservazioni).

Infine le fasi della valutazione sono:

- *registrazione dei dati delle performance dello studente* attraverso l'utilizzo di strumenti di osservazione strutturati, la registrazione del comportamento degli allievi, la registrazione dell'acquisizione dei contenuti;
- *restituzione della correzione* dove l'insegnante discute gli errori sollecitando la partecipazione di tutti e crea un clima di cooperazione tra gli allievi;
- *restituzione dei risultati delle prove scritte* attraverso la correzione incrociata tra alunni e la correzione della propria prova a ogni singolo studente.

3.2.2 Esempio 2

Consideriamo come secondo esempio il video **IT_08_IC5_2015_01h_01** di cui si può trovare la trascrizione completa in italiano in Appendice C e la traduzione completa in inglese in Appendice D.

In questo video viene mostrata una ulteriore fase del lavoro di gruppo finalizzato alla valutazione delle competenze argomentative.

Come nell'esempio precedente nel corso di tutta l'attività gli alunni hanno:

- svolto singolarmente la prova scritta consegnata dal docente,
- corretto le prove di altri compagni in base a criteri da loro stabiliti dopo essere stati divisi in gruppi,
- si sono confrontati tra di loro.

Durante il video un gruppo di studenti è impegnato nella correzione di alcuni compiti di altri studenti.

La discussione nel gruppo è vivace e il docente interviene per moderarla e guidarla mediante opportune domande che riportano l'attenzione sui punti chiave e che aiutano i ragazzi a fare il punto durante il confronto. In particolare l'insegnante sollecita tutti gli studenti del gruppo a partecipare alla discussione e non solo quelli che intervengono più facilmente.

Inoltre il docente si inserisce nel dibattito per sottolineare un aspetto inesatto che emerge dagli studenti: mentre gli alunni correggono la risposta di un compagno suggerendo di aggiungere sempre almeno un esempio al termine della spiegazione per accorgersi di eventuali errori, il docente porta a loro un altro compito da correggere nel quale la risposta è data solo attraverso un esempio. È importante osservare che il docente non suggerisce la risposta esatta, ma spinge gli studenti a ragionare ancora di più facendo loro una nuova domanda a partire dalla risposta non data alla precedente.

Risulta interessante la valutazione che avviene su due livelli contemporaneamente: i ragazzi discutono e valutano le competenze argomentative dei propri compagni (valutazione tra pari), mentre il docente osserva e valuta a sua volta le loro competenze argomentative.

Come nel caso precedente il contenuto principale di matematica presente nel video è *incertezza e dati*, mentre le competenze principali sono *ragionamento e argomentazione* e quelle secondarie di *comunicazione*.

Il tempo della valutazione è *ex post* e la *valutazione* è riguarda tutto il *gruppo di lavoro*.

Gli strumenti di valutazione utilizzati per raccogliere dati sulle competenze sono: *compito aperto*, *test orali* e *osservazione sistematica del comportamento degli studenti* durante l'attività (il docente usa una scheda di osservazione, posizionata sulla sua scrivania, sulla quale annota le proprie osservazioni).

Infine le fasi della valutazione sono:

- *somministrazione di prove scritte* in cui l'insegnante fornisce consigli durante la prova;
- *conduzione di prove orali* dove l'insegnante dà una consegna di lavoro in gruppo e fa una nuova domanda a partire dalla risposta non data alla precedente;
- *registrazione dei dati delle performance dello studente* attraverso l'utilizzo di uno strumento di osservazione strutturato;

- *restituzione dei risultati delle prove scritte* attraverso la correzione incrociata tra alunni.

3.2.3 Esempio 3

Consideriamo come terzo esempio il video **IT_08_Novi_2015_01c_01** di cui si può trovare la trascrizione completa in italiano in Appendice E e la traduzione completa in inglese in Appendice F.

Nel video è possibile vedere come la docente esplicita i criteri di valutazione della verifica mentre procede con la correzione. Questo accade nel momento immediatamente successivo alla restituzione della verifica.

L'insegnante spiega di aver dato un punteggio elevato ad un particolare esercizio nonostante fosse facile in modo da avvantaggiare gli alunni e si dimostra sorpresa del fatto che alla fine esso abbia 'causato più un danno che un beneficio' (l'esercizio è stato sbagliato da molti alunni).

In seguito la docente prosegue nella correzione specificando che alcuni esercizi (anche se svolti correttamente), non erano motivati adeguatamente (mancano passaggi fondamentali che i ragazzi affermano di aver 'svolto a mente').

Si nota inoltre che l'insegnante attribuisce la responsabilità della mancata riuscita del compito alla mancanza di impegno da parte della classe.

Il contenuto principale di matematica presente nel video è *relazioni e funzioni* e quello secondario *numeri*, mentre le competenze principali sono *usare un linguaggio simbolico, formale, tecnico e operazioni* e quelle secondarie di *comunicazione*.

Il tempo della valutazione è *ex post* e la *valutazione è individuale*.

Gli strumenti di valutazione utilizzati per raccogliere dati sulle competenze sono test oggettivi a *scelta multipla* e *vero/falso*.

Infine le fasi della valutazione sono:

- *condivisione dei criteri di correzione e/o valutazione con la classe* dove l'insegnante esplicita quanto vale ogni quesito;
- *restituzione della correzione* dove l'insegnante presenta i risultati della prova a tutta la classe, presenta gli errori come occasioni per imparare, evidenzia gli errori dei singoli in modo stigmatizzante, discute gli errori sollecitando la partecipazione di tutti e usa i risultati della prova sommativa per un momento di valutazione formativa;
- *restituzione dei risultati delle prove scritte* attraverso la correzione della prova in classe.

3.2.4 Esempio 4

Consideriamo come quarto esempio il video **IT_07_Novi_2015_01o_01** di cui si può trovare la trascrizione completa in italiano in Appendice G e la traduzione completa in inglese in Appendice H.

Questo video mostra una fase della risoluzione di un problema di geometria. Nel corso di tutta l'attività gli studenti sono stati divisi in gruppi per risolvere insieme i problemi a loro proposti dall'insegnante.

Nel filmato due studenti dei due gruppi coinvolti espongono le soluzioni elaborate alla lavagna. La domanda alla quale devono rispondere gli studenti è quanti quadrati possono essere iscritti nel quadrato iniziale.

Il primo alunno risponde che a suo parere ve ne è uno solo dal momento che “non si possono sovrapporre”, cioè i loro lati non si devono intersecare. La docente richiama l'attenzione sul fatto che si deve tenere conto solo delle condizioni esplicitate nel testo di un problema e che, dato che questa condizione non è presente nel testo, essa non è da considerare nella formulazione della risposta.

La studentessa dell'altro gruppo, che interviene successivamente, fornisce una risposta interessante, dicendo che i quadrati sono “quanti lo spazio permette”.

La docente verifica dunque se questa risposta ha indotto il primo ragazzo a cambiare opinione e lui ora risponde che “allora sono infiniti”. L'insegnante risponde affermativamente, ma fa notare che l'alunna alla lavagna “è andata più avanti” perché ha detto che ve ne è uno per ogni punto del lato.

La risposta fornita dal ragazzo è dunque quella corretta ed è l'unica che si può fornire a questo livello scolastico: i quadrati sono tanti quanti sono i punti del segmento e i punti del segmento sono infiniti.

In realtà la risposta della studentessa tradisce una misconcezione molto comune, che non viene messa in evidenza da parte della docente: è vero che c'è un quadrato per ogni punto del lato del quadrato, ma legare questo concetto allo “spazio disponibile” significa interpretare i punti del segmento come un insieme discreto e travisare la continuità della retta reale; inoltre questa misconcezione induce a pensare che il numero di punti di un segmento dipenda dalla sua lunghezza, fatto che non corrisponde a verità.

E' evidente che la ragazza considera il quadrato come un oggetto concreto piuttosto che come una figura mentale astratta e questo è un aspetto che la docente dovrebbe mettere bene in evidenza.

Il contenuto principale di matematica presente nel video è *numeri* e quello

secondario *spazi e forme*, mentre le competenze principali sono *ragionamento e argomentazione* e quelle secondarie *usare strumenti matematici*.

La *valutazione* riguarda tutto il *gruppo di lavoro* e gli strumenti di valutazione utilizzati per raccogliere dati sulle competenze sono *attività semi-strutturate*, in particolare soluzione di problemi.

Infine le fasi della valutazione sono:

- *conduzione di prove orali* dove l'insegnante fa domande orali ad un singolo allievo, fa una nuova domanda a partire dalla risposta non data alla precedente e dove uno o più allievi intervengono sulla risposta data da un compagno o chiedono di intervenire sulla risposta data da un compagno;
- *restituzione della correzione* dove l'insegnante presenta gli errori come occasioni per imparare;
- *interazione informale* durante la quale la docente chiede a un allievo di elaborare le sue risposte ed elabora/chiarisce sulla base di risposte date dall'allievo.

Capitolo 4

Conclusioni

4.1 Risposte alle domande di ricerca

In questa sezione si vuole rispondere alle domande di ricerca presentate nel paragrafo 2.3.

Per iniziare è importante osservare che nei video che fino ad ora sono stati raccolti e analizzati i contenuti e le competenze non sono presenti nella stessa misura. Ci si concentra maggiormente sui contenuti di *relazioni e funzioni, spazi e forme* e sulle competenze di *matematizzazione, ragionamento e argomentazione*.

Inoltre non si vede un sostanziale adattamento dello strumento di valutazione al contenuto. Pur essendo video realizzati in classi con docenti formati, non è presente una evidente diversificazione dello strumento in base al contenuto o alla competenza.

Gli strumenti di valutazione più utilizzati sono quello della prova scritta e dell'osservazione durante il lavoro di gruppo.

È bene riflettere sul perchè sia importante adattare lo strumento di valutazione al contenuto quando si fa valutazione formativa. In questo modo è possibile sia trovare più velocemente le cause di un errore effettuato da uno studente, sia capire quale sia il malfunzionamento cognitivo dello studente.

Per capire quali possono essere gli strumenti più efficaci per una valutazione formativa, si deve partire da una domanda meno generale. Dalla semplice analisi dei video l'efficacia non si riesce a valutare.

L'analisi mostra però che l'intervento di valutazione formativa all'interno di una sessione di lavoro di gruppo sembra essere efficace. Nella pratica didattica non è solito pensare al lavoro di gruppo come strumento opportuno per fare valutazione formativa; il lavoro di gruppo ha come scopo usuale

quello di suscitare domande, scatenare discussioni o chiarire alcuni argomenti durante il confronto.

Dai video risulta evidente come il lavoro di gruppo possa essere utilizzato per la valutazione formativa: l'insegnante stimola determinati comportamenti negli allievi e li accompagna alla conclusione assicurandosi la comprensione di tutti, oppure facendo interagire più gruppi di studenti tra di loro.

Ci si chiede infine come fornire agli insegnanti strumenti di valutazione che possano utilizzare nelle pratiche didattiche.

La risposta è individuata nel corso di formazione che avrà inizio a settembre il cui scopo è quello di favorire un uso adeguato della valutazione formativa nell'insegnamento della matematica in modo tale che possa essere usato in vari ambienti scolastici e gruppi di età, incoraggiando il pensiero riflessivo e critico degli insegnanti in merito all'efficacia/inefficacia delle strategie di insegnamento e valutazione. Esso includerà inoltre lo sviluppo di modelli di formazione allo scopo di modellare almeno cinque percorsi di formazione o di dare qualche criterio metodologico per costruire percorsi di formazione.

Il modello di formazione sarà usato per definire percorsi di formazione organizzati attraverso blended learning, a seconda delle necessità di apprendimento e delle risorse (comprese quelle riportate sul repository web).

Il primo corso di formazione di base sarà realizzato nelle scuole da ogni partner del progetto, seguendo un modello di formazione comune, che includa le definizioni di:

- Obiettivi e compiti;
- Contenuti e metodologie;
- Situazioni paradigmatiche o casi di studio riguardanti processi di valutazione;
- Procedure e metodologie di valutazione.

Per migliorare il pensiero riflessivo e le competenze degli insegnanti, ogni corso di formazione fornirà alcuni casi di studio su cui gli insegnanti dovranno riflettere, allo scopo di analizzare le loro pratiche di insegnamento e valutazione e acquisire nuove abilità nell'uso della valutazione formativa nell'educazione matematica.

4.2 Sviluppi Futuri

Dal momento che all'interno del nostro campionario di pratiche abbiamo avuto modo di osservare che l'insegnante fatica ad adattare lo strumento al contenuto che vuole valutare e che nella pratica didattica italiana non vi è una grande varietà di strumenti per la valutazione formativa, questa ricerca suggerisce alcune domande che danno adito ai seguenti sviluppi futuri:

Quali possono essere, a questo punto, strumenti efficaci di valutazione formativa che si adattano al contenuto?

Inoltre ci si chiede:

Come si può formare un insegnante in modo tale che scelga adeguatamente lo strumento di valutazione?

Si vorrebbero generalizzare e ulteriormente approfondire i risultati ottenuti considerando come importante punto di partenza il lavoro qui esposto.

Appendice A

Segue la trascrizione italiana del video **IT_08_IC5_2015_01i_02**:

Docente: Vai Joseph!

Studente 1: Non è obbligatorio mettere gli esempi

Studente 2: Però come ci vuole la spiegazione gli esempi ci vorrebbero in teoria

S2: Cosa fai te no con la testa, scusa?

Studente 3: Dipende se la giustificazione dice tutto e si capisce anche senza esempi

S2: Però se è sbagliata la risposta come fai a saperlo se non fai degli esempi?

S1: Ma è giusta...

D: Ok, quindi... Aspetta Giorgia, aspetta un attimo! Quindi gli esempi a cosa ci servono?

D: Non tanto a... dire se è vero o sbagliato, ma tu stavi dicendo che tu li avresti fatti per far cosa?

S2: Per aiutare a capire...

D: Quindi gli esempi ci possono servire per aiutare a capire

D: Poi hai detto anche: Ci può servire per vedere se è giusto o sbagliato

D: Perché in un altro caso ti stanno dicendo Joseph che dove non ti eri fatto gli esempi sei arrivato alla risposta sbagliata

D: Però quello che diceva Joseph e quello che stava dicendo Chiara

D: Se la spiegazione è chiara e fatta bene gli esempi non servono, che ne pensate?

S2: Secondo me no, perchè magari hai scritto bene la cosa però... Puoi sapere la teoria a memoria, ma magari sbagli per un problema di calcolo...

Studente 4: Il Prof Perillo ci dice sempre che se in una verifica scriviamo bene come abbiamo fatto, anche con degli esempi, anche se il risultato è sbagliato ce lo valuta giusto

S3: Sì, ma tenete conto di quello che ha detto dell'INVALSI

S3: Lui ha detto: Gli esempi all'INVALSI non bastano, devi dare una spiegazione completa ed esaustiva

S4: Però se la spiegazione è complicata?

S3: Se la spiegazione è esaustiva ed è giusta non c'è bisogno di mettere gli esempi

S3: Poi se tu vuoi fare anche degli esempi per essere più sicura e arrivare alla spiegazione ben venga

D: Ok

S2: Infatti io li ho scritto che potevi, non dovevi come nell'esercizio dopo

D: Ok, quindi cerchiamo di arrivare alla conclusione su questo. Gli esempi sono utili...

S1: Dai ragazzi mi son confuso, succede...

D: Ora lo vediamo Joseph, finiamo quello dove siamo...

D: Quindi gli esempi sono utili? Punto di domanda

Studenti in coro: Sì

D: Sì, abbiamo detto per diversi motivi. Sono necessari o fondamentali?

Studenti in coro: No

D: No, però purchè la spiegazione sia esaustiva

D: Joseph ci leggi la spiegazione che tu hai dato al il 7?

S1: No, hanno probabilità di vincere...

S1: ... perchè se si moltiplica un numero pari per un numero dispari, il numero viene pari...

S1: ... se si moltiplica un numero pari per un numero pari, il risultato è pari...

S1: ... invece se si moltiplicano 2 numeri dispari il risultato viene dispari.

D: Ok, lui dice: Ci sono 3 possibilità

D: Faccio pari con pari e mi viene pari, faccio dispari con pari e mi viene pari, faccio dispari con dispari e mi viene dispari

D: E quindi questo in che modo influisce sulla probabilità?

S1: Perchè c'è $\frac{1}{3}$ di probabilità che venga dispari

D: Bene, molto bene Joseph. Hai ragione, però tu questa cosa non l'hai scritta

S2: Non era esaustiva

D: La spiegazione non era esaustiva dice Giorgia

D: E' vero, nel senso che la premessa, cioè la cosa da cui sei partito è correttissima

D: Però la domanda era sulla probabilità

D: Quindi c'era bisogno che tu spiegassi perchè quella probabilità era in un certo modo

D: Quindi nel tuo caso per esempio: Quindi solo in un caso su 3 avremmo ottenuto un risultato dispari

D: Domanda, era veramente un caso su 3?

S1: No, va beh...

D: Quanti casi erano?

S4: Era 9/36, che semplificato è 1/4

D: E' un caso su 4, addirittura...

D: Perché pensate alla tabella che abbiamo fatto anche in genetica, o quando l'abbiamo fatto con maschio e femmina

D: E' la stessa storia

D: Sono 4 possibilità: dispari e pari, e pari e dispari tornano 2 volte

Studente 5: E' come con il più e il meno

D: O come col più e il meno quando fai più per meno, meno per meno.

Esatto è la stessa storia

D: Quindi occhio Joseph

D: In questo caso qui, cos'è che poteva essere utile?

D: Tu come hai fatto Alice a scoprire che erano 9 su 36?

S4: Io ho fatto la tabella che abbiamo fatto anche in classe...

S4: ... cioè mettendo i numeri da 1 a 6 e poi da 1 a 6 in una tabella...

S4: ... e poi ho fatto le tabelline e ho sottolineato tutti i dispari in modo da capire quale fosse la probabilità maggiore.

Appendice B

Segue la traduzione inglese del video **IT_08_IC5_2015_01i_02**:

Teacher: Go Joseph!

Student 1: It's not mandatory to give examples

Student 2: But just like you need the explanation you would also need the examples in theory

S2: Why are you shaking your head?

Student 3: It depends... if the explanations tells everything you can understand even without examples

S2: But if the answer is wrong how do you know if you don't give examples?

S1: But it's correct...

T: Ok, so... What do we need the examples for?

T: Not just to... tell if it's correct or wrong, but you were saying that you would have given them to do what?

S2: To help to understand...

T: So the examples can help us understand

T: Then you also said: They can also be useful to tell if it's correct or wrong

T: Because in another case, Joseph, as they are saying, when you didn't give yourself any example you got to the wrong answer

T: But what Joseph was saying, and what Chiara was saying

T: If the explanation is clear and well made the examples aren't helpful, what do you think?

S2: I don't think so. No, because maybe you wrote the thing correctly, but... You might have memorized the theory, but maybe you still make mistakes with the calculations...

Student 4: Professor Perillo always tells us that if in a classwork we write correctly the way we reasoned, also using examples, even though the result is wrong, he will consider it right

- S3: Yes, but keep in mind what he said about the INVALSI
- S3: He said: The examples are not enough for the INVALSI, you must give a complete and exhaustive explanation
- S4: But what if the explanation is complicated?
- S3: If the explanation is exhaustive and correct there's no need to put examples
- S3: If you want to give examples then just to convince yourself more and to get to the solution, so be it
- T: Ok
- S2: In fact I wrote that you could, not that you had to do them like in the next exercise
- T: Ok, so let's try to get to the conclusion on this. The examples are useful...
- S1: Come on boys, I just confused, it happens...
- T: Now we see it Joseph, let's finish the one we are at...
- T: So, are the examples useful? Question mark
- Students in chorus: Yes
- T: Yes, we said for many reasons. Are they necessary, or fundamental?
- Students in chorus: No
- T: No, but just as long as the explanation is exhaustive
- T: Joseph could you read the explanation that you gave move?
- S1: No, they do have some probability of winning...
- S1: ... because if you multiply an even number by an odd number, the result will be even...
- S1: ... if you multiply an even number by an even number, the result is even...
- S1: ... but if you multiply two odd numbers the result is odd.
- T: Ok, he says: "There are three possibilities"
- T: "Even times even gives me even, odd times even gives me even, odd times odd gives me odd"
- T: So how does this influence the probability?
- S1: There is 1/3 probability for it to be odd
- T: Good, very good Joseph. You're right, but you didn't write this on your paper
- S2: It wasn't exhaustive
- T: Your answer wasn't exhaustive, says Giorgia
- T: It's true, meaning that the assumption, that is the thing you start from, is absolutely correct
- T: But the question was about the probability
- T: So you needed to explain why that probability was in that particular way

T: So in your case for example: “Then just in one case out of three we would have gotten an odd result”

T: Question: was it really one case out of three?

S1: Well, no...

T: How many cases were there?

S4: They were $9/36$, which is equals to $1/4$

T: It's one case out of four, even...

T: Because if you think about the table that we made in genetics, or when we mad it with male and female

T: It's the same matter

T: It's four possibilities: odd and even, and even and odd are two separate cases

Student 5: It's just like with plus and minus

T: Or like with plus and minus when you do plus times minus, minus times minus. Exactly, it's the same matter

T: So, be careful Joseph

T: In this case here, what could have been useful?

T: Alice, how did you find out that it was 9 cases out of 36?

S4: I made the table that we had done in class...

S4: ... that is, I put numbers from 1 to 6 and then again from 1 to 6 on a table...

S4: ... than i did the multiplications and then i underlined all the odd numbers in order to understand which one was the greater probability.

Appendice C

Segue la trascrizione italiana del video **IT_08_IC5_2015_01h_01**:

Studente 1: Chi tace acconsente

Docente: Intanto pensi che abbiamo dato una risposta corretta o sbagliata?

D: Sei d'accordo con quello che diceva Giorgia? Se ci si mettesse a fare degli esempi, si riesce ad arrivare sicuramente alla risposta giusta?

D: Tu come hai fatto?

(Risposta dello studente sottovoce)

D: E poi cosa ti è uscito?

(Lo studente risponde di nuovo sottovoce)

D: Però c'è da scegliere se è sempre pari, oppure se è pari solo in alcuni casi.

D: Tu hai detto di aver provato solo una volta, o anche un'altra volta?

D: Basterebbe un esempio secondo voi?

S1: Secondo me c'è bisogno di più di un esempio

D: Quali esempi ci vogliono?

(Discussione tra gli studenti del gruppo)

Studente 2: Secondo me dipende da n , quindi io ho provato con almeno 2 esempi e successivamente ho scelto la risposta in base ai miei esempi.

S1: Sì, perchè se n è dispari la risposta è dispari. Se invece è pari, la risposta è pari.

S1: Perchè se è dispari non è pari.

D: Se è dispari non è pari, ok.

D: Va bene, andiamo avanti. Vi lascio anche le altre due così andate avanti velocemente

D: Provate a fare e vedere sempre la stessa domanda, la D22

S2: Ecco questo Chiara l'ha fatto giusto

D: Però quello che ha scritto Chiara, che ha scritto solo gli esempi, basta?

S2: Secondo me basta perchè dagli esempi puoi capire il suo ragionamento

S2: Tipo io ho fatto solo esempi per spiegare, perchè questa parte come la spieghi?

(Breve discussione)

S2: La risposta è questa, basta.

S2: Perchè tu cos'hai scritto?

Studente 3: Io?

S2: Cosa avresti scritto se l'avessi fatto?

S3: Io avrei anche descritto, almeno una frase l'avrei scritta.

D: Facciamole un esempio, proviamo a darle un suggerimento.

Appendice D

Segue la traduzione inglese del video **IT_08_IC5_2015_01h_01**:

Student 1: Silence means consent

Teacher: Now what do you think? Did we give a right answer or a wrong one?

T: Do you agree with Giorgia was saying? If we made up some examples, would we be sure to get to the right answer?

T: How did you do?

(Student whispering)

T: And what did you get?

(Student whispering again)

T: But we need to decide if it's always even, or if it's even just in some cases.

T: You said that you tried just once, or once more?

T: Do you think that one example would be enough?

S1: I think we need more than one example

T: How many examples do we need?

(Students debating)

Student 2: I think it depends on n , so I tried with at least two examples and afterwards I've chosen the answer based on my examples.

S1: Yes, because if n is odd the answer is odd. Instead if it's even, the answer is even.

S1: Because if it's odd it's not even.

T: If it's odd it's not even, ok.

T: All right, let's go forward. I'll give you the other two as well, so it will be quick

T: Try to look at the same question, the D22

S2: Chiara did this one correctly

T: But Chiara just wrote the examples. Is this enough?

S2: I think it is enough, because with the examples you can understand the reasoning

S2: Me, I explained just through examples, because how can you explain this part?

(Brief debate)

S2: This is the answer and that would be it.

S2: What did you write?

Student 3: Me?

S2: What would have you written if you had done it?

S3: I would have also described, I would have written at least one sentence.

T: Let's make an example, let's try to give her a suggestion.

Appendice E

Segue la trascrizione italiana del video **IT_08_Novi_2015_01c_01**:

Docente: Anche qui...

D: ci sono molti ragazzi, per esempio una alla mia sinistra, la Karina

D: che ha perso 2 punti

D: solo in questo esercizio, che valeva...

D: ... tantissimo, forse fin troppo per essere così semplice

D: Ma gli ho dato questo carico di punti

D: a questo esercizio

D: perchè speravo di farvi un regalo

D: ... come dire, no?

D: In realtà è andata a finire che questo esercizio vi ha penalizzato

D: perchè l'avete sbagliato in tanti

D: Quindi questi 4 punti alla fine sono stati più un danno che un beneficio.

D: Aver assegnato 4 punti a questo esercizio è stato più un danno che un beneficio dal momento che molti di voi, così facendo, si sono persi 2 o 3 punti.

D: L'esercizio successivo

D: Come faccio ad andare in su?

Studente 1: Lo selezioni con la freccetta blu

D: Questo esercizio, cioè l'esercizio numero 5

D: era un vero/falso e direi che è andato bene a quasi tutti

D: Quindi non sto a correggere perchè in effetti (a parte un vero/falso) 1 su 6

D: o 2 massimo

D: In realtà questo esercizio devo dire che vi ha portato un bel contributo

D: Quindi siete stati bravi.

D: Ecco, anche questo esercizio: Associa ad ogni addizione algebrica la propria somma

D: Anche questo esercizio è andato piuttosto bene

D: Anche se torno a dire quello che ho detto prima per un esercizio precedente

D: Come avete fatto a stabilire qual era il risultato dell'espressioncina A, dell'espressioncina B e dell'espressioncina C

D: dal momento che io sui vostri fogli protocollo non ho visto nessuna risoluzione?

D: Allora uno dice a mente, poi...

Studente 1: A mente

Studente 2: Anch'io a mente!

Studente 3: A mente!

D: Tutto a mente!

D: Filippo, tu hai fatto a mente?

D: In questo esercizio hai fatto a mente?

Studente 4: Alcune sì, altre no

D: Quelle no dove le hai fatte?

S4: Avevo scritto l'espressioncina, poi l'ho risolta con il risultato e poi l'ho cancellata

D: E poi l'hai cancellata.

D: Tu hai preso un foglio di brutta, tu l'hai fatto a mente?

D: Riccardo, come hai fatto a farlo a mente? Cioè, era molto facile per cui l'hai potuta fare a mente?

Studente 5: Sì.

D: Perché era facile?

S5: Perché bastava risolvere l'espressione.

D: Ovvio

D: La Sara?

S5: Cioè c'erano due calcoli...

D: Perché c'erano solo 2 calcoli

D: Nel senso che nonostante ci siano 4 o 5 monomi in ogni espressione

D: però che cosa vedi all'interno di questi monomi?

S5: Che hanno una parte letterale differente

D: ...che la parte letterale... non è differente, ma

S5: cioè li accoppia, non so come dire...

D: Come si chiamano i monomi che hanno la stessa parte letterale?

Studenti in coro: Simili

D: Come si chiamano Giorgio?

Studente 6: Simili

D: Nella prima espressione quanti monomi simili tra loro ci sono?

D: Due tipi di monomi simili

D: Quindi è facile

D: Lui dice E' facile, ma non ha spiegato il perchè è facile

D: E' facile sommare e trovare il risultato perchè? Giorgio, vuoi dirlo tu?

S6: Perchè ci sono solo due operazioni... due calcoli da fare

D: Perchè ci sono solo due tipi di monomi simili tra loro.

Appendice F

Segue la traduzione inglese del video **IT_08_Novi_2015_01c_01**:

Teacher: Even here...

T: there are many boys, for example here to my left hand side, Karina

T: who lost two points

T: just in this one exercise, which was worth...

T: ... a lot, maybe even too much for being that simple

T: But I gave this exercise

T: this much value

T: because I was hoping to give you a gift

T: ... sort of, right?

T: But in fact turns out that this exercise was a disadvantage for you

T: because many of you did it wrong

T: So these 4 points in the end were more a harm than a benefit.

T: Having assigned 4 points to this exercise was more a harm than a benefit given that many of you, in this way, lost 2 or 3 points.

T: Next exercise

T: How do I go up?

Student 1: Select it with the blue arrow

T: This exercise, that is exercise number 5

T: was a true or false and I'd say it went good for almost everyone

T: So I will not do the proofreading, because in fact (except one true/false) out of six

T: or maybe two

T: Actually this exercise I must say brought to you a good contribution

T: So you did well.

T: Now, this exercise too: Couple each algebraic addition to its sum

T: This exercise went fairly well too

T: Even though I repeat what I said before for a previous exercise

T: How did you decide which one was the result of the little expression A, little expression B and little expression C

T: given that on your papers I couldn't find any resolution?

T: One says mentally, then...

Student 1: Mentally

Student 2: Me too mentally!

Student 3: Mentally!

T: All mentally!

T: Filippo, did you do it mentally?

T: Did you solve this exercise mentally?

Student 4: Some yes, others not

T: How did you solve the ones you didn't do mentally?

S4: I had written the little expression, then I solved it and then I deleted it

T: And then you deleted it.

T: You wrote a draft paper, did you solve it mentally?

T: Riccardo, how did you solve it mentally? I mean, it was very easy so you could do it mentally?

Student 5: Yes.

T: Is it because it was simple?

S5: Because I just needed to solve the expression.

T: Of course

T: Sara?

S5: There were just two computations...

T: There were just two computations

T: Meaning that even though in each expression there are four or five monomials

T: what can you see inside these monomials?

S5: They have a different literal part

T: The literal part... is not different, but...

S5: I mean it couples them, I don't know how to say this...

T: How do you call monomials which have the same literal part?

Students in chorus: Similar

T: How do you call them, Giorgio?

Student 6: Similar

T: In the first expression, how many monomials similar to each other are there?

T: Two kinds of similar monomials

T: So it is easy

T: He says It's easy, but he hasn't explained why it's easy

T: It's easy to sum up and find the result, why? Giorgio, do you want to tell us why?

S6: Because there are just two operations... two computations to make

T: Because there are just two kinds of monomials which are similar to each other.

Appendice G

Segue la trascrizione italiana del video **IT_07_Novi.2015_01o_01**:

Docente: Qual era la domanda?

Studente 1: Quanti quadrati inscritti si possono disegnare?

D: Alza la voce

D: Quanti quadrati inscritti si possono disegnare?

D: C'è scritto che i quadrati inscritti non si possono sovrapporre nel senso che non possono intersecarsi?

D: Tu mi hai detto che io non voglio che gli altri quadrati...

D: Giusto, mi hai detto questo?

D: ...che non ci siano altri quadrati che non toccano quello precedente, che non intersecano quello precedente.

D: Ma nella domanda tu leggi che i quadrati non devono intersecarsi?

D: No, quindi l'importante è che i quadrati siano... come?

S1: Tutti uguali.

D: Siano tutti inscritti, poi non ci interessa se si intersecano.

D: E' come se tu facessi sparire questo e comparire un altro quadrato, sempre inscritto, che non sia però in quella posizione lì.

D: Sento che il tuo gruppo però sta...

D: Allora, eravate d'accordo? Tutti avevate pensato insieme a quello che ci ha descritto lui?

D: Allora ragazzi, avete capito quello che ho detto a lui?

Studente 2: No

Studente 3: Che non devono essere intersecati

D: Lui ha detto (e immagino anche voi) che secondo voi ce n'era uno, perchè gli altri quadrati teoricamente intersecavano quello già disegnato.

D: Però io ho fatto presente a lui che la consegna non chiedeva che non fossero intersecati

D: Potevate intersecarli finchè volevate

D: L'importante era che fossero inscritti, ci siamo?

- D: Quindi, questo gruppo come ha ragionato invece?
- D: Ne avete trovato uno come lui? Ne avete trovati di più?
- Studenti in coro: Quanti se ne vuole finchè non finisce lo spazio
- D: Quanti se ne vuole finchè non finisce lo spazio
- D: Mi vieni a far vedere qualche quadrato, visto che loro non sono d'accordo?
- D: Quindi fammi vedere qualche quadrato che si può costruire finchè non finisce lo spazio
- S2: Domanda!
- D: Dimmi!
- S2: Ma, quando vai a costruire gli altri quadrati, devono avere la stessa misura di quello, o puoi cambiare le misure?
- S2: Ruotando il quadrato, puoi cambiare la misura?
- D: Beh, se ruoti il quadrato la misura rimane sempre quella
- S2: Però se lo ruoti viene...
- D: Tu mi stai chiedendo se possiamo ottenere dei quadrati che non abbiano le stesse misure di quello che hai?
- D: Qual è la consegna?
- Studenti in coro: Non dice niente
- D: Esatto!
- D: La consegna non vi dice tutto quello che voi avete pensato
- D: Voi vi siete limitati la strada, perchè avete pensato che dovessero avere quella misura, avete pensato che non potessero intersecarsi...
- D: In realtà, invece, il testo era molto più semplice.
- D: Mi dite se ce n'è 1, 2, 3... ? (Il riconoscimento forma è qui)
- D: Vediamo un po'
- D: Allora, Giada ha disegnato un quadrato inscritto?
- D: Sì, me ne disegni un altro? Dobbiamo convincere l'altro gruppo che i quadrati inscritti siano come dite voi Tutti quelli fin quando c'è spazio
- D: Poi cerchiamo di capire cosa sia questo spazio.
- S2: Senza che si sovrappongano
- D: No no no. Senza che si sovrappongano e Senza che si intersechino c'è scritto?
- D: No, sono problemi che ti stai ponendo, ma in realtà il testo non ti limitava in questo senso
- D: Ne ha costruito un altro
- D: Costruiscimene ancora un altro
- D: Come riesci, è chiaro eh
- D: Ok
- D: Se vuoi ti faccio rimanere qua anche tutta notte
- D: Però avete detto una cosa importante

D: Dicendoti Se vuoi possiamo star qua tutta notte vuol dire che sono tanti, giusto?

Studente 4: Sì, finchè non finisce lo spazio

D: Finchè non finisce lo spazio. Mi indichi nella figura lo spazio?

D: Perchè io non capisco in quella figura cosa intendete come spazio...

S4: Il perimetro

D: Ok

D: Però tu da che cosa parti per disegnare ogni quadrato?

D: Da che cosa parti?

S4: Da una lato

D: Prendi la tua penna e mi fai vedere la prima cosa che fai quando mi disegni il quadrato

D: Sì, cerca un... ?

S4: Un punto

D: Un punto!

D: Quindi tu parti da un punto

D: E dove lo cerchi questo punto?

S4: Sul lato

D: Lo cerca sul lato AB

D: Quindi, quanti quadrati possiamo costruire?

D: Ne possiamo costruire uno... ?

D: Vediamo se c'è qualcuno che riesce ad aiutarla? Avete seguito il ragionamento?

D: Filippo ti conviene seguire il ragionamento però, vero Filippo? Che cosa ho detto?

D: Stavamo cercando di capire quanti sono i quadrati iscritti

S2: Se possono sovrapporsi e possono intersecarsi sono infiniti

D: Ok, però lei è andata avanti

D: Lei mi ha detto qualcosa in più

D: Lei mi ha detto: In realtà dipende dalla lunghezza di AB

D: Mi ha detto e io l'ho aiutata nel dire: Da dove parti per disegnare i quadrati? E lei mi ha detto: Faccio un punto

D: Allora da dove puoi partire per disegnare tutti i tuoi quadrati? Da ogni... ?

S4: Da ogni punto del lato

D: Per costruire il quadrato iscritto possiamo partire da ogni punto del lato AB

D: E lo si costruisce, quindi quanti sono i quadrati iscritti? Sono tanti...

S4: ... quanti sono i punti sul lato

D: Sono tanti quanti sono i punti sul lato AB

D: Ci siamo? Ci sono delle alternative? Possiamo partire solo dal lato AB?

S4: No, possiamo partire da tutti i lati

D: Tanto i lati sono tutti...

S4: ... uguali

D: Quindi il numero dei quadrati rimane...

S4: ... uguale

D: Uguale perchè il numero dei punti chiaramente è lo stesso

D: E poi dopo: quanti sono i punti dentro un segmento?

D: Quanti sono i punti dentro un segmento?

S4: Infiniti

Appendice H

Segue la traduzione inglese del video **IT_07_Novi_2015_01o_01**:

Teacher: What was the question?

Student 1: How many inscribed squares can you draw?

T: Raise your voice

T: How many inscribed squares can you draw?

T: There's written that the inscribed squares cannot overlap. Does this mean that they cannot intersect?

T: You said that I don't want the other squares...

T: Right? Is this what you said?

T: ... that I don't want other squares to touch the previous one to intersect the previous one.

T: But in the question, do you read that the squares must not intersect?

T: No, so the important thing is for the squares to be... how?

S1: All equal.

T: All inscribed, but then we do not care if they intersect.

T: It's as if you made this square disappear and made another square appear, still inscribed, but not in the same position.

T: But I hear that your group is... [complaining].

T: So, did you all agree? Did you come up together with what he just described?

T: So boys, do you understand what I just said to him?

Student 2: No

Student 3: That they cannot intersect

T: He said (and I guess you as well) that you think there is just one square, because theoretically the others intersect the already drawn one.

T: But I pointed out to him that the assignment did not state that they couldn't intersect

T: You could intersect them as many times as you wanted

T: The important thing is for them to be inscribed, do you understand?

- T: So now, how did the other group think?
- T: Have you found just one, as he did? Or more?
- Students in chorus: As many as you want, as long as there's space left
- T: As many as you want, as long as there's space left
- T: Could you come here and show me some squares? Because they don't agree.
- T: So, please show me some squares that you can draw as long as there is space left
- S2: I have a question!
- T: Tell me!
- S2: When you build the other squares, do they need to have the same size as the first, or you may change size?
- S2: When you rotate the square, can you change the size?
- T: Well, if you just rotate the square the size remains the same
- S2: But if you rotate it...
- T: You are asking if we can have squares which don't have the same size as the one you have?
- T: What does the assignment say about it?
- Students in chorus: Nothing
- T: Exactly!
- T: The assignment doesn't say all the things that you thought of
- T: You just limited yourselves, because you considered that the squares needed to have that size, then that they couldn't intersect...
- T: But in fact, the exercise was simpler.
- T: So say, is there one square? Two? Three? (The shape recognition is here)
- T: Let's see
- T: So, did Giada draw an inscribed square?
- T: Yes. Could you draw one more? We need to convince the other group that the inscribed squares are, as you state, As many as you want, as long as there's space left
- T: Then we'll try to understand what is this space.
- S2: Without overlapping
- T: No no no. Is without overlapping or without intersections written somewhere?
- T: No, these are problems that you are asking yourself but actually the exercise does not limit you in this way
- T: She has drawn another one
- T: Draw yet one more
- T: However you can, of course
- T: Ok

- T: If you want we might as well stay here all night long
- T: But we just said something important
- T: By saying We can stay here all night long we mean that there's a lot of them, right?
- Student 4: Yes, as long as there's space left
- T: As long as there's space left. Can you point out the space in the figure?
- T: Because I don't understand what you mean by space in that figure
- S4: The perimeter
- T: Ok
- T: But what is the first thing you draw when you draw a square?
- T: The very first thing?
- S4: One side
- T: Use your pen and show me the first thing you do when you draw the square
- T: I look for a...?
- S4: A point
- T: A point!
- T: So you start with a point
- T: And where do you look for, to find this point?
- S4: On the side
- T: You look for it on the side AB
- T: So, how many squares can we build?
- T: We can build one... ?
- T: Let's see if there's someone who can help her? Did you follow our reasoning?
- T: Filippo you should follow the reasoning, don't you Filippo? What did I just say?
- T: We were trying to understand how many the inscribed squares are
- S2: If they can overlap and intersect they are endless
- T: Ok, but she went forward
- T: She said something more
- T: She said: Actually it depends on the length of the side AB
- T: She said, and I helped her by saying: What is the first thing you draw when you draw a square? And she answered: I draw a point
- T: So what might be the first thing you draw for each and every square? Each... ?
- S4: Each point on the side
- T: To build the inscribed square we can start from each point on the side AB
- T: And you build it, so how many inscribed squares are there? They are...

S4: ... as many as the points on the side

T: They are as many as the points on the side AB

T: Do you understand? Is there any alternative? Can we start just from the side AB?

S4: No, we can start from any side

T: Because the sides are all...

S4: ... equal

T: So the number of squares remains...

S4: ... equal

T: Equal because the number of points is clearly the same

T: And then: how many points are there in a segment?

T: How many points are there in a segment?

S4: Endless

Bibliografia

- [1] Betti M., Ciani A., Lovece S., Tartufoli L., Costruire competenze progettuali e valutative attraverso la didattica laboratoriale. Una ricerca esplorativo-qualitativa nel corso di Laurea Magistrale in Scienze della Formazione Primaria dell'Università di Bologna. *Italian Journal Of Educational Research*, 13, 29-48, 2014;
- [2] Black P., William D., *Assessment and classroom learning. Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*, 1998;
- [3] *Metodi e strumenti per l'insegnamento e l'apprendimento della matematica*, A cura di Bolondi G. e Fandiño Pinilla M. I., 2013;
- [4] Bondioli A., Ferrari M., *Verso un modello di valutazione formativa. Ragioni, strumenti e percorsi.*, Bergamo: Junior, 2004;
- [5] *La valutazione degli apprendimenti in ambito scolastico. Promuovere il successo formativo a partire dalla valutazione.* A cura di Capperucci D., 2011;
- [6] Castoldi M., *Valutare le competenze. Percorsi e strumenti*, 2009;
- [7] Castoldi M., *Valutare e certificare le competenze*, 2016;
- [8] Cherubini G., Gli insegnanti e l'apprendimento. *Scuola e città*, 1, 69-80, 2002;
- [9] DES - Department of Education and Science, *Curriculum, task group on assessment and testing: A report*, London, HMSO, 1987;
- [10] Dewey J., How We Think. A Restatement of the Relation of Reflective Thinking to the Educative Process. In J. A. Boydston (ed.) (1986), *The Later Works of John Dewey 1925-1953*, vol. 8. Carbondale: Southern Illinois University Press, 1933;

- [11] Dewey J., *Logic, the Theory of inquiry*, Edizione italiana 1974, Reprintis Einaudi;
- [12] Domenici G., *Manuale della valutazione scolastica*, 2007;
- [13] Fandiño Pinilla M.I., *Curricolo e valutazione in matematica*, Bologna: Pitagora, 2002;
- [14] Fandiño Pinilla M. I., *Molteplici aspetti dell'apprendimento della matematica. Valutare e intervenire in modo mirato e specifico*. Prefazione di Giorgio Bolondi, Trento: Erickson, 2008;
- [15] Ferretti F., Lovece S., *La valutazione formativa per la didattica della matematica nell'ambito del progetto FAMTL. Le concezioni degli studenti di scuola media nei confronti degli strumenti di verifica utilizzati in classe*, Ricerche di Pedagogia e Didattica - Journal of Theories and Research in Education 10,2, 2015;
- [16] Michael – Chrysanthou P., Gagatsis A., Vannini I., *Formative assessment in mathematics: a theoretical model*, Acta Didactica Universitatis Comenianae – Math-ematics, 2014;
- [17] Michael-Chrysanthou P., Gagatsis A., et al., *Students' beliefs for formative as-sessment in mathematics teaching and learning*, Eapril Conference 25-28 nov 2014 (<http://eaprilconference.org>), 2014;
- [18] Palinscar A., Magnusson S., Marano N., Ford D., Brown N., Design principles informing and emerging from the GisML Community. *Teaching and Teacher Education*, 14(1), 5-19, 1998;
- [19] PISA 2015 Draft mathematics framework, <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/Draft%20PISA%202015%20Mathematics%20Framework%20.pdf>;
- [20] Radford L. e Demers S., *Comunicazione e Apprendimento*, Bologna, Pitagora, 2006;
- [21] Schön D. A., *Il professionista riflessivo*, Per una nuova epistemologia della pratica professionale, Bari: Edizioni Dedalo, Originale 1993;
- [22] Vannini I., *Come cambia la cultura degli insegnanti. Metodi per la ricerca empirica in educazione.*, 2012, Milano: Franco Angeli;
- [23] Vannini I., *La qualità nella didattica*, Erickson, 2009;

- [24] Vertecchi B., Agrustu G., *Laboratorio di valutazione*, 2008;
- [25] Vertecchi B., *Manuale della valutazione. Analisi degli apprendimenti e dei contesti.*, 2003;
- [26] Vertecchi B., Agrusti G., Losito B., *Origini e sviluppi della ricerca valutativa*, Milano: Franco Angeli, 2010;
- [27] Weeden P., Winter J., Broadfoot P., *Valutazione per l'apprendimento nella scuola. Strategie per incrementare la qualità dell'offerta formativa.*, Erickson, 2002.